

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

Diplomová práce

**Návrh optimalizace trajektorie
vybraného manipulátoru výrobní
linky na výrobu pantů**

Plzeň 2014

Bc. Tomáš KROTKÝ

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 5. května 2014

.....
Bc. Tomáš Krotký

Abstrakt

Tato diplomová práce vznikla za účelem navýšení výrobní kapacity linky na výrobu pantů. Tohoto navýšení má dosáhnout časovou optimalizací cyklu jednoho z využívaných sériových manipulátorů, mezi nimiž je i manipulátor umístěný na pojezdu, a tvořící tak redundantní systém. Jednotlivými kroky řešení jsou: odvození matematického popisu systému (manipulátoru), návrh generátoru trajektorie optimální v čase a v případě redundantního systému návrh optimalizace pohybu pojezdu.

Abstract

This master thesis has been created in order to increase the production capacity of the line for hinges production. This increase should be achieved by time optimization of the cycle for one of used serial manipulators. There is a manipulator placed on cart among them. This manipulator and cart are creating a redundant system. Individual solution steps are: derivation of mathematical description of system (manipulator); design of time optimal trajectory generator and in case of redundant system optimization of cart movement.

Klíčová slova

Externí osa pohybu, generátor trajektorie, geometrická úloha, kinematická úloha, linka na výrobu pantů, manipulátor, matematický model, optimalizace, redundance, robot.

Keywords

External axis of movement, hinges production line, kinematics, manipulator, mathematical model, optimization, redundance, robot, trajectory generator.

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval především panu Ing. Miroslavu Knížeti z akciové společnosti MOTOR JIKOV Group za možnost vytvoření diplomové práce z reálného pracovního prostředí. Dále panu Ing. Arnoldu Jágrovi za obětavé vedení mé práce, pánům Ing. Milanu Štětinovi, Ing. Martinovi Švejdovi a Přemyslu Frišovi za ochotu při odborných konzultacích a v neposlední řadě také své rodině a přítelkyni za jejich podporu a pochopení.

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Vymezení základních pojmů	2
2	Současný stav výrobní linky	12
2.1	Výběr manipulátoru pro optimalizaci	13
3	Úloha návrhu optimální trajektorie manipulátoru	14
3.1	Generátor trajektorie	15
3.1.1	Systém s omezením zrychlení	16
3.1.2	Systém s omezením na rychlost a zrychlení	19
3.1.3	Realizace generátoru trajektorie	21
3.2	Popis kinematiky manipulátoru	22
3.3	Přímá geometrická úloha	25
3.4	Inverzní geometrická úloha	26
3.5	Přímá okamžitá kinematická úloha	28
3.6	Inverzní okamžitá kinematická úloha	30
3.7	Shrnutí předchozích úloh	31
3.8	Výpočet Jakobiánu	32
4	Analýza stávajícího pohybu manipulátoru	34
4.1	Popis pohybu v programovacím jazyce RAPID	34
4.2	Vizualizace stávající trajektorie	36
5	Návrh optimální trajektorie	39
5.1	Návrh trajektorie manipulátoru	39
5.2	Návrh trajektorie pojezdu	40
5.2.1	Nalezení krajních poloh pojezdu	40
5.2.2	Poloha pojezdu ve funkční oblasti	42
5.2.3	Generování trajektorie	42
6	Simulace optimální trajektorie	44
7	Závěr	48

Literatura	49
Příloha	50
Schéma zapojení modelu manipulátoru na pojezdu	50
Schéma zapojení generátoru trajektorie manipulátoru	50
Analyticky vyjádřená transformační matice T_6^0	51

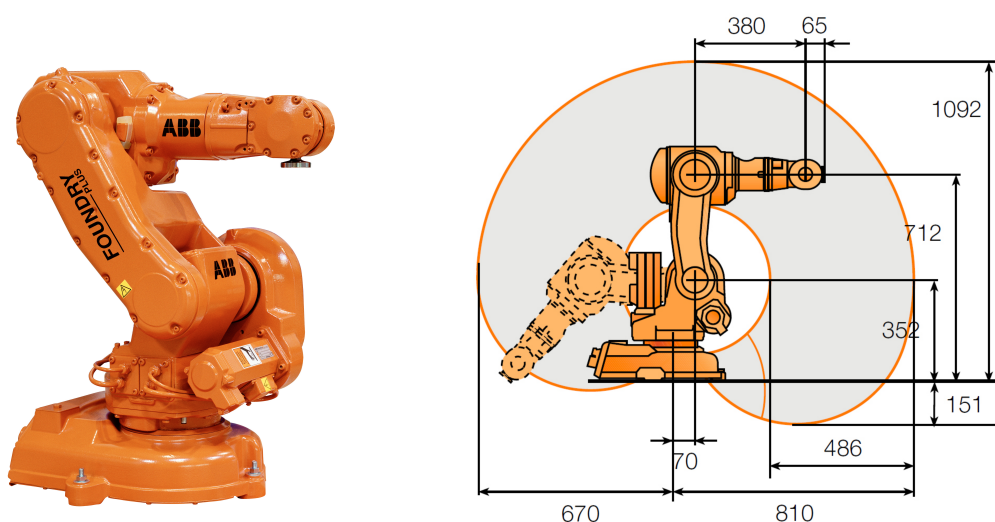
Seznam obrázků

1.1	Manipulátor IRB 140	1
1.2	Model vyráběného pantu [11]	2
1.3	Porovnání sériového a paralelního manipulátoru	5
1.4	Translační kloub (vlevo) a rotační kloub (vpravo)	7
1.5	Příklad sférického zápěstí	7
2.1	Vstup a výstup montážní linky	12
2.2	Umístění manipulátoru <i>Robot 2</i> ve výrobní lince.	13
3.1	Stavový prostor s omezením zrychlení [4]	16
3.2	Realizace omezení rychlosti ve stavovém prostoru systému [4]	19
3.3	Příklad jednoduchého generátoru trajektorie pomocí bloku řídicího systému REX [4]	22
3.4	Orientace kloubových systémů souřadnic podle D-H úmluvy. (Nikoli poloha.)	23
3.5	Schématické znázornění manipulátoru, orientace a polohy souřadných systémů podle D-H úmluvy.	23
3.6	Schéma využití úloh pro převod z prostoru zobecněných souřadnic do prostoru kloubových souřadnic a naopak.	32
4.1	Úmluva pro číslování kvadrantů natočení kloubů manipulátoru [7]	35
4.2	Příklad využití parametru <i>Zone</i> [7]	35
4.3	Porovnání reálného a deformovaného pracovního prostoru manipulátoru . .	36
4.4	Zadaná absolutní rychlost pohybu.	37
4.5	Vypočtené rychlosti v osách X, Y, Z	38
4.6	Aproximovaná trajektorie koncového efektoru v deformovaném pracovním prostoru manipulátoru.	38
5.1	Pracovní prostor manipulátoru.	41
5.2	Trajektorie pojezdu manipulátoru.	43
6.1	Grafické znázornění modelu manipulátoru.	44
6.2	Simulovaná poloha efektoru v osách X, Y, Z	45
6.3	Simulovaná rychlost efektoru v osách X, Y, Z	45
6.4	Simulovaná trajektorie pojezdu.	46

6.5	Simulované natočení motorů.	46
6.6	Simulovaná rychlost motorů.	47
1	Schéma zapojení modelu manipulátoru na pojezdu.	52
2	Schéma zapojení generátoru trajektorie manipulátoru.	53

1. Úvod

Tato diplomová práce je zaměřena na návrh časově optimalizované trajektorie jednoho z manipulátorů IRB 140 od společnosti ABB (viz obrázek 1.1), jež jsou umístěny v lince na výrobu pantů v Kamenici nad Lipou.



(a) Manipulátor IRB 140 [9]

(b) Manipulátor IRB 140, jeho rozměry a pracovní prostor [10]

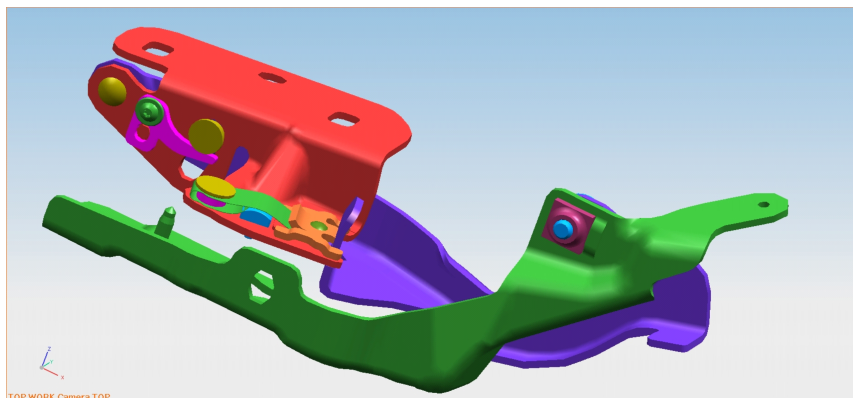
Obrázek 1.1: Manipulátor IRB 140

Cílem této práce je volba manipulátoru s nejvyšším potenciálem snížení doby jednoho cyklu, pomocí časové optimalizace trajektorie ji minimalizovat a tím přispět ke snížení doby jednoho cyklu celé výrobní linky a navýšení její výrobní kapacity.

Linka obsahuje celkem tři manipulátory IRB 140. Nejslibnějším pro časovou optimalizaci je manipulátor umístěný na pohyblivém pojezdu, který jej v současné době pouze přesouvá mezi dvěma polohami. Pokud bude zvolen tento manipulátor, cílem této práce se stane i demonstrace využití redundantní externí osy pohybu pro optimalizaci trajektorie manipulátoru.

Výrobní linka, jejíž součástí jsou manipulátory, v současné době produkuje panty do kapot automobilů. I když linka vyrábí více typů pantů pro více druhů karosérií a ani levý

a pravý pant nejsou totožné, v rámci této práce bude uvažován pouze jeden typ pantu, znázorněný na obrázku 1.2.



Obrázek 1.2: Model vyráběného pantu [11]

1.1 Vymezení základních pojmů

V následující části jsou definovány či vysvětleny pojmy používané v této diplomové práci, na které bude v následujícím textu pohlíženo jako na známé.

Goniometrická funkce atan2

Funkce atan2 je v robotice hojně využívanou funkcí, která počítá úhel mezi osou x a průvodičem bodu $[x, y]$. Výstup této funkce je definován na intervalu $\langle -\pi, \pi \rangle$ na rozdíl od funkce $\text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)$, která je limitována intervalem $\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$.

$$\varphi = \text{arctg2}(y, x) = \begin{cases} \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) & , \text{ pro } x > 0 \wedge y > 0 \\ \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & , \text{ pro } x < 0 \\ \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) + 2\pi & , \text{ pro } x > 0 \wedge y < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Obecná poloha tělesa v prostoru

Pro určení polohy tělesa v prostoru použijeme popis umístění jeho jednotlivých bodů a jejich natočení.

Polohu tělesa v prostoru je možné vyjádřit více způsoby. Všechny tyto způsoby však musí zachycovat nejenom umístění jeho bodů v prostoru, ale zároveň i jejich natočení.

Poloha v prostoru O je v této práci popisována pomocí Kartézského systému souřadnic.

$$O = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Natočení objektu je definováno pomocí *Eulerových úhlů* α , β a γ , pomocí *kvaternionů* (viz níže), nebo pomocí *transformační matice* R , kde

$$R = R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

, kde

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Úhly α , β a γ jsou Eulerovy úhly určující otočení kolem os souřadného systému. V našem případě je využívána tzv. postupná rotace. Její princip spočívá v tom, že se nejprve pootočí souřadný systém okolo osy x , poté se pootočí souřadný systém kolem *nově vzniklé* osy y a nakonec se souřadný systém pootočí kolem *nově vzniklé* osy z .

Zdůrazněme ještě, že zatímco převod Eulerových úhlů na matici rotace je jednoznačný, opačně to již neplatí. Vztah pro převod z matice rotace R na Eulerovy úhly závisí na úhlu β . Ten je ovšem počítanou neznámou. Vzniká zde singularita pro $\beta = \pm \frac{\pi}{2}$. Vztahy jsou pro $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{atan2}(-r_{23}, r_{33}) \\ \operatorname{atan2}(r_{13}, \sqrt{r_{23}^2 + r_{33}^2}) \\ \operatorname{atan2}(-r_{12}, r_{11}) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

a pro $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{atan2}(r_{23}, -r_{33}) \\ \operatorname{atan2}(r_{13}, -\sqrt{r_{23}^2 + r_{33}^2}) \\ \operatorname{atan2}(r_{12}, -r_{11}) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Celkový popis polohy a natočení je pak dán homogenní transformační maticí

$$T = \begin{bmatrix} R & O \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Jedním ze způsobů reprezentace natočení v prostoru, který je možné jednoznačně vypočítat z matice rotace, je reprezentace pomocí *kvaternionů*. Vztahy pro výpočet kvaternionů z matice rotace jsou následující:

Definujme matici rotace jako

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

, pak platí, že

$$q_1 = \frac{\sqrt{x_1 + y_2 + z_3 + 1}}{2} \quad (1.11)$$

$$q_2 = \frac{\sqrt{x_1 - y_2 - z_3 + 1}}{2} \quad (1.12)$$

$$q_3 = \frac{\sqrt{y_2 - x_1 - z_3 + 1}}{2} \quad (1.13)$$

$$q_4 = \frac{\sqrt{z_3 - x_1 - y_2 + 1}}{2} \quad (1.14)$$

a

$$\operatorname{sign}(q_2) = \operatorname{sign}(y_3 - z_2) \quad (1.15)$$

$$\operatorname{sign}(q_3) = \operatorname{sign}(z_1 - x_3) \quad (1.16)$$

$$\operatorname{sign}(q_4) = \operatorname{sign}(x_2 - y_1) \quad (1.17)$$

Pro výpočet matice rotace na základě kvaternionů lze použít vztah

$$R = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_2q_4 + q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_3q_4 + q_1q_2) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$



(a) Sériový manipulátor IRB 140 [9]



(b) Paralelní manipulátor FlexPicker [12]

Obrázek 1.3: Porovnání sériového a paralelního manipulátoru

Manipulátor

Základním účelem manipulátoru je zesilovat či zpřesňovat práci člověka. Nejprve mechanické, později elektromechanické konstrukce jsou v dnešní době plně automatická programovatelná zařízení, jež jsou schopna nahradit celou škálu lidských činností a které se nedopouštějí častých lidských chyb. Jsou rychlejší, přesnější, neúnavné a dokáží pracovat i v prostředích, jež jsou pro člověka zcela nepřijatelná či zdraví ohrožující.

V dnešní době se manipulátory skládají typicky ze základny manipulátoru, mechanických ramen, senzorů, aktuátorů a jsou zakončeny efektozem. Podle mechanické konstrukce je možné manipulátory rozdělit do dvou kategorií:

Sériový manipulátor - takový manipulátor, jehož mechanická konstrukce (kinematický řetězec) obsahuje pouze jedno spojení efektozu se základnou manipulátoru. Jeho výhodou je jeho jednodušší matematický popis a řešitelná dopředná kinematická úloha.

Paralelní manipulátor - takový manipulátor, jehož mechanická konstrukce (kinematický řetězec) obsahuje více než jedno možné spojení efektozu se základnou. Jeho výhodou je především průměrování mechanických odchylek.

Oba typy manipulátorů můžeme porovnat na obrázku 1.3.

Antropomorfní manipulátor

Antropomorfní manipulátor svým tvarem a pohybovými vlastnostmi připomíná lidskou ruku. Většinou se skládá ze třech rotačních kloubů a velmi oblíbená je jeho varianta se sférickým zápěstím. V tomto provedení je schopen umístit efektor do libovolné polohy a orientace v jeho pracovním prostoru.

Redundantní manipulátor

Redundantní manipulátor má větší počet aktivních kloubových souřadnic než počtu stupňů volnosti koncového efektoru. Takový manipulátor je schopen generovat jistou množinu kloubových souřadnic, aniž by při tom změnil polohu koncového efektoru. Toho lze využít při optimalizaci pohybu manipulátoru například z hlediska vyhnutí se singulárním polohám či překážkám v pracovním prostoru.

Základna manipulátoru

Základna manipulátoru je pevná část, jíž je manipulátor připevněn ke svému okolí. To je sice často vodorovným podkladem, ale zrovna tak se může jednat i o libovolně nakloněnou rovinu.

Rameno manipulátoru

Představuje pevné spojení mezi klouby manipulátoru.

Kloub manipulátoru

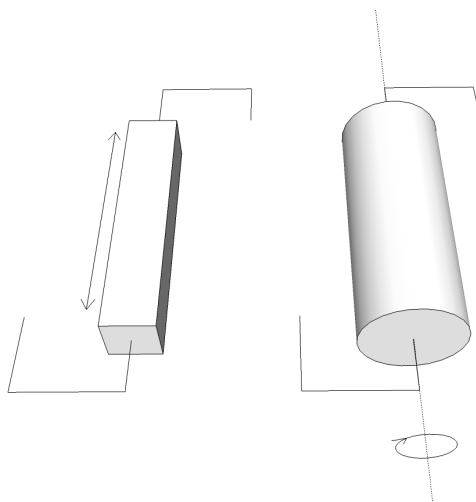
Spojuje ramena či základnu manipulátoru a umožňuje jejich vzájemný pohyb. Klouby manipulátoru je možné dělit podle pohonu na aktivní (poháněné aktuátory) a pasivní (bez pohonu) a podle typu pohybu na rotační, translační, univerzální a sférický. Značení rotačního a translačního kloubu je na obrázku číslo 1.4.

Sférické zápěstí

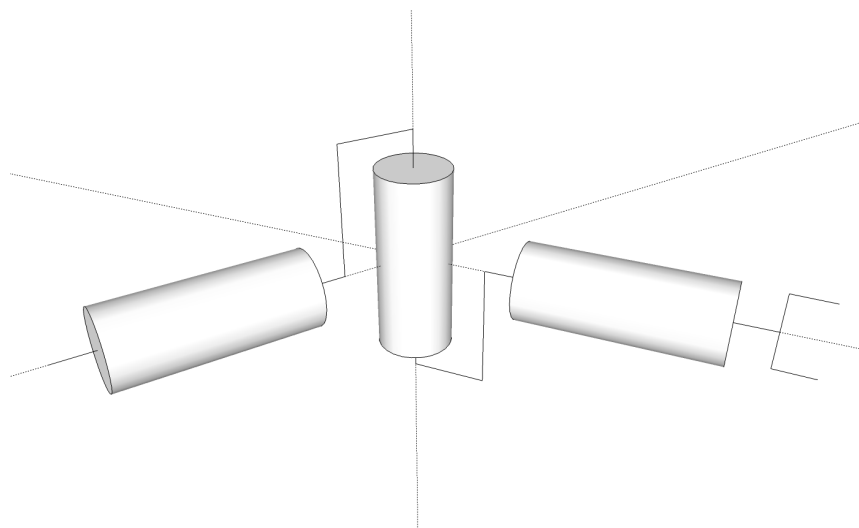
Sférické zápěstí (viz obr. 1.5) je speciálním případem sériového kinematického řetězce tvořeného třemi spojenými rotačními klouby, jejichž osy rotace se protínají v jednom bodě. Toto uspořádání tvoří často zakončení průmyslových sériových robotů.

Efektor

Efektor (též koncový efektor) je zakončení manipulátoru, nejčastěji pracovní nástroj, kterým manipulátor interaguje se svým okolím. Pokud není používán žádný nástroj (uvažováno v této práci), je koncovým efektozem myšleno místo pro připevnění pracovního nástroje.



Obrázek 1.4: Translační kloub (vlevo) a rotační kloub (vpravo)



Obrázek 1.5: Příklad sférického zápěstí

Domovská poloha manipulátoru

Domovská poloha manipulátoru je taková poloha, při níž se aktivní kloubové souřadnice a tudíž i koncový efektor nachází ve výchozí (domovské) poloze. Výchozí polohy kloubových souřadnic jsou například v Denavit-Hartenbergově úmluvě (viz níže) definovány jako nulové polohy (nulové natočení všech kloubů manipulátoru).

Pracovní prostor manipulátoru

Pracovní prostor manipulátoru je množina bodů dosažitelných koncovým efektem a splňující zadaná omezení. Je ovlivněn jak mechanickou konstrukcí manipulátoru a z ní plynou-

cích omezení, tak i požadavky na vlastnosti pracovního prostoru (např. maximální zatížení koncového efektoru).

Stupeň volnosti

Stupně volnosti (též DoF z anglického *degree of freedom*) popisují základní směry, jimiž se může těleso v prostoru pohybovat, ať už se jedná o posun v určitém směru nebo rotaci kolem osy.

Těleso v prostoru s ničím neomezeným pohybem má celkem šest stupňů volnosti. Tři ve směru každé z os kartézského souřadného systému a rotaci kolem každé z os.

Stupeň volnosti manipulátoru udává počet stupňů volnosti koncového efektoru. Jeho výpočet může být u sériových manipulátorů založen na počtu ramen a počtu a typu kloubů. U složitějších manipulátorů s uzavřeným kinematickým řetězcem (viz níže) je výpočet složitější a je nutné provést podrobnou analýzu s využitím rovnic definujících kinematická omezení.

Singulární poloha manipulátoru

Singulární poloha manipulátoru je taková poloha v níž má koncový efektor méně stupňů volnosti než je řád zobecněných souřadnic. Ke snížení počtu stupňů volnosti nejčastěji dochází u sériových manipulátorů v případě "narovnání" ramen, tedy pro zarovnání dvou ramen spojených rotačním kloubem. V této poloze většinou dochází k numerickým nestabilitám při výpočtu kinematických úloh, což má často za následek generování vysokých rychlostí a zrychlení v kloubových souřadnicích s malým vlivem na zobecněné souřadnice.

Senzory

Senzory manipulátorů zajišťují měření veličin, potřebných pro jejich řízení. Podle vykonávané funkce je lze rozdělit do následujících kategorií: [2]

Senzory polohy - měří polohu objektu (lineární posun či úhel natočení) a často bývají integrovány přímo do těla pohonu.

Senzory rychlosti - v současné době bývají nahrazeny zpracováním informace o poloze v průběhu času.

Senzory zrychlení - pracují na principu akcelerometrů a lze je použít i na měření vibrací, detekci volného pádu, atd.

Senzory síly a momentu - pracují většinou na principu tenzometru a používají se často tam, kde stroj přichází do kontaktu s okolím (něco svírá apod.).

Doplňkové senzory - do této skupiny lze zařadit čidla veličin, která přímo nesouvisí s řízením pohybu manipulátoru, ale slouží například pro ošetření havarijních stavů, kompenzaci vlivů okolí apod.

Aktuátory

Aktuátory manipulátorů jsou řízené elektromechanické měniče, jejichž úkolem je na základě vstupních elektrických řídicích signálů převést energii ze zdroje, ať už elektrickou, pneumatickou či hydraulickou, na mechanický pohyb. Podle principu funkce lze aktuátory dělit do následujících kategorií:

Elektromagnetické aktuátory - do této skupiny patří elektrické motory nebo motory pracující na principu elektromagnetu.

Pneumatické a hydraulické aktuátory - pracují na principu převodu tlaku, vyvinutého na pracovní médium, na mechanický pohyb.

Nekonvenční aktuátory - aktuátory z této skupiny pracují na odlišném fyzikálním principu než předchozí dvě skupiny. Příkladem nekonvenčního aktuátoru může být například piezoelektrický motor.

Kinematický pár

Kinematickým párem je v našem případě myšlena dvojice kloubu a ramene manipulátoru.

Kinematický řetězec

Kinematickým řetězcem rozumíme kinematické spojení základny manipulátoru s efekto-rem. Kinematický řetězec může být otevřený nebo uzavřený a může se i větvit.

Denavit-Hartenbergova úmluva

Denavit-Hartenbergova (D-H) úmluva je jednou z nejpoužívanějších způsobů popisu kinematiky sériových manipulátorů. Stanovení systému souřadnic jednotlivých kloubů manipulátoru pomocí této úmluvy probíhá následovně:

1. Osu z volíme shodně s osou rotace kloubu.
2. Průsečík kolmice k předchozí ose z s novou osou z určuje počátek souřadného systému. Ten může ležet i mimo reálný kloub.
3. Osu x stanovíme právě jako tuto kolmici nebo ji volíme libovolně, v případě, že žádný předcházející kloub není.
4. Osu y získáme doplněním na kartézský systém souřadnic.

Pro jednoznačný popis transformace souřadného systému na jiný stačí pouze čtyři parametry (d, θ, a, α) . Označme souřadný systém prvního kloubu J_1 a druhého J_2 . Postup transformace a určení parametrů je pak následující:

1. Posuneme počátek souřadného systému J_1 po ose z_1 do roviny obsahující z_2 . Vzdálenost tohoto posunu určuje parametr d .
2. Rotujeme systém souřadnic z bodu 1 okolo z_1 , dokud osa x nesměřuje stejným směrem jako x_2 . Velikost rotace určuje parametr θ .
3. Posuneme systém souřadnic ve směru jeho osy x (nyní totožné s x_2) do počátku souřadného systému J_2 . Vzdálenost posunu určuje parametr a .
4. Rotujeme systém souřadnic okolo osy x_2 dokud osa z není totožná s osou z_2 . Velikost rotace určuje parametr α a definitivně převádí J_1 na J_2 .

Globální souřadný systém

Globálním souřadným systémem je základní souřadný systém od něž odvozujeme další (lokální) souřadné systémy např. pomocí posunu a rotace.

Zobecněné souřadnice

Zobecněné souřadnice X popisují polohu a natočení koncového efektoru v globálních souřadnicích.

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Kloubové souřadnice

Kloubové souřadnice Q určují natočení Θ všech kloubů manipulátoru a tím i nastavení celého kinematického řetězce.

$$Q = \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \vdots \\ \Theta_n \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Deformovaný systém souřadnic

Deformovaným systémem souřadnic představuje v této práci souřadný systém vztahený k aktuální poloze základny manipulátoru. Poloha bodů v tomto prostoru je tak dána jejich polohou v zobecněných souřadnicích a aktuální polohou pojezdu.

Generátor trajektorie manipulátoru

Generátor trajektorie má za úkol generovat požadovanou polohu v zobecněných souřadnicích pro každý strojový krok. Tuto trajektorii počítá za využití geometrických a kinematických úloh na základě množiny zadaných bodů v zobecněných, či kloubových souřadnicích a dalších požadavků jako jsou např. rychlost, zrychlení nebo tolerance v daném bodě.

Přímá kinematičká úloha

Přímá kinematičká úloha je název problému nalezení zobecněných souřadnic \mathbf{X} koncového efektoru na základě daných kloubových souřadnic Θ . Lze ji vyjádřit vztahem $\mathbf{X} = F(\Theta)$.

Přímá kinematičká úloha je v praxi často využívána pro zjištění polohy koncového efektoru na základě polohy jednotlivých aktuátorů v kloubech manipulátoru. U sériových manipulátorů je takto zjištěná poloha zatížena chybou rovnou součtu chyb při všech měřeních. U paralelních manipulátorů je velikost výsledné chyby závislá na konkrétním kinematičkém řetězci. Obecně je ale menší.

Zpětná kinematičká úloha

Zpětná kinematičká úloha řeší problematiku opačnou k přímé kinematičké úloze neboli výpočet kloubových souřadnic Θ na základě dané zobecněnými souřadnicemi efektoru \mathbf{X} , což lze vyjádřit vztahem $\Theta = F^{-1}(\mathbf{X})$.

Tato úloha je využívána při výpočtech pohybu manipulátoru, kdy požadujeme, aby se koncový efektor pohyboval po konkrétní trajektorii a neznáme kloubové souřadnice této trajektorii odpovídající. V praxi pak tvoří mezičlánek mezi generátorem trajektorie a řízením kloubových aktuátorů.

Přímá okamžitá kinematičká úloha

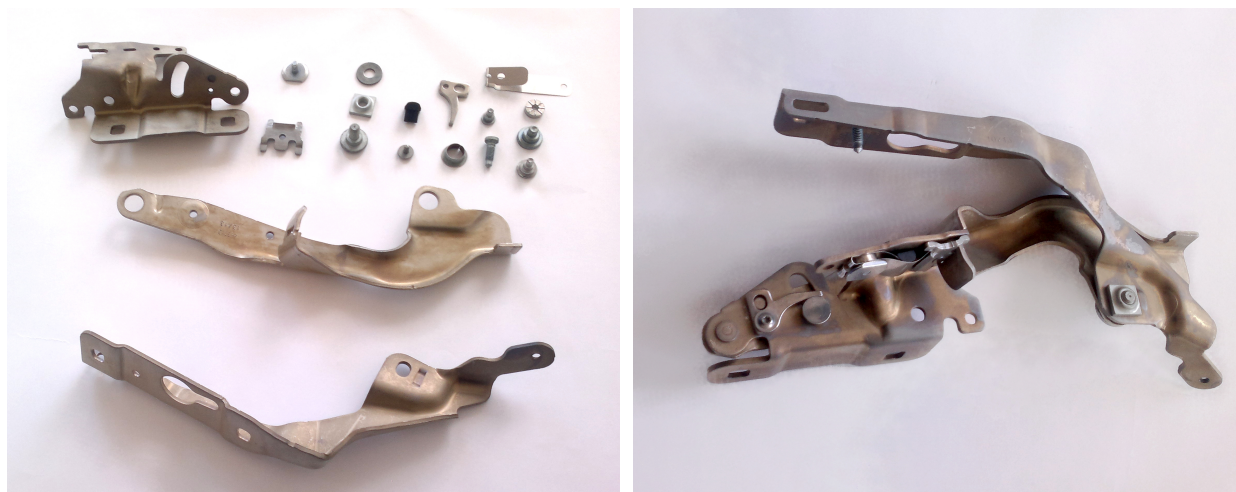
Přímá okamžitá kinematičká úloha je matematická úloha sloužící k výpočtu rychlosti a zrychlení koncového efektoru z polohy, rychlosti a zrychlení kloubových souřadnic manipulátoru.

Inverzní okamžitá kinematičká úloha

Je matematická úloha počítající rychlost a zrychlení v kloubových souřadnicích na základě polohy, rychlosti a zrychlení v zobecněných souřadnicích.

2. Současný stav výrobní linky

Vstupem této montážní linky na výrobu pantů jsou základní mechanické součástky. Výstupem je funkční pant (viz obrázek 2.1), jenž prošel kontrolou funkčnosti.



(a) Součástky pantu [11]

(b) Smontovaný pant [11]

Obrázek 2.1: Vstup a výstup montážní linky

V současné době lze montáž pantu rozdělit do několika fází. Nejprve je připravena západka pantu, která je následně odebírána manipulátorem *Robot 1*. Zároveň je připraven díl, se kterým má být západka snýtována. Oba tyto díly odebere *Robot 1* a vloží je do nýtovací stanice N_1 .

Z nýtovací stanice N_1 vyjme nově vzniklý díl manipulátor *Robot 2*. Posune se na pojezdu před nýtovací stanicí N_2 a vloží do ní díl. Aniž by výrobek pustil, vyčká na dokončení úkonu. Poté vyjme výrobek a přesune jej do poslední nýtovací stanice N_3 , kde se kromě nýtování provede i nastavení západky.

Z nýtovací stanice N_3 díl vyjme manipulátor *Robot 3*, který jej přemístí na další stanoviště, kde se provádí šroubování a nýtování a čeká na vykonání úkonu. Poté díl přemístí na závěrečné stanoviště, kde se mimo jiné provede i kontrola funkčnosti výrobku.

Celý výrobní cyklus linky nyní trvá 19,5 vteřiny. Značnou část této doby tvoří přesuny

dílů mezi jednotlivými stanicemi, které zajišťují tři totožné manipulátory. Jak již bylo zmíněno, cílem této práce je minimalizovat časové ztráty optimalizací přesunu dílů mezi stanicemi.

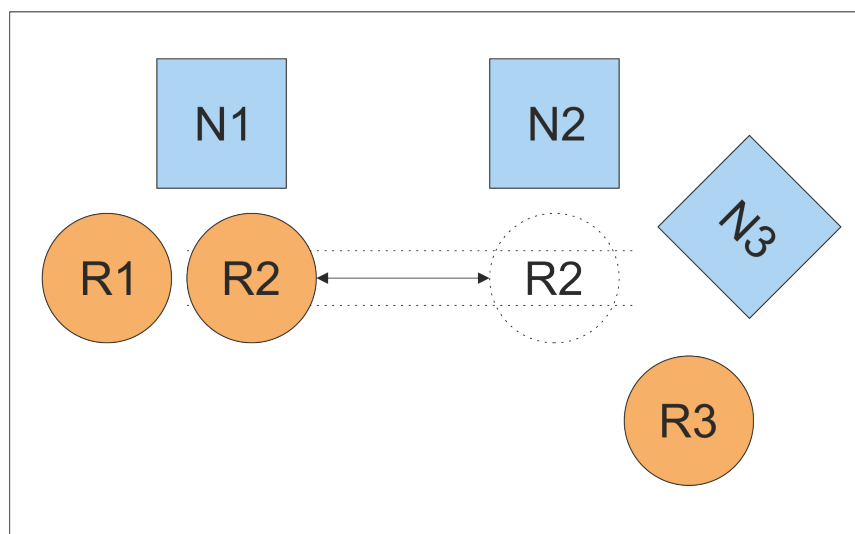
2.1 Výběr manipulátoru pro optimalizaci

Vzhledem k náročnosti celého výrobního procesu, bylo stanoveno, že optimalizována bude pouze trajektorie jednoho manipulátoru.

Jako nejvýraznější časová ztráta bylo vyhodnoceno čekání manipulátoru *Robot 3* na vykonání úkonu na nýtovací stanici N_3 . Toto čekání je možné minimalizovat snížením doby jednoho cyklu manipulátoru *Robot 2*. Zrychlení jeho přesunů by tedy mělo za následek zrychlení celé výrobní linky.

Zdůrazněme ještě, že tento manipulátor je navíc umístěn na posuvné plošině a tím získává další externí osu pohybu, jejíž výhody nejsou v současné realizaci plně využity. Vzhledem ke svému potenciálu a zároveň přítomnosti řízené externí osy byl tedy pro časovou optimalizaci trajektorie vybrán právě manipulátor *Robot 2*.

Umístění manipulátoru na pojezdu ve výrobní lince poblíž třech nýtovacích stanic a ostatních manipulátorů je zobrazeno na obrázku 2.2.



Obrázek 2.2: Umístění manipulátoru *Robot 2* ve výrobní lince.

3. Úloha návrhu optimální trajektorie manipulátoru

Úloha návrhu optimální trajektorie manipulátoru je sama o sobě nesmírně široký pojem. Pro jeho zúžení je nejprve nutné definovat typ manipulátoru, způsob optimalizace i omezení braná v úvahu.

Typ manipulátoru je *IRB 140* od firmy ABB. Jedná se o sériový 6DoF planární manipulátor se sférickým zápěstím. Tento manipulátor je navíc umístěn na pojízdné plošině tvořící další externí osu pohybu.

Pro účely této optimalizace bude systém rozdělen na manipulátor, jehož optimální trajektorii navrhne generátor trajektorie, a pojezd, jehož optimální trajektorie bude navržena na základě maximalizace využití externí osy pohybu ke snížení doby přejezdů mezi nýtovacími stanicemi i celého cyklu.

Úlohu návrhu trajektorie manipulátoru řeší generátor trajektorie. Jeho úkolem je generovat trajektorii splňující požadované vlastnosti. Mezi takové požadavky patří nejčastěji dosažení či projetí určitého bodu v prostoru, požadavky na rychlost či zrychlení koncového efektoru, geometrické nároky na trajektorii efektoru, apod.

Kritériem požadované optimalizace pohybu je čas. Navržený generátor by tak měl generovat časově minimalizovanou trajektorii efektoru splňující příslušná omezení.

Aby bylo možné z vygenerované trajektorie v zobecněných souřadnicích získat řízení v kloubových souřadnicích, je nutné vyřešit následující úlohy:

- **Přímá geometrická úloha** - počítá problematiku výpočtu polohy koncového efektoru na základě informace o natočení kloubů manipulátoru.
- **Inverzní geometrická úloha** - počítá převod požadované polohy koncového efektoru na požadavek natočení kloubů manipulátoru.
- **Přímá okamžitá kinematická úloha** - počítá výpočet rychlosti či zrychlení koncového efektoru na základě informace o natočení kloubů manipulátoru.
- **Inverzní okamžitá kinematická úloha** - počítá výpočet rychlosti či zrychlení natočení kloubů manipulátoru na základě požadavku na rychlost či zrychlení koncového efektoru.

Pro výpočet těchto úloh je nutné nejprve stanovit matematický popis systému manipulátoru a pojezdu a jednoznačně tak definovat kinematiku manipulátoru. Od tohoto popisu jsou poté odvozena řešení geometrických a kinematických úloh.

3.1 Generátor trajektorie

Generátor trajektorie pro jednu osu generující požadované zrychlení, rychlost a polohu lze chápat jako hledání optimálního řízení pro systém druhého řádu. Vstupem tohoto systému je zrychlení a výstupem rychlost a poloha. Tento systém můžeme reprezentovat následujícími vztahy.

$$\begin{aligned} Sys : \quad \dot{s}(t) &= v(t) \\ \dot{v}(t) &= a(t) \simeq u(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

, kde $u(t)$ představuje hledané optimální řízení, které převede stav systému z aktuálního do požadovaného. Tento systém může reprezentovat libovolný prvek z vektoru globálních souřadnic.

Výše zmíněný přístup vychází z rukopisu M. Schlegla [8] a byl použit v bakalářské práci A. Jágra [4] pro návrh generátorů trajektorie pro řídicí systém REX.

Hledáme tedy takové řízení pro systém 3.1, který jej převede ze stavu $x_0 = [s_0, v_0]^T$ do požadovaného stavu $x_f = [s_f, v_f]^T$ při dodržení omezení na maximální rychlost a zrychlení

$$u \in \langle -a_{MIN}, a_{MAX} \rangle \quad (3.2)$$

$$v \in \langle -v_{MIN}, v_{MAX} \rangle \quad (3.3)$$

v našem případě je maximální rychlost shodná v obou směrech a také maximální hodnota zrychlení a_{MAX} je shodná s maximální hodnotou zpomalení. Rovnice omezení budou mít tedy následující tvar:

$$|u| \leq a_{MAX} = 20 [m/s^2] \quad (3.4)$$

$$|v| \leq v_{MAX} = 2.5 [m/s] \quad (3.5)$$

Vyjádříme nyní funkci polohy a rychlosti pro omezení pouze na zrychlení.

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} u(t) t^2 \quad (3.6)$$

$$v(t) = v_0 + u(t) t \quad (3.7)$$

neboli po vyjádření t z 3.7 a dosazení do 3.6

$$s(t) = \left(s_0 - \frac{v_0^2}{2u(t)} \right) + \frac{v(t)^2}{2u(t)} \quad (3.8)$$

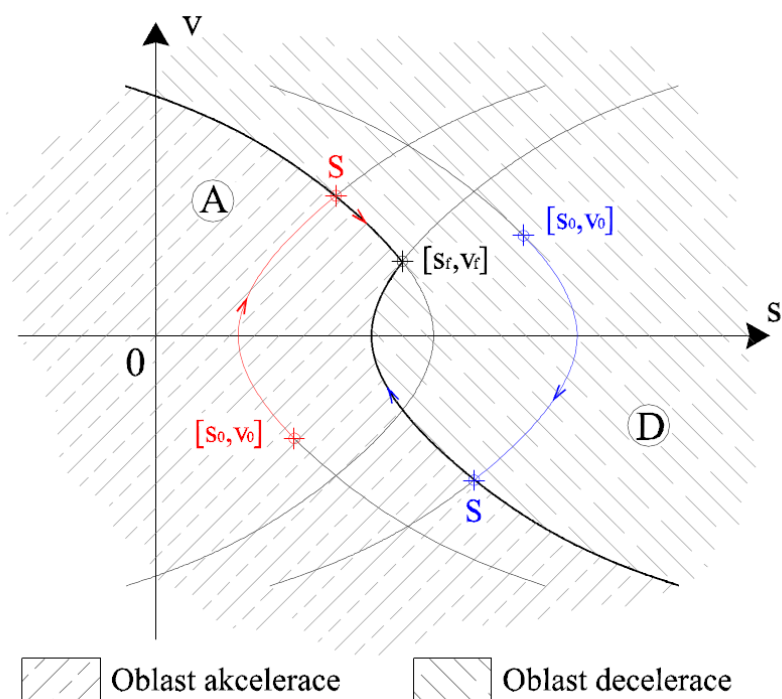
Tato rovnice nám ukazuje, že pokud stav systému nenarazí na omezení, tak se pohybuje po parabolické křivce závislé na počátečních podmínkách a aktuálním řízení.

3.1.1 Systém s omezením zrychlení

V případě omezení pouze zrychlení je interval optimálního řízení redukován na krajní hodnoty tohoto intervalu, neboli

$$u(t) = \pm a_{MAX} \quad (3.9)$$

Stavový prostor má podobu znázorněnou na obrázku 3.1 spolu s oběma možnostmi vývoje stavu závislými na počátečních podmínkách.



Obrázek 3.1: Stavový prostor s omezením zrychlení [4]

Zda bod $[s_0, v_0]$ náleží do oblasti akcelerace či decelerace je možné určit na základě následující podmínky 3.10. Pokud je pravdivá, bod náleží do oblasti akcelerace. Pokud pravdivá není, bod náleží do oblasti decelerace.

$$\left\{ (v_0 \leq v_f) \wedge \left[s_0 \leq \left(\left(s_f - \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) + \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) \right] \right\} \vee \quad (3.10)$$

$$\vee \left\{ (v_0 > v_f) \wedge \left[s_0 \leq \left(\left(s_f + \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) - \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) \right] \right\}$$

Přepínací bod S je možné vypočítat pro obě počáteční oblasti.

1. Pro oblast akcelerace A platí vztahy:

$$s = \left(s_0 - \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) + \frac{v^2(t)}{2a_{MAX}} \quad (3.11)$$

$$s = \left(s_f + \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) - \frac{v^2(t)}{2a_{MAX}} \quad (3.12)$$

$$\Rightarrow \frac{v^2(t)}{a_{MAX}} = \left(s_f + \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) - \left(s_0 - \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{a_{MAX} \left(s_f - s_0 + \frac{v_f^2 + v_0^2}{2a_{MAX}} \right)} \quad (3.14)$$

, kde $v = v_s$ představuje maximální rychlost dosaženou při pohybu z s_0 do s_f a proto je v rovnici 3.14 uvažováno pouze kladné znaménko. Pro získání polohy bodu S dosadíme v_s za $v(t)$ například do vztahu 3.12 a získáme následující vztah.

$$s_s = \frac{1}{2} \left(s_f + s_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a_{MAX}} \right) \quad (3.15)$$

Čas přepnutí řízení a čas dosažení finálního bodu je možné určit ze vztahů

$$t_s = \frac{v_s - v_0}{a_{MAX}} \quad (3.16)$$

$$t_f = t_s \frac{v_f - v_s}{a_{MAX}} \quad (3.17)$$

2. Pro oblast decelerace D platí vztahy:

$$s = \left(s_0 + \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) - \frac{v^2(t)}{2a_{MAX}} \quad (3.18)$$

$$s = \left(s_f - \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) + \frac{v^2(t)}{2a_{MAX}} \quad (3.19)$$

$$\Rightarrow \frac{v^2(t)}{a_{MAX}} = \left(s_0 + \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) - \left(s_f - \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow v = -\sqrt{a_{MAX} \left(s_0 - s_f + \frac{v_f^2 + v_0^2}{2a_{MAX}} \right)} \quad (3.21)$$

, kde $v = v_s$ představuje maximální zápornou rychlost dosaženou při pohybu z s_0 do s_f a proto je v rovnici 3.21 uvažováno pouze záporné znaménko. Pro získání polohy bodu S dosadíme v_s za $v(t)$ a získáme následující vztah.

$$s_s = \left(s_0 + \frac{v_0^2}{2a_{MAX}} \right) - \frac{v_s^2}{2a_{MAX}} \quad (3.22)$$

Čas přepnutí řízení a čas dosažení finálního bodu je možné určit ze vztahů

$$t_s = \frac{v_0 - v_s}{a_{MAX}} \quad (3.23)$$

$$t_f = t_s + \frac{v_f - v_s}{a_{MAX}} \quad (3.24)$$

Časově optimální řízení pro systém druhého řádu s uvažovaným omezením na zrychlení je dáno následujícími vztahy:

1. Pro $[s_0, v_0] \in A$:

$$u(t) = \begin{cases} a_{MAX} & , t \in \langle 0, t_s \rangle \\ -a_{MAX} & , t \in \langle t_s, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.25)$$

$$v(t) = \begin{cases} v_0 + a_{MAX}t & , t \in \langle 0, t_s \rangle \\ v_s - a_{MAX}(t - t_s) & , t \in \langle t_s, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.26)$$

$$s(t) = \begin{cases} s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_{MAX}t^2 & , t \in \langle 0, t_s \rangle \\ s_s + v_s(t - t_s) - \frac{1}{2}a_{MAX}(t - t_s)^2 & , t \in \langle t_s, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.27)$$

2. Pro $[s_0, v_0] \in D$:

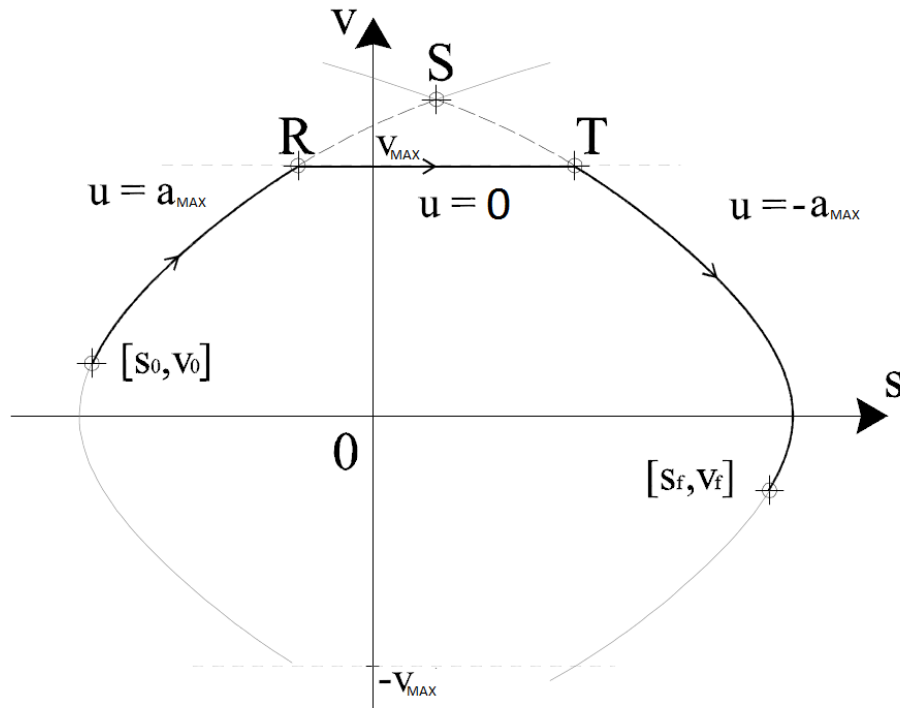
$$u(t) = \begin{cases} -a_{MAX} & , t \in \langle 0, t_s \rangle \\ a_{MAX} & , t \in \langle t_s, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.28)$$

$$v(t) = \begin{cases} v_0 - a_{MAX}t & , t \in \langle 0, t_s \rangle \\ v_s + a_{MAX}(t - t_s) & , t \in \langle t_s, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.29)$$

$$s(t) = \begin{cases} s_0 + v_0t - \frac{1}{2}a_{MAX}t^2 & , t \in \langle 0, t_s \rangle \\ s_s + v_s(t - t_s) + \frac{1}{2}a_{MAX}(t - t_s)^2 & , t \in \langle t_s, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.30)$$

3.1.2 Systém s omezením na rychlost a zrychlení

Při akceptování podmínky $|v| \leq v_{MAX}$ může nastat situace, kdy bude rychlost $v_s > v_{MAX}$. V takovém případě je nutné stanovit body R a T ve stavovém prostoru (s, v) takové, že rychlost $v_R = v_T = v_{MAX} = konst$ a řízení $u(t), t \in \langle t_R, t_T \rangle$ bude rovné nule. Příklad omezení rychlosti ve stavovém prostoru je vyobrazen na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: Realizace omezení rychlosti ve stavovém prostoru systému [4]

Pokud k této situaci dojde, možná řešení se opět dělí podle toho, zda počáteční stav $[s_0, v_0]$ náleží do oblasti akcelerace A či decelerace D (viz 3.1).

1. Pro $[s_0, v_0] \in A$

$$v_{MAX} = v_0 + a_{MAX}t_R \quad (3.31)$$

$$\Rightarrow t_R = \frac{v_{MAX} - v_0}{a_{MAX}} \quad (3.32)$$

$$s_R = s_0 + v_0t_R + \frac{1}{2}a_{MAX}t_R^2 \quad (3.33)$$

Pro bod T platí $v_T = v_{MAX}$ a tedy

$$s_T = \left(s_f + \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) - \left(\frac{v_{MAX}^2}{2a_{MAX}} \right) \quad (3.34)$$

$$t_T = t_R + \frac{s_T - s_R}{v_{MAX}} \quad (3.35)$$

Čas dosažení koncového stavu $[s_f, v_f]$ je pak definován vztahem

$$t_f = \frac{v_{MAX} - v_f}{a_{MAX}} \quad (3.36)$$

2. Pro $[s_0, v_0] \in B$:

$$-v_{MAX} = v_0 - a_{MAX}t_R \quad (3.37)$$

$$\Rightarrow t_R = \frac{v_{MAX} + v_0}{a_{MAX}} \quad (3.38)$$

$$s_R = s_0 + v_0t_R - \frac{1}{2}a_{MAX}t_R^2 \quad (3.39)$$

Pro bod T platí $v_T = v_{MAX}$ a tedy :

$$s_T = \left(s_f - \frac{v_f^2}{2a_{MAX}} \right) + \left(\frac{(-v_{MAX})^2}{2a_{MAX}} \right) \quad (3.40)$$

$$t_T = t_R + \frac{s_R - s_T}{v_{MAX}} \quad (3.41)$$

Čas dosažení koncového stavu $[s_f, v_f]$ je pak definován vztahem

$$t_f = t_T + \frac{v_{MAX} + v_f}{a_{MAX}} \quad (3.42)$$

Časově optimální řízení systému druhého řádu při uvažování omezení rychlosti a zrychlení je definováno následovně:

- Pro $|v_s| \leq v_{MAX}$ je řízení stejné jako v případě kdy nebylo uvažováno omezení rychlosti.
- Pro $|v_s| > v_{MAX}$ je řízení rozšířeno o stav v čase $t \in \langle t_R, t_T \rangle$ a opět se dělí podle počátečního stavu $x_0 = [s_0, v_0]$.

1. Pro $[s_0, v_0] \in A$:

$$u(t) = \begin{cases} a_{MAX} & , t \in \langle 0, t_R \rangle \\ 0 & , t \in \langle t_R, t_T \rangle \\ -a_{MAX} & , t \in \langle t_T, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.43)$$

$$v(t) = \begin{cases} v_0 + a_{MAX}t & , t \in \langle 0, t_R \rangle \\ v_{MAX} & , t \in \langle t_R, t_T \rangle \\ v_{MAX} - a_{MAX}(t - t_T) & , t \in \langle t_T, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.44)$$

$$s(t) = \begin{cases} s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_{MAX}t^2 & , t \in \langle 0, t_R \rangle \\ s_R + v_{MAX}(t - t_R) & , t \in \langle t_R, t_T \rangle \\ s_T + v_{MAX}(t - t_T) - \frac{1}{2}a_{MAX}(t - t_T)^2 & , t \in \langle t_T, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.45)$$

2. Pro $[s_0, v_0] \in D$:

$$u(t) = \begin{cases} -a_{MAX} & , t \in \langle 0, t_R \rangle \\ 0 & , t \in \langle t_R, t_T \rangle \\ a_{MAX} & , t \in \langle t_T, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.46)$$

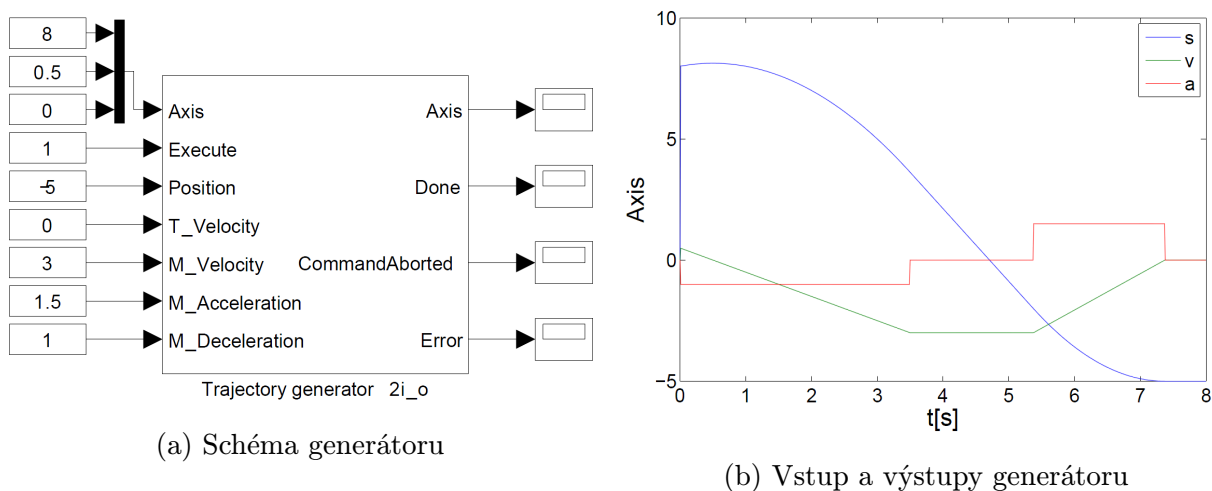
$$v(t) = \begin{cases} v_0 - a_{MAX}t & , t \in \langle 0, t_R \rangle \\ -v_{MAX} & , t \in \langle t_R, t_T \rangle \\ -v_{MAX} + a_{MAX}(t - t_T) & , t \in \langle t_T, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.47)$$

$$s(t) = \begin{cases} s_0 + v_0t - \frac{1}{2}a_{MAX}t^2 & , t \in \langle 0, t_R \rangle \\ s_R - v_{MAX}(t - t_R) & , t \in \langle t_R, t_T \rangle \\ s_T - v_{MAX}(t - t_T) + \frac{1}{2}a_{MAX}(t - t_T)^2 & , t \in \langle t_T, t_f \rangle \end{cases} \quad (3.48)$$

3.1.3 Realizace generátoru trajektorie

Jak již bylo zmíněno, výše odvozené vztahy pro návrh časově optimální trajektorie pro systém složený ze dvou integrátorů byly použity k tvorbě bloků pro knihovny řídicího systému REX. Z tohoto důvodu bude pro generování trajektorie využito právě bloků řídicího systému REX.

Jednoduchý příklad generování trajektorie s ohledem na omezení rychlosti a zrychlení je na obrázku 3.3.



Obrázek 3.3: Příklad jednoduchého generátoru trajektorie pomocí bloku řídicího systému REX [4]

3.2 Popis kinematiky manipulátoru

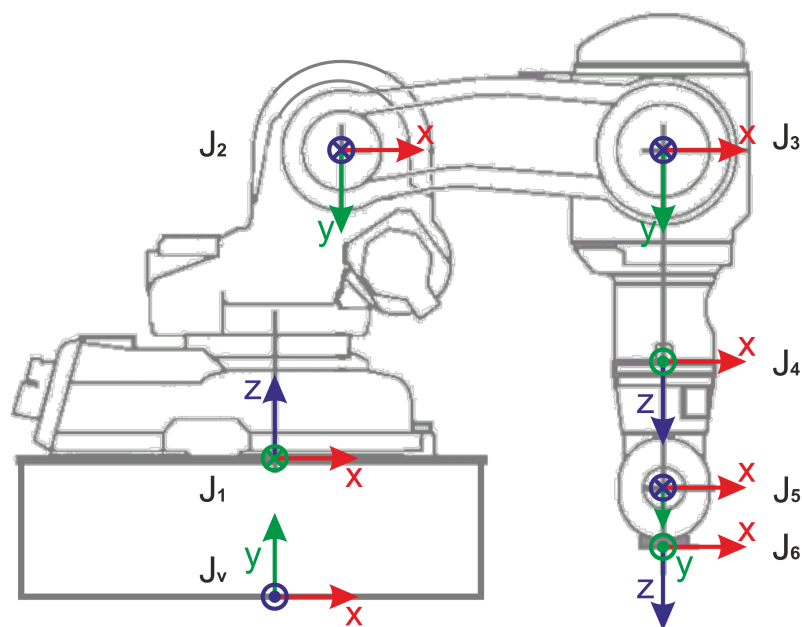
Pro popis kinematiky manipulátoru bylo využito Denavit-Hartenbergovy úmluvy. Schéma manipulátoru je znázorněno na obrázku 3.4. Tabulka transformačních parametrů je následující:

$Joint_i$	d_i	θ_i	a_i	α_i
J_v	d	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
J_1	L_{1z}	θ_1	L_{1x}	$-\frac{\pi}{2}$
J_2	0	θ_2	L_2	0
J_3	0	θ_3	0	0
J_4	L_4	θ_4	0	$\frac{\pi}{2}$
J_5	0	θ_5	0	$-\frac{\pi}{2}$
J_6	L_6	θ_6	0	0

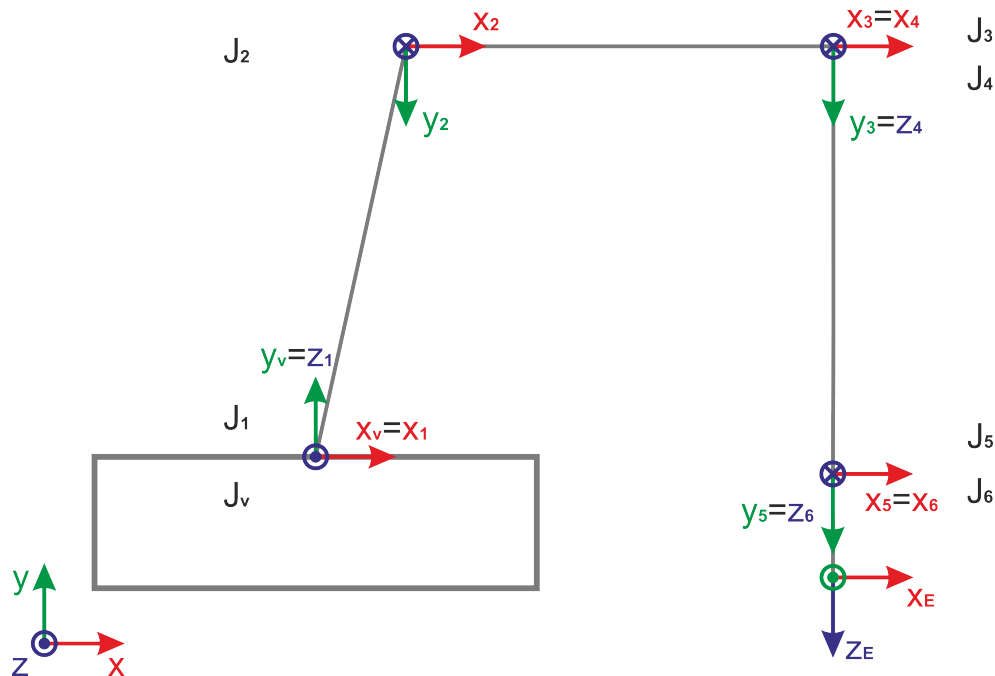
, kde O představuje konkrétní souřadný systém, parametr L délku příslušného ramene manipulátoru, d posun vozíku manipulátoru a parametry θ natočení kloubů manipulátoru.

Z tabulky parametrů vidíme, že umístění počátků souřadných systémů neodpovídá poloze reálných kloubů, jak znázorňuje obrázek 3.4, nýbrž, že se některé překrývají, jak je

vidět na schématickém znázornění na obrázku 3.5.



Obrázek 3.4: Orientace kloubových systémů souřadnic podle D-H úmluvy. (Nikoli poloha.)



Obrázek 3.5: Schématické znázornění manipulátoru, orientace a polohy souřadných systémů podle D-H úmluvy.

Na základě znalosti převodních parametrů můžeme sestavit transformační matici T_i^{i-1} , která vyjadřuje prostorové závislosti mezi jednotlivými kloubovými systémy souřadnic.

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{i-1}) & -\cos(\alpha_{i-1}) \cdot \sin(\theta_{i-1}) & \sin(\alpha_{i-1}) \cdot \sin(\theta_{i-1}) & a \cdot \cos(\theta_{i-1}) \\ \sin(\theta_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) \cdot \cos(\theta_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) \cdot \cos(\theta_{i-1}) & a \cdot \sin(\theta_{i-1}) \\ 0 & \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

3.3 Přímá geometrická úloha

Přímá geometrická úloha neboli DGM (z anglického direct geometric model solution) je úloha, která má za úkol vypočítat polohu a natočení koncového efektoru při znalosti natočení kloubů manipulátoru a rozměrů jednotlivých ramen. Formálně zapsána má tvar

$$DGM : \quad X = F(Q_d) \quad (3.50)$$

a platí, že

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$Q_d = \begin{bmatrix} d \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

, kde d je parametr posunu celého manipulátoru po pojezdu.

Pro výpočet vztahu polohy a orientace efektoru vůči globálnímu systému souřadnic jsou použity transformační matice T_i^{i-1} (viz 3.49). S jejich znalostí jsme schopni spočítat transformační matice T_i^0 vztažené ke globálním souřadnicím.

Pro tento výpočet využijme vztah:

$$T_{i+2}^i = T_{i+1}^i \cdot T_{i+2}^{i+1} \quad (3.53)$$

Tímto způsobem jsme schopni získat transformační matici libovolného kloubu či efektoru vůči globálním souřadnicím. Analyticky vyjádřené matice jsou však nepřehledné a jejich zápis by se ani nevešel na stránku (analyticky vyjádřená transformační matice T_E^0 je pro představu přiložena v příloze číslo 3. Uveďme tedy pro ilustraci alespoň vyčíslenou transformační matici pro koncový efektor v domovské poloze:

$$T_E^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 430 \\ 0 & 0 & -1 & -93 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Přímá geometrická úloha v praxi často nahrazuje měření polohy koncového efektoru a to i přesto, že je zatížena jak chybou měření natočení kloubů, tak i výpočetními nepřesnostmi.

3.4 Inverzní geometrická úloha

Inverzní geometrická úloha neboli IGM (z anglického inverse geometric model solution) je úloha, jejíž cílem je vypočtení nastavení natočení jednotlivých kloubů manipulátoru tak, aby se koncový efektor nacházel v požadované poloze. Formálně ji pak lze zapsat vztahem.

$$IGM : \quad Q = F^{-1}(X) \quad (3.55)$$

, kde

$$Q = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

V toto případě nemůže být parametr d součástí hledaného řešení neboť by znemožňoval jednoznačné řešení úlohy. Pro inverzní úlohy bude proto parametr d považován za známý.

IGM je obecně netriviální úloha, k jejímuž řešení využijeme v našem případě dekompozice manipulátoru na tři části. Jsou to pojezd manipulátoru, sériový planární manipulátor a sférické zápěstí. Jak již bylo řečeno výše, parametry pojezdu manipulátoru budou považovány za známé. Pokud by tomu tak ve skutečnosti nebylo, můžeme vypočítat například jeho minimální a maximální polohu z informace o poloze efektoru a velikosti pracovního prostoru manipulátoru.

Při řešení úlohy postupujeme následovně:

- 1) Nejprve využijeme skutečnosti, že bez ohledu na natočení kloubů sférického zápěstí, je poloha O_4^0 kloubu J_4 jednoznačně určena požadovanou polohou a natočením T_6^0 koncového efektoru v prostoru.

$$O_4^0 = O_6^0 - T_6^0(1 : 3, 3) \cdot L_4 \quad (3.57)$$

, kde $T_6^0(1 : 3, 3)$ určuje směr osy z efektoru a tím i směr ramene L_4 .

- 2) Z polohy O_4^0 kloubu J_4 můžeme vypočítat natočení kloubu J_1 planárního manipulátoru. Z tohoto výpočtu dostáváme dvě možná řešení natočení θ_1 .

$$\theta_1 = \text{atan2}(O_4^0(3), O_4^0(1)) = \begin{cases} \text{atan2}\left(\frac{O_4^0(3)}{O_4^0(1)}\right) \\ \text{atan2}\left(\frac{O_4^0(3)}{O_4^0(1)}\right) + \pi \end{cases} \quad (3.58)$$

3) Ze znalosti θ_1 vypočteme T_1^1 .

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & L_{1x} \cdot \cos(\theta_1) \\ 0 & -1 & 0 & L_{1z} \\ -\sin(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & d - L_{1x} \cdot \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

, kde L_{1x} a L_{1z} jsou geometrické parametry manipulátoru (přepočtení délky prvního ramene manipulátoru do os x a z).

4) Využijeme skutečnosti, že poloha kloubů J_3 a J_4 se shoduje (nikoli však natočení jejich souřadných systémů) a vypočteme O_4^1 .

$$\begin{bmatrix} O_4^1 \\ 1 \end{bmatrix} = (T_1^0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} O_4^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

5) Z O_4^1 můžeme vypočítat θ_3 a následně θ_2 . To nám umožní spočítat T_3^0 .

$$\theta_3 = \text{atan2}(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3)) \quad (3.61)$$

$$\sin(\theta_3) = \frac{-(O_4^1(1))^2 - (O_4^1(2))^2 + L_2^2 + L_3^2}{2 \cdot L_2 L_3} \quad (3.62)$$

$$\cos(\theta_3) = \pm \sqrt{1 - \sin(\theta_3)^2} \quad (3.63)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(\sin(\theta_2), \cos(\theta_2)) \quad (3.64)$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{-(L_3 \sin(\theta_3) O_4^1(2) - L_2 O_4^1(2) + O_4^1(1) L_3 \cos(\theta_3))}{L_3^2 \cos(\theta_3)^2 + L_3^2 \sin(\theta_3)^2 - 2 L_3 \sin(\theta_3) L_2 + L_2^2} \quad (3.65)$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{-L_3 \sin(\theta_3) O_4^1(1) + L_3 \cos(\theta_3) O_4^1(2) + L_2 O_4^1(1)}{L_3^2 \cos(\theta_3)^2 + L_3^2 \sin(\theta_3)^2 - 2 L_3 \sin(\theta_3) L_2 + L_2^2} \quad (3.66)$$

$$T_3^0 = T_1^0 \cdot T_2^1 \cdot T_3^2 \quad (3.67)$$

, kde L_2 a L_3 jsou délky druhého a třetího ramene manipulátoru a T_2^1 a T_3^2 získáme opět dosazením nově známých úhlů do transformačních matic.

- 6) Pro určení nastavení sférického zápěstí využijeme transformační matice T_6^3 , jež vypočteme z T_3^0 a T_6^0 . Využijeme rovnosti $R_6^3 = T_6^3[1:3, 1:3]$, kde R_6^3 je matice rotace získaná z požadovaného natočení koncového efektoru.

$$T_6^3 = (T_3^0)^{-1} \cdot T_6^0 \quad (3.68)$$

$$R_6^3 = T_6^3(1:3, 1:3) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$$\theta_5 = \text{atan2}(\sin(\theta_5), \cos(\theta_5)) \quad (3.70)$$

$$\sin(\theta_5) = \pm \sqrt{R_6^3(1,3)^2 + R_6^3(2,3)^2} \quad (3.71)$$

$$\cos(\theta_5) = R_6^3(3,3) \quad (3.72)$$

$$\theta_4 = \text{atan2}(\sin(\theta_4), \cos(\theta_4)) \quad (3.73)$$

$$\sin(\theta_4) = -\frac{R_6^3(1,3)}{\sin(\theta_5)} \quad (3.74)$$

$$\cos(\theta_4) = -\frac{R_6^3(2,3)}{\sin(\theta_5)} \quad (3.75)$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(\sin(\theta_6), \cos(\theta_6)) \quad (3.76)$$

$$\sin(\theta_6) = -\frac{R_6^3(3,2)}{\sin(\theta_5)} \quad (3.77)$$

$$\cos(\theta_6) = \frac{R_6^3(3,1)}{\sin(\theta_5)} \quad (3.78)$$

Z výše uvedených výpočtů plyne, že získané Q má celkem 8 různých řešení.

3.5 Přímá okamžitá kinematická úloha

Ze známé polohy a rychlosti změny polohy každého kloubu, jsme schopni pomocí přímé okamžité kinematické úlohy (POKÚ) dopočítat rychlosti a zrychlení koncového efektoru.

$$\text{POKÚ : } \dot{X} = G(Q_d, \dot{Q}_d) \quad (3.79)$$

, kde X představuje polohu efektoru manipulátoru v prostoru zobecněných souřadnic a Q_d polohu manipulátoru v prostoru kloubových souřadnic (natočení kloubů a polohu pojezdu).

V našem případě platí:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$Q_d = \begin{bmatrix} d \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

, kde x, y, z jsou zobecněné souřadnice efektoru a Eulerovy úhly α, β a γ určují natočení efektoru.

Závislost rychlostí koncového efektoru na poloze a rychlosti kloubů manipulátoru je

$$\dot{X} = \left. \frac{\partial F(Q_d)}{\partial Q_d} \right|_{Q_d=Q_{d0}} \cdot \dot{Q}_d = J_d A(Q_{d0}) \cdot \dot{Q}_d \quad (3.82)$$

, kde $J_{dA}(Q_{d0})$ se nazývá analytický Jakobián v bodě Q_{d0} . Analytický jakobián $J_{dA}(Q_d)$ lze získat formálním derivováním funkce $F(Q_d)$ podle času. V případě sériového manipulátoru je možné jej vždy jednoznačně nalézt, i když obsahuje singularitu v převodu matice rotace na Eulerovy úhly.

Pokud bychom nyní chtěli vyjádřit závislost zrychlení, stačí tento výraz derivovat podle času. Předpokládáme, že kloubové souřadnice jsou funkcí času. Potom platí, že $\theta_i = \theta_i(t)$ a dostáváme vtaž:

$$\ddot{X} = \dot{J}_{dA}(Q_{d0}, \dot{Q}_{d0}) \cdot \dot{Q}_{d0} + J_{dA}(Q_{d0}) \cdot \ddot{Q}_d \quad (3.83)$$

3.6 Inverzní okamžitá kinematická úloha

Inverzní okamžitá kinematická úloha (IOKÚ) se zabývá výpočtem rychlosti a zrychlení jednotlivých kloubů na základě požadované rychlosti a zrychlení koncového efektoru. Její řešení je podobně jako u geometrické úlohy odvozeno z Přímé okamžité kinematické úlohy.

$$\text{IOKÚ :} \quad \dot{Q}_d = \left. \frac{\partial F^{-1}(X)}{\partial X} \right|_{X=X_0} \cdot \dot{X} = J_{dA}^{-1}(X_0) \cdot \dot{X} \quad (3.84)$$

,kde $J_{dA}(X_0)$ je analytickým Jakobiánem o rozměru (6×7) a

$$\dot{Q}_d = \begin{bmatrix} \dot{d} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Redundantní parametr d způsobuje, že Jakobián $J_{dA}(X_0)$ má sedmý rozměr a tudíž vztah 3.84 není možné vypočítat přímo. Připomeňme, že parametr posunu d je známý a hledaným vektorem je vektor

$$\dot{Q} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

, který je možné vypočítat z rovnice 3.84 po úpravě na výraz

$$\dot{Q} = J_A^{-1}(X_0) \cdot (\dot{X} - J_d(X_0) \cdot \dot{d}) \quad (3.87)$$

, kde $J_A(X_0)$ představuje část Jakobiánu vztaženou k vektoru \dot{Q} o rozměrech (6×6) a $J_d(X_0)$ představuje zbylý vektor (6×1) vztažený k \dot{d} .

Vztah pro zrychlení získáme obdobně jako u přímé kinematické úlohy a to časovou derivací vztahu 3.84. V tomto případě však považujeme za časově závislé polohy a natočení koncového efektoru neboli $X = X(t)$.

$$\ddot{Q}_d = \frac{d}{dt} \left(J_{dA}^{-1}(X_0, \dot{X}_0) \right) \cdot \dot{X} + J_{dA}^{-1}(X_0) \cdot \ddot{X} = J_{dA}^{-1}(X_0) \cdot \left(\ddot{X} - \dot{J}_{dA}(X_0, \dot{X}_0) \cdot \dot{Q}_d \right) \quad (3.88)$$

Tento výraz je opět nutné upravit, aby bylo možné vypočítat hledaný vektor \ddot{Q} .

$$\ddot{Q} = J_A^{-1}(X_0) \cdot \left(\ddot{X} - J_{dA}(X_0, \dot{X}_0) \cdot \dot{Q}_d - J_d(X_0) \cdot \ddot{d} \right) \quad (3.89)$$

, kde

$$\ddot{Q} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \\ \ddot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

3.7 Shrnutí předchozích úloh

Shrňme nyní využití jednotlivých úloh pro převod mezi prostorem zobecněných souřadnic a prostorem kloubových souřadnic.

$$\text{DGM:} \quad X = F(Q_d) \quad (3.91)$$

$$\text{IGM:} \quad Q = F^{-1}(X) \quad (3.92)$$

$$\text{POKÚ:} \quad \dot{X} = J_d A(Q_{d0}) \cdot \dot{Q}_d \quad (3.93)$$

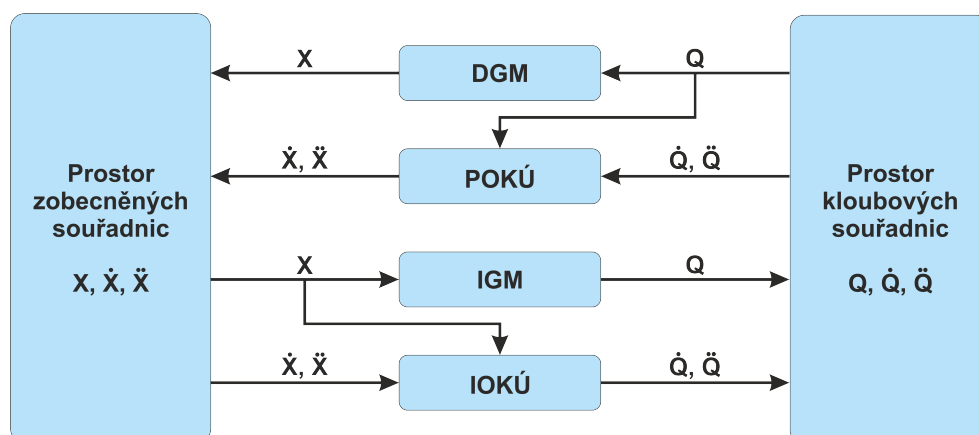
$$\ddot{X} = \dot{J}_{dA}(Q_{d0}, \dot{Q}_{d0}) \cdot \dot{Q}_{d0} + J_{dA}(Q_{d0}) \cdot \ddot{Q}_d \quad (3.94)$$

$$\text{IOKÚ:} \quad \dot{Q} = J_A^{-1}(X_0) \cdot \left(\dot{X} - J_d(X_0) \cdot \dot{d} \right) \quad (3.95)$$

$$\ddot{Q} = J_A^{-1}(X_0) \cdot \left(\ddot{X} - J_{dA}(X_0, \dot{X}_0) \cdot \dot{Q}_d - J_d(X_0) \cdot \ddot{d} \right) \quad (3.96)$$

Připomeňme, že převod z prostoru kloubových souřadnic je sám o sobě jednoznačný, zahrnuje ale i výpočet Eulerových úhlů z matice rotace, což je postup obsahující singularitu. Oproti tomu převod z prostoru zobecněných souřadnic do prostoru kloubových souřadnic je vždy nejednoznačný. Má konečný počet řešení pouze v případě, že považujeme parametr posunu pojezdu d za známý a i v tomto případě získáme osm různých řešení. Grafické znázornění vztahů mezi geometrickými a kinematickými úlohami a prostory souřadnic je zobrazena na obrázku 3.6.

Všechny tyto úlohy využívají informace o geometrii manipulátoru ξ a jsou tak vlastně funkcí ξ . Vzhledem k tomu, že se pro daný model manipulátoru jedná o konstantní hodnoty, nebyla tato závislost formálně zapisována do předpisů funkcí.



Obrázek 3.6: Schéma využití úloh pro převod z prostoru zobecněných souřadnic do prostoru kloubových souřadnic a naopak.

3.8 Výpočet Jakobiánu

Ve shrnutí výše si můžeme všimnout, že pro výpočet POKÚ i IOKÚ je použit Jakobián v následujících tvarech J , J^{-1} , \dot{J} . Připomeňme nejprve vztah pro výpočet Jakobiánu J .

$$J(Q_0) = \left. \frac{\partial F(Q)}{\partial Q} \right|_{Q=Q_0} \quad (3.97)$$

Tento vztah lze rozdělit pro souřadnice polohy a natočení a zjednodušit tak jinak náročné výpočty.

$$J(O_0) = \left. \frac{\partial F(O)}{\partial O} \right|_{O=O_0=[X_0, Y_0, Z_0]^T} \quad (3.98)$$

$$J(\phi_0) = \left. \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0=[\alpha_0, \beta_0, \gamma_0]^T} \quad (3.99)$$

I tak je analytický výpočet parciální derivace rozsáhlé funkce F netriviální a může zabrat mnoho výpočetního času. Aby se tomu předešlo, je možné obejít výpočet $J(\phi_0)$ pomocí výpočtu Jakobiánu z úhlových rychlostí ω .

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

Složky úhlové rychlosti můžeme získat z antisymetrické matice $S(\omega)$ dané vztahem

$$\dot{R} \cdot R^T = S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_Z & \omega_Y \\ \omega_Z & 0 & -\omega_X \\ -\omega_Y & \omega_X & 0 \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

Vztah mezi úhlovou rychlostí ω a $\dot{\phi}$ jsou dány rovnicemi

$$\omega = H(\phi) \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

$$H(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\cos(\beta) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Vzhledem k tomu, že platí $\omega = \omega(\phi, \dot{\phi})$, můžeme získat Jakobián J_ω vytknutím vektoru $\dot{\phi}$.

$$\omega(\phi, \dot{\phi}) = J_\omega \cdot \dot{\phi} \quad (3.104)$$

Výsledný vztah pro výpočet $\dot{\phi}$ je tedy

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = H(\phi) \cdot J_\omega \quad (3.105)$$

4. Analýza stávajícího pohybu manipulátoru

4.1 Popis pohybu v programovacím jazyce RAPID

Analýza pohybu manipulátoru vychází z části jeho řídicího kódu psaného v programovacím jazyce RAPID. Tento jazyk byl vyvinut společností ABB Group v roce 1994. Jedná se o vyšší programovací jazyk určený ke snadné definici základních akcí a pohybů v robotice.

Vzhledem k důvěrnosti poskytnutého zdrojového kódu zde budou ukázány pouze příklady užití jazyka RAPID. Pro popis pohybu v jazyce RAPID je možné využít následujících příkazů:

- Definice bodu v prostoru pomocí tohoto programovacího jazyka zahrnuje popis polohy bodu v prostoru, jeho natočení a specifikaci konkrétního řešení inverzní kinematické úlohy.

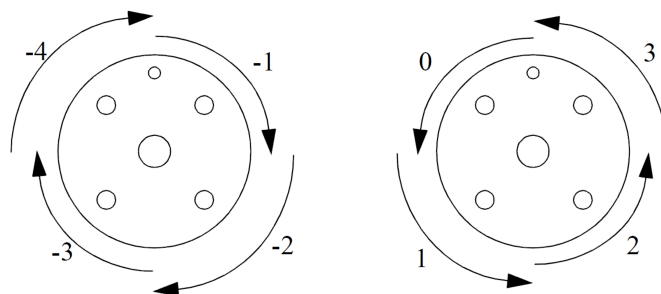
$$\text{robtarget} [\text{Trans}, \text{Rot}, \text{Robconf}, \text{Extax}] \quad (4.1)$$

, kde $\text{trans} : [x, y, z]$ jsou souřadnice definující umístění cílového bodu, $\text{rot} : [q_1, q_2, q_3, q_4]$ je quaternion definující natočení koncového efektoru, $\text{robconf} : [sf_1, sf_4, sf_6, sf_x]$ určuje kvadranty natočení kloubů pro které existují dvě možná řešení. Parametry se určují podle úmluvy znázorněné na obrázku 4.1. Posledním parametrem je vektor $\text{extax} : [eax_a, eax_b, eax_c, eax_d, eax_e, eax_f]$, který může definovat polohu až šesti externích os. Pokud není externí osa použita, parametry mají hodnotu $9E9$. Uveďme ještě, že v našem případě nebyla externí osa definována touto cestou neboť její řízení bylo realizováno z jiného zdroje.

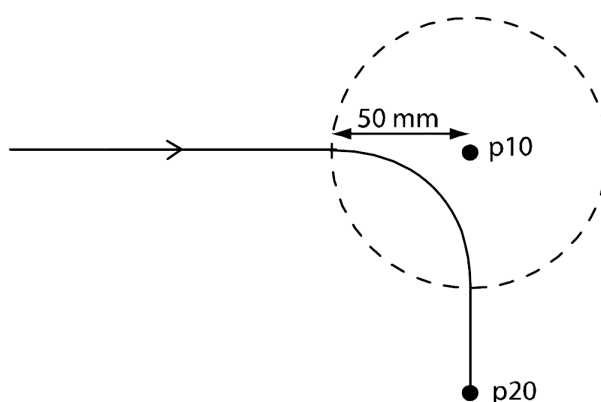
- Pro lineární pohyb efektoru ve smyslu globálních souřadnic je určen příkaz

$$\text{MoveL} [\text{ToPoint}, \text{Speed}, \text{Zone}, \text{Tool}] \quad (4.2)$$

ToPoint je objekt třídy *robtarget* definující koncový bod pohybu (počáteční bod je definován aktuální polohou v době vykonávání příkazu), *Speed* definuje absolutní rychlost pohybu, která se zapisuje ve formátu *vRychlost* a udává se v *mm/s*. Například *v100* určuje pohyb rychlostí 100 *mm/s*. Mezi povolené hodnoty také patří předdefinovaná hodnota *vmax* určující maximální rychlost manipulátoru.



Obrázek 4.1: Úmluva pro číslování kvadrantů natočení kloubů manipulátoru [7]



Obrázek 4.2: Příklad využití parametru *Zone* [7]

Dalším parametrem je *Zone* definující maximální zakřivení trajektorie v okolí daného bodu. Syntaxe zápisu tohoto parametru je *zPolomer* a udává se v *mm*. Mezi povolené hodnoty zde patří i příkaz *fine* pro nulovou toleranci odchylky od trajektorie. Grafické znázornění této funkce je na obrázku 4.2.

Posledním parametrem je *Tool* definující aktuálně používaný nástroj.

Příkaz *MoveL* může mít např. následující realizaci:

$$\text{MoveL} [p10, v1000, z50, tool0] \quad (4.3)$$

- Dalším příkazem pro přesun mezi dvěma polohami je *MoveJ*, který rychle přesune efektor po obecně nelineární trajektorii. Tento pohyb je určen pro rychlé přiblížení k oblasti následující pracovní činnosti. Tento příkaz používá stejné parametry jako příkaz *MoveL*, tedy

$$\text{MoveJ} [ToPoint, Speed, Zone, Tool] \quad (4.4)$$

- Pro nastavení manipulátoru do požadované polohy pomocí nastavení kloubových souřadnic je definován příkaz

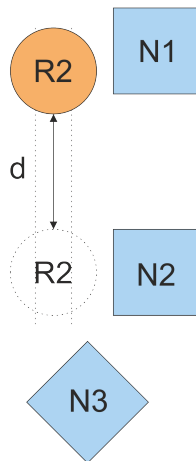
$$\text{MoveAbsJ} [\text{Joints}, \text{Speed}, \text{Zone}, \text{Tool}] \quad (4.5)$$

, kde *Joints* je objekt třídy *jointtarget* : $[[J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6], \text{Extax}]$ definující natočení jednotlivých kloubů manipulátoru.

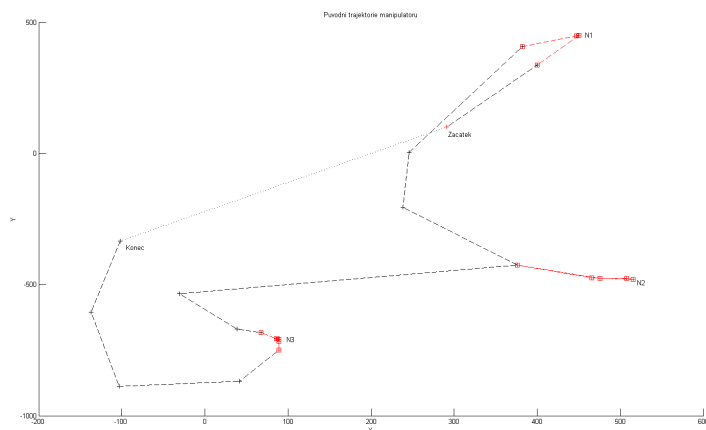
Pro popis pohybu v jazyce RAPID existuje více příkazů, například pro pohyb po kružnici apod. Stávající pohyb manipulátoru je však popsán pouze výše uvedenými příkazy a jejich kombinací s různými logickými konstrukcemi zajišťujícími čekání na dokončení jednotlivých operací či kontrolu narušení pracovního prostoru manipulátoru.

4.2 Vizualizace stávající trajektorie

Vzhledem k dekompozici současného řízení na řízení pohybu pojezdu a vlastní řízení manipulátoru na něm je pracovní prostor z pohledu řízení manipulátoru deformován. Tato deformace se projevuje posunutím souřadnic bodů o pohyb pojezdu manipulátoru. V našem případě se deformace projevuje posunutím bodů z okolí nýtovací stanice *N2* a *N3* k bodům v okolí nýtovací stanice *N1* o vzdálenost pojezdu *d*. Porovnání reálného a deformovaného pracovního prostoru je zobrazeno na obrázku 4.3. Celá trajektorie koncového efektoru v deformovaném pracovním prostoru manipulátoru je pak zobrazena na obrázku 4.6.



(a) Reálný pracovní prostor



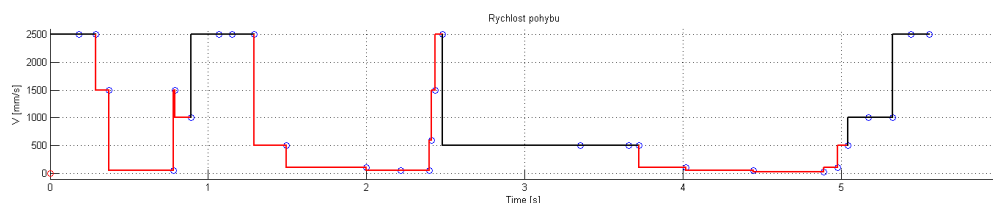
(b) Deformovaný pracovní prostor

Obrázek 4.3: Porovnání reálného a deformovaného pracovního prostoru manipulátoru

Červeně označené části na obrázku 4.3b byly vyhodnoceny jako funkční části trajektorie. Všechny polohy bodů, typy trajektorie a rychlosti přesunu mezi body v těchto oblastech budou zachovány. Černě určené části trajektorie byly stanoveny na základě prostorových omezení a návratů manipulátoru do jeho domovské polohy při přesunech mezi nýtovacími stanicemi a nebudou uvažovány pro návrh optimální trajektorie.

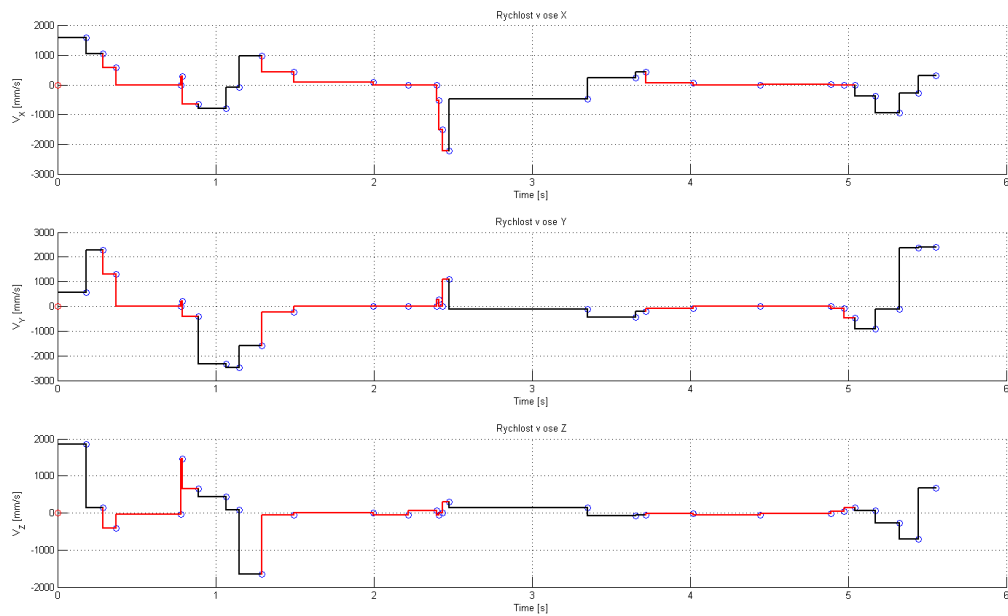
Uvedme ještě, že body znázorněné na obrázku 4.3b jsou body vztažené k místu připevnění manipulačního nástroje. Po definování tohoto nástroje v řídicím programu jsou tyto body automaticky přepočteny na polohu a natočení koncového efektoru. Tato transformace nijak neovlivní budoucí optimalizaci a z tohoto důvodu nebude uvažován žádný manipulační nástroj na konci ramene manipulátoru. Další výhodou zanedbání koncového nástroje je shoda optimalizací získaných údajů s údaji nutnými při zadávání trajektorie do řídicího systému manipulátoru. Jedinou nevýhodou je tak vizuální rozpor znázorňovaných poloh a natočení koncového efektoru a reálného manipulačního nástroje.

Na obrázku 4.3b byly všechny pohyby efektoru aproximovány lineárním pohybem. K této aproximaci bylo přistoupeno na základě faktu, že při využití příkazů *MoveJ* není pohyb koncového efektoru jednoznačně definován. Po této aproximaci můžeme vypočítat ze zadané rychlosti orientační doby trvání jednotlivých přesunů mezi body. Vzhledem k použití neznámého generátoru trajektorie jsou tyto doby vypočteny pro skokové změny rychlostí, což není na reálném zařízení dosažitelné. Vývoj zadané velikosti absolutní rychlosti a vypočtené vývoje rychlostí v jednotlivých osách kartézského souřadného systému jsou znázorněny na obrázcích 4.5 a 4.4.

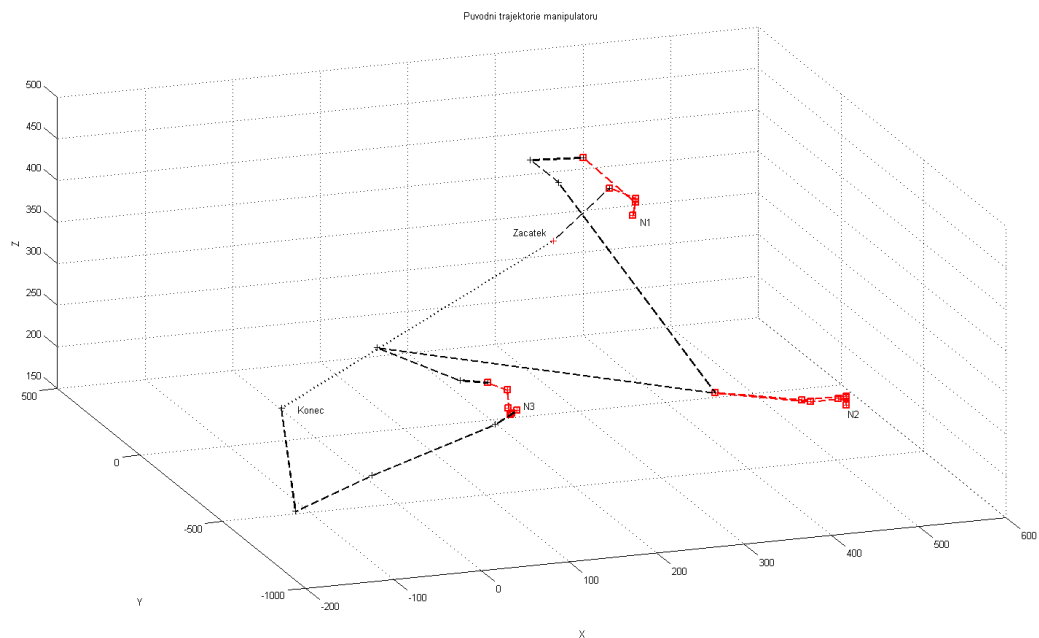


Obrázek 4.4: Zadaná absolutní rychlost pohybu.

Pro budoucí optimalizaci jsou nepodstatné časy, kdy manipulátor čeká na vykonání externích úkonů. Z tohoto důvodu byly tyto prostoje zanedbány již při analýze stávajícího pohybu manipulátoru. Vynechání prostojů má za následek redukcí doby jednoho cyklu na čas, který zabere pouze pohyb manipulátoru. V případě stávajícího pohybu byl tento čas vyčíslen na 5.557 sekund pro pohyb se skokovými změnami rychlostí. K tomuto času je však ještě nutné přičíst čas přesunu pojezdu tam a zpět, neboť při současné realizaci manipulátor setrvává nehybně v domovské poloze dokud pojezd nezastaví. Výsledný čas jednoho pohybového cyklu se skokovými změnami rychlostí je tedy 9.557 sekundy. Uvedme ještě, že dopočtem z dob trvání externích úkonů a doby celého cyklu je možné dopočítat, že skutečný čas jednoho pohybového cyklu je 14.7 sekundy včetně přejezdů manipulátoru (10.7 bez pohybu manipulátoru).



Obrázek 4.5: Vypočtené rychlosti v osách X , Y , Z .



Obrázek 4.6: Aproximovaná trajektorie koncového efektoru v deformovaném pracovním prostoru manipulátoru.

5. Návrh optimální trajektorie

5.1 Návrh trajektorie manipulátoru

Pro návrh trajektorie koncového efektoru manipulátoru je využit generátor odvozený v kapitole 3.1.

Generátor trajektorie manipulátoru považuje parametr pojezdu d za známý a generátor trajektorie pojezdu předpokládá za známé doby trvání jednotlivých pohybů manipulátoru. Z této smyčky je možné uniknout definováním poloh pojezdu pro časové okamžiky v nichž se koncový efektor nachází přesně v požadovaných polohách. Tím získáme veškeré nutné informace pro generování trajektorie manipulátoru a z vygenerované trajektorie je možné určit doby trvání jednotlivých pohybů nutné pro generování trajektorie pojezdu.

Jak již bylo na závěr kapitoly 3.1 řečeno, realizace generátoru trajektorie je provedena pomocí bloků řídicího systému REX, včetně skládání pohybů v prostoru. Úloha kombinování prostorových pohybů je poměrně komplexním problémem, který je možné řešit více způsoby. Podle použitého nastavení bloků generátoru pohybu se liší vlastnosti generované trajektorie a to především vývoj rychlosti a celkového trvání trajektorie. Při generování trajektorie byl kladen důraz na návaznost rychlostí pohybů a nulovou rychlost mezi pohyby, kde reálný manipulátor čeká na vykonání externích úkonů.

Pro jednodušší správu informačních toků bylo využito prostředí Simulink. Schéma generátoru trajektorie v příloze číslo 2.

5.2 Návrh trajektorie pojezdu

Navržení řízení pojezdu je prvním krokem k získání optimalizovaného pohybu. V současné realizaci pracuje robot v okolí nýtovací stanice $N1$, poté se vrátí do domovské polohy a vyčká, až ho pojezd přesune k nýtovacím stanicím $N2$ a $N3$.

Separace pohybů manipulátoru a pojezdu ovšem není nutná. Cílem návrhu nového řízení pojezdu je maximalizovat využití pojezdu během pohybu manipulátoru a tím výrazně zkrátit dobu prostoje manipulátoru během přesunů.

Po získání hodnot posunu pojezdu d je navíc možné jednoznačně spočítat inverzní kinematickou úlohu celé soustavy.

Definujme nyní požadovaný pohyb pojezdu manipulátoru mezi funkčními oblastmi:

1. Pojezd bude vždy v nejbližší možné vzdálenosti k jeho poloze následující.
2. Následující poloha pojezdu je taková, při níž se následující pracovní bod nachází v pracovním prostoru manipulátoru a přitom je nejbližší současné poloze pojezdu.
3. Pojezd se bude pohybovat maximální rychlostí v případě, že se koncový efektor nenachází ve funkční části trajektorie (viz obr. 4.6).
4. V případě, že se koncový efektor nachází ve funkční části trajektorie, je rychlost pohybu pojezdu dána rychlostí nutnou k dosažení své následující polohy v čase menším nebo shodném s dobou trvání pohybu koncového efektoru.
5. Maximální rychlost pojezdu s efektem mimo funkční oblast je omezena na $V_{D_{MAX}}$. Maximální rychlost pojezdu s efektem nacházejícím se ve funkční části trajektorie je omezena rychlostí $V_{Df_{MAX}}$.

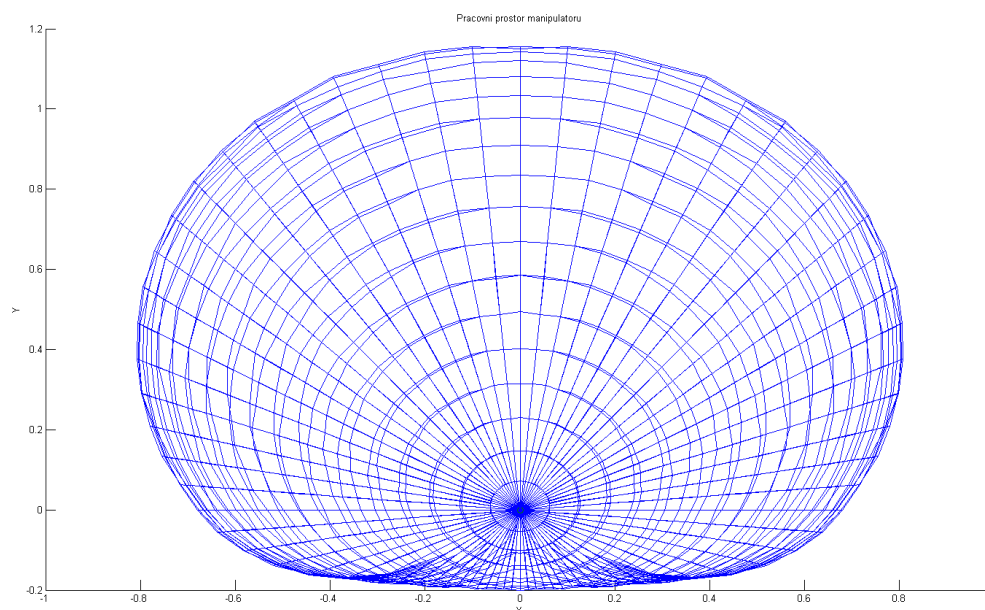
5.2.1 Nalezení krajních poloh pojezdu

Pro určení minimálních vzdáleností poloh pojezdu je nejprve nutné určit maximální vzdálenosti pojezdu od pracovního bodu. Tyto vzdálenosti jsou definovány pracovním prostorem manipulátoru. Pracovní prostor získaný na základě matematického modelu manipulátoru znázorňuje obrázek 5.1.

Posun pojezdu můžeme přepočítat na posun bodu opačným směrem v ose Z . Testováním, zda bod ještě náleží do pracovního prostoru, neboli zda je pro něj možné vypočítat inverzní kinematickou úlohu v oboru reálných čísel, je možné nalézt hraniční vzdálenost pojezdu od jeho polohy definované aktuálním řízením. Nazýváme tuto vzdálenost offsetem d .

Algoritmus použitý pro určení těchto offsetů využíval z důvodu výpočetní náročnosti IGM postup přesně opačný. Počáteční posun byl zvolen tak, aby byl bod mimo pracovní prostor, a postupným přibližováním k původní poloze bodu byla nalezena vzdálenost, při níž bylo možné IGM vypočítat.

Tímto algoritmem byly získány hodnoty maximálního a minimálního offsetu d , které je možné použít k nalezení krajních poloh pojezdu pro funkční části trajektorie efektoru



Obrázek 5.1: Pracovní prostor manipulátoru.

tvořící funkční oblasti.

Každá funkční oblast pojezdu by měla splňovat následující požadavky:

1. Pro každou oblast i existuje poloha pojezdu d_i pro níž platí, že všechny body oblasti i náležejí do pracovního prostoru manipulátoru.
2. Všechny body oblasti jsou funkčními body trajektorie koncového efektoru.
3. Všechny body této oblasti, které jsou v dosahu pro celý interval řízení přípustný na množině bodů této oblasti, jsou zanedbány a jejich časy započteny do časů trvání ostatních částí trajektorie za účelem zvýšení plynulosti pohybu pojezdu ve funkční oblasti.

Pro každou funkční oblast poté můžeme nalézt řízení pojezdu s počátečním bodem minimálně vzdáleným od předchozí polohy pojezdu a koncovým bodem minimálně vzdáleným od polohy následující.

Při návrhu této úlohy byl použit obecnější přístup uvažující funkční oblast pro každou nýtovací stanici. Vzhledem ke svému umístění jsou polohy obsluhující nýtovací stanice $N2$ a $N3$ součástí jedné funkční oblasti. Celkem máme tedy dvě funkční oblasti. První pro body v okolí $N1$ a druhá pro body v okolí $N2$ a $N3$.

5.2.2 Poloha pojezdu ve funkční oblasti

Cílem návrhu pohybu pojezdu je minimalizovat vzdálenosti (a tím i časy) přejetím mezi funkčními oblastmi, neboť každá funkční oblast je z definice přístupná z jedné polohy pojezdu. Tento cíl však definuje pouze polohy pojezdu na okrajích funkční oblasti. K jednoznačnému definování polohy pojezdu v každém časovém okamžiku je nutné stanovit další nároky na pohyb pojezdu.

1. Synchronizace

Pohyb pojezdu by měl být synchronní s pohybem manipulátoru. Přesun pojezdu mezi dvěma body by mu tedy měl trvat v ideálním případě stejnou dobu jako manipulátoru.

2. Monotónnost

Pohyb pojezdu by měl být maximálně monotónní. Prostá optimalizace pohybu podle požadavku *"Pojezd bude vždy v nejbližší možné vzdálenosti k jeho poloze následující."* (viz 5.2) vede k pohybu, který kopíruje polohu každého bodu funkční oblasti, i když je možné dosáhnout na další bod z aktuální polohy pojezdu. Pohyb pojezdu by však měl být maximálně monotónní a k těmto bodům přistupovat tak, aby se nemusel "vracet".

3. Plynulost

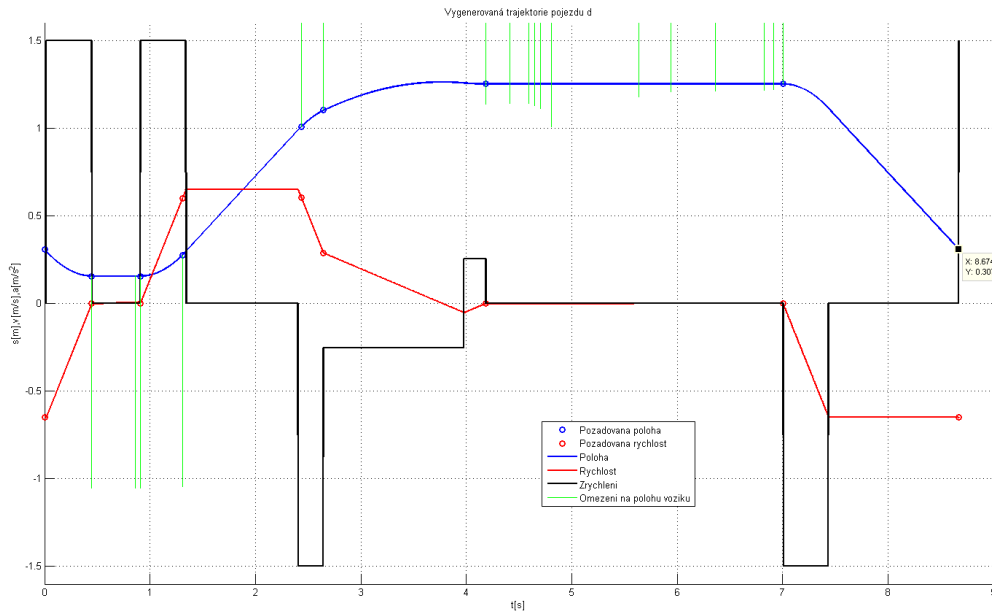
Pohyb pojezdu by měl být maximálně plynulý, aby nezatěžoval manipulátor setrvačnými silami.

5.2.3 Generování trajektorie

Na základě výše uvedených specifikací můžeme generovat polohu pojezdu ve funkčních oblastech i mimo ně podle následujícího algoritmu, jehož výstup je znázorněn na obrázku 5.2. Na tomto obrázku jsou také vykreslena omezení polohy manipulátoru pro jednotlivé body funkčních oblastí. Z obrázku jsou dobře patrné požadavky synchronizace a monotónnosti pohybu.

1. Výpočet transformačních matic manipulátoru nutných pro výpočet geometrických úloh.
2. Načtení bodů původního řídicího programu a určení funkčních oblastí.
3. Výpočet maximálních a minimálních offsetů poloh pojezdu od polohy v původním řídicím programu na základě pracovního prostoru manipulátoru.
4. Stanovení polohy pojezdu pro každý bod vzhledem ke známým limitujícím polohám.
5. Přepočítání zobecněných souřadnic bodů do deformovaného pracovního prostoru (poloha vztahovaná k aktuální poloze manipulátoru).

6. Výpočet trajektorie v zobecněných souřadnicích a stanovení trvání jednotlivých pohybů manipulátoru.
7. Návrh optimální trajektorie pojezdu splňující výše definovaná kritéria.



Obrázek 5.2: Trajektorie pojezdu manipulátoru.

Jeden cyklus takto vygenerovaná trajektorie trvá 8.674 sekundy. Aby bylo možné tento čas alespoň přibližně porovnat s dobou trvání původního cyklu, je nejprve nutné vypočítat odhad trvání původního řízení pouze pro funkční oblasti (bez prostorových omezení). Tento odhad byl získán na základě poměru času stráveného ve funkčních oblastech a mimo ně a použití tohoto poměru pro reálnou dobu pohybu manipulátoru. Při zanedbání prostorových omezení je odhadovaná doba jednoho cyklu původního řízení minimálně 15.79 sekund. Doba jednoho cyklu pro nově navrženou trajektorii manipulátoru je přibližně 13.87 sekundy, což činí časovou úsporu 12.14%.

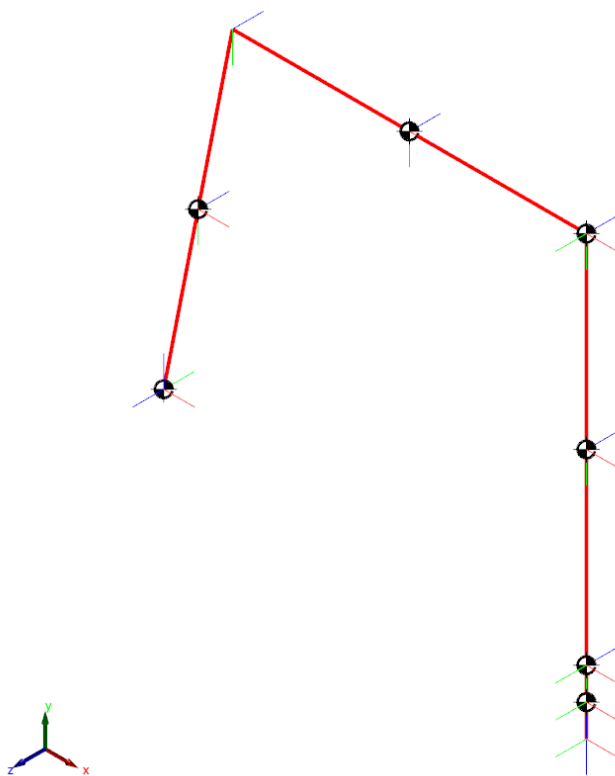
Generování trajektorie na hranici pracovního prostoru často vede k nastavení manipulátoru, v němž se nachází v singulární poloze. Aby k tomu nedocházelo, je nutné výpočet pracovního prostoru omezit na stavy dostatečně daleko od singulárních poloh. Toho bylo dosaženo zavedením minimálního úhlu natočení φ_{min} od singulární polohy v absolutní hodnotě pro kloub J_3 , ve kterém k této singularitě dochází. Minimální úhel natočení φ_{min} je tak další proměnnou parametrizující úlohu návrhu časově optimální trajektorie koncového efektoru.

Po vygenerování trajektorie koncového efektoru je ještě nutné zkontrolovat, za se v pracovním prostoru manipulátoru nachází celá, neboť obecně navržený generátor nebere v potaz prostorová omezení vztážená k manipulátoru.

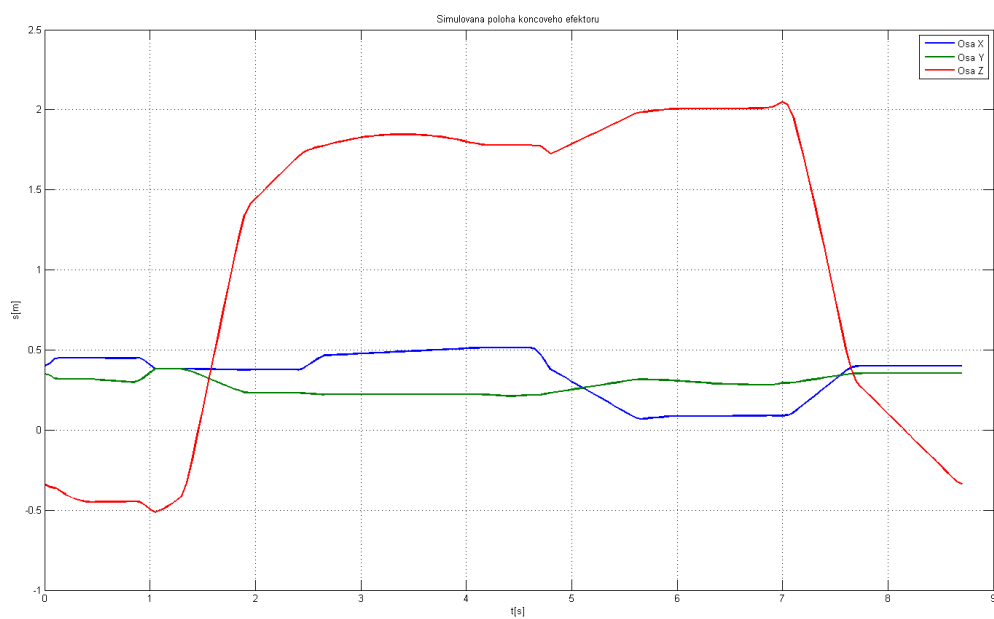
6. Simulace optimální trajektorie

Pro simulaci nově navrženého řízení byl vytvořen model manipulátoru s pojezdem v programu Simulink - SimMechanics (viz příloha č. 1). S využitím odvozených geometrických a kinematických úloh je možné řídit tento model pomocí požadovaných kloubových nebo zobecněných souřadnic.

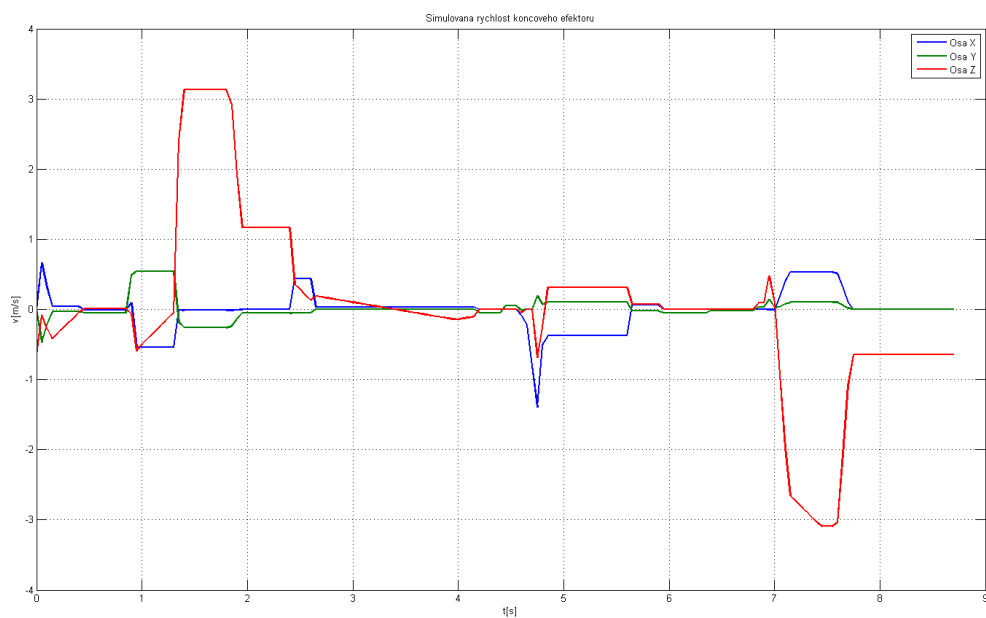
Výstupy simulace jsou zobrazeny na obrázcích 6.1 až 6.4 a řízení jednotlivých motorů je vyobrazeno na obrázcích 6.5 a 6.6. Generovaná řízení motorů splňují příslušná omezení polohy i rychlosti.



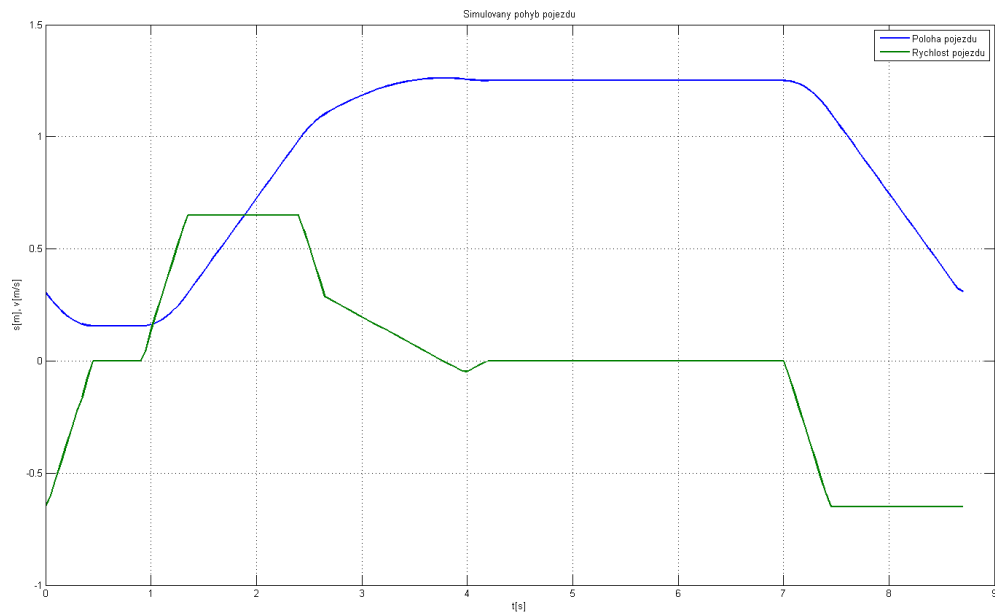
Obrázek 6.1: Grafické znázornění modelu manipulátoru.



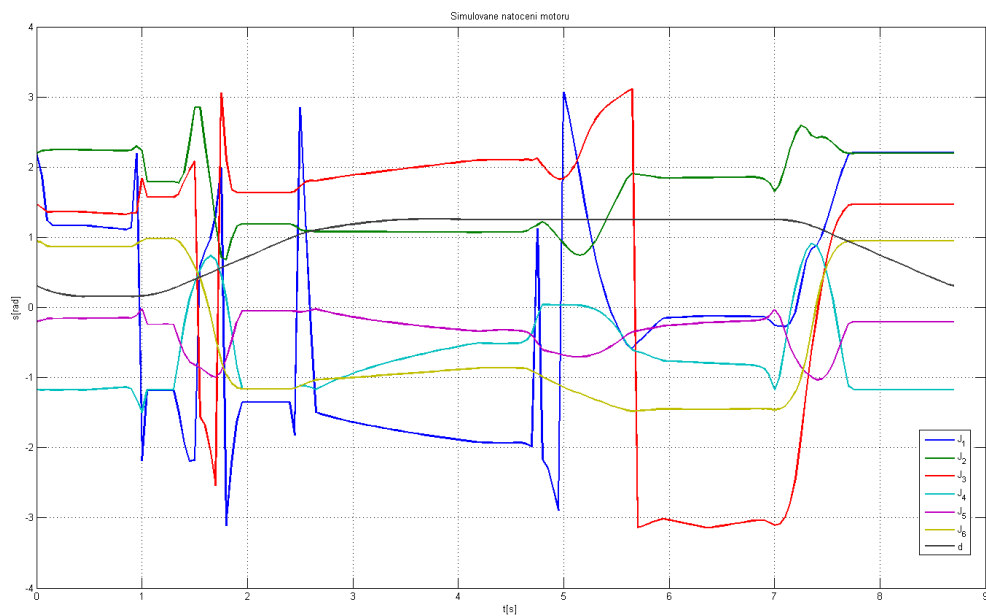
Obrázek 6.2: Simulovaná poloha efektoru v osách X,Y,Z.



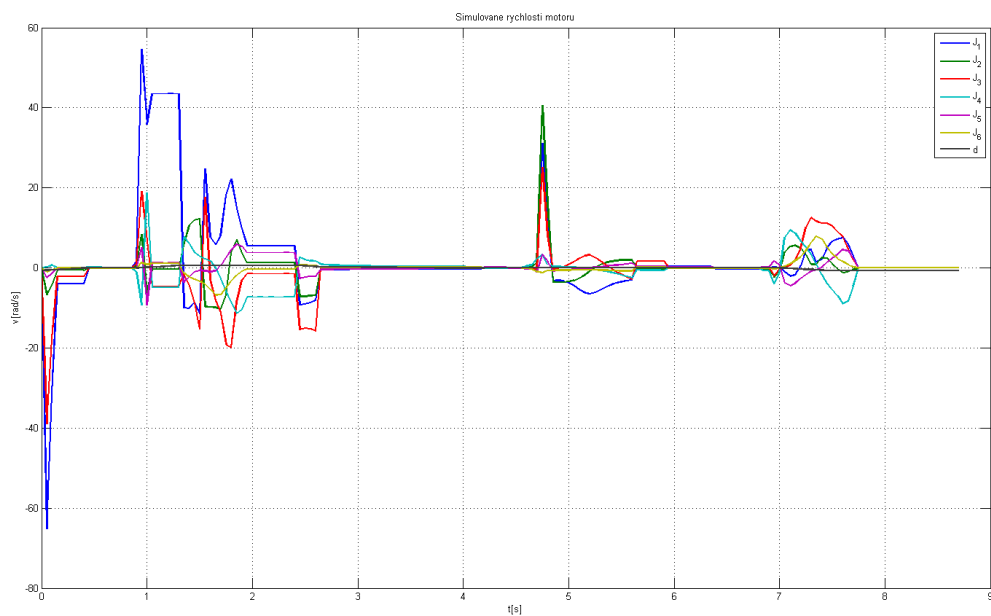
Obrázek 6.3: Simulovaná rychlost efektoru v osách X,Y,Z.



Obrázek 6.4: Simulovaná trajektorie pojezdu.



Obrázek 6.5: Simulované natočení motorů.



Obrázek 6.6: Simulovaná rychlost motorů.

7. Závěr

Tato diplomová práce byla zaměřena na návrh časově optimálního řízení. Po zvolení konkrétního manipulátoru byla tato optimalizace provedena pro konkrétně zadanou trajektorii v zobecněných souřadnicích. Aby toho bylo dosaženo, byl stanoven popis řízeného systému a odvozeny geometrické a kinematické úlohy, obecný generátor trajektorie a generátor trajektorie pojezdu. Nově navržené řízení s využitím redundance manipulátoru vedlo k časové úspoře přibližně 12%.

Nevýhodou navržené optimalizace je, že i když generátor trajektorie pojezdu generuje pohyb pojezdu synchronní s pohyby manipulátoru, generátor trajektorie manipulátoru generuje trajektorii vždy časově minimální. Výsledkem je, že pokud by měl být při pohybu do dalšího bodu rychlejší pojezd, jeho řízení je přepočteno tak, aby do tohoto bodu dojížděl zároveň s manipulátorem. Pokud je ale rychlejší manipulátor, musí vyčkat na pojezd nehnutě po dokončení jeho pohybu. Tato vlastnost nijak neovlivňuje výslednou časovou optimalitu pohybu, ale pro praktické použití je nevyhovující.

V průběhu zpracovávání této práce bylo rozhodnuto, že není možné dosáhnout požadovaného navýšení výrobní kapacity linky pouze optimalizací jednoho manipulátoru. Bylo rozhodnuto o nutnosti přestavby linky, čímž se z této práce stala pouze akademická úloha, která nebude přímo implementována v reálném provozu. Na základě této skutečnosti nebyla uvažována žádná prostorová omezení vyplývající z reálného umístění manipulátorů, která nemají vliv na návrh časové optimalizace a pouze by vedla k částečnému zveřejnění konkrétní realizace výrobní linky.

Literatura

- [1] M. W. Spong: *Robot modeling and control*. Hoboken: John Wiley, 2006, 478 s. ISBN 04-716-4990-2
- [2] M. Goubej, M. Švejda, M. Schlegel: *Úvod do mechatroniky (skriptum)*. Plzeň, květen 2012.
- [3] M. Švejda: *Úvod do robotiky a mechatroniky (studijní materiály ke stejnojmennému předmětu)*. Plzeň, září 2013.
- [4] A.Jáger: *Návrh generátoru časově optimální trajektorie pro řetězec tří integrátorů s intervalovým omezením na řízení a souřadnice stavu (bakalářská práce)*. Plzeň, 2009.
- [5] W.Khalil, E.Dombre: *Modeling, Identification & Control of Robots*. Kogan Page Science, London, 2002.
- [6] *Introduction to RAPID (operating manual)*. ABB, Švédsko, 2007, ID: 3HAC029364-001.
- [7] *RAPID reference manual*. ABB, Švédsko, 2003. Přístupné na: <http://futurecnc.code.arc.cmu.edu/wp/wp-content/uploads/2011/12/RAPID-Reference-Manual-Instructions.pdf>. Přístupováno: duben 2014.
- [8] M. Schlegel: *Časově optimální řízení pro řetězec dvou integrátorů (rukopis)*. Plzeň, 2008.
- [9] Autor neuveden. *MACH FTD [online]*. Copyright 2007 MACH FTD Romania [cit. 16.5.2014]. Dostupný na <http://www.mach.ro/images/Roboti/475.jpg>.
- [10] Autor neuveden. *ABB IRB 140 DATA [online]*. [cit. 19.3.2014]. Dostupný na <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-140/irb-140-data>.
- [11] Autor neuveden. *MOTOR JIKOV Group a.s. Podkladové materiály poskytnuté firmou MOTOR JIKOV pro účely této diplomové práce*. 2013
- [12] Autor neuveden. *ABB global [online]*. Copyright 2011 ABB [cit. 6.5.2014]. Dostupný na [http://www05.abb.com/global/scot/scot335.nsf/veritydisplay/530b13a55de921fbc1257c9a003d8624/\\$file/FlexPickerGR.pdf](http://www05.abb.com/global/scot/scot335.nsf/veritydisplay/530b13a55de921fbc1257c9a003d8624/$file/FlexPickerGR.pdf).

Příloha

Příloha č. 1

Na obrázku číslo 1 je znázorněno schéma zapojení modelu manipulátoru na pojezdu. Jednotlivé barvy bloků symbolizují jejich význam:

- **Modrá** - volba řešení geometrické úlohy
- **Růžová** - Výpočet geometrických a kinematických úloh
- **Červená** - řízení motorů
- **Oranžová** - výstup modelu
- **Zelená** - diagnostika a výstup

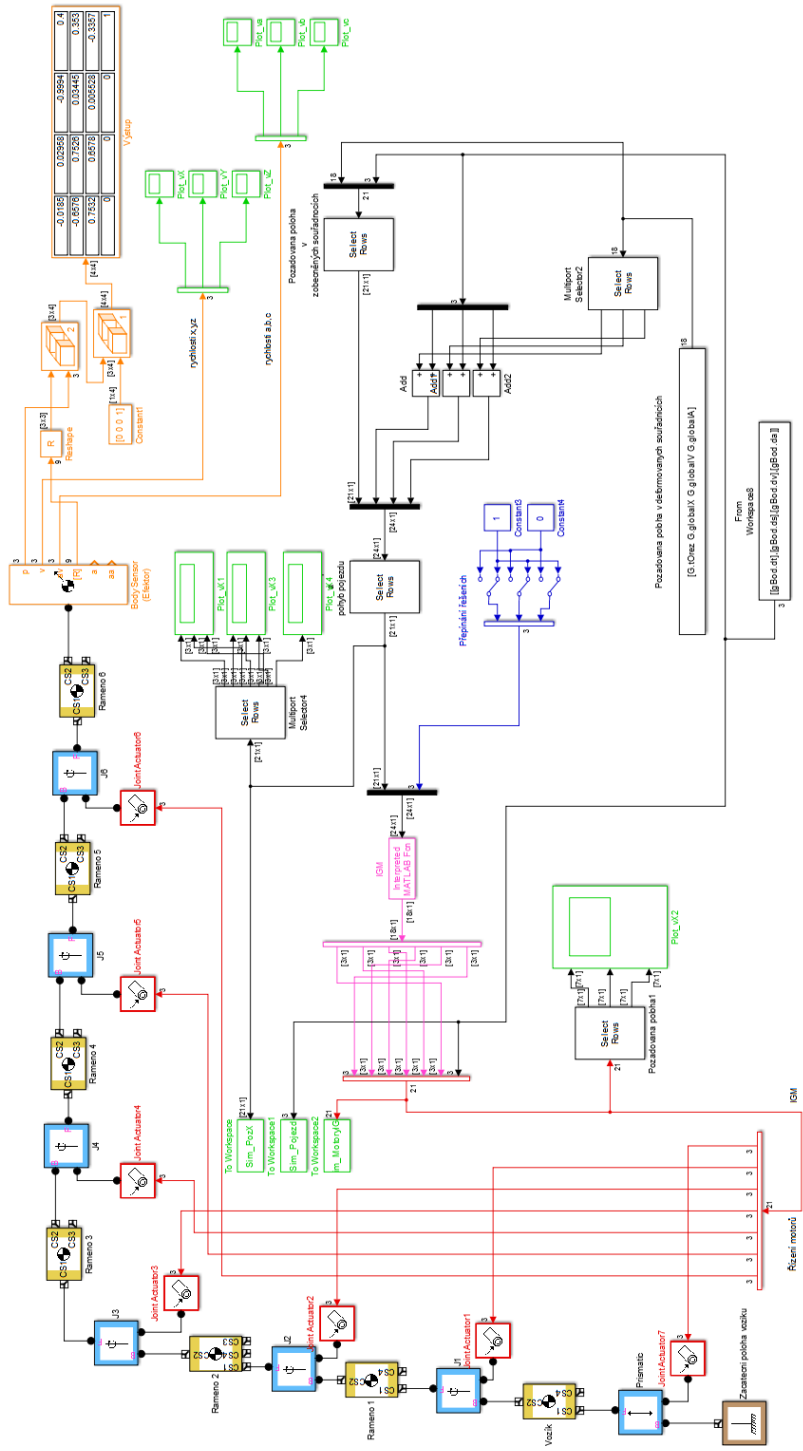
Bloky s oranžovým a modrým pozadím představují bloky z knihovny SimMechanics tvořící vlastní model manipulátoru a pojezdu.

Příloha č. 2

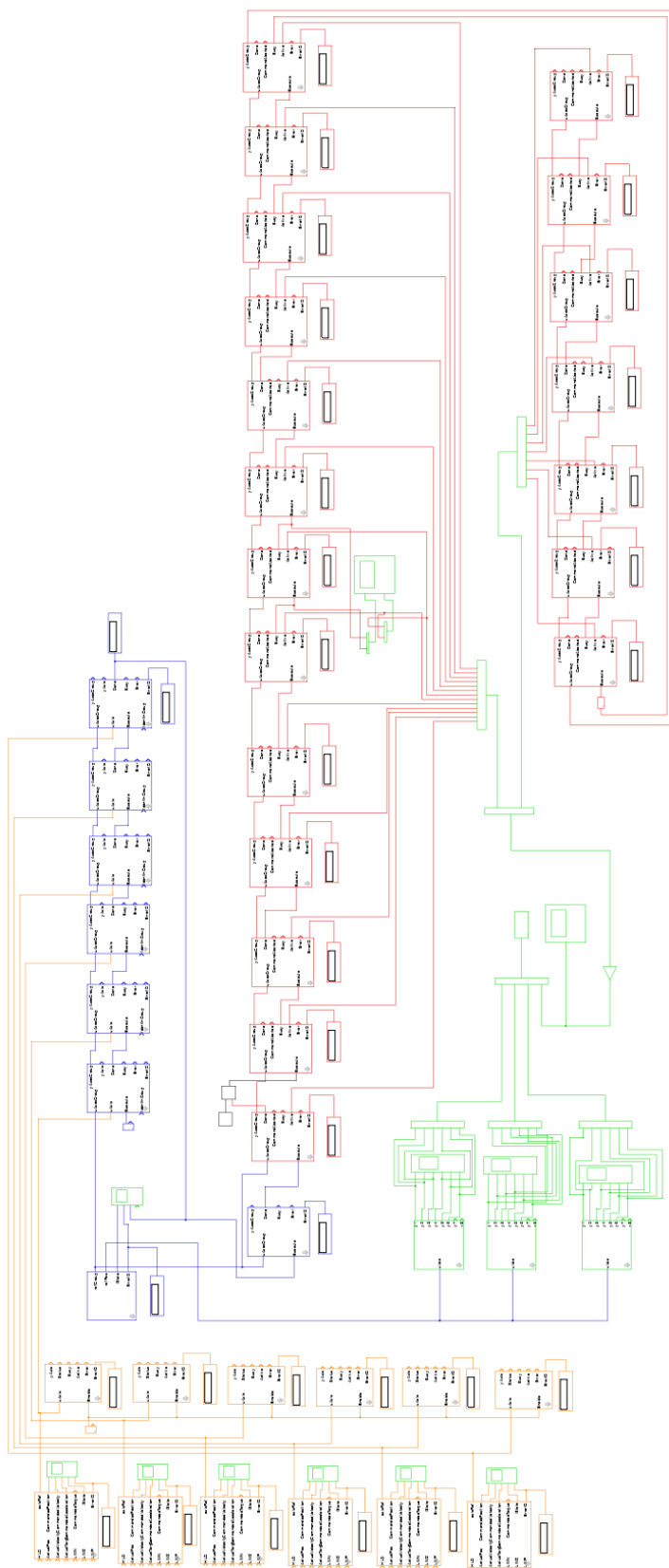
Na obrázku číslo 2 je znázorněno schéma zapojení generátoru trajektorie manipulátoru. Jednotlivé barvy bloků symbolizují jejich význam:

- **Oranžová** - definování os zobecněných souřadnic
- **Modrá** - spojení os do jedné pohybové skupiny s příslušnými omezeními
- **Červená** - definice jednotlivých pohybů manipulátoru
- **Zelená** - diagnostika a výstup

Bloky s oranžovým a modrým pozadím představují bloky z knihovny SimMechanics tvořící vlastní model manipulátoru a pojezdu.



Obrázek 1: Schéma zapojení modelu manipulátoru na pojezdu.



Obrázek 2: Schéma zapojení generátoru trajektorie manipulátoru.