

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Měření teploty s využitím principu termoelasticity

Autor práce: Bc. Martin Janda
Vedoucí práce: Ing. Václav Kotlan, Ph.D.

Plzeň 2014

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická

Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Martin JANDA**
Osobní číslo: **E12N0016P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komerční elektrotechnika**
Název tématu: **Měření teploty s využitím principu termoelastivity**
Zadávající katedra: **Katedra technologií a měření**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Uveďte stručné vysvětlení termoelastivity a základních pojmů s tím spojených.
2. Uveďte stručný přehled užívaných principů měření teplot, zdůrazněte principy využitelné v obtížně přístupných částech aplikací.
3. Navrhněte princip snímání povrchové teploty s využitím termoelastivity. Vytvořte numerický model a připravte algoritmus pro získání závislosti teploty na posunu.
4. Realizujte experiment prokazující použitelnost navrženého principu.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Václav Kotlan, Ph.D.**
Katedra teoretické elektrotechniky

Datum zadání diplomové práce: **14. října 2013**
Termín odevzdání diplomové práce: **12. května 2014**

Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan



Doc. Ing. Vlastimil Skočil, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2013

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce se zabývá problematikou měření teploty především v průmyslových aplikacích. Cílem této práce je uvést souhrn používaných metod měření a navrhnout metodu měření teploty na základě termoelasticity. Navrženou metodu dále ověřit na vyrobeném experimentálním zařízení.

Klíčová slova

teplota, detektory, termoelasticita, pružnost, cívka, magnetické, teplotní, pole, strukturní, analýza, Agros2D, hliník, mosaz

Abstract

Janda, Martin. *Temperature measurement using the thermoelasticity principle* [Měření teploty s využitím principu termoelasticity]. Pilsen, 2014. Master thesis (in Czech). University of West Bohemia. Faculty of Electrical Engineering. Department of Technologies and Measurement. Supervisor: Václav Kotlan

The diploma thesis focuses on the issues of temperature measurement, mainly in industrial applications. The purpose of thesis is summary of currently used ways of measurement and suggesting of new method based on thermoelasticity. Proposed method is further verified by testing on manufactured experimental device.

Keywords

temperature, detectors, thermoelasticity, elasticity, coil, magnetic, thermal, fields, structural analysis, Agros2D, aluminium, brass

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

V Plzni dne 12. května 2014

Bc. Martin Janda

.....

Podpis

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Václavu Kotlanovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

Seznam obrázků	viii
Seznam tabulek	ix
Seznam symbolů a zkratek	x
1 Úvod	1
2 Měření teploty	2
2.1 Dotykové měření	3
2.1.1 Odporové senzory	3
2.1.2 Termoelektrické senzory	5
2.1.3 Dilatační teploměry	5
2.1.4 Speciální senzory	6
2.2 Bezdotykové měření	8
2.3 Problémy měření	9
3 Elasticita	10
3.1 Vnitřní síly	10
3.2 Vnější zatěžující síly	11
3.3 Posuv a deformace	11
3.4 Pracovní diagram materiálu	12
3.5 Napjatost	14
3.6 Matematická teorie elasticity	14
3.7 Termoelasticita	16
4 Numerický model	17
4.1 Agros2D	17
4.2 Metoda konečných prvků	18
4.3 Geometrie	19
4.4 Matematický model	20
4.4.1 Magnetické pole	20
4.4.2 Teplotní pole	21

4.4.3	Strukturální analýza	21
4.5	Materiály	22
5	Experimentální zařízení	24
5.1	Stavba	24
5.2	Měření	27
6	Výsledky měření	31
6.1	Agros2D	31
6.2	Hliník	32
6.3	Mosaz	47
6.4	Algoritmus pro získávání hodnot	50
7	Závěr	51
	Reference, použitá literatura	53

Seznam obrázků

2.1	Seebeckův jev Převzato z [2] 	5
2.2	Ukázka akustického teploměru: 1 - vysílač, 2 - přijímač, 3 - zpětnovazební zesilovač, 4 - objekt, jehož teplota je měřena [1]	6
3.1	Řez tělesem - znázornění napětí Převzato z [7] 	10
3.2	Poměrové deformace během a) tahu - poměrné prodloužení b) smyku - zkos Převzato z [7] 	12
3.3	Pracovní diagram Převzato z [7] 	13
3.4	Rovnováha Převzato z [7] 	15
4.1	Znázornění rozkladu na trojúhelníky	18
4.2	Geometrie modelu	19
4.3	Teplotní závislost vodivosti	20
5.1	Navíjení cívky	25
5.2	Navinutá cívka	26
5.3	Hotová cívka umístěná ve stojanu	26
5.4	Experimentální zařízení	27
5.5	Umístění úchylkoměru	28
5.6	Schéma zapojení	28
5.7	Měřicí pracoviště	29
6.1	Řešení v programu Agros2D	31
6.2	Závislost teploty na čase - 1. měření	34
6.3	Závislost odchylky na teplotě - 1. měření	34
6.4	Závislost teploty na čase - 2. měření	37
6.5	Závislost odchylky na teplotě - 2. měření	37
6.6	Závislost teploty na čase - 3. měření	40
6.7	Závislost odchylky na teplotě - 3. měření	40
6.8	Závislost teploty na čase - 4. měření	43
6.9	Závislost odchylky na teplotě - 4. měření	43
6.10	Závislost teploty na čase - 5. měření	46
6.11	Závislost odchylky na teplotě - 5. měření	46

6.12 Závislost teploty na čase - mosaz	49
6.13 Závislost odchylky na teplotě - mosaz	49

Seznam tabulek

4.1	Fyzikální konstanty materiálů pro magnetické pole	22
4.2	Fyzikální konstanty materiálů pro teplotní pole	23
4.3	Fyzikální konstanty materiálů pro strukturální analýzu	23
5.1	Výběr vodiče	25
5.2	Výpočet kompenzačního kondenzátoru pro $L = 1,195$ mH	27
5.3	Seznam použitých přístrojů a součástek	29
6.1	Naměřené hodnoty - 1. měření	32
6.2	Mezní hodnoty - 1. měření	33
6.3	Vypočtené hodnoty Agros2D - 1.měření	33
6.4	Naměřené hodnoty - 2. měření	35
6.5	Mezní hodnoty - 2. měření	35
6.6	Vypočtené hodnoty Agros2D - 2.měření	36
6.7	Naměřené hodnoty - 3. měření	38
6.8	Mezní hodnoty - 3. měření	38
6.9	Vypočtené hodnoty Agros2D - 3.měření	39
6.10	Naměřené hodnoty - 4. měření	41
6.11	Mezní hodnoty - 4. měření	41
6.12	Vypočtené hodnoty Agros2D - 4.měření	42
6.13	Naměřené hodnoty - 5. měření	44
6.14	Mezní hodnoty - 5. měření	45
6.15	Vypočtené hodnoty Agros2D - 5.měření	45
6.16	Naměřené hodnoty - mosaz	47
6.17	Mezní hodnoty - mosaz	48
6.18	Vypočtené hodnoty Agros2D - mosaz	48

Seznam symbolů a zkratek

R	elektrický odpor [Ω]
L	vlastní indukčnost [H]
C	elektrická kapacita [F]
I	elektrický proud [A]
U	elektrické napětí [V]
X	reaktance [Ω]
N	počet závitů cívky [-]
f	frekvence [Hz]
S	velikost plochy [m^2]
F	síla [N]
T	termodynamická teplota [K]
V	objem [m^3]
ω	poměrová objemová změna [-]
ε	poměrové prodloužení [-]
γ_{yx}	zkos [-]
u_{ef}	efektivní hodnota šumu
η	napětí [Pa]
σ	normálové napětí [Pa]
τ	smykové napětí [Pa]
μ_r	poměrová permeabilita [-]
κ	magnetická susceptibilita [-]
E	modul pružnosti v tahu [Pa]
G	modul pružnosti ve smyku [Pa]
ν	Poissonovo číslo [-]
α	koeficient teplotní roztažnosti [K^{-1}]
k	Boltzmannova konstanta [$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$]
γ	elektrická vodivost [$\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$]
λ	teplotní vodivost [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]
ρ	hustota [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]
c_p	měrné teplo [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]
p_j	měrné Jouleovo ztráty [$\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$]
A	magnetický potenciál [$\text{Wb} \cdot \text{m}^{-1}$]

H	intenzita magnetického pole [$A \cdot m^{-1}$]
J	proudová hustota [$A \cdot m^{-2}$]
tučné	označení vektoru
\bar{x}	označení fázoru

1

Úvod

V dnešní době patří měření teploty mezi důležité ukazatele jak při výrobě, tak při následné technické diagnostice. Je zapotřebí znát její nejpřesnější hodnotu, abychom mohli odvádět co nejkvalitnější práci. K měření teploty se používá mnoho sensorů pracujících na různých principech. Mohlo by se zdát, že jich je tolik, že další principy není nutné vyvíjet. Při měření teploty také existuje mnoho nepříznivých faktorů, díky nimž může být měření nepřesné, nebo se některá čidla nedají vůbec použít.

Právě proto nám může roztažnost prvků, která je způsobována jejich reakcí na změnu teploty, nabídnout další princip, díky kterému by mohla být teplota měřena. V této práci je ukázáno za pomoci experimentu, jak by mohl být tento termoelastický jev využíván k měření teploty.

2

Měření teploty

Je mnoho fyzikálních veličin a jednou z nich je teplota, která patří mezi velmi sledované. Jde o jednu ze sedmi základních jednotek SI. Setkáváme se s ní v našem každodenním životě, např. při sledování venkovní teploty, teploty při přípravě pokrmů a dalších činnostech.

Teplota, ale hlavně ovlivňuje, ať už přímo či nepřímo, mnoho průmyslových dějů, proto se v průmyslové praxi na její hodnotu velmi dbá. Její velikost je zapotřebí sledovat při různých výrobních nebo provozních činnostech, kdy její přesné hodnoty ovlivňují vlastnosti vyráběných materiálů, životnost provozovaných zařízení, jejich bezpečnost, předcházení problémů, plánování odstávek a mnoho dalších faktorů. Správným sledováním teploty lze určitě ušetřit, ať už peníze, čas či lidské životy.

Na začátku měřicího řetězce se nachází blok, který se stará o převod teploty na elektrický signál. Tento blok se nazývá senzor teploty. Sensorů je několik druhů, kdy každý pracuje na jiném fyzikálním principu, jako např. odporový, termoelektrický, optický a další. Dále můžeme senzory rozdělit dle principu kontaktu s měřeným prostředím:

- **dotyková:** senzor je v přímém kontaktu s měřeným objektem či prostředím,
- **bezdotyková:** jak už název napovídá, čidlo není v přímém kontaktu.

Dalším rozdělení je na senzory aktivní a pasivní, záleží na tom, zda se čidla chovají jako zdroj elektrické energie, nebo jí potřebují dodávat, aby mohli dále přeposlat získanou informaci. Ta je přeposílána do vyhodnocovacího bloku, kde je nám sdělena samotná hodnota teploty měřeného prostředí.

V dnešním průmyslu, kdy se diagnostiky centralizují, anebo odečtení teploty nelze provést u měřeného objektu či látky a je zapotřebí přenosu signálu z čidla do vyhodnocovací jednotky na velké vzdálenosti, při kterých může být přenášená veličina zkreslena rušivými elementy, jako například průchodem nežádoucím magnetickým polem. A také samotné čidlo se dopouští chyb měření. Tyto vnášené chyby je třeba vzít na vědomí a vyvarovat se chybným odečtům hodnot teplot. Tento vzniklý rozptyl výsledků měření je parametr, který se nazývá nejistota měření. Senzory mají další své specifické statické a dynamické

vlastnosti. Je zapotřebí výběru čidla věnovat zvláštní pozornost, protože především kvalitativní teplotního senzoru určuje rozsah měřitelnosti a také kvalitu celého měření. Čidlo musí splňovat námi požadované vlastnosti pro daný problém a prostředí, ve kterém se bude nacházet. A je jen málo nových metod, které by dokázali vytlačit staré osvědčené metody. [1, 2]

Na následujících stránkách budou okrajově popsány typy používaných senzorů, především bude nastíněn princip jejich fungování. Pro hlubší studium těchto senzorů je možné využít použitou literaturu [1].

2.1 Dotykové měření

U měření, kde je možný přímý kontakt s měřeným objektem či prostředím, se používají tzv. dotykové senzory. Stále se jedná o nejvyužívanější metodu měření teploty. Tato metoda využívá zejména tyto principy:

- **odporový:** měření probíhá na základě změny odporu,
- **napěťový:** u toho principu dochází ke změně napětí, též nazývané termoelektrické,
- **dilatační:** využití různé roztažnosti látek.

Odporové a napěťové senzory lze zařadit do jedné skupiny a to do elektrického principu měření teploty. Oproti tomu dilatační senzory pracují na mechanickém principu. Dále existují **speciální** čidla, která jsou založena na dalších fyzikálních principech, jako je například teplotní závislost rychlosti šíření zvuku. Další možností přibližného určení teploty je použití indikátorů teploty. Ty nám umožňují na základě změny svého vzhledu zjištění teploty prostředí, jedná se o žároměrky, tavné indikátory či barevné indikátory. Ty jsou buď vratné, po zchladnutí získávají původní barvu, nebo nevratné barevné indikátory. [1, 2]

2.1.1 Odporové senzory

Odporové teplotní senzory využívají k měření hodnoty teploty změnu velikosti odporu v závislosti na svojí teplotě. Lze je podle použitých materiálů rozdělit na:

- kovové,
- polovodičové.

Na materiály jsou kladeny nejružnější požadavky jako:

- maximální odolnost proti vlivům okolí (koroze, chemická stálost),
- velký teplotní rozsah měření,

- dlouhodobá stabilita,
- velký teplotní součinitel,
- snadná výroba.

V průmyslové praxi je nejvíce využívaným materiálem pro odporové senzory platina (Pt), následována Niklem. [1, 2]

Kovové odporové senzory

Kovové odporové senzory fungují na základě typu použitého kovu, který v závislosti na teplotě mění svůj odpor R [Ω]. Se zvyšující teplotou se zvyšuje odpor kovu. To se děje v důsledku změny kmitů v mřížce atomů a tím dochází ke změně odporu kladenému procházejícímu proudu. Pro určitý materiál a teplotní rozsah lze s určitou rezervou říci, že změna je lineární a lze ji popsat rovnicí:

$$R_t = R_0(1 + \alpha t) \quad [\Omega] \quad (2.1)$$

kde R_0 je hodnota odporu, který má senzor při teplotě 0°C . Veličina α je střední hodnota teplotního součinitele odporu:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100R_0} \quad [\text{K}^{-1}] \quad (2.2)$$

kde R_{100} je hodnota odporu při teplotě 100°C .

V uplynulých letech se jako jakýsi průmyslový standart začalo považovat platinové čidlo o nominální hodnotě odporu $100\ \Omega$. Jeho označení je Pt100. [1, 2]

Polovodičové odporové senzory

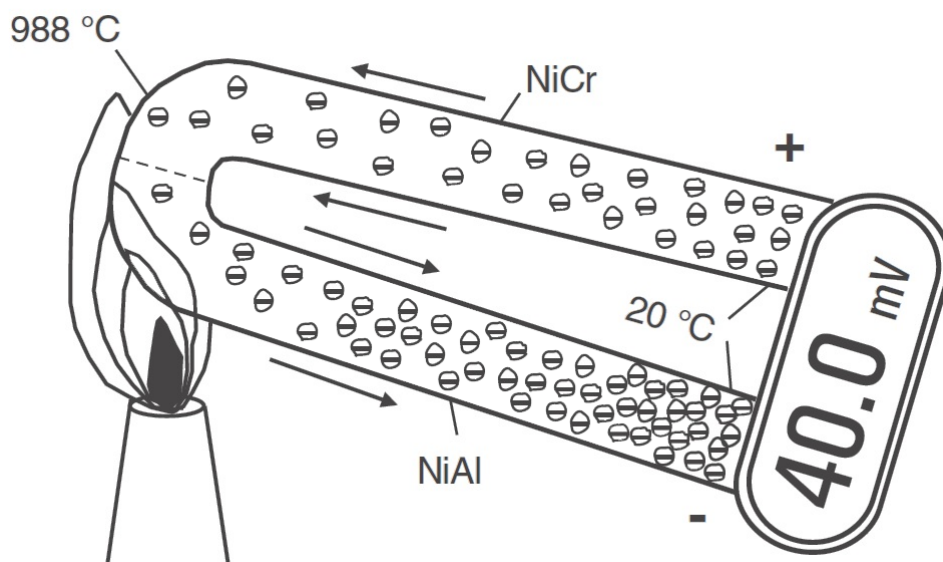
Tyto senzory pracují také na principu změny vlastního odporu použitého materiálu s výjimkou monokrystalických s PN přechodem, avšak průběh teplotní závislosti, jak je znázorněno na grafu, oproti kovovým sensorům jiný. Jednotlivé průběhy záleží na tom, jaký typ čidla či materiálu je využíván. Polovodičové senzory se dále dělí na:

- **NTC senzory:** Tzv. Negastory - mají záporný teplotní koeficient, takže s rostoucí teplotou jejich rezistivita klesá.
- **PTC senzory:** Tzv. Pozistory - ty mají naopak kladný teplotní koeficient a jejich odpor s rostoucí teplotou roste.
- **monokrystalické senzory bez PN přechodu:** Vyrábějí se nejčastěji z křemíku, germania nebo jejich slitin.
- **monokrystalické senzory s PN přechodem:** Tato čidla nepracují s teplotní závislostí materiálu, ale s teplotní závislostí PN přechodu v propustném směru, kdy dochází ke změně velikosti napětí. [1, 2]

2.1.2 Termoelektrické senzory

Termoelektrické senzory fungují na principu, který začátkem 19. století objevil T.J. Seebeck. Princip je založen na různém pohybu volných nosičů náboje (elektronů) při vložení do nehomogenního teplotního pole. Pokud je jeden konec zahříván, elektrony z tohoto konce se přesouvají do chladnějšího konce. Jestliže spojíme dva rozdílné materiály a v místě spoje je budeme zahřívát, tak se elektrony přesouvají k chladnějšímu konci, jako je znázorněno na Obr. 2.1. Zde díky rozdílným materiálům a jinému počtu elektronů vzniká mezi těmito dvěma konci napětí v řádech milivoltů, které se dále vyhodnocuje a tím lze odečítat teplotu.

Čidla se rozdělují dle použitých materiálů do skupin, ty mají přesně určené teplotní rozmezí, kde je lze využít. Dvojice materiálů pro senzory jsou mezinárodně normalizovány. Existují například senzory typu K, T, J a další. [1, 2]



Obr. 2.1: Seebeckův jev [Převzato z [2]]

2.1.3 Dilatační teploměry

Jedná se o mechanické kontaktní teploměry, které jsou založeny na principu různé teplotní roztažnosti pevných látek, kapalin či plynů. S těmito typy se setkáváme v běžném životě téměř denně.

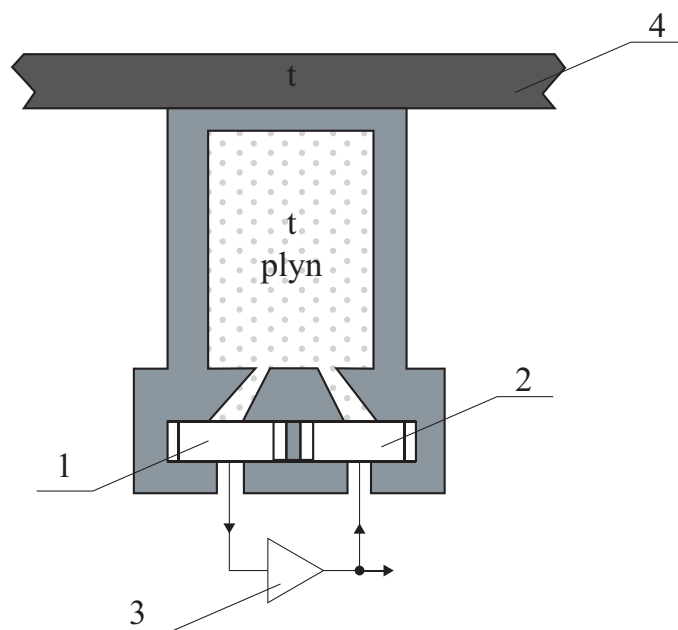
Teploměry z pevných látek jsou vyrobeny ze dvou různých materiálů, kdy právě každý z nich reaguje na změnu teploty jinak a tím lze určit hodnotu teploty. Skleněné kapalinové teploměry jsou naplněny kapalinou, která na změnu teploty reaguje změnou svého objemu. Naplnění může být úplné, kdy působí změna tlaku v nádobě, protože objem se zvětšit nemůže, nebo částečné, kde se mění objem kapaliny. U teploměrů naplněných plynem je princip podobný, jako u těch naplněných kapalinou. Popřípadě může být naplnění kombinované plyn a kapalina. Dilatační teploměry lze rozdělit dle konstrukce:

- tyčové,
- bimetalické (dvojkovové),
- bimateriálové (dvojmateriálové),
- skleněné,
- kapalinové tlakové,
- parní tlakové,
- plynové tlakové. [1, 2]

2.1.4 Speciální senzory

Akustické teploměry

Kde nelze použít tradiční teploměry, se používají akustické teploměry. Využívají změny šíření zvuku v prostředí v závislosti na teplotě. Jako prostředí může být zvolen plyn, pevná i kapalná látka. Čidla mohou měřit extrémní teploty jak kladné, tak záporné. Mohou pracovat i v prostředí, kde by mohlo dojít ke zničení klasických senzorů nebo jejich nepřesnému měření, například v jaderných reaktorech. Velice rychle reagují na změny teploty, jsou odolné vůči vlhkosti, změnám tlaku a nereagují na změnu teploty během trasy vedoucí do vyhodnocovacího zařízení. [1, 3]



Obr. 2.2: Ukázka akustického teploměru: 1 - vysílač, 2 - přijímač, 3 - zpětnovazební zesilovač, 4 - objekt, jehož teplota je měřena [1]

Krystalové teploměry

Správně broušený křemenný krystal, který má přesný teplotní součinitel v řádech 10^{-6} K^{-1} , lze použít k měření teploty. Závislost frekvence na teplotě není sice lineární, ale dá se popsat polynomem 5. řádu. Nejčastěji jsou senzory používány v rozmezí -80°C do $+300^\circ\text{C}$. Tento princip byl objeven v roce 1986, ale nikdy nedošlo k jeho masovému využití. [1, 2]

Šumové teploměry

Pokud chceme dosáhnout velmi přesného změření teploty, tak je výhodné využít tzv. šumové teploměry. Kdy například v rozmezí hodnot od $+300^\circ\text{C}$ do $+1200^\circ\text{C}$ je nejistota měření kolem 0,1%. Princip těchto senzorů je založen na tom, že na vývodech každého rezistoru se pohybují elektrony a jejich volný pohyb je závislý na velikosti teploty, takže tam lze naměřit tzv. šumové napětí, které je ale velice malé. S tím souvisí problém těchto měřidel, protože při praktickém použití je velice nákladný přenos tohoto malého napětí a vlastně celé elektronické zpracování. Naopak velkou výhodou je možnost využití v náročných prostředích, kde se vyskytuje radiační záření, ionizační záření či jsou umístěny v agresivním prostředí. Všechny tyto vlivy se dají eliminovat. Pro vysokou cenu je zapotřebí zvážit aplikaci těchto senzorů. V praxi se nejčastěji používá rovnice ve tvaru:

$$u_{\text{ef}} = \sqrt{4kT R \cdot (f_h - f_d)} \quad (2.3)$$

kde u_{ef} je efektivní hodnota šumu, k je Boltzmannova konstanta, T je termodynamická teplota [K], R je frekvenčně nezávislá rezistace v daném frekvenčním pásmu, f_d je dolní kmitočet frekvenčního pásma a f_h je horní kmitočet frekvenčního pásma. [1, 2]

Magnetické teploměry

Princip těchto teploměrů spočívá v teplotní závislosti paramagnetických solí (např. síran amonný manganatý aj.), kdy dochází ke změně velikosti magnetické susceptibility κ . Pro velikost změny platí Curie-Weissův zákon:

$$\kappa = \mu_r - 1 = \frac{C}{T - T_C} \quad [-] \quad (2.4)$$

kde C je Curieova konstanta, T je teplota čidla [K], T_C je Curieova teplota [K] materiálu čidla a μ_r je poměrová permeabilita:

$$\mu_r = p \frac{L}{L_0} \quad [-] \quad (2.5)$$

kde p je geometrický součinitel tvaru cívky, L je indukčnost vzduchové cívky s čidlem L_0 je indukčnost vzduchové cívky bez čidla. [1]

Optické vláknové senzory teploty

Další možností jak měřit teplotu je za pomoci optických vláken. Tento měřicí systém

se skládá z vysílače, přijímače, vyhodnocovací jednotky a optického vláknového senzoru. Opět se využívá fyzikálních změn materiálu (optického vlákna) v závislosti na měnící se teplotě. Je mnoho různých možností měření teploty. Záleží, jak se moduluje vyslaný měřicí signál při průchodu optickým vláknovým senzorem. Sensory můžeme rozdělit dle modulace signálu na:

- amplitudové,
- fázové,
- polarizační,
- spektrální.

Optické vláknové senzory se mohou dále rozdělit na vlastní, kdy teplota mění přímo přenosové vlastnosti vlákna, a nevlastní, kde modulace teplotou probíhá mimo vlákno. Sensory také mohou snímat a vyhodnocovat teplotu v jednom místě či na celé své trase.

Sensory se často používají v průmyslových aplikacích pro rozsah měřených teplot od -50°C do $+400^{\circ}\text{C}$. Vhodné je využít tyto senzory pro měření teploty tam, kde se vyskytuje velmi vysoké elektromagnetické záření či hrozí nebezpečí výbuchu. [1, 2]

2.2 Bezdotykové měření

Jak plyne z názvu, tak následující senzory teploty nejsou v přímém kontaktu s měřeným tělesem. Využívají skutečnosti, že každé těleso vyzařuje do prostoru kolem sebe elektromagnetické záření, které pokrývá rozmezí vlnových délek od $2\mu\text{m}$ do $25\mu\text{m}$ (oblast infračervené energie) a v tomto rozsahu se nazývá tepelné záření. Rozsah měřených teplot může tedy být -40°C až $+10\,000^{\circ}\text{C}$. Přičemž převod neelektrického tepelného záření na elektrickou měřitelnou energii zajišťují bezdotykové senzory (detektory).

Aby bylo měření co nejpřesnější, je důležitá znalost emisivity tělesa. Ta udává schopnost vyzařovat infračervenou energii a může nabývat hodnot mezi 0 (lesklé zrcadlo) a 1,0 (černé těleso). Důležitá je také znalost prostředí, nacházejícího se mezi měřidlem a měřeným objektem. Všechny používané matematické vztahy pro popis vyzařování energie z těles vyšly z Planckovy kvantové teorie.

Princip tepelného detektoru spočívá v tom, že na aktivní plochu detektoru dopadá tepelné záření, to zvyšuje teplotu citlivého elementu a následná změna, která nemůže být měřena a vyhodnocena přímo, je převedena na veličinu, s níž jde dále pracovat a vyhodnotit jí. Dle principu převodu dělíme **tepelné detektory** do následujících skupin:

- **termoelektrické detektory:** Dopadající záření provádí tepelnou změnu mezi základním srovnávacím spojem a měřícím spojem, který přímo ozařuje. Tato změna mezi dvěma elementy mění termoelektrické napětí.

- **bolometry:** Záření dopadající na měřící plochu detektoru, která je tvořena teplotně závislým odporovým materiálem, mění jeho teplotu a tím i hodnotu elektrického odporu.
- **pyroelektrické detektory:** Využívají tzv. pyroelektrický jev, kdy dochází k teplotní změně elektrostatické polarizace.

Druhým typem pro detekci tepelného záření jsou **kvantové detektory** (fotodetektory). Ty nejčastěji využívají princip fotoelektrického jevu, kdy se díky dopadajícímu záření uvolňují elektrony z atomů látek a dochází ke změně vodivosti. Tohoto principu využívají fotorezistory či fotodiody.

Obecně se pro bezdotykové měření teploty v průmyslu používají tyto měřící systémy:

- pyrometry - bodové měření teploty,
- termokamery - plošné měření teploty.

Ke studiu detektorů pro bezdotykové měření teplot je vhodná literatura od Vladimíra Lysenka [4]. Problém bezdotykového měření teploty nebude v této práci dále hlouběji probírán. [1, 4, 5]

2.3 Problémy měření

Na výše uvedených stránkách byly okrajově popsány více či méně využívané senzory pro měření teploty za pomoci metod dotykových i bezdotykových. Obecně lze říci, že nic není dokonalé a to platí i u senzorů teploty. Vždy je důležité zvážit, co je pro nás nejvíce vhodné a výhodné.

S dotykovými senzory je v mnoha případech nutné počítat již při výrobě, protože následný zásah do součásti či technologického celku může vést k narušení požadovaných vlastností, životnosti nebo ohrožení okolí. Ovšem pokud se s nimi počítá při výrobě, tak mohou měřit i uvnitř zařízení. Také záleží na prostředí, ve kterém se čidlo bude nacházet. Zde může docházet ke zkreslování naměřených hodnot. I jednotlivé principy senzorů mají svá pro a proti. Liší se v rychlosti odezvy, teplotním rozsahu, přesnosti, stability, rozsahu použitelnosti, citlivosti, ceně atd.

Bezdotykové detektory naopak mohou měřit pouze vnější teplotu zařízení, a proto na něj mají zanedbatelný vliv a nezpůsobují tak změny. Zařízení se mohou pohybovat nebo rotovat. Měření probíhá z bezpečné vzdálenosti a velmi rychle reaguje na změny teploty. Na druhou stranu měření může být ovlivněno neznalostí emisivity objektu, přístupností prostředí, které se nachází mezi čidlem a objektem nebo nesprávným používáním měřidla. [1, 4, 6]

Přestože množství nabízených senzorů se zdá býti veliké, stále se v některých případech vyskytují problémy s měřením teploty.

3

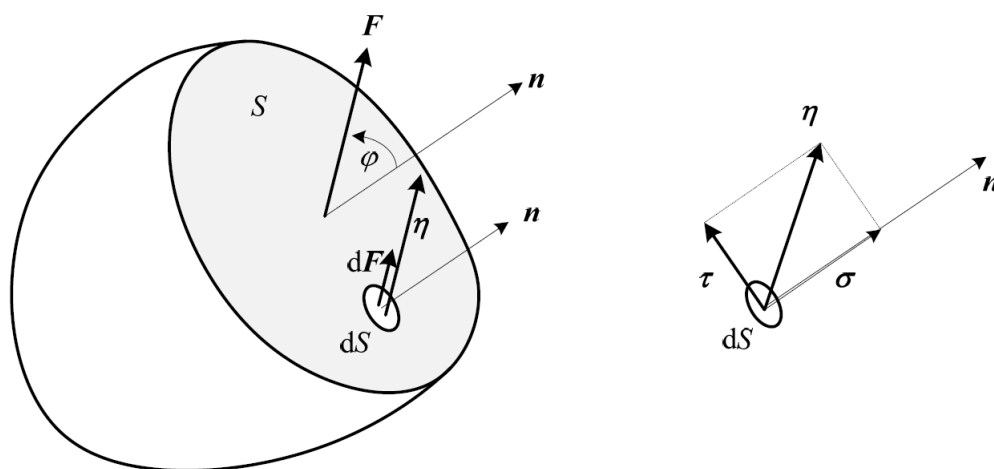
Elasticita

Jednou z dalších možností, jak měřit teplotu, je využitím elasticity, nebo-li pružnosti. Každé těleso, na které působí vnější síly, se jakýmsi způsobem deformuje a dochází ke změnám jeho rozměrů, objemu a vlastností. Tohoto jevu bych chtěl využít v této práci a na základě těchto změn navrhnout čidlo na měření teploty.

V následující kapitole budou vysvětleny základní pojmy pružnosti. Těleso budeme uvažovat jako prostorově spojitě, tudíž neobsahující žádné mezery a zcela vyplňující prostor. Takovéto těleso je libovolně dělitelné a nazývá se kontinuum.

3.1 Vnitřní síly

Provedli bychom příslušným tělesem řez, dostaneme dvě oddělené plochy o velikosti S , které na sebe podle zákona akce a reakce působí. Uvnitř kontinua vzniká v každém jednotlivém bodě napětí η . Těchto řezů lze příslušným vybraným bodem uskutečnit nekonečně mnoho a vždy bude napětí obecně jiné. Napětí je jedním ze základních a klíčových pojmů elasticity a plasticity.



Obr. 3.1: Řez tělesem - znázornění napětí |Převzato z [7]|

Zvolíme si tedy jeden bod řezu, ve kterém chceme velikost a směr napětí zjistit, a jeho

blízké okolí dS . Řez je charakterizován normálou n a celým řezem působí síla F . Normála a síla spolu svírají úhel φ . Velikost síly lze vztáhnout pouze k námi vybranému dS a budeme ji značit dF . Pokud by se provedl součet těchto jednotlivých sil dF podél celého řezu, dostaneme zpět výslednou sílu F . Napětí η v námi vybrané oblasti určíme jako podíl:

$$\eta = \frac{dF}{dS}. \quad (3.1)$$

Jelikož se výsledné napětí η může lišit právě o již zmíněný úhel φ , lze ho rozložit do dvou složek. Na normálové (tangenciální) napětí σ , které je rovnoběžné s normálou, a na smykové (tečné) napětí τ , které je kolmé na normálu, tudíž rovnoběžné s rovinou řezu.

Výsledná síla F může být vyvolána silami vnějšími 3.2, nebo silami vnitřními, vyvolanými například zahříváním tělesa. Protože napětí je definováno jako podíl síly ku velikosti plochy, jeho jednotky jsou nejčastěji N/mm^2 , nebo-li megapascalů MPa. [7, 9]

3.2 Vnější zatěžující síly

Vnější síly, které zatěžují těleso, se dají rozdělit na síly dvojího druhu:

- **síly povrchové:** Tyto síly působí na celý povrch tělesa či pouze na určitou část.
- **síly objemové:** Tento druh sil vzniká za pomoci silového pole působícího na celý objem tělesa. Jedná se např. o vlastní tíhu tělesa či síly odstředivé.

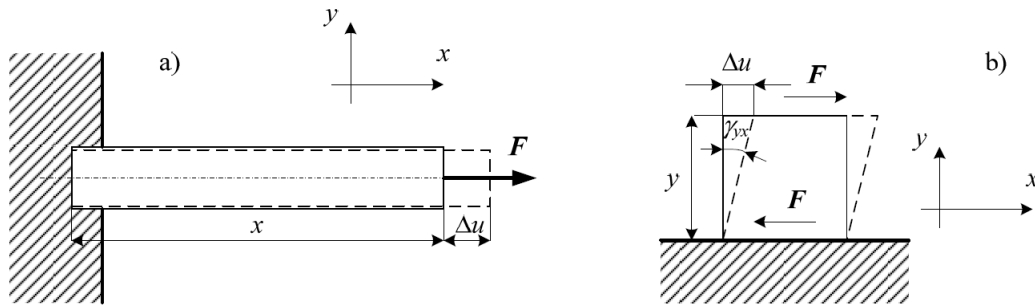
Síly působící na těleso lze dále rozdělit v závislosti na čase na:

- **zatížení statické:** jedná se o zatížení stálé nebo pomalu se měnící, které roste od určité hodnoty do maxima.
- **zatížení dynamické:** při tomto zatížení dochází k velké změně, rázu během velice krátkého časového okamžiku. [8]

3.3 Posuv a deformace

Je-li těleso zatíženo skupinou vnějších sil, dochází účinkem těchto sil k deformaci kontinua. Působením vnějších sil vznikají uvnitř tělesa síly vnitřní. Při deformaci tělesa jeho částice přecházejí do nové stabilní polohy a dochází k jejich posuvu z původního místa na nové umístění. Této změny lze například dosáhnout zatížením nosníku, který se prohne, táhnutím tyče, která se prodlouží a podobně. Předpokládáme, že nedojde k překročení pevnosti materiálu. Vezmeme-li v úvahu kartézský systém souřadnic, tak částice ze své polohy x, y, z vykoná posuv o velikosti u, v, w .

Základní pojmy, které vyjadřují deformaci tělesa Obr.3.2:



Obr. 3.2: Poměrové deformace během a) tahu - poměrné prodloužení b) smyku - zkoso
[Převzato z [7]]

- **poměrné prodloužení ε** : jedná se o bezrozměrný výraz vyjadřující délkové prodloužení. Je vyjádřeno rovnicí:

$$\varepsilon = \frac{\Delta u}{x} \quad (3.2)$$

- **zkos γ_{yx}** : vyjadřuje změnu úhlu oproti původně kolmému směru. Jedná se o bezrozměrný výraz. Změna je tak malá, že můžeme vzorec zjednodušit bez použití goniometrické funkce a dostat tak:

$$\gamma_{yx} = \frac{\Delta u}{y} \quad (3.3)$$

- **poměrná objemová změna ω** : působením vnějších sil dochází také ke změně objemu:

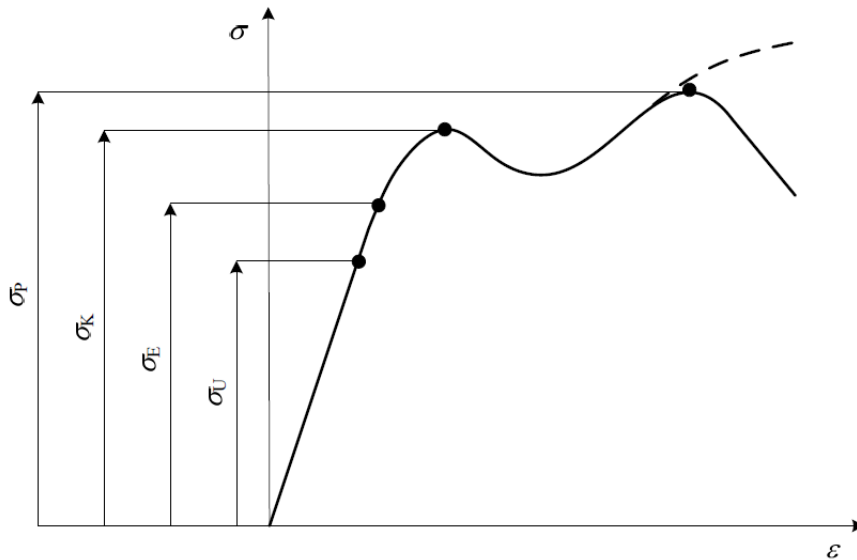
$$\omega = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V' - V}{V}, \quad (3.4)$$

kde V' je objem po deformaci z původního objemu V .

- **elasticita**: nebo-li pružnost je vlastnost tělesa vrátit se po odstranění působení vnějších sil do svého původního stavu
- **tuhost**: vyjadřuje míru odolnosti vůči působení vnějších sil. [7, 8]

3.4 Pracovní diagram materiálu

Působíme-li vnější silou na těleso, přesněji při tahové zkoušce na trhacím stroji, dochází k jeho posuvu či deformaci. Touto zkouškou dostaneme závislost změny posuvu na použitém napětí. Tato závislost je jedna z nejdůležitějších informací o příslušném materiálu. U kovů je dána jejich vnitřní stavbou. Diagram má čtyři důležité body, které znázorňuje Obr. 3.3:



Obr. 3.3: Pracovní diagram [Převzato z [7]]

- **mez úměrnosti** σ_U : v této části diagramu je závislost mezi prodloužením a napětím téměř lineární,
- **mez elasticity** σ_E : po ukončení namáhání nevznikají žádné trvalé deformace, těleso má tendenci se vracet do původního stavu (tvaru), je pružné,
- **mez kluzu** σ_K : zde již vznikají trvalé deformace, avšak deformace je složena z trvalé a vratné složky,
- **mez pevnosti** σ_P : jedná se o smluvní napětí, při němž dojde k např. k přetržení tělesa. [7, 8]

V následující práci se budeme zabývat pouze oblastí úměrnosti, která je lineární, a matematicky ji vyjadřuje Hookeův zákon. Ten je v 1D namáhání definován pro tah a tlak jako:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (3.5)$$

kde E je fyzikální konstanta zvaná Youngův modul pružnosti a je ve stejných jednotkách, jako napětí [MPa].

Pomocí experimentů se prokázalo, že pokud budeme těleso, v tomto případě tyčku, prodlužovat v ose x , tak v příčném směru dochází k poměrnému prodloužení, ale v ostatních osách y a z dochází k zúžení. Tento jev se nazývá kontrakce a lze ji díky bezrozměrnému Poissonovu číslu ν vyjádřit následovně:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x = -\nu\frac{\sigma_x}{E}, \quad (3.6)$$

Poissonovo číslo může nabývat hodnot 0 až 0,5. Obdobně lze vyjádřit závislost mezi zkosením a smykovým napětím. Jedná se o Hookův zákon ve smyku:

$$\gamma = \frac{\tau}{G}, \quad (3.7)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku [MPa].

Pokud na krychlové kontinuum budou ve směrech x , y a z působit tři normálové síly σ_x , σ_y a σ_z , bude poměrné prodloužení dáno těmito vztahy, které se nazývají zobecněný Hookův zákon ve 3D:

$$\varepsilon_{cx} = \varepsilon_x - \nu\varepsilon_y - \nu\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)), \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_{cy} = \varepsilon_y - \nu\varepsilon_z - \nu\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)), \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{cz} = \varepsilon_z - \nu\varepsilon_x - \nu\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)). \quad (3.10)$$

3.5 Napjatost

Jedná se o rozložení a velikost napětí v tělese zatíženým vnějšími silami. Napjatost se skládá z šesti složek. Jde o tři složky normálového napětí σ_x , σ_y , σ_z a tři složky smykového napětí τ_x , τ_y , τ_z . Napjatost by mělo být možno najít v každém bodě kontinua. Napjatost je obecně prostorová, ale existují zvláštní případy, kdy se lze na napjatost dívat jako na jednoosou či dvouosou. [7, 8]

3.6 Matematická teorie elasticity

Vezmeme-li například krychli $ABCD$ o daných rozměrech dx , dy a dz a budeme na ni působit vnějšími silami, bude se krychle deformovat na tvar $A'B'C'D'$ a jednotlivé posuvy jsou ve směrech $u = u(x, y, z)$, $y = y(x, y, z)$ a $z = z(x, y, z)$.

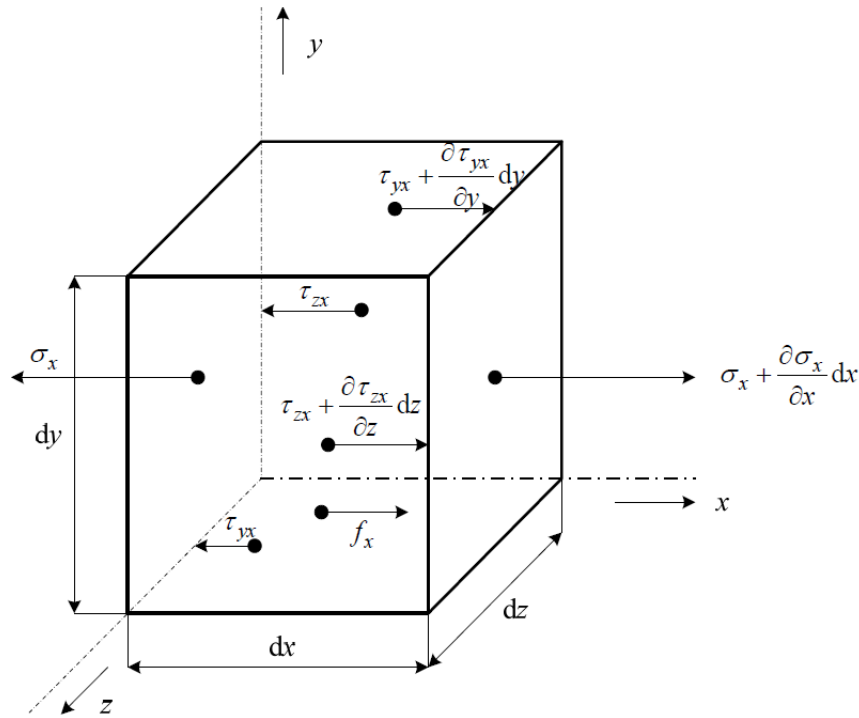
V další části budeme vycházet z rovnice rovnováhy sil kontinua pro směr x , která vychází z Obr.3.4:

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dydz - \sigma_x dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{yx} dx dz \\ & + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zx} dx dy + f_x dx dy dz = 0, \end{aligned} \quad (3.11)$$

a její již upravený tvar pro směr x je:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x = 0, \quad (3.12)$$

kde f_x je označení pro složku vnitřní měrné síly původu termoelastického, elektromagnetického či jiného a to ve směru x .



Obr. 3.4: Rovnováha [Převzato z [7]]

Do rovnice rovnováhy se dosadí za normálové napětí σ a smykové napětí τ následující vztahy. Jejich odvození v této práci nebude zmíněno, nicméně lze si ho dohledat v příslušné literatuře zabývající se teorií Pružnosti a pevnosti [8].

$$\sigma_x = \frac{E}{1 + \nu} \left(\varepsilon_{cx} + \frac{\omega v}{1 - 2\nu} \right), \quad (3.13)$$

$$\tau_{yx} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (3.14)$$

$$\tau_{zx} = G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (3.15)$$

Jako další fakt je závislost mezi modulem pružností ve smyku G a Youngovým modulem E :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (3.16)$$

Po dosazení těchto vztahů do rovnice rovnováhy sil, dostaneme tvar:

$$\begin{aligned} & \frac{E}{2(1 + \nu)} \frac{\partial}{\partial x} \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\nu}{1 - 2\nu} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + f_x = 0, \end{aligned} \quad (3.17)$$

přičemž zavedeme vektor $\mathbf{p} = (u, v, w)$ a také víme, že $\operatorname{div} \mathbf{p} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$ a Laplaceův operátor je $\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$. Další úpravou proto dostáváme rovnici:

$$\left(\frac{vE}{(1+v)(1-2v)} + \frac{E}{2(1+v)} \right) \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{p}}{\partial x} + \frac{E}{2(1+v)} \Delta u + f_x = 0, \quad (3.18)$$

analogicky lze získat rovnice i pro ostatní dva směry y a z :

$$\left(\frac{vE}{(1+v)(1-2v)} + \frac{E}{2(1+v)} \right) \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{p}}{\partial y} + \frac{E}{2(1+v)} \Delta v + f_y = 0, \quad (3.19)$$

$$\left(\frac{vE}{(1+v)(1-2v)} + \frac{E}{2(1+v)} \right) \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{p}}{\partial z} + \frac{E}{2(1+v)} \Delta w + f_z = 0. \quad (3.20)$$

Poslední úpravou z těchto rovnic pro směry x , y a z získáme tzv. Lamého rovnici:

$$\left(\frac{vE}{(1+v)(1-2v)} + \frac{E}{2(1+v)} \right) \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{p}) + \frac{E}{2(1+v)} \Delta \mathbf{p} + \mathbf{f} = 0. \quad (3.21)$$

Vyřešíme-li vše uvedenou Lamého rovnicí, dostaneme rozložení posuvů a dalšími výpočty lze v každém bodě kontinua spočítat deformaci a následnou informaci o rozložení napětí. [7, 8]

3.7 Termoelastická

Pokud těleso začneme ohřívat, začne měnit teplotu a také své rozměry. Pokud má těleso ve svém okolí dostatek prostoru, nebrání-li tělesu nic ve změně svého objemu, tak změna teploty nevytvoří žádné vnitřní napětí. Pokud tedy dojde ke změně teploty o ΔT , tak dojde k příslušným změnám deformace tělesa. Zkos zůstane stejný, ale dojde k poměrnému prodloužení. Vezme-li v úvahu krychli, která má stejné rozměry, bude poměrné prodloužení ve všech směrech stejné a bude se rovnat:

$$\varepsilon = \alpha_T \cdot \Delta T, \quad (3.22)$$

kde α_T je teplotní součinitel roztažnosti materiálu. [9]

4

Numerický model

V následující kapitole bude představen teoretický návrh experimentu zaměřeného na měření teploty na základě termoelasticity. Těleso bude zahříváno a následně měřen jeho posun v závislosti na teplotě. K zahřátí byl zvolen indukční způsob ohřevu příslušného měřeného materiálu. K numerickým výpočtům a simulacím byl zvolen program Agros2D.

4.1 Agros2D

K řešení simulací fyzikálních polí byl zvolen volně šiřitelný program Agros2D. Jedná se o multiplatformní aplikaci, tudíž ji lze využívat na dnes nejvíce rozšířených operačních systémech, jako jsou Microsoft Windows či Linux. Ve vývoji je i verze pro MacOS.

Pro řešení matematického problému využívá Agros2D knihovnu Hermes, která je vyvíjena na univerzitách a vědeckých pracovištích po celém světě. Kdežto Agros2D je vyvíjen Západočeskou univerzitou v Plzni. K vývoji programu je použit jazyk C++, který využívá další knihovny. Agros2D má oproti jiným komerčním aplikacím některé unikátní vlastnosti:

- metoda konečných prvků vyššího řádu přesnosti,
- křivočaré elementy,
- automatická adaptivita sítě a řádu přesnosti,
- multimesh.

V dnešní době lze ve verzi Agrosu2D 3.2 numericky řešit níže uvedená fyzikální pole. Přičemž se může počítat pouze s jedním polem či s poli sdruženými. Je zde možnost slabých a silných sdružení mezi poli:

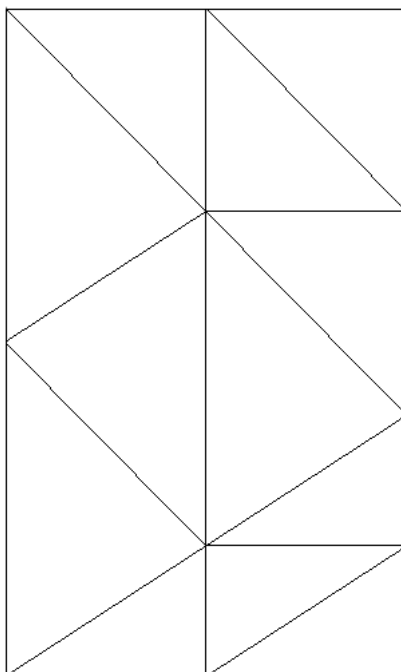
- elektrostatické pole,
- magnetické pole,
- elektrické proudové pole,

- teplotní přenos,
- termoelastické pole napětí a deformací,
- akustické pole,
- frekvenční pole
- a proudění. [10, 11]

4.2 Metoda konečných prvků

Řešení fyzikálních polí vede na soustavy parciálních diferenciálních rovnic. S nástupem výpočetní techniky lze využít pro výpočet soustav parciálních diferenciálních rovnic tzv. metodu konečných prvků, která vychází z Ritzovy - Galerkinovy metody.

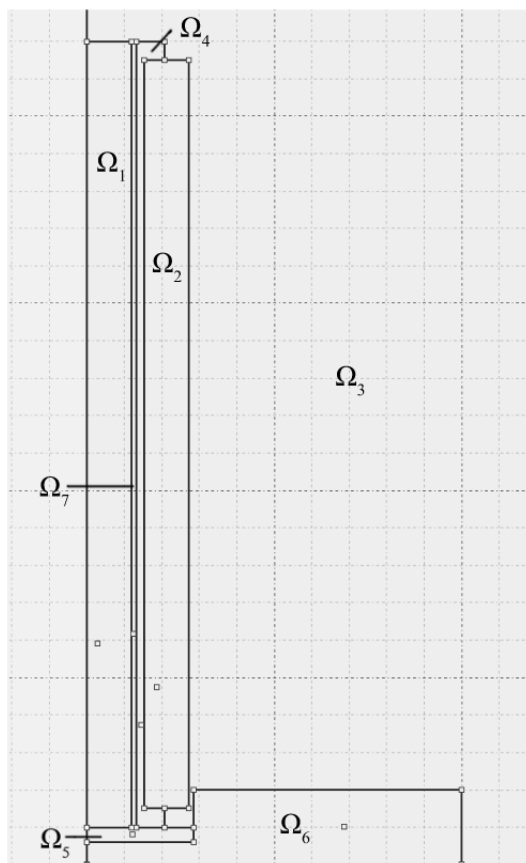
Každou oblast Ω lze diskretizovat na konečný počet geometricky jednoduchých podoblastí, využitím interpolace pomocí polynomů. Diskretizace musí být provedena tak, aby dovozovala modelovat přesné parametry v daném místě kontinua a zároveň musí být výpočetní složitost soustavy přijatelná. Vzniklé podoblasti mají většinou tvar trojúhelníku (viz. Obr. 4.1) či čtyřúhelníku. Jednotlivé polynomy jsou přesně definované v určité vzniklé podoblasti. Takto vzniklá soustava rovnic o mnoha neznámých (několik tisíc) výpočet značně zjednoduší. [12]



Obr. 4.1: Znárodnění rozkladu na trojúhelníky

4.3 Geometrie

Jako první pro teoretický návrh experimentu, jeho další výpočty a následnou stavbu bylo zapotřebí navrhnout vhodnou geometrii, která by byla vhodná pro výpočet v programu Agros2D a zároveň se dala prakticky zrealizovat.



Obr. 4.2: Geometrie modelu

Hlavním předpokladem bylo zajištění dostatečného ohřevu měřeného tělesa. K ohřevu tělesa byl nakonec zvolen indukční ohřev pomocí solenoidu, kdy cívka bude namotána na nemagnetickém jádře, které bude uvnitř duté, a dovnitř se bude vkládat měřený materiál především ve formě stejně vysoké tyče. Takto je možné měřit těleso o maximálním průměru 12,5 mm a výšce 105 mm. Tyto rozměry byly zvoleny na základě pro nás dostupných materiálů, přičemž základní simulace probíhaly zároveň s hledáním vhodných materiálů a docházelo tak za pochodu k ověřování jejich kladné využitelnosti při následné stavbě.

Na Obr. 4.2 je znázorněna geometrie modelu v programu Agros2D, který tento model řeší jako osově symetrický. Model se tedy nakonec skládá ze sedmi oblastí Ω :

- **oblast Ω_1 :** měřené těleso,
- **oblast Ω_2 :** samotné vinutí cívky,
- **oblast Ω_3 :** okolní vzduch,

- **oblast** Ω_4 : nemagnetické kostra cívky,
- **oblast** Ω_5 : pod aktivní část modelu byla umístěna, díky výskytu vysokých teplot, teplotně odolná tkanina,
- **oblast** Ω_6 : konstrukce, která drží aktivní část modelu ve vzpřímené poloze,
- **oblast** Ω_7 : malá vzduchová mezera, která vznikne jako rozdíl mezi měřeným tělesem a vnitřní hranou jádra cívky.

4.4 Matematický model

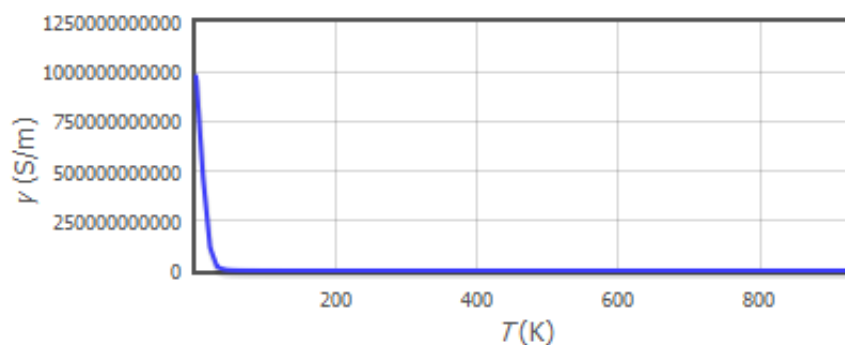
Níže bude rozepsán obecný matematický model zařízení využívajícího ohřevu tělesa v nestacionárním magnetickém poli, vybuzeném protékajícím harmonickým elektrickým proudem. Tento model se skládá ze tří fyzikálních polí. Jedná se o magnetické pole, teplotní pole a strukturální analýzu. Všechny pole jsou vzájemně sdružena. Při řešení jednotlivých polí nejsou vždy ovlivněny všechny oblasti modelu.

4.4.1 Magnetické pole

Při výpočtu magnetického pole jsou ovlivněny všechny oblasti modelu $\Omega_1 - \Omega_7$. Výpočet vychází z první Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru, kde se rotace vektoru intenzity magnetického pole \mathbf{H} rovná hustotě proudu \mathbf{J} :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (4.1)$$

Magnetické pole je řešeno nezávisle na zbylých dvou. Jelikož se teploty budou pohybovat do maximální hodnoty 250 °C, je možné zanedbat teplotní závislost magnetické permeability a elektrické vodivosti. Tento fakt výsledky prakticky vůbec neovlivní. Dal-



Obr. 4.3: Teplotní závislost vodivosti

šími úpravami této rovnice se dostaneme k následné podobě diferenciální rovnice:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_{\text{ext}}, \quad (4.2)$$

kde \mathbf{A} je vektor magnetického potenciálu, μ je permeabilita, γ je elektrická vodivost a \mathbf{J}_{ext} je vektor proudové hustoty.

Při našem experimentálním návrhu jsme dospěli k závěru, že pro lepší ohřev při maximálním proudovém zatížení vodiče použitého na stavbu cívky, je zapotřebí zvýšit frekvenci vstupního signálu, a proto je i v matematickém modelu potřeba zohlednit skutečnost, že se jedná o harmonické elektromagnetické pole. To popisuje tzv. Helmholtzova rovnice pro fázor vektorového potenciálu $\overline{\mathbf{A}}$:

$$\text{rot rot } \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{j} \cdot \omega \gamma \mu \overline{\mathbf{A}} = \mu \overline{\mathbf{J}_{\text{ext}}}, \quad (4.3)$$

kde $\overline{\mathbf{A}}$ je fázor magnetického potenciálu, ω je úhlová rychlost a $\overline{\mathbf{J}_{\text{ext}}}$ je fázor proudové hustoty. [13, 14]

4.4.2 Teplotní pole

Působením magnetického pole vznikají v materiálech Jouleovy ztráty a celé těleso je tímto způsobem zahříváno. Model teplotního pole je popsán rovnicí:

$$\text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - p_J, \quad (4.4)$$

kde λ je tepelná vodivost, T je teplota, ρ měrná hmotnost materiálu, c_p je tepelná kapacita a p_J jsou Jouleovy ztráty, které jsou způsobeny tepelnými účinky vířivých proudů a jsou definovány jako:

$$p_J = \frac{|\overline{\mathbf{J}_v}|^2}{\gamma}, \quad (4.5)$$

kde \mathbf{J}_v je proudová hustota vířivých proudů, která do jisté míry závisí na úhlové rychlosti: [10, 14]

$$\overline{\mathbf{J}_v} = \mathbf{j} \cdot \omega \gamma \overline{\mathbf{A}}. \quad (4.6)$$

4.4.3 Strukturální analýza

Poslední pole modelu je strukturální analýza, kterou v modelu aplikujeme už pouze na zahřívání a měřený objekt, oblast Ω_1 . Posuv v závislosti na teplotě lze zjistit několika různými metodami. My jsme v kapitole 3.6 odvodili Lamého rovnici. Dalšími úpravami bychom na základě rovnováhy sil v kontinuu dostali její modifikovaný tvar pro teplotní působení:

$$(\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div } \mathbf{p}) + \mu \Delta \mathbf{p} - (3\lambda + 2\mu) \cdot \alpha_T \cdot \text{grad } T + \mathbf{f} = 0, \quad (4.7)$$

$$\lambda = \frac{vE}{(1+v)(1-2v)}, \quad (4.8)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (4.9)$$

kde λ a μ jsou nezáporné koeficienty související s materiálovými konstantami, jak bylo popsáno v kapitole 3. [14]

4.5 Materiály

Geometrie již byla znázorněna na Obr. 4.2, kde jsou oblasti $\Omega_1 - \Omega_7$. Každá tato oblast modelu je z určitého typu materiálu. Kostra cívky Ω_4 je vyrobena z polytetrafluorethylenu. Na vinutí Ω_2 byl použit měděný lakovaný drát. Konstrukce Ω_6 byla vytvořena z dřevotřísky, na kterou v místě největšího teplotního namáhání byla nalepena teplotně odolná skelná tkanina Ω_5 . Jako měřený objekt byla použita hliníková tyčka. Okolí vyplňuje vzduch, který ovšem v malé vzduchové mezeře Ω_7 , kde nemůže proudit, má své fyzikální vlastnosti ovlivněny vzniklými poli.

Fyzikální konstanty jednotlivých materiálů jsou uvedeny v tabulkách 4.1, 4.2, 4.3. Zde jsou uvedeny pouze fyzikální konstanty materiálů, nicméně je zapotřebí brát v úvahu, že materiály mění své fyzikální vlastnosti v závislosti na teplotě. Program Agros2D umožňuje simulaci pouze slabě sdužených polí, proto byly nelinearity materiálů použité pouze u teplotního pole.

materiál	$\mu_r [-]$	$\gamma [S \cdot m^{-1}]$
vzduch	1	-
měď	1	-
hliník	1	2,90E+07
mosaz	1	1,88E+07
skelná tkanina	1	-
dřevotříska	1	-
teflon	1	-

Tab. 4.1: Fyzikální konstanty materiálů pro magnetické pole

Aby model byl korektní a mohla proběhnout simulace řešeného problému, musí být do modelu přiřazeny okrajové podmínky na hranách řešených polí. Tzn. každé řešené pole má svoji specifickou okrajovou podmínku:

- **Magnetické pole:** okrajová podmínka pro magnetický potenciál na celém okraji řešené úlohy $A = 0$.
- **Teplotní pole:** podmínka pro přestup tepla konvekcí do okolního vzduchu, kde je zadána teplota okolí T_e a koeficient přestupu tepla $\alpha = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

- **Strukturální analýza:** musí být určeny směry, kam se může materiál vlivem teplotní roztažnosti dále rozpínat.

materiál	λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]
vzduch	3,00E-03	1,26	1
měď	401	8940	383
hliník	236	2700	894
mosaz	120,7	8530	375
skelná tkanina	0,04	1522	670
dřevotříska	0,017	1000	1630
teflon	0,24	2220	1050

Tab. 4.2: Fyzikální konstanty materiálů pro teplotní pole

materiál	E [Pa]	ν [–]	α [K^{-1}]
hliník	6,56E+10	0,33	2,48E-05
mosaz	1,08E+11	0,33	1,38E-05

Tab. 4.3: Fyzikální konstanty materiálů pro strukturální analýzu

5

Experimentální zařízení

K provedení experimentu zabývajícího se měřením teploty objektů na základě teplotní roztažnosti materiálů bylo zapotřebí zkonstruovat experimentální zařízení. V kapitole 4 byla naznačena jeho struktura a matematický model. V následující kapitole bude příslušné zařízení podrobněji popsáno a uveden postup měření.

5.1 Stavba

Při samotné stavbě se muselo zohlednit několik faktorů, které by mohly negativně ovlivnit funkčnost zařízení. Proto bylo zapotřebí provést nejdříve přibližnou simulaci na jednoduchém návrhu modelu. Základním předpokladem bylo, že cívka bude namotána z měděného drátu a ohřívat budeme hliníkovou tyč. Simulací v programu Agros2D jsme ověřili, že zahřátí hliníkové tyčky o průměru 12 mm je námi vybranou cestou indukčního ohřevu možné a bude dosaženo potřebné teploty, kterou jsme stanovili na maximální hodnotu 250 °C.

Při konstruování cívky pro indukční ohřev jsme vycházeli z přibližného rozměru vinutí, kde by bylo maximálně 6 vrstev závitů na sobě, a nutností dosáhnout co nejvyšší hodnoty proudové hustoty. Z těchto znalostí jsme mohli přistoupit k výpočtu proudové hustoty, dle vztahu:

$$J = \frac{N \cdot I_v}{S_v \cdot k}, \quad (5.1)$$

kde N je počet závitů, I_v je maximální dovolený proud vodičem, S_v je velikost plochy vodiče a k je koeficient plnění cívky:

$$k = \frac{N \cdot S_v}{S_c}, \quad (5.2)$$

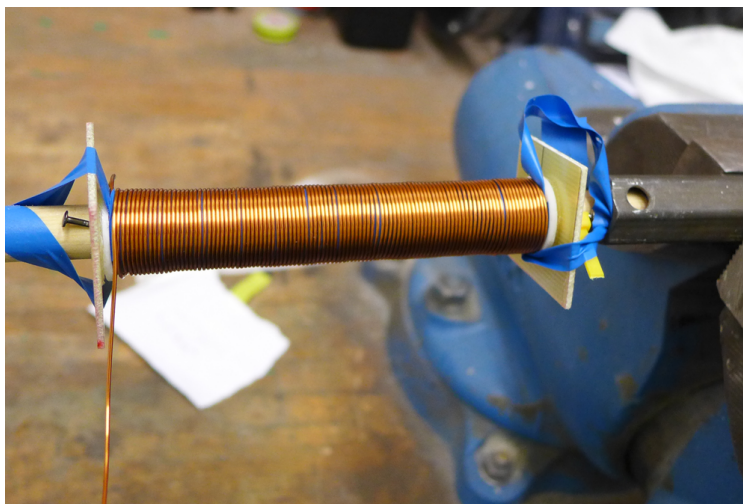
kde S_c je velikost plochy cívky.

V Tab. 5.1 je znázorněn výběr průměru vodiče vhodného ke konstrukci cívky. Nejvhodnějším vodičem k realizaci samotné cívky byl zvolen lakovaný měděný drát o průměru 0,85 mm. Při výběru musela být zohledněna také délka potřebného vodiče z důvodů běžně dostupných nabídek lakovaných drátů.

Průměry vodiče	0,5	0,85	1	1,5
I_v	0,6	1,9	2,4	5,3
S_v	0,196	0,567	0,785	1,767
S_c	700	700	700	700
N	2800	936	700	264
k	0,785	0,758	0,785	0,666
J	1,528E+07	5,901E+06	3,820E+06	1,698E+06

Tab. 5.1: Výběr vodiče

Dalším krokem bylo navinutí měděného drátu na teflonovou kostru cívky. Realizace probíhala manuálním navíjením příslušného počtu závitů. Pro zpevnění vinutí byla vždy mezi jednotlivé řady navinuta vrstva izolační PVC pásky s minimálním překrytím. Jelikož byla cívka navíjena ručně, došlo k nepřesnostem a koeficient plnění tak nebyl dodržen dle teoretických výpočtů. Jeho hodnota klesla pod 60 %, a proto bylo v průběhu výroby přidána ještě jedna vrstva závitů, aby bylo následně dosaženo potřebného zahřátí měřeného objektu.



Obr. 5.1: Navíjení cívky

Na takto navinuté cívce byla změřena přibližná velikost indukčnosti na RLC metru Tesla BK 134 pro výpočet kompenzačního kondenzátoru, kdy sériovým zapojením indukčnosti a kapacity o známé hodnotě velikosti dojde při určité frekvenci k největšímu průchodu proudu do obvodu - jedná se sériovou rezonanci. Obvod se bude chovat jako činný odpor. Tohoto stavu se docílí nalezením frekvence, při které dojde k vyrušení reaktancí:

$$X_C = X_L, \quad (5.3)$$

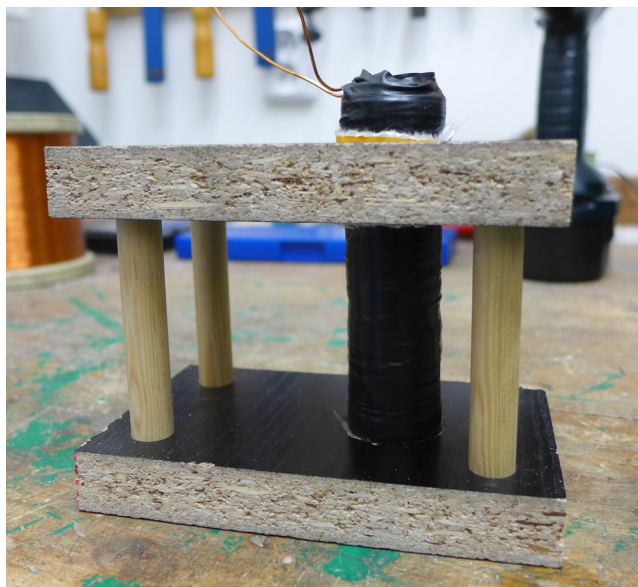
kde X_C je reaktance kondenzátoru a X_L je reaktance cívky. Příslušnými úpravami dostaneme Thomsonův vztah:



Obr. 5.2: Navinutá cívka

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (5.4)$$

kde f_0 je rezonanční frekvence, L je hodnota indukčnosti a C je hodnota kapacity kondenzátoru.



Obr. 5.3: Hotová cívka umístěná ve stojanu

V Tab. 5.2 je naznačen výpočet velikosti kondenzátoru ze známé velikosti indukčnosti, kdy dle možnosti zdroje signálu a simulace v programu Agros2D byl zvolen rozsah možné rezonanční frekvence $f_0 = 1 \text{ kHz} - 5 \text{ kHz}$. Při našem experimentálním návrhu jsme

dospěli k závěru, že pro lepší ohřev při maximálním proudovém zatížení vodiče použitého na stavbu cívky, je zapotřebí co nejvyšší frekvence vstupního signálu. A dle na trhu dostupných kondenzátorů jsme zvolili kapacitu o velikosti $C = 1 \mu\text{F}$.

Tímto byl dokončen návrh a stavba experimentálního zařízení pro indukční ohřev, s jehož pomocí budeme ověřovat roztažnost materiálů v závislosti na teplotě. Cívka musí být umístěna ve vertikální pozici, proto byla umístěna do stojanu Obr. 5.3.

f_0 [Hz]	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
C [μF]	21,2	9,4	5,3	3,4	2,4	1,7	1,3	1,0	0,8

Tab. 5.2: Výpočet kompenzačního kondenzátoru pro $L = 1,195 \text{ mH}$

Vytvořené zařízení je zobrazeno na Obr. 5.4, kdy byly na konstrukci stojanu umístěny důležité komponenty, aby mohlo být vytvořené zařízení dále používáno a bylo co nejkompaktnější. Byl zde umístěn ručkový ampérmetr pro sledování velikosti maximálního přípustného proudu, dále je uvnitř upevněn kompenzační kondenzátor a vše je doplněno potřebnými zdírkami pro vstupní signál a sledování hodnot napětí na kondenzátoru.



Obr. 5.4: Experimentální zařízení

5.2 Měření

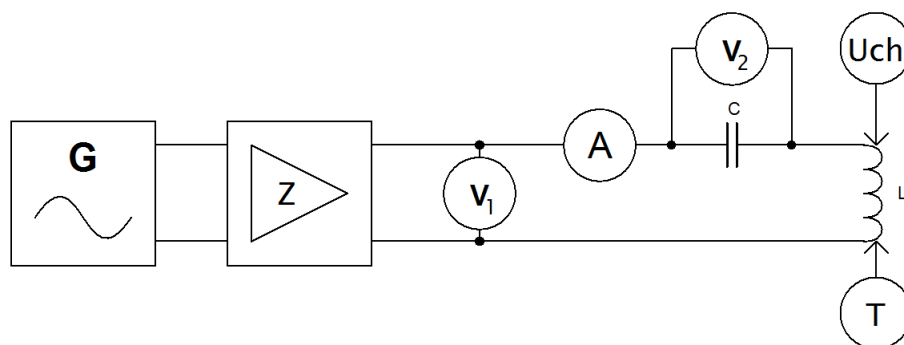
Po vyrobení experimentálního zařízení se mohlo přejít k samotnému měření a zkoumání problematiky zaměřené na měření teploty na základě termoelasticity.

Zařízení bylo od začátku navrhováno pro ohřev příslušného objektu, na jehož volně přístupnou horní hranu bude umístěn úchylkoměr a bude měřen příslušný posun v mikrometrech. Úchylkoměr je velice citlivé zařízení a pro jeho správnou funkčnost je zapotřebí



Obr. 5.5: Umístění úchylkoměru

pevné uchycení. Při měření byl proto umístěn na železnou konstrukci robustního stojanu. Úchylkoměr byl nastaven tak, aby se jeho měřící hrot dotýkal zahřívaného objektu viz. Obr. 5.5.



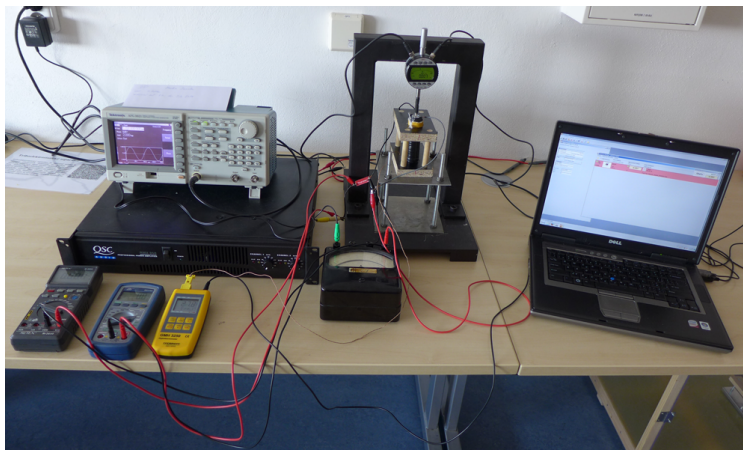
Obr. 5.6: Schéma zapojení

Tímto způsobem byla vyřešena mechanická část experimentu, kdy bude odečítána hodnota prodloužení zahřívaného tělesa. Další částí experimentu je samotný elektrický obvod. Při modelování a následné konstrukci cívky bylo zvoleno harmonické napájení, kdy maximální proudové zatížení udávané výrobcem měděného lakovaného drátu je 1,9 A. Pro generování potřebného harmonického signálu byl použit frekvenční generátor, který ovšem nevytváří dostatečnou velikost proudu. Proto byl signál odveden do zesilovače, kde byl zesílen na hodnotu blízkou se maximálnímu možnému proudovému zatížení měděného vodiče.

Při napájení obvodu musejí být sledovány důležité elektrické veličiny, aby nedošlo ke zničení jednotlivých součástí experimentálního zařízení. Důležitou hodnotou je tedy proud v obvodu, který je sledován analogovým ampérmetrem, jelikož jeho vstupní odpor je nižší než u digitálního ampérmetru, který příliš omezoval velikost proudu. Další sledovanou veličinou bylo napětí na kompenzačním kondenzátoru, které nemůže překročit hodnotu 630 V. Sledované bylo také napětí na výstupu zesilovače. Schéma zapojení je znázorněno na Obr. 5.6. A seznam použitých přístrojů a součástek Tab. 5.3

Značka	Přístroje a součástky	Inventární číslo
G	Frekvenční generátor Tektronic AFG 3021	500282
Z	Zesilovač QSC RMX 850	-
A	Analogový ampérmetr Metex 5A	5018
V ₁	Multimetr M-3850	45011
V ₂	Multimetr BST BS 3703	-
Uch	Úchylkoměr Mahr Marcator 1088	208248
T	Thermometer Greisinger GMH 3250	213251
C	Kondenzátor 1 μ F/690V	-
L	Experimentální cívka	-

Tab. 5.3: Seznam použitých přístrojů a součástek



Obr. 5.7: Měřící pracoviště

Po zapojení dle schématu bylo nutné najít přesnou rezonanční frekvenci, kdy obvodem bude protékat největší proud. Její přibližná velikost byla známa, ale jelikož indukčnost cívky nebyla změřena nejpřesněji díky možné odchylce RLC metru. Proto byla rezonanční frekvence zjišťována za pomoci osciloskopu, kdy byl porovnáván fázový posuv signálu výstupu frekvenčního generátoru a signálu na kompenzačním kondenzátoru. Nalezená shoda byla při $f_0 = 5,2$ kHz. Nalezená hodnota byla ověřena analogovým ampérmetrem, kdy při této frekvenci protékal obvodem největší proud.

Pro možnost porovnání numerického modelu a vlastního měření byl k měřenému objektu přiložen dotykový teploměr T. Hodnoty z dotykového teploměru a úchylkoměru byly zaznamenávány do počítače. Jejich záznam byl synchronizován, aby mohl být následně vyneseno do příslušných grafů. Záznam byl prováděn každých 10 vteřin.

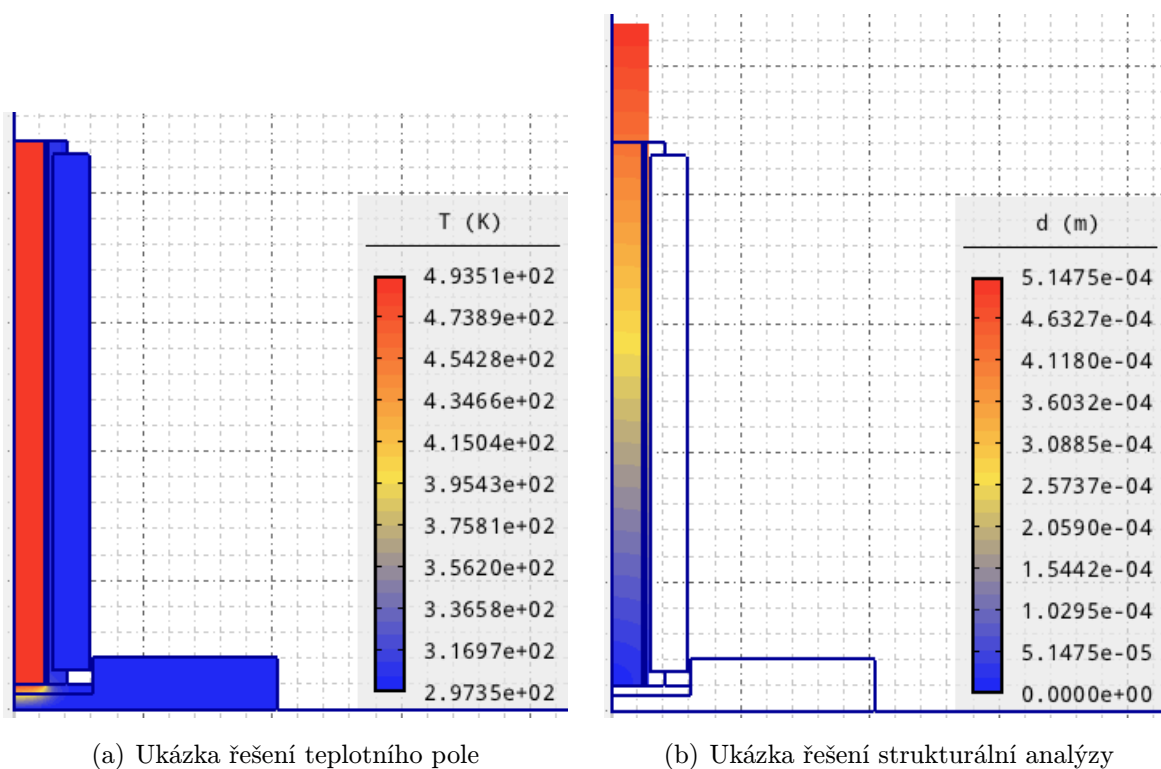
6

Výsledky měření

Na hotovém experimentálním zařízení bylo provedeno několik měření, aby mohlo dojít k porovnání výsledků teoretických, které jsou výsledkem simulace modelu v programu Agros2D, a výsledků praktických, které jsme získali zahříváním měřeného objektu a měřením jeho objemové změny.

6.1 Agros2D

K porovnání naměřených hodnot sloužil model vytvořený v programu Agros2D. Numerický model byl vždy upraven po provedení praktického měření, jelikož musela odpovídat



Obr. 6.1: Řešení v programu Agros2D

velikost proudu a tím mohlo být docíleno ke stejnému ohřátí za stanovený čas numerického i reálného modelu. Následně byly odečtené hodnoty vynášeny do grafů, kde jsou znázorněny příslušné průběhy a mohlo dojít k porovnání. Model je nutné také upravit změnou příslušných materiálových konstant, pokud dojde ke změně zkoumaného objektu.

Z Obr. 6.1(a) je vidět, že měřený objekt se ohřívá v celém svém objemu na stejnou teplotu. Při takovém ohřevu se zkoumaný objekt prodlouží dle Obr. 6.1(b).

6.2 Hliník

Prvním materiálem zvoleným pro experiment je hliník. Zahřívána bude tyč o průměru 12 mm a délkou 105 mm. Při měření je uvažováno několik možností umístění teploměru a také bude změněn podklad pod zahřívanou tyčkou. Budou tedy nejprve provedena čtyři rozdílná měření a porovnána s modelem v Agrosu. Těleso bylo vždy zahříváno na přibližnou teplotu 220 °C.

1. měření

Při prvním měření byl dotykový teploměr umístěn pod měřeným objektem a jako podložka byla použita skelná tkanina. Naměřené hodnoty jsou zapsány v Tab.6.1. Během měření byly zaznamenávány a hlídány mezní hodnoty napětí a proudu pro experimentální zařízení Tab.6.2, kdy nedošlo k jejich překročení.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	24,2	0,000
10	26,7	0,017
30	39,3	0,064
50	53,0	0,109
80	71,6	0,169
120	94,1	0,235
170	117,6	0,300
230	140,4	0,356
290	158,0	0,401
350	173,3	0,442
410	186,3	0,482
470	198,1	0,520
530	208,8	0,554
590	218,7	0,585
600	220,2	0,590

Tab. 6.1: Naměřené hodnoty - 1. měření

teplota [°C]	U_c [V]	U_{vstup} [V]	I [A]
30	95,4	18,5	1,80
60	93,9	18,3	1,79
90	92,1	18,3	1,76
120	90,2	18,3	1,72
150	88,2	18,3	1,68
180	85,9	18,3	1,64
210	83,7	18,3	1,60
220	83,1	18,3	1,59

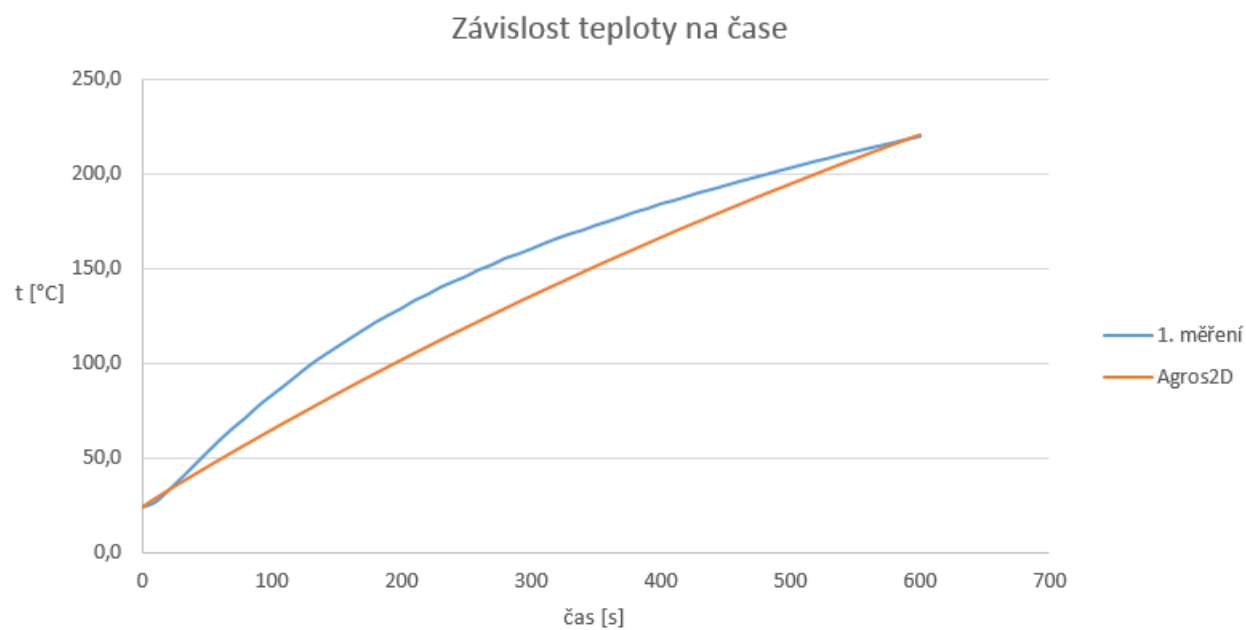
Tab. 6.2: Mezní hodnoty - 1. měření

Na základě naměřených hodnot byl upraven model v programu Agros2D a následně odečteny vypočtené hodnoty Tab 6.3.

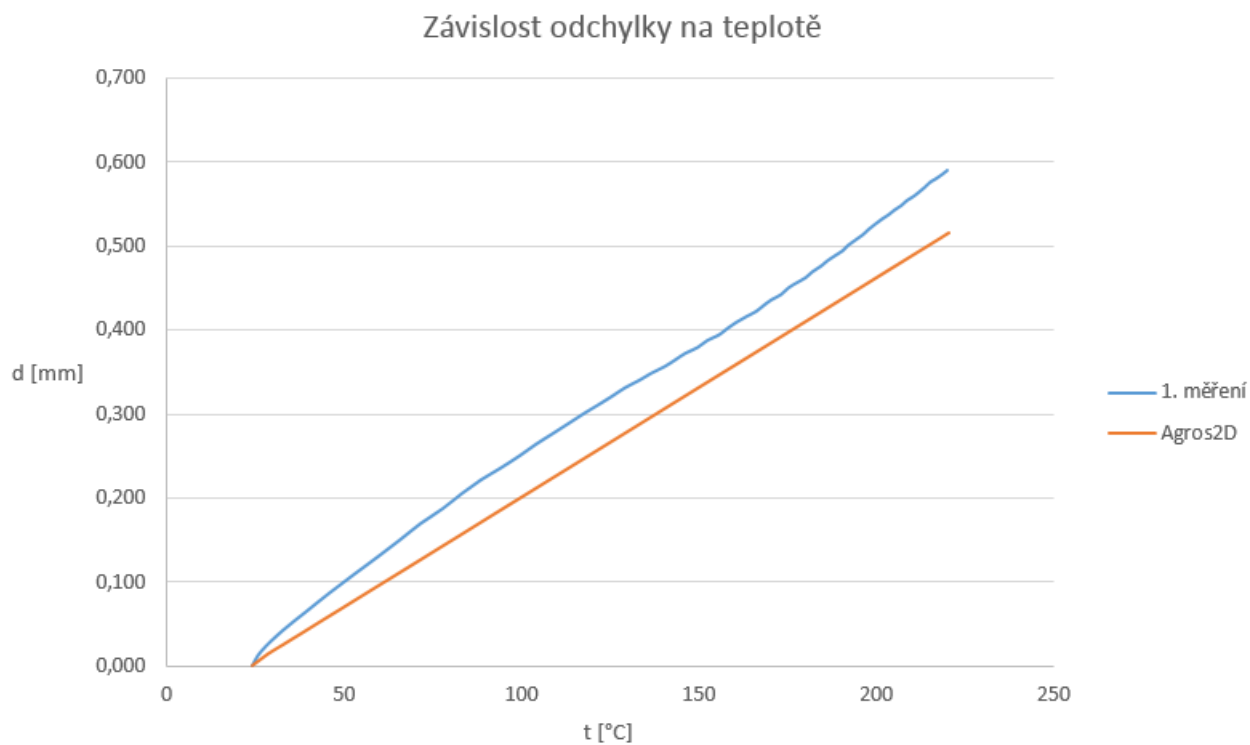
čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0,0	24,20	0,0000
10,0	28,70	0,0142
20,0	32,98	0,0252
33,4	38,54	0,0397
53,7	46,76	0,0612
81,7	57,86	0,0902
120,0	72,55	0,1285
173,0	92,19	0,1799
233,0	113,24	0,2349
293,0	133,21	0,2871
353,0	152,17	0,3366
413,0	170,18	0,3836
473,0	187,22	0,4281
533,0	203,38	0,4704
593,0	218,79	0,5106
600,0	220,38	0,5148

Tab. 6.3: Vypočtené hodnoty Agros2D - 1.měření

Naměřené a vypočtené hodnoty byly vyneseny do grafu na Obr 6.2 a Obr 6.3.



Obr. 6.2: Závislost teploty na čase - 1. měření



Obr. 6.3: Závislost odchylky na teplotě - 1. měření

2. měření

Během druhého měření byl dotykový teploměr opět umístěn pod měřeným objektem, nicméně jako podložka byla použita sklolaminátová deska, která by měla nejlépe odpovídat simulaci v programu Agros2D, kdy je prodloužení směrem k podložce fixováno. To znamená, že by se zahřívaný objekt tímto směrem neměl prodlužovat. Naměřené hodnoty jsou zapsány v Tab.6.4. Během měření byly zaznamenávány a hlídány mezní hodnoty napětí a proudu pro experimentální zařízení Tab.6.5, kdy nedošlo k jejich překročení.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	25,6	0,000
10	31,3	0,015
20	39,6	0,037
30	46,6	0,059
50	62,5	0,102
80	82,7	0,162
110	100,8	0,213
160	125,2	0,286
220	148,9	0,356
270	164,3	0,405
330	179,8	0,452
380	191,3	0,486
440	203,1	0,524
490	212,4	0,553
530	218,6	0,574
550	222,4	0,584

Tab. 6.4: Naměřené hodnoty - 2. měření

teplota [°C]	U_c [V]	U_{vstup} [V]	I [A]
30	95,3	18,5	1,8
60	93,8	18,5	1,79
90	92,1	18,3	1,75
120	90,2	18,3	1,72
150	88,3	18,3	1,69
180	86,2	18,3	1,65
210	83,8	18,5	1,6
220	83,1	18,5	1,59

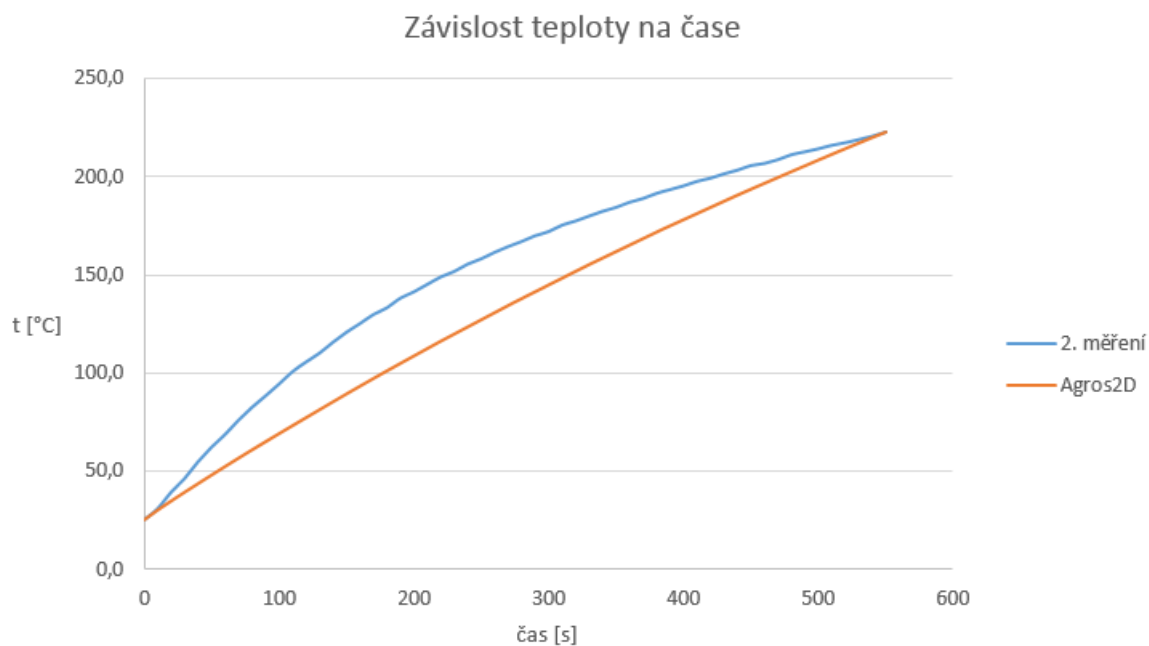
Tab. 6.5: Mezní hodnoty - 2. měření

Na základě naměřených hodnot byl upraven model v programu Agros2D a následně odečteny vypočtené hodnoty Tab 6.6.

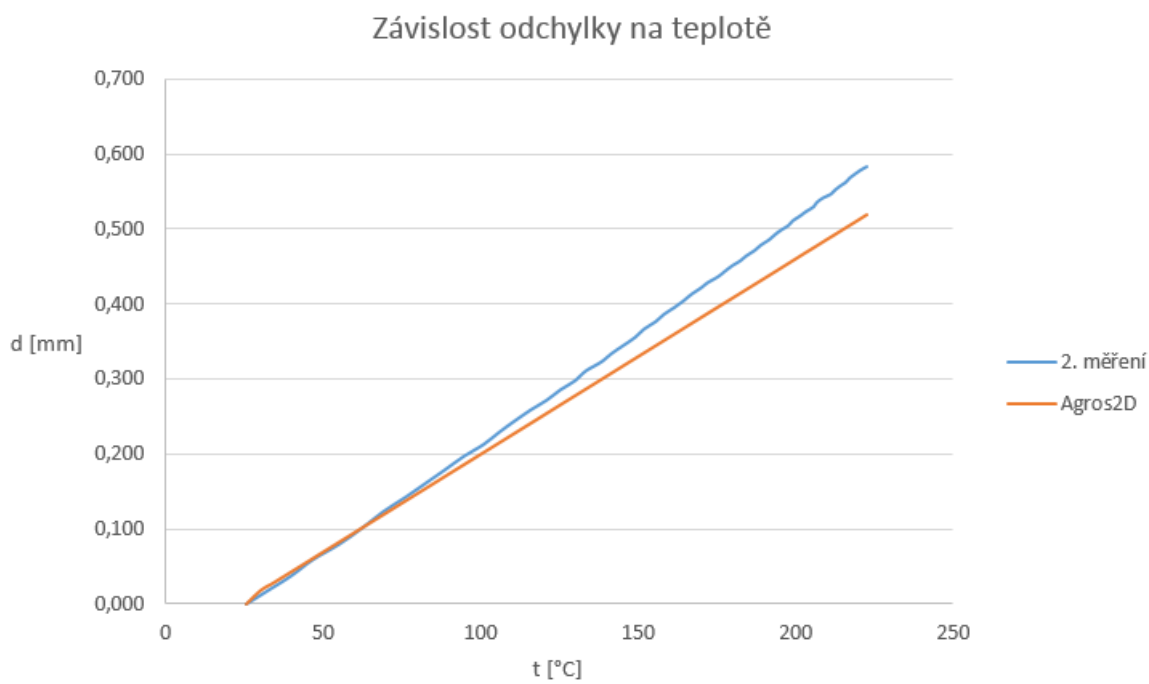
čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0,0	25,60	0,0000
9,2	30,15	0,0182
18,3	34,39	0,0288
30,6	39,88	0,0431
49,6	48,18	0,0648
76,1	59,50	0,0944
113,0	74,62	0,1339
164,0	95,02	0,1872
219,0	115,94	0,2418
274,0	135,87	0,2939
329,0	154,86	0,3435
384,0	172,95	0,3908
439,0	190,12	0,4356
494,0	206,47	0,4784
528,0	216,30	0,504
550,0	222,43	0,5201

Tab. 6.6: Vypočtené hodnoty Agros2D - 2.měření

Naměřené a vypočtené hodnoty byly vyneseny do grafu na Obr 6.4 a Obr 6.5.



Obr. 6.4: Závislost teploty na čase - 2. měření



Obr. 6.5: Závislost odchylky na teplotě - 2. měření

3. měření

Při třetím měření došlo ke změně umístění dotykového teploměru. Jeho měřicí část byla vsunuta mezi stěny jádra cívky a měřený objekt. Teplota tedy byla snímána přibližně 60 mm nad podložkou, kterou byla u třetího měření sklolaminátová deska. Naměřené hodnoty jsou zapsány v Tab.6.7. Během měření byly zaznamenávány a hlídány mezní hodnoty napětí a proudu pro experimentální zařízení Tab.6.8, kdy nedošlo k jejich překročení.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	25,8	0,000
10	26,1	0,001
20	30,7	0,021
40	41,2	0,064
60	51,9	0,102
90	68,2	0,159
140	88,9	0,239
200	111,9	0,312
270	130,7	0,378
330	145,0	0,425
400	162,1	0,474
470	176,8	0,518
530	187,8	0,552
600	200,1	0,589
650	208,2	0,611
670	211,7	0,620

Tab. 6.7: Naměřené hodnoty - 3. měření

teplota [°C]	U_c [V]	U_{vstup} [V]	I [A]
30	93,3	17,9	1,80
60	92,7	17,9	1,78
90	90,5	17,9	1,73
120	88,2	17,9	1,69
150	86,0	17,9	1,64
180	83,9	18,1	1,61
210	82,0	18,1	1,56

Tab. 6.8: Mezní hodnoty - 3. měření

Na základě naměřených hodnot byl upraven model v programu Agros2D a následně odečteny vypočtené hodnoty Tab 6.9.

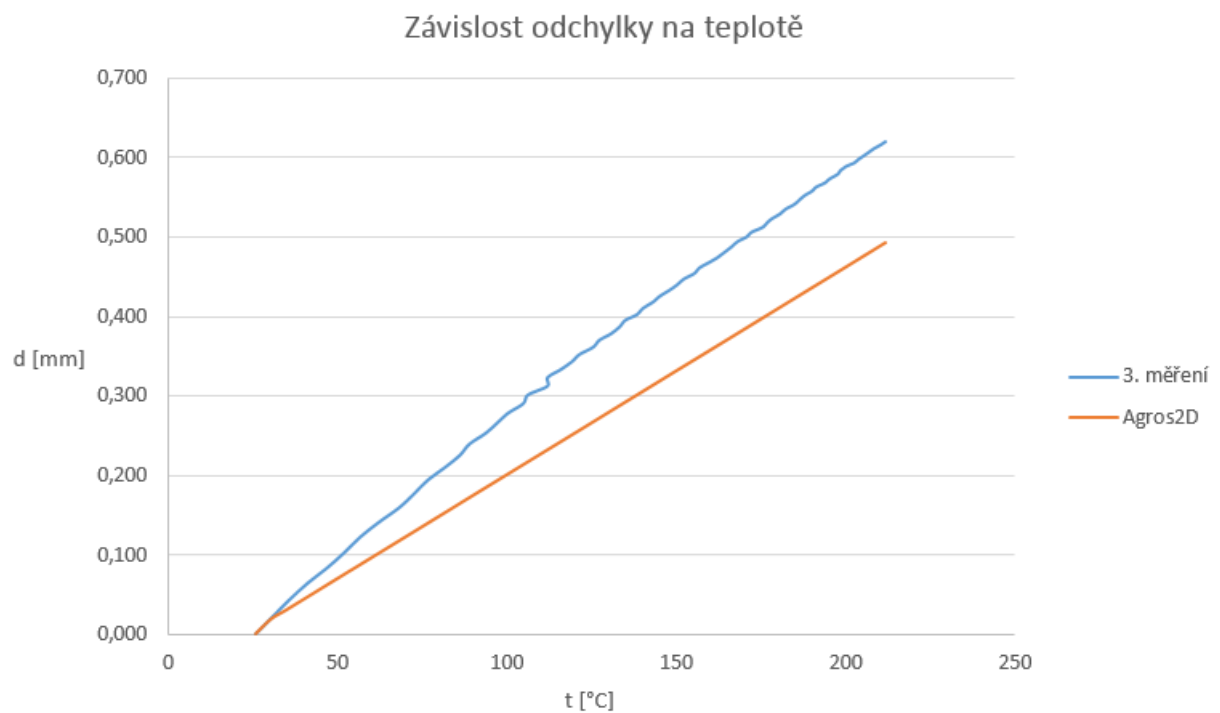
čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0,0	25,80	0,0000
11,2	30,23	0,0183
22,3	34,37	0,0289
37,3	39,74	0,0429
60,4	47,83	0,0641
92,5	58,79	0,0927
137,0	73,28	0,1305
198,0	92,64	0,1812
265,0	112,61	0,2333
332,0	131,48	0,2826
399,0	149,30	0,3292
466,0	166,05	0,3729
533,0	181,85	0,4142
600,0	196,83	0,4533
651,0	207,75	0,4819
670,0	211,66	0,4921

Tab. 6.9: Vypočtené hodnoty Agros2D - 3.měření

Naměřené a vypočtené hodnoty byly vyneseny do grafu na Obr 6.6 a Obr 6.7.



Obr. 6.6: Závislost teploty na čase - 3. měření



Obr. 6.7: Závislost odchylky na teplotě - 3. měření

4. měření

U čtvrtého měření byla odstraněna podložka ze sklolaminátu a cívka s hliníkovou tyčkou byly umístěny do původního stojanu, kde je jako podložka skelná tkanina. Teploměr byl stejně jako u 3. měření umístěn uvnitř cca 60 mm nad podložkou. Naměřené hodnoty jsou zapsány v Tab.6.10. Během měření byly zaznamenávány a hlídány mezní hodnoty napětí a proudu pro experimentální zařízení Tab.6.11, kdy nedošlo k jejich překročení.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	25,6	0,000
10	27,1	0,001
20	32,4	0,023
40	45,0	0,071
60	58,8	0,114
100	80,3	0,190
150	102,6	0,266
210	123,6	0,339
280	145,0	0,411
340	159,3	0,463
410	175,2	0,512
470	188,1	0,551
540	201,3	0,592
600	213,7	0,622
650	222,1	0,640

Tab. 6.10: Naměřené hodnoty - 4. měření

teplota [°C]	U_c [V]	U_{vstup} [V]	I [A]
30	95,5	18,3	1,81
60	93,8	18,3	1,79
90	91,8	18,3	1,75
120	89,5	18,3	1,71
150	87,2	18,3	1,66
180	85,0	18,3	1,63
210	83,1	18,3	1,58
220	82,5	18,3	1,57

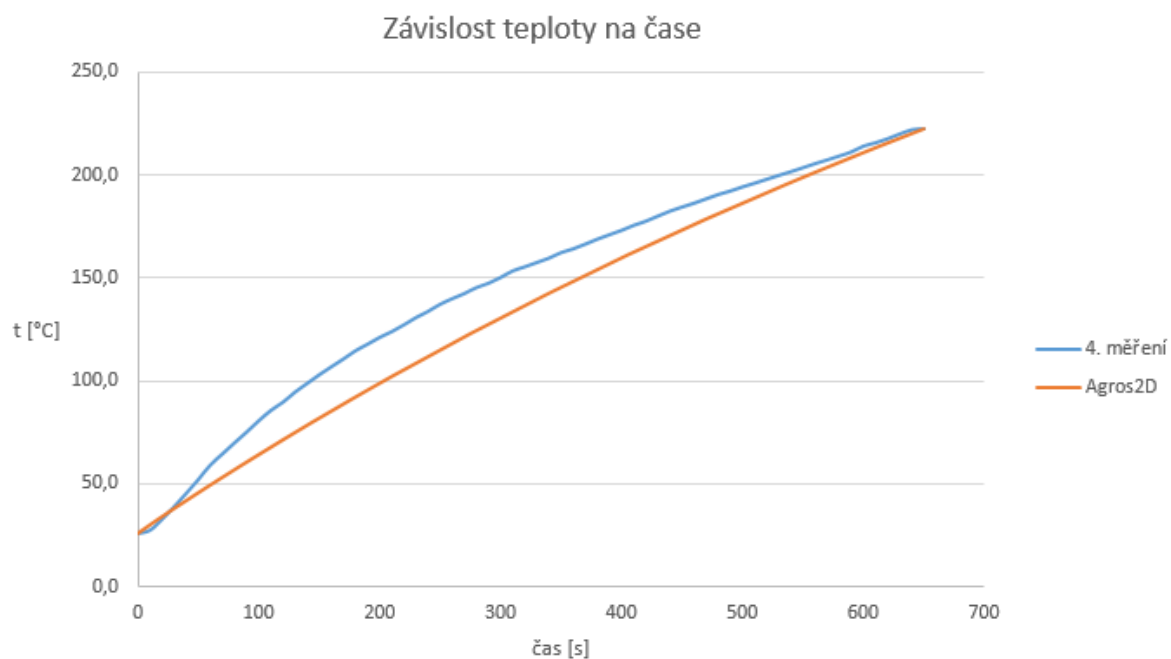
Tab. 6.11: Mezní hodnoty - 4. měření

Na základě naměřených hodnot byl upraven model v programu Agros2D a následně odečteny vypočtené hodnoty Tab 6.12.

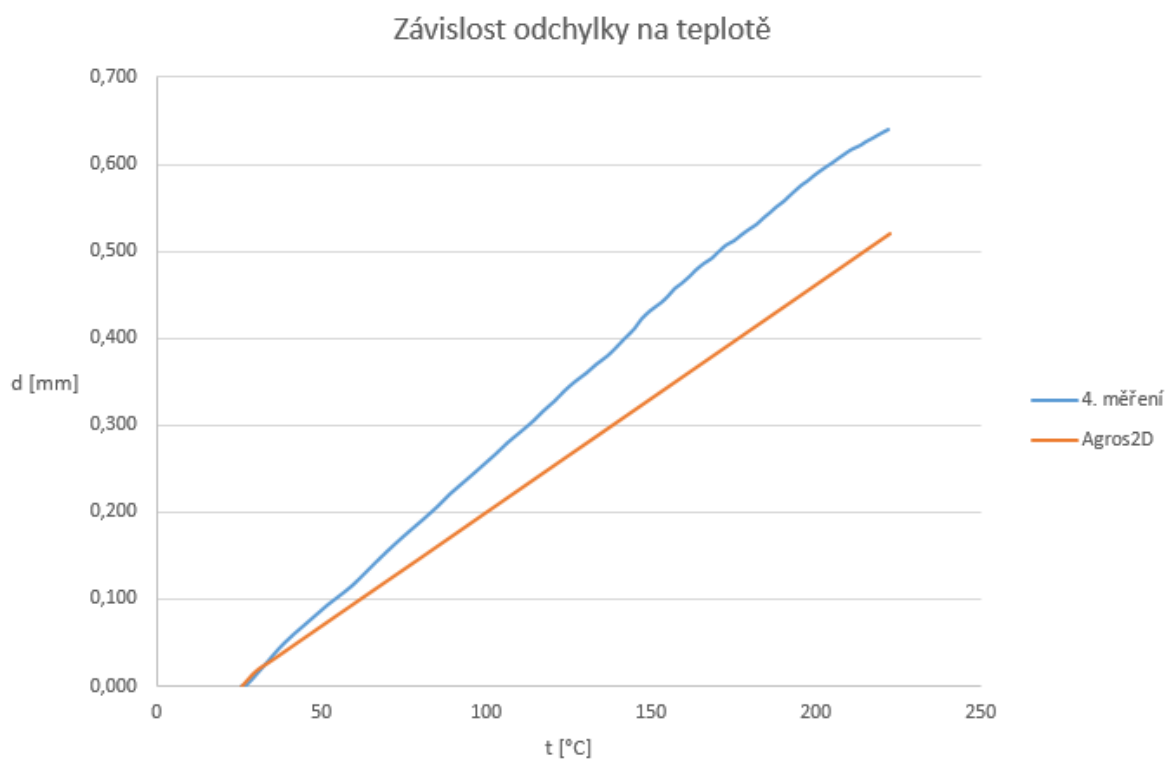
čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0,0	25,70	0,0000
10,8	30,16	0,0181
21,7	34,52	0,0292
36,2	40,17	0,0440
60,1	49,26	0,0678
95,0	62,17	0,1015
145,0	80,00	0,1479
210,0	102,00	0,2055
275,0	122,80	0,2599
340,0	142,46	0,3112
405,0	161,04	0,3598
470,0	178,54	0,4055
535,0	195,08	0,4487
600,0	210,79	0,4898
650,0	222,35	0,5200

Tab. 6.12: Vypočtené hodnoty Agros2D - 4.měření

Naměřené a vypočtené hodnoty byly vyneseny do grafu na Obr 6.8 a Obr 6.9.



Obr. 6.8: Závislost teploty na čase - 4. měření



Obr. 6.9: Závislost odchylky na teplotě - 4. měření

5. měření

Z předchozích čtyř rozdílných měření byl vybrán způsob umístění teploměru a materiál podložky. Výběr proběhl na základě porovnání naměřených hodnot a hodnot vypočtených simulací v programu Agros2D. Důraz byl kladen na co nejmenší rozdíl odchylky mezi naměřenou a simulovanou hodnotou. Z jednotlivých rozdílů vyplývá, že u 2. měření byl rozdíl nejmenší, velikost rozdílu je 0,0639 mm.

U pátého měření byl tedy teploměr umístěn mezi podložkou a měřeným objektem a jako podložka byla použita sklolaminátová deska. Páté měření je soubor pěti co nejvíce stejných měření. U všech pěti měření bylo těleso zahříváno na stejnou hodnotu teploty při stejné velikosti proudu procházejícího cívkou. Následně byly hodnoty jednotlivých měření zprůměrovány a průměr hodnot byl porovnán s výsledky simulace v programu Agros2D. Naměřené průměrné hodnoty jsou zapsány v Tab.6.13. Během měření byly zaznamenávány a hlídány mezní hodnoty napětí a proudu pro experimentální zařízení Tab.6.14, kdy nedošlo k jejich překročení.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	28,00	0,000
10	29,44	0,006
20	35,14	0,025
30	42,92	0,050
40	51,42	0,074
70	73,06	0,142
120	105,48	0,239
160	125,82	0,303
200	143,84	0,357
250	162,04	0,411
290	175,00	0,448
340	188,56	0,489
380	198,94	0,517
430	209,74	0,551
440	211,90	0,556

Tab. 6.13: Naměřené hodnoty - 5. měření

teplota [°C]	U _c [V]	U _{vstup} [V]	I [A]
30	95,5	18,7	1,86
60	93,8	18,7	1,85
90	91,8	18,7	1,83
120	89,5	18,7	1,80
150	87,2	18,7	1,76
180	85,0	18,7	1,72
210	83,1	18,7	1,68

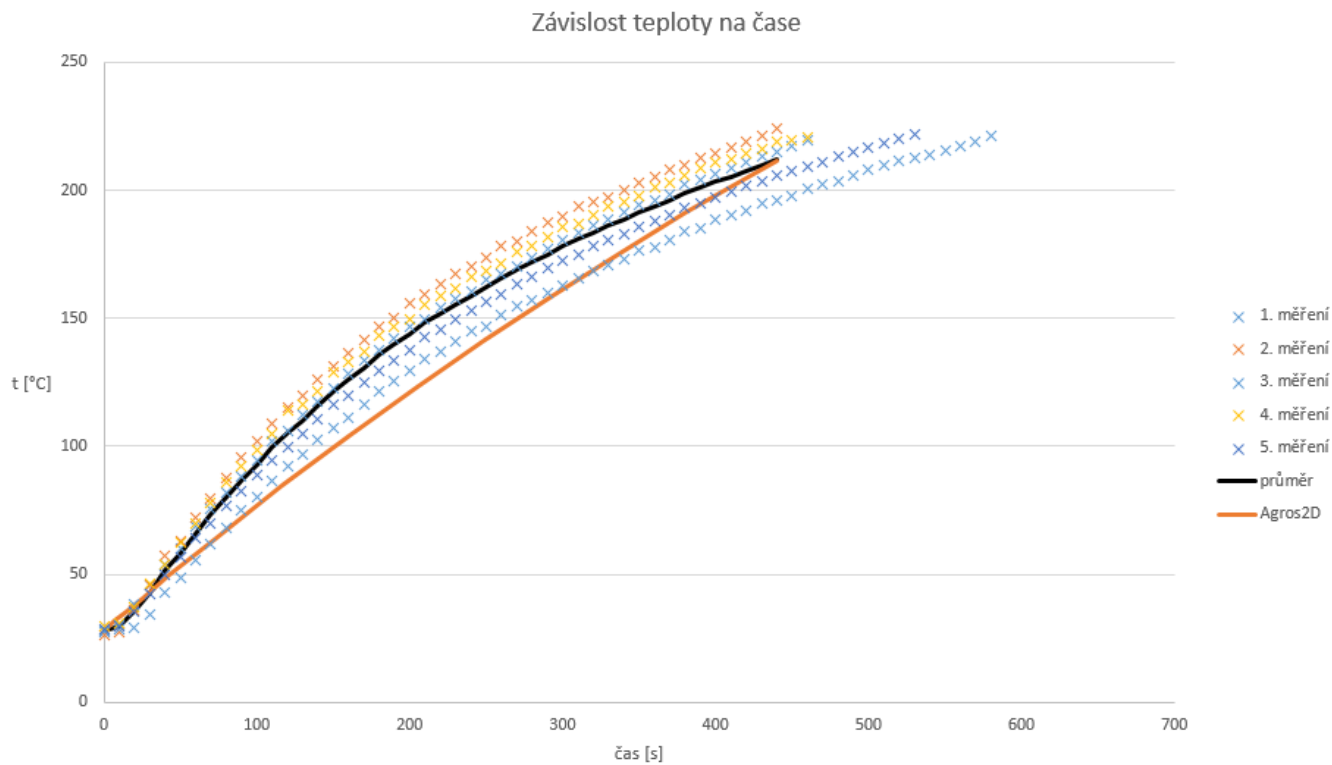
Tab. 6.14: Mezní hodnoty - 5. měření

Na základě průměrných naměřených hodnot byl upraven model v programu Agros2D a následně odečteny vypočtené hodnoty Tab 6.15.

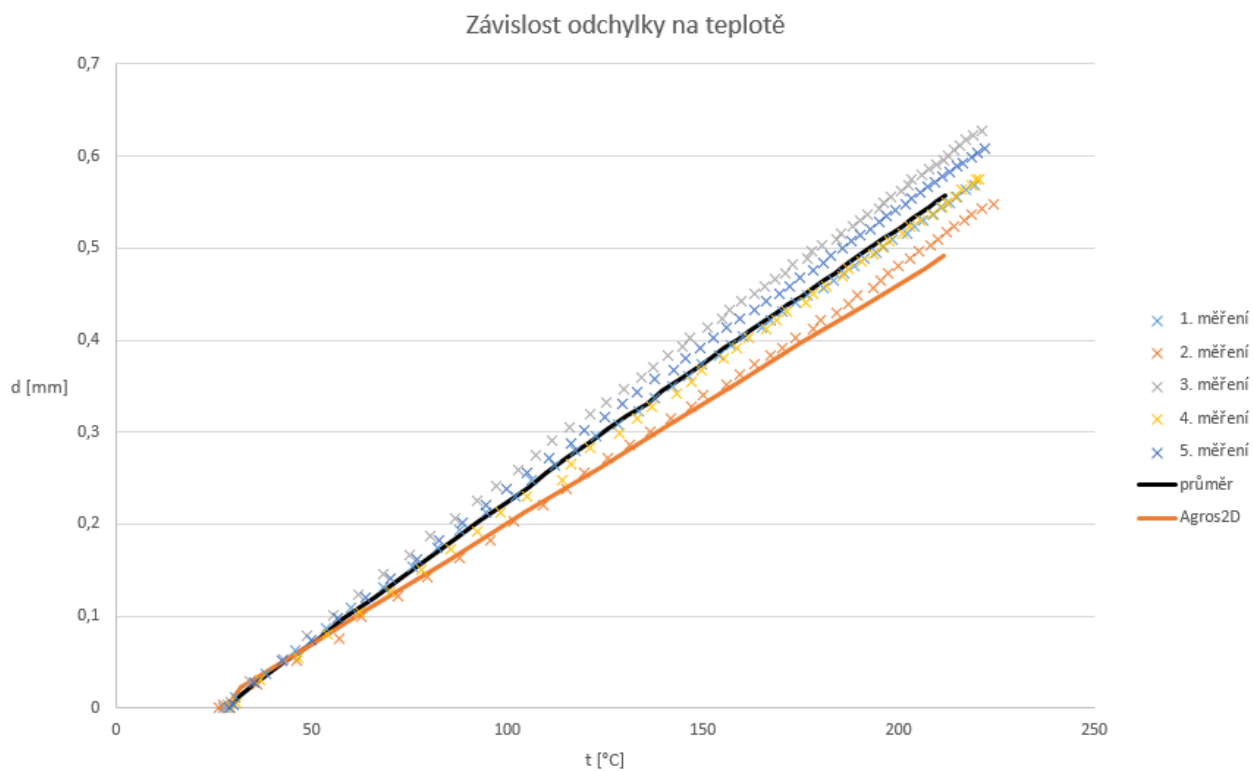
čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	28,00	0,000
7	31,84	0,022
15	35,68	0,032
25	40,63	0,045
43	49,87	0,069
73	64,29	0,107
117	84,73	0,160
161	104,38	0,212
205	123,24	0,261
249	141,35	0,308
293	158,65	0,353
337	175,21	0,397
381	191,15	0,438
425	206,50	0,478
440	211,53	0,492

Tab. 6.15: Vypočtené hodnoty Agros2D - 5.měření

Průměrné naměřené a vypočtené hodnoty byly vyneseny do grafu na Obr 6.10 a Obr 6.11.



Obr. 6.10: Závislost teploty na čase - 5. měření



Obr. 6.11: Závislost odchylky na teplotě - 5. měření

6.3 Mosaz

Dalším materiálem použitým k ověření teplotní roztažnosti byla vybrána mosazná tyčka, která má průměr 11 mm a délku 105 mm. Bude zahřívána opět na teplotu 220 °C. Naměřené průměrné hodnoty jsou zapsány v Tab.6.16. Během měření byly zaznamenávány a hlídány mezní hodnoty napětí a proudu pro experimentální zařízení Tab.6.17, kdy nedošlo k jejich překročení.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0	27,2	0,000
10	31,2	0,014
20	38,7	0,038
30	48,3	0,064
50	67,6	0,114
80	94,6	0,184
110	118,0	0,248
140	140,9	0,305
170	160,7	0,356
200	178,0	0,402
230	193,8	0,444
260	207,9	0,482
290	220,6	0,515
300	222,9	0,526

Tab. 6.16: Naměřené hodnoty - mosaz

teplota [°C]	U_c [V]	U_{vstup} [V]	I [A]
30	112,4	23,6	1,85
60	110,6	23,6	1,84
90	109,0	23,6	1,81
120	107,1	23,6	1,78
150	105,4	23,6	1,75
180	104,0	23,6	1,72
210	102,8	23,6	1,70
220	102,4	23,6	1,70

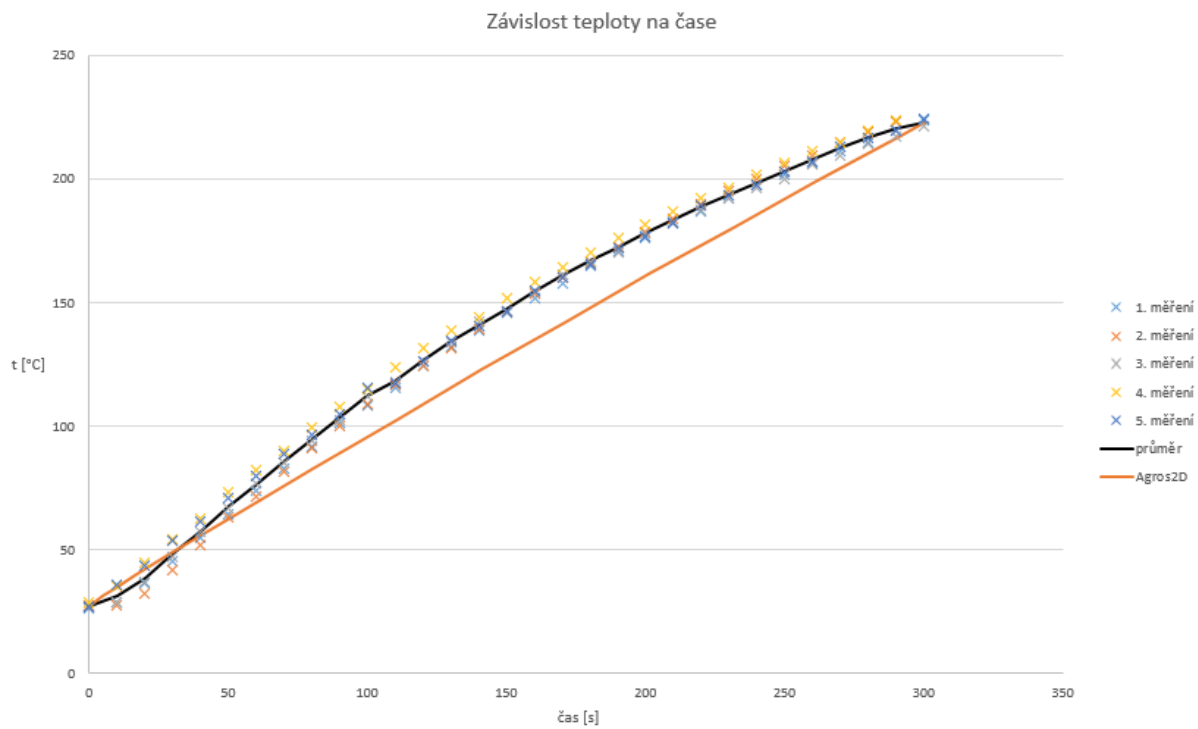
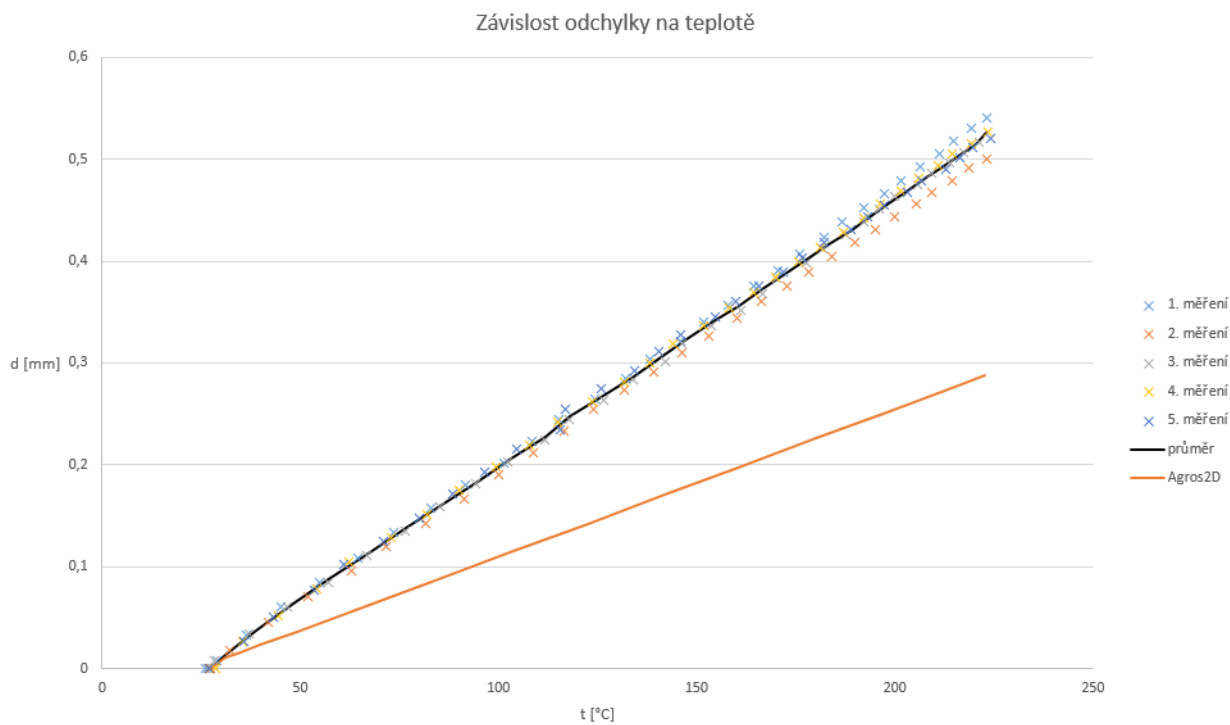
Tab. 6.17: Mezní hodnoty - mosaz

Na základě průměrných naměřených hodnot byl upraven model v programu Agros2D a následně odečteny vypočtené hodnoty Tab 6.18.

čas [s]	teplota [°C]	odchylka [mm]
0,0	27,2	0,000
5,0	31,1	0,011
10,0	34,9	0,016
16,7	39,8	0,023
30,0	49,0	0,036
50,8	62,9	0,056
80,8	82,9	0,085
111,0	102,9	0,114
141,0	122,6	0,142
171,0	142,0	0,171
201,0	161,2	0,198
231,0	180,1	0,226
261,0	198,7	0,253
291,0	217,0	0,279
300,0	222,6	0,288

Tab. 6.18: Vypočtené hodnoty Agros2D - mosaz

Průměrné naměřené a vypočtené hodnoty byly vyneseny do grafu na Obr 6.12 a Obr 6.13.

**Obr. 6.12:** Závislost teploty na čase - mosaz**Obr. 6.13:** Závislost odchylky na teplotě - mosaz

6.4 Algoritmus pro získávání hodnot

Dalším krokem práce mělo být navržení algoritmu pro získávání hodnot teploty, při změněné hodnotě posuvu. Tento algoritmus by mohl být implementován do programu Agros2D, nicméně pochopení kódu je složité, proto byl algoritmus naznačen v programu Matlab. Byly vloženy průměrné odměřené hodnoty pro hliník a aproximované pomocí funkce polyfit. Následně funkce polyval vrací hodnotu teploty v závislosti na změřené proměnné *posun*. Níže uvedený příklad pro hodnotu *posun* = 0,33mm mm a odečtená teplota = 135,048 °C.

```
» x = [0, 0.0056, 0.0254, 0.0498, 0.0736, 0.0976, 0.1204, 0.1424, 0.1634, 0.1834, 0.203,
0.2214, 0.2392, 0.2562, 0.2728, 0.2884, 0.3034, 0.3174, 0.3314, 0.3444, 0.3568, 0.3686,
0.3798, 0.3906, 0.4008, 0.4106, 0.4204, 0.4298, 0.439, 0.4478, 0.4566, 0.465, 0.4732, 0.4806,
0.4886, 0.496, 0.5032, 0.5106, 0.5174, 0.5242, 0.531, 0.5376, 0.5442, 0.5506, 0.5564];
```

```
» y = [28, 29.44, 35.14, 42.92, 51.42, 58.08, 65.94, 73.06, 80.06, 86.66, 92.74, 99.46, 105.48,
110.02, 115.62, 121.28, 125.82, 130.58, 135.62, 139.54, 143.84, 148.2, 151.78, 155.28, 158.92,
162.04, 165.5, 168.92, 171.82, 175, 178.2, 180.86, 183.64, 186.2, 188.56, 191.46, 193.62, 196,
198.94, 201.04, 203.4, 205.46, 207.62, 209.74, 211.9];
```

```
» p = polyfit(x,y,3);
```

```
» posun = 0.33;
```

```
» teplota = polyval(p,posun)
```

```
teplota = 135.0480
```

7

Závěr

Diplomová práce měla stanoveny čtyři body zadání. Jako první byly představeny principy měření teplot a zhodnocením používaných metod se dospělo k názoru, že by bylo možno navrhnout a v praxi využít měření teploty založené na principu termoelasticity. V kapitole 3 byla popsána problematika roztažnosti materiálů související se změnou jejich teploty (termoelasticita) využívající tzv. Lamého rovnice (3.21).

Hlavním cílem diplomové práce bylo navrhnout principu snímání teploty na základě termoelasticity. K měření teploty byl zvolen úchylkoměr, který snímal objemovou změnu sledovaného objektu. Bylo však nutné vytvořit numerický model, který by popisoval změnu posuvu na teplotní závislosti. K realizaci bylo využito třech sdružených polí: magnetického pole, teplotního pole a strukturální analýzy, popsaných v kapitole 4.

Před vytvořením experimentálního zařízení, sloužícího k ověření teoretických poznatků, bylo nutné problém změny posuvu v závislosti na teplotě nejprve simulovat na počítači. K simulaci byl použit program Agros2D, který ovšem dovoluje pouze řešení slabě sdružených polí. Po prvotní simulaci a zjištění, že námi navrhovaný indukční ohřev měřeného objektu je uskutečnitelný, bylo navrženo a sestaveno experimentální zařízení.

S využitím vyrobeného zařízení se mohla ověřit objemová změna zahřívaného tělesa. Jako materiál byl zvolen hliník, na kterém bylo nejprve provedeno několik rozdílných měření. Ty byly porovnány s hodnotami vypočtenými programem Agros2D. Metoda měření, která se nejvíce shodovala s výsledky z Agrosu, byla zvolena jako výchozí. Následně bylo provedeno pět stejných měření, které se zprůměrovaly a byly porovnány s počítačovým modelem. Pro další ověření principu termoelasticity byla zvolena tyčka z mosazi, na té bylo opět provedeno pět stejných měření.

S výsledných grafů jednotlivých měření, ať již samostatných, nebo průměrů, je vidět, že se průběhy zcela neshodují. To může být způsobeno slabým sdružením simulovaných polí, kdy neleže zadat přesné nelinearity materiálů. Úchylkoměr je také velice citlivé zařízení, kdy neopatrným pohybem v laboratoři mohlo dojít ke zkreslení výsledků. Nicméně změřené odchylky posuvu u hliníku se rapidně neliší od simulace. To se ovšem nedá říci o měření s mosazí, kdy mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami je téměř dvojnásobný rozdíl při teplotě 211 °C. Průběhy změřených teplot jsou řekl bych skoro lineární, kdežto

naměřené hodnoty odpovídají polynomu vyššího řádu.

Takovéto průběhy se daly očekávat, protože se jedná o základní simulaci a prvotní kroky zkoumání roztažnosti materiálů na základě teploty v této práci. Fyzikální konstanty materiálů jsou brány obecné a ne přímo pro daný, zkoumaný materiál. V pokračování práce by bylo nutné se zaměřit právě na tyto konstanty a s využitím pokročilých matematických aparátů zkoumat jejich fyzikální vlastnosti a nelinearity. Následně by proběhla přesná korekce těchto konstant v programu a docílilo by se přesnějších průběhů ohřevu a posuvu materiálu.

Mnou realizovaný experiment bych doporučil k měření teploty v obtížně dostupných provozech, kde nemůže být využito "klasických" čidel teploty.

Literatura

- [1] Kreidl, M. *Měření teploty: senzory a měřící obvody*. Praha: Vydavatelství BEN, 2005. ISBN 80-7300-145-4.
- [2] ABB *Industrial temperature measurement*. Praha: Vydavatelství BEN, 2005. ISBN 80-7300-145-4.
- [3] Linear technology. *Introduction to Acoustic Thermometry*. [Cit. 1. 12. 2012]. Dostupné z: <http://cds.linear.com/docs/en/application-note/an131f.pdf>
- [4] Lysenko, V. *Detektory pro bezdotykové měření teplot*. Praha: Vydavatelství BEN, 2005. ISBN 80-7300-180-2.
- [5] QTEST. *Princip bezdotykového měření teploty*. [Cit. 10. 12. 2013]. Dostupné z: <http://www.qtest.cz/bezdotykove-teplomery/bezdotykove-mereni-teploty.htm>
- [6] VŠCHT. *Přednáška o Měření teploty*. [Cit. 10. 12. 2013]. Dostupné z: <http://uprt.vscht.cz/kminekm/mrt/predn/txt-Bc/4-FCHI09-Teplota.pdf>
- [7] DOLEŽEL, Ivo. *Přednášky z předmětu: Prostředky řešení elmag. polí a aplikace*. ZCU v Plzni, 2013.
- [8] MICHALEC, Jiří. *Pružnost a pevnost I. 3. vyd.* V Praze: České vysoké učení technické, 2009, 308 s. ISBN 978-80-01-04224-3.
- [9] ŠMIŘÁK, Svatopluk. *Pružnost a plasticita I: pro distanční studium. Vyd. 3.* V Akademickém nakl. CERM 1. Akademické nakladatelství CERM, 2006, 210 s. ISBN 80-720-4468-0.
- [10] KARBAN, Pavel. *Přednášky z předmětu: Aplikace teoretické elektrotechniky*. ZCU v Plzni, 2013.
- [11] AGROS2D [online]. [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: www.agros2d.org
- [12] VITÁSEK, Emil. *Numerické metody*. Praha: SNTL, 1987.
- [13] MAYER, Daniel. *Teorie elektromagnetického pole. 3. vyd., přeprac.* Plzeň: Západočeská univerzita, Elektrotechnická fakulta, 2001. ISBN 80-708-2826-9.

- [14] DOLEŽEL, KARBAN, ULRYCH a spol. *Limit Operation Regimes of Actuators Working on the Principle of Thermoelasticity* IEEE. June 2008.