

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Numerický model indukční pece pro tavení
nizkoteplotních kovů**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jana KUTHANOVÁ**
Osobní číslo: **E11N0022P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komerční elektrotechnika**
Název tématu: **Numerický model indukční pece pro tavení nízkoteplotních kovů**
Zadávací katedra: **Katedra technologií a měření**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Popište současný stav nízkoteplotních kovů pro elektrotechniku
2. Formulujte matematický model indukční pece pro tavení kovů
3. Navrhněte konkrétní uspořádání a provedte jeho optimalizaci
4. Srovnejte vypočtená data s experimentem


Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího
Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran
Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická
Seznam odborné literatury:

Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.

Vedoucí diplomové práce: **RNDr. Pavel Kůs, Ph.D.**
Regionální inovační centrum elektrotechniky
Konzultant diplomové práce: **Ing. František Mach**
Regionální inovační centrum elektrotechniky
Datum zadání diplomové práce: **14. října 2013**
Termín odevzdání diplomové práce: **12. května 2014**


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Vlastimil Skočil, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2013

Abstrakt

Předkládaná práce se zabývá problematikou indukčního ohřevu nízkoteplotních kovů. Hlavním cílem práce je sestavit a optimalizovat matematický model indukční pece pro tavení Fieldova kovu, jeho numerické řešení a následné experimentální ověření. První část práce stručně popisuje vlastnosti a využití nízkoteplotních kovů a slitin zejména v elektrotechnickém průmyslu. Dále je formulován matematický model popisující rozložení magnetického a teplotního pole pro indukční ohřev a také konkrétní model pro indukční tavení Fieldova kovu. Sestavený model je poté ověřen na experimentálním zařízení zkonstruovaném právě pro tyto účely.

Klíčová slova

Indukční ohřev, indukční pec, nízkoteplotní kovy a slitiny, Fieldův kov, matematický model, metoda konečných prvků, sdružená úloha, magnetické pole, teplotní pole, Agros2D

Abstract

The thesis deals with the problem of induction heating of low melting temperature metals. The main goal of this work is to design and to optimize a mathematical model of induction furnace for melting Field's metal, its numerical solution and subsequent experimental verification. The first part of the work describes briefly the features and use of low melting temperature metals and alloys, especially in the electro-technical industry. Furthermore, a mathematical model describing a distribution of magnetic and temperature fields for induction heating is formulated, as well as a specific model for the induction melting of the Field's metal. The assembled model is tested on an experimental device designed specifically for these purposes.

Key words

Induction heating, induction furnace, low melting temperature metals and alloys, Field's metal, mathematical model, finite element method, coupled problem, magnetic field, temperature field, Agros2D

Prohlášení

Předkládám tímto k obhajobě a posouzení diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 6.5.2014

Jana Kuthanová

Poděkování

Na tomto místě bych velmi ráda poděkovala vedoucímu práce RNDr. Pavlu Kůsovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce. Dále bych také chtěla poděkovat konzultantovi Ing. Františku Machovi a doc. Ing. Pavlu Karbanovi, Ph.D. za odborné rady a pomoc při měření.

Tento příspěvek vznikl s podporou Evropského fondu pro regionální rozvoj a Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR v rámci projektu Regionální inovační centrum elektrotechniky (RICE), číslo projektu CZ.1.05/2.1.00/03.0094.

Obsah

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
ÚVOD.....	11
1 KOVY A SLITINY S NÍZKOU TEPLOTOU TAVENÍ	12
1.1 NEŽELEZNÉ KOVY A JEJICH DĚLENÍ	12
1.2 DĚLENÍ KOVŮ A SLITIN S NÍZKOU TEPLOTOU TAVENÍ	13
1.2.1 <i>Alkalické kovy</i>	13
1.2.2 <i>Kovy podskupin IIb až IVb</i>	14
1.2.3 <i>Slitiny nízkotavitelných kovů</i>	16
1.2.4 <i>Fieldův kov</i>	18
2 MATEMATICKÝ MODEL INDUKČNÍ PECE PRO TAVENÍ KOVŮ.....	19
2.1 INDUKČNÍ OHŘEV KOVOVÝCH MATERIÁLŮ	19
2.2 MATEMATICKÝ MODEL INDUKČNÍHO OHŘEVU	20
2.2.1 <i>Model magnetického pole</i>	20
2.2.2 <i>Model teplotního pole</i>	21
3 KONKRÉTNÍ USPOŘÁDÁNÍ MODELU INDUKČNÍ PECE.....	22
3.1 MATEMATICKÝ MODEL INDUKČNÍ PECE	22
3.1.1 <i>Model magnetického pole indukční pece</i>	22
3.1.2 <i>Model teplotního pole indukční pece</i>	24
3.2 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI FIELDOVA KOVU	25
3.3 KONKRÉTNÍ USPOŘÁDÁNÍ MODELU INDUKČNÍ PECE A JEHO OPTIMALIZACE	26
3.4 POPIS POUŽITÉ APLIKACE PRO NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU.....	29
4 SROVNÁNÍ VYPOČTENÝCH DAT S EXPERIMENTEM.....	30
4.1 VÝPOČET MAGNETICKÉHO POLE.....	32
4.2 VÝPOČET TEPLTNÍHO POLE	35
ZÁVĚR	42
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	43
SEZNAM OBRÁZKŮ	46
SEZNAM TABULEK.....	48

PŘÍLOHY	1
PŘÍLOHA A – EUTEKTIKUM	1
PŘÍLOHA B – ZÁKLADNÍ VZTAHY ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE	2
<i>B.1 Maxwellovy rovnice</i>	2
<i>B.2 Materiálové vztahy</i>	2
<i>B.3 Magnetický vektorový potenciál</i>	2

Seznam symbolů a zkratk

Nejpoužívanější veličiny a jednotky pro elektromagnetické pole

E	$V \cdot m^{-1}$	intenzita elektrického pole
D	$C \cdot m^{-2}$	elektrická indukce
H	$A \cdot m^{-1}$	intenzita magnetického pole
B	T	magnetická indukce
A	$Wb \cdot m^{-1}$	vektorový magnetický potenciál
J	$A \cdot m^{-2}$	proudová hustota
Φ	Wb	magnetický indukční tok
p_j	$W \cdot m^{-3}$	měrné Jouleovy ztráty
Q	C	elektrický náboj
ρ	$C \cdot m^{-3}$	objemová hustota náboje
E_v	$V \cdot m^{-1}$	vnucená intenzita elektrického pole
J_v	$A \cdot m^{-2}$	vnucená proudová hustota
δ	m	hloubka vniku
γ	$S \cdot m^{-1}$	elektrická vodivost
ε	$F \cdot m^{-1}$	permitivita
μ	$H \cdot m^{-1}$	permeabilita

Nejpoužívanější veličiny a jednotky pro teplotní pole

q	$W \cdot m^{-2}$	tepelný tok
T	K	teplota
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	hustota
c	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	měrná tepelná kapacita
λ	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	tepelná vodivost
ε	-	emisivita

Obecné

f	Hz	frekvence
ω	$rad \cdot s^{-1}$	úhlová frekvence
P	W	elektrický výkon, příkon
I	A	elektrický proud

Zkratky

MKP	metoda konečných prvků
-----	------------------------

Úvod

V současné době patří indukční ohřev kovových materiálů mezi velmi dobře zvládnuté technologie. Hlavní předností tohoto druhu ohřevu je vznik tepla přímo ve vsázce. Dále v ohřivaném tělese nedochází k chemickým změnám, které by mohly vést ke zhoršení jeho fyzikálních vlastností. V neposlední řadě patří indukční ohřev mezi technologie šetrné k životnímu prostředí. Díky jeho nesporným výhodám je využíván v mnoha průmyslových odvětvích.

Předkládaná práce se zabývá problematikou indukčního ohřevu nízkoteplotních kovů. Hlavním cílem této práce je navrhnout a optimalizovat matematický model indukční pece pro tavení Fieldova kovu a následně pak tento model ověřit na experimentálním zařízení sestaveném právě pro tyto účely. Práce se často odkazuje na diplomovou práci Bc. Kateřiny Mizerové, která se zabývá návrhem konstrukčního provedení indukční pece a měřeními na experimentálním zařízení.

První kapitola je věnována problematice nízkoteplotních kovů a slitin. V této části jsou popsány jejich vlastnosti a využití zejména v elektrotechnickém průmyslu. Ve druhé kapitole této práce je stručně popsán princip indukčního ohřevu. Následně je zde uvedena potřebná teorie elektromagnetického a teplotního pole nutná pro vytvoření matematického modelu indukční pece. Třetí část již obsahuje konkrétní návrh a optimalizaci numerického modelu indukční pece pro tavení Fieldova kovu. Tato úloha byla řešena pomocí aplikace Agros2D, ve které lze vzájemně sdružovat fyzikální pole. Poslední kapitola předkládané práce se věnuje srovnání vypočtených dat se změřenými daty, které podrobně zpracovává diplomová práce Bc. Kateřiny Mizerové.

1 Kovy a slitiny s nízkou teplotou tavení

Tato práce se zabývá indukčním ohřevem nízkoteplotního Fieldova kovu. Proto se první kapitola věnuje problematice kovů a slitin s nízkou teplotou tavení a stručně popisuje použití jednotlivých kovů a slitin zejména v elektrotechnickém průmyslu.

1.1 Neželezné kovy a jejich dělení

Kovy a slitiny s nízkou teplotou tavení řadíme do skupiny neželezných kovů a jejich slitin. Neželezné kovy a materiály na jejich bázi vykazují řadu specifických vlastností, které je činí nenahraditelnými v mnoha průmyslových oborech. Jsou to například aplikace vyžadující materiály s vysokou elektrickou vodivostí, nízkou či naopak vysokou teplotou tavení, nízkou hustotou, s vysokými hodnotami účinného absorpčního průřezu apod.

Neželezné kovy lze podle teploty tavení se zřetelem k dalším převládajícím vlastnostem, zejména k hustotě, chemické stálosti a radioaktivitě rozdělit na tyto skupiny:

- kovy s nízkou teplotou tavení,
- lehké kovy,
- kovy se střední teplotou tavení,
- ušlechtilé kovy,
- kovy s vysokou teplotou tavení,
- skupina roztroušených kovů,
- radioaktivní kovy.

Jednotlivé skupiny kovů jsou vyznačeny v Obr. 1.1. [1][2][3][4]

Ia												VIIIb					
H	IIa											IIIb	IVb	Vb	VIb	VIIb	He
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg	IIIa	IVa	Va	VIa	VIIa	VIIIa	VIIIa	VIIIa	IIb	IIb	Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	J	Xe
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
Fr	Ra	Ac															

 Kovy s nízkou tepl. tavení	 Kovy s vysokou tepl. tavení	 Kovy roztroušené	 Radioaktivní kovy
 Lehké kovy	 Kovy se střední tepl. tavení	 Kovy ušlechtilé	

Obr. 1.1 Kovy v periodické soustavě prvků (překresleno z [1])

1.2 Dělení kovů a slitin s nízkou teplotou tavení

Kovy s nízkou teplotou tavení (nízkotavitelné) lze rozdělit podle pozice v periodické tabulce na dvě základní skupiny:

- alkalické kovy podskupiny Ia,
- kovy podskupin IIb až Vb.

Slitiny, ve kterých převažuje základní kov, budou zmíněny právě s tímto kovem. V některých případech je přiřazení slitin k určitému kovu obtížné, zejména pokud se jedná o eutektickou slitinu. Pojem eutektikum je objasněn v příloze A. Pokud je eutektikum posunuto k jednomu kovu, převládají vlastnosti tohoto kovu. Takovou slitinu lze považovat za slitinu tohoto kovu (např. tvrdé olovo Pb-Sb). Pokud se eutektikum pohybuje uprostřed mezi dvěma nebo i více složkami, je vhodné takovéto soustavy zmínit vcelku. Tyto soustavy – slitiny nízkotavitelných kovů lze podle účelu dále rozdělit na nízkotavitelné slitiny, měkké pájky a kompozice. [1][2]

1.2.1 Alkalické kovy

Mezi alkalické kovy se řadí lithium, sodík, draslík, rubidium a cesium. Tyto kovy jsou velmi reaktivní. Přehled alkalických kovů a jejich teplot tavení je uveden v Tab. 1.1. [1]

Tab. 1.1 Přehled alkalických kovů [1]

Název prvku	Značka	Tepl. tavení (°C)
Lithium	Li	179
Sodík	Na	98
Draslík	K	64
Rubidium	Rb	39
Cesium	Cs	29

Lithium

Význam lithia v posledních letech velmi roste. Lithium se uplatňuje jako legující přísada k různým kovům a slitinám. Například přísada 5 % lithia k pájce Cu-Ag a Ag-Cu-Zn zlepšuje zabíhavost a povrchové vlastnosti taveniny [1]. Dále se lithium používá jako anoda v bateriích. Lithiové baterie a akumulátory představují perspektivní prostředky pro dlouhodobější uchování elektrické energie, neboť jsou lehké, mají velkou kapacitu a vysokou specifickou energii. Jsou tedy vhodné pro výrobu baterií do elektroautomobilů, které v posledních letech nabývají na významu. Dále se tento alkalický kov uplatňuje v jaderné energetice, kde v určitých typech reaktorů slouží roztavené lithium k odvodu tepla z reaktoru. [1][5][6]

Sodík a draslík

Díky dobrým tepelným vlastnostem se tekutý sodík používá jako chladicí náplň některých typů jaderných reaktorů a ventilů leteckých motorů. Jako chladivo se také využívá slitina NaK obsahující 78 % draslíku. Elementární sodík se přidává do neonových lamp. [1][7]

Cesium a rubidium

Pro svůj nízký ionizační potenciál se cesium a rubidium využívají na výrobu fotočlánků. Oba tyto kovy jsou perspektivním pohonem pro raketové motory. [1][7]

1.2.2 Kovy podskupin IIb až IVb

Do podskupiny IIb–IVb se řadí tyto kovy: rtuť, gallium, indium, cín, bizmut, thallium, kadmium, olovo, zinek a antimon. Určitou výjimkou je zde antimon, který má vyšší teplotu tavení. Pro chemickou blízkost s ostatními nízkotavitelnými kovy je ale řazen právě do této skupiny. Přehled kovů podskupin IIb–IVb a jejich teplot tavení uvádí Tab. 1.2. [1]

Tab. 1.2 Přehled kovů podskupin IIb–IVb [1]

Název prvku	Značka	Tepl. tavení (°C)
Rtuť	Hg	– 40
Gallium	Ga	30
Indium	In	156
Cín	Sn	232
Bizmut	Bi	271
Thallium	Tl	303
Kadmium	Cd	321
Olovo	Pb	327
Zinek	Zn	419
Antimon	Sb	630

Rtuť

Rtuť je jediným kovem, který je za běžných teplot v kapalném stavu. V tekuté formě je stabilní, nicméně ve formě par je extrémně jedovatá. I přes poměrně hojné využití rtuti (náplň měřicích přístrojů, rtuťové výbojky, katoda v elektrických člancích) se z důvodu toxicity tento materiál ve všech případech použití nahrazuje. Směrnice o omezení používání určitých nebezpečných složek RoHS [13] obsah rtuti v zařízení zde uvedených zakazuje kromě výjimek od 1. 7. 2006. [1][4][7]

Gallium

Hlavní uplatnění tohoto kovu je zejména v polovodičové technologii. Sloučeniny gallia vykazující polovodičové vlastnosti (např. GaAs, GaP, GaN) se používají v tranzistorech, diodách, laserech, počítačové a kopírovací technice. Sloučenina GaAs se dále využívá v solárních článkách. Články s GaAs mají sice vyšší účinnost než křemík (okolo 20 %), avšak jejich zatím drahá a náročná výroba brání většímu rozšíření [8]. Dále se Gallium uplatňuje při výrobě nízkotavitelných slitin. [1][7]

Indium

V současné době se indium stále více využívá pro výrobu tenkovrstvých fotoelektrických článků pro trubkové fotovoltaické panely, LED diody, LCD displeje, dotykové obrazovky a různé polovodičové součástky. Sloučenina AsIn se používá pro Hallovy sondy.

Indium dobře ulpívá na většině kovů i nekovů, proto se využívá u měkkých pájek. Dále se indium uplatňuje v nízkotavitelných slitinách. Přísada india ve Woodově kovu snižuje teplotu lineárně o 1,45 °C na 1 % (až do 19,1 %, kdy je dosaženo teploty 47 °C). [1][7][9]

Cín

Vzhledem k velmi dobré odolnosti cínu vůči korozi se asi polovina vyrobeného cínu spotřebuje na povrchovou úpravu kovů a to zejména v potravinářském průmyslu. Dále se cín využívá na výrobu pájek, nízkotavitelných slitin, kompozic a spolu s mědí k výrobě bronzu. [1][2][4]

Bismut

Bismut je křehký kov, který při krystalizaci zvětšuje svůj objem. Proto se používá jako přísada do slitin s malou smrštivostí. Dále je přidáván do nízkotavitelných slitin a pájek. V magnetickém poli se jeho rezistivita zvětšuje. Díky této vlastnosti je využit pro výrobu magnetorezistorů. [1][7][8]

Kadmium

Kadmium se používá k povrchové úpravě kovů, zejména k pokovení součástek letadel a aut. Velká část kadmia je uplatněna na výrobu Ni-Cd alkalických článků. Vzhledem k velkému účinnému průřezu na zachycení neutronů je kadmium používáno v reaktorech k regulaci jaderných reakcí. Dále se kadmium využívá jako přísada k výrobě nízkotavitelných slitin, kompozic a pájek. I přes jeho možné hojné využití se vzhledem ke své toxicitě nahrazuje jinými prvky. Obsah kadmia se totiž v zařízeních uvedených ve směrnici o omezení používání určitých nebezpečných složek RoHS [13] od 1. 7. 2006 zakazuje. Jsou zde ale uvedeny výjimky, ve kterých lze stále tento toxický prvek používat. [1][2][7]

Olovo

Využití olova je velmi široké. Největší množství olova se spotřebuje na výrobu akumulátorů, především v automobilovém průmyslu. Dále se používá k ochraně nádob a potrubí při výrobě H_2SO_4 a k ochraně proti rentgenovému i radioaktivnímu záření. [2][4][7]

Značné množství olova se využívá pro výrobu jeho slitin – měkkých pájek, kompozic a tvrdého olova. Tvrdé olovo je slitina olova s 0,5–10 hm. % antimonu. Tvrdé olovo vykazuje lepší mechanické vlastnosti, ale horší korozní odolnost než čisté olovo. Slitiny s vyšším obsahem antimonu jsou slévárenské (desky akumulátorů), naopak slitiny s nižším obsahem lze tvářet. [1][2]

V současnosti se z ekologických důvodů zvyšuje tlak na odstranění jedovatého olova. Směrnice o omezení používání určitých nebezpečných složek RoHS [13] obsah olova v zařízení zde uvedených kromě výjimek od 1. 7. 2006 zakázala.

Zinek

Většina zinku se spotřebuje k povrchové úpravě kovů, zejména ocelových výrobků a na výrobu slitin. Dále se zinek používá na elektrody zinko-uhlíkových článků. Zinek je také součástí polovodičových sloučenin, které se uplatňují v optoelektronice (ZnS , $ZnSe$). [1][7][8]

Antimon

Značné množství antimonu se používá jako přísada do slitin, zvyšující jejich tvrdost a odolnost vůči opotřebení. Jsou to zejména slitiny s olovem, tzv. tvrdé olovo, kompozice a nízkotavitelné slitiny. [2][7] V elektrotechnice se antimon využívá ve výrobě polovodičů. Jsou to např. polovodičové skupiny $AlSb$, $InSb$ a $GaSb$. [4]

1.2.3 Slitiny nízkotavitelných kovů

Jedná se především o složitější slitiny (ternární i vícesložkové), ve kterých se využívá toho, že cín, olovo, bizmut, antimon, kadmium a indium vytváří vícesložková eutektika. Díky eutektické struktuře jsou tyto sloučeniny poměrně tvrdé a pevné, ačkoli je jejich teplota tavení nízká. Vhodným složením kovů lze docílit i vlastností nízkého povrchového napětí, tj. velké smáčivosti a dobré slévatelnosti. Tyto slitiny rozdělujeme podle účelu na nízkoteplotní slitiny, měkké pájky a kompozice. [1]

Nízkotavitelné slitiny

Nízkotavitelné slitiny jsou slitiny s teplotou tavení nižší než 230 °C [1]. Jedná se obvykle o slitiny bizmutu, olova, cínu, kadmia, india, antimonu, případně dalších kovů. Přehled normovaných a některých nenormovaných nízkotavitelných slitin uvádí Tab. 1.3.

Tab. 1.3 Slitiny s nízkou teplotou tavení [1][2][12]

Označení ČSN	Dřívější označení	Chemické složení (%)				Teplota tavení (°C)
		Bi	Sn	Pb	jiné	
Bi50Pb25Sn12Cd 42 3992	Woodův kov č. 2	49–51	11,5–13,5	24–26	Cd zbytek	60
Bi50Pb27Sn13Cd 42 3989	Woodův kov č. 1	49–51	12–14	26–28,3	Cd zbytek	68
Bi50Pb43Cd 42 3993	Biola 3	49–51		42–44	Cd zbytek	80
Bi50Sn25Pb 42 3991	Roseův kov	49–51	24–26	zbytek		92
Bi50Sn16Pb 42 3990	Biola 4	49–51	15–17	zbytek		94
Bi48Sn14,5Sb9Pb 42 3987	Biola 7	47–49	13,5–15,5	zbytek	Sb 8–10	102
Bi55Pb30Sb5Sn 42 3995	Biola 10	54–56	zbytek	29–31	Sb 4,5–5,5	103
Pb48Sn32Bi 42 3744	Plumbia 6	zbytek	31–33	47–49		127
Bi8Sn57Pb 42 3982	Stabia 1	6,5–8,5	56,5–58,5	zbytek		151
Bi13Sn50Pb 42 3984	Stabia 3	12–14	49–51	zbytek		158
Pb78Bi16Sb 42 3741	Plumbia 8	15–17		77–79	Sb zbytek	204
Pb78Bi12Sb 42 3742	Plumbia 7	11–13		77–79	Sb zbytek	208
Pb80Sn10Bi 42 3740	Plumbia 1	zbytek	9–11	79–81		215
-	-	44,7	8,3	22,6	Cd 5,3	46,7
-	-	49,4	11,6	18		58
-	Fieldův kov	32,5	16,5		In 51	62
-	-	57,5	17,3		In 25,2	78,8

Využití nízkotavitelných slitin v technice je velmi široké. Vyrábí se z nich tavné pojistky a bezpečnostní zátky reagující na zvýšenou teplotu. Dále jsou používány jako pájky. Nízkotavitelné slitiny se poměrně málo smršťují nebo dokonce zvětšují svůj objem při krystalizaci. Jsou tedy vhodné pro výrobu přesných modelů odléváním. Fieldovu kovu uvedenému v Tab. 1.3 na předposledním místě se detailněji věnuje podkapitola 1.2.4. [2][4]

Měkké pájky

Měkké pájky jsou slitiny s teplotami tavení do 500 °C. V elektrotechnice se nejvíce využívala pájka na bázi Pb-Sn, která vykazovala velmi dobré elektrické a mechanické vlastnosti. [2][8] Směrnice o omezení používání určitých nebezpečných složek RoHS [13] pájky s obsahem olova od 1. 7. 2006 až na určité výjimky zakázala. Zákazem užívání olova v procesu pájení se dostaly do popředí bezolovnaté pájky.

Bezolovnaté pájky tvoří z velké části slitiny s minimálně 60 % cínu a zbytek je doplňován většinou drahými kovy. Převážná část bezolovnatých pájek je tudíž dražší než klasická pájka Pb-Sn. Zásadním rozdílem je bod tavení. Zatímco eutektická pájka Sn-Pb (Sn62Pb38) dosahuje tekutého stavu při teplotě 179 °C, u většiny bezolovnatých pájek nastává tento stav v rozmezí teplot 195–230 °C, v závislosti na jejich složení [17]. Většina z nich nedosahuje velmi dobrých mechanických vlastností pájky na bázi Pb-Sn, proto je nutné je nadále vyvíjet a podrobovat je diagnostice [18].

Kompozice

Jedná se materiály pro výrobu kluzných ložisek. Kluzná ložiska jsou tvořena nosnou ocelovou nebo litinovou pánví, na které je nanášena tenká vrstvička kompozice o tloušťce 0,1–0,5 mm. Materiál kompozice se vyznačuje dostatečnou pevností v tlaku, tvrdostí, odolností proti opotřebení a dobrými kluznými vlastnostmi. [2][4] Kompozice se dají rozdělit podle složení na kompozice olovené, cínové a kadmiové [1].

1.2.4 Fieldův kov

Fieldův kov představuje eutektickou ternární slitinu s teplotou tavení 62 °C [14] obsahující 51 % india, 32,5 % bizmutu a 16,5 % cínu. Fieldův kov je svou teplotou tavení velmi blízký Woodovu kovu uvedenému v Tab. 1.3 na prvním místě. Vzhledem k tomu, že tato slitina neobsahuje olovo ani kadmium, jedná se o netoxickou alternativu Woodova kovu.

Tento perspektivní materiál je možné využívat pro technologie rapid prototyping¹, pro pájení nebo jako chladicí médium v rychlých jaderných reaktorech [16]. V současné době je o Fieldově kovu velmi málo dostupných informací. Proto se práce v kapitole 3.2 zabývá určením potřebných materiálových vlastností pro vytvoření matematického modelu a to experimentálně nebo výpočtem.

¹skupina technologií pro rychlou výrobu dílů, které jsou plně funkční a svými mechanickými vlastnostmi se blíží finálnímu výrobku [15]

2 Matematický model indukční pece pro tavení kovů

Než bude podrobněji popsán matematický model indukční pece, je nutné nejprve objasnit princip indukčního ohřevu.

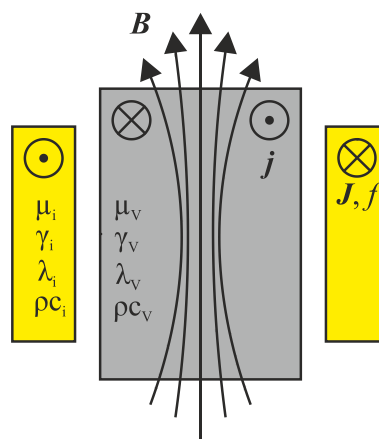
2.1 Indukční ohřev kovových materiálů

Indukční ohřev kovových materiálů patří mezi technologicky progresivní technologie, které se široce využívají v mnoha průmyslových odvětvích. Jedná se například o tavení kovů, indukční kalení, popouštění, promíchávání kovů a lisování za tepla. Hlavní výhodou indukčního ohřevu kovových materiálů je vznik požadovaného tepla přímo v ohřivaném tělese, kdy jej není nutné přenášet přes médium. Lze tak poměrně snadno řídit intenzitu ohřevu a rozložení teploty ve vsázce. Dále zde na rozdíl od ohřevu plamenem nedochází k chemickým změnám v povrchových vrstvách vsázky. Další významnou předností je absence produktů spalování, z nichž některé mohou být toxické. [19][20]

Princip indukčního ohřevu kovových materiálů je znázorněn na Obr. 2.1. Indukční zařízení sestává z cívky obklopující vodivou vsázkou. Průchod střídavého proudu o hustotě J a frekvenci f v induktoru vyvolá proměnné magnetické pole B , jehož indukční čáry prochází vsázkou. Ve vsázce se následně indukují proudy o hustotě j , které se zde uzavírají a generují ztráty. Vzniklý ztrátový výkon ohřívá vsázkou. Volbou frekvence budícího proudu lze ovlivnit hloubku prohřátí. S rostoucí frekvencí budícího proudu dochází k prohřátí tenčích a tenčích povrchových vrstev. Jedná se o hloubku vniku δ , která je dána vztahem

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \gamma}}, \quad (2.1)$$

kde f , μ , γ jsou po řadě frekvence, permeabilita a elektrická vodivost. [19][21]



Obr. 2.1 Schématické znázornění indukčního ohřevu (překresleno z [19])

2.2 Matematický model indukčního ohřevu

Z matematického hlediska je indukční ohřev tuhých materiálů popsán dvěma obecně nelineárními parciálními diferenciálními rovnicemi. První z nich popisuje rozložení magnetického pole, druhá pak rozložení pole teplotního. Pokud dojde k roztavení ohřivaného materiálu, je nutné respektovat i pohyb taveniny vyvolaný Lorentzovými a vztlakovými silami. Řešení vzniklé soustavy rovnic je značně složité obzvláště proto, že její koeficienty dané materiálovými vlastnostmi jsou závislé na teplotě. [19][22]

Dále se tato práce zaměří pouze na základní matematický model indukčního ohřevu zanedbávající pohyb taveniny. Vznikne tedy matematický model zahrnující výpočet magnetického a teplotního pole, která jsou navzájem sdružena.

2.2.1 Model magnetického pole

Matematický model magnetického pole vychází z první Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru (B.1). Při uvažování kvazistacionárního pole je posuvný (Maxwellův) proud vůči proudu vodivému zanedbatelný a rovnici lze pak zapsat ve tvaru

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (2.2)$$

kde \mathbf{H} je intenzita magnetického pole a \mathbf{J} proudová hustota. Se znalostí materiálových vztahů (B.6), (B.7) a magnetického vektorového potenciálu \mathbf{A} (B.8), lze rovnici (2.2) přepsat do tvaru

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) = \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_v), \quad (2.3)$$

kde μ , \mathbf{E} a \mathbf{E}_v jsou po řadě permeabilita, intenzita elektrického pole a intenzita vtištěných sil. Magnetické pole je výhodné řešit pomocí potenciálů, proto je vhodné zavést skalární elektrický potenciál φ . Dosadíme-li magnetický vektorový potenciál \mathbf{A} (B.9) do druhé Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru (B.2), dostaneme vztah

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{A} = -\operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t},$$

čili

$$\operatorname{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0. \quad (2.4)$$

Jelikož má výraz v závorce uvedený v rovnici (2.4) nulovou rotaci, lze ho vyjádřit jako gradient skalárního elektrického potenciálu φ .

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad} \varphi,$$

čili

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi. \quad (2.5)$$

Dosazením elektrické intenzity \mathbf{E} (2.5) do rovnice (2.3) získáme výslednou parciální

diferenciální rovnici popisující rozložení magnetického pole ve tvaru

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}\right) = \mathbf{J}_v - \gamma\left(\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \operatorname{grad}\varphi\right), \quad (2.6)$$

kde \mathbf{J}_v udává hustotu vnějších proudů. Pro zjednodušení lze předpokládat, že indukční ohřev neobsahuje volné náboje. Tudíž z rovnice (2.6) vypadne poslední její člen a po úpravě bude mít tvar

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}\right) + \gamma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_v. \quad (2.7)$$

Odvozená rovnice (2.6) popisuje rozložení magnetického pole indukčního ohřevu. Její druhý člen $\mathbf{j} = \gamma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$ na levé straně udává hustoty indukovaných vířivých proudů. Člen \mathbf{J}_v na pravé straně vyjadřuje hustotu budících proudů. Velikost měrných Jouleových ztrát se určí ze vztahu

$$p_j = \frac{\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}}{\gamma} = \gamma\left(\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right)^2. \quad [24][25] \quad (2.8)$$

2.2.2 Model teplotního pole

Model teplotního pole indukční pece je popsán nestacionární (Fourier-Kirchhoffovou) parciální diferenciální rovnicí vedení tepla. Tato rovnice vychází z prvního termodynamického zákona. Celkovou energetickou bilanci systému lze definovat rovnicí

$$-\oint_S \mathbf{q}d\mathbf{S} = \int_V \frac{dU_{\text{int}}}{dt} dV - \int_V p dV, \quad (2.9)$$

kde \mathbf{q} je tepelný tok přes hranice tělesa, $\frac{dU_{\text{int}}}{dt}$ změna vnitřní energie tělesa a konečně p měrný výkon generovaný vnějšími vlivy. Těmito vlivy mohou být například Jouleovy ztráty p_j . Dále lze tepelný tok vedením \mathbf{q} vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{q} = -\lambda \operatorname{grad} T, \quad (2.10)$$

kde T je termodynamická teplota. Změnu vnitřní energie tělesa lze zapsat ve tvaru

$$\int_V \frac{dU_{\text{int}}}{dt} dV = \int_V \rho c \frac{dT}{dt} dV, \quad (2.11)$$

kde ρ a c je po řadě hustota materiálu a tepelná kapacita.

Dosazením vztahů (2.10) a (2.11) do rovnice celkové energetické bilance (2.9) a aplikací Gauss-Ostrogradského věty získáme nestacionární (Fourier-Kirchhoffovu) parciální diferenciální rovnici vedení tepla

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = \rho c \frac{dT}{dt} - p_j. \quad [26] [27] \quad (2.12)$$

3 Konkrétní uspořádání modelu indukční pece

V této kapitole je uvedený obecný matematický model magnetického a teplotního pole indukčního ohřevu. Dále práce popisuje parametry materiálů, které budou posléze použity v modelu konkrétního uspořádání indukční pece pro tavení Fieldova kovu. Na závěr této kapitoly je uveden stručný popis aplikace Agros2D využití pro numerické řešení magnetického a teplotního pole.

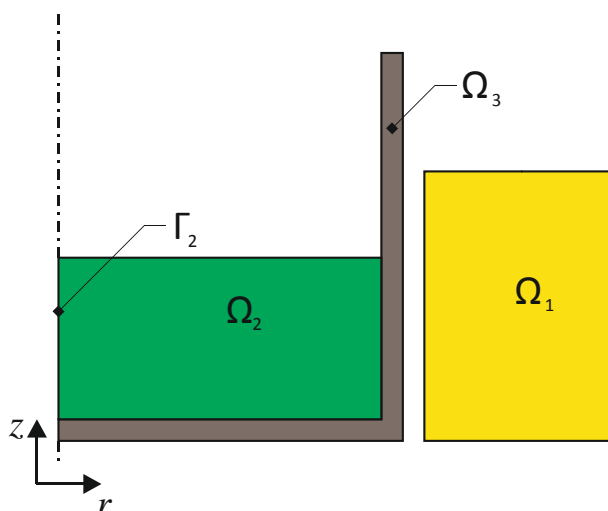
3.1 Matematický model indukční pece

Problém indukčního ohřevu představuje slabě sdruženou úlohu, ve které vzájemně působí magnetické a teplotní pole. Vsázka se ohřeje až za určitou dobu poté, co jí začaly protékat indukované vířivé proudy. Takovou úlohu lze pak řešit postupnými kroky. Nejdříve dojde k výpočtu magnetického pole a z výsledků se posléze určí oteplení vsázky. Toto oteplení způsobí změnu konstant prostředí, se kterými se dále řeší nové magnetické pole a následně se z něj určí nová teplota. Takto popsáný proces probíhá do té doby, než výsledky s dostatečnou přesností zkonvergují. [23]

Model indukčního ohřevu dále představuje osově symetrický problém. Rozložení magnetického a teplotního pole bylo řešeno jako 2D úloha.

3.1.1 Model magnetického pole indukční pece

Definiční oblast modelu magnetického pole (Obr. 3.1) sestává z oblasti induktoru Ω_1 , vsázky Ω_2 , kelímku Ω_3 a okolního vzduchu ohraničeného fiktivní hranicí Γ_1 . Tato hranice není na Obr. 3.1 znázorněna. Hranice Γ_2 pak představuje osu symetrie modelu.



Obr. 3.1 Definiční oblast modelu magnetického pole

Model magnetického pole indukčního ohřevu popisuje rovnice (3.1), která byla uvedena v kapitole 2.2.1:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}\right) + \gamma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_v. \quad (3.1)$$

Pro indukční ohřev je charakteristické harmonicky proměnné magnetické pole. Se znalostí symbolicko-komplexní metody lze rovnici (3.1) dále přepsat do tvaru

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\bar{\mathbf{A}}\right) + j\omega\gamma\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{J}}_v, \quad (3.2)$$

kde $\bar{\mathbf{A}}$ a $\bar{\mathbf{J}}_v$ jsou po řadě fázor vektorového magnetického potenciálu a fázor hustoty vnějších proudů. Pro ilustraci lze tuto rovnici rozepsat pro jednotlivé části indukční pece. Oblast induktoru Ω_1 nezahrnuje složku vířivých proudů a rovnice se tak zredukuje na tvar

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\bar{\mathbf{A}}\right) = \bar{\mathbf{J}}_v.$$

Ve vsázce Ω_2 se nevyskytují budící proudy a rovnice je tedy dána vztahem

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\bar{\mathbf{A}}\right) + j\omega\gamma\bar{\mathbf{A}} = 0.$$

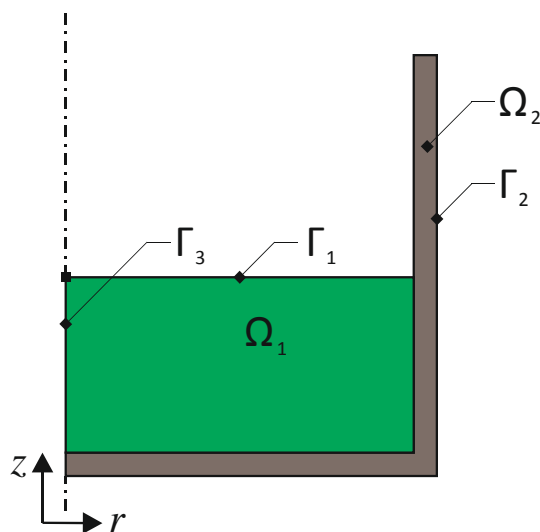
V oblasti okolního vzduchu nejsou přítomny vířivé a budící proudy a relativní permeabilita je rovna jedné. Pro tuto oblast pak platí rovnice ve tvaru

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\bar{\mathbf{A}}) = 0.$$

Dále je nezbytné zavést umělou hranici Γ_1 vymežující oblast magnetického pole. Druhou hranici modelu představuje osa symetrie Γ_2 . Vzniklým hranicím Γ_1 a Γ_2 je nutné předepsat okrajové podmínky. Hodnoty vektorového potenciálu \mathbf{A} jsou na těchto hranicích konstantní, neboť jsou totožné se siločárami. Za předpokladu dostatečné vzdálenosti umělé hranice Γ_1 od magnetického obvodu bude vektorový potenciál na této hranici nulový. Na ose symetrie Γ_2 bude rovněž hodnota vektorového potenciálu nulová. Jedná se o Dirichletovy okrajové podmínky, kdy je předepsána hodnota hledané veličiny na hranici.

3.1.2 Model teplotního pole indukční pece

Definiční oblast modelu teplotního pole (Obr. 3.2) tvoří pouze oblast vsázky Ω_1 a oblast kelímku Ω_2 . Γ_1 , Γ_2 a Γ_3 představují hranice modelu.



Obr. 3.2 Definiční oblast modelu teplotního pole

Model teplotního pole indukční pece je popsán nestacionární (Fourier-Kirchhoffovou) parciální diferenciální rovnicí vedení tepla (3.3), která byla uvedena v kapitole 2.2.2:

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = \rho c \frac{dT}{dt} - p_j. \quad (3.3)$$

Hranicím definiční oblasti Γ_1 , Γ_2 a ose symetrie Γ_3 je opět zapotřebí předepsat okrajové podmínky. Na ose symetrie Γ_3 je nulový tepelný tok přes hranici, lze zde tedy zavést Neumannovu okrajovou podmínku $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0$. Na hranicích Γ_1 a Γ_2 je nutné respektovat přestup tepla konvekcí (prouděním) a radiací (sáláním). Na těchto hranicích pak platí rovnice ve tvaru

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_0) + \varepsilon \sigma(T^4 - T_0^4), \quad (3.4)$$

kde α , ε , σ , T a T_0 jsou po řadě koeficient přestupu tepla, emisivita povrchu, Stefan-Boltzmannova konstanta ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$), teplota vsázky resp. kelímku a teplota okolního prostředí. Vzhledem k nízké teplotě vsázky a kelímku je možné přestup tepla sáláním (poslední člen rovnice (3.4)) zanedbat.

3.2 Materiálové vlastnosti Fieldova kovu

V současné době je o Fieldově kovu kromě jeho teploty tavení (62 °C) velmi málo dostupných informací. V Tab. 3.1 jsou uvedeny materiálové vlastnosti použité při řešení modelu magnetického pole. Elektrická vodivost kovu byla získána z převrácené hodnoty elektrické rezistivity $0,52 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$ [28]. Relativní permeabilita byla stanovena ze znalosti jednotlivých složek Fieldova kovu na hodnotu 1. Hodnoty jednotlivých veličin izolace kelímku použité v modelu magnetického a teplotního pole představují průměrné hodnoty běžných izolací.

Tab. 3.1 Materiálové vlastnosti – magnetické pole

Materiál	Materiálová vlastnost	Hodnota
Fieldův kov	relativní permeabilita μ_r	1
	elektrická vodivost γ	$1,923 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
izolace kelímku	relativní permeabilita μ_r	1
měď	relativní permeabilita μ_r	1

Tab. 3.3 uvádí materiálové vlastnosti použité v modelu teplotního pole. Tepelná vodivost Fieldova kovu byla určena podle Wiedemann-Franzova-Lorenzova zákona [31], který uvádí přímou závislost mezi tepelnou a elektrickou vodivostí kovových materiálů

$$\frac{\lambda}{\gamma} = L \cdot T, \quad (3.5)$$

kde λ , γ , L , T jsou po řadě tepelná vodivost, elektrická vodivost, Lorentzova konstanta $2,45 \cdot 10^{-8}$ a teplota. Pro 20 °C byla dle výše uvedeného vztahu vypočtena hodnota tepelné vodivosti Fieldova kovu $\lambda = 13,8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Hustota kovu $7991,65 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ byla stanovena ze změřené hmotnosti a objemu pro pokojovou teplotu. Měrná tepelná kapacita byla určena ze známých hodnot měrných tepelných kapacit pro 20 °C a hmotnostního podílu jednotlivých složek Fieldova kovu dle Neumannova-Koppova empirického pravidla [33]

$$c = w_{\text{In}} \cdot c_{\text{In}} + w_{\text{Bi}} \cdot c_{\text{Bi}} + w_{\text{Sn}} \cdot c_{\text{Sn}}. \quad (3.6)$$

Tab. 3.2 Měrná tepelná kapacita a hmotnostní podíl složek Fieldova kovu [28]

	Indium	Bismut	Cín
w (-)	0,510	0,325	0,165
c ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	233	122	256

Po dosazení hodnot jednotlivých složek kovů uvedených v Tab. 3.2 do rovnice (3.6) vychází měrná tepelná kapacita Fieldova kovu $c = 200,72 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Tab. 3.3 Materiálové vlastnosti – teplotní pole

Materiál	Materiálová vlastnost	Hodnota
Fieldův kov	tepelná vodivost λ	13,80 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹
	hustota ρ	7991,65 kg·m ⁻³
	měrná tepelná kapacita c	200,72 J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹
izolace kelímku	tepelná vodivost λ	0,10 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹
	hustota ρ	950 kg·m ⁻³
	měrná tepelná kapacita c	850 J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹

Výše popsané materiálové vlastnosti Fieldova kovu a izolace kelímku jsou teplotně závislé. V matematickém modelu byla v první fázi tato teplotní závislost zanedbána a problém se řešil jako lineární úloha s konstantními hodnotami materiálových parametrů pro 20 °C. Podrobněji se stanovením materiálových vlastností Fieldova kovu zabývá diplomová práce Kateřiny Mizerové² [32, kap. 3.1].

3.3 Konkrétní uspořádání modelu indukční pece a jeho optimalizace

V této podkapitole jsou popsány přesné rozměry jednotlivých komponent indukční pece. Nejprve se práce zabývá návrhem induktoru důležitým pro ekonomicky efektivní indukční ohřev (viz DP Mizerová [32, kap. 2.1]). Návrh parametrů cívky byl proveden porovnáním výkonu (3.7), který je nutný vyvinout k ohřátí Fieldova kovu z teploty T_1 na teplotu tavení T_2 za daný čas, s Jouleovými ztrátami, které ve vsázce vzniknou. Potřebný výkon indukční pece je dán vztahem

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)}{\Delta t}, \quad (3.7)$$

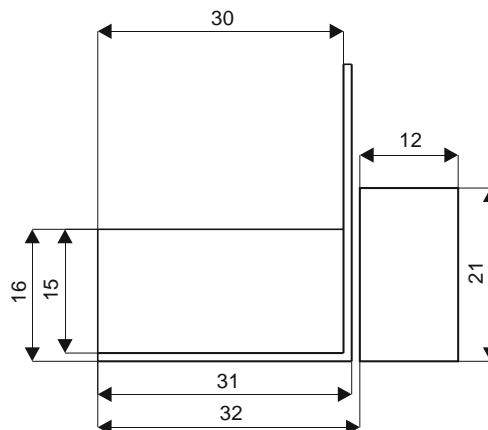
kde m , c , T_1 , T_2 a t je po řadě hmotnost, měrná tepelná kapacita, počáteční teplota kovu, teplota tavení a čas. Z odhadnutého času potřebného k dosažení teploty tavení vsázky a známých hodnot uvedených v Tab. 3.4 byl vypočten výkon o velikosti 15,16 W.

Tab. 3.4 Potřebné hodnoty pro výpočet výkonu

Název veličiny	Hodnota
hmotnost m	0,34 kg
měrná tepelná kapacita c	200,72 J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹
počáteční teplota T_1	20 °C
teplota tavení T_2	60 °C
čas t	180 s

² dále jen DP Mizerová

Velikost Jouleových ztrát ve vsázce se následně zjišťovala z modelu magnetického pole řešeného v aplikaci Agros2D. Přesné rozměry modelu indukční pece jsou znázorněny na Obr. 3.3. Velikost cívky byla stanovena na 12 x 21 mm. Vnitřní průměr cívky byl dán známým rozměrem silikonového kelímku a vzduchovou mezerou mezi ním a cívkou.

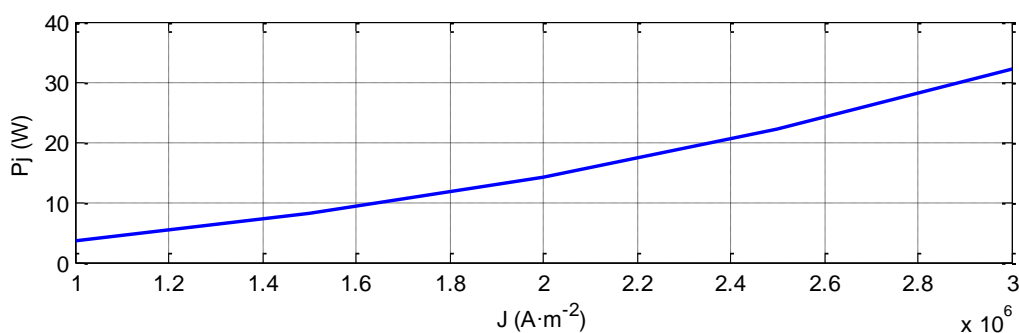


Obr. 3.3 Rozměry modelu indukční pece

V modelu magnetického pole bylo dále nutné určit velikost frekvence závislé na magnetických vlastnostech ohřivaného materiálu. Vzhledem k nemagnetické vsázce je zapotřebí vyšší hodnoty frekvence k dosažení potřebných ztrát. Velikost frekvence byla omezena rozsahem zakoupeného napájecího frekvenčního měniče Commander SK. Optimalizace cívky byla navrhována pro jeho maximální frekvenci 1500 Hz.

Následně bylo zapotřebí vybrat vhodný průměr měděného drátu pro navinutí cívky. Při stanovené frekvenci 1500 Hz je plně využit měděný vodič o průměru 1,5 mm (hloubka vniku měděného drátu δ je při frekvenci 1500 Hz rovna 1,7 mm). Ze známé plochy cívky a průměru vodiče byl zjištěn počet závitů cívky $z = 112$.

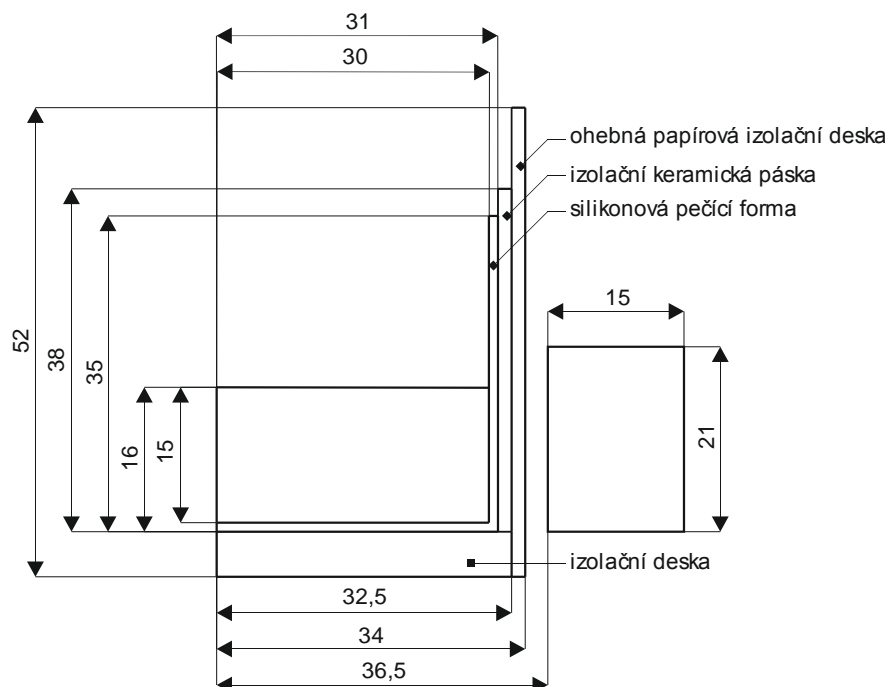
Při pevně stanovených parametrech cívky a velikosti frekvence se pomocí programu Agros2D hledala vhodná velikost proudové hustoty cívky tak, aby bylo dosaženo potřebné hodnoty ztrát ve vsázce (15,16 W). Závislost Jouleových ztrát na proudové hustotě je uvedena na Obr. 3.4.



Obr. 3.4 Závislost Jouleových ztrát ve vsázce na proudové hustotě při frekvenci 1500 Hz

K dosažení vypočteného výkonu indukční pece (15,16 W) je pak potřebná hodnota proudové hustoty cívky $\sim 2 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$ při frekvenci 1500 Hz. Ze vztahu pro proudovou hustotu induktoru $J = (N \cdot I)/S$ byla získána minimální hodnota potřebného proudu o velikosti 4,5 A. Vzhledem k maximální proudové zatížitelnosti vybraného měděného drátu (6,5 A) byla hodnota proudu stanovena na 5 A, což odpovídá proudové hustotě $2,22 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$ a Jouleovým ztrátám ve vsázce o velikosti 17,55 W.

Podle navrženého modelu bylo sestaveno experimentální zařízení. Za necelé 3 minuty došlo k roztavení vsázky. Ovšem vzhledem k velmi malé vzduchové mezeře mezi cívkou a kelímkem (1mm), byl odvod tepla z mezery nedostatečný a došlo k porušení izolace cívky. Tento problém byl vyřešen zvýšenou izolací kelímku, větší vzduchovou mezerou mezi kelímkem a induktorem a chlazením cívky pomocí ventilátoru. Popis konstrukce dodatečné izolace kelímku je blíže uveden v DP Mizerová [32, kap. 3.2]. Jednotlivé druhy použitých izolací kelímku jsou znázorněny v Obr. 3.5. Vzhledem k větší vzdálenosti cívky od vsázky (2,5 mm) musely být její rozměry dostatečně zvětšeny (15 x 21 mm), aby bylo dosaženo potřebných Jouleových ztrát ve vsázce. Rozměry optimalizované cívky odpovídají 210 závitům, Jouleovým ztrátám 45,5 W a proudové hustotě $3,33 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$ při velikosti proudu 5 A. Přesné rozměry optimalizované indukční pece jsou patrné z Obr. 3.5.



Obr. 3.5 Rozměry optimalizovaného modelu indukční pece

3.4 Popis použité aplikace pro numerické řešení matematického modelu

Numerické řešení matematického modelu bylo provedeno v aplikaci Agros2D³ vyvíjené na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. Tato aplikace slouží k řešení fyzikálních polí v kartézském nebo osově symetrickém uspořádání.

Agros2D sestává z preprocesoru, procesoru a postprocesoru. Preprocesor slouží k tvorbě geometrie, definici materiálových parametrů a okrajových podmínek.

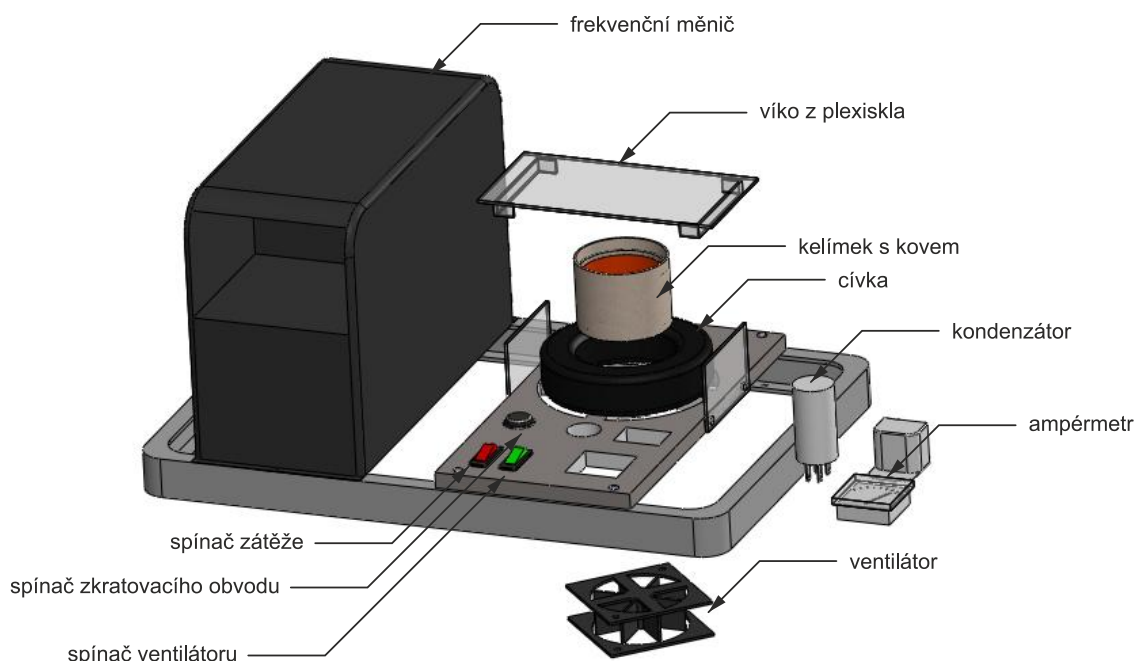
Procesor představuje výpočetní část aplikace využívající knihovny Hermes2D založené na metodě konečných prvků vyššího řádu přesnosti, tzv. *hp*-verzi MKP. Podstatou MKP je náhrada neohraničené úlohy ohraničenou, která je diskretizována konečným počtem elementů. Aplikace tedy vytvoří síť konečných prvků. MKP patří mezi přibližné metody. K numerickému řešení matematického modelu byla využita metoda konečných prvků vyššího řádu přesnosti, která oproti klasické (lineární) MKP vede k vyšší přesnosti výpočtu. Při řešení matematického modelu se manuálně měnilo zjemnění sítě h a řád polynomu na elementu p a zkoumaly se dosažené výsledky. Pokud se výsledky již velmi neliší, lze považovat navrženou síť za vyhovující. Tento postup opakovaného výpočtu může být také automatizován, pak jde o tzv. adaptivní algoritmy, které aplikace Agros2D taktéž nabízí. Jedná se o *hp*-adaptivitu, která zajistí automatické zjemnění sítě a řádu polynomu na elementu podle potřeby.

Postprocesor slouží k analýze a vizualizaci vypočtených dat. Rozložení získaných veličin lze zobrazit ve formě skalárních barevných map a vektorů. Dále umožňuje z vypočtených dat zpracovat povrchové a objemové integrální veličiny a další odvození veličiny. Tyto lokální veličiny lze dále zobrazit ve formě grafu v závislosti na souřadnicích nebo u přechodového děje v závislosti na čase. [29][30]

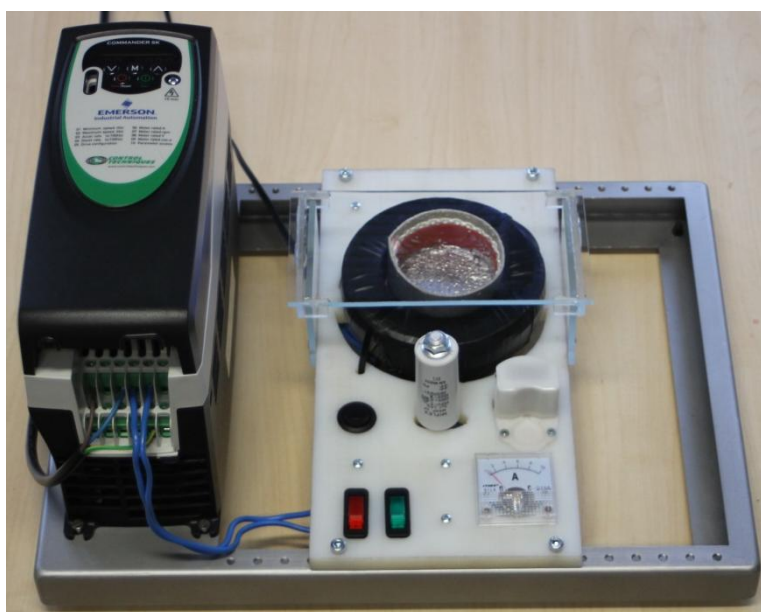
³ <http://www.agros2d.org/>

4 Srovnání vypočtených dat s experimentem

Podle navrženého optimalizovaného modelu se zhotovilo finální experimentální zařízení (Obr. 4.1 a Obr. 4.2). Byla navinuta cívka o 210 závitů, avšak s ohledem na ruční navíjení se její rozměry oproti navrženému modelu zvětšily na 25 x 31 mm. Numerický model byl proto následně upraven na reálné rozměry cívky, což změnilo hodnotu proudové hustoty na $1,35 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$ a Jouleových ztrát na 30,84 W. Takto upravený model se používal k různým výpočtům v aplikaci Agros2D a získaná data se následně srovnávala s daty změřenými na sestaveném experimentálním zařízení.



Obr. 4.1 Schéma experimentálního zařízení pro indukční ohřev Fieldova kovu



Obr. 4.2 Fotografie experimentálního zařízení pro indukční ohřev Fieldova kovu

Při numerickém řešení matematického modelu v aplikaci Agors2D bylo využito možnosti ručního nastavení zjemnění sítě h a řádu polynomu na elementu p . Tab. 4.1 udává pro stanovené hodnoty h a p výsledky vypočtené hodnoty Jouleových ztrát P_j , celkové magnetické energie W_m , počet stupňů volnosti DOFs⁴ a délku trvání výpočtu modelu magnetického pole na daném počítači. Čas výpočtu programu se může pro jiné počítače lišit. Z tabulky je pro h - p 1-2 patrná konvergence hodnot magnetické energie a Jouleových ztrát. Hodnoty h - p 0-1, 0-2 a 1-1 jsou pro řešení modelu magnetického pole nedostatečné, neboť vedou ke zkresleným výsledkům. Ze zbývajících hodnot h - p (1-2, 1-3, 2-3) je z hlediska rychlosti výpočtu výhodné použít pro řešení modelu magnetického pole h - p 1-2.

Tab. 4.1 Konvergence výsledků – model magnetického pole

h - p	P_j (W)	W_m (J)	DOFs	t (s)
0-1	30,20	0,02180	976	0,76
1-1	30,64	0,02208	3940	1,12
0-2	30,83	0,02243	3940	0,86
1-2	30,84	0,02244	15880	1,90
1-3	30,85	0,02244	35836	4,73
2-3	30,85	0,02244	143800	31,82

Tab. 4.2 Konvergence výsledků – model teplotního pole

h - p	T_{p30s} (K)	T_{p75s} (K)	DOFs	t (s)
0-1	308,18	324,68	298	25,25
1-1	308,18	324,92	1107	26,34
0-2	308,18	324,92	1107	34,35
1-2	308,18	324,92	4261	40,95
1-3	308,18	324,92	9463	90,58
2-3	308,18	324,92	37357	341,8

Stejným způsobem byla určena velikost zjemnění sítě a řádu polynomu pro model teplotního pole. V tomto případě se zkoumal počet stupňů volnosti, hodnoty průměrné teploty vsázky v čase 30 s a 75 s a také délku trvání výpočtu modelu teplotního pole. Z výsledků uvedených v Tab. 4.2 vyplývá, že pro model teplotního pole dostačují hodnoty h - p 1-1. Jelikož rozložení teplotního pole indukčního ohřevu je časově proměnné, je nutné řešit tento problém jako přechodný děj. U takových úloh je zapotřebí nastavit dostatečný počet kroků tak, aby nebyla ovlivněna kvalita výsledků a zároveň výpočet byl co nejrychlejší. Pro přesný a rychlý výpočet postačí 5 kroků (Tab. 4.3).

Tab. 4.3 Konvergence v závislosti na délce časového kroku

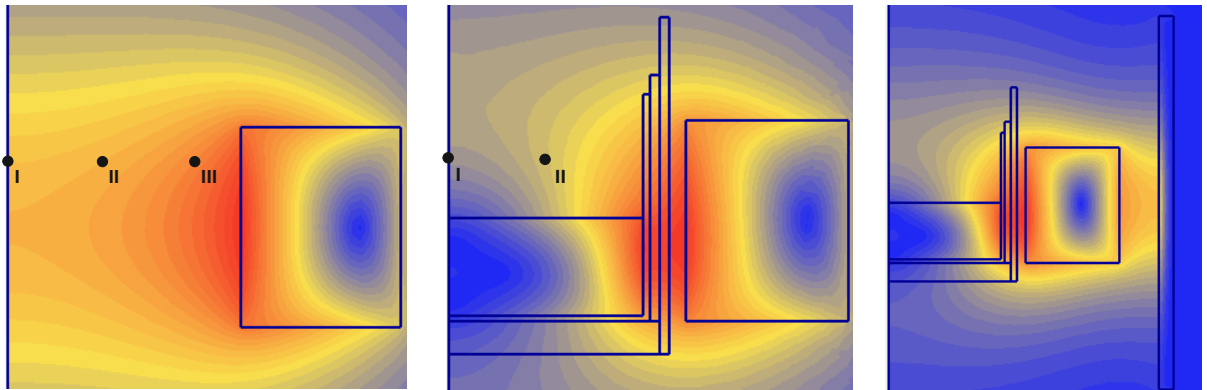
Počet kroků	Délka kroku (s)	T_{p30s} (K)	T_{p75s} (K)	t (s)
75	1	308,18	324,923	25,92
15	5	308,18	324,923	7,35
10	7,5	308,18	324,923	5,87
5	15	308,18	324,923	4,30
2	37,5	nelze	324,451	3,50

⁴ Degrees of freedom, vyšší počet stupňů volnosti zvyšuje náročnost výpočtu a tím snižuje jeho rychlost

4.1 Výpočet magnetického pole

V aplikaci Agros2D se nejprve počítalo rozložení magnetické indukce uvnitř prázdné cívky při průchodu střídavého proudu 5 A a nastavené frekvenci 1500 Hz (Obr. 4.3).

- Body, v nichž byla měřena magnetická indukce

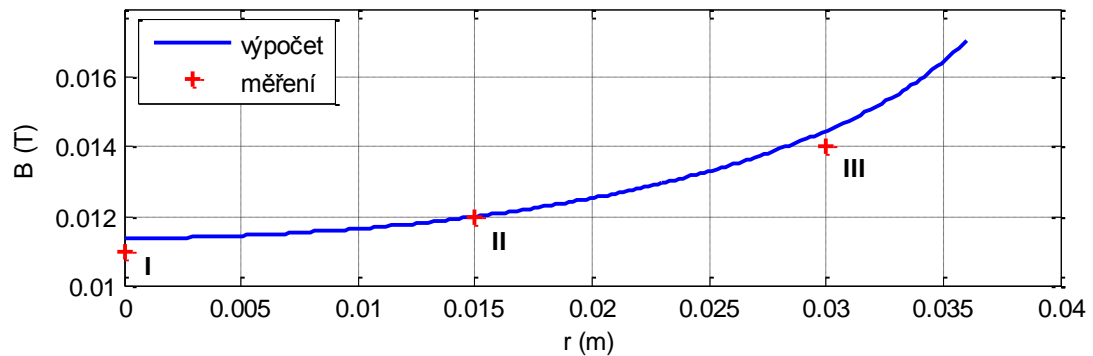


Obr. 4.3 Rozložení indukce magnetického pole bez vsázky, se vsázkou a se stíněním

Dále se provedlo srovnání vypočtených dat se změřenými hodnotami na experimentálním zařízení. Měření se provádělo pomocí zhotovené aparatury obsahující malou měřicí cívku, která se vkládala do magnetického pole měřené cívky. Průchodem střídavého proudu měřenou cívku se vytváří proměnný magnetický tok a dle Faradayova zákona o elektromagnetické indukci se do malé cívky indukují napětí. Indukované napětí je dáno vztahem

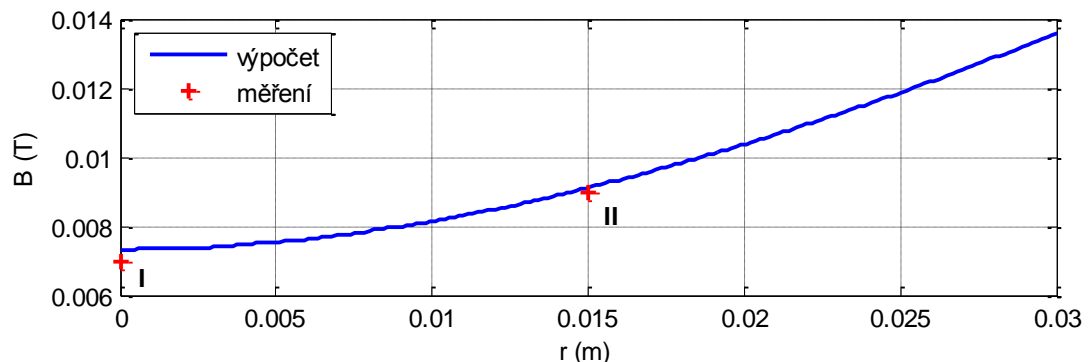
$$U_i = -N \frac{d\Phi}{dt},$$

kde Φ , N , t je po řadě magnetický indukční tok plochou cívky, počet závitů a čas. Ze získaného indukovaného napětí byla následně vypočtena velikost magnetické indukce. Měřicí aparatura a přesný postup měření je podrobně popsán v DP Mizerová [32, kap. 4.1]. Obr. 4.4 znázorňuje rozložení vypočtené magnetické indukce a změřené hodnoty ve třech bodech uvnitř cívky. Z grafu je patrná velmi dobrá shoda vypočtených dat se změřenými, což potvrzuje správnost návrhu numerického modelu magnetického pole. Dále je zřejmá zvyšující se velikost indukce magnetického pole induktoru směrem od jeho středu. Vzhledem k tomu, že délka cívky je podstatně menší než její průměr, vzniká uvnitř induktoru nehomogenní magnetické pole. Toto pole má pak nejvyšší intenzitu na povrchu cívky a směrem k jejímu středu se snižuje. S klesající intenzitou magnetického pole pak klesá i indukce.



Obr. 4.4 Porovnání výpočtu a výsledků měření magnetické indukce uvnitř prázdné cívky

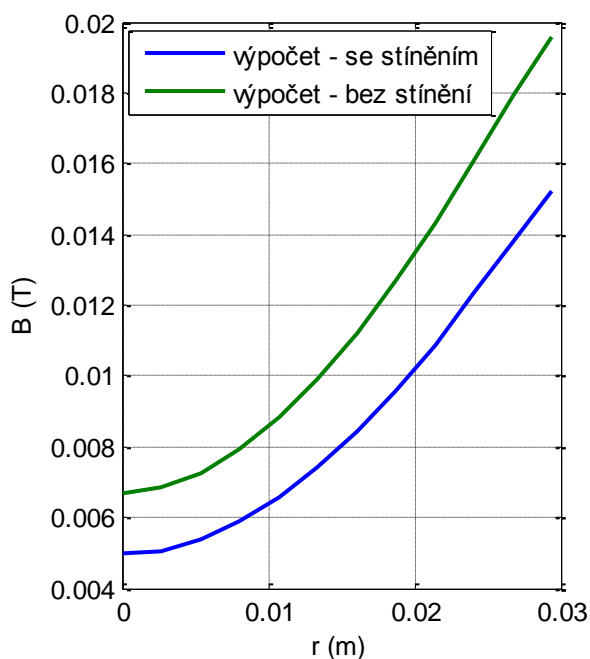
Dále se řešilo rozložení magnetické indukce uvnitř cívky, do které byla vložena vsázka (Obr. 4.3). Výsledky spočtených a změřených hodnot uvnitř induktoru s vloženou vsázkou jsou zobrazeny na Obr. 4.5. Hodnoty magnetické indukce uvnitř induktoru se vsázkou jsou oproti prázdné cívce nižší. To je způsobeno indukovanými vířivými proudy ve vsázce, které vytváří magnetické pole působící proti poli cívky (Lenzovo pravidlo). Superpozicí pole induktoru a pole vytvořeného vířivými proudy dojde ke snížení magnetické intenzity respektive indukce uvnitř cívky se vsázkou.



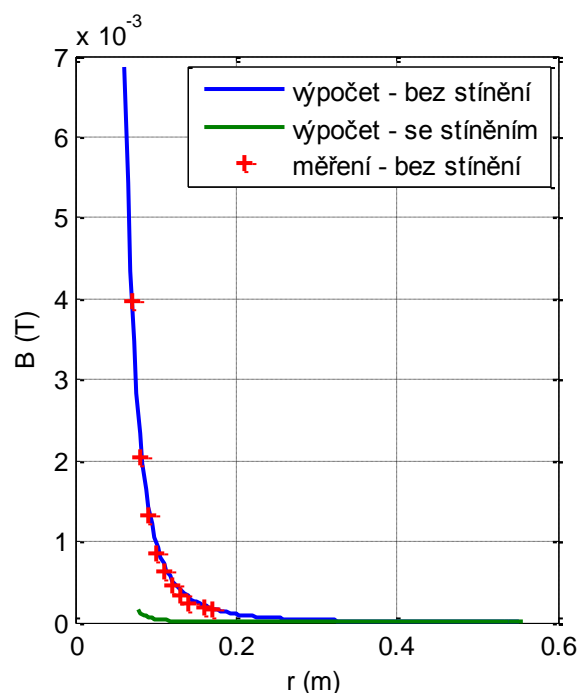
Obr. 4.5 Porovnání výpočtu a výsledků měření indukce magnetického pole cívky s vloženou vsázkou

Vzhledem k uzavírání rozptylového magnetického toku i vně cívky bylo dále v této oblasti vypočteno a změřeno rozložení magnetického pole. Nařízení vlády o ochraně zdraví před neionizujícím zářením č.1/2008 sbírky uvádí limitní hodnoty magnetické indukce pro nepřetržitou expozici osoby v elektromagnetickém poli. Pro frekvenci 1500 Hz stanovuje mezní hodnotu indukce na $6,25 \cdot 10^{-6}$ T, na kterou vypočtené hodnoty klesnou až ve vzdálenosti 48 cm od cívky. Z tohoto důvodu bylo v numerickém modelu zahrnuto stínění sloužící k omezení účinků magnetického pole. Konstrukčním návrhem stínícího pláště se detailně zabývá DP Mizerová [32, kap. 4.1]. Z hlediska co nejmenších ztrát stínícího pláště se tloušťka plechu volí dle vztahu $d = \pi/2 \cdot \delta$, kde δ je hloubka vniku [34]. Vnitřní poloměr válcového stínícího pláště je stanoven na dvojnásobek vnitřního poloměru cívky [34].

Na základě provedených výpočtů byl pro účely stínění vybrán dobře vodivý hliníkový plech o tloušťce 4 mm a vnitřním průměru 14,6 mm. Stínění je založeno na principu elektromagnetické indukce a Lenzova zákona. Pole naindukované do vodivého pláště působí proti poli vyvolanému cívkou. Provedením superpozice těchto polí pak dojde ke snížení magnetické intenzity respektive indukce vně stínícího pláště, avšak i uvnitř induktoru. Následkem jsou pak nižší Jouleovy ztráty ve vsázce. Těmto teoretickým předpokladům odpovídají spočítané hodnoty magnetické indukce vně (Obr. 4.7) i uvnitř induktoru se vsázkou (Obr. 4.6) a to jak se stíněním tak bez něj. Vypočítané hodnoty magnetické indukce vně cívky bez stínícího pláště byly ověřeny měřením. Limitní hodnota $6,25 \cdot 10^{-6}$ T určená vyhláškou byla při využití stínění dosažena již ve vzdálenosti 7,6 cm od cívky, avšak hodnota Jouleových ztrát vsázky indukční pece klesla o 44 %. Při následných měřeních na experimentálním zařízení nebylo stínění indukční pece uvažováno, do budoucna je ale z hlediska hygienických limitů vhodné jej doplnit.



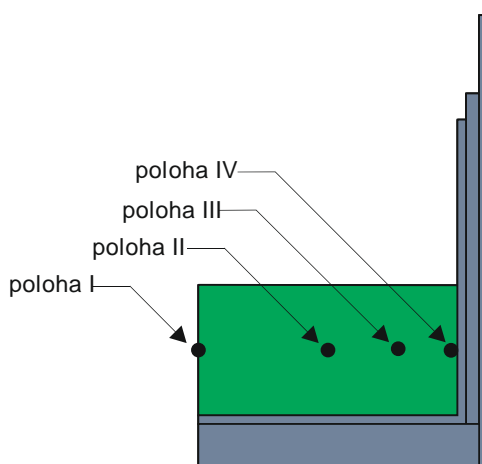
Obr. 4.6 Rozložení indukce magnetického pole s a bez úvahy stínění ve vsázce



Obr. 4.7 Rozložení indukce magnetického pole s a bez úvahy stínění vně induktoru

4.2 Výpočet teplotního pole

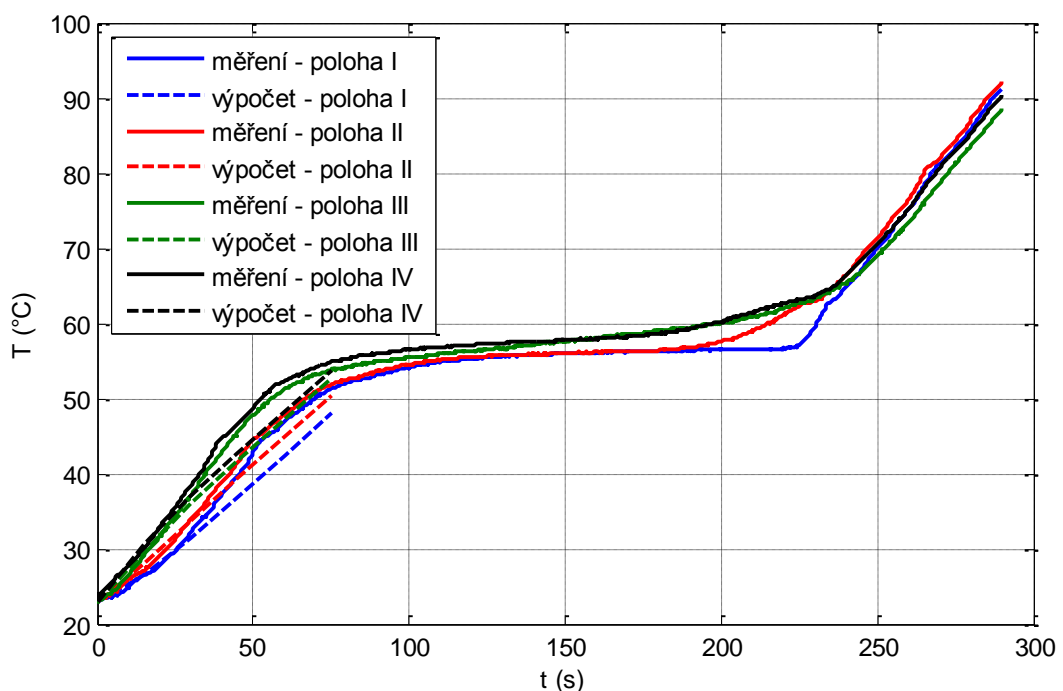
Materiálové parametry používané při numerickém řešení matematického modelu jsou teplotně závislé. Při indukčním ohřevu Fieldova kovu na jeho teplotu tavení (62 °C) je teplotní závislost parametrů vzhledem k malému teplotnímu rozdílu v matematickém modelu zanedbána. Ovšem při fázovém přechodu (změně skupenství – tavení) nastává skoková změna materiálových veličin, kterou již v modelu zanedbat nelze. Vzhledem k tomuto problému se model teplotního pole počítal pouze do dosažení teploty tavení a následně se porovnával se změřenými hodnotami. Měření teploty se provádělo kontaktně pomocí teplotního senzoru. Podrobněji se touto problematikou zabývá DP Mizerová [32, kap. 4.2]. Výpočet i měření průběhů teplot se provádělo ve čtyřech různých bodech (poloha I, poloha II, poloha III a poloha IV) znázorněných na Obr. 4.8.



Obr. 4.8 Body, v nichž se měřila a počítala teplota

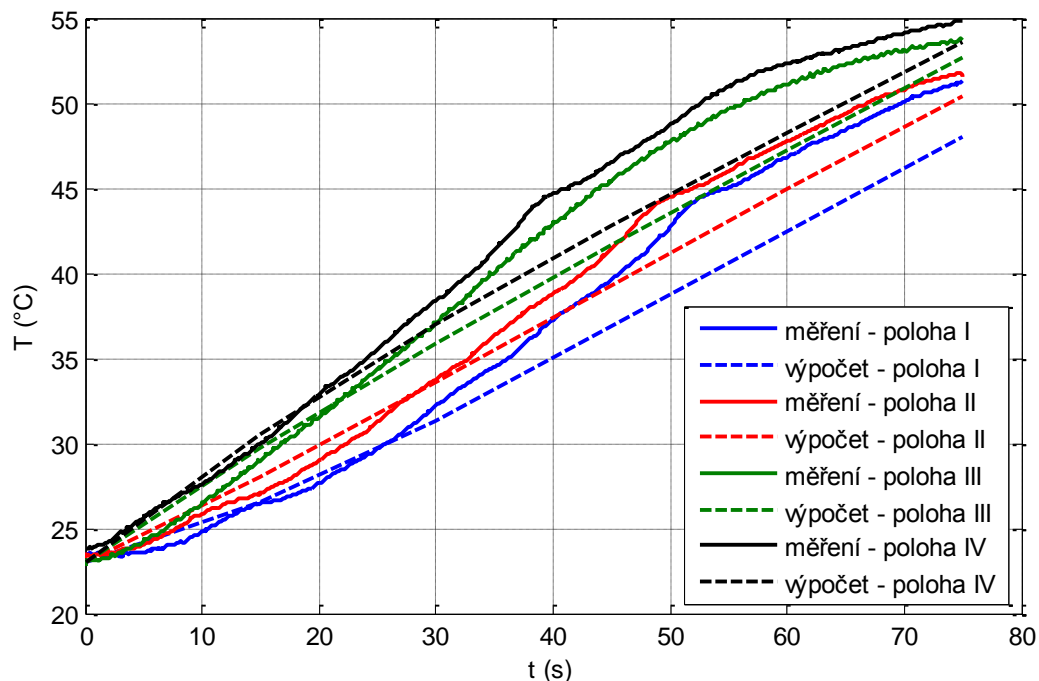
Na Obr. 4.9 jsou znázorněny výsledky závislosti teplot v čase získané z modelu a porovnány se změřenými daty ve čtyřech různých bodech. Pro přehlednost udává Obr. 4.10 průběhy teplot pouze do 75 s, tj. do času, do kterého byl matematický model řešen. Obr. 4.11 pak udává odchylky změřených průběhů teplot od vypočtených. Z obrázků je patrný soulad vypočtených hodnot se změřenými téměř do 30 s, kdy rozdíl mezi získanými daty tvoří nanejvýš 1,5 °C. Od této doby se výpočtem získaná data znatelně rozcházejí se změřenými až o 4 °C. Toto odchýlení je způsobeno jak chybami řešení modelu, které byly způsobeny především neznalostí závislosti materiálových vlastností Fieldova kovu a izolace na teplotě a také koeficientu přestupu tepla do okolí, tak i chybami měření, z nichž největší dopad na výsledky mělo zřejmě malé množství kovu, které bylo v peci taveno a rovněž komplikovanost měření.

Změřený teplotní průběh (Obr. 4.9) lze rozdělit do tří úseků. Do cca 100 s dochází k ohřevu Fieldova kovu z pokojové teploty na teplotu tavení, v další části přechází kov při téměř konstantní teplotě z pevné do kapalné fáze (tavení) a po roztavení celé vsázky se teplota již kapalného kovu opět zvyšuje. Dále je z Obr. 4.9 a Obr. 4.10 patrné zpomalování nárůstu teploty Fieldova kovu od středu (poloha I) směrem ke krajům vsázky (poloha IV). Proudová hustota indukovaných vířivých proudů je totiž na povrchu vsázky největší a směrem k jejímu středu klesá přibližně exponenciálně (tzv. povrchový jev⁵). Vířivé proudy pak generují Jouleovy ztráty, které ohřívají vsázku. Hloubka prohřátí (vniku) Fieldova kovu je při frekvenci 1500 Hz rovna 9,37 mm. Nejprve dojde tedy k ohřátí tenké vrstvy na povrchu vsázky (9,37 mm) a zbytek Fieldova kovu se dále ohřeje přenosem tepla z této části. Proto se tempo růstu teploty směrem od krajů vsázky zpomaluje. Rychlost ohřevu dále ovlivňuje hodnotu teploty tavení, což je patrné z Obr. 4.9. Rychlejší nárůst teploty způsobuje zvýšení teploty fázového přechodu. Podrobněji se této problematice věnuje DP Mizerová [32, kap. 4.2].

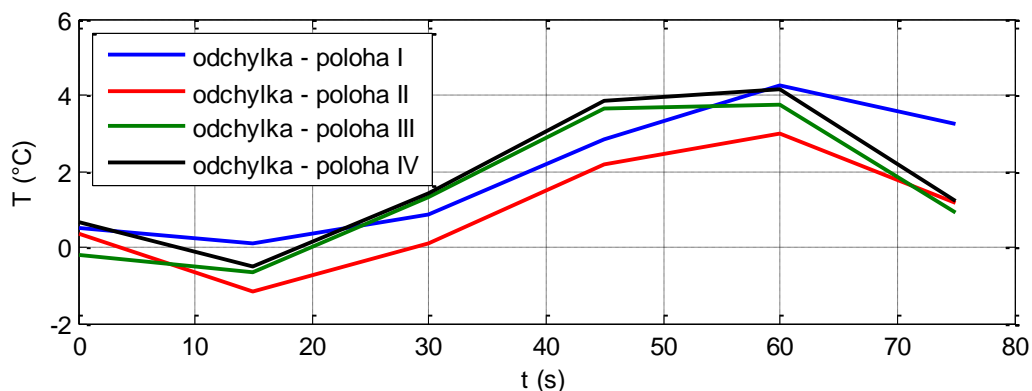


Obr. 4.9 Vypočtené a změřené průběhy teplot pro čtyři různé polohy

⁵ $J_r = J_0 \cdot e^{-\frac{r}{\delta}}$, kde J_r , J_0 , r a δ jsou po řadě proudová hustota na povrchu vsázky, proudová hustota v místě r a hloubka vniku

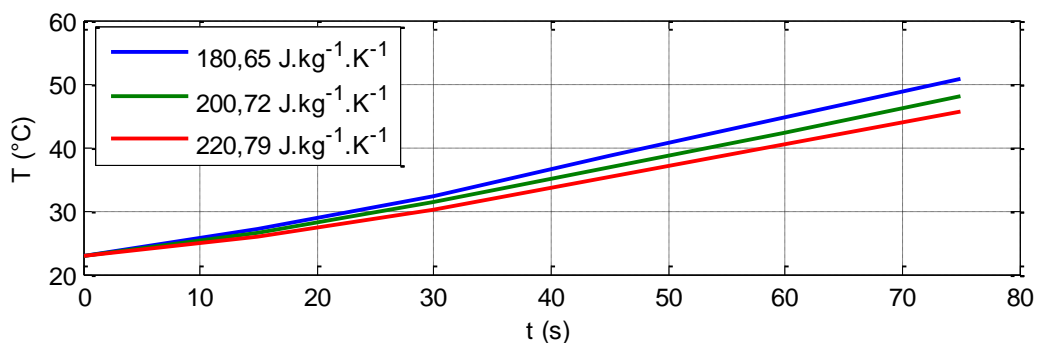
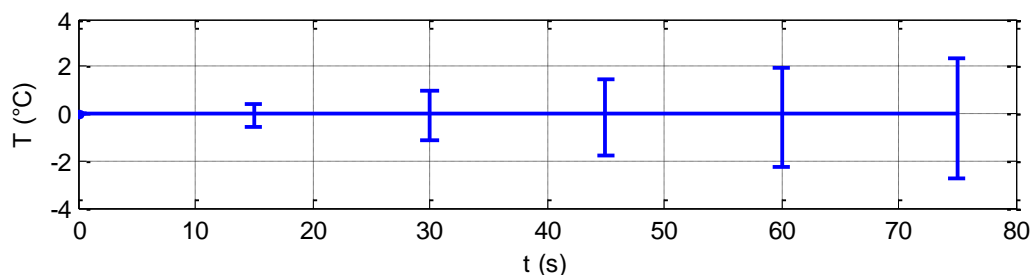


Obr. 4.10 Vypočtené a změřené průběhy teplot pro čtyři různé polohy do času 75 s



Obr. 4.11 Odchylky změřených hodnot od vypočtených pro čtyři různé polohy

Pro redukci neshod mezi vypočtenými a změřenými daty byla provedena citlivostní studie zkoumající vliv změn jednotlivých materiálových vlastností o $\pm 10\%$ na vypočtený průběh teploty. Na Obr. 4.12 jsou znázorněny výsledky závislosti teplot na čase při změně stanovené měrné tepelné kapacity ($200,72 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) o $\pm 10\%$ ($220,79 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ a $180,65 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Obr. 4.13 pak udává odchylky teploty za použití změněných hodnot měrné tepelné kapacity oproti výpočtu s tou původní.

Obr. 4.12 Vliv změny měrné tepelné kapacity o $\pm 10\%$ na průběh teplotyObr. 4.13 Odchyly teploty při použití měrných tepelných kapacit $180,65 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ a $220,79 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Referenční výpočet s hodnotou $200,72 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

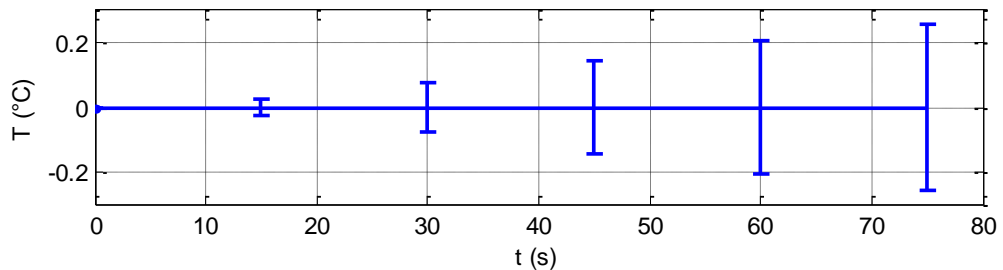
Takto se zkoumal vliv na průběh teploty i pro ostatní materiálové vlastnosti Fieldova kovu a izolace. Z výsledků citlivostní studie (Tab. 4.4) je zřejmý největší dopad měrné tepelné kapacity a hustoty Fieldova kovu ($\pm_{2,33}^{2,76} \text{ }^\circ\text{C}$) na průběh teploty. Naopak změny ostatních materiálových parametrů o $\pm 10\%$ ovlivňují výsledek jen nepatrně. Dále se práce tedy zaměřila na hledání závislosti hustoty a měrné tepelné kapacity Fieldova kovu na teplotě.

Tab. 4.4 Citlivostní analýza materiálových vlastností na průběh teploty, odchyly výsledné teploty jsou získány změnou příslušného materiálového parametru vždy o $\pm 10\%$

Materiál	Materiálový parametr	Odchylyka ($^\circ\text{C}$)
Fieldův kov	tepelná vodivost	$\pm_{0,57}^{0,24}$
	hustota	$\pm_{2,33}^{2,76}$
	měrná tep. kapacita	$\pm_{2,32}^{2,76}$
	elektrická vodivost	$\pm_{0,14}^{0,03}$
izolace	tepelná vodivost	$\pm_{0,18}^{0,19}$
	hustota	$\pm_{0,17}^{0,19}$
	měrná tep. kapacita	$\pm_{0,17}^{0,19}$

Hustota kovu byla následně zjištěna pro teplotu $45,3 \text{ }^\circ\text{C}$ a to ze změřeného objemu a hmotnosti (viz DP Mizerová [32, kap. 3.1]). Při této teplotě došlo k nepatrnému zvýšení objemu kovu, což způsobilo pokles jeho hustoty na hodnotu $7972,51 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, tedy o 1% . Pro vyšší hodnoty teplot se hustota Fieldova kovu vzhledem k jeho nízké teplotě tavení neměřila.

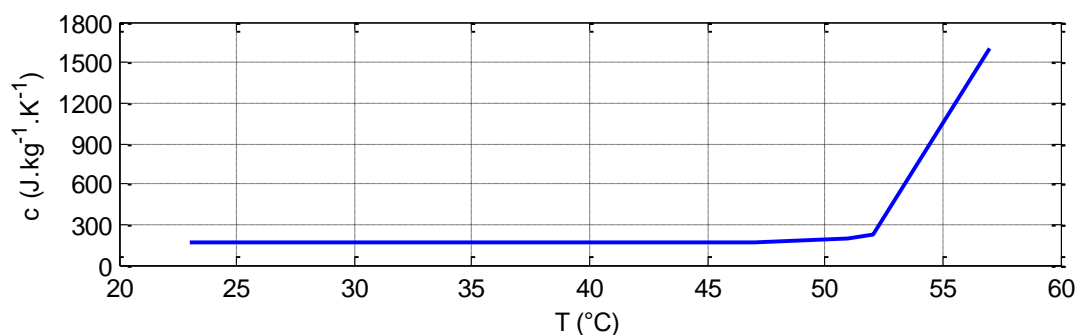
Na základě zkušeností lze konstatovat, že hustota kovu se do dosažení teploty tavení změní jen nepatrně. Proto se dále model spočítal nelineárně s charakteristikou hustoty určenou dvěma známými body pro 23 °C a 45,3 °C a zkoumal se její vliv na průběh teploty.



Obr. 4.14 Chybová odchylka průběhu teploty s nelineární charakteristikou hustoty oproti průběhu s konstantní hustotou Fieldova kovu

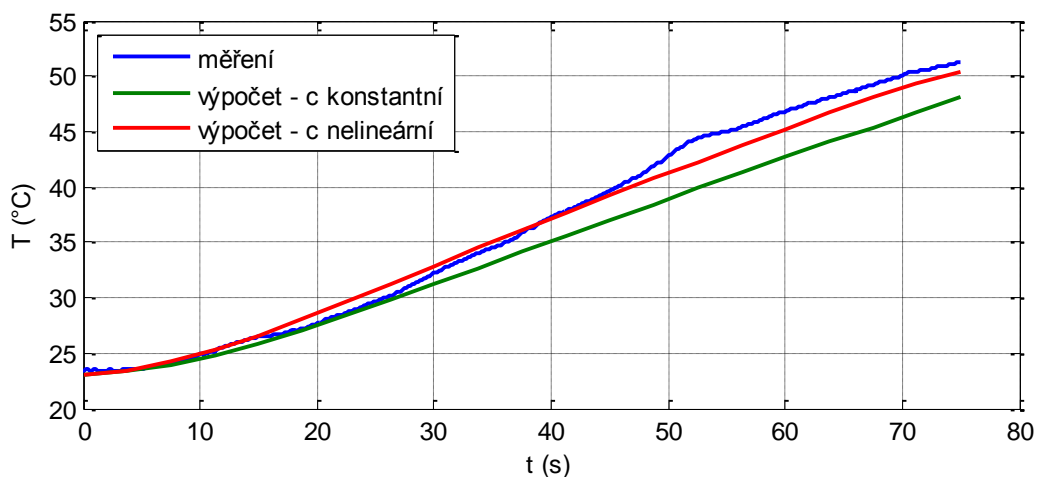
Z vypočtených výsledků (Obr. 4.14) je zřejmý zanedbatelný dopad tepelné závislosti hustoty Fieldova kovu ($\pm 0,26$ °C) na průběh teploty. Z provedených studií citlivosti tedy vyplývá majoritní vliv pouze tepelné závislosti měrné tepelné kapacity na výsledek a tak se práce dále zaměřila výhradně na určení této závislosti pomocí ruční parametrické optimalizace.

Nelineární charakteristika měrné tepelné kapacity byla určena pouze jedním pevným bodem ($500 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pro 50 °C) změřeným pomocí kalorimetru (viz DP Mizerová [32, kap. 3.1]). Ostatní body charakteristiky se ručně měnily tak, aby bylo dosaženo co nejlepšího souladu vypočtených průběhů teplot se změřenými. Výsledek ruční optimalizace závislosti měrné tepelné kapacity na teplotě je znázorněn na Obr. 4.15. Pro dosažení co nejvyšší shody bylo nutné tento pevný bod nepatrně posunout (z teploty 50 °C na 53 °C), ale i tak je patrná velmi dobrá shoda výpočtu s měřením. Dále je zřejmý rozchod měrné tepelné kapacity spočítané z Neumann-Koppova empirického pravidla pro pokojovou teplotu ($200,67 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) s nelineární charakteristikou ($165 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Toto pravidlo dále nelze využít pro výpočet tepelné závislosti měrné tepelné kapacity, jelikož Fieldův kov tvoří eutektikum, které má mnohem nižší teplotu tavení než jeho složky, a tak by se teplotní závislost měrné tepelné kapacity při vyšších teplotách ještě neprojevila.

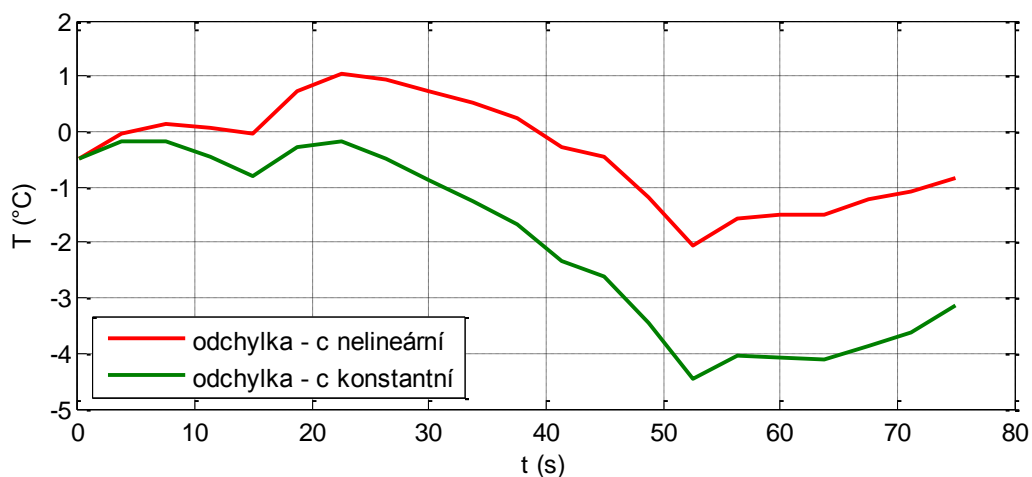


Obr. 4.15 Výsledek parametrické optimalizace závislosti měrné tepelné kapacity na teplotě

Z Obr. 4.16 je zřejmé, že vypočtený průběh teploty s ručně optimalizovanou křivkou měrné tepelné kapacity lépe vystihuje průběh změřené hodnoty v poloze I (střed vsázky). Avšak odchylka nelineárně vypočteného průběhu teploty od změřené je téměř ve stejně velkém rozsahu jako odchylka lineárně vypočítaného průběhu teploty (Obr. 4.17). Lineární výpočet numerického modelu indukčního ohřevu Fieldova kovu do dosažení jeho teploty tavení je tedy dostačující. Ovšem v části fázového přechodu je již nezbytné uvažovat nelineární průběh nejen měrné tepelné kapacity, ale i ostatních materiálových parametrů.

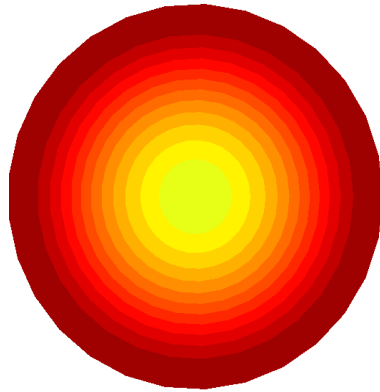


Obr. 4.16 Porovnání vypočtených průběhů teplot s nelineární a konstantní měrnou tepelnou kapacitou se změřeným průběhem teploty v poloze I (střed vsázky)

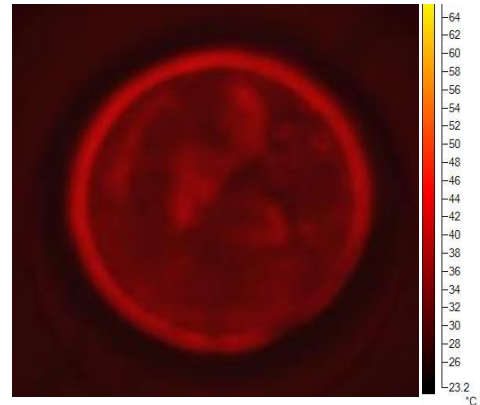


Obr. 4.17 Odchytky vypočtených průběhů teplot (c nelineární a konstantní) od změřené v poloze I (střed vsázky)

Dále se práce zabývala výpočtem rozložení teploty na povrchu vsázky v čase 30 s (Obr. 4.18). Z obrázku je patrné snižování teploty směrem ke středu vsázky. Toto nerovnoměrné rozložení teploty potvrzuje přítomnost povrchového jevu, kdy proudová hustota vířivých proudů na krajích směrem ke středu vsázky přibližně exponenciálně klesá.



Obr. 4.18 Rozložení teploty na povrchu vsázky v čase 30 s (Agros2D)



Obr. 4.19 Rozložení teploty na povrchu vsázky v čase 30 s (termovizní kamera)

Výsledky získané numerickým řešením matematického modelu byly ověřeny měřením na experimentálním zařízení pomocí termovizní kamery (Obr. 4.19). Použití tohoto nepřímého měření nebylo zpočátku vzhledem k neznámé teplotní závislosti emisivity možné. Avšak ze známého rozložení teploty ve vsázce změřeného pomocí senzoru se emisivita nastavila až následně pomocí softwaru SmartView. Z pořízené fotografie je zřejmý ohřev Fieldova kovu od krajů vsázky, který taktéž potvrzuje přítomnost povrchového jevu. Měření rozložení teploty na povrchu materiálu ovšem komplikovala přítomnost strusky, která způsobila chybu v podobě teplejších oblastí i mimo okraje vsázky.

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo navrhnout a optimalizovat numerický model popisující magnetické a teplotní pole indukční pece pro tavení nízkoteplotního Fieldova kovu a jeho následné experimentální ověření. Matematický model obou výše zmíněných polí byl formulován pomocí parciálních diferenciálních rovnic. Konkrétní matematický model indukční pece a jeho optimalizace byla řešena ve třetí kapitole. V rámci práce bylo podle navrženého modelu sestaveno experimentální zařízení, na kterém se následně provádělo měření vypočtených veličin. Návrhem konstrukčních prvků indukční pece a měření na tomto experimentu se podrobně zabývá diplomová práce Bc. Kateřiny Mizerové. Poslední kapitola se pak věnuje porovnávání vypočtených dat pomocí aplikace Agros2D a experimentálně změřených dat, které podrobně popisuje právě DP Bc. Kateřiny Mizerové.

Výsledky rozložení magnetické indukce uvnitř a vně cívky získané výpočtem se téměř shodují se změřenými daty. Soulad získaných hodnot ověřil správný návrh modelu magnetického pole. Z výsledků rozložení magnetické indukce vně cívky dále vyplývá vhodnost stínění indukční pece. Při měřeních na experimentálním zařízení nebylo stínění uvažováno, do budoucna je ale z hlediska hygienických limitů vhodné jej doplnit.

Z porovnání průběhů teplot Fieldova kovu získaných numerickým řešením matematického modelu a z výsledků měření na experimentu je zřejmá rovněž velmi dobrá shoda. Nepřesnosti jsou způsobeny jak chybami řešení modelu, které byly způsobeny především neznalostí závislostí materiálových vlastností Fieldova kovu a izolace na teplotě, tak i chybami měření, z nichž největší vliv na výsledky mělo zřejmě malé množství kovu, které bylo v peci taveno.

Z citlivostní analýzy numerického modelu vyplývá, že neznalost konkrétních materiálových parametrů izolace nemá podstatný vliv na průběh teploty Fieldova kovu do dosažení jeho teploty tavení. Znatelný dopad na výsledek má ovšem měrná tepelná kapacita Fieldova kovu. Práce se tedy zaměřila na určení průběhu měrné tepelné kapacity kovu pomocí parametrické analýzy numerického modelu. Použití Neumann-Koppova empirického pravidla pro výpočet tepelné závislosti měrné tepelné kapacity se ukázalo jako nevhodné a to z důvodu eutektického materiálu. Z porovnání výsledků lineárně řešeného modelu s nelineárním dále plyne, že lineární výpočet (do dosažení teploty tavení) je u tohoto typu materiálu dostačující.

Další pokračování práce bude zaměřeno na zkoumání fázového přechodu, kdy je nutné respektovat skokové změny materiálových vlastností kovu a rovněž i pohyb taveniny, který je vyvolán Lorentzovými a vztlakovými silami.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] PÍŠEK, František, Ladislav JENÍČEK a Přemysl RYŠ. *Nauka o materiálu I: Nauka o kovech*. 2. vyd. Praha: Academia, 1973.
- [2] PTÁČEK, Luděk. *Nauka o materiálu II*. 2. opr. a rozš.vyd. Brno: CERM, 2002. ISBN 80-7204-248-3.
- [3] KURSA, Miroslav. *Význam neželezných kovů pro technickou praxi a vývoj pokrokových materiálů*. Sborník konf. METAL 2004. Ed. M. Kursá; J. Kliber, Hradec nad Moravicí, květen 2004.
- [4] VOJTĚCH, Dalibor. *Kovové materiály*. Praha: Vydavatelství VŠCHT, 2006. ISBN 80-7080-600-1.
- [5] *Lithium - strategickou surovinou*. Fyzmatik.pise [online]. 18. 11. 2009 [cit. 2013-10-27]. Dostupné z: <http://fyzmatik.pise.cz/110-lithium-strategickou-surovinou.html>
- [6] *Lithium, stěžejní materiál při výrobě akumulátorů pro elektromobily. Máme ho dostatek?*. Nazeleno [online]. 19,9,2012 [cit. 2013-10-27]. Dostupné z: <http://www.nazeleno.cz/energie/energetika/lithium-stezejni-material-pri-vyrobe-akumulatoru-pro-elektromobily-mame-ho-dostatek.aspx>
- [7] JIRÁSEK, J., VAVRO, M.: *Nerostné suroviny a jejich využití*. Ostrava: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR & Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2008. ISBN 978-80-248-1378-3
- [8] KVITEK, Emil. *Materiály pro elektrotechniku* [online]. Pardubice, 2007. 63 s. Učební text. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. [cit. 2013-10-27]. Dostupné z: [WWW:<www.kvetakov.net/down.php?file=../UEIKMT/2/ls/IMPEE/Skripta_materialy.pdf>](http://www.kvetakov.net/down.php?file=../UEIKMT/2/ls/IMPEE/Skripta_materialy.pdf)
- [9] *Indium, chemický prvek In, popis a vlastnosti*. Prvky [online]. © 2009 - 2013 [cit. 2013-11-01]. Dostupné z: <http://www.prvky.com/49.html>
- [10] PLUHAŘ, Jaroslav. *Nauka o materiálech*. Praha: SNTL, 1989.
- [11] MACEK, Karel a Petr ZUNA. *Nauka o materiálu*. Praha: ČVUT, 1999. ISBN 80-01-01507-6.
- [12] *ČSN 42 0001 - Přehled skupin a podskupin norem třídy 42 - hutnictví*. Technické normy [online]. © 2000-2008 [cit. 2013-11-02]. Dostupné z: <http://www.technicke-normy.cz/csn-42-0001-prehled-skupin-a-podskupin-norem-tridy-42-hutnictvi/>
- [13] *Úvod do Požadavků Směrnic RoHS 2002/95/ECRoHS*. RoHS [online]. © 2003 - 2006 [cit. 2013-11-08]. Dostupné z: <http://www.rohs.cz/more.info.html>

- [14] CHANG, L. – K.A. SHAIKH – L. SHIFENG, *Development of a Latchable Microvalve Employing a Low-Melting-Temperature Metal Alloy*, In: Journal of electromechanical systems [online]. 2008, vol. 17, no. 5, str. 1195 – 1203, [cit. 2014-02-22]. Dostupné z: <http://medx.mech.northwestern.edu/publications/papers/199.pdf>
- [15] *Evektor*: Rapid prototyping [online]. © 1999 - 2014 [cit. 2014-03-28]. Dostupné z: <http://www.evektor.cz/rapid-prototyping.aspx>
- [16] *Exhibition chemistry - magic metal*. Education in chemistry [online]. 2012, č. 12 [cit. 2014-03-28]. Dostupné z: <http://www.rsc.org/eic/e-magazine>
- [17] SZENDIUCH, I. *Moderní elektronika, bezolovnaté pájení a směrnice EU*. In Moderní elektronické součástky 2004. Sborník přednášek, Kongresová hala Holiday Inn, 24. a 25.11. 2004. Brno: Sdělovací technika, 2004. s. 11 (s.)
- [18] HAMÁČEK, A., KIDORA, J., ŘEBOUN, J., SKOČIL, V. *Diagnostika mechanických vlastností pájeného spoje*. In Diagnostika '07. Plzeň: Západočeská univerzita, 2007. s. 22-25. ISBN: 978-80-7043-557-1
- [19] DOLEŽEL, Ivo. *Příklady sdružených úloh* [online]. Učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická [cit. 2013-11-07]. Dostupné z: <http://web.fel.zcu.cz/kte/predmety/EDS.htm>
- [20] *Elektro: Odborný časopis pro elektrotechniku*. Praha: FCC Public, s. r. o, 2002, č. 10. ISSN 1210-0889.
- [21] HRADÍLEK, Z., LÁZNIČOVÁ, I., KRÁL, V.: *Elektrotepelná technika*, ČVUT Praha 2011, ISBN 978-80-01-043938-9
- [22] BERMÚDEZ, A., GÓMEZ, D., MUNIZ, M.C., SALGADO, P. *Numerical simulation of a thermo-electromagneto-hydrodynamic problem in an induction heating furnace*. Applied Numerical Mathematics 26, 39-62, 2007.
- [23] DOLEŽEL, Ivo. *Sdružené úlohy v silnoproudé elektrotechnice a elektroenergetice* [online]. Učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická [cit. 2013-11-07]. Dostupné z: <http://web.fel.zcu.cz/kte/predmety/EDS.htm>
- [24] MAYER, Daniel. *Teorie elektromagnetického pole*. 3. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2001. ISBN 80-7082-826-9.
- [25] DOLEŽEL, Ivo. *Spojité modely elektromagnetických polí* [online]. Učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická [cit. 2013-11-07]. Dostupné z: <http://web.fel.zcu.cz/kte/predmety/EDS.htm>

- [26] KARBAN, Pavel. *Teplotní pole* [online]. Učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická [cit. 2013-11-07]. Dostupné z: http://home.zcu.cz/~karban/ATE/prednaska_05.pdf
- [27] DOLEŽEL, Ivo. *Teplotní pole* [online]. Učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická [cit. 2013-11-07]. Dostupné z: <http://web.fel.zcu.cz/kte/predmety/EDS.htm>
- [28] *Field's Metal Low Melting Alloy*. MatWeb - material property data [online]. [cit. 2014-02-22]. Dostupné z: http://matweb.com/search/datasheet_print.aspx?matguid=539fb73c246f49b3975622eacc0ec956
- [29] KARBAN, Pavel. *Počítačové modelování fyzikálních polí* [online]. Učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická [cit. 2013-11-07]. Dostupné z: http://home.zcu.cz/~karban/ATE/prednaska_07.pdf
- [30] FUSEK, Martin a Radim HALAMA. *MKP a MHP - interaktivní studijní materiál* [online]. 2012 [cit. 2014-03-18]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/mkpamhp_obr.pdf
- [31] KRAUS, Václav. *Tepelné zpracování a slinování*. Plzeň: ZČU, 1999. ISBN 80-708-2582-0.
- [32] MIZEROVÁ, Kateřina. *Experimentální zařízení pro tavení nízkoteplotních kovů*. Plzeň, 2014. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická. Vedoucí práce doc. Ing. Pavel Karban, Ph.D.
- [33] PTÁČEK, Luděk. *Nauka o materiálu I*. Brno: CERM, 1999. ISBN 80-7204-283-1.
- [34] LANGER, E., *Teorie indukčního a dielektrického tepla*, Praha: Academia, nakladatelství Československé akademie věd, 1979, 320 s.

Seznam obrázků

OBR. 1.1 KOVY V PERIODICKÉ SOUSTAVĚ PRVKŮ (PŘEKRESLENO Z [1]).....	12
OBR. 2.1 SCHÉMATICKÉ ZNÁZORNĚNÍ INDUKČNÍHO OHŘEVU (PŘEKRESLENO Z [19]).....	19
OBR. 3.1 DEFINIČNÍ OBLAST MODELU MAGNETICKÉHO POLE	22
OBR. 3.2 DEFINIČNÍ OBLAST MODELU TEPLONÍHO POLE	24
OBR. 3.3 ROZMĚRY MODELU INDUKČNÍ PECE	27
OBR. 3.4 ZÁVISLOST JOULEOVÝCH ZTRÁT VE VSÁZCE NA PROUDOVÉ HUSTOTĚ PŘI FREKVENCÍ 1500 Hz.....	27
OBR. 3.5 ROZMĚRY OPTIMALIZOVANÉHO MODELU INDUKČNÍ PECE	28
OBR. 4.1 SCHÉMA EXPERIMENTÁLNÍHO ZAŘÍZENÍ PRO INDUKČNÍ OHŘEV FIELDOVA KOVU	30
OBR. 4.2 FOTOGRAFIE EXPERIMENTÁLNÍHO ZAŘÍZENÍ PRO INDUKČNÍ OHŘEV FIELDOVA KOVU ...	30
OBR. 4.3 ROZLOŽENÍ INDUKCE MAGNETICKÉHO POLE BEZ VSÁZKY, SE VSÁZKOU A SE STÍNĚNÍM	32
OBR. 4.4 POROVNÁNÍ VÝPOČTU A VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ MAGNETICKÉ INDUKCE UVNITŘ PRAZDNÉ CÍVKY	33
OBR. 4.5 POROVNÁNÍ VÝPOČTU A VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ INDUKCE MAGNETICKÉHO POLE CÍVKY S VLOŽENOU VSÁZKOU	33
OBR. 4.6 ROZLOŽENÍ INDUKCE MAGNETICKÉHO POLE S A BEZ ÚVAHY STÍNĚNÍ VE VSÁZCE.....	34
OBR. 4.7 ROZLOŽENÍ INDUKCE MAGNETICKÉHO POLE S A BEZ ÚVAHY STÍNĚNÍ VNĚ INDUKTORU.	34
OBR. 4.8 BODY, V NICHŽ SE MĚŘILA A POČÍTALA TEPLOTA	35
OBR. 4.9 VYPOČTENÉ A ZMĚŘENÉ PRŮBĚHY TEPLOT PRO ČTYŘI RŮZNÉ POLOHY	36
OBR. 4.10 VYPOČTENÉ A ZMĚŘENÉ PRŮBĚHY TEPLOT PRO ČTYŘI RŮZNÉ POLOHY DO ČASU 75 s..	37
OBR. 4.11 ODCHYLKY ZMĚŘENÝCH HODNOT OD VYPOČTENÝCH PRO ČTYŘI RŮZNÉ POLOHY	37
OBR. 4.12 VLIV ZMĚNY MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY O $\pm 10\%$ NA PRŮBĚH TEPLoty	38
OBR. 4.13 ODCHYLKY TEPLoty PŘI POUŽITÍ MĚRNÝCH TEPELNÝCH KAPACIT $180,65 \text{ J}\cdot\text{KG}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ A $220,79 \text{ J}\cdot\text{KG}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. REFERENČNÍ VÝPOČET S HODNOTOU $200,72 \text{ J}\cdot\text{KG}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	38
OBR. 4.14 CHYBOVÁ ODCHYLKA PRŮBĚHU TEPLoty S NELINEÁRNÍ CHARAKTERISTIKOU HUSToty OPROTI PRŮBĚHU S KONSTANTNÍ HUSTOTOU FIELDOVA KOVU.....	39
OBR. 4.15 VÝSLEDEK PARAMETRICKÉ OPTIMALIZACE ZÁVISLOSTI MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY NA TEPLotĚ.....	39
OBR. 4.16 POROVNÁNÍ VYPOČTENÝCH PRŮBĚHŮ TEPLot S NELINEÁRNÍ A KONSTANTNÍ MĚRNOU TEPELNOU KAPACITOU SE ZMĚŘENÝM PRŮBĚHEM TEPLoty V POLOZE I (STŘED VSÁZKY)	40

OBR. 4.17 ODCHYLKY VYPOČTENÝCH PRŮBĚHŮ TEPLOT (C NELINEÁRNÍ A KONSTANTNÍ) OD ZMĚŘENÉ V POLOZE I (STŘED VSÁZKY).....	40
OBR. 4.18 ROZLOŽENÍ TEPLoty NA POVRCHU VSÁZKY V ČASE 30 S (AGROS2D).....	41
OBR. 4.19 ROZLOŽENÍ TEPLoty NA POVRCHU VSÁZKY V ČASE 30 S (TERMOVIZNÍ KAMERA).....	41

Seznam tabulek

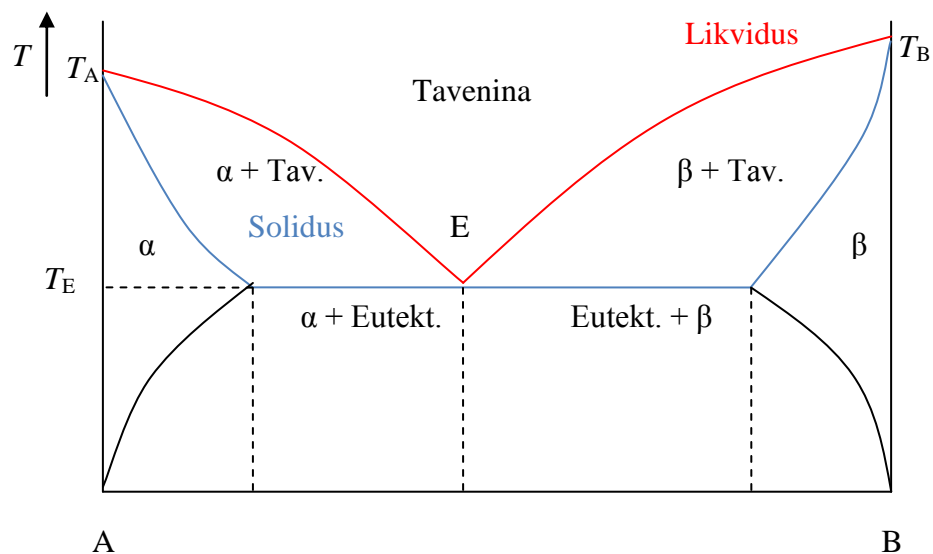
TAB. 1.1 PŘEHLED ALKALICKÝCH KOVŮ [1]	13
TAB. 1.2 PŘEHLED KOVŮ PODSKUPIN IIB–IVB [1]	14
TAB. 1.3 SLITINY S NÍZKOU TEPLOTOU TAVENÍ [1][2][12]	17
TAB. 3.1 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI – MAGNETICKÉ POLE	25
TAB. 3.2 MĚRNÁ TEPELNÁ KAPACITA A HMOTNOSTNÍ PODÍL SLOŽEK FIELDOVA KOVU [28]	25
TAB. 3.3 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI – TEPLOTNÍ POLE	26
TAB. 3.4 POTŘEBNÉ HODNOTY PRO VÝPOČET VÝKONU	26
TAB. 4.1 KONVERGENCE VÝSLEDKŮ – MODEL MAGNETICKÉHO POLE	31
TAB. 4.2 KONVERGENCE VÝSLEDŮ – MODEL TEPLOTNÍHO POLE	31
TAB. 4.3 KONVERGENCE V ZÁVISLOSTI NA DÉLCE ČASOVÉHO KROKU	31
TAB. 4.4 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA MATERIÁLOVÝCH VLASTNOSTÍ NA PRŮBĚH TEPLoty, ODCHYLKY VÝSLEDNÉ TEPLoty JSOU ZÍSKÁNY ZMĚNOU PŘÍSLUŠNÉHO MATERIÁLOVÉHO PARAMETRU VŽDY O $\pm 10\%$	38

Přílohy

Příloha A – Eutektikum

Eutektikum je jemná směs tuhých roztoků, případně krystalů čistých složek tvořících danou slitinu. Tuhne při jedné konstantní eutektické teplotě T_E (tzv. eutektický bod E). Tato teplota je nižší než teploty tuhnutí samostatných složek.

Na Obr. A.1 je fázový diagram, který vyjadřuje skupenství látek v závislosti na teplotě. U eutektických směsí má křivka likvidu (rozhraní mezi kapalným a pevným skupenstvím) typický vzhled připomínající písmeno V, kde eutektický bod leží na ose teploty nejnižše. Oblast označená jako α představuje tuhý roztok složky B ve složce A, resp. oblast β tvoří tuhý roztok složky A ve složce B. Eutektikum je zde tvořeno směsí tuhých roztoků $\alpha + \beta$. Slitiny ležící ve fázovém diagramu vpravo od bodu E nazýváme nadeutektické (mikrostruktura tvořena primárními krystaly α a eutektikem), vlevo od bodu E podeutektické (mikrostruktura tvořena primárními krystaly β a eutektikem). [4][10][11]



Obr. A.1 Fázový diagram dvousložkového systému s omezenou vzájemnou rozpustností složek v tuhém stavu [10][11]

Příloha B – Základní vztahy elektromagnetického pole

B.1 Maxwellovy rovnice

Elektromagnetické pole je časově proměnné (nestacionární) pole. Jeho základní vlastnosti jsou vyjádřeny úplnou soustavou Maxwellových rovnic.

	Integrální tvar:	Diferenciální tvar:
I. MR	$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\psi}{dt}$	$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{B.1})$

II. MR	$\oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\phi}{dt}$	$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.2})$
--------	--	---

III. MR	$\oint_s \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$	$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (\text{B.3})$
---------	--------------------------------------	--

IV. MR	$\oint_s \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$	$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.4})$
--------	--------------------------------------	---

V uvedených rovnicích je \mathbf{H} intenzita magnetického pole, I elektrický proud, ψ elektrický indukční tok, \mathbf{J} proudová hustota, \mathbf{D} elektrická indukce, \mathbf{E} intenzita elektrického pole, ϕ magnetický indukční tok, \mathbf{B} magnetická indukce, Q náboj a konečně ρ je hustota náboje.

B.2 Materiálové vztahy

Vektory elektromagnetického pole jsou svázány materiálovými vztahy ve tvaru

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{J} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_v), \quad (\text{B.7})$$

kde ε , μ , γ jsou po řadě permitivita, permeabilita a konduktivita prostředí. Veličina \mathbf{E}_v se nazývá intenzita vtištěných sil. Je to složka vnucená z vnějšího pole.

B.3 Magnetický vektorový potenciál

Elektromagnetické pole je výhodné řešit pomocí potenciálů. Proto se zavádí magnetický vektorový potenciál \mathbf{A} , který je dán vztahem

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (\text{B.8})$$

Vektorový potenciál je nejednoznačný, může se lišit o konstantu a gradient libovolné skalární funkce φ . Z tohoto důvodu se zde zavádí doplňující podmínka, která omezuje třídu funkcí φ .

Tato podmínka se nazývá Coulombova podmínka a je dána vztahem

$$\text{div } \mathbf{A} = 0. \quad (\text{B.9})$$