

Západočeská univerzita v Plzni  
Fakulta aplikovaných věd

NUMERICKY STABILNÍ  
ESTIMACE STAVU  
ELEKTRICKÝCH SÍTÍ S  
VYUŽITÍM FÁZOROVÝCH  
MĚŘENÍ

Ing. Jiří Nováček

disertační práce  
k získání akademického titulu doktor  
v oboru Kybernetika

Školitel: Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.  
Katedra: Katedra kybernetiky

Plzeň 2014

University of West Bohemia  
Faculty of Applied Sciences

NUMERICALLY STABLE  
POWER SYSTEM STATE  
ESTIMATION USING  
PHASOR MEASUREMENTS

Ing. Jiří Nováček

A dissertation submitted in partial fulfillment of the  
requirements for the degree of  
Doctor of Philosophy in Cybernetics

Advisor: Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.  
Department: Department of Cybernetics

Pilsen 2014

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou disertační práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni, dne 27. 10. 2014

.....  
Jiří Nováček

# Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat a vyslovit uznání všem, kteří napomohli vzniku této práce, především však mému školiteli Doc. Ing. Eduardu Janečkovi, CSc. ze Západočeské univerzity v Plzni, který tuto práci vedl a svými poznatky tak značnou měrou ovlivnil konečnou podobu mé práce. Dále děkuji kolegovi Ing. Jindřichu Liškovi, Ph.D. a Ing. Petru Janečkovi, Ph.D. za věcné připomínky a všem blízkým za podporu.

# Anotace

Energetice, jako technickému vědnímu oboru, je díky neustále se zvyšujícím požadavkům na dodávku elektrické energie a na spolehlivost jejích dodávek věnována stále velká pozornost. Pro zajištění požadované kvality dodávek energie je jak v monitorovacím, tak v řídicím systému poskytováno velké množství propracovaných systémových funkcionalit, které ke své funkci využívají model sítě a příslušná data. Aby všechny funkcionality poskytovaly korektní výsledky, musí být data společně s modelem nerozporná. Avšak samotné hodnoty měřených elektrických veličin tento zásadní požadavek nesplňují, protože jsou společně s používaným modelem elektrizační soustavy v rozporu s fyzikálními zákony.

Použitý model a data jsou rozporné důsledkem ovlivnění naměřených hodnot různými druhy chyb. Z tohoto důvodu se pro reprezentaci stavu elektrizační soustavy nepoužívají přímo naměřené hodnoty jednotlivých elektrických veličin, ale takzvaný odhadnutý stav elektrizační soustavy. Ten je výsledkem procesu zvaného estimace neboli odhad stavu elektrizační soustavy a vychází ze znalosti modelu konkrétní elektrizační soustavy a nepřesných naměřených hodnot jednotlivých elektrických veličin, získaných měřeními na elektrizační soustavě.

V energetice jsou běžně měřeny a k estimaci standardně používány efektivní hodnoty napětí a proudu a hodnoty činného a jalového výkonu. V reakci na prudký rozvoj techniky a nasazování fázorových měřicích jednotek označovaných zkratkou PMU se začaly zavádět WAM systémy, které využívají data naměřená právě fázorovými měřicími jednotkami a slouží k monitorování rozsáhlých elektrizačních sítí. Takovýto systém byl vyvíjen v rámci projektu FR-TI1/462, zvaného Výzkum a vývoj systému „Wide Area Monitoring“ pro oblast distribuční energetiky.

Předkládaná disertační práce se věnuje estimaci stavu elektrizační soustavy. Popisuje jednotlivé části implementovaného WAM systému a podrobně se zabývá dvěma zásadními problémy, které při realizaci projektu vyvstaly, a jejich řešeními. Všechna navržená řešení byla implementována a následně otestována na datech získaných na reálných systémech s reálnými daty a dosažené výsledky jsou předkládány v této práci.

# Summary

Power engineering as a technical scientific discipline still attracts due to the constantly increasing demands on electricity supply and reliability of its supply a significant attention. To ensure the required quality it is provided both in the monitoring and in the control system a large number of sophisticated system functionalities that use the network model and the relevant data for their function. To obtain correct results from all functionalities the data and the model cannot be contradictory. However, the values of measured electrical quantities themselves do not meet this essential requirement, because they are together with a model of the grid in conflict with the physical laws.

The applied model and the data are contradictory as they are affected by different types of errors. On this account, they are not used directly measured values of the individual electrical quantities for the representation of the power system state but the so-called estimated state of the power grid. It is the result of a process called power system state estimation based on knowledge of a particular power system model and inaccurate measured data of individual electrical quantities obtained by the electricity grid measurements.

In power engineering they are commonly measured and for power system state estimation standardly used RMS values of voltage and current and active and reactive power. In response to a rapid development of technology and the application of phasor measurement units abbreviated as PMU, the WAM systems, that ensure monitoring of large electricity networks that use data provided by the phasor measurement units, commenced to be implemented. Such a system was developed within the scope of the project FR-TI1 / 462 that was called Výzkum a vývoj systému „Wide Area Monitoring“ pro oblast distribuční energetiky.

This dissertation thesis deals with the power system state estimation. It describes the individual parts of the implemented WAM system and it is concerned in detail with two fundamental issues that arose during the project and their solutions. All proposed solutions were implemented and subsequently tested on data obtained from real systems with real data and the achieved results are presented in this thesis.

# Kurzfassung

Der Energetik wird aufgrund der ständig steigenden Anforderungen an die Stromversorgung und deren Sicherheit auf technisch wissenschaftlichem Fachgebiet immer größere Beachtung geschenkt. Um die erforderliche Qualität der Stromversorgung zu gewährleisten, wird in Überwachungs- und Steuerungssystemen eine Vielzahl von hochintelligenten Funktionsmodulen verwendet, die ein Modell des Netzwerks und die zugehörigen Messdaten für die zuverlässige Funktionalität benötigen. Damit all diese Funktionsmodule sichere Ergebnisse liefern, müssen sowohl die Messdaten als auch das Netzwerkmodell korrekt sein und dürfen sich nicht widersprechen. Allerdings erfüllen die tatsächlichen gemessenen elektrischen Werte diese wesentliche Voraussetzung nicht, da sie zusammen mit dem Netzwerkmodell mit den physikalischen Gesetzen in Konflikt stehen.

Das verwendete Modell und die Messdaten stimmen allerdings in der Realität nicht überein, da die Messdaten durch verschiedenste Arten von Messfehlern verfälscht sind. Aus diesem Grund werden für die Repräsentation des Zustands des Stromnetzes nicht die direkt gemessenen elektrischen Größen verwendet, sondern der aus diesen Messdaten geschätzte Zustand, der den realen Zustand des Energiesystems widerspiegelt. Die Schätzung basiert auf der Kenntnis des Modells des konkreten Energiesystems und auf den ungenauen Messungen der elektrischen Größen.

In der Energetik werden normalerweise die effektiven Werte der Spannungen und Ströme sowie die Wirk- und Blindleistungen gemessen und für die Schätzung des Zustands des Energiesystems verwendet. Im Zusammenhang mit der rasanten technologischen Entwicklung und des Einsatzes von sogenannten Phasor-Messeinheiten (bekannt als PMU) kommen immer mehr sogenannte WAM-Systeme zum Einsatz, die zur Überwachung großer Stromnetze genutzt werden können. Ein solches System wurde im Rahmen des Projekts FR-TI1 / 462 „Výzkum a vývoj systému „Wide Area Monitoring“ pro oblast distribuční energetiky“, d.h. „Entwicklung eines „Wide Area Monitoring“ Systems für den Bereich Energiedistribution“ entwickelt

Diese Doktorarbeit beschäftigt sich mit der Schätzung des Zustands des Stromnetzes. Sie beschreibt die einzelnen Teile des implementierten WAM-Systems im Detail und befasst sich mit zwei grundsätzlichen Problemen, die während der Realisierung des Projekts auftraten sowie deren Lösungen. Alle vorgeschlagenen Lösungen wurden implementiert und anschließend mit den an realen Systemen gemessenen Daten getestet. Die Ergebnisse sind in der dieser Arbeit dokumentiert.

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>Formulace úlohy estimace stavu elektrizační soustavy</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>Stávající stav řešené problematiky popsany v zahraniční i tuzemské literatuře</b>	<b>24</b>
3.1	Statická estimace stavu elektrizační soustavy . . . . .	24
3.2	Dynamická estimace stavu elektrizační soustavy . . . . .	26
3.3	Využití fázorových měření při estimaci stavu . . . . .	27
3.4	Detekce chyb a kvalita estimace . . . . .	29
3.5	Literatura dostupná v českém jazyce . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Modelování elektrizační soustavy</b>	<b>31</b>
4.1	Model elektrizační sítě . . . . .	34
4.2	Impedanční (admitanční) model elektrického vedení . . . . .	35
4.3	Impedanční (admitanční) model transformátoru . . . . .	37
4.4	Impedanční (admitanční) model větve . . . . .	39
4.5	Jednofázová reprezentace třífázové soustavy . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Estimace stavu elektrizační soustavy</b>	<b>45</b>
5.1	Statická estimace stavu elektrizační soustavy . . . . .	46
5.1.1	Metoda vážených nejmenších čtverců . . . . .	47
5.1.2	Algoritmus metody vážených nejmenších čtverců . . . . .	48
5.1.3	Úskalí Newtonovy metody . . . . .	50
5.2	Dynamická estimace stavu elektrizační soustavy . . . . .	51
5.2.1	Rozšířený Kalmanův filtr . . . . .	52
5.2.2	Algoritmus rozšířeného Kalmanova filtru . . . . .	54
5.3	Nelineární funkce měření $h(x)$ . . . . .	56
5.4	Jacobiho matice $H(x)$ nelineárních funkcí měření $h(x)$ . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Využití fázorových měření při estimaci</b>	<b>61</b>
6.1	Rozšíření klasické estimace o PMU . . . . .	63
6.2	Rozšíření klasické estimace o postprocessing . . . . .	64
6.3	Decentralizovaná estimace stavu . . . . .	65



<b>7</b>	<b>WAMS - Moderní monitorovací systém využívající synchrofázory</b>	<b>66</b>
7.1	Vyhodnocení topologie . . . . .	67
7.2	Analýza pozorovatelnosti . . . . .	68
7.3	Estimace stavu využívající měření synchrofázorů . . . . .	69
7.4	Diagnostika chyb . . . . .	69
7.4.1	Detekce chybných měření . . . . .	70
7.4.2	Detekce topologických chyb . . . . .	71
7.5	Dopočet sítě . . . . .	71
7.6	Problémy při realizaci systému . . . . .	72
<b>8</b>	<b>Nová metoda určení váhové matice měření</b>	<b>73</b>
8.1	Standardně používaná metoda stanovení vah . . . . .	73
8.2	Nová metoda stanovení vah měření . . . . .	75
<b>9</b>	<b>Robustní estimace stavu</b>	<b>81</b>
9.1	Levenberg-Marquardtova metoda . . . . .	82
9.2	Backtracking line search . . . . .	83
<b>10</b>	<b>Ověření a testování navržených metod, algoritmů a softwarových prototypů</b>	<b>86</b>
<b>11</b>	<b>Závěr</b>	<b>92</b>
	<b>Literatura</b>	<b>94</b>
	<b>Vlastní publikace</b>	<b>98</b>

# Seznam obrázků

2.1	Grafické znázornění obecného subsystému $S$ s $o$ - vstupy $\mathbf{u}$ , $n$ - stavy $x$ a $m$ - výstupy $y$ . . . . .	16
4.1	Schéma přenosových a části distribučních sítí v České republice k datu 1. ledna 2009 - převzato z [1]. . . . .	32
4.2	Znázornění kauzality v systému $S$ při rozkladu na subsystémy $S1$ a $S2$ . . . . .	33
4.3	Znázornění kauzality v systému $S$ v ustáleném stavu při rozkladu na subsystémy $S1$ a $S2$ . . . . .	34
4.4	Zjednodušený model vedení - schematické znázornění modelu vedení popsaného pomocí dvojbranu typu $\Pi$ -článek. . . . .	35
4.5	Model vedení - schematické znázornění modelu vedení popsaného pomocí dvojbranu typu $\Pi$ -článek. . . . .	36
4.6	Zjednodušený model transformátoru - schematické znázornění modelu transformátoru popsaného pomocí dvojbranu typu $T$ -článek. . . . .	38
4.7	Model transformátoru - schematické znázornění modelu transformátoru popsaného pomocí dvojbranu typu $T$ -článek. . . . .	38
4.8	Zjednodušený model větve - schematické znázornění modelu větve popsaného pomocí ideálního transformátoru, ideálního transformátoru fáze a dvojbranu typu $\Pi$ -článek. . . . .	40
4.9	Model větve - schematické znázornění modelu větve popsané pomocí ideálního transformátoru, ideálního transformátoru fáze a dvojbranu typu $\Pi$ -článek. . . . .	40
4.10	Grafické znázornění třech fází soustavy souměrné a nesouměrné. . . . .	42
4.11	Rozklad nesouměrné soustavy ( $\vec{U}$ ) na tři soustavy souměrné: Soustavu souslednou ( $\vec{U}_S$ ), zpětnou ( $\vec{U}_Z$ ) a netočivou ( $\vec{U}_N$ ). . . . .	43
5.1	Grafické znázornění algoritmu metody vážených nejmenších čtverců pomocí vývojového diagramu. . . . .	49
5.2	Příklad nelineární funkce $f(x)$ , znázorňující možný problém s konvergencí zpřesňující iterační metody tečen při nevhodné volbě počáteční aproximace $x_0$ . . . . .	50
5.3	Grafické znázornění algoritmu rozšířeného Kalmanova filtru pomocí vývojového diagramu. . . . .	55
6.1	Zjednodušené schéma použití PMU - převzato z [2]. . . . .	62

6.2	Zjednodušené blokové schéma klasické estimace stavu elektrizační soustavy. . . . .	63
6.3	Blokové schéma estimace stavu elektrizační soustavy rozšířené o fázorová měření. . . . .	63
6.4	Blokové schéma estimace stavu elektrizační soustavy rozšířené o postprocessing. . . . .	64
8.1	Vývoj koeficientu korekce vah $k_v$ vypočítaného z archivovaných dat v průběhu roku 2011 v testované oblasti. . . . .	77
8.2	Detail vývoje koeficientu korekce vah $k_v$ z období od 21. 1. 2011 00:00 do 13. 3. 2011 00:00 v testované oblasti. . . . .	78
8.3	Grafické znázornění algoritmu nové metody stanovení váhové matice $R^{-1}$ pomocí vývojového diagramu. . . . .	79
8.4	Detail vývoje koeficientu korekce vah $k_v$ během jednoho týdne v období od 31. 1. 2011 00:00 do 7. 2. 2011 00:00 v testované oblasti. . . . .	80
8.5	Detail vývoje koeficientu korekce vah $k_v$ opět během jednoho týdne, tentokrát ale o rok později, tedy v období od 30. 1. 2012 00:00 do 6. 2. 2012 00:00 v testované oblasti. . . . .	80
9.1	Vývoj parametru $\lambda$ při výpočtu odhadu stavu časového snímku pomocí metod Levenberg - Marquardt a Backtracking line search (klasickou Newtonovo metodou tento časový řez nekonverguje). . . . .	84
10.1	Schéma testovací oblasti VVN (110kV) na jihu Moravy. Písmenem $M$ jsou označena místa osazená měřicími jednotkami PMU. . . . .	87
10.2	Schéma testovací oblasti VVN (110kV) ve východních Čechách. Písmenem $M$ jsou označena místa osazená měřicími jednotkami PMU. . . . .	88
10.3	Vývoj sumární změny vektoru stavu a hodnoty kritériální funkce při výpočtu všemi implementovanými metodami na jednom z testovaných časových řezů. . . . .	91

## Seznam nejčastěji používaných zkratek a symbolů

označení	význam
$\Theta$	rozdíl fázových úhlů
$\mu$	střední hodnota
$\sigma$	směrodatná odchylka
$\sigma^2$	rozptyl
$\varphi$	fázový úhel [°]
$\varphi_I$	fázový úhel proudu [°]
$\varphi_U$	fázový úhel napětí [°]
$B_{ij}$	svod [S]
<i>BLS</i>	<b>B</b> acktracking <b>L</b> ine <b>S</b> earch numerická iterační metoda
$d_i$	parametr důvěry v měření $i$
$e$	chyba estimace
<i>EKF</i>	<b>E</b> xtended <b>K</b> alman <b>F</b> ilter
$G_{ij}$	susceptance [S]
$G(x)$	matice zesílení
<i>GPS</i>	<b>G</b> lobal <b>P</b> ositioning <b>S</b> ystem
$h(x)$	nelineární funkce měření $z$
$H(x)$	Jacobiho matice
$I$	velikost proudu
$\vec{I}$	fázor proudu
$J(x)$	kriteriální funkce
$k_v$	koeficient korekce vah
<i>LAN</i>	<b>L</b> ocal <b>A</b> rea <b>N</b> etwork
$L - M$	<b>L</b> evenberg- <b>M</b> arquardtova numerická iterační metoda
<i>MCMP</i>	maximální chyba měřicího přístroje
$N - R$	Newton-Raphsonova numerická iterační metoda
$P_i$	činný výkon injektovaný do uzlu $i$ [W]
$P_{ij}$	činný výkon mezi uzly $i$ a $j$ [W]
<i>PMU</i>	<b>P</b> hasor <b>M</b> easurement <b>U</b> nit
$Q_i$	jalový výkon injektovaný do uzlu $i$ [VAr]
$Q_{ij}$	jalový výkon mezi uzly $i$ a $j$ [VAr]
$r$	reziduum
$R$	kovarianční matice chyb
$R^{-1}$	váhová matice
$R_{ij}$	rezistance [ $\Omega$ ]
<i>RMP</i>	rozsah měřicího přístroje
<i>SCADA</i>	<b>S</b> upervisory <b>C</b> ontrol and <b>D</b> ata <b>A</b> cquisition
<i>TPMP</i>	třída přesnosti měřicího přístroje
<i>USHB</i>	ustálený stav s harmonickým buzením
$U$	velikost napětí
$\vec{U}$	fázor napětí

<b>označení</b>	<b>význam</b>
$VN$	vysoké napětí
$VVN$	velmi vysoké napětí
$WAMS$	<b>Wide Area Monitoring System</b>
$WAN$	<b>Wide Area Network</b>
$WLS$	<b>Weighted Least Squares</b>
$x$	stav systému
$X_{ij}$	reaktance [ $\Omega$ ]
$Y_{ij}$	admitance [S]
$z$	měření
$Z_{ij}$	impedance [ $\Omega$ ]

# Kapitola 1

## Úvod

Předkládaná práce se zabývá problematikou estimace stavu elektrizační soustavy. Tato úloha svou tematikou zdánlivě zapadá více než do oboru kybernetiky do oboru energetiky. V této práci je ovšem celá problematika estimace stavu elektrizační soustavy řešena z pohledu teorie systémů, tedy z pohledu kybernetického, a proto se jedná o práci mezioborovou.

Data společně s modelem elektrizační soustavy, používaná v monitorovacím i řídicím systému, by měla být pro správnou funkci systémů nerozporná. Avšak samotné hodnoty měřených elektrických veličin takovýto požadavek splnit nedokáží, protože jsou společně s používaným modelem elektrizační soustavy v rozporu s fyzikálními zákony. Tento jev vzniká důsledkem ovlivnění naměřených hodnot různými druhy chyb (dochází tak například k situacím, kdy je naměřená hodnota výkonu odebraného větší, než-li naměřená hodnota výkonu dodaného). Z tohoto důvodu se pro reprezentaci stavu elektrizační soustavy nepoužívají přímo naměřené hodnoty jednotlivých veličin, ale takzvaný odhadnutý stav soustavy. Ten je výsledkem procesu zvaného estimace neboli odhad stavu elektrizační soustavy a vychází ze znalosti modelu konkrétní soustavy a nepřesných naměřených hodnot jednotlivých elektrických veličin, získaných měřeními na elektrizační soustavě. Pojem estimace stavu je v kybernetice zaveden a běžně používán pro postup vedoucí k získání neznámého, přímo neměřeného stavu stochastického dynamického systému. V energetice je ovšem význam pojmu estimace stavu poněkud posunut a bude proto podrobně vysvětlen v následující kapitole.

V energetice jsou běžně měřeny a tudíž i k estimaci standardně používány efektivní hodnoty napětí a proudu a hodnoty činného a jalového výkonu. Až v posledních dvou desetiletích se v důsledku prudkého rozvoje technologií začaly prosazovat takzvané fázorové měřicí jednotky označované zkratkou PMU. Tyto jednotky poskytují velmi přesně jak amplitudu tak i fázový úhel napětí a proudu. V reakci na tento technický vývoj se začaly zavádět WAM systémy sloužící k monitorování rozsáhlých elektrizačních sítí, které využívají data naměřená právě fázorovými měřicími jednotkami. Jedná se tedy o monitorovací systémy využívající velmi přesných měření fázorů, a to jak napětí tak i proudu.

Tato práce popisuje problematiku estimace stavu elektrizační soustavy a seznamuje čtenáře nejen se základními a běžně používanými metodami odhadu stavu,

ale také s relativně novou technologií fázorových měření a možnostmi využití naměřených fázorů, ať už napětí nebo proudu, právě při estimaci stavu elektrizační soustavy. Celá práce je rozdělena do několika kapitol, z nichž se první věnuje formulaci problému estimace stavu. Druhá kapitola shrnuje informace o estimaci stavu v energetice a o problémech s tímto tématem spojených, popsanych v zahraniční i v domácí literatuře. Následující kapitoly se věnují způsobu modelování elektrizační soustavy, samotné estimaci stavu, způsobům využití fázorových měření při estimaci stavu a součastem realizovaného WAM systému. Poslední tři kapitoly popisují navržená a implementovaná řešení zásadních problémů, které se při realizaci WAM systému vyskytly, a předkládají výsledky získané při ověřování navržených řešení.

Cílem této práce je popsat a vysvětlit princip jednotlivých částí realizovaného WAM systému, využívajícího při estimaci stavu elektrizační soustavy data získaná fázorovými měřicími jednotkami. Dalším cílem práce je popsat navržená řešení zásadních problémů, které se při realizaci systému vyskytly. Těmito problémy jsou: Způsob určení váhové matice měření, používané v estimačním algoritmu, a numerická nestabilita numerické iterační metody, která je v energetice při estimaci stavu elektrizační soustavy běžně využívána k nalezení řešení přeúčtené soustavy rovnic.

## Kapitola 2

# Formulace úlohy estimace stavu elektrizační soustavy

Celou elektrizační soustavu je možné uvažovat jako uzavřený systém, protože veškerá elektrická energie, která je v rámci tohoto systému vyprodukována, je rovněž uvnitř tohoto systému i spotřebována. Komplexní systém, kterým bezesporu elektrizační soustava je, lze z kybernetického hlediska rozdělit na konečný počet subsystémů (prvků systému), mezi nimiž existují orientované informační vazby.

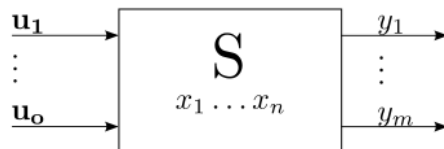
Každý prvek systému má  $o$ -vstupů  $\mathbf{u}$  a  $m$ -výstupů  $y$ , kterými je ovlivňován, nebo naopak ovlivňuje své okolí. Prvek systému má také  $n$ -stavů  $x$ , které reprezentují vnitřní stav subsystému. Takovýto obecný subsystém, označme jej  $S$ , je graficky znázorněn na obrázku 2.1 a s využitím stavového popisu je možné jej popsat pomocí stavové a výstupní rovnice. Pro popis subsystému je nutné použít adekvátní model konkrétního objektu. Proto je zapotřebí subsystém vhodným způsobem modelovat a určit hodnoty jednotlivých parametrů jeho modelu.

Pro stochastický dynamický subsystém vyjadřují dvě výše zmíněné rovnice (stavovou a výstupní) následující vztahy:

$$x'_c(t) = f_c[x_c(t), \mathbf{u}_c(t), \Theta] + w \quad (2.1)$$

$$y_c(t) = h_c[x_c(t), \Theta] + v, \quad (2.2)$$

zde  $x_c$  představuje stav subsystému,  $\mathbf{u}_c$  vstup subsystému (buzení),  $y_c$  výstup subsystému,  $\Theta$  parametry modelu subsystému,  $w$  a  $v$  šumy,  $f_c$  nelineární funkci stavu,  $h_c$  nelineární funkci výstupu a  $t$  je čas.



Obrázek 2.1: Grafické znázornění obecného subsystému  $S$  s  $o$  - vstupy  $\mathbf{u}$ ,  $n$  - stavy  $x$  a  $m$  - výstupy  $y$ .

Elektrizační soustava je velmi rozsáhlý stochastický dynamický systém, skládající se ze zdrojů, přípojníc, transformátorů, vedení, zátěží a dalších komponent,



kteře představují jednotlivé prvky (subsystémy) tohoto komplexního systému. Je to spletitý a značně rozlehlý elektrický obvod. Pro modelování elektrických obvodů se využívá obecně platných fyzikálních zákonů (jak bude ukázáno v kapitole 4), z nichž jmenujme například Ohmův zákon nebo Kirchhoffovy zákony. Kirchhoffovy zákony jsou základem metod řešení elektrických obvodů pomocí smyčkových proudů nebo uzlových napětí - viz [28]. Stavem elektrického obvodu pak mohou být všechna uzlová napětí nebo všechny smyčkové proudy. Vektor stavu má poté v případě použití smyčkových proudů následující tvar:

$$x_c(t) = [i_1(t), i_2(t), \dots, i_n(t)]^T; \quad (2.3)$$

nebo tvar:

$$x_c(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T, \quad (2.4)$$

v případě použití uzlových napětí. Index  $n$  je tedy dán buďto celkovým počtem smyčkových proudů obvodu nebo celkovým počtem uzlových napětí obvodu.

Mezi specifické znaky elektrizační soustavy patří mimo jiné buzení pomocí periodických veličin. Po odeznění přechodových dějů, které vznikají například připojováním nebo naopak odpojováním významných generátorů nebo zátěží, se elektrizační soustava dostane do takzvaného harmonického ustáleného stavu. To je takový stav elektrického obvodu, kdy mají všechna napětí a všechny proudy v daném elektrickém obvodu harmonický průběh se stejnou délkou periody<sup>1</sup>. Protože se v energetice pro účel estimace stavu elektrizační soustavy uvažují pouze harmonické ustálené stavy, bude se tato práce zabývat pouze jimi.

Harmonický ustálený stav je ideální případ, přesto je popis elektrických veličin (napětí a proudů) pomocí první harmonické dostatečnou aproximací. A protože každou harmonickou veličinu (označme zde obecnou harmonickou veličinu  $a(t)$ ) je možné popsat pomocí několika parametrů tímto funkčním vztahem:

$$a(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.5)$$

kde  $A$  je amplituda,  $\omega$  úhlová frekvence ( $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ ),  $t$  čas a  $\varphi$  fázový úhel, je tedy možné časový průběh stavu systému, nacházejícího se v ustáleném stavu s harmonickým buzením (USHB), popsat takto:

$$x_c(t) = [A_{x_{c1}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)), \dots, A_{x_{cn}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t))]^T. \quad (2.6)$$

Tady se amplitudy  $A_{x_{ci}}$  a fázové úhly  $\varphi_{x_{ci}}$  pro  $i = 1, 2, \dots, n$  v čase mění pozvolna.

Pojmem odhad (estimace) stavu systému, tak jak je zaveden a běžně používán v kybernetice, je označován proces vedoucí k získání neznámého, přímo neměřeného stavu  $x_c$  stochastického dynamického systému. Tento odhad se provádí z nepřesných nebo zašumělých měřených dat  $z_c$ , která jsou s neznámým stavem v relaci. Výsledný odhad stavu je pak v jistém smyslu nejlepší (optimální), přičemž optimum je definováno předem stanovenou kritériální funkcí.

---

<sup>1</sup>V našich podmínkách je soustava provozována na frekvenci 50Hz, čemuž odpovídá délka periody 20ms.

Pro případ estimace stavu tedy tvoří levou stranu výstupní rovnice 2.2 pozorování (měření)  $z_c$ , a lze ji tudíž psát ve tvaru:

$$z_c(t) = h_c[x_c(t), \Theta] + v. \quad (2.7)$$

Použitím časového průběhu v USHB (2.6) je možné rovnici vývoje stavu 2.1 a výstupní rovnici 2.2, respektive rovnici měření 2.7 psát ve tvaru:

$$x'_c(t) = f_c \begin{bmatrix} A_{x_{c1}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) \\ A_{x_{c2}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) \\ \vdots \\ A_{x_{cn}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_c(t), \Theta + w \quad (2.8)$$

$$z_c(t) = h_c \begin{bmatrix} A_{x_{c1}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) \\ A_{x_{c2}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) \\ \vdots \\ A_{x_{cn}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) \end{bmatrix}, \Theta + v. \quad (2.9)$$

Změnu stavu  $x'_c$  v čase  $t$  lze vyjádřit takto:

$$x'_c(t) = \begin{bmatrix} \frac{dA_{x_{c1}}(t)}{dt} \sin(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) + A_{x_{c1}}(t) \cos(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) \left( \omega + \frac{d\varphi_{x_{c1}}(t)}{dt} \right) \\ \frac{dA_{x_{c2}}(t)}{dt} \sin(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) + A_{x_{c2}}(t) \cos(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) \left( \omega + \frac{d\varphi_{x_{c2}}(t)}{dt} \right) \\ \vdots \\ \frac{dA_{x_{cn}}(t)}{dt} \sin(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) + A_{x_{cn}}(t) \cos(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) \left( \omega + \frac{d\varphi_{x_{cn}}(t)}{dt} \right) \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Po dosazení změny stavu  $x'_c(t)$  (2.10) do rovnice dynamiky (2.8) a po jednoduché úpravě vznikne rovnice:

$$\begin{bmatrix} \frac{dA_{x_{c1}}(t)}{dt} \sin(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) + A_{x_{c1}}(t) \cos(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) \left( \omega + \frac{d\varphi_{x_{c1}}(t)}{dt} \right) \\ \frac{dA_{x_{c2}}(t)}{dt} \sin(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) + A_{x_{c2}}(t) \cos(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) \left( \omega + \frac{d\varphi_{x_{c2}}(t)}{dt} \right) \\ \vdots \\ \frac{dA_{x_{cn}}(t)}{dt} \sin(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) + A_{x_{cn}}(t) \cos(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) \left( \omega + \frac{d\varphi_{x_{cn}}(t)}{dt} \right) \end{bmatrix} - f_c \begin{bmatrix} A_{x_{c1}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c1}}(t)) \\ A_{x_{c2}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{c2}}(t)) \\ \vdots \\ A_{x_{cn}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{x_{cn}}(t)) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_c(t), \Theta - w = 0. \quad (2.11)$$

Protože se pro účel estimace stavu elektrizační soustavy uvažují pouze USHB, jsou všechna napětí a všechny proudy obvodu harmonické a jsou popsitelné pomocí vztahu 2.5. Všechny elektrické veličiny (napětí a proudy) v USHB mají také stejnou frekvenci  $f$  a tudíž i úhlovou frekvenci  $\omega$ . Pokud je ještě vztáhneme k jednomu časovému okamžiku (například  $t_0$ ), je pro takovýto případ možné reprezentovat signály

pomocí fázorů, které lze v polárním souřadnicovém systému popsat následujícím vztahem:

$$\bar{a}(t) = A(t)e^{j\varphi(t)}. \quad (2.12)$$

Proto lze stavový vektor  $x_c$ , který pro konkrétní časový okamžik  $t$  jednoznačně popisuje stav systému, parametrizovat vektorem  $x$ :

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ \vdots \\ x_{2n-1}(t) \\ x_{2n}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

který je složen z amplitud a fázových úhlů stavového vektoru  $x_c$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= A_{x_{c1}} \\ x_2 &= \varphi_{x_{c1}} \\ x_3 &= A_{x_{c2}} \\ x_4 &= \varphi_{x_{c2}} \\ &\vdots \\ x_{2n-1} &= A_{x_n} \\ x_{2n} &= \varphi_{x_n}. \end{aligned}$$

Použitím stavového vektoru (2.13) v rovnici (2.11) dostáváme:

$$\begin{aligned} &\left[ \begin{array}{c} x'_1(t)\sin(\omega t + x_2(t)) + x_1(t)\cos(\omega t + x_2(t)) (\omega + x'_2(t)) \\ x'_3(t)\sin(\omega t + x_4(t)) + x_3(t)\cos(\omega t + x_4(t)) (\omega + x'_4(t)) \\ \vdots \\ x'_{2n-1}(t)\sin(\omega t + x_{2n}(t)) + x_{2n-1}(t)\cos(\omega t + x_{2n}(t)) (\omega + x'_{2n}(t)) \end{array} \right] - \\ &f_c \left[ \begin{array}{c} x_1(t)\sin(\omega t + x_2(t)) \\ x_3(t)\sin(\omega t + x_4(t)) \\ \vdots \\ x_{2n-1}(t)\sin(\omega t + x_{2n}(t)) \end{array} \right], \mathbf{u}_c(t), \Theta \Big] - w = 0. \quad (2.14) \end{aligned}$$

Uvažujme nyní pracovní bod v časovém okamžiku  $t_p$  a všechny proměnné proto

označme indexem  $p$ . Rovnice (2.14) má pro pracovní bod v okamžiku  $t_p$  tvar:

$$\left[ \begin{array}{c} x'_1(t_p)\sin(\omega_p t_p + x_2(t_p)) + x_1(t_p)\cos(\omega_p t_p + x_2(t_p)) (\omega_p + x'_2(t_p)) \\ x'_3(t_p)\sin(\omega_p t_p + x_4(t_p)) + x_3(t_p)\cos(\omega_p t_p + x_4(t_p)) (\omega_p + x'_4(t_p)) \\ \vdots \\ x'_{2n-1}(t_p)\sin(\omega_p t_p + x_{2n}(t_p)) + x_{2n-1}(t_p)\cos(\omega_p t_p + x_{2n}(t_p)) (\omega_p + x'_{2n}(t_p)) \end{array} \right] -$$

$$f_c \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} x_1(t_p)\sin(\omega_p t_p + x_2(t_p)) \\ x_3(t_p)\sin(\omega_p t_p + x_4(t_p)) \\ \vdots \\ x_{2n-1}(t_p)\sin(\omega_p t_p + x_{2n}(t_p)) \end{array} \right], \mathbf{u}_c(t_p), \Theta \end{array} \right] - w = 0. \quad (2.15)$$

Celou levou stranu rovnice (2.15) v pracovním bodě v čase  $t_p$  označme jako funkci  $F_p$  proměnných  $x'$  a  $x$ , času  $t$  a úhlové frekvence  $\omega$ . Poté lze rovnici (2.15) přepsat do následujícího tvaru:

$$F_p(x'(t), x(t), t, \omega) = 0. \quad (2.16)$$

Funkce  $F_p$  je nelineární a je tedy možné v pracovním bodě  $t_p$  provést její linearizaci a postupnými úpravami pokračovat až do nalezení předpisu této funkce. Nalezení předpisu funkce  $F_p$  je ale velmi obtížné a hledání přesného popisu této funkce přesahuje rámec předkládané práce. Pro popis této funkce je v dostupné literatuře hojně uváděno použití Wienerova procesu a i přes velká zjednodušení je takovýto popis považován za dostatečnou aproximaci.

V energetice je zavedeno za stav elektrizační soustavy v USHB (běžně označovaný  $x$ ) uvažovat právě vektor parametrů (amplitud a fázových úhlů), popisujících fázory harmonických signálů:

$$x = [A_1, \varphi_1, A_2, \varphi_2, \dots, A_n, \varphi_n]^T. \quad (2.17)$$

Rovnici stavu a rovnici měření lze tedy psát v následujícím tvaru<sup>2</sup>:

$$x'(t) = f \left[ \begin{array}{c} A_1(t) \\ \varphi_1(t) \\ A_2(t) \\ \varphi_2(t) \\ \vdots \\ A_n(t) \\ \varphi_n(t) \end{array} \right], \mathbf{u}(t), \Theta \right] + \bar{w} \quad (2.18)$$

$$z(t) = h \left[ \begin{array}{c} A_1(t) \\ \varphi_1(t) \\ A_2(t) \\ \varphi_2(t) \\ \vdots \\ A_n(t) \\ \varphi_n(t) \end{array} \right], \Theta \right] + \bar{v}, \quad (2.19)$$

a změnu stavu  $x'$  v čase  $t$  lze vyjádřit takto:

$$x'(t) = \left[ \begin{array}{c} \frac{dA_1(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_1(t)}{dt} \\ \frac{dA_2(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_2(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dA_n(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_n(t)}{dt} \end{array} \right]. \quad (2.20)$$

Stavová rovnice (2.18) společně s rovnicí měření (2.19) tvoří popis modelu systému, používaného při dynamické estimaci stavu. Tato estimace ovšem není příliš rozšířená a v reálných systémech se používá jen výjimečně. Nicméně v této práci bude uvedena a podrobně popsána v kapitole 5.2. Naproti tomu velmi rozšířená a běžně používaná je estimace statická. Tento typ estimace stavu elektrizační soustavy ovšem neuvažuje dynamiku systému, a proto je změna stavu v čase nulová:

$$x'(t) = 0. \quad (2.21)$$

Rovněž zanedbává šum  $\bar{w}$ . Proto je možné stavový popis redukovat pouze na rovnici měření, která má v energetice tvar:

$$z = h(x) + e, \quad (2.22)$$

kde  $z$  je vektor měření,  $h$  vektor nelineárních funkcí měření,  $x$  vektor neznámého stavu a  $e$  celková chyba estimace, nazývaná také reziduum.

<sup>2</sup>Pozn.: nelineární funkce stavu  $f_c$  a  $f$  jsou funkce odlišné. Stejně tak jako nelineární funkce výstupu  $h_c$ ,  $h$  a stavy  $x_c$  a  $x$ .

Pojmem estimace stavu v energetickém smyslu je tedy chápán proces, jehož cílem je nalézt neznámý vektor stavu  $x$ , tvořený parametry popisujícími fázozy harmonických signálů (amplitudami a fázovými úhly), stochastického dynamického systému, nacházejícího se v USHB, bez ohledu na stavy, ve kterých se systém nacházel v minulosti.

Celý tento proces je založen na znalostech modelu systému a měření  $z$ . Počet všech měření je větší, nežli počet neznámých ve vektoru stavu. Úloha nalezení neznámého vektoru stavu tudíž vede k úloze nalezení řešení přeúčtené soustavy rovnic. Mějme tedy vektor neznámého stavu  $x$  o  $n$  prvcích:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad (2.23)$$

a vektor známých měřených hodnot  $z$  o  $m$  prvcích:

$$z = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T. \quad (2.24)$$

Soustava rovnic má potom v obecném případě následující tvar:

$$\begin{aligned} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= z_1 \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= z_2 \\ &\vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &= z_m, \end{aligned} \quad (2.25)$$

nebo maticově

$$\begin{bmatrix} h_1(x)^T \\ h_2(x)^T \\ \vdots \\ h_m(x)^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

V případě, že jsou funkce  $h_1$  až  $h_m$  funkce lineární, je soustava nazývána soustavou lineárních rovnic a má tento tvar:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= z_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= z_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= z_m \end{aligned} \quad (2.27)$$

a maticově

$$A_S x = z, \quad (2.28)$$

kde

$$A_S = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

je nazývána maticí soustavy,  $x$  maticí neznámých a  $z$  maticí pravých stran. Matice  $A_S$  a  $z$  se také zapisují společně. Výsledná matice se potom nazývá rozšířená matice soustavy a má následující tvar:

$$(A_S | z) = \left[ \begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & z_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & z_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & z_m \end{array} \right]. \quad (2.30)$$

Jsou-li všechny prvky vektoru  $z$  nulové ( $z_i = 0$ , pro  $i = 1, 2, \dots, m$ ), jedná se o homogenní soustavu rovnic, která má vždy minimálně jedno řešení. Toto řešení se nazývá triviální a má tvar  $x_i = 0$ , pro  $i = 1, 2, \dots, n$ . V opačném případě, tedy je-li kterékoliv  $z_i \neq 0$ , se soustava nazývá nehomogenní. Frobeniova věta, vyjádřená podmínkou (2.31), říká, že soustava lineárních rovnic má řešení tehdy a jen tehdy, pokud si jsou hodnota matice soustavy a hodnota rozšířené matice soustavy rovny.

$$\text{rank}(A_S) = \text{rank}(A_S | z). \quad (2.31)$$

Na základě Frobeniovy věty tedy může pro soustavu lineárních rovnic nastat pouze jeden z těchto tří případů:

1. Soustava má nekonečně mnoho řešení - tento případ nastane, je-li splněna podmínka (2.31) a zároveň je hodnota matice soustavy menší, nežli počet neznámých -

$$\text{rank}(A_S) = \text{rank}(A_S | z) \text{ a zároveň } \text{rank}(A_S) < n;$$

2. soustava má jedno řešení - nastane, pokud je splněna podmínka (2.31) a zároveň hodnota matice soustavy je rovna počtu neznámých -

$$\text{rank}(A_S) = \text{rank}(A_S | z) \text{ a zároveň } \text{rank}(A_S) = n;$$

3. soustava nemá řešení - nastává v ostatních případech.

Zvláštním případem soustavy rovnic je soustava, kde je hodnota matice soustavy rovna počtu neznámých ( $\text{rank}(A_S) = n$ ) a zároveň je hodnota matice soustavy menší, nežli počet rovnic soustavy ( $\text{rank}(A_S) < m$ ). Takovéto soustavě se říká pře-určená soustava rovnic a řeší se metodou nejmenších čtverců.

Pro řešení lineárních soustav rovnic je již vypracováno množství jak numerických, tak i analytických metod. Není-li ale libovolná  $z$  funkcí  $h_1$  až  $h_m$  ve vztahu (2.25) lineární, je řešení mnohem složitější a ve většině případů nelze určit exaktně. V publikaci [5] autor popisuje možnost využití Gröbnerovy báze při určování řešení soustavy polynomiálních rovnic. Pro obecný případ soustavy rovnic (například směs rovnic goniometrických, polynomiálních, atd.) dosud neexistuje žádná metoda nebo obecně platný postup, který by vedl k řešení takovéto soustavy rovnic.

A právě pře-určené soustavy v kombinaci s nelineárními rovnicemi jsou případem estimace stavu elektrizační sítě.

## Kapitola 3

# Stávající stav řešené problematiky popsaný v zahraniční i tuzemské literatuře

Jelikož je estimace stavu elektrizační soustavy v literatuře hojně zmiňované téma, bylo při získávání informací použito převážně zdrojů dostupných v elektronické podobě. Vyhledávání bylo tudíž orientováno především na technickou literaturu z IEEE (*The Institute of Electrical and Electronics Engineers*), jež je dostupná na internetových stránkách <http://www.ieeexplore.ieee.org>. Dále pak bylo čerpáno z archivů vědeckého časopisu nakladatelství Elsevier (<http://www.sciencedirect.com>) a vědeckého časopisu nakladatelství Springer (<http://www.springerlink.com>).

Estimace stavu elektrizační soustavy je nepostradatelnou součástí každého dispečerského informačního a řídicího systému, protože na rozdíl od měřených dat, která jsou zatížena chybami různého druhu, poskytuje nejlepší možný obraz stavu soustavy, který je v souladu s fyzikálními zákonitostmi. V současné době je nejvíce rozšířena a provozována statická estimace stavu SSE (*Static State Estimation*) elektrizační soustavy, která vychází ze statického modelu estimované soustavy a měřených dat z jednoho časového okamžiku.

### 3.1 Statická estimace stavu elektrizační soustavy

Problém statické estimace stavu elektrizační soustavy přehledně shrnuje publikace [3] od autorů Abur a Expósito. Tato práce je rozdělena do devíti ucelených částí. V první z nich autoři seznamují čtenáře se základy dále řešené problematiky, a také s pojmy hojně používanými nejen v energetice. Druhá část začíná popisem modelů důležitých komponent, vytvořením modelu celé sítě, modelu měření a stanovením předpokladů. Protože se předpokládá symetrie celé soustavy, je v knize modelována pouze jedna fáze. Jako stav je zde zvolen vektor fázorů (amplitud a fází) uzlových napětí. Poté je podrobně popsána estimační metoda založená na minimalizaci vážených nejmenších čtverců WLS (*Weighted Least Squares*) rozdílů mezi naměřenými a estimovanými hodnotami. Třetí část popisuje alternativy metody vážených



nejmenších čtverců pro řešení úlohy minimalizace rozdílů mezi měřenými a estimovanými hodnotami. Analýzou pozorovatelnosti sítě se zabývá čtvrtá část knihy. Je zde popsáno vytvoření incidenční matice, numerické metody analýzy pozorovatelnosti založené jak na formulaci větrových, tak i uzlových proměnných. Dále jsou pak popsány způsoby určení nepozorovatelných větví, stanovení pozorovatelných ostrovů sítě, kritických a subkritických měření. Pátá část se věnuje odhalení a určení chybných měření, která jsou používána jako vstupní data při estimaci. Autoři nejprve provedou klasifikaci a rozdělení chybných dat a měření do několika skupin. Poté uvádějí metody a algoritmy použitelné pro identifikaci chybných měření. Šestá část pojednává o robustnosti stavového estimátoru, předkládá alternativní metody estimace stavu a porovnává je s metodou vážených nejmenších čtverců, která byla podrobně rozebrána ve druhé části. Sedmá část popisuje vliv chyb parametrů sítě na výsledky estimace, způsob identifikace podezřelých parametrů a metody odhadu parametrů sítě. Osmá část se věnuje chybám topologie sítě. Nejprve rozebírá typy topologických chyb a jejich projevy. Poté jsou předloženy metody použitelné pro odhalení topologických chyb. V poslední, deváté části je uvedeno použití měření amplitud proudu jako vstupních dat pro estimaci a jejich úskalí. Protože jsou algoritmy používané při výpočtech založeny na maticovém počtu, a především u radiálních (paprskových) sítí se jedná o matice řídké, je v příloze knihy uveden aparát pro práci s řídkými maticemi. V příloze je rovněž uveden přehled základních znalostí ze statistiky.

Standardně je za stav systému volen vektor uzlových fázorů napětí, tak jak bylo uvedeno v [3]. Jelikož je možné popsat fázor buďto v kartézském souřadném systému (pomocí polohy koncového bodu promítnutého na reálnou a imaginární osu) nebo v polárních souřadnicích (pomocí velikosti (amplitudy) a úhlu natočení (fáze) daného fázoru), provedli autoři Okon a Wilkosz studii vlivu volby souřadného systému na výsledky estimace stavu. Do studie také zahrnuli vliv druhu měření a redundanci dat na výsledek estimace a dosažené výsledky pak shrnuli v příspěvcích [42] a [43].

Ve článku [32] autorů Nor, Jegatheesan a Nallagownden je zmíněna estimace založená na oddělené formulaci metody WLS, která pracuje zvláště s měřeními činného výkonu a zvláště s měřeními jalového výkonu. Tato formulace úlohy vede k metodě FDSE (*Fast Decoupled State Estimation*). Autoři zde poukazují na to, že tato metoda je sice rychlá, ale špatně konverguje. Doporučují proto sestavit Jacobiho matici na základě všech dostupných měření výkonů ve větvích, napětí v uzlech a injektovaných výkonů a admitanční matice sítě.

Autoři Madtharad, Premrudeepreechacharn a Watson předložili ve článku [27] řešení WLS namísto metodou LU-rozkladu metodou rozkladu na singulární čísla SVD (*Singular Value Decomposition*). Výhodou tohoto přístupu je, že estimovaná síť nemusí být celá pozorovatelná - pro nalezení řešení postačuje pouze částečná pozorovatelnost sítě, což u LU-rozkladu nebylo možné. Další výhodou je, že SVD funguje i se singulárními maticemi nebo maticemi velmi blízkými matici singulární. Navíc je pomocí SVD možné určit, které části sítě jsou nepozorovatelné.

Článek [16] od autora Jabr předkládá možnost nalezení stavového vektoru namísto metodou WLS použitím metody minimalizace nejmenších absolutních hodnot LAV (*Least Absolute Value*) rozdílů měřených a estimovaných hodnot. LAV bývá standardně řešena pomocí algoritmů lineárního programování, jako jsou například

simplexový algoritmus nebo metoda vnitřních bodů. Předložená metoda ovšem používá k řešení L1-regrese iterační metody  $IRLS_{L1}$  (*Iteratively Reweighted Least Squares*).

Hlavní nevýhody algoritmů založených na maticových výpočtech, jako je například vysoká paměťová a výpočetní náročnost při práci s velkými a řídkými maticemi, odstraňuje rekurentní metoda odhadu stavu. Estimační algoritmus založený na rekurentní metodě navrhuje článek [44] autorů Wang a Schulz. Ve článku je ovšem také uvedeno, že tento algoritmus byl navržen pro distribuční sítě, které mají oproti přenosové soustavě jistá specifika, mezi něž patří například nesouměrnost soustavy a převážně radiální topologie sítě. Tento přístup se tudíž příliš nehodí pro mřížové sítě a je vhodný převážně pro sítě paprskovitě.

Standardní algoritmy estimátorů stavu používají, hlavně kvůli menší výpočetní náročnosti při provádění maticových výpočetních operací, pouze měření amplitud uzlových napětí, činných a jalových výkonů měřených na větvích a činných a jalových výkonů injektovaných. Metoda popsaná v článku [26] od autorů Lavorato, Rider a Garcia navrhuje estimační metodu, která při výpočtech využívá i měření amplitud proudů. To přispívá ke globální redundanci dat měřených v síti, což je nezbytnou podmínkou estimace stavu elektrizační soustavy.

Protože je potřeba řídit a tudíž i monitorovat a estimovat i velice rozsáhlé sítě, obsahující stovky rozveden a sta tisíce měření, kde by již maticové výpočty trvaly nepřijatelně dlouhou dobu nebo by nebyly vůbec možné, používá se distribuovaný způsob estimace stavu. Tento způsob se používá i v menších sítích, kde jednotlivé části sítě provozují jiné společnosti. Problémem distribuované estimace stavu se zabývají autoři Zhao, Guo a Fan ve článku [45], kde popisují estimační algoritmus a způsoby koordinace jednotlivých oblastí sítě.

## 3.2 Dynamická estimace stavu elektrizační soustavy

Se stále se zvyšujícími požadavky kladenými na přenosovou soustavu vzrůstají i požadavky na přesnost a rychlost estimace stavu. Za tímto účelem byla navržena a vyvinuta technika dynamické estimace stavu DSE (*Dynamic State Estimation*) elektrizační soustavy. Dynamická estimace stavu, na rozdíl od estimace statické, bere v úvahu dynamiku systému a vychází přitom z předpokladu, že se elektrizační soustava, při běžném provozu během krátkého časového úseku, nikterak výrazně nemění. Při estimaci je tudíž možné vycházet z výsledků získaných v předchozím časovém okamžiku a na základě znalosti modelu dynamiky systému predikovat stav elektrizační soustavy v budoucnosti.

Stručný, přesto poměrně obsáhlý, přehled nejvíce používaných technik v dynamické estimaci stavu, tak jak jsou popsány v dostupné literatuře, předkládá článek [40] od autorů Shivakumar a Jain. Ti v úvodu seznamují čtenáře s tím, jak je definován stav elektrizační soustavy. Pokračují objasněním pojmů statická a dynamická estimace stavu a uvádějí praktické důvody, které vedly k vyvinutí dynamické estimace, a její výhody. V další části autoři uvádějí matematický popis modelu měření a modelu dynamiky systému včetně způsobů určení jeho parametrů. Poté popisují

způsoby predikce a filtrace stavu různými metodami, mezi nimiž je nejpoužívanější Kalmanův filtr. V závěru článku autoři shrnují výhody dynamické estimace.

Dynamickou estimací stavu elektrizační soustavy se zabývá i článek [4] autorů Beides a Heydt, kteří pro získání optimálního odhadu stavu elektrizační soustavy používají Kalmanův filtr a prezentují dosažené výsledky. Jako vstupní data použili Gaussovský šum a simulovaná data s charakterem odpovídajícím zátěžovému dennímu diagramu elektrizační soustavy. Pro popis dynamiky systému používají zjednodušený model ve smyslu Wienerova procesu a nelineární model měření linearizují pomocí Taylorova rozvoje se zanedbáním členů vyšších řádů.

Ve článku [24] představují autoři Kumar, Das a Sharma robustní metodu dynamické estimace stavu založenou na rozšířeném Kalmanově filtru EKF (*Extended Kalman Filter*). U popisované metody je kladen důraz na odolnost vůči hrubým chybám měření a náhlým změnám zatížení. Použitý algoritmus zde detailně popisují. Výsledky dosažené pomocí tohoto algoritmu porovnávají s výsledky dosaženými pomocí klasického rozšířeného Kalmanova filtru a poukazují na to, že robustní rozšířený Kalmanův filtr dosahuje ve všech třech případech, pro které algoritmus testovali, lepších výsledků.

Rovněž článek [39] autorů Shih a Huang popisuje metodu dynamické estimace, založenou na robustním rozšířeném Kalmanově filtru. Výsledky dosažené pomocí prezentované techniky jsou opět porovnávány s výsledky klasického rozšířeného Kalmanova filtru. I v tomto článku je kladen důraz na odolnost vůči hrubým chybám měření, náhlým změnám zatížení, ale navíc také vůči chybám topologickým.

Autoři Prasad a Thakur uvádějí ve svém článku [35] přístup k dynamické estimaci stavu, založený taktéž na Kalmanově filtru, ale upřednostňují klasickou verzi Kalmanova filtru před jeho rozšířenou variantou. Tato metoda používá v části predikce Holtovo dvouparametrové exponenciální vyrovnání a v části filtrace klasický Kalmanův filtr. Výsledky dosažené pomocí této metody jsou v článku porovnávány s výsledky třech nejvíce používaných metod dynamické estimace.

Auto-adaptivní dynamický estimátor stavu představují Han a kolektiv ve článku [13]. V tomto estimátoru je v části predikce rovněž využíváno Kalmanova filtru, ale v části filtrace je používána technika LS-SVM (*Least Square - Support Vector Machines*).

### 3.3 Využití fázorových měření při estimaci stavu

V posledních dvou desetiletích se s rozvojem techniky začaly výrazně prosazovat fázorové měřicí jednotky, takzvané PMU (*Phasor Measurement Unit*), které jsou určeny pro měření fázorů napětí a proudů. Tyto jednotky jsou vzájemně časově synchronizované pomocí GPS (*Global Positioning System*) signálu, díky čemuž mají významně vyšší přesnost než doposud běžně používané měřicí přístroje. Je tedy přirozenou snahou vedle doposud standardně používaných dat ze systému SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*) používat i synchronní fázy.

Technikou fázorů měření se velmi podrobně zabývá obsáhlá publikace [34] autorů Phadke a Thorp. Tato kniha je rozdělena do dvou částí. První část se věnuje

principům fázorových měření a technikám používaným pro měření fázorů. Počínaje úvodem do problematiky je zde postupně popsán používaný matematický aparát založený na Fourierových řadách a Fourierově transformaci, určování fázoru s nominální a jinou než nominální frekvencí, a další. Druhá část se věnuje aplikacím fázorových měření a skládá se z kapitol popisujících témata, jako jsou metoda nejmenších čtverců a vážených nejmenších čtverců, statická a dynamická estimace stavu elektrizační soustavy, detekce chybných měření, řízení elektrizační soustavy na základě fázorů, chránění vedení a jiné.

Autoři Hurtgen a Maun se zaměřili ve svém článku [15] na výhody, které poskytuje používání měřičů synchronních fázorů. Analyzují vliv asynchronnosti měření na výsledky estimace a dále také projevy změny zatížení nebo změny topologie sítě ve výsledcích estimace při použití různého počtu měřičů synchrofázorů.

Sodhi, Srivastava a Singh ve článku [31] představují přesnější a rychlejší metodu získání odhadu stavu elektrizační soustavy. Popisovaná metoda je založena na metodě vážených nejmenších čtverců, do níž vedle standardních SCADA dat vstupují i data z měřičů synchrofázorů, kterým je více důvěřováno a jsou jim proto nastaveny větší váhy. Naproti tomu Chen a kolektiv ve článku [8] dosahují zrychlení estimace tím, že uvažují o měřených datech získaných z měřičů PMU jako bezchybných. A protože fázor napětí představuje přímo stav v konkrétním uzlu, není již nutné v tomto uzlu stav odhadovat. Klasická estimace se tedy provádí pouze se SCADA daty a jen na redukováném modelu sítě.

Swarup a Jamuna, autoři článku [23], představují dvoustupňovou estimaci, při níž se kombinuje klasická estimace stavu s lineární estimací. U lineární estimace je vektor měření složen pouze z fázorů proudů a napětí, čímž se problém estimace stává problémem lineárním. Odtud tedy lineární estimace.

Článek [14] od autorů Huang, Schneider a Nieplocha a články [17], [18] autorů Jain a Shivakumar ukazují přínos používání měření synchrofázorů při estimaci. Zvláště pak při estimaci dynamické. Mezi hlavní výhody využití synchrofázorů v dynamické estimaci patří možnost provádění estimace častěji (s kratší periodou), větší přesnost odhadnutých stavů a přesnější jedнокroková predikce, která může napomáhat dispečerům při krizových situacích.

Jain a Shivakumar vytvořili na základě dostupné literatury přehled různých metodologií a vývoje metod používaných v dynamické estimaci stavu. Tento přehled je prezentován ve článku [19]. Mimo jiných přístupů zde autoři popisují i dynamickou estimaci stavu založenou na fázorových měřeních. Na konci článku ještě shrnují výhody dynamické estimace stavu.

Problematikou velmi rozsáhlých sítí, kde se používá hierarchický, víceúrovňový nebo víceoblastní způsob estimace a použití měřičů synchronních fázorů v nich, se zabývají články [25] autorů Lakshminarasimhan a Girgis, [46] autorů Zhao a Abur a článek [33] od autorů Patel a Girgis.

### 3.4 Detekce chyb a kvalita estimace

Použijí-li se při estimaci jako vstupní data měřené hodnoty, které obsahují hrubé chyby, promítnou se tyto chyby do výpočtů a nepříznivě tak ovlivní výsledný odhad stavu. Je proto přirozenou snahou veškerá chybná data identifikovat a následně chybná měření, je-li to možné, korigovat, nebo je z množiny vstupních dat vypustit. Jednu z metod detekce chyb měření představují Kosut a kolektiv ve článku [22]. Zde předkládaná metoda je založena na vyšetřování reziduí (rozdílů měřených a estimovaných hodnot) a na určité heuristice.

Pokud jsou chybná měření odstraňována ze souboru vstupních dat, hrozí ztráta pozorovatelnosti estimované sítě. Z tohoto důvodu je vhodné v průběhu estimačního algoritmu identifikovat takzvaná kritická měření, což jsou měření, která v případě jejich odstranění z množiny vstupních dat estimátoru způsobí právě ztrátu pozorovatelnosti sítě. Problematikou identifikace kritických měření se zabývají autoři Filho a kolektiv ve článku [11], kde představují metodu založenou na vyhodnocení reziduí a kovarianční matice reziduí. Jinou metodu předkládají ve článku [10] autoři Almeida, Asada a Garcia. Ti vyhodnocují kritická měření na základě Gramovy matice, která vychází z modelu sítě.

Stejně nepříznivě jako hrubé chyby měření se do výsledků estimace promítnou i chyby v topologii sítě, které vedou ke špatnému modelu soustavy. Problematice detekce topologických chyb se věnují ve článku [9] autoři Crisciu, Promel a Hecke. Jejich detekční metoda je založena na normovaných Lagrangeových multiplifikátorech a je v estimačním algoritmu vykonávána ještě před detekcí hrubých chyb. Tím je zajištěno zachování informací o skupinách chyb, které většinou ukazují na chybu v topologii.

Singh, Pandey a Chauhan popisují ve článku [41] metody určené pro detekci hrubých chyb měření a topologických chyb. Jejich metody jsou založené na technicích umělé inteligence, konkrétně využívající Fuzzy logiku.

Rovněž autoři Gou, Cheng a Wu předkládají ve článku [12] metody pro detekci hrubých chyb měření, určení kritických měření i detekci topologických chyb. Tyto metody jsou ovšem použitelné pouze v případech, kdy má síť radiální (paprskový) charakter.

### 3.5 Literatura dostupná v českém jazyce

Z českých autorů se problematikou estimace stavu elektrizační soustavy a s tím souvisejícími problémy, jako jsou analýza pozorovatelnosti sítě, detekce hrubých chyb měření, detekce topologických chyb, atd., zabývá RNDr. Bohumil Sadecký, CSc. Zmiňované problematice se věnuje již v jeho kandidátské disertační práci [37], kterou napsal již na počátku osmdesátých let. Od té doby ovšem nejen obor estimace stavu, ale i veškerá technika zaznamenaly značný rozvoj. Sadecký bohužel již nevydal žádnou ucelenou publikaci shrnující estimaci stavu a jeho poznatky. Pravidelně se ale účastní různých konferencí s tematikou zaměřenou na přenosovou a distribuční soustavu, a je rovněž jejich častým přispívatelem. Na konferencích, mezi které

patří například ČK CIREC, EGÚ Praha Engineering, a.s., atd., je tedy možné najít nejrůznější příspěvky a články, jejichž autorem je právě Bohumil Sadecký.

Ve článku [6] popisuje Sadecký společně s Böhmem a Popelkou vliv nesoudobosti měřených dat na monitorování stavu sítě a uvádí nejprve základní princip a poté možnost využití fázorových měření v elektrických sítích. V rámci této konference je rovněž uveden článek INTEGROVANÁ ESTIMACE STAVU ELEKTRIZAČNÍ SOUSTAVY, jejímž autorem je opět Sadecký. Ten zde popisuje princip a vlastnosti estimátoru stavu včetně jednotlivých funkcí, které jsou jeho nedílnou součástí. Využitím synchrofázorů při estimaci stavu se rovněž zabývá Sadecký s Chladovou ve článku [38].

# Kapitola 4

## Modelování elektrizační soustavy

Pro úlohu estimace stavu je nezbytné modelovat elektrizační soustavu, což je velmi rozsáhlý stochastický dynamický systém, skládající se z nepřeberného množství různých komponent (schéma celé přenosové a části distribuční sítě 110 - 400kV v ČR znázorňuje obrázek 4.1). Těmito komponentami jsou například zdroje elektrické energie, elektrická vedení, transformátory, spotřebiče (odběratelé) a další prvky elektrizační soustavy. Budeme-li uvažovat o celé elektrizační soustavě jako o systému složenému ze zdrojů elektrické energie, spotřebičů (odběratelů) a přenosových cest mezi nimi (elektrizační síť), lze takovýto systém považovat za systém uzavřený. Tedy systém, který nemá žádné vstupy ani výstupy. To je možné tvrdit proto, že veškerá elektrická energie je vyrobena zdroji v tomto systému, poté je přenášena ke spotřebičům a v rámci systému je rovněž i spotřebována - bilance elektrické energie systému je tak rovna nule.

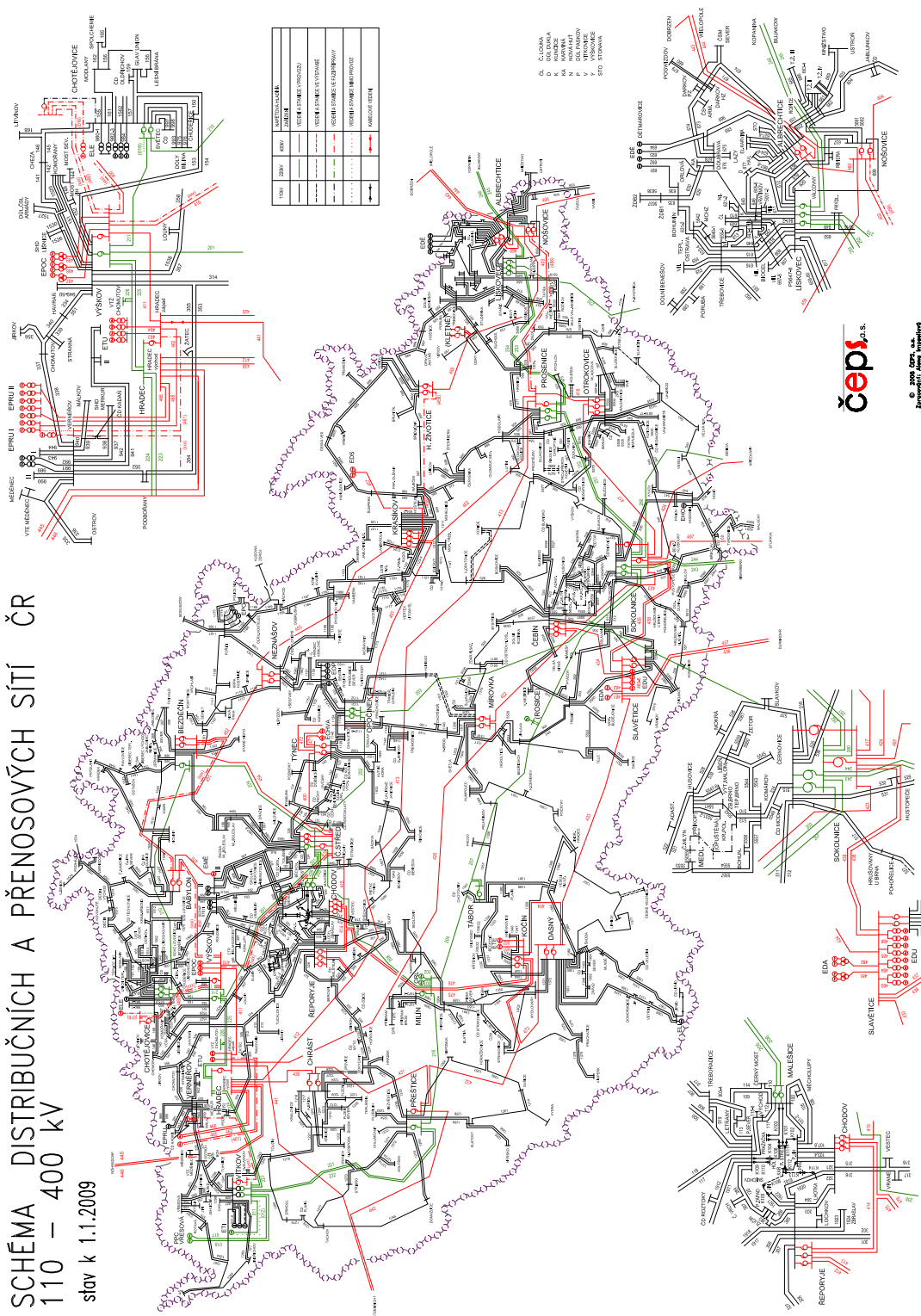
Modelujeme tedy systém složený z komponent trojího druhu:

- Zdroje elektrické energie;
- spotřebiče (odběratelé);
- přenosové cesty (elektrizační síť).

Pro popis elektrického zdroje jsou běžně používány modely:

- s invariantní amplitudou napětí (ideální zdroj napětí) - jsou to takové zdroje, které na časovém intervalu  $\Delta t$  dodávají elektrickou energii s konstantní amplitudou napětí a to bez ohledu na odebíraný výkon -  $|\vec{U}(t)| = const$  pro  $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ ;
- s invariantní amplitudou proudu (ideální zdroj proudu) - to jsou takové zdroje, které na časovém intervalu  $\Delta t$  dodávají elektrickou energii s konstantní amplitudou proudu a to bez ohledu na odebíraný výkon -  $|\vec{I}(t)| = const$  pro  $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ ;
- s invariantním výkonem, to jsou takové zdroje, které na časovém intervalu  $\Delta t$  dodávají do elektrického obvodu elektrickou energii s konstantním výkonem a to bez ohledu na impedanci zátěže -  $P(t), Q(t) = const$  pro  $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ .

SCHEMA DISTRIBUČNÍCH A PŘENOSOVÝCH SÍTÍ ČR  
110 – 400 kV  
stav k 1.1.2009



Obrázek 4.1: Schéma přenosových a části distribučních sítí v České republice k datu 1. ledna 2009 - převzato z [1].



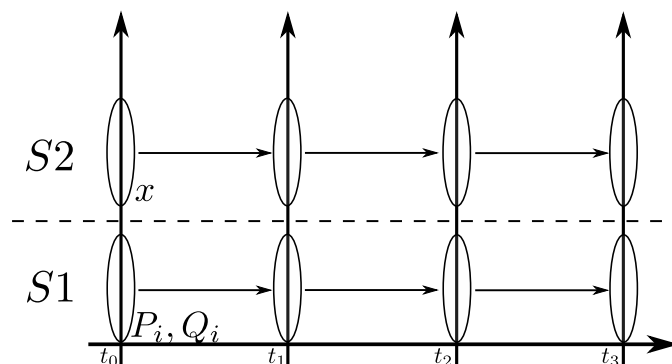
Pro popis spotřebičů se používají následující modely:

- S invariantním příkonem, to jsou takoví odběratelé, kteří mají bez ohledu na velikost amplitudy napětí dodávané elektrické energie na časovém intervalu  $\Delta t$  konstantní příkon  $P, Q$  - tedy  $P(t), Q(t) = const$  pro  $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ ;
- s invariantní impedancí, jsou to odběratelé, kteří mají na časovém intervalu  $\Delta t$  charakter konstantní zátěže -  $Z(t) = const$  pro  $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ ;
- s invariantní amplitudou proudu, to jsou odběratelé, kteří odebírají na časovém intervalu  $\Delta t$  elektrický proud s konstantní amplitudou a to bez ohledu na velikost amplitudy napětí dodávané energie -  $|\vec{I}| = const$  pro  $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ .

Uvnitř každého elektrického obvodu existují neorientované energetické vazby (vazby mezi uzlovými napětími, větvovými proudy, injektovanými výkony, atd.), které nelze beze změny chování elektrického obvodu přerušit. Vytvoříme-li ale model reálného systému, nazývá se vzniklý model systémem abstraktním. Z kybernetického pohledu v takovémto systému existují orientované informační vazby, které již bez vlivu na reálný systém přerušit lze. Zavedení informačních vazeb tedy umožní rozdělení celého systému do dvou subsystémů:

- S1 - subsystém tvořený zdroji a spotřebiči;
- S2 - subsystém tvořený přenosovými cestami.

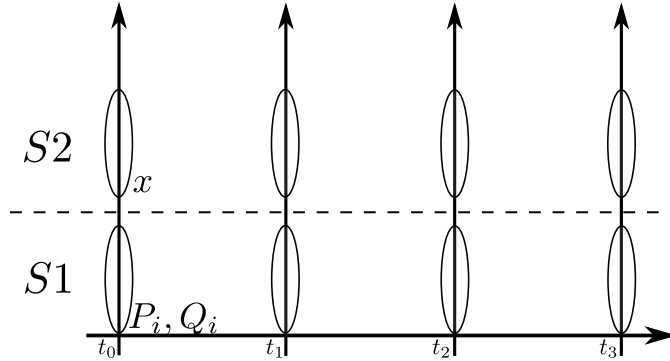
Zvolíme-li modely zdrojů a odběratelů typu s invariantním výkonem, respektive příkonem (modely takového typu bývají používány nejčastěji), tvoří výstup subsystému S1 injektované výkony  $P_i$  a  $Q_i$ . Ty jsou zároveň stavem subsystému S1 a vstupy subsystému S2. Protože subsystém S1 nemá žádné vstupy, je jeho stav v čase  $t$  ovlivněn pouze stavem z předchozího časového okamžiku  $t - 1$ . Naproti tomu stav subsystému S2 v čase  $t$  je ovlivněn jak vstupy v čase  $t$ , tak i předchozím stavem v čase  $t - 1$ . Popsané závislosti znázorňuje obrázek 4.2.



Obrázek 4.2: Znázornění kauzality v systému  $S$  při rozkladu na subsystémy  $S1$  a  $S2$ .

Jak již bylo popsáno v kapitole 2 - statická estimace stavu elektrizační soustavy, tak jak je tento pojem zaveden v energetice, bere v úvahu pouze harmonický ustálený

stav dynamického systému. V ustáleném stavu nedochází v systému ke změnám, a tudíž stav systému v čase  $t$  není závislý na hodnotách z časového okamžiku  $t - 1$  (viz obrázek 4.3). Odhad stavu je proto možné provádět bez ohledu na předchozí hodnoty a vycházet tak pouze z modelu a naměřených hodnot platných pro daný časový okamžik.



Obrázek 4.3: Znázornění kauzality v systému  $S$  v ustáleném stavu při rozkladu na subsystémy  $S1$  a  $S2$ .

V případě dynamické estimace stavu, tak jak je uváděno v literatuře, se opět bere v úvahu harmonický ustálený stav dynamického systému v čase  $t$ , ale navíc ještě možnost změny stavu mezi jednotlivými časovými okamžiky (mezi časy  $t - 1$  a  $t$ ). Chování takovéto změny bývá popsáno Wienerovým procesem, což je z hlediska uvedené kauzality přílišné zjednodušení a tato interpretace není zcela správná. Možnost změny injektovaných výkonů by měla být rovněž uvažována. Modelování změn injektovaných výkonů  $P_i$ ,  $Q_i$  a stavu  $x$  namísto modelování změn samotného stavu je možnou variantou pro modifikaci současných metod dynamické estimace stavu. Možnosti tohoto přístupu k dynamické estimaci stavu elektrizační soustavy budou předmětem zkoumání v další práci.

Z hlediska estimace stavu elektrizační soustavy ve smyslu energetického pojetí jsou nejdůležitější přenosové cesty, tedy elektrizační síť. Modelováním elektrické sítě se zabývá následující kapitola.

## 4.1 Model elektrizační sítě

Pro účely estimace stavu elektrizační soustavy je možné napěťové poměry v celé elektrizační síti modelovat pomocí injektovaných proudů a příslušných admitancí, jak je uvedeno například ve [3], což vyjadřuje následující vztah:

$$\vec{I} = \vec{Y}\vec{U}, \quad (4.1)$$

kde  $\vec{I}$  je vektor injektovaných fázorů proudů,  $\vec{Y}$  admitanční matice sítě a  $\vec{U}$  vektor fázorů napětí v jednotlivých rozvodnách (uzlech). Pro maticový zápis se používá

vztah následující:

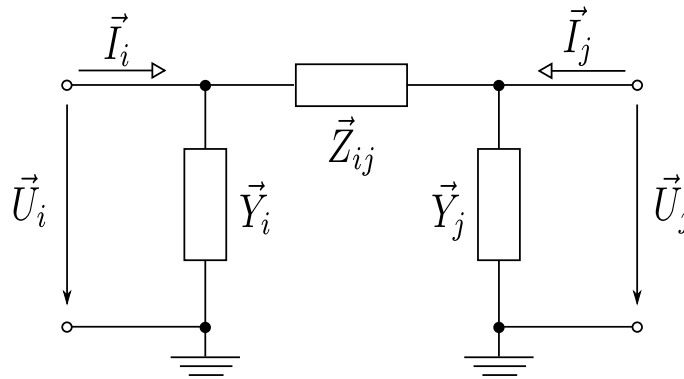
$$\begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{I}_2 \\ \vdots \\ \vec{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{Y}_{11} & \vec{Y}_{12} & \cdots & \vec{Y}_{1N} \\ \vec{Y}_{21} & \vec{Y}_{22} & \cdots & \vec{Y}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{Y}_{N1} & \vec{Y}_{N2} & \cdots & \vec{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_1 \\ \vec{U}_2 \\ \vdots \\ \vec{U}_N \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

kde  $N$  je počet rozvodn nebo uzlů sítě. Jednotlivé prvky admitanční matice jsou dány modely elektrického vedení a transformátorů (obecně větví), jejichž modely budou uvedeny v následujících kapitolách.

## 4.2 Impedanční (admitanční) model elektrického vedení

Jednou z nejdůležitějších součástí elektrizační soustavy je elektrické vedení. Elektrické vedení je vodič, respektive soustava elektrických vodičů, které vzájemně propojují dvě odlehlá místa elektrizační soustavy a přenáší mezi nimi elektrickou energii.

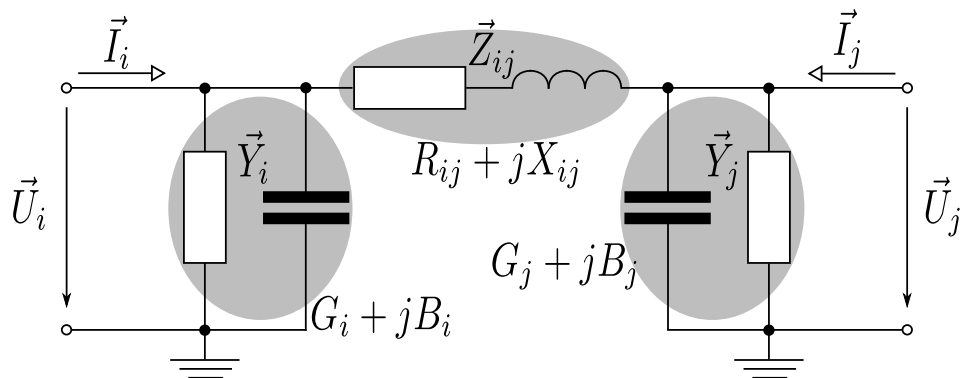
Při vytváření modelu elektrického vedení se pro zjednodušení vychází z předpokladů, že vodič má v celé jeho délce stejné elektrické vlastnosti a že ke ztrátám vlivem svodu a parazitních kapacit dochází pouze na koncích vedení. Na základě uvedených předpokladů je možné vedení modelovat pomocí dvojbranu typu  $\Pi$ -článek, který je znázorněn na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Zjednodušený model vedení - schematické znázornění modelu vedení popsaného pomocí dvojbranu typu  $\Pi$ -článek.

Impedance  $\vec{Z}_{ij}$  v podélné větvi dvojbranu je tvořena reálnou částí v podobě rezistance  $R_{ij}$  a imaginární částí v podobě induktivní reaktance  $X_{ij}$ . Příčné admitance  $\vec{Y}_i$  a  $\vec{Y}_j$  jsou tvořeny reálnými částmi v podobě svodu  $G_i$ , respektive  $G_j$  a imaginárními částmi v podobě kapacitních susceptancí  $B_i$ , respektive  $B_j$ . To znázorňuje schéma na obrázku 4.5.

Vztah mezi injektovanými proudy, admitancemi a uzlovými napětími na obou



Obrázek 4.5: Model vedení - schematické znázornění modelu vedení popsaného pomocí dvojbranu typu  $\Pi$ -článek.

koncích vedení je při použití modelu typu  $\Pi$ -článek popsán rovnicí 4.3.

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_i \\ \vec{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{Y}_i \cdot \vec{Z}_{ij} + 1}{\vec{Z}_{ij}} & -\frac{1}{\vec{Z}_{ij}} \\ -\frac{1}{\vec{Z}_{ij}} & \frac{\vec{Y}_j \cdot \vec{Z}_{ij} + 1}{\vec{Z}_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_i \\ \vec{U}_j \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Pro specifikaci modelu konkrétního elektrického vedení se uvádí hodnoty následujících parametrů elektrického vedení:

- $R$  - rezistance [ $\Omega$ ] (odpovídá parametru  $R_{ij}$ );
- $X$  - reaktance [ $\Omega$ ] (odpovídá parametru  $X_{ij}$ );
- $G$  - svod [S] (odpovídá parametru  $G_{ij}$ );
- $B$  - susceptance [S] (odpovídá parametru  $B_{ij}$ ).

Hodnoty parametrů modelu vedení se pak na základě uváděných parametrů vypočítají podle vztahů 4.4 až 4.6.

$$\vec{Z}_{ij} = R + jX \quad (4.4)$$

$$\vec{Y}_{ij} = G + jB \quad (4.5)$$

$$\vec{Y}_i = \vec{Y}_j = \frac{\vec{Y}_{ij}}{2}. \quad (4.6)$$

Maticový zápis 4.3 je poté možno přepsat do tvaru:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_i \\ \vec{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{Y}_{ij} \cdot \vec{Z}_{ij} + 2}{2\vec{Z}_{ij}} & -\frac{1}{\vec{Z}_{ij}} \\ -\frac{1}{\vec{Z}_{ij}} & \frac{\vec{Y}_{ij} \cdot \vec{Z}_{ij} + 2}{2\vec{Z}_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_i \\ \vec{U}_j \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

### 4.3 Impedanční (admitanční) model transformátoru

Dalším významným prvkem elektrizační soustavy je transformátor. Transformátor je elektrický netočivý stroj, skládající se z vinutí (obvykle jedno primární a jedno sekundární vinutí) a magnetického obvodu. Díky vzájemné elektromagnetické indukci přenáší transformátor elektrickou energii z jednoho vinutí skrze magnetický obvod do vinutí druhého.

Hlavním úkolem transformátoru je převádět napětí z jedné úrovně na úroveň jinou při zachování zdánlivého výkonu  $\vec{S}$ , který je dán rovnicí

$$\vec{S} = \vec{U} \cdot \vec{I}^*, \quad (4.8)$$

kde  $\vec{U}$  je fázor napětí,  $\vec{I}$  fázor proudu a \* operátor komplexně sdruženého čísla. Je tedy zřejmé, že zvýšením napětí lze při zachování zdánlivého výkonu docílit zmenšení proudu a naopak.

Napětí je dle Ohmova zákona dáno vztahem

$$\vec{U}_Z = \vec{Z} \cdot \vec{I}_Z, \quad (4.9)$$

kde  $\vec{U}_Z$  je fázor napětí na zátěži,  $\vec{Z}$  impedance zátěže a  $\vec{I}_Z$  fázor proudu protékajícího zátěží. Protože ztráty na vedení jsou také výkon (ale ztrátový), je možné pro výpočet ztrát na vedení využít rovnici

$$\vec{S}_Z = \vec{U}_Z \cdot \vec{I}_Z^*, \quad (4.10)$$

do níž se za fázor napětí  $\vec{U}_Z$  dosadí ze vztahu (4.9) a tím vznikne vztah

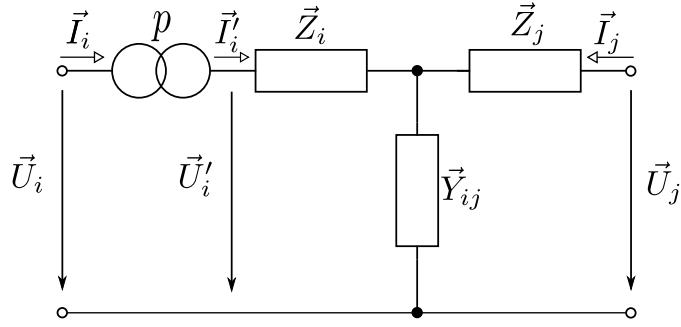
$$\vec{S}_Z = \vec{Z} \cdot \vec{I}_Z \cdot \vec{I}_Z^*, \quad (4.11)$$

kde  $\vec{S}_Z$  je opět zdánlivý výkon (v tomto konkrétním případě ztrátový zdánlivý výkon na vedení),  $\vec{Z}$  impedance zátěže (vedení) a  $\vec{I}_Z$  fázor proudu protékajícího zátěží (vedením).

Díky transformaci napětí na vyšší úroveň je tedy možné přenášet elektrickou energii s menšími ztrátami způsobenými průchodem elektrického proudu vedením s nenulovou impedancí (nejvýznamnější složka ztrát). To je hlavním důvodem používání transformátorů v elektrizační soustavě.

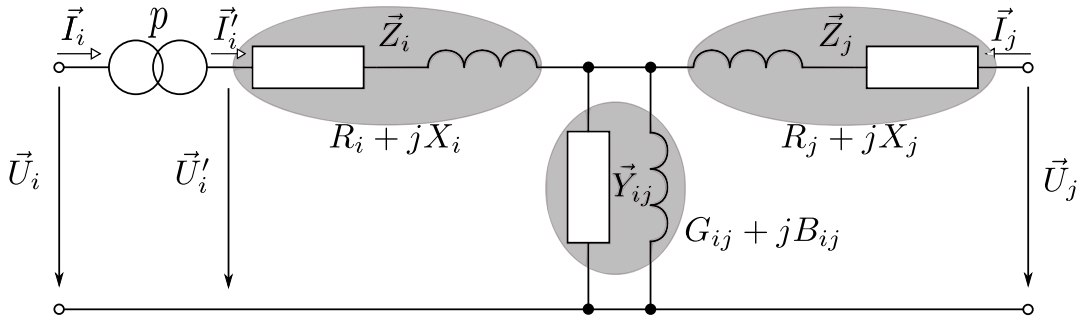
Elektrické schéma modelu transformátoru je znázorněno na obrázku 4.6 a skládá se ze dvou částí:

1. Ideální transformátor - je to transformátor, který převádí napětí z jedné úrovně na úroveň jinou a zachovává při tom zdánlivý výkon. Nemá tudíž žádné parazitní vlastnosti a jeho jediným parametrem je převodní poměr  $p$ ;
2. model parazitních vlastností transformátoru - popisuje parazitní vlastnosti transformátoru, které způsobují ztráty dvojího druhu:
  - (a) Ztráty naprázdno - ztráty magnetického obvodu transformátoru.
  - (b) Ztráty nakrátko (Jouleovy ztráty) - ztráty ve vinutí způsobené především činným odporem vinutí.



Obrázek 4.6: Zjednodušený model transformátoru - schematické znázornění modelu transformátoru popsaného pomocí dvojbranu typu  $T$ -článek.

Podélné impedance  $\vec{Z}_i$  a  $\vec{Z}_j$  jsou tvořeny reálnými částmi v podobě rezistance  $R_i$ , respektive  $R_j$  a induktivními reaktancemi  $X_i$ , respektive  $X_j$ . Příčná admitance  $\vec{Y}_{ij}$  je tvořena reálnou částí v podobě svodu  $G_{ij}$  a imaginární částí v podobě susceptance  $B_{ij}$ , která má stejně jako reaktance induktivní charakter. To je vidět ze schématu 4.7.



Obrázek 4.7: Model transformátoru - schematické znázornění modelu transformátoru popsaného pomocí dvojbranu typu  $T$ -článek.

Vztah mezi injektovanými proudy, admitancemi a uzlovými napětími na primárním a sekundárním vinutí transformátoru je při použití modelu typu  $T$ -článek popsán rovnicí 4.12.

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_i \\ \vec{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 + \vec{Z}_j \vec{Y}_{ij}}{p^2 (\vec{Z}_i + \vec{Z}_j + \vec{Z}_i \vec{Z}_j \vec{Y}_{ij})} & -\frac{1}{p (\vec{Z}_i + \vec{Z}_j + \vec{Z}_i \vec{Z}_j \vec{Y}_{ij})} \\ -\frac{1}{p (\vec{Z}_i + \vec{Z}_j + \vec{Z}_i \vec{Z}_j \vec{Y}_{ij})} & \frac{1 + \vec{Z}_i \vec{Y}_{ij}}{\vec{Z}_i + \vec{Z}_j + \vec{Z}_i \vec{Z}_j \vec{Y}_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_i \\ \vec{U}_j \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Pro specifikaci modelu konkrétního transformátoru se uvádí hodnoty následujících parametrů transformátoru:

- $U_p$  - napětí primárního vinutí [V] (odpovídá  $|U_i|$ );
- $U_s$  - napětí sekundárního vinutí [V] (odpovídá  $|U_j|$ );

- $u_k$  - napětí nakrátko [%];
- $\Delta P_k$  - ztráty nakrátko [W];
- $i_0$  - proud naprázdno [%];
- $\Delta P_0$  - ztráty naprázdno [W];
- $S_n$  - jmenovitý zdánlivý výkon [VA].

Hodnoty parametrů modelu transformátoru se pak z uváděných hodnot vypočítají podle vztahů 4.13 až 4.19.

$$R_{ij} = \Delta P_k \left( \frac{U_s}{S_n} \right)^2 \quad (4.13)$$

$$X_{ij} = \frac{U_s^2}{S_n} \cdot \sqrt{\left( \frac{u_k}{100} \right)^2 - \left( \frac{\Delta P_k}{S_n} \right)^2} \quad (4.14)$$

$$Z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij} \quad (4.15)$$

$$Z_i = Z_j = \frac{Z_{ij}}{2} \quad (4.16)$$

$$G_{ij} = \frac{\Delta P_0}{U_s^2} \quad (4.17)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{U_s^2} \cdot \sqrt{\left( \frac{i_0}{100} S_n \right)^2 - \Delta P_0^2} \quad (4.18)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}. \quad (4.19)$$

Rovnici 4.12 je poté možno přepsat do tvaru:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_i \\ \vec{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4+2\vec{Z}_{ij}\vec{Y}_{ij}}{p^2(4\vec{Z}_{ij}+\vec{Z}_{ij}^2\vec{Y}_{ij})} & -\frac{4}{p(4\vec{Z}_{ij}+\vec{Z}_{ij}^2\vec{Y}_{ij})} \\ -\frac{4}{p(4\vec{Z}_{ij}+\vec{Z}_{ij}^2\vec{Y}_{ij})} & \frac{4+2\vec{Z}_{ij}\vec{Y}_{ij}}{4\vec{Z}_{ij}+\vec{Z}_{ij}^2\vec{Y}_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_i \\ \vec{U}_j \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

## 4.4 Impedanční (admitanční) model větve

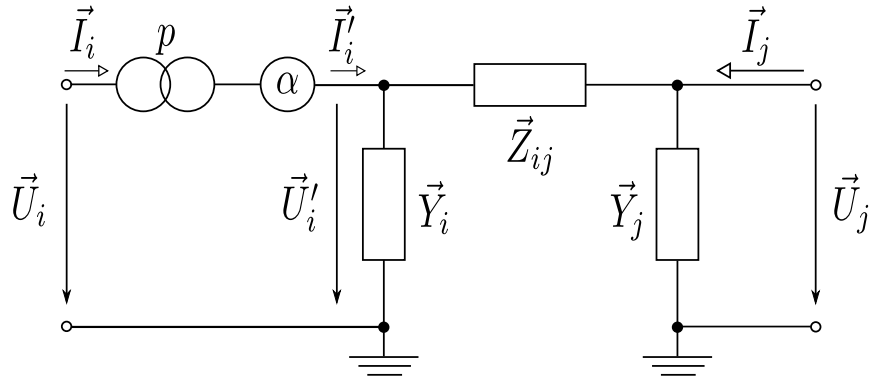
Pro rozdílné prvky systému (vedení a transformátor) lze namísto dvou odlišných modelů použít jednu univerzální formu reprezentace (jeden model). Takzvaný model větve je zobecněný model, který umožňuje modelovat jak vedení, tak i transformátor a navíc umožňuje modelovat transformátor fáze PST (*Phase-Shifting Transformer*). Model, znázorněný ve zjednodušené podobě na obrázku 4.8, je tvořen třemi komponentami:

1. Ideální transformátor;
2. ideální transformátor fáze;

### 3. II-článek

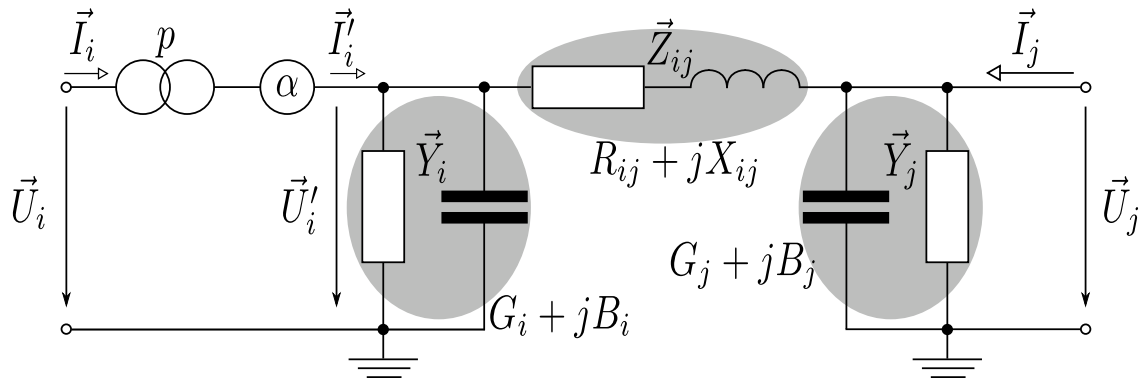
Vztah mezi injektovanými proudy, admitancemi a uzlovými napětími na obou stranách prvku systému je při použití modelu typu II-článek popsán vztahem 4.21.

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_i \\ \vec{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{Y}_i \cdot \vec{Z}_{ij} + 1}{\vec{Z}_{ij} p^2 e^{j2\alpha}} & -\frac{1}{\vec{Z}_{ij} p e^{j\alpha}} \\ -\frac{1}{\vec{Z}_{ij} p e^{j\alpha}} & \frac{\vec{Y}_j \cdot \vec{Z}_{ij} + 1}{\vec{Z}_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_i \\ \vec{U}_j \end{bmatrix} \quad (4.21)$$



Obrázek 4.8: Zjednodušený model větve - schematické znázornění modelu větve popsaného pomocí ideálního transformátoru, ideálního transformátoru fáze a dvojbranu typu II-článek.

Impedance  $\vec{Z}_{ij}$  v podélné větvi dvojbranu je tvořena reálnou částí v podobě rezistance  $R_{ij}$  a imaginární částí v podobě induktivní reaktance  $X_{ij}$ . Příčné admitance  $\vec{Y}_i$  a  $\vec{Y}_j$  jsou tvořeny reálnými částmi v podobě svodu  $G_i$ , respektive  $G_j$  a imaginárními částmi v podobě kapacitních susceptancí  $B_i$ , respektive  $B_j$ . To znázorňuje schéma na obrázku 4.9.



Obrázek 4.9: Model větve - schematické znázornění modelu větve popsané pomocí ideálního transformátoru, ideálního transformátoru fáze a dvojbranu typu II-článek.

Pro specifikaci modelu konkrétního prvku systému se uvádí hodnoty následujících parametrů modelu větve:



- $p$  - převod [-];
- $\alpha$  - fázový posuv [°];
- $R$  - rezistance [ $\Omega$ ] (odpovídá parametru  $R_{ij}$ );
- $X$  - reaktance [ $\Omega$ ] (odpovídá parametru  $X_{ij}$ );
- $G$  - svod [S] (odpovídá parametru  $G_{ij}$ );
- $B$  - susceptance [S] (odpovídá parametru  $B_{ij}$ ).

Hodnoty parametrů modelu větve se, stejně jako tomu bylo u modelu vedení, vypočítají z uváděných parametrů podle vztahů 4.4 až 4.6. Maticový zápis 4.21 je možné přepsat do tvaru:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_i \\ \vec{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{Y}_{ij} \cdot \vec{Z}_{ij} + 2}{2\vec{Z}_{ij} p^2 e^{j2\alpha}} & -\frac{1}{\vec{Z}_{ij} p e^{j\alpha}} \\ -\frac{1}{\vec{Z}_{ij} p e^{j\alpha}} & \frac{\vec{Y}_{ij} \cdot \vec{Z}_{ij} + 2}{2\vec{Z}_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_i \\ \vec{U}_j \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Pokud se popisuje pomocí modelu větve klasický transformátor, nastaví se hodnota fázového posuvu transformátoru fáze na  $0^\circ$  a hodnoty parametrů  $\Pi$ -článku se nastaví tak, aby reprezentovaly ztráty transformátoru. V případě modelování transformátoru fáze se nastaví hodnota převodu transformátoru na 1 a hodnoty  $\Pi$ -článku představují ztráty transformátoru fáze. Pokud se modeluje vedení, nastaví se hodnota převodu transformátoru na 1, hodnota fázového posuvu transformátoru fáze na  $0^\circ$  a  $\Pi$ -článek představuje již známé parametry vedení.

Velkou výhodou tohoto přístupu je jednotná forma struktury obsahující parametry jednotlivých síťových komponent a možnost pracovat stejným způsobem s komponentami různého druhu. Jinými slovy řečeno - při výpočtech nezáleží na druhu síťového prvku, se kterým se právě pracuje, protože model má vždy stejné parametry a liší se pouze hodnoty jednotlivých parametrů.

Nevýhodou je ale vyšší paměťová náročnost, která je způsobena tím, že se u každého prvku musí uchovávat i hodnoty parametrů, které u konkrétního prvku nejsou potřeba.

## 4.5 Jednofázová reprezentace třífázové soustavy

Elektrizační soustava je tvořena třemi fázemi, obvykle značenými  $L1$  až  $L3$ . Fázory napětí  $\vec{U}_1$  až  $\vec{U}_3$ , představující napětí jednotlivých fází, jsou oproti sobě pootočený o  $120^\circ$  a vytváří tak třífázovou elektrickou soustavu. V případě, že je soustava rovnoměrně zatížena, platí následující rovnosti:

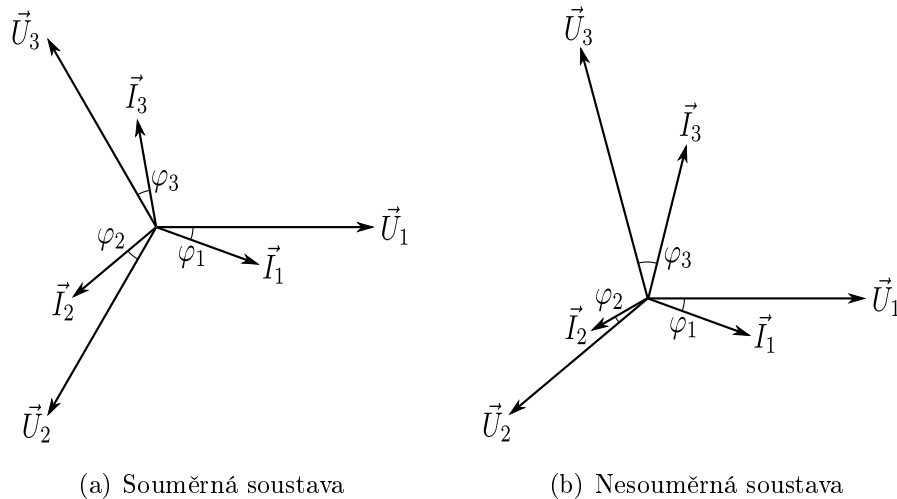
$$\begin{aligned} |\vec{U}_1| &= |\vec{U}_2| = |\vec{U}_3| \\ |\vec{I}_1| &= |\vec{I}_2| = |\vec{I}_3| \\ \varphi_{U_1} - \varphi_{U_2} &= \varphi_{U_2} - \varphi_{U_3} = \varphi_{U_3} - \varphi_{U_1} \\ \varphi_{I_1} - \varphi_{I_2} &= \varphi_{I_2} - \varphi_{I_3} = \varphi_{I_3} - \varphi_{I_1} \\ \varphi_1 &= \varphi_2 = \varphi_3 \end{aligned}$$

a soustava je pak nazývána soustavou souměrnou. Příklad takovéto soustavy graficky znázorňuje obrázek 4.10(a). V takovémto případě je možné pro reprezentaci soustavy použít pouze jednu libovolnou fázi, protože zbývající dvě fáze jsou pouze pootočené a lze je získat triviálním dopočtem.

Není-li ovšem některá z výše uvedených rovností splněna, jak tomu obvykle v reálných podmínkách při provozu elektrizační soustavy bývá, soustava je nazývána soustavou nesouměrnou. Příklad nesouměrné soustavy graficky znázorňuje obrázek 4.10(b). Zde již dopočet dvou zbylých fází na základě znalosti jedné není možný, a proto je pro korektní popis soustavy nutné použít všechny tři fáze.

Při modelování elektrizační soustavy se ale běžně využívá pouze jedna fáze, čímž vznikne jednofázový model elektrizační soustavy. Aby toto bylo možné, předpokládá se, že je soustava souměrná a případné rozvážení je zanedbatelné. Tohoto zjednodušení, přestože není zcela správné a rozvážení soustavy může být v některých případech značné, se používá především z těchto důvodů:

- Jednodušší model - sníží se tím požadavky na potřebnou paměť při reprezentaci modelu v počítači;
- nižší algoritmická náročnost - veškeré výpočetní algoritmy se zjednoduší, a tím se zkrátí čas potřebný pro provedení všech výpočtů;
- dostupnost měření - převážná většina měření je hlavně kvůli ekonomickému aspektu věci prováděna pouze na jedné fázi, a tudíž jsou měřené hodnoty dostupné pouze pro jednu fázi.



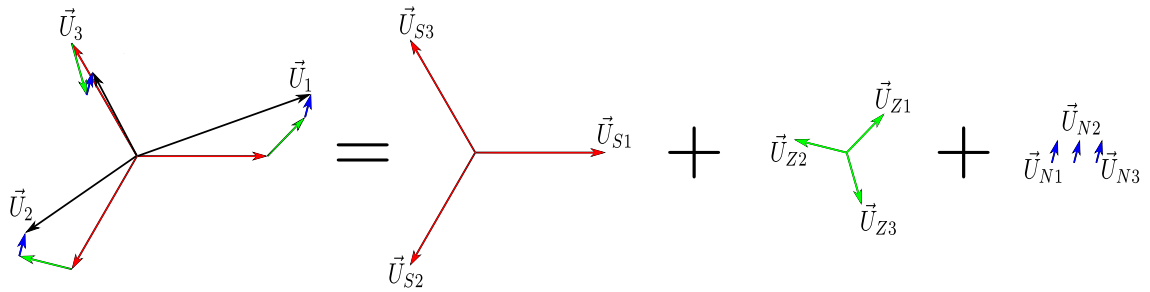
Obrázek 4.10: Grafické znázornění třech fází soustavy souměrné a nesouměrné.

Jsou-li pro elektrizační soustavu dostupná pouze data měřená na jedné fázi, nevzniká žádná potíž. Otázkou ale zůstává, jaké měřené hodnoty použít jsou-li dostupná data měřena na všech třech fázích. Jedním možným řešením je použít pouze hodnoty naměřené na jedné libovolně zvolené fázi. Dojde-li ovšem k nerovnoměrnému zatížení soustavy, jehož důsledkem bude soustava značně nesouměrná, nebude

zvolená fáze dostatečně reprezentativní, a z tohoto důvodu je vhodnější zvolit jiný způsob. Za tímto účelem byla odvozena metoda rozkladu nesouměrné soustavy na tři soustavy souměrné [29]:

1. Soustava sousledná - soustava třech fázorů se stejnou amplitudou, vzájemně pootočených o  $120^\circ$  ve směru otáčení soustavy;
2. soustava zpětná - soustava třech fázorů se stejnou amplitudou, vzájemně pootočených o  $120^\circ$  proti směru otáčení soustavy;
3. soustava netočivá - soustava třech rovnoběžných fázorů se stejnou amplitudou.

Rozklad nesouměrné soustavy do třech soustav souměrných graficky znázorňuje obrázek 4.11. Tento rozklad je možné vyjádřit matematicky vztahy 4.23.



Obrázek 4.11: Rozklad nesouměrné soustavy ( $\vec{U}$ ) na tři soustavy souměrné: Soustavu souslednou ( $\vec{U}_S$ ), zpětnou ( $\vec{U}_Z$ ) a netočivou ( $\vec{U}_N$ ).

$$\begin{aligned}\vec{U}_1 &= \vec{U}_{S1} + \vec{U}_{Z1} + \vec{U}_{N1} \\ \vec{U}_2 &= \vec{U}_{S2} + \vec{U}_{Z2} + \vec{U}_{N2} \\ \vec{U}_3 &= \vec{U}_{S3} + \vec{U}_{Z3} + \vec{U}_{N3}\end{aligned}\quad (4.23)$$

Zavedením operátoru natočení fázoru  $a$ :

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\quad (4.24)$$

lze rovnice 4.23 zapsat v tomto maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} \vec{U}_1 \\ \vec{U}_2 \\ \vec{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{U}_S \\ \vec{U}_Z \\ \vec{U}_N \end{bmatrix},\quad (4.25)$$

nebo ve tvaru

$$\vec{U} = F \cdot \vec{U}_{SZN},\quad (4.26)$$

kde

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Pro reprezentaci třífázové soustavy se volí soustava sousledná, která představuje jakýsi průměr všech třech fázorů soustavy nesouměrné. Jelikož je soustava sousledná souměrná, stačí pro její reprezentaci jedna fáze. Fázor soustavy sousledné tvoří první složku matice  $\vec{U}_{SZN}$ , která se vypočítá podle následujícího vztahu:

$$\vec{U}_{SZN} = F^{-1} \cdot \vec{U}. \quad (4.28)$$

Tentýž postup se uplatňuje i pro fázory proudu.

# Kapitola 5

## Estimace stavu elektrizační soustavy

Kontingenční analýza soustavy, výpočet optimálního rozložení výkonových toků OPF (*Optimal Power Flow*), rekonfigurace sítě (redispečink) a další funkcionality, které nabízí dispečerský systém, vychází při svých výpočtech z dat a modelu odpovídajících konkrétnímu časovému okamžiku. Proto, aby zmíněné funkcionality poskytovaly korektní výsledky, musí být použita data a model konzistentní. Proto se používá estimace stavu, která pro konkrétní časový okamžik vypočítá stav systému na jehož základě lze dopočítat veškeré elektrické veličiny v síti. To znamená, že po provedení estimace stavu a všech následujících dopočtů jsou navazujícím aplikacím k dispozici data a model, které jsou konzistentní.

Estimace nebo také odhad stavu elektrizační soustavy je v energetice dnes již běžně používaná technika, pomocí které se odhaduje stav elektrizační soustavy. Tento odhadnutý stav pak pro daný časový okamžik poskytuje v nějakém smyslu nejlepší obraz soustavy. Pro odhad se používají takové metody, které minimalizují rozdíly mezi měřenými a odhadovanými veličinami, a to takovým způsobem, aby byly zároveň dodrženy fyzikální zákony, jako jsou Ohmův zákon, oba Kirchhoffovy zákony a další, což u měřených dat nemusí být a také ve většině případů není splněno.

Za stav systému  $x$  se v estimaci standardně volí vektor fázorů napětí v jednotlivých rozvodnách. Protože je jedna z rozvodn (pro názornost zde předpokládejme, že to bude první rozvodna) považována za rozvodnu referenční, kde je fázový úhel nastavený na libovolnou hodnotu, obvykle se volí 0, tudíž  $\varphi_1 = 0$ , stavový vektor obsahuje  $2N - 1$  prvků a v polárních souřadnicích má následující tvar:

$$x = [U_1, U_2, \dots, U_n, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n]^T. \quad (5.1)$$

$U_i$  je amplituda a  $\varphi_i$  fázový úhel napětí v  $i$ -tém uzlu.  $n$  je celkový počet uzlů v estimované síti. Tabulka 5.1 ještě uvádí seznam měření, která jsou v klasické estimaci využívána jako standardní vstupní data estimačního algoritmu.

Na estimaci stavu jako takovou, je možné se dívat dvěma odlišnými způsoby:

1. Statická estimace - tento pohled na estimaci uvažuje pouze aktuální časový řez a stav určuje pouze na základě naměřených hodnot z tohoto okamžiku;

Tabulka 5.1: Tabulka standardně používaných veličin při estimaci.

Označení	Název
$P_{ij}$	činný výkon ve větvi mezi uzly $i$ a $j$
$Q_{ij}$	jalový výkon ve větvi mezi uzly $i$ a $j$
$P_i$	činný injektovaný výkon v uzlu $i$
$Q_i$	jalový injektovaný výkon v uzlu $i$
$U_i$	napětí v uzlu $i$

2. dynamická estimace - tento způsob estimace umožňuje brát v úvahu jak informace o aktuálních měřeních, tak i informace o hodnotách naměřených v minulosti a informace o dynamice systému.

V současné době je po celém světě nejrozšířenějším způsobem estimace stavu elektrizační soustavy estimace statická.

## 5.1 Statická estimace stavu elektrizační soustavy

Všechny metody statické estimace jsou založeny na řešení přeúčtené soustavy rovnic. Globální redundance dat je tedy nezbytnou, nikoli však postačující podmínkou statické estimace stavu. Zmíněnou podmínku vyjadřuje následující nerovnice:

$$\frac{\text{počet měření}}{\text{počet stavových proměnných}} > 1. \quad (5.2)$$

Je možné tvrdit, že čím větší je počet dostupných měření, tím je možné získat lepší odhad stavu. Naopak nutnou, ale zároveň i postačující podmínkou estimovatelnosti sítě je, aby síť byla zcela pozorovatelná.

Jelikož statická metoda nebere v úvahu dynamiku systému a odhad provádí pouze na základě měřených dat z jednoho časového řezu, není třeba modelovat dynamiku systému a pro úlohu postačí pouze popis modelu měření. Model měření popisuje tato rovnice:

$$z = h(x) + e, \quad (5.3)$$

kde  $z$  je vektor měření,  $h(x)$  nelineární funkce stavu  $x$  a  $e$  je chyba estimace neboli takzvané reziduum. Maticově se model měření zapisuje v této podobě:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Z rovnice 5.3 lze vyjádřit chybu estimace jako:

$$e = z - h(x). \quad (5.5)$$

Přestože chyby estimace zahrnují veškeré chyby, mezi které patří například chyba měřicího přístroje, chyba synchronizace, chyba modelu sítě, atd., pro zjednodušení

úlohy se předpokládá, že tyto chyby mají Gaussovské rozložení pravděpodobnosti a platí pro ně následující:

- Střední hodnota chyb je nulová,  $E(e_i) = 0$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;
- chyby jsou vzájemně nezávislé,  $E[e_i e_j] = 0$  a tudíž kovarianční matice je maticí diagonální  $cov(e) = E[ee^T] = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$

$$cov(e) = R. \quad (5.6)$$

Účelem estimace je nalézt takový vektor stavu  $x$ , pro který nabývá zvolená kritériální funkce, zohledňující chybu estimace, hodnotu globálního minima. Nejpoužívanější a tudíž v literatuře nejvíce zmiňovanou metodou statické estimace stavu elektrizační soustavy, která toto provádí, je metoda založená na principu vážených nejmenších čtverců WLS (*Weighted Least Squares*).

### 5.1.1 Metoda vážených nejmenších čtverců

Nalézt stavový vektor, pro který je vektor chyb estimace minimální, znamená nalézt minimum kritériální funkce  $J(x)$ , která je v metodě vážených nejmenších čtverců zavedena v tomto tvaru:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)], \quad (5.7)$$

kde  $z$  je vektor měření,  $h(x)$  vektor nelineárních funkcí stavu  $x$  a  $R$  je kovarianční matice chyb estimace  $e$  (5.6). Matice  $R^{-1}$  je nazývána maticí váhovou.

Z nutné podmínky existence extrému vyplývá, že minimum kritériální funkce  $J(x)$  se nachází v takovém bodě, kde je gradient kritériální funkce roven 0. Tedy

$$\begin{aligned} g(x) &= \text{grad}(J(x)) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = \\ &= [-z^T + h^T(x)] R^{-1} H(x) = \\ &= -H^T(x) R^{-1} [z - h(x)] = 0, \end{aligned} \quad (5.8)$$

kde

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}. \quad (5.9)$$

$H(x)$  je takzvaná Jacobiho matice.

Protože  $g(x)$  je funkce nelineární, provádí se aproximace Taylorovým polynomem prvního stupně. To znamená, že se nelineární funkce  $g(x)$  rozloží v Taylorovu řadu

$$g(x_{k+1}) = g(x_k) + G(x_k)(x_{k+1} - x_k) + \dots, \quad (5.10)$$

kde

$$G(x_k) = \frac{\partial g(x_k)}{\partial x_k} = H^T(x_k) R^{-1} H(x_k) \quad (5.11)$$

a Taylorovy členy druhého a vyšších řádů se zanedbají. Výsledný tvar se položí rovný 0:

$$g(x_{k+1}) \approx g(x_k) + G(x_k)(x_{k+1} - x_k) = 0. \quad (5.12)$$

Matice  $G(x)$  se nazývá matice zesílení. Úpravou 5.12 vznikne rovnice

$$x_{k+1} = x_k - [G(x_k)]^{-1} g(x_k), \quad (5.13)$$

kde  $k$  je index iterace a  $x_k$  odhad stavu  $x$  v  $k$ -tém iteračním kroku. Řešení této rovnice se získá například použitím Newton-Raphsonovy iterační metody.

Matice  $G(x)$  je řídká, symetrická a v případě úplné pozorovatelnosti sítě pozitivně definitní. Protože je řídká, je neefektivní používat pro řešení soustavy inverzní matici, která by byla plná. Proto je rovnice (5.13) upravena do následujícího tvaru:

$$G(x_k)\Delta x_k = H^T(x_k)R^{-1}[z - h(x_k)], \quad (5.14)$$

kde  $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ . Právě proto, že je matice  $G(x)$  řídká, je vhodné k jejímu rozkladu použít Choleského dekompozici. Ta tuto matici rozloží na dolní trojúhelníkovou matici  $L$  a horní trojúhelníkovou matici  $L^T$ :

$$G = LL^T. \quad (5.15)$$

Dosazením 5.15 do 5.14 vznikne výsledný iterační vztah:

$$LL^T\Delta x_k = H^T(x_k)R^{-1}[z - h(x_k)]. \quad (5.16)$$

Díky výhodným formám trojúhelníkových matic  $L$  a  $L^T$  je možné využít dopředné substituce 5.17 a získat tak z rovnice 5.18 řešení pro  $u$ .

$$L^T\Delta x_k = u \quad (5.17)$$

$$Lu = H^T(x_k)R^{-1}[z - h(x_k)]. \quad (5.18)$$

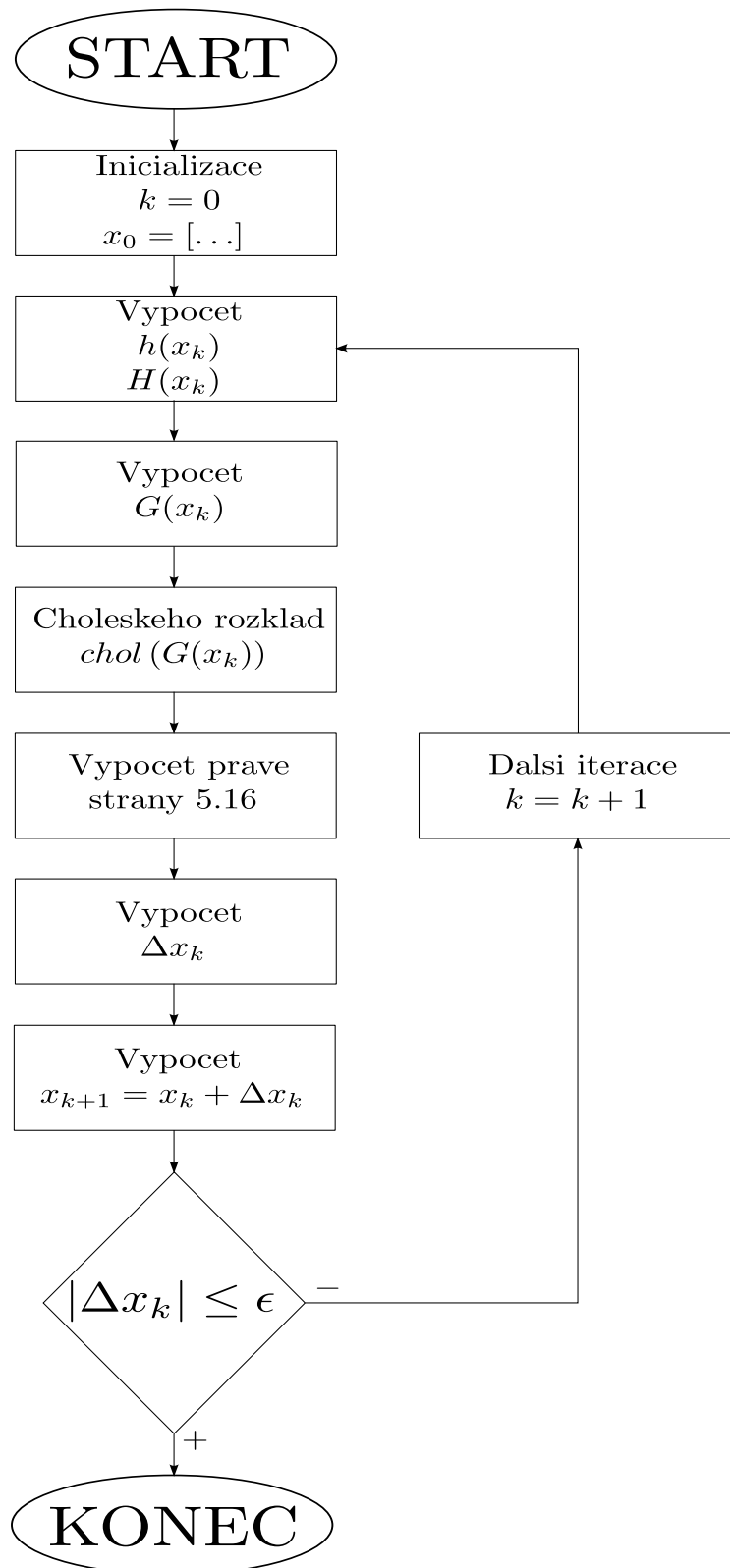
Poté již jednoduchou zpětnou substitucí získat z 5.17 řešení  $\Delta x_k$ .

## 5.1.2 Algoritmus metody vážených nejmenších čtverců

Algoritmus metody vážených nejmenších čtverců je popsán ve [3], graficky jej znázorňuje vývojový diagram na obrázku 5.1 a slovně je shrnut v následujících deseti krocích:

1. Spuštění výpočetního algoritmu;
2. počáteční inicializace - nastavení indexu iterace  $k = 0$  a inicializace stavového vektoru  $x_0$  (volí se nominální hodnota amplitudy napětí pro amplitudy a 0 pro fáze);
3. výpočet vektoru nelineárních funkcí měření  $h(x_k)$  a Jacobiho matice  $H(x_k)$  ;
4. výpočet matice zesílení  $G(x_k)$ ;





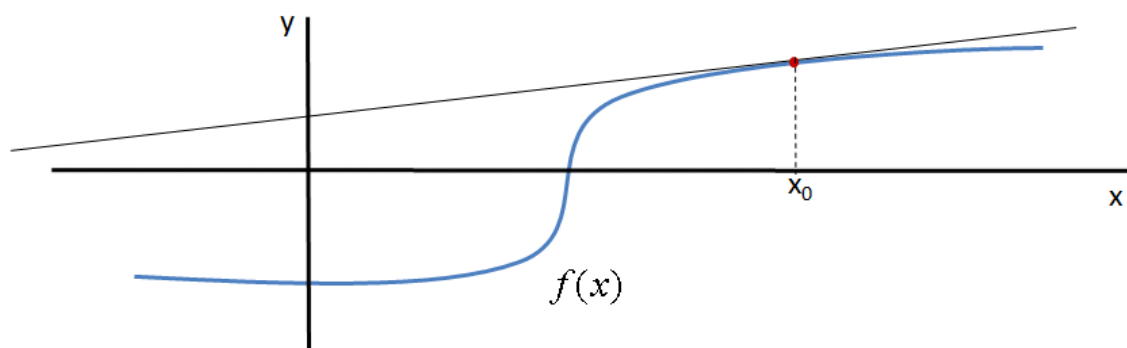
Obrázek 5.1: Grafické znázornění algoritmu metody vážených nejmenších čtverců pomocí vývojového diagramu.

5. Choleského rozklad matice zesílení  $G(x_k)$ ;
6. výpočet pravé strany rovnice 5.16;
7. provedení dopředné a zpětné substituce pro vyřešení  $\Delta x_k$ ;
8. aktualizace stavu  $x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$ ;
9. test ukončení iteračního procesu,  $\max |\Delta x_k| \leq \epsilon$ ;
10. pokud test neprošel,  $k = k + 1$  a návrat na krok 3; pokud ano, výpočet končí.

### 5.1.3 Úskalí Newtonovy metody

Metoda tečen, jak je také Newtonova metoda nazývána, se vyznačuje tím, že rychlost její konvergence (v případě, že konverguje) bývá obvykle vysoká, ale konvergence není zaručena. K potížím spojeným s konvergencí této metody dochází v případech, kdy se počáteční aproximace  $x_0$  nenachází v dostatečně malém okolí kořene nelineární funkce  $f(x)$ .

Pro ilustraci konvergenčního problému je na obrázku 5.2 znázorněn příklad nelineární funkce  $f(x)$  a pro metodu tečen nevhodně zvolená počáteční aproximace  $x_0$ . Z obrázku je vidět, že následující aproximace  $x_1$ , nacházející se v bodě, kde osu  $x$  protíná tečna funkce  $f(x)$ , sestrojena v počáteční aproximaci  $x_0$ , se namísto přibližování ke kořenu rovnice od kořene naopak vzdaluje.



Obrázek 5.2: Příklad nelineární funkce  $f(x)$ , znázorňující možný problém s konvergencí zpřesňující iterační metody tečen při nevhodné volbě počáteční aproximace  $x_0$ .

Statická estimace stavu, využívající pro výpočet odhadu stavu metodu vážených nejmenších čtverců - jak již bylo podrobně vysvětleno v 5.1.1, hledá takový stavový vektor  $X$ , pro který nelineární kritériální funkce  $J(x)$  nabývá svého minima. Úloha se řeší pomocí linearizace nelineární funkce a takovýto způsob řešení problému nelineárních nejmenších čtverců (respektive vážených nejmenších čtverců) je nazýván podle pánů Carla Friedricha Gausse a Isaaca Newtona Gauss - Newtonova metodou. Zmíněná metoda je jedním ze speciálních případů Newtonovy metody, a tudíž

je zřejmé, že pokud se počáteční aproximace vektoru stavu nenachází v blízkém okolí kořene, potom metoda nekonverguje, algoritmus se stává nestabilním, a nedojde tudíž ke korektnímu odhadu stavu.

## 5.2 Dynamická estimace stavu elektrizační soustavy

Dynamická estimace stavu elektrizační soustavy na rozdíl od estimace statické bere v úvahu dynamiku systému - odtud dynamická estimace. Model systému se proto skládá ze dvou částí, kterými jsou model dynamiky systému a model měření. Celý systém je tedy popsán následujícími rovnicemi:

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k \quad (5.19)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k, \quad (5.20)$$

kde  $k$  je index označující diskretní časový okamžik,  $x$  stavový vektor,  $f(x)$  nelineární funkce přechodu stavu a  $w$  je šum dynamiky systému. Ve druhé rovnici představuje  $z$  vektor měření,  $h(x)$  nelineární funkce měření a  $v$  šum měření. Šum dynamiky i šum měření jsou uvažovány jako bílé šумы, to znamená Gaussovské, pro které platí:

$$w \sim N(0, Q) \quad (5.21)$$

$$v \sim N(0, R). \quad (5.22)$$

Protože jak funkce přechodu stavu  $f(x)$ , tak i funkce měření  $h(x)$  jsou obecně funkce nelineární, je potřeba je linearizovat. Linearizace se obvykle provádí kolem pracovního bodu  $\bar{x}$  pomocí aproximace Taylorovým polynomem prvního stupně a to následujícím způsobem. Nelineární funkce se nejprve rozloží v Taylorovy řady:

$$\begin{aligned} f(x_k) &= f(\bar{x}_k) + F_k(x_k - \bar{x}_k) + \dots = \\ &= f(\bar{x}_k) + F_k x_k - F_k \bar{x}_k + \dots = \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} h(x_k) &= h(\bar{x}_k) + H_k(x_k - \bar{x}_k) + \dots = \\ &= h(\bar{x}_k) + H_k x_k - H_k \bar{x}_k + \dots, \end{aligned} \quad (5.24)$$

kde

$$F_k = \frac{\partial f(\bar{x}_k)}{\partial \bar{x}_k} \quad (5.25)$$

$$H_k = \frac{\partial h(\bar{x}_k)}{\partial \bar{x}_k}. \quad (5.26)$$

Poté se zanedbají Taylorovy členy druhého a vyšších řádů, čímž vznikne:

$$\begin{aligned} f(x_k) &\approx f(\bar{x}_k) + F_k x_k - F_k \bar{x}_k = \\ &= \bar{x}_{k+1} + F_k x_k - F_k \bar{x}_k \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$h(x_k) \approx h(\bar{x}_k) + H_k x_k - H_k \bar{x}_k. \quad (5.28)$$

Dosažením nyní již lineárních funkcí  $f(x)$  (5.27) a  $h(x)$  (5.28) do rovnic (5.19) respektive (5.20) vznikne:

$$x_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + F_k x_k - F_k \bar{x}_k + w_k \quad (5.29)$$

$$z_k = h(\bar{x}_k) + H_k x_k - H_k \bar{x}_k + v_k. \quad (5.30)$$

Po zavedení substitucí:

$$G_k = \bar{x}_{k+1} - F_k \bar{x}_k \quad (5.31)$$

$$S_k = h(\bar{x}_k) - H_k \bar{x}_k \quad (5.32)$$

již vzniknou výsledné lineární vztahy popisující dynamiku systému a model měření.

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k + w_k \quad (5.33)$$

$$z_k = H_k x_k + S_k + v_k. \quad (5.34)$$

V literatuře nejvíce zmiňovanými technikami používanými pro dynamickou estimaci stavu elektrizační soustavy jsou metody založené na principu Kalmanova filtru.

### 5.2.1 Rozšířený Kalmanův filtr

Kalmanův filtr je rekurzivní algoritmus, který na základě dat měřených v diskrétních časových okamžicích poskytuje lineární, nestranný odhad neznámého stavu dynamického systému. Hlavní myšlenkou tohoto filtru je minimalizace střední kvadratické chyby neznámého stavu systému.

Protože klasický Kalmanův filtr je navržen pouze pro lineární systémy a elektrizační soustava je systém značně nelineární, používá se k estimaci stavu elektrizační soustavy rozšířený Kalmanův filtr EKF (*Extended Kalman Filter*). Ten se, stejně tak jako klasický Kalmanův filtr, skládá ze dvou částí:

1. Část predikce - v diskrétním časovém okamžiku  $k-1$  je provedena jednokroková predikce stavu  $\tilde{x}_k$  a predikce měření  $\tilde{z}_k$  pro časový okamžik  $k$ ;
2. filtrační část - po obdržení měření  $z_k$  v diskrétním časovém okamžiku  $k$  je korigována predikovaná hodnota stavu  $\tilde{x}_k$ . Tato korigovaná hodnota již představuje odhad stavu  $\hat{x}_k$  v časovém okamžiku  $k$ . Filtrace je prováděna na základě minimalizace definované kriteriální funkce  $J(x)$  (5.37).

Pro výpočet predikce jsou používány nejrůznější metody, mezi které patří například i využití postupů umělé inteligence (fuzzy logika). Nejjednodušší predicí ale je použití předchozího odhadu, což znamená odhadu stavu z minulého časového okamžiku. To je možné použít pouze za předpokladu, že dynamika systému je popsána Wienerovým procesem, čímž je matice  $F$  jednotková a matice  $G$  nulová.

$$\tilde{x}_k = \hat{x}_{k-1} \quad (5.35)$$

$$\tilde{z}_k = h(\tilde{x}_k). \quad (5.36)$$

Jak již bylo zmíněno výše, ve filtrační části Kalmanova filtru je minimalizována kritériální funkce, která je dána vztahem

$$J(x) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] + [x - \tilde{x}]^T M^{-1} [x - \tilde{x}], \quad (5.37)$$

kde

$$M_k = P_{k-1} + Q_{k-1}. \quad (5.38)$$

$M_k$  je kovarianční matice predikce,  $P_{k-1}$  kovarianční matice filtrace a  $Q_{k-1}$  kovarianční matice šumu dynamiky viz (5.21). Požadované minimum kritériální funkce  $J(x)$  (5.37) se nachází v takovém bodě, kde je gradient kritériální funkce rovný 0.

$$\begin{aligned} \text{grad}(J(x))|_{x=\hat{x}} &= \left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} = \\ &= [-z^T + h^T(\hat{x})] R^{-1} H(\hat{x}) + [\hat{x}^T - \tilde{x}^T] M^{-1} = \\ &= H^T(\hat{x}) R^{-1} [z - h(\hat{x})] - M^{-1} (\hat{x} - \tilde{x}) = 0, \end{aligned} \quad (5.39)$$

kde

$$H = \frac{\partial h(x)}{\partial x}. \quad (5.40)$$

Protože je funkce měření  $h(\hat{x})$  nelineární, je nutné ji linearizovat. To se provede opět pomocí aproximace Taylorovým polynomem prvního řádu, tedy rozvojem funkce  $h(\hat{x})$  v řadu Taylorových polynomů

$$\begin{aligned} h(\hat{x}) &= h(\tilde{x}) + H(\tilde{x}) (\hat{x} - \tilde{x}) + \dots = \\ &= h(\tilde{x}) + H(\tilde{x}) \hat{x} - H(\tilde{x}) \tilde{x} + \dots \end{aligned} \quad (5.41)$$

a Taylorovy členy druhého a vyšších řádů se zanedbají:

$$h(\hat{x}) \approx h(\tilde{x}) + H(\tilde{x}) \hat{x} - H(\tilde{x}) \tilde{x}. \quad (5.42)$$

Dosazením linearizované funkce  $h(\hat{x})$  (5.42) do vztahu (5.39) vznikne rovnice

$$H^T(\tilde{x}) R^{-1} [z - h(\tilde{x}) - H(\tilde{x}) \hat{x} + H(\tilde{x}) \tilde{x}] - M^{-1} (\hat{x} - \tilde{x}) = 0. \quad (5.43)$$

Zavedením substituce

$$\Delta x = \hat{x} - \tilde{x} \quad (5.44)$$

je možné rovnici (5.43) přepsat do tvaru

$$H^T(\tilde{x}) R^{-1} [z - h(\tilde{x}) - H(\tilde{x}) \Delta x] - M^{-1} \Delta x = 0 \quad (5.45)$$

a odtud vyjádřit změnu stavu  $\Delta x$

$$\Delta x = [H^T(\tilde{x}) R^{-1} H(\tilde{x}) + M^{-1}]^{-1} H^T(\tilde{x}) R^{-1} [z - h(\tilde{x})]. \quad (5.46)$$

Odhadovaný stav  $\hat{x}$  je na základě substituce (5.44) dán vztahem

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \tilde{x} + \Delta x \\ &= \tilde{x} + [H^T(\tilde{x}) R^{-1} H(\tilde{x}) + M^{-1}]^{-1} H^T(\tilde{x}) R^{-1} [z - h(\tilde{x})]. \end{aligned} \quad (5.47)$$

Zavede se  $K$  jako Kalmanův zisk

$$\begin{aligned} K &= [H^T(\tilde{x})R^{-1}H(\tilde{x}) + M^{-1}]^{-1} H^T(\tilde{x})R^{-1} = \\ &= MH^T [H^T(\tilde{x})MH^T(\tilde{x}) + R]^{-1} \end{aligned} \quad (5.48)$$

a výsledný tvar pro odhad stavu má následující podobu:

$$\hat{x} = \tilde{x} + K [z - h(\tilde{x})]. \quad (5.49)$$

Kovarianční matice filtrace  $P$  je kovarianční maticí chyby stavu, tedy:

$$P = E [ee^T]. \quad (5.50)$$

Chybu odhadnutého stavu je možné určit jako

$$e = \hat{x} - x = \tilde{x} + K [z - h(\tilde{x})] - x, \quad (5.51)$$

$z$  je dáno vztahem

$$z = h(\hat{x}). \quad (5.52)$$

Funkce  $h(\hat{x})$  je opět nelineární. I zde se pro linearizaci použije aproximace Taylorovým polynomem prvního řádu. Dosazením takto linearizované funkce  $h(\hat{x})$  za  $z$  do rovnice (5.51) vznikne

$$\begin{aligned} e &= \tilde{x} + K [h(\tilde{x}) + H(\tilde{x})x - H(\tilde{x})\tilde{x} - h(\tilde{x})] - x = \\ &= \tilde{x} - x - KH(\tilde{x})(\tilde{x} - x). \end{aligned} \quad (5.53)$$

Zavedením substituce

$$e_x = \tilde{x} - x \quad (5.54)$$

vznikne

$$\begin{aligned} e &= e_x - KH(\tilde{x})e_x = \\ &= e_x [I - KH(\tilde{x})]. \end{aligned} \quad (5.55)$$

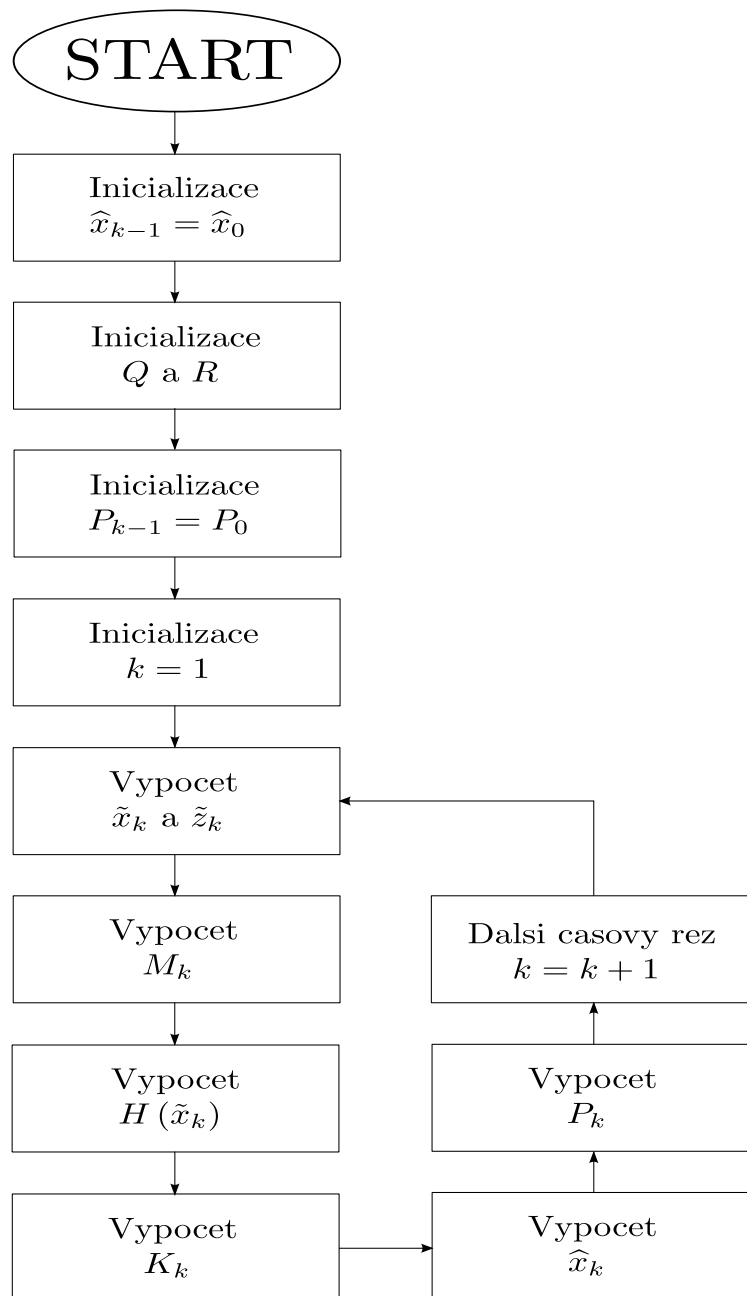
Po dosazení (5.55) do vztahu (5.50) má kovarianční matice filtrace tvar

$$P = E\{[e_x (I - KH(\tilde{x}))][e_x (I - KH(\tilde{x}))]^T\}. \quad (5.56)$$

## 5.2.2 Algoritmus rozšířeného Kalmanova filtru

Algoritmus Kalmanova filtru je graficky znázorněn v podobě vývojového diagramu na obrázku 5.3 a shrnut v následujících bodech:

1. Inicializace stavového vektoru  $\hat{x}_{k-1} = \hat{x}_0$  (volí se nominální hodnota amplitudy napětí pro amplitudy a 0 pro fáze);
2. inicializace kovariančních matic  $Q$  a  $R$  (je třeba předem identifikovat);



Obrázek 5.3: Grafické znázornění algoritmu rozšířeného Kalmanova filtru pomocí vývojového diagramu.

3. inicializace kovarianční matice filtrace  $P_{k-1} = P_0$  (volí se stejně jako  $Q$ , tzn.  $P_0 = Q$ );
4. spuštění rekurzivního výpočtu a nastavení diskretního časového okamžiku na  $k = 1$ ;
5. výpočet odhadu stavu  $\tilde{x}_k$  a odhadu měření  $\tilde{z}_k$ ;
6. výpočet kovarianční matice predikce  $M_k$ ;
7. výpočet Jacobiho matice  $H(\tilde{x}_k)$ ;
8. výpočet Kalmanova zisku  $K_k$ ;
9. výpočet odhadovaného stavu  $\hat{x}_k$ ;
10. výpočet kovarianční matice filtrace  $P_k$ ;
11. nastavení diskretního časového okamžiku na  $k = k + 1$  a skok na krok 5.

### 5.3 Nelineární funkce měření $h(x)$

Vektor nelineárních funkcí měření  $h(x)$  závisí na modelu elektrizační sítě. V tabulce 5.1 jsou uvedena v estimaci standardně používaná měření, pro která je možné zapsat vektor nelineárních funkcí v tomto tvaru

$$h(x) = \begin{bmatrix} I_{ij}(x) \\ P_{ij}(x) \\ Q_{ij}(x) \\ P_i(x) \\ Q_i(x) \\ U_i(x) \end{bmatrix}. \quad (5.57)$$

Zavedeme-li následující substituce:

$$\begin{aligned} Y_R &= \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}, \\ Y_X &= -\frac{X_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}, \\ \theta &= \varphi_i - \varphi_j, \end{aligned} \quad (5.58)$$

potom pro jednotlivé složky vektoru nelineárních funkcí platí následující rovnice:

- Amplituda proudu  $I_{ij}$  ve vedení mezi rozvodnami  $i$  a  $j$ :

$$I_{ij} = \sqrt{AU_i^2 + BU_j^2 - 2U_iU_j(C \cos \theta - D \sin \theta)} \quad (5.59)$$

$$A = Y_R^2 + (Y_X + B_i)^2 \quad (5.60)$$

$$B = Y_R^2 + Y_X^2 \quad (5.61)$$

$$C = Y_R^2 + Y_X(Y_X + B_i) \quad (5.62)$$

$$D = Y_R B_i. \quad (5.63)$$



Zanedbají-li se při výpočtu příčné admitance, rovnice 5.59 přejde do tvaru:

$$I_{ij} = \sqrt{(Y_R^2 + Y_X^2)(U_i^2 + U_j^2 - 2U_iU_j \cos \theta)}. \quad (5.64)$$

- Činný a jalový výkon  $P_{ij}$  a  $Q_{ij}$  na vedení mezi rozvodnami  $i$  a  $j$ :

$$P_{ij} = U_i^2 (Y_R + G_i) - U_iU_j (Y_R \cos \theta + Y_X \sin \theta), \quad (5.65)$$

$$Q_{ij} = -U_i^2 (Y_X + B_i) - U_iU_j (Y_R \sin \theta - Y_X \cos \theta). \quad (5.66)$$

- Činný a jalový injektovaný výkon  $P_i$  a  $Q_i$  v rozvodně  $i$ :

$$P_i = U_i \sum_{j \in N_i} U_j (g_{ij} \cos \theta + b_{ij} \sin \theta), \quad (5.67)$$

$$Q_i = U_i \sum_{j \in N_i} U_j (g_{ij} \sin \theta - b_{ij} \cos \theta). \quad (5.68)$$

$N_i$  jsou všechna vedení připojená v  $i$ -tém uzlu sítě a  $g_{ij} + jb_{ij} = y_{ij}$  je prvek komplexní uzlové admitanční matice.

- Amplituda napětí  $U_i$  v rozvodně  $i$ :

$$U_i = U_{iMER}, \quad (5.69)$$

označení  $MER$  je zde použito pouze z důvodu rozlišení mezi amplitudou napětí z vektoru stavu a amplitudou napětí měřenou.

Pro všechny v této a v navazující kapitole uvedené vztahy platí:

- $U_i$  a  $U_j$  jsou amplitudy napětí v rozvodnách  $i$  a  $j$ ;
- $\varphi_i$  a  $\varphi_j$  jsou fázové úhly napětí v rozvodnách  $i$  a  $j$ ;
- podélná impedance vedení  $Z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$ ;
- příčné admitance vedení

$$Y_i = G_i + jB_i,$$

$$Y_j = G_j + jB_j,$$

$$Y_i = Y_j = \frac{Y_{ij}}{2}.$$

## 5.4 Jacobiho matice $H(x)$ nelineárních funkcí měření $h(x)$

Jacobiho matice  $H(x)$ , která je výsledkem parciálního derivování vektoru nelineárních funkcí měření  $h(x)$  podle vektoru stavu  $x$ , má pro měření uvedená v tabulce 5.1 tento tvar:

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{ij}(x)}{\partial U} & \frac{\partial I_{ij}(x)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial P_{ij}(x)}{\partial U} & \frac{\partial P_{ij}(x)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial Q_{ij}(x)}{\partial U} & \frac{\partial Q_{ij}(x)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial P_i(x)}{\partial U} & \frac{\partial P_i(x)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial Q_i(x)}{\partial U} & \frac{\partial Q_i(x)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial U_i(x)}{\partial U} & \frac{\partial U_i(x)}{\partial \varphi} \end{bmatrix}. \quad (5.70)$$

Zavedeme-li opět substituce 5.58, potom pro jednotlivé parciální derivace Jacobiho matice  $H(x)$  platí následující rovnice:

- Parciální derivace amplitudy proudu  $I_{ij}$  ve vedení mezi rozvodnami  $i$  a  $j$ :

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial U_i} = \frac{Y_R^2 + Y_X^2}{I_{ij}} (U_i - U_j \cos \theta), \quad (5.71)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial U_j} = \frac{Y_R^2 + Y_X^2}{I_{ij}} (U_j - U_i \cos \theta), \quad (5.72)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \varphi_i} = \frac{Y_R^2 + Y_X^2}{I_{ij}} U_i U_j \sin \theta, \quad (5.73)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \varphi_j} = -\frac{Y_R^2 + Y_X^2}{I_{ij}} U_i U_j \sin \theta. \quad (5.74)$$

Protože při malých rozdílech jak v amplitudě, tak i ve fázi napětí v uzlech  $i$  a  $j$  dochází k výpočetním problémům, používá se následující alternativa:

$$\frac{\partial I_{ij}^2}{\partial U_i} = 2 (Y_R^2 + Y_X^2) (U_i - U_j \cos \theta), \quad (5.75)$$

$$\frac{\partial I_{ij}^2}{\partial U_j} = 2 (Y_R^2 + Y_X^2) (U_j - U_i \cos \theta), \quad (5.76)$$

$$\frac{\partial I_{ij}^2}{\partial \varphi_i} = 2 (Y_R^2 + Y_X^2) U_i U_j \sin \theta, \quad (5.77)$$

$$\frac{\partial I_{ij}^2}{\partial \varphi_j} = -2 (Y_R^2 + Y_X^2) U_i U_j \sin \theta. \quad (5.78)$$

Při použití  $I_{ij}^2$  namísto  $I_{ij}$  je ovšem třeba brát v úvahu, že rozptyl tohoto měření bude dvojnásobný.

- Parciální derivace činného výkonu  $P_{ij}$  na vedení mezi rozvodnami  $i$  a  $j$ :

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial U_i} = -U_j (Y_R \cos \theta + Y_X \sin \theta) + 2U_i (Y_R + G_i), \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial U_j} = -U_i (Y_R \cos \theta + Y_X \sin \theta), \quad (5.80)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \varphi_i} = U_i U_j (Y_R \sin \theta - Y_X \cos \theta), \quad (5.81)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \varphi_j} = -U_i U_j (Y_R \sin \theta - Y_X \cos \theta). \quad (5.82)$$

- Parciální derivace jalového výkonu  $Q_{ij}$  na vedení mezi rozvodnami  $i$  a  $j$ :

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial U_i} = -U_j (Y_R \sin \theta - Y_X \cos \theta) - 2U_i (Y_X - B_i), \quad (5.83)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial U_j} = -U_i (Y_R \sin \theta - Y_X \cos \theta), \quad (5.84)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \varphi_i} = -U_i U_j (Y_R \cos \theta + Y_X \sin \theta), \quad (5.85)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \varphi_j} = U_i U_j (Y_R \cos \theta + Y_X \sin \theta). \quad (5.86)$$

- Parciální derivace činného injektovaného výkonu  $P_i$  v rozvodně  $i$ :

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_i} = \sum_{j=1}^N U_j (g_{ij} \cos \theta + b_{ij} \sin \theta) + U_i g_{ii}, \quad (5.87)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_j} = U_i (g_{ij} \cos \theta + b_{ij} \sin \theta), \quad (5.88)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_i} = \sum_{j=1}^N U_i U_j (-g_{ij} \sin \theta + b_{ij} \cos \theta) - U_i^2 b_{ii}, \quad (5.89)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = U_i U_j (g_{ij} \sin \theta - b_{ij} \cos \theta). \quad (5.90)$$

- Parciální derivace jalového injektovaného výkonu  $Q_i$  v rozvodně  $i$ :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_i} = \sum_{j=1}^N U_j (g_{ij} \sin \theta - b_{ij} \cos \theta) - U_i b_{ii}, \quad (5.91)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_j} = U_i (g_{ij} \sin \theta - b_{ij} \cos \theta), \quad (5.92)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_i} = \sum_{j=1}^N U_i U_j (g_{ij} \cos \theta + b_{ij} \sin \theta) - U_i^2 g_{ii}, \quad (5.93)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_j} = U_i U_j (-g_{ij} \cos \theta - b_{ij} \sin \theta). \quad (5.94)$$

- Parciální derivace amplitudy napětí  $U_i$  v rozvodně  $i$ :

$$\frac{\partial U_{iMER}}{\partial U_i} = 1, \quad (5.95)$$

$$\frac{\partial U_{iMER}}{\partial U_j} = 0, \quad (5.96)$$

$$\frac{\partial U_{iMER}}{\partial \varphi_i} = 0, \quad (5.97)$$

$$\frac{\partial U_{iMER}}{\partial \varphi_j} = 0. \quad (5.98)$$

Označení  $MER$  je zde opět použito pouze z důvodu rozlišení mezi amplitudou napětí z vektoru stavu a amplitudou napětí měřenou.

# Kapitola 6

## Využití fázorových měření při estimaci

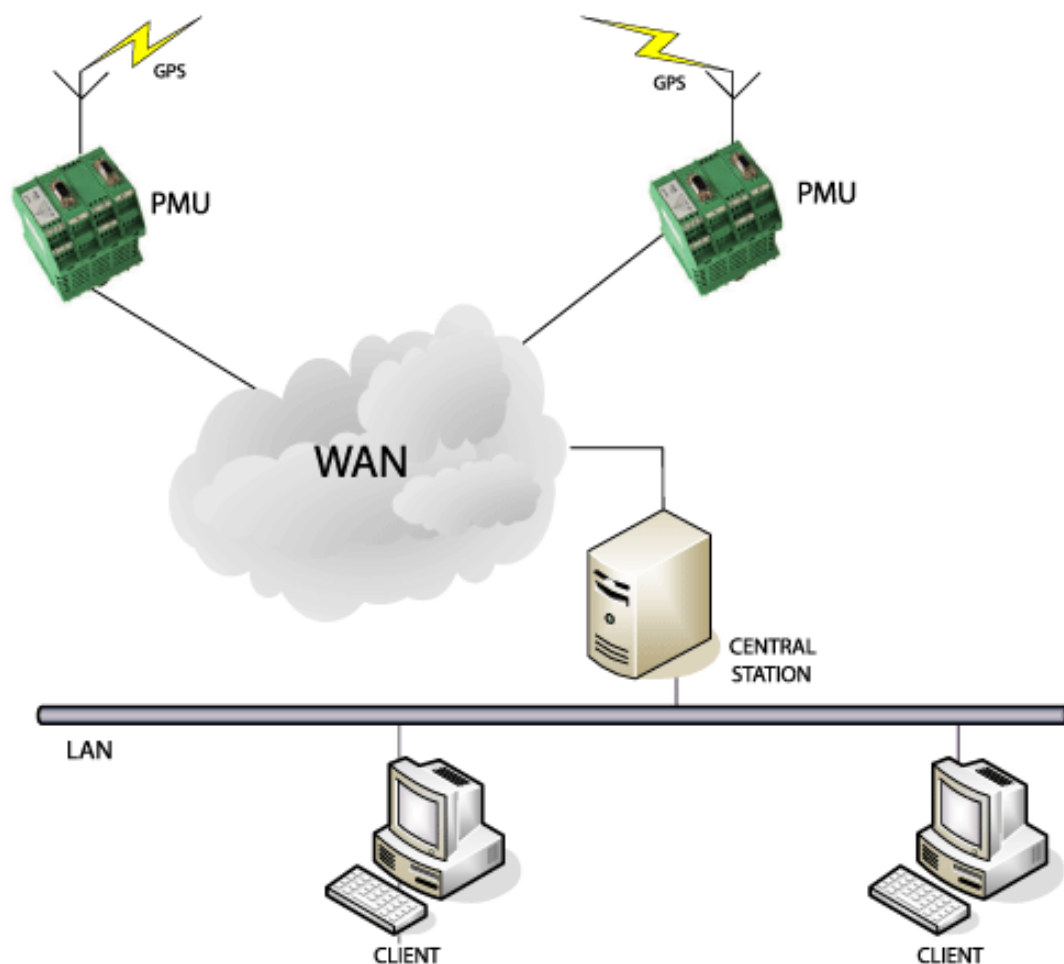
V energetice se běžně jako zdroj měřených dat, využívaných při estimaci, používá systém určený pro operátorské řízení a sběr dat zvaný SCADA, což je zkratka pocházející z anglického názvu *Supervisory Control and Data Acquisition*. Tento systém uchovává a poskytuje naměřené hodnoty v energetice již dlouhou dobu standardně měřených elektrických veličin, kterými jsou:

- Efektivní hodnota napětí  $U$ ;
- efektivní hodnota proudu  $I$ ;
- činný výkon  $P$ ;
- jalový výkon  $Q$ .

Data ze SCADA systému ovšem skýtají velkou nevýhodu, která spočívá ve vzájemné nesoudobosti (nesynchronnosti) měření. Jednotlivá měření jsou sice prováděna cyklicky s pevně danou časovou periodou, ale naměřená data jako taková neobsahují informaci o času, kdy byla konkrétní hodnota naměřena. Časovou značkou opatří naměřenou hodnotu až řídicí systém při jejím zpracování a to poté, co ji od měřicího přístroje obdrží. Nesynchronnost vzniká tedy jako důsledek dvou jevů:

- Odeslání naměřené hodnoty z měřicího přístroje do řídicího systému není pravidelné, ale je řízeno takzvaným delta kritériem, které o odeslání naměřené hodnoty rozhoduje na základě vyhodnocení rozdílu mezi aktuální a předchozí naměřenou hodnotou. Překročí-li velikost zmíněného rozdílu přednastavené  $\delta$ , naměřená hodnota je odeslána. V opačném případě nikoli. Odtud tedy název delta kritérium.
- Čas potřebný pro přenos naměřené hodnoty od měřicího přístroje až do řídicího systému není konstantní, a tudíž nelze správně stanovit čas, kdy byla konkrétní hodnota odeslána. V případě velkého vytížení komunikačních kanálů tak může docházet ke zpoždění až v řádu desítek sekund.

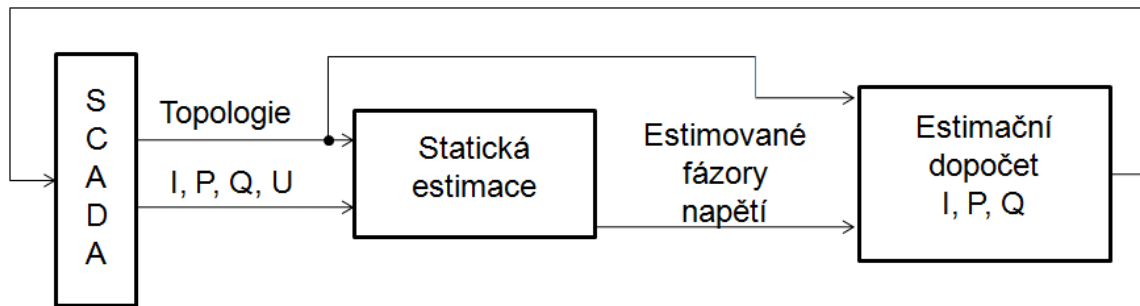
Elektrická energie je v převážné většině přenášena pomocí střídavého elektrického proudu. Protože jsou veličiny střídavého proudu i napětí veličinami vektorovými, nestačí znát pro úplný popis stavu systému pouze amplitudu (na rozdíl od stejnosměrných veličin, které jsou plně popsány pouze velikostí), ale je důležité znát i úhel natočení vektoru (takzvanou fázi). Avšak tyto údaje SCADA systém neměří, a tudíž ani neposkytuje, což je další nevýhodou SCADA dat.



Obrázek 6.1: Zjednodušené schéma použití PMU - převzato z [2].

Nedostatky jak nesynchronnosti měření, tak i absence dat měření fázových úhlů v systému SCADA odstraňují fázorová měření, která se v souvislosti s rozvojem techniky začala v energetice prosazovat až v posledních dvou desetiletích. Fázorové měřicí jednotky, takzvané PMU (*Phasor Measurement Unit*), jsou určeny k měření fázorů (amplitudy i fáze) vektorů napětí  $\vec{U}$  a proudu  $\vec{I}$ . Časovou synchronizaci PMU jednotek, jak ukazuje obrázek 6.1, zajišťuje synchronizační impuls, který je do měřících jednotek předáván bezdrátově ze satelitů a to prostřednictvím GPS (*Global Positioning System*) signálu.

Protože jsou PMU relativně mladou technikou a kterákoliv změna v energetických systémech je velice finančně nákladná, navíc energetika je dosti konzervativní

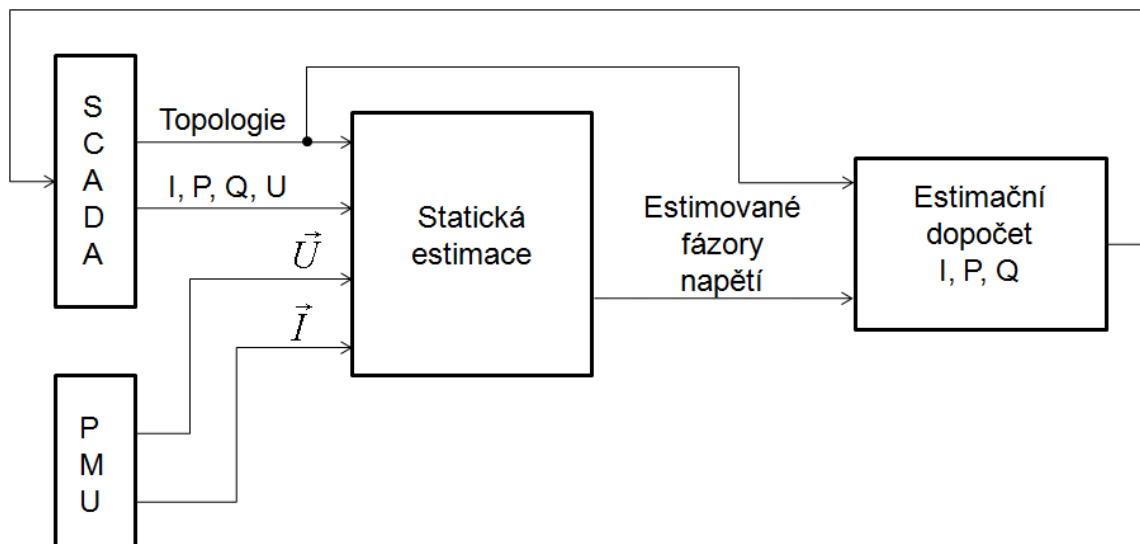


Obrázek 6.2: Zjednodušené blokové schéma klasické estimace stavu elektrizační soustavy.

technický obor, není ani finančně ani technicky možné během krátkého časového období přejít na data z PMU. I když by takovýto přechod přinesl nemalé výhody a zpřesnění doposud používaných technik. Snahou tedy je nějakým způsobem využít alespoň informace z PMU, které jsou a v budoucnu ještě budou v síti nově instalovány. Zde se nabízí několik možností využití takovýchto informací:

- Rozšíření klasické estimace o PMU;
- rozšíření klasické estimace o postprocessing;
- využití v decentralizované estimaci stavu.

## 6.1 Rozšíření klasické estimace o PMU



Obrázek 6.3: Blokové schéma estimace stavu elektrizační soustavy rozšířené o fázorová měření.

Rozšíření klasické estimace o fázorová měření tak, jak je schématicky znázorněno na obrázku 6.3, lze použít pouze v těch případech, kde je možné zasáhnout do stávajícího estimačního algoritmu a upravit jej.

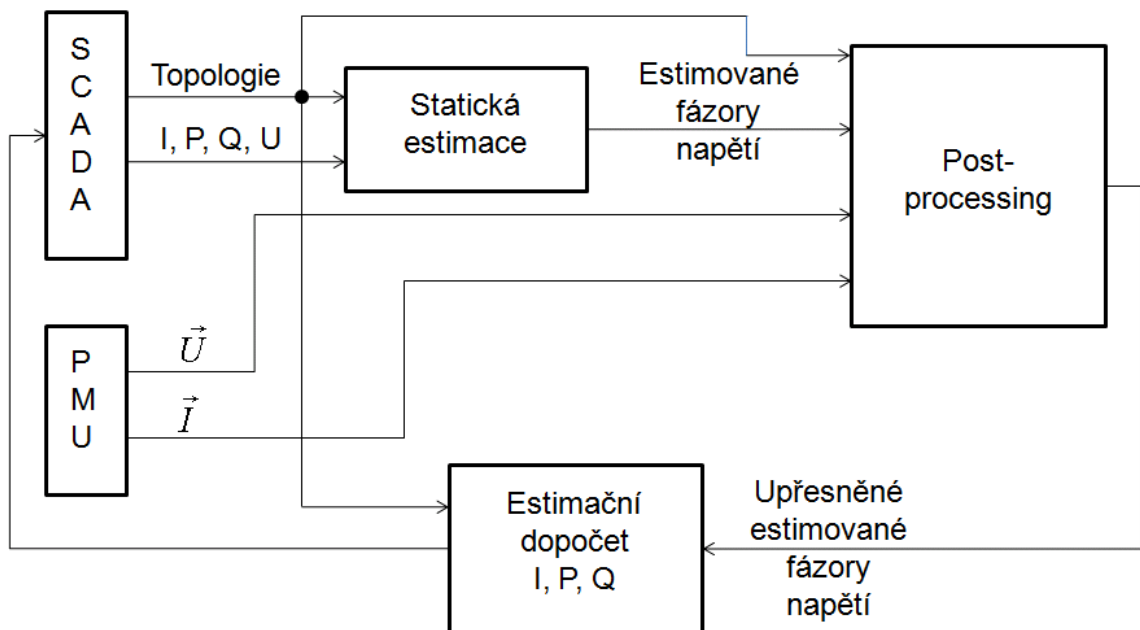
Do estimačního algoritmu je totiž nutné začlenit i rovnice pro výpočet fází napětí a proudu. Rovnice pro výpočet amplitudy ať už napětí nebo proudu se přidávat nemusí, neboť jsou již ve stávajícím algoritmu implementovány a nikterak se neliší.

Protože jsou naměřené hodnoty z fázorových měřicích jednotek přesnější, je rovněž vhodné algoritmu sdělit, že tato měření mají menší chybu nežli SCADA data a je možné jim více důvěřovat. To se provádí nastavením větší váhy pro měření pocházející z PMU.

V těch případech, kde úprava stávajícího estimačního algoritmu není možná, lze pro rozšíření estimace o fázorová měření použít způsob následující.

## 6.2 Rozšíření klasické estimace o postprocessing

Jak je vidět z blokového schématu znázorněného na obrázku 6.4, použijí-li se fázorová měření tímto způsobem, není třeba zasahovat do stávajícího estimačního algoritmu a nikterak jej měnit.



Obrázek 6.4: Blokové schéma estimace stavu elektrizační soustavy rozšířené o post-processing.

Poté, co je na základě SCADA dat provedena klasická estimace stavu a jsou známy odhadnuté fázory napětí, provede se s totožným modelem sítě estimace stavu ještě jednou. V tomto případě již ale nejsou vstupními daty algoritmu naměřené hodnoty dostupné ze SCADA systému, nýbrž fázory získané z estimace a fázory získané měřením z PMU.



Na druhou estimaci je tedy možno nahlížet jako na zpřesnění odhadnutých fázorů napětí a to pomocí hodnot naměřených. Do postprocessingu je možné jako vstupní data použít i fázory proudu, ovšem jejich informační přínos není velký, protože fázory proudu jsou po estimaci dopočítány na základě odhadnutých fázorů napětí a znalosti modelu sítě.

### 6.3 Decentralizovaná estimace stavu

Této možnosti se využívá převážně tam, kde se provádí estimace stavu velmi rozsáhlých sítí. V případech, kdy síť čítá tisíce či dokonce desetitisíce uzlů, již není možné z hlediska výpočetní náročnosti provádět odhad stavu jednorázově. To je způsobeno vysokými požadavky, které jsou kladeny na paměťové prostředky výpočetní techniky, ale hlavně neúnosně dlouhým výpočetním časem nezbytně nutným pro dokončení všech potřebných výpočtů.

V takovýchto případech se takto složité a rozsáhlé sítě programově, nikoliv však reálně, rozdělí. Tím vznikne  $n$ -menších sítí (suboblastí), na kterých již provedení estimace stavu nepředstavuje z hlediska systémových a časových požadavků žádné potíže. Estimace se poté provádí odděleně (decentralizovaně), na každé suboblasti zvlášť. Problémy, které zde ovšem rozdělením vyvstávají, jsou způsob napojení suboblastí a zajištění shody estimovaných hodnot v hraničních bodech.

Protože fázorová měření poskytují informaci jak o amplitudě, tak o fázi měřené veličiny, a to pro všechna měření v jeden časový okamžik, lze takováto měření s výhodou využít právě v hraničních bodech suboblastí. Tím je zajištění shody estimovaných hodnot a napojení suboblastí jednodušší, protože hodnotám pocházejícím z fázorových měřicích jednotek je možné nastavit velkou váhu a tím estimované hodnoty v hraničních bodech takzvaně přichytit.

## Kapitola 7

# WAMS - Moderní monitorovací systém využívající synchrofázory

V energetice jsou běžně měřeny a tudíž i k estimaci standardně používány efektivní hodnoty napětí a proudu a hodnoty činného a jalového výkonu. Až v posledních dvou desetiletích se v důsledku prudkého rozvoje technologií začaly prosazovat takzvané fázorové měřicí jednotky označované zkratkou PMU (*Phasor Measurement Unit*). Tyto jednotky měří velmi přesně jak amplitudu, tak i fázový úhel napětí a proudu. V reakci na tento technický vývoj se začaly zavádět systémy sloužící k monitorování rozsáhlých elektrizačních sítí, tak zvané WAMSystemy (*Wide Area Monitoring System*), které využívají data naměřená časově synchronizovanými fázorovými jednotkami. Jedná se tedy o pokročilé monitorovací systémy, využívající velmi přesných měření fázorů, a to jak napětí tak i proudu.

Nedílnou součástí každého WAM systému je i estimace stavu. Jak již ale bylo podrobně popsáno v kapitole 5, odhad stavu elektrizační soustavy má svá specifika a klade určité požadavky na data použitá jako vstupní data pro výpočetní algoritmus. To vychází především z omezení, vztahujících se k samotnému algoritmu odhadu stavu, který je úspěšně proveditelný jen a pouze za určitých podmínek. Těmito podmínkami jsou například pozorovatelnost elektrické sítě, větší počet měření nežli je počet neznámých stavového vektoru, vhodné rozmístění měření a další. Výsledek procesu estimace stavu elektrizační soustavy navíc značným způsobem ovlivňují chyby, které obsahují veškerá data do estimace vstupující. Proto je nutné s těmito chybami počítat a vypořádat se s nimi.

Odhad stavu je tedy, jakožto samostatná funkce v reálných podmínkách provozu elektrizační soustavy, samostatně nepoužitelný. Z tohoto důvodu je v rámci WAM systémů, jejichž je estimace stavu elektrizační soustavy nedílnou součástí, poskytováno hned několik, z hlediska estimace stavu, nezbytných funkcí. WAM systémy samozřejmě poskytují velké množství dalších doplňujících funkcí, mezi které patří například odhad parametrů pasivních prvků sítě, vizualizace stavu elektrizační soustavy a další. Z hlediska úlohy estimace je ale podstatných pouze těchto pět následujících funkcí:

1. Vyhodnocení topologie;

2. analýza pozorovatelnosti;
3. estimace stavu;
4. diagnostika chyb;
5. dopočet sítě.

Katedra kybernetiky Fakulty aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni byla spoluřešitelem projektu FR-TI1/462, zvaného Výzkum a vývoj systému „Wide Area Monitoring“ pro oblast distribuční energetiky, řešeného v letech 2009 - 2012. V rámci jmenovaného projektu byl vyvíjen a posléze prototypován WAM systém, jehož finální verze byla nasazena a úspěšně otestována v reálném provozu ve vybrané testovací oblasti elektrizační soustavy ve východních Čechách. Na jednotlivé funkce tohoto systému se nyní podíváme podrobněji v následujících podkapitolách, kde bude popsán význam jednotlivých funkcí.

## 7.1 Vyhodnocení topologie

Informace, které jsou o elektrizační soustavě k dispozici, jsou obvykle dosažitelné z různých zdrojů (textové soubory, tabulky, databáze, atd.), a tím pádem bývají uloženy i v různých datových formátech (upozorňuji jen, že nemusí být vždy nutně dostupné v elektronické podobě). Pro zpracování pomocí výpočetní techniky je tudíž před zpracováním zapotřebí informace do počítače nejprve načíst.

Zároveň je nutné všechny tyto informace, kterými jsou například názvy a umístění rozveden, počet přípojnic v konkrétní rozvodně, názvy a parametry vedení, dále pak umístění transformátorů včetně napětí primárního a sekundárního vinutí atd., převést do takové formy, která bude dostatečným způsobem popisovat konkrétní elektrizační soustavu a rovněž bude srozumitelná pro uživatele a jednoduše použitelná při výpočetních algoritmech prováděných v počítači. A právě to je prvořadým úkolem vyhodnocení topologie sítě. Nástroj vyhodnocující topologii sítě bývá označován jako topologický procesor.

Další, o co se musí vyhodnocení topologie postarat, je propojit mezi sebou jednotlivé prvky sítě. To znamená zjistit a vhodným způsobem uchovat informace o propojení, což je například - jaké přípojnice se nachází ve které rozvodně, mezi kterými rozvodnami je nataženo to či ono vedení, ve které rozvodně jsou umístěny které transformátory atd.

Na základě takto připravených dat topologický procesor ještě rozdělí elektrizační síť do souvislých<sup>1</sup> oblastí sítě. Za normálních okolností je celá síť nějakým způsobem propojena v jediný souvislý celek. Pokud je síť rozdělena do  $n$  nezávislých suboblastí, nazývá se tento provoz elektrizační soustavy provozem v ostrovním režimu. Tomu se ale dispečeré snaží ze všech sil zabránit a udržet tak soustavu celistvou. Provoz v ostrovním režimu je jednou z posledních možností, ke kterým se při řešení problémů v soustavě přistupuje.

---

<sup>1</sup>Pod pojmem souvislá oblast sítě se skrývá množina všech prvků sítě (přípojnic, transformátorů, vedení, atd.), které jsou propojeny v souvislý celek.

## 7.2 Analýza pozorovatelnosti

Odhad stavu elektrizační soustavy, respektive jednotlivých souvislých oblastí sítě, lze standardní estimační metodou provádět jen a pouze tehdy, pakliže je souvislá oblast sítě pozorovatelná. To znamená, že všechny stavy této souvislé oblasti jsou pozorovatelné a tudíž i estimovatelné. Analýza pozorovatelnosti tedy na základě všech momentálně dostupných měření ověřuje, zda-li je konkrétní souvislá oblast elektrizační sítě, na níž chceme provést odhad stavu, pozorovatelná.

Je-li soustava pozorovatelná, nevznikají při estimaci žádné potíže a je možné bez obav přistoupit k provedení odhadu. Komplikace ale nastávají tehdy, kdy je jeden nebo dokonce hned několik z odhadovaných stavů nepozorovatelných. Tehdy je zapotřebí použít určitá opatření, která množinu dostupných měření nebo estimovanou oblast upraví takovým způsobem, aby se oblast, nebo alespoň její část, stala pozorovatelnou. Takovými úpravami jsou:

- Přidání pseudoměření - pseudoměření nejsou ve skutečnosti reálně měřené hodnoty, ale hodnoty vypočítané, či získané z historických dat skutečně naměřených hodnot v minulosti. Používají se například hodnoty dopočítané z hodnot naměřených v okolí nepozorovatelného stavu, měření z předchozího časového okamžiku nebo výsledky estimací minulých. Účelem této úpravy je eliminovat počet nepozorovatelných stavů.
- Stanovení nepozorovatelných stavů - určuje se, které ze stavů v konkrétní nepozorovatelné oblasti jsou nepozorovatelné, aby je bylo možné izolovat a vyloučit z estimace. Po vyloučení nepozorovatelných stavů z problematické oblasti se zbytek oblasti stává pozorovatelným.
- Určení nepozorovatelných prvků sítě - dojde k nalezení všech prvků sítě, které jsou svázány s nepozorovatelnými stavy a tudíž tyto prvky, respektive měření na těchto prvcích, není možné při estimaci použít. Nalezené prvky a měření jsou posléze z estimace vyloučeny.
- Vytvoření pozorovatelných suboblastí - protože odstraněním nepozorovatelných stavů a souvisejících měření z estimace dochází i k vyloučení některých částí sítě, nemusí být již daná oblast souvislá. Takováto oblast, ve které zůstaly už jen pozorovatelné stavy, je pozorovatelná a je přerozdělena tak, aby byly vytvořeny opět souvislé suboblasti sítě, tentokrát již ale pozorovatelné, na nichž je provedení odhadu stavu možné. Tyto suboblasti jsou nazývány také pozorovatelnými ostrovy sítě.

Pozorovatelnost elektrizační sítě je úzce spjata s počtem měření, měřenými veličinami a rovněž s rozložením měření v konkrétní síti. Z tohoto důvodu je důležité vyhodnocovat existenci takzvaných kritických a subkritických měření.

- Kritické měření - je takové měření, které v případě, že dojde k jeho odstranění ze seznamu měření, způsobí ztrátu pozorovatelnosti a tudíž estimovatelnosti sítě;

- subkritická měření - je množina takových měření, která v případě odstranění kteréhokoliv z nich ze seznamu měření způsobí, že se nějaké jiné měření ze seznamu subkritických měření stane měřením kritickým.

Vyhodnocení kritických a subkritických měření je zvláště důležité při odstraňování dat, která byla diagnostikou chyb měření (viz následující kapitola 7.4) vyhodnocena jako podezřelá. Je to z toho důvodu, že se estimovaná oblast po nešetrném zásahu může snadno stát nepozorovatelnou.

## 7.3 Estimace stavu využívající měření synchronfázorů

Estimaci stavu elektrizační soustavy byla věnována samostatná kapitola (viz kapitola 5), ve které byla podrobně popsána a vysvětlena jak estimace statická, tak estimace dynamická. Nebylo ale uvedeno, který ze jmenovaných způsobů estimace používá námi implementovaný systém, a rovněž nebyl uveden ani způsob využití synchronfázorových měření a jejich zakomponování do estimačního algoritmu.

Při vývoji systému se začalo s estimací statickou. Bylo to z toho důvodu, že tato estimace je stále nejrozšířenější a tudíž je o ní dostupné velké množství informací. Až poté, co byl úspěšně implementován a otestován prototyp statické estimace, začalo se pracovat na estimaci dynamické. Oba prototypy byly implementovány ve vývojovém prostředí Matlab a dosahovaly srovnatelných výsledků. Rozdíl byl patrný u doby potřebné pro výpočet, kde byla dynamická estimace rychlejší. Naproti tomu ale při změně konfigurace sítě (topologie) bylo nutné spustit dynamickou estimaci vždy od začátku a opět nastavovat kovarianční matice predikce a filtrace. Protože měřená data měla vzorkovací periodu 1 minuta (pro dynamickou estimaci je vhodné měřit data s co možná nejkratší periodou - alespoň 1s) a navíc v oblasti, kde byl systém testován, docházelo poměrně často ke změnám zapojení, byla pro finální implementaci vybrána estimace statická. Ve vývoji estimace dynamické se ale stále pokračuje.

Co se týče využití dat naměřených synchronfázorů, v 6. kapitole byly popsány tři způsoby využití dat získaných fázorovými měřicími jednotkami. Protože náš systém byl vyvíjen od úplného začátku a bylo tudíž možno libovolně modifikovat estimační algoritmus, bylo rozhodnuto o využití prvního principu - tedy rozšíření klasické estimace o PMU. Začlenění fázorů napětí do estimace bylo naprosto jednoduché, protože jak amplituda, tak i fázový úhel jsou přímo složkami stavu. Rovnice pro výpočet amplitudy proudu byly již používány u klasické statické estimace (bez fázorových měření PMU) a jedině, co bylo zapotřebí do algoritmu ještě doplnit, byly rovnice pro výpočet fázového úhlu fázoru proudu. Ty byly následně odvozeny a do estimačního algoritmu doplněny.

## 7.4 Diagnostika chyb

Stejně tak, jako kdekoliv jinde, i při estimaci stavu elektrizační soustavy jsou přítomny chyby, které samozřejmě nepříznivým způsobem ovlivňují výsledky estimace.

Přirozenou snahou proto je tyto chyby odhalit, identifikovat a pokud to je možné, tak i opravit. Obvykle se v estimaci rozlišují chyby dvojího typu:

1. Chyby měření;
2. chyby topologie.

Na každý z uvedených typů chyb se podrobněji podíváme v následujících dvou podkapitolách.

### 7.4.1 Detekce chybných měření

Veškeré naměřené hodnoty jsou vždy zatíženy různě velkými chybami různého druhu. Mezi chyby ovlivňující měření patří například chyba měřicího transformátoru, třída přesnosti měřicího přístroje, atd. - souhrnně nazývané chybou měřicího řetězce. Pokud velikost celkové chyby měření překročí ještě přípustnou, rozumně stanovenou mez, je zapotřebí takovéto chyby odhalit, identifikovat a pokud to je možné, tak hodnotu příslušného měření odpovídajícím způsobem korigovat. V opačném případě, tedy není-li možné hodnotu měření korigovat, je nutné tuto hodnotu z estimace úplně vyřadit, aby nedocházelo k ovlivnění výsledků.

Detekce chybných měření se obvykle provádí dvěma principiálně odlišnými způsoby, které v závislosti na době, kdy je detekce prováděna, můžeme rozdělit následovně:

- Před estimací - chyby jsou vyhodnocovány ještě před provedením odhadu stavu na základě apriorních informací o jednotlivých měřeních. Například hodnota amplitudy, ať už proudu nebo napětí, nesmí být záporná a musí se pohybovat ve stanoveném intervalu. Rovněž tak efektivní hodnoty napětí a proudu. Naměřená hodnota amplitudy napětí se může pohybovat v rozmezí například  $\pm 10\%$  jmenovité hodnoty atd. Tímto způsobem je ale možné odhalit pouze hrubé chyby měření.
- Po estimaci - v tomto případě dochází k vyhodnocování chyb až po provedení odhadu stavu. Vyhodnocení je provedeno na základě analýzy reziduí, což jsou rozdíly mezi hodnotami naměřenými a hodnotami dopočtenými z odhadnutého stavu. Protože se chyby vyhodnocují až po estimaci, ovlivňují tak výsledek estimace. Velké množství chybných hodnot nebo shluky chybných měření, nacházejících se blízko sebe, tudíž mohou způsobit vyhodnocení i správných měření jako chybná.

Protože je každý z popsaných způsobů vyhodnocení chybných měření použit v jiné části estimace stavu, je proto dobré obě metody vhodným způsobem kombinovat. Tím dojde k minimalizaci počtu chybných měření, což se pozitivně projeví na výsledném odhadnutém stavu.

## 7.4.2 Detekce topologických chyb

Vyhodnocení topologie se provádí na základě informací o jednotlivých prvcích sítě a stavech spínačů, odpojovačů a další k manipulaci určené techniky, pomocí které jsou jednotlivé komponenty elektrizační soustavy připojovány do sítě. Stejně tak, jak je tomu u naměřených hodnot, ani data popisující konkrétní zapojení sítě nemusí být vždy korektní a mohou poskytovat chybné informace. V takovýchto případech pak dochází k vytvoření chybného modelu elektrizační soustavy, což ovlivňuje odhadnutý stav a může mít za následek špatné vyhodnocení chyb měření a další chyby.

Stejně tak jako detekce chybných měření i detekce topologických chyb se běžně provádí dvěma způsoby, které se opět dělí podle doby, kdy je detekce prováděna na:

- Před estimací - chyby jsou vyhodnocovány před provedením odhadu stavu a pro stanovení chyb se používají naměřené hodnoty elektrických veličin, informace o stavech spínačů a obecně platné zákonitosti, které například říkají, že oboustranně odpojeným vedením nemůže protékat elektrický proud a tudíž výkony na tomto vedení by měly být nulové; na oboustranně odpojeném transformátoru nemůže být naměřena nenulová hodnota elektrického napětí atd.
- Po estimaci - chyby v topologii se většinou projevují shlukem většího počtu „chybných“ měření nacházejících se v blízkém okolí místa se špatným vyhodnocením zapojení. Na základě detekování velkých shluků chybných měření je tedy možné stanovit pravděpodobné místo výskytu topologické chyby.

Detekce topologických chyb se tedy snaží odhalit nesrovnalosti mezi skutečným propojením sítě a propojením, které je vyhodnoceno na základě informací o stavech spínačů poskytovaných řídicím systémem.

## 7.5 Dopočet sítě

Smyslem estimace stavu elektrizační soustavy je najít takový stavový vektor, který nejvíce odpovídá souboru aktuálních měření s ohledem na předem stanovené kritérium. Pokud se takovýto vektor podaří nalézt, je možné na jeho základě společně se znalostí konkrétního modelu elektrizační soustavy dopočítat veškeré elektrické veličiny v síti. A to jak veličiny měřené, tak i neměřené. Je tedy možné dopočítat například neměřené proudy tekoucí konkrétním vedením, výkonové ztráty na vedení, atd.

Takto dopočítané hodnoty mají jednu velkou přednost a tou je, že na rozdíl od hodnot získaných měřeními dopočítané hodnoty nejsou v rozporu s teoretickými předpoklady a odpovídají fyzikálním zákonům. Nad takovými (již nerozpornými) daty je potom možné provádět například kontingenční analýzu a další navazující výpočty.

## 7.6 Problémy při realizaci systému

Při řešení reálných úloh, tedy takových úloh, jejichž výsledné řešení má být skutečně použitelné v praxi, se vždy vyskytne více či méně problémů. I při realizaci našeho projektu se vyskytla celá řada komplikací, které se v průběhu realizace projektu podařilo úspěšně vyřešit a odstranit. Dvěma nejvýznamnějšími problémy spojenými s otázkami:

- Nastavení váhové matice měření;
- konvergence standardně používané metody,

se bude zabývat následující text. Jakým způsobem bylo k těmto problémům přistoupeno a jak byly řešeny, to bude podrobně popsáno v následujících dvou kapitolách 8 a 9.



## Kapitola 8

# Nová metoda určení váhové matice měření

Váhová matice, jak již samotný název napovídá, je matice vyjadřující váhu jednotlivých měření, vstupujících do estimace stavu. To znamená, že tato matice výpočetnímu algoritmu říká, jak je to či ono měření přesné a do jaké míry by se měl odhadovaný stav elektrizační soustavy konkrétnímu měření přizpůsobit. Váhová matice je maticí inverzní ke kovarianční matici chyb estimace  $R$  viz (5.6) a označuje se  $R^{-1}$  (někdy také  $W$ ). Protože je matice  $R$  čtvercová o rozměrech  $m \times m$ , kde  $m$  je počet měření použitých při estimaci stavu, musí být i váhová matice  $R^{-1}$  čtvercová a mít totožný rozměr.

Pro samotný výpočet odhadu stavu elektrizační soustavy nejsou důležité absolutní hodnoty jednotlivých vah měření, ale vzájemný poměr vah mezi jednotlivými měřeními. Pro názornost uveďme jednoduchý příklad: budou-li mít dvě měření nastaveny váhy například na hodnoty 1 a 10 (vzájemný poměr vah je 1:10), má toto nastavení na výsledný odhadnutý stav elektrizační soustavy naprosto stejný vliv jako například nastavení vah 100 a 1000 (vzájemný poměr vah je 100:1000), protože v obou případech je poměr mezi váhami měření totožný a to 1:10. Tento konkrétní poměr mezi váhami jednotlivých měření říká, že jedno měření je při výpočtu 10 krát ceněnější nežli měření druhé. Absolutní hodnota vah je důležitá až z pohledu detekce chybných měření po provedení odhadu stavu.

Z výše zmíněného je zřejmé, že špatně nastavené váhy mohou naprosto znehodnotit výsledky estimace i jinak bezchybně fungujícího estimačního systému. Proto je správné nastavení váhové matice klíčovým problémem odhadu stavu elektrizační soustavy. Běžně používaným způsobem stanovení váhové matice je použití chyb měření. Tímto způsobem nastavení vah se zabývá následující podkapitola.

### 8.1 Standardně používaná metoda stanovení vah

Chyba estimace  $e$  je celkovou chybou, která obsahuje velké množství různých druhů chyb. Jako příklad uveďme chybu měřicího transformátoru, chybu měřicího přístroje, chybu synchronizace, chybu modelu a další. Přestože je chyba estimace chyba složená

z dalších chyb, běžnou praxí je považovat zjednodušení, které uvažuje chybu estimace totožnou s chybou měření (respektive s chybou měřicího přístroje), za dobrou aproximaci skutečnosti.

Chyba estimace, jak již bylo popsáno v 5. kapitole, se v estimaci předpokládá normální, tzn. s Gaussovým rozdělením pravděpodobnosti, které je plně popsáno dvěma parametry  $N(\mu, \sigma^2)$ :

- Střední hodnotou  $\mu$ ;
- rozptylem  $\sigma^2$ .

Ve zmíněné kapitole byly také zavedeny předpoklady, že chyby jsou vzájemně nezávislé a jejich střední hodnoty jsou rovny 0. Otázkou tedy zůstává, jak určit velikost druhého parametru, čili rozptyl chyby.

V literatuře [3] se uvádí, co každý intuitivně vytuší, že velikost rozptylu by měla odrážet předpokládanou přesnost příslušného měření. Informaci o přesnosti, respektive maximální chybě měřicího přístroje nepřímou poskytuje třída přesnosti daného měřicího přístroje. Na základě znalosti třídy přesnosti a rozsahu konkrétního měřicího přístroje je možné vypočítat maximální (mezní) chybu měřicího přístroje (*MCMP*). To je největší chyba, která se v celém rozsahu měřicího přístroje může vyskytnout a vypočítá se následovně:

$$MCMP = \frac{TPMP}{100}RMP, \quad (8.1)$$

kde *TPMP* je třída přesnosti příslušného měřicího přístroje a *RMP* měřicí rozsah tohoto přístroje.

Díky předpokladu vzájemné nezávislosti chyb jsou kovarianční matice chyb a tudíž i váhová matice diagonální. Hodnoty prvků na diagonále váhové matice lze poté stanovit ze známých parametrů použitých měřicích přístrojů. A to ze znalosti třídy přesnosti a rozsahu příslušných měřicích přístrojů, podle vzorce:

$$R_{ii}^{-1} = \frac{1}{MCMP_i^2} = \frac{1}{\left(\frac{TPMP_i}{100}RMP_i\right)^2}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (8.2)$$

kde *i* je index měření (respektive odpovídajícího měřicího přístroje) a *m* celkový počet všech měření použitých při estimaci.

Ke stanovení vah měření touto metodou je zapotřebí znát pouze použité měřicí přístroje. Především však jejich třídy přesnosti a měřicí rozsahy. Výhodou této metody stanovení vah měření je jednoduchost a snadné použití. Naproti tomu je velkou nevýhodou přílišné zjednodušení a zanedbání velkého počtu různých chyb, které jsou v některých případech významnější, než chyby samotného měřicího přístroje. Další problém spojený s takovýmto nastavením vah může nastat při detekci chybných měření na základě vyhodnocení reziduí. Také proto bývají váhy upravovány ještě na základě empirických znalostí a zkušeností operátorů tak, aby detekce chyb fungovala správně.

## 8.2 Nová metoda stanovení vah měření

Protože celkovou chybu estimace  $e$  neovlivňuje pouze chyba měřicího přístroje, ale celá řada dalších faktorů, které ve většině případů není možné exaktně stanovit a mnohdy ovlivňují výsledek estimace daleko více než samotná chyba měřicího přístroje, je velice vhodné tyto faktory při estimaci rovněž zohlednit. Proto byl do vzorce (8.2) pro určení vah přidán parametr důvěry  $d$  v měření. Tento parametr říká, jakou důvěru v to či ono měření máme.

Pro nastavení koeficientu důvěryhodnosti bylo navrženo 5 stupňů důvěry v měření s následujícími hodnotami:

1. Zcela důvěryhodné (100);
2. důvěryhodné (10);
3. neutrální (1);
4. nedůvěryhodné (0,1);
5. naprosto nedůvěryhodné (0,01).

Hodnota parametru se volí na základě dostupných apriorních informací o konkrétním měření a příslušné rozvodně. Jako vodítka pro určení tohoto koeficientu poslouží například odpovědi na otázky typu:

- Jedná se o skutečné měření nebo pseudoměření?
- O měření jaké elektrické veličiny se jedná?
- Měří se ve spodní, střední nebo horní části rozsahu měřicího přístroje?
- Je měření opatřeno dálkovou signalizací?
- Nachází se měření ve staré nebo nové (nově zrekonstruované) rozvodně?
- Je známo, že měření z libovolného důvodu náhodně nebo stabilně poskytuje málo pravděpodobné hodnoty?
- Atd.

Na základě vyhodnocení získaných odpovědí na otázky uvedeného typu a následné vhodné volby koeficientu důvěryhodnosti měření je možné zohlednit skutečnosti, které mají vliv na výslednou chybu estimace, ale které zároveň není možné pokrýt chybou měřicího přístroje.

Rovnice (8.2) pro výpočet váhové matice byla modifikována do následujícího tvaru:

$$\begin{aligned}\bar{R}_{ii}^{-1} &= k_v d_i R_{ii}^{-1} = k_v \frac{d_i}{MCM P_i^2} = \\ &= k_v \frac{d_i}{\left(\frac{TPMP_i}{100} RMP_i\right)^2}, \quad i = 1, \dots, m,\end{aligned}\tag{8.3}$$

kde  $MCMP$  je opět maximální chyba měřicího přístroje,  $TPMP$  třída přesnosti měřicího přístroje,  $RMP$  rozsah měřicího přístroje,  $m$  celkový počet všech měření použitých při estimaci,  $d$  je zmíněný koeficient důvěryhodnosti měření a  $k_v$  je koeficient korekce vah.

Koeficient korekce vah  $k_v$  se stanoví s ohledem na detekci chybných měření vyhodnocených na základě velikosti reziduí. Tento parametr je potřeba nastavit zvláště pečlivě, protože pokud se nastaví příliš malý, nedojde k vyřazení žádných chybných měření. Pokud se naopak nastaví příliš velký, dochází k vyřazení příliš velkého počtu měření, což nebezpečně zvyšuje riziko ztráty pozorovatelnosti a v závislosti na implementaci může výrazně prodloužit dobu potřebnou pro provedení odhadu stavu. Z důvodu vyšší rychlosti a menší možnosti vzniku nepozorovatelných stavů v síti je tedy vhodnější, aby koeficient korekce vah byl spíše menší nežli větší (vypadává méně měření).

Jak tedy určit rozumnou hodnotu koeficientu korekce vah? Opět je potřeba vycházet ze znalostí o síti a odhadnout, jaká poměrná část měření může poskytovat chybné hodnoty. U běžných sítí je rozumné uvažovat jednotky % chybných měření - osvědčila se například hodnota 5%. Poté se provede první velká iterace výpočtu odhadu stavu elektrizační soustavy. Na základě nyní již známého stavu se vypočítá velikost vážených reziduí, která se seřadí vzestupně, tj. od nejmenšího k největšímu a sečtou se hodnoty prvních  $N$  vážených reziduí:

$$\begin{aligned} svr(N) &= \sum_{i=1}^N \frac{r_i^2}{\frac{MCMP_i^2}{d_i}} = \sum_{i=1}^N \frac{d_i r_i^2}{MCMP_i^2} = \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{d_i r_i^2}{\left(\frac{TPMP_i}{100} RMP_i\right)^2}, \end{aligned} \quad (8.4)$$

kde  $r$  je reziduum a  $N$  počet sčítaných vážených reziduí (horní mez sumy), který se vypočítá následovně:

$$N = \text{round}((1 - p) m), \quad (8.5)$$

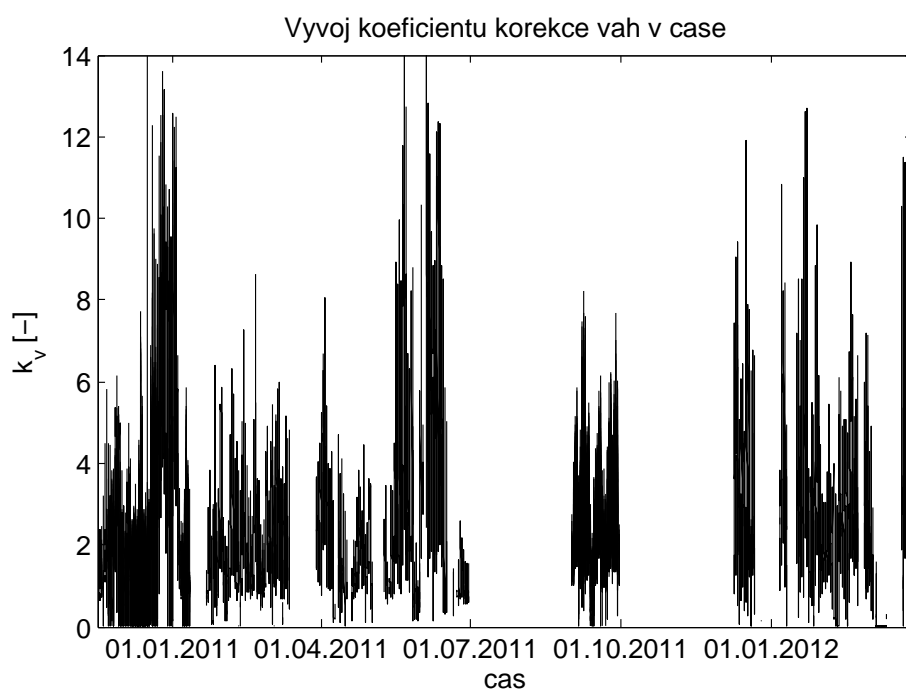
kde  $p$  je relativní počet přípustných chybných měření a  $m$  je celkový počet všech měření.

Poté se na základě stupně volnosti, který se určí rozdílem celkového počtu použitých měření a velikosti (délky) stavového vektoru, a hladiny významnosti, která se shoduje s hladinou přednastavenou pro detekci chybných měření, určí hodnota kvantilu  $\chi^2$  rozdělení. Podělením kvantilu a  $svr$  se získá koeficient korekce vah  $k_v$ , který je tedy dán vztahem

$$k_v = \frac{(\chi^2(\vartheta))^{-1}}{svr}, \quad (8.6)$$

kde čitatel představuje kvantil chi-kvadrát rozdělení pravděpodobnosti s konkrétními parametry (stupněm volnosti a hladinou významnosti),  $\vartheta$  je parametr rozdělení - počet stupňů volnosti.

Protože se elektrizační soustava chová při různě velkém zatížení odlišně, je vhodné provést nikoliv pouze jednorázový výpočet koeficientu, ale tento výpočet několikrát opakovat pro různé časové řezy. Optimální je opakovat výpočet pro časové řezy



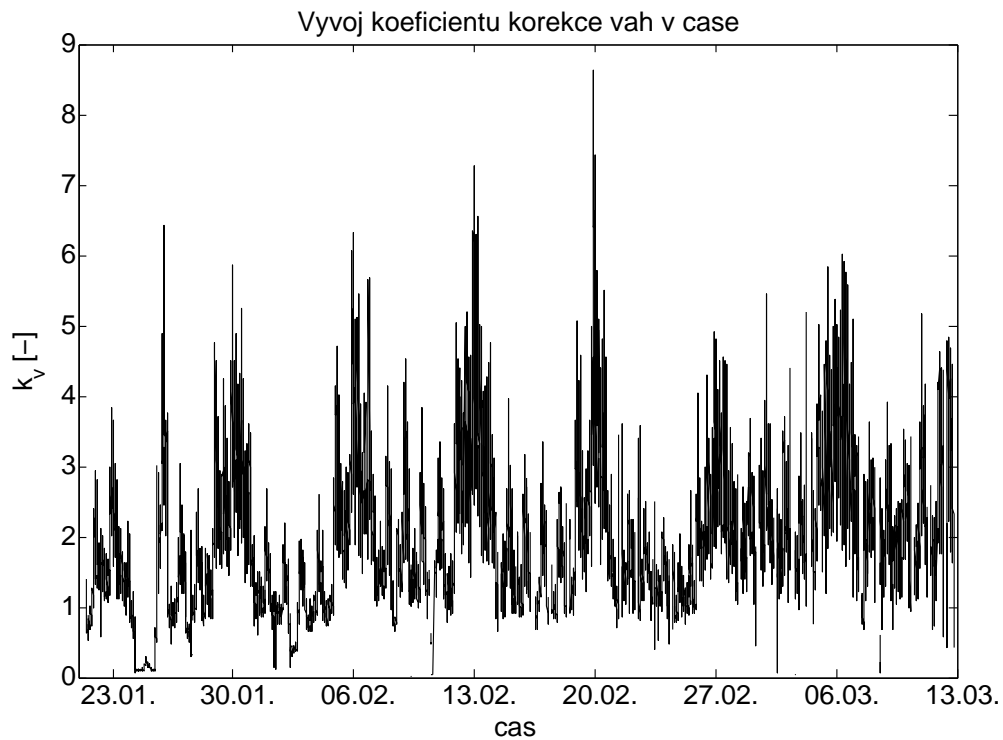
Obrázek 8.1: Vývoj koeficientu korekce vah  $k_v$  vypočítaného z archivovaných dat v průběhu roku 2011 v testované oblasti.

pocházející z různých částí dne a i ročních období. Vývoj koeficientu korekce vah vypočítaný z dostupných archivovaných dat z roku 2011 je znázorněn v obrázku 8.1. Zvláště vhodné je provádět tyto experimenty offline na archivovaných historických datech. Fixní hodnotu koeficientu korekce vah  $k_v$  je tudíž vhodné nastavit teprve na základě vyhodnocení získaných výsledků - vyhodnotit střední hodnotu či median získaných výsledků.

Alternativním způsobem k fixnímu nastavení koeficientu vah nebo pro případy, kdy nelze provést experimenty na historických datech, na jejichž základě se nastavuje fixní hodnota koeficientu, je zde možnost počítat váhový koeficient přímo v estimačním algoritmu pro každý časový řez. Aby se zamezilo velkým výkyvům a náhlým změnám těchto hodnot, ke kterým může docházet vlivem změny topologie nebo změnou rozložení výkonových toků v síti, je vhodné použít filtr například v podobě klouzavého průměru. Ten bude v závislosti na nastaveném počtu průměrovaných hodnot kopírovat změnu váhového koeficientu v čase.

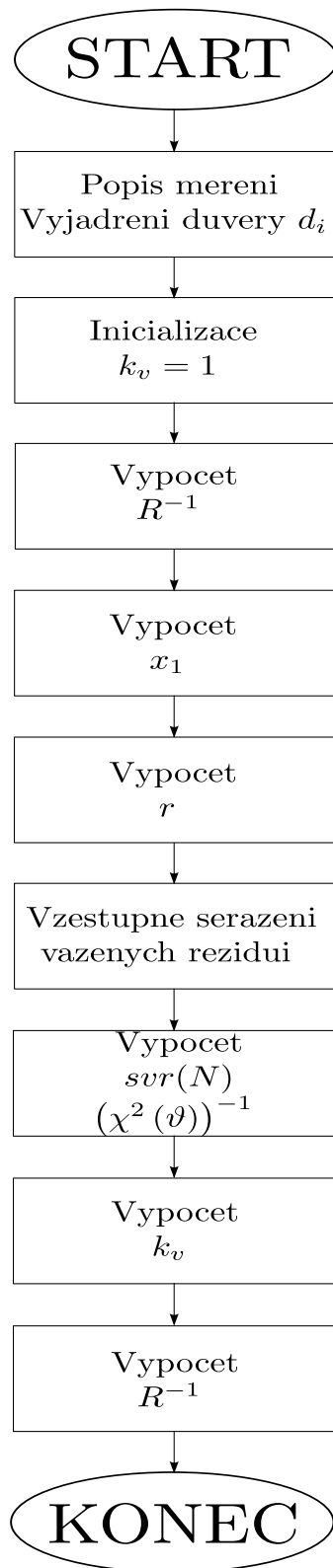
Postup nové metody nastavení vah měření je graficky znázorněn pomocí vývojového diagramu na obrázku 8.3 a slovně je shrnut v následujících bodech:

1. Popis jednotlivých měření a vyjádření důvěry  $d_i$ .
2. Inicializace koeficientu vah  $k_v = 1$ .
3. Výpočet váhové matice  $R^{-1}$ .

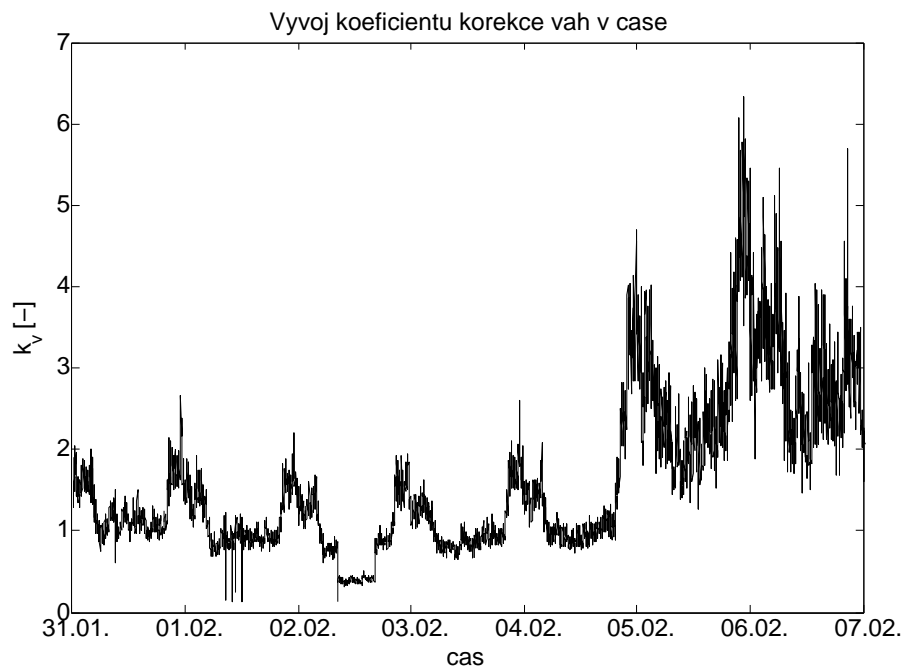


Obrázek 8.2: Detail vývoje koeficientu korekce vah  $k_v$  z období od 21. 1. 2011 00:00 do 13. 3. 2011 00:00 v testované oblasti.

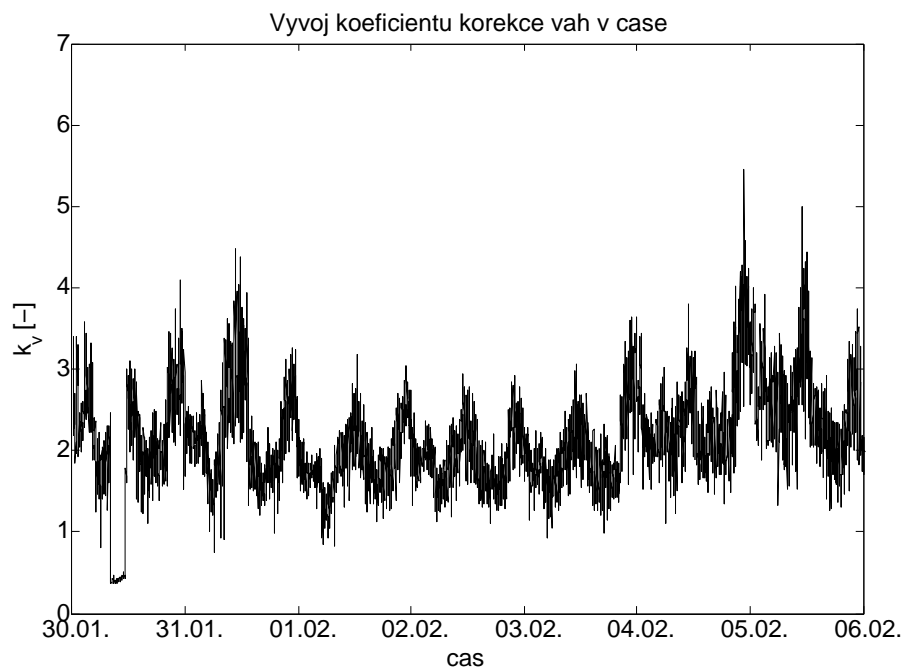
4. Provedení první velké iterace algoritmu odhadu stavu a získání prvního odhadnutého stavu  $x_1$ .
5. Výpočet reziduí  $r$ .
6. Vzestupné seřazení vážených reziduí.
7. Výpočet součtu prvních  $N$  vážených reziduí  $svr(N)$  a stanovení kvantilu chi-kvadrát rozdělení pravděpodobnosti  $(\chi^2(\vartheta))^{-1}$ .
8. Výpočet koeficientu korekce vah  $k_v = 1$ .
9. Výpočet váhové matice  $R^{-1}$ .



Obrázek 8.3: Grafické znázornění algoritmu nové metody stanovení váhové matice  $R^{-1}$  pomocí vývojového diagramu.



Obrázek 8.4: Detail vývoje koeficientu korekce vah  $k_v$  během jednoho týdne v období od 31. 1. 2011 00:00 do 7. 2. 2011 00:00 v testované oblasti.



Obrázek 8.5: Detail vývoje koeficientu korekce vah  $k_v$  opět během jednoho týdne, tentokrát ale o rok později, tedy v období od 30. 1. 2012 00:00 do 6. 2. 2012 00:00 v testované oblasti.



# Kapitola 9

## Robustní estimace stavu

Již ve 2. kapitole zabývající se popisem problematiky bylo řečeno, že problém estimace stavu v pojetí energetiků je chápán jako proces nalezení neznámého vektoru stavu, tvořeného parametry popisujícími harmonický signál (amplitudy a fáze), stochastického dynamického systému, nacházejícího se v ustáleném stavu. Neznámý stav je hledán na základě známého modelu elektrizační soustavy a určitého počtu známých hodnot měření různých elektrických veličin (napětí, proudu, výkonů), přičemž počet měření musí být větší (ideálně několikanásobně větší) nežli velikost stavového vektoru. Tento proces vede na matematickou úlohu nalezení řešení přeuročené soustavy nelineárních rovnic, které se za použití výpočetní techniky řeší pomocí numerických iteračních metod.

Numerická matematika, jak je uvedeno v [30], rozlišuje podle schopnosti konvergovat dva základní typy numerických iteračních metod, určených pro řešení<sup>1</sup>nelineárních rovnic. Jsou to iterační metody:

- Startovací - jejich velkou předností je zaručená konvergence, ovšem rychlost konvergence těchto metod bývá nízká;
- zpřesňující - konvergence u těchto metod není zaručena, ale v případě že konvergují, je rychlost konvergence obvykle vysoká.

K potížím, spojeným s konvergencí u zpřesňujících metod, dochází v případech, kdy se počáteční aproximace  $x_0$  nenachází v dostatečně malém okolí kořene nelineární funkce  $f(x)$ . To je vysvětleno v kapitole 5.1.3 a názorně demonstrováno na příkladu z obrázku 5.2.

Aby se problémům s konvergencí předešlo, doporučuje numerická matematika následující postup:

- Během prvních  $n$  iterací použít z důvodu zaručené konvergence některou ze startovacích metod - například metodu bisekce (také nazývanou metoda půlení intervalu) nebo metodu regula falsi;

---

<sup>1</sup>řešením nelineární rovnice  $f(x)$  se rozumí nalezení kořene rovnice, tedy nalezení takového  $x$ , pro které je splněna rovnost  $f(x) = 0$ .

- až poté, kdy se aproximativní řešení nachází v dostatečně malém okolí kořenu, použít některou z metod zpřesňujících. Tím se zvýší rychlost konvergence a požadovaného řešení je dosaženo dříve.

Další možností, jak do jisté míry zabránit problémům s konvergencí Newtonovy zpřesňující metody, je použít modifikovanou Newtonovu metodu (například tlumenou Newtonovu metodu nebo Newtonovu metodu s lokálně omezeným krokem - *trust region*) - viz [7]. Tyto metody sice stále konvergenci nezaručují, ale podstatným způsobem rozšiřují oblast konvergence, přičemž zachovávají obvykle vysokou rychlost konvergence.

Protože časový úsek vyhrazený pro výpočet odhadu stavu elektrizační soustavy není neomezený (většinou se estimace provádí každou minutu, případně jednou za tři minuty), byly za účelem zvýšení robustnosti estimace zkoumány pouze metody zpřesňující, tedy modifikované Newtonovy metody. Velmi podrobně se zabývá numerickými metodami obsáhlá publikace [36], ve které jsou, mimo jiné, popsány i dvě metody:

1. Levenberg-Marquardt;
2. Backtracking line search,

kterými se bude zabývat následující text.

## 9.1 Levenberg-Marquardtova metoda

Numerická metoda Levenberg-Marquardt je pojmenovaná po jejích autorech Kennethu Levenbergovi a Donaldu Marquardtovi. Vychází z klasické Newtonovy iterační metody, která je velmi podrobně popsána v kapitole 5.1.1. Klasická Newtonova metoda patří do numerických iteračních metod zpřesňujících a je tudíž rychlá, ale nezaručuje konvergenci výpočtu. Tento významný nedostatek klasické Newtonovy iterační metody se snaží odstranit právě Levenberg-Marquardtova metoda, a to pomocí modifikace, která spočívá ve využití takzvaného *trust region* přístupu nebo také nazývaného metoda omezeného kroku.

Postup výpočtu odhadu stavu je pomocí Levenberg-Marquardtovi metody téměř totožný s postupem výpočtu klasickou Newtonovo metodou. Liší se tím, že rovnice (5.13), která u klasické metody vyjadřuje iterační formuli, tedy způsob výpočtu nového odhadu stavu  $x$  v následujícím iteračním kroku, je v Levenberg-Marquardtově metodě modifikována a nabývá tvaru:

$$x_{k+1} = x_k - [G_{ij}(x_k) + \lambda \delta_{ij} G_{ij}(x_k)]^{-1} g(x_k), \quad (9.1)$$

kde  $G(x)$  je matice zesílení,  $g(x)$  gradient kritériální funkce  $J(x)$ ,  $\lambda$  parametr pro omezení velikosti prvků matice zesílení a

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}. \quad (9.2)$$

Další kroky vedoucí k nalezení řešení se shodují s postupem uvedeným v kapitole 5.1.1. Dále je tudíž použit Choleského rozklad matice zesílení  $G$  následovaný zpětnou substitucí pro získání změnového kroku  $\Delta x_k$ .

Velikost parametru  $\lambda$  mění Levenberg-Marquardtova metoda v závislosti na konvergenci, respektive nekonvergenci výpočtu. Zda výpočet konverguje či nekonverguje, rozlišuje algoritmus na základě porovnání hodnot kritériální funkce  $J(x)$  v aktuální a předchozí iteraci výpočtu. Po každém výpočtu nového odhadu stavu  $x_k$  následuje ověření, zda-li se hodnota kritériální funkce  $J(x)$  zmenšuje, nemění či naopak zvětšuje.

Pro volbu velikosti parametru  $\lambda$  existují následující doporučení:

- Pro případ, kdy se hodnota kritériální funkce  $J(x)$  nemění nebo zmenšuje (to znamená  $J(x_{k+1}) \leq J(x_k)$ ), se doporučuje volit  $\lambda_{k+1} = \lambda_k/10$ ;
- pro případ, kdy se hodnota kritériální funkce  $J(x)$  zvětšuje (to znamená  $J(x_{k+1}) > J(x_k)$ ), je doporučeno volit  $\lambda_{k+1} = \lambda_k \cdot 10$ ;
- na počátku se doporučuje volit  $\lambda_0 = 0,001$ .

V případě navýšení hodnoty kritériální funkce  $J(x)$ , tedy známky nekonvergence výpočtu, se hodnota parametru  $\lambda$  upravuje tak dlouho, dokud není splněna podmínka  $J(x_{k+1}) \leq J(x_k)$ . Vývoj parametru  $\lambda$  v průběhu výpočtu je znázorněn v následujícím grafu (viz obrázek 9.1).

K výrazné změně parametru  $\lambda$  dochází pouze v případech, kdy výpočet nekonverguje. V opačném případě nikoliv. Díky tomu si Levenberg-Marquardtova metoda zachovává vysokou rychlost konvergence a zároveň zvyšuje robustnost algoritmu.

## 9.2 Backtracking line search

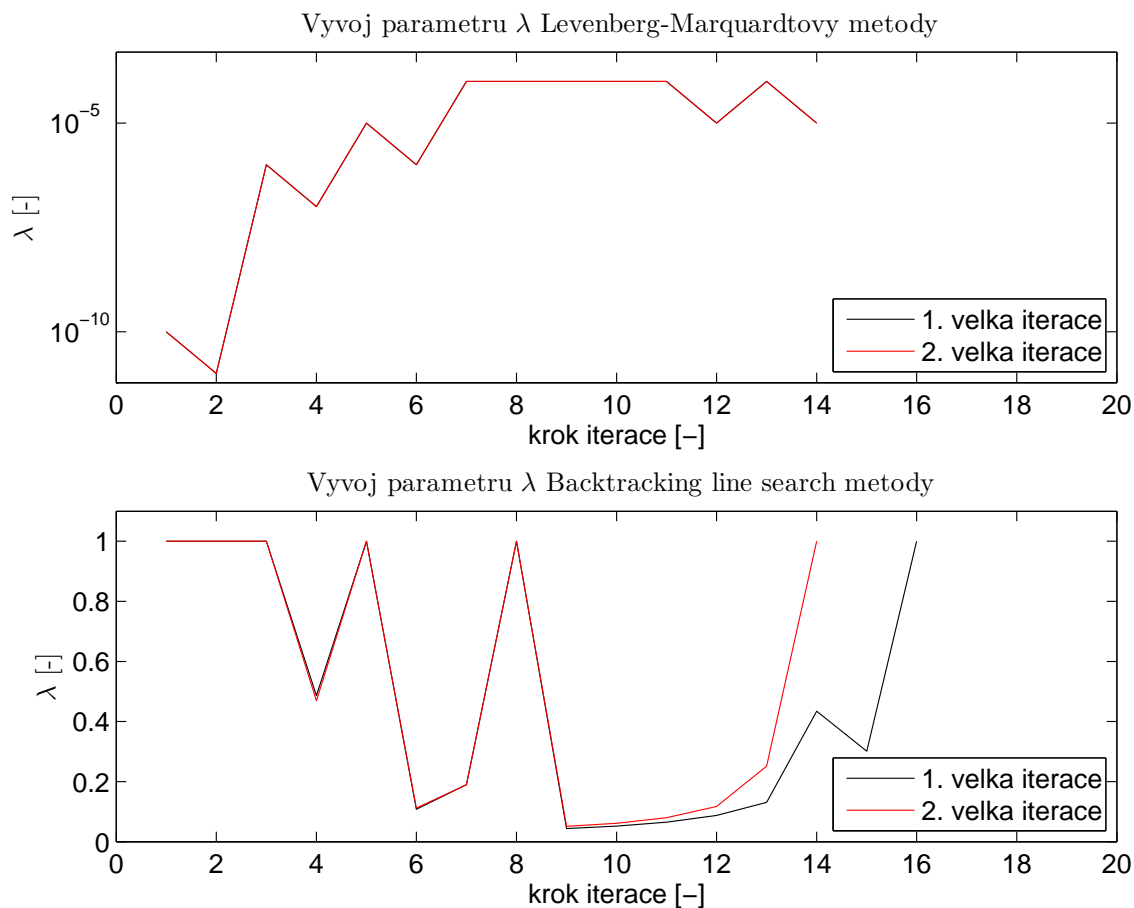
Metoda Backtracking line search vychází rovněž z klasické Newtonovy iterační metody, která je popsána v kapitole 5.1.1. Klasická Newtonova metoda, jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, patří do numerických iteračních metod zpřesňujících, z čehož vyplývá, že je rychlá, ale nezaručuje konvergenci výpočtu. Metoda Backtracking line search se tento problém snaží vyřešit stejným způsobem jako metoda Levenberg-Marquardt a to použitím *trust region* přístupu - nazývaného také metodou omezeného kroku.

Výpočetní postup metody Becktracking line search je opět téměř totožný s postupem klasické Newtonovy metody. Pro tuto metodu ale nabývá iterační formule (5.13) tohoto modifikovaného tvaru:

$$x_{k+1} = x_k - \lambda [G(x_k)]^{-1} g(x_k), \quad (9.3)$$

kde  $G(x)$  je opět matice zesílení,  $g(x)$  gradient kritériální funkce  $J(x)$  a  $\lambda$  parametr pro omezení velikosti změnového kroku  $\Delta x_k$ .

Další kroky vedoucí k nalezení řešení se i u této metody shodují s postupem uvedeným v kapitole 5.1.1. Je tudíž dále použit Choleského rozklad matice zesílení  $G$  následovaný zpětnou substitucí pro získání změnového kroku  $\Delta x_k$ .



Obrázek 9.1: Vývoj parametru  $\lambda$  při výpočtu odhadu stavu časového snímku pomocí metod Levenberg - Marquardt a Backtracking line search (klasickou Newtonovo metodou tento časový řez nekonverguje).

Velikost parametru  $\lambda$  mění metoda Backtracking line search v závislosti na konvergenci, respektive nekonvergenci výpočtu. To, jestli výpočet konverguje nebo nekonverguje, rozlišuje algoritmus opět na základě porovnání hodnot kritériální funkce  $J(x)$  v aktuální a předchozí iteraci výpočtu. Po každém výpočtu nového odhadu stavu  $x_k$  následuje nové ověření, zda-li se hodnota kritériální funkce  $J(x)$  zmenšuje, nemění či naopak zvětšuje, a na základě tohoto ověření jsou rozlišovány tyto dva případy:

- Hodnota kritériální funkce  $J(x)$  se nemění nebo se zmenšuje, tj.  $J(x_{k+1}) \leq J(x_k)$ ;
- hodnota kritériální funkce  $J(x)$  se zvětšuje, tj.  $J(x_{k+1}) > J(x_k)$ .

Pro druhý případ, tj. kdy se hodnota kritériální funkce zvětšuje, dochází prostřednictvím změny hodnoty parametru  $\lambda$  k omezení velikosti změnového kroku  $\Delta x_k$ .

Hodnota parametru  $\lambda$  se stanoví následujícím způsobem:

$$\lambda = -\frac{(H^T R^{-1} r_{k+1})^T \Delta x}{2 * (r_{k+1}^T R^{-1} r_{k+1} - r_k^T R^{-1} r_k - (H^T R^{-1} r_{k+1})^T \Delta x)}, \quad (9.4)$$

kde  $H$  je Jacobiho matice,  $\Delta x_k$  změnový krok,  $R^{-1}$  váhová matice a  $r$  jsou takzvaná rezidua ( $r = z - h(x)$ ). Pro velikost parametru  $\lambda$  se ještě doporučuje volit dodatečná omezení - například  $\lambda \in \langle 0.1, 0.5 \rangle$ .

Protože k omezení velikosti změnového kroku  $\Delta x_k$  dochází pouze v těch případech, kdy výpočet nekonverguje, zachovává si i metoda Backtracking line search vysokou rychlost konvergence a zároveň zvyšuje robustnost algoritmu.

## Kapitola 10

# Ověření a testování navržených metod, algoritmů a softwarových prototypů

Západočeská univerzita v Plzni, respektive náš řešitelský tým, byl spoluřešitelem projektu MPO (*Ministerstva průmyslu a obchodu*) FR-TI1/462, zvaného Výzkum a vývoj systému „Wide Area Monitoring“ pro oblast distribuční energetiky, jehož příjemcem byla brněnská společnost AIS spol. s r.o. V rámci tohoto projektu byl vyvinut a následně úspěšně otestován WAM Systém popsany v kapitole 7. Testování vyvíjených metod a posléze funkčních prototypů probíhalo na datech získaných z reálného provozu elektrizační soustavy a to ve dvou fázích:

1. Offline data - data z oblasti VVN (110kV) z jihu Moravy;
2. online data - data z oblasti VVN (110kV) z východních Čech.

Aby bylo možné již od samého začátku projektu testovat vyvíjené algoritmy na reálných datech, bylo provedeno jednorázové měření na vybrané oblasti elektrizační soustavy VVN (110kV) nacházející se na jihu Moravy. Schéma této oblasti je znázorněno na obrázku 10.1. Celá oblast se skládala z:

- 15 rozvoden + další dva uzly,
- 32 přípojnic,
- 26 transformátorů,
- 24 vedení.

Pro tuto oblast bylo dostupno celkově přes 200 různých měření (přesně 229 měření), z čehož data ze systému SCADA (205 měření) měla následující skladbu:

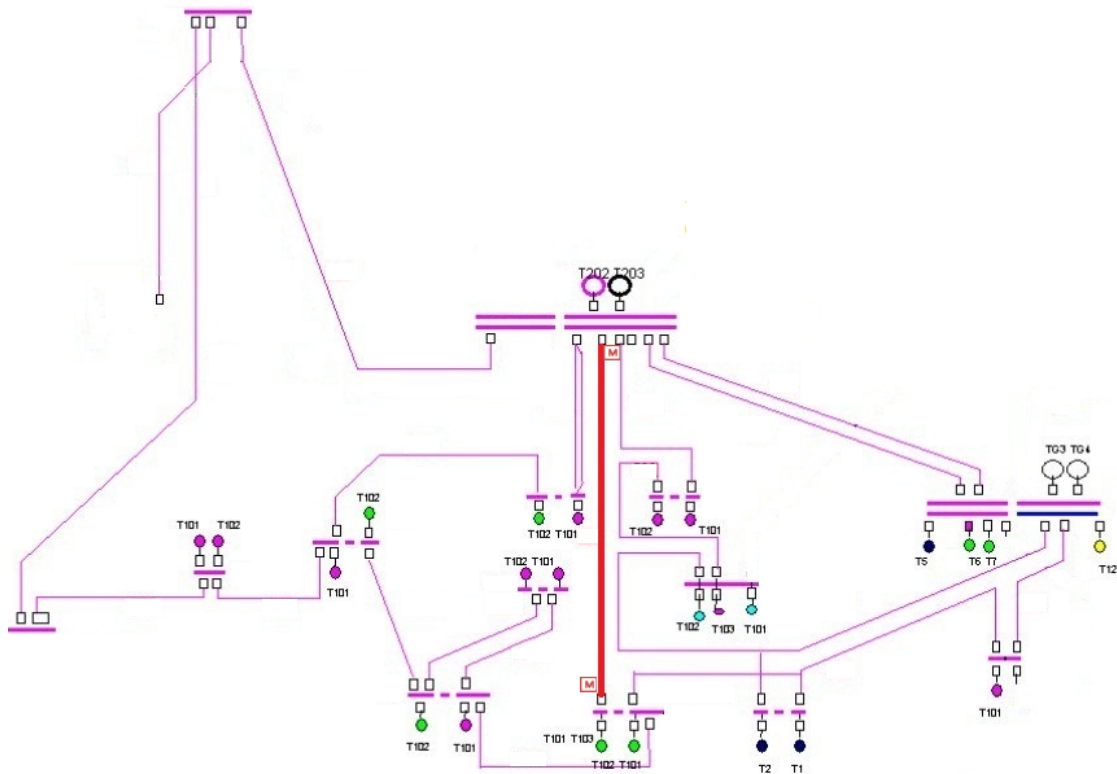
- 24 měření velikosti elektrického proudu  $I$ ,
- 63 měření činného výkonu  $P$ ,

- 63 měření jalového výkonu  $Q$ ,
- 55 měření velikosti napětí  $U$

a data z jednotek PMU (24 měření):

- 6 amplitud elektrického proudu  $|\vec{I}|$ ,
- 6 fázových úhlů elektrického proudu  $arg(\vec{I})$ ,
- 6 amplitud napětí  $|\vec{U}|$ ,
- 6 fázových úhlů napětí  $arg(\vec{U})$ .

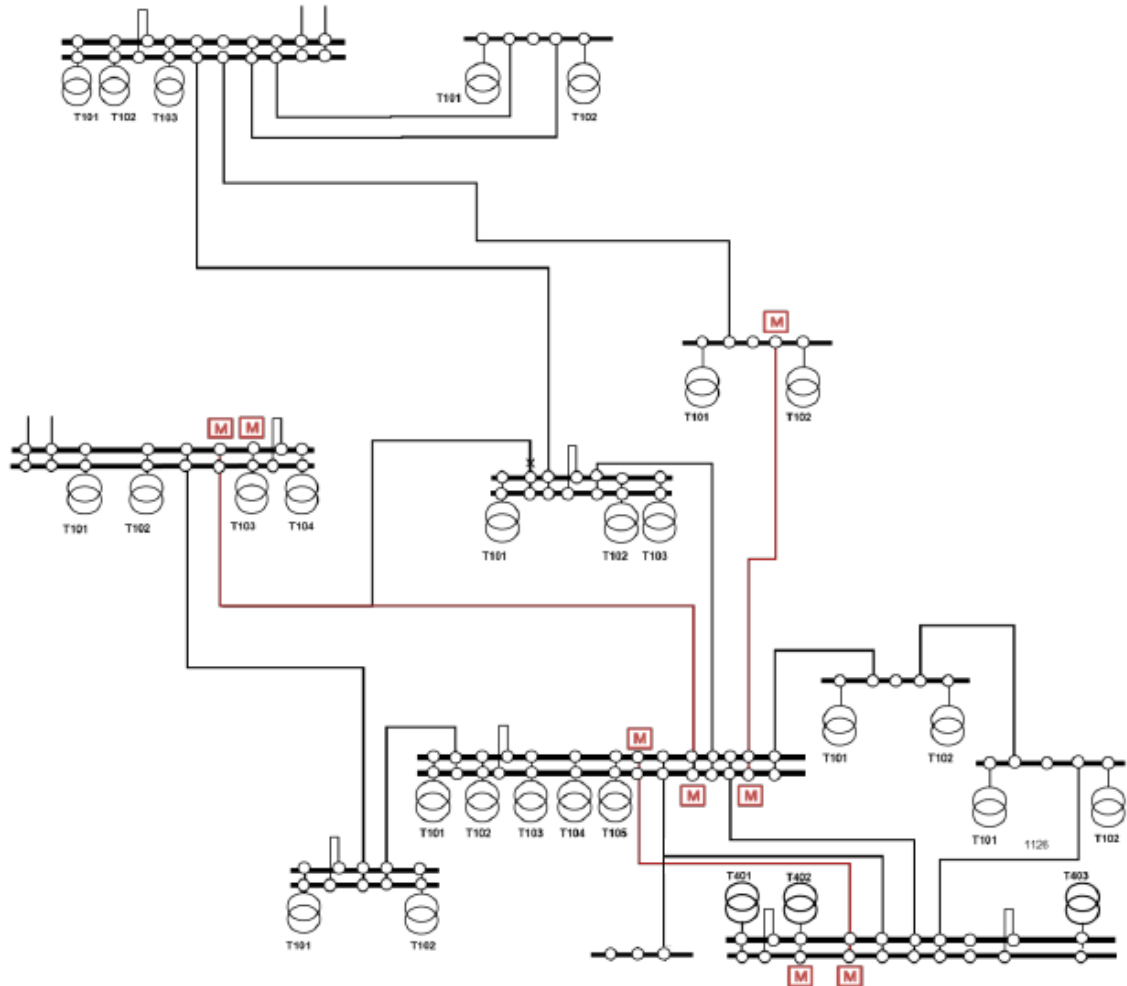
Oblast obsahovala jednu napájecí rozvodnu VVN (220/110kV). Jedno vedení, spojující dva nejvýznamnější uzly oblasti, bylo z obou konců osazeno měřicími jednotkami PMU. Měření bylo prováděno kontinuálně po dobu 52 hodin s periodou 3 minuty. Naměřená data byla uložena do souborů tabulkového procesoru a tvořilo je přes 1000 časových řezů. Na základě dat z této oblasti byly provedeny první návrhy struktur, funkcí, objektů a metod.



Obrázek 10.1: Schéma testovací oblasti VVN (110kV) na jihu Moravy. Písmenem  $M$  jsou označena místa osazená měřicími jednotkami PMU.

V rámci zmíněného projektu byla ale jako testovací oblast pro ověření celkové funkčnosti našeho estimačního systému vybrána část elektrizační soustavy VVN (110kV) situovaná ve východních Čechách, která je schematicky znázorněna na obrázku 10.2. Celou testovací oblast tvořilo:

- 11 rozvodn + další dva uzly,
- 28 přípojnic,
- 28 transformátorů,
- 19 vedení.



Obrázek 10.2: Schéma testovací oblasti VVN (110kV) ve východních Čechách. Písmenem *M* jsou označena místa osazená měřicími jednotkami PMU.

V této oblasti bylo dostupno celkově přes 400 různých měření (přesně 442 měření), z čehož data ze systému SCADA (314 měření) měla následující složení:

- 79 měření velikosti elektrického proudu  $I$ ,
- 79 měření činného výkonu  $P$ ,
- 79 měření jalového výkonu  $Q$ ,



- 77 měření velikosti napětí  $U$

a data z měřicích jednotek PMU (128 měření):

- 32 amplitud elektrického proudu  $|\vec{I}|$ ,
- 32 fázových úhlů elektrického proudu  $arg(\vec{I})$ ,
- 32 amplitud napětí  $|\vec{U}|$ ,
- 32 fázových úhlů napětí  $arg(\vec{U})$ .

Testovací oblast zahrnovala jednu napájecí rozvodnu VVN (400/110kV). Tři vedení, propojující čtyři nejvýznamnější uzly oblasti, byla na obou koncích osazena měřicími jednotkami PMU. Dvěma PMU jednotkami byly také osazeny dva transformátory - jeden transformátor 400/110kV napájející tuto oblast a jeden transformátor 110/35kV. Měření bylo, až na výjimky, kdy docházelo ke změnám a úpravám v systému, prováděno kontinuálně v průběhu roku 2012 až do úspěšného zakončení projektu. Veškerá data (jak naměřené hodnoty elektrických veličin, tak i informace o aktuálním zapojení sítě - topologii sítě) byla ukládána do databáze. Měření bylo prováděno pravidelně s periodou 1 minuta.

Na této testovací síti byly odladěny a následně úspěšně otestovány a ověřeny všechny moduly WAM Systému. Tato testovací síť, jak je patrné z uvedených údajů, je značně „přeměřená“ - na relativně malý počet rozveden je obrovské množství měřených hodnot elektrických veličin. To je jedním z důvodů, proč se za celou dobu, pro kterou byla dostupná naměřená data, vyskytlo jen několik (řádově jednotky) časových řezů, kdy estimační algoritmus využívající standardní Newtonovu iterační metodu selhal, a tudíž nemohl být dokončen odhad stavu. V těchto případech byly extra spuštěny nově implementované metody využívající numerických iteračních metod Levenberg-Marquardt a Backtracking line search. Estimace poté ve všech uvedených časových řezech skončila úspěšně. U takto malé sítě byly výsledky i časy potřebné pro výpočet odhadu stavu u všech metod srovnatelné.

Protože tato síť byla opravdu malá a nebylo možné ověřit funkčnost důkladněji, bylo potřeba zajistit data z rozsáhlejší oblasti elektrizační soustavy. Na základě dlouhodobé spolupráce se společností ČEPS a.s. nám byla poskytnuta data získaná rovněž při reálném provozu české přenosové a části distribuční elektrizační soustavy (schéma viz obrázky 4.1). Data tvořilo celkem 117 časových řezů, které pocházely z různých ročních období a částí dne. Data zahrnovala jak informace o aktuálním zapojení sítě a parametrech jednotlivých prvků sítě (topologii sítě), tak naměřené hodnoty elektrických veličin (efektivních hodnot napětí, činných a jalových výkonů). Síť se skládala z:

- 900 uzlů
- 1100 větví

a pro tuto síť bylo celkově dostupno přes 6000 měření, jejichž skladba byla následující:

- 44% měření činných výkonů  $P$ ,
- 44% měření jalových výkonů  $Q$ ,
- 12% měření velikosti napětí  $U$ .

Přesto, že v několika časových řezech výpočet klasickou Newton-Raphsonovo metodou zkolaboval, ani v jednom z testovaných časových řezů nenastal případ, kdy by selhala některá z nově vyvinutých a implementovaných metod. U elektrizační sítě takového rozměru již mělo smysl provést i test časové náročnosti jednotlivých metod. Celkově byly implementovány čtyři numerické iterační metody, z čehož nově vyvinuty byly poslední dvě:

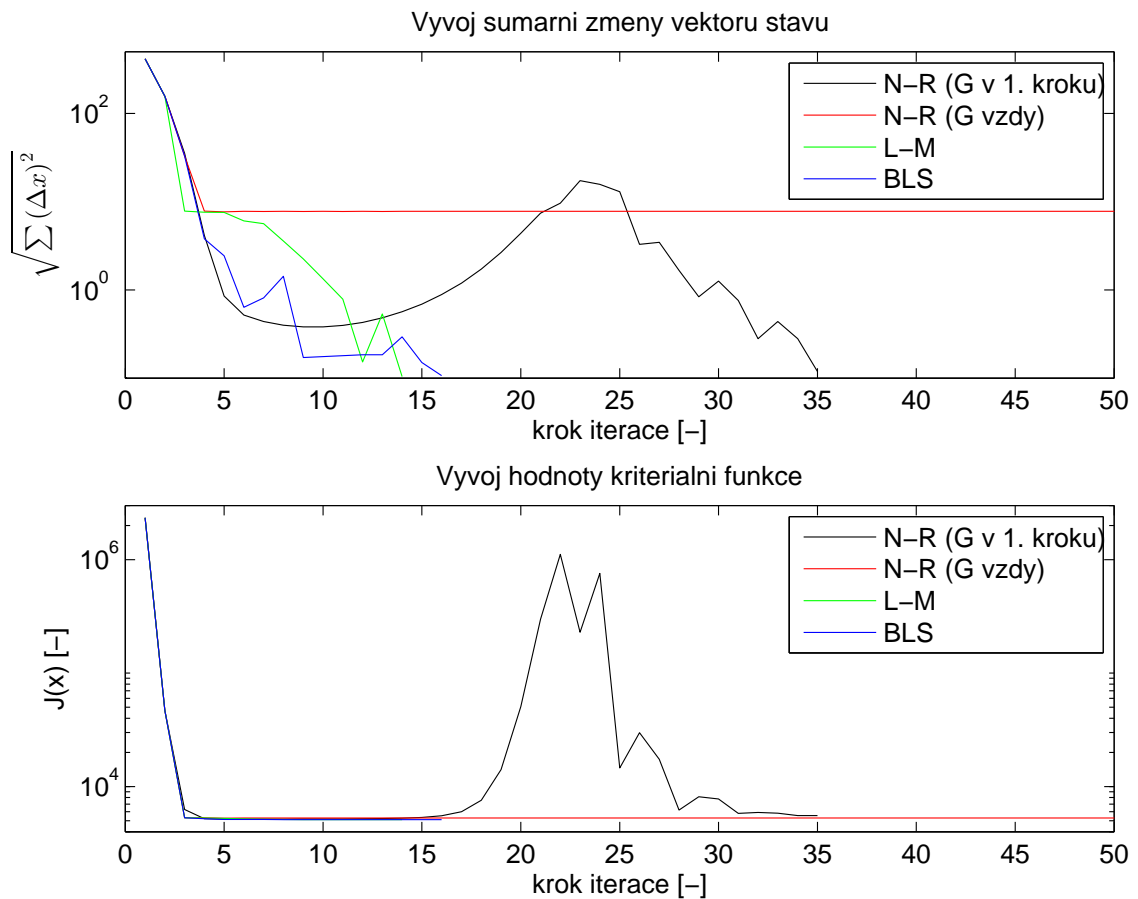
1. Newton-Raphsonova metoda, kdy byly matice zesílení  $G$  a Jacobiho matice  $H$  počítány pouze v prvním iteračním kroku;
2. Newton-Raphsonova metoda, kdy byly matice zesílení  $G$  a Jacobiho matice  $H$  počítány v každém iteračním kroku;
3. Levenberg-Marquardtova metoda;
4. Backtracking line search metoda.

Dosažené výsledky všech uvedených metod jsou přehledně shrnuty v následující tabulce 10.1.

Tabulka 10.1: Porovnání výsledků dosažených pomocí všech implementovaných estimačních algoritmů při testování na reálných datech.

Použitá metoda	Testované vzorky		Čas výpočtu	
	nekonvergentní	celkem	$\mu$ [s]	$\sigma$ [s]
N-R ( $G$ v 1. kroku)	3	117	16.7 (Inf)	4.8
N-R ( $G$ vždy)	3	117	20.1 (Inf)	9.7
L-M	0	117	24.4	31.8
BLS	0	117	21.9	12.4

Testy bylo prokázáno, že nově vyvinutá Levenberg-Marquardtova metoda dosahuje co do času potřebného pro výpočet oproti metodě Backtracking line search průměrně lepších výsledků, ale jen u časových řezů, kde funguje i klasická Newton-Raphsonova metoda. Avšak u snímků, které klasickou metodou nekonvergují, je Levenberg-Marquardtova metoda několikrát pomalejší nežli metoda Backtracking line search. Z tohoto důvodu se numerická iterační metoda Backtracking line search ukázala pro účely estimace stavu elektrizační soustavy jako vhodnější řešení.



Obrázek 10.3: Vývoj sumární změny vektoru stavu a hodnoty kriteriální funkce při výpočtu všemi implementovanými metodami na jednom z testovaných časových řezů.

# Kapitola 11

## Závěr

Měřené hodnoty elektrických veličin společně se známými hodnotami parametrů jednotlivých prvků elektrizační soustavy nepředstavují konzistentní model elektrizační soustavy. Když se k tomuto faktu navíc přidají stále se zvyšující požadavky na množství a kvalitu dodávané elektrické energie, stává se tak estimace stavu elektrizační soustavy, která konzistentní model poskytuje, nepostradatelnou součástí kvalitního monitorovacího a řídicího systému. V souvislosti s masivním rozvojem technologií v posledních desetiletích se v energetice začaly prosazovat synchronní měřicí jednotky fázorů, označované zkratkou PMU (*Phasor Measurement Unit*). To způsobilo rozvoj WAM (*Wide Area Monitoring*) systémů, které nejen při estimaci stavu, ale i při dalších poskytovaných funkcionalitách, využívají velmi přesných dat synchronních měření fázorů (amplitud a fázových úhlů). A to nejen fázorů napětí  $\vec{U}$ , ale i fázorů proudů  $\vec{I}$ .

Katedra kybernetiky Fakulty aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni byla spoluřešitelem úspěšného projektu FR-TI1/462, zvaného Výzkum a vývoj systému „Wide Area Monitoring“ pro oblast distribuční energetiky, řešeného v letech 2009 - 2012. V rámci jmenovaného projektu byl vyvinut a posléze prototypován WAM systém, jehož finální verze byla nasazena a úspěšně otestována v reálném provozu ve vybrané testovací oblasti elektrizační soustavy ve východních Čechách. Tato práce byla motivována potřebou vyřešit zásadní problémy, které vyvstaly právě při realizaci zmíněného WAM systému z uvedeného projektu.

První otázkou, kterou bylo zapotřebí zodpovědět, bylo, jak určit váhovou matici měření. Běžnou praxí je nastavit váhy expertně s využitím informace o přesnosti jednotlivých měření. Jak ale nastavit váhy, když estimaci vyvíjíte a o testovací oblasti máte jen kusé informace? Za tímto účelem byla vyvinuta nová metoda nastavení vah měření. Tato metoda vychází rovněž z předpokládaných přesností jednotlivých měření, ale na základě nastavení koeficientu důvěryhodnosti je dále možné zohlednit další faktory, které přesnost naměřených hodnot rovněž ovlivňují. Volba těchto koeficientů vyplývá z dostupných apriorních informací. Proto, aby hodnoty vah nebyly příliš vysoké nebo naopak příliš nízké, využívá metoda koeficient korekce vah, jehož hodnota vychází z detekce chybných měření. Funkčnost implementované metody byla ověřena na testovací oblasti a je prvním přínosem této práce.

Druhým problémem byla zřídka se projevující, ale o to závažnější, nestabilita esti-

mačního algoritmu. Ta byla způsobena numerickou nestabilitou Newton-Raphsonovy iterační metody, která je běžně používána pro nalezení řešení přeúřčené soustavy rovnic. Řešení tohoto problému bylo hledáno mezi modifikovanými numerickými iteračními metodami, vycházejícími z klasické Newtonovy iterační metody. Konkrétně se jednalo o metody s lokálně omezeným krokem. Jako spolehlivá řešení se prokázaly metody Lewenberg-Marquardt a metoda Backtracking line search. Obě tyto metody dosahovaly při testech srovnatelných výsledků. Přesto druhá z uvedených, tedy metoda Backtracking line search, byla na základě provedených testů vyhodnocena pro účely estimace stavu elektrizační soustavy jako vhodnější. A to z toho důvodu, že v problémových časových řezech dosahovala co do časové náročnosti podstatně lepších výsledků. Vyvinutý algoritmus numericky stabilní estimace stavu elektrizační soustavy představuje druhý přínos této práce.

# Literatura

- [1] <http://www.ceps.cz>.
- [2] <http://www.ais-brno.cz/switching-distribution-networks.php?lang=cz>.
- [3] A. Abur and A. G. Expósito. *Power system state estimation: theory and implementation*. CRC Press, 2004.
- [4] H. M. Beides and G. T. Heydt. Dynamic state estimation of power system harmonics using kalman filter methodology. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 6(4), October 1991.
- [5] L. Bláha. *Gröbnerova báze a teorie řízení*. PhD thesis, Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra kybernetiky, 2010.
- [6] V. Böhm, A. Popelka, and B. Sadecký. Synchronní měření v elektrických sítích. In *Konference ČK CIREĐ 2004*, pages 1 – 15, listopad 2004.
- [7] L. Čermák, R. Hlavička, and Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. *Numerické metody*. Učební texty vysokých škol. Akademické nakladatelství CERM, 2008.
- [8] F. Chen, X. Han, Z. Pan, and L. Han. State estimation model and algorithm including pmu. In *3th International conference on electric utility deregulation and restructuring and power technologies*, pages 1097–1102, 2008.
- [9] H. Crisciú, F. Promel, and J. Van Hecke. Assessment and enhancement of power system state estimation quality. August 2005.
- [10] M.C. de Almeida, E.N. Asada, and A.V. Garcia. Identifying critical sets in state estimation using gram matrix. In *PowerTech, 2009 IEEE Bucharest*, pages 1 –5, 28 2009-july 2 2009.
- [11] M.B. Do Coutto Filho, J.C. Stacchini de Souza, F.M.F. de Oliveira, and M.T. Schilling. Identifying critical measurements amp; sets for power system state estimation. In *Power Tech Proceedings, 2001 IEEE Porto*, volume 3, page 6 pp. vol.3, 2001.

- [12] Bei Gou, Yunzhi Cheng, and Weibiao Wu. A new topology error detection approach for power system state estimation. In *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*, pages 1–7, July 2008.
- [13] L. Han, X. S. Han, F. Chen, and H. Zha. An effective hybrid approach for dynamic state estimation in power system. In *3th International conference on electric utility deregulation and restructuring and power technologies*, pages 1072–1076, 2008.
- [14] Z. Huang, K. Schneider, and J. Nieplocha. Feasibility studies of applying kalman filter techniques to power system dynamic state estimation. In *Power Engineering Conference*, pages 376–382, 2007.
- [15] M. Hurtgen and J. C. Maun. Advantages of power system state estimation using phasor measurement units. In *16th Power systems computation conference*, 2008.
- [16] R. A. Jabr. Power system state estimation using an iteratively reweighted least squares method for sequential l1-regression. *Electrical Power and Energy Systems*, (28):86–92, 2006.
- [17] A. Jain and N. R. Shivakumar. Impact of pmu in dynamic state estimation of power systems. In *Power Symposium, 2008. NAPS '08. 40th North American*, pages 1–8, 2008.
- [18] A. Jain and N. R. Shivakumar. Phasor measurements in dynamic state estimation of power systems. In *TENCON 2008 - 2008 IEEE Region 10 Conference*, pages 1–6, November 2008.
- [19] A. Jain and N. R. Shivakumar. Power system tracking and dynamic state estimation. In *Power Systems Conference and Exposition, 2009. PSCE '09. IEEE/PES*, pages 1–8, March 2009.
- [20] E. Janecek and D. Georgiev. Probabilistic extension of the backward/forward load flow analysis method. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 27(2):695–704, May 2012.
- [21] E. Janeček and P. Prautsch. *Closed form estimation of boundary values in electrical distribution networks*, volume 1, pages 175–180. Elsevier, Oxford, 2006.
- [22] O. Kosut, Liyan Jia, R.J. Thomas, and Lang Tong. Limiting false data attacks on power system state estimation. In *Information Sciences and Systems (CISS), 2010 44th Annual Conference on*, pages 1–6, March 2010.
- [23] K.S.Swarup and K.Jamuna. Two stage state estimator with phasor measurements. In *Third International Conference on Power Systems*, 2009.

- [24] A. Kumar, B. Das, and J. Sharma. Robust dynamic state estimation of power system harmonics. *Electrical Power and Energy Systems*, (28):65–74, 2006.
- [25] S. Lakshminarasimhan and A. A. Girgis. Hierarchical state estimation applied to wide-area power systems. In *Power Engineering Society General Meeting*, pages 1 – 6, June 2007.
- [26] M. Lavorato, M. J. Rider, and A. V. Garcia. Power system state estimation: a new method based on current equations. In *Power Engineering, 2007 Large Engineering Systems Conference*, pages 166–170, January 2008.
- [27] C. Madtharad, S. Premrudeepreechacharn, and N. R. Watson. Power system state estimation using singular value decomposition. *Electrical Power and Energy Systems*, (67):99–107, 2003.
- [28] D. Mayer. *Úvod do teorie elektrických obvodů*, volume 688. SNTL, 1981.
- [29] Jiřina Mertlová, Pavla Hejtmánková, and Tomáš Tajtl. *Teorie přenosu a rozvodu elektrické energie*. Západočeská univerzita v Plzni, 2008.
- [30] S. Míka and M. Brandner. *Numerické metody I*. Západočeská univerzita v Plzni, 1. vydání edition, únor 2000.
- [31] R. Sodhi nad S. C. Srivastava and S. N. Singh. An improved phasor assisted state estimator. In *Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–7, 2009.
- [32] N. M. Nor, R. Jegatheesan, and P Nallagownden. Newton-raphson state estimation solution employing systematically constructed jacobian matrix. *Engineering and Technology*, (42):292–296, 2008.
- [33] M. Y. Patel and A. A. Girgis. Two-level state estimation for multi-area power system. In *Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE*, pages 1–6, June 2007.
- [34] A. G. Phadke and J. S. Thorp. *Synchronized phasor measurements and their applications*. Springer Science+Business Media, 2008.
- [35] G. D. Prasad and S. S. Thakur. A new approach to dynamic state estimation of power systems. *Electric Power Systems Research*, (45):173–180, 1998.
- [36] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 3 edition, 2007.
- [37] B. Sadecký. *Odhad stavu elektrizační soustavy*. PhD thesis, Ústav teorie informace a automatizace ČSAV, Praha, leden 1984.
- [38] B. Sadecký and M. Chladová. Wams Čeps - možnosti využití synchrofázorů při estimaci stavu elektrizační soustavy. In *Konference EGÚ Praha Engineering, a.s. 2009*, pages 1 – 27, červen 2009.



- [39] K. R. Shih and S. J. Huang. Application of a robust algorithm for dynamic state estimation of a power system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(1):141–147, February 2002.
- [40] N. R. Shivakumar and A. Jain. A review of power system dynamic state estimation techniques. In *Power System Technology and IEEE Power India Conference*, pages 1–6, 2008.
- [41] D. Singh, J.P. Pandey, and D.S. Chauhan. Topology identification, bad data processing, and state estimation using fuzzy pattern matching. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(3):1570 – 1579, Aug. 2005.
- [42] K. Wilkosz T. Okon. Comparison of weighted-least-squares power system state estimation in polar and rectangular coordinate systems. In *Environment and Electrical Engineering (EEEIC)*, pages 140–143, 2010.
- [43] K. Wilkosz T. Okon. Wls state estimation in polar and rectangular coordinate systems for power system with upfc: significance of types of measurements. In *Modern Electric Power Systems 2010*, 2010.
- [44] H. Wang and N. N. Schulz. A revised branch current-based distribution system state estimation algorithm and meter placement impact. *Engineering and Technology*, 19(1):207–213, February 2004.
- [45] H. S. Zhao, J. L. Guo, and X. D. Fan. The study of distributed multi-area state estimation algorithm. In *Power System Technology and IEEE Power*, pages 1–5, 2008.
- [46] L. Zhao and A. Abur. Multi area state estimation using synchronized phasor measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):611 – 617, May 2005.
- [47] P. Žampa. Základy nové teorie systémů. Habilitační práce, Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, 1995.

## Vlastní publikace

- [48] J. Nováček. *Návrh a vývoj softwaru diagnostického systému KÜS ve vývojovém prostředí LabVIEW*. Diplomová práce, ZČU, Plzeň, 2008.
- [49] J. Nováček, E. Janeček. *Analyse der Phase der Drahlänge beim GT-KÜS Paket Nr. 1 - Machbarkeitanalyse*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2009.
- [50] J. Nováček, E. Janeček. *Analyse der Phase der Drahlänge beim GT-KÜS Paket Nr. 2 - Weitere Eigenschaften der Phase*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2009.
- [51] J. Nováček, E. Janeček. *Analyse der Phase der Drahlänge beim GT-KÜS*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2009.
- [52] J. Nováček, P. Janeček, E. Janeček. *Výzkum metod estimace stavu sítě s použitím fázorových měření*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2009.
- [53] M. Trauške, J. Nováček, P. Janeček, E. Janeček. *Metody estimace stavu sítě*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2010.
- [54] J. Nováček, P. Janeček, E. Janeček. *Metody estimace stavu sítě II*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2010.
- [55] J. Nováček, E. Janeček, A. Popelka. *Vybrané aplikace systému Wide Area Monitoring*. Control of Power Systems 2010. Tatranske Matliare, Slovensko, 2010, ISBN 978-80-89402-20-5.
- [56] E. Janeček, J. Nováček, P. Hering, P. Janeček, A. Popelka. *Zkušenosti a přínos měření synchronních fázorů na estimaci stavu a identifikaci parametrů vedení*. Cyklus E 2011 - seminář číslo 3. EGÚ Praha Engineering, a.s., Praha, 2011.
- [57] J. Nováček, E. Janeček, A. Popelka, P. Marvan. *Zkušenosti s provozem ověřovacího systému WAMS v distribuční soustavě*. Referáty 15. konference ČK CIREC. Tábor, 2011, ISBN 978-80-905014-0-9.
- [58] J. Nováček, E. Janeček, P. Janeček. *Metoda a implementace robustního estimatoru stavu - souhrnná zpráva*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2012.

- [59] J. Nováček, E. Janeček, P. Janeček, P. Hering. *Výzkum chování el. sítě*. Výzkumná zpráva, Západočeská univerzita v Plzni, 2012.
- [60] J. Nováček. *Estimace stavu elektrických sítí s využitím fázorových měření*. Vysokoškolská kvalifikační práce ke státní rigorózní zkoušce, Plzeň, 2012.
- [61] J. Nováček, E. Janeček. *Estimace stavu elektrických sítí v podmínkách zvyšující se výroby obnovitelných zdrojů energie*. 14th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). Kouty nad Desnou, 2013, ISBN 978-80-248-2988-3.