

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA ELEKTROENERGETIKY A EKOLOGIE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Průmyslové využití ohřevů elektromagnetickou indukcí

**vedoucí práce: prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.
autor: Bc. Marek Kunc**

2014

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Marek KUNC**
Osobní číslo: **E11N0124P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektroenergetika**
Název tématu: **Průmyslové využití ohřevů elektromagnetickou indukcí**
Zadávající katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Uveďte stručně teoretické základy ohřevu elektromagnetickou indukcí.
2. Vypracujte přehled aplikací a jejich předností.
3. Stanovte podmínky pro efektivní užití ohřevů elektromagnetickou indukcí pro tavení, prohřívání a povrchové kalení.
4. Uveďte příklady neobvyklého užití ohřevu elektromagnetickou indukcí (informace z internetu).
5. Proveďte inženýrský výpočet geometrických a elektrických parametrů indukční ohřívačky pro ohřev ocelové válcové vsázky o průměru 0,2 m a stanovte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího
Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran
Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická
Seznam odborné literatury:

Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.**
Katedra elektroenergetiky a ekologie

- Datum zadání diplomové práce: **14. října 2013**
Termín odevzdání diplomové práce: **12. května 2014**


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2013

Anotace

Předkládaná diplomová práce se zabývá teorií a využitím indukčního ohřevu. V úvodní kapitole se věnuje příslušné teorii. Druhá kapitola se zaměřuje na praktické využití indukčního ohřevu zejména však na průmyslové aplikace. Ve třetí části jsou uvedeny efektivní podmínky použití indukčního ohřevu z pohledu napájecí frekvence induktoru. Zbývající části se zabývají analytickým návrhem indukčního prohřívacího zařízení a simulací v softwaru RillFEM 2D. Poslední oddíl je věnován zhodnocení získaných poznatků.

Klíčová slova

Indukční ohřev, Maxwellovy rovnice, elektromagnetické vlnění, hloubka vniku, Poyntingův vektor, permeabilita, frekvence, elektrické schéma, indukční zařízení, tavení, prohřívání, povrchové kalení, speciální využití indukčního ohřevu, návrh indukčního zařízení, chlazení, simulace, RillFEM 2D.

Abstract

This diploma thesis deal with usage induction heating theory. Work is devided into several captures. The first one is about this theory and the second capture focuse on practical usage of induction heating especially by industrial aplications. In third part are mentioned effective conditions of usage induction heating from inductor's power frequency point of view. At the end of this thesis is solved analitic design of induction heating device and simulation in RillFEM 2D software. Last capture valuates all acquired knowledges.

Keywords

Induction heating, Maxwell's equation, electromagnetic wave motion, penetration depth, Poynting's vector, permeability, frequency, electrical scheme, inductive equipment, melting, heating, surface hardening, special usage of induction heating, desing of induction systems, cooling, simulation, RillFEM 2D.

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

V Plzni dne 9. 5. 2014

Marek Kunc

.....

Podpis

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jiřímu Koženému, CSc. za jeho cenné rady, připomínky, trpělivost a vstřícný přístup. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Oldřichu Kroupovi za poskytnuté konzultace a rady. Také děkuji své rodině a přátelům, kteří mě podporovali při studiu. V neposlední řadě chci poděkovat celé Fakultě elektrotechnické, která mi byla zdrojem cenných zkušeností, radostí i starostí.

Obsah

Seznam symbolů a značek.....	10
Úvod	12
1. TEORIE OHŘEVU ELEKTROMAGNETICKOU INDUKCÍ.....	13
1.1. Indukční ohřev.....	13
1.2. Rovnice pro elektromagnetické pole	13
1.3. Poyntingův zářivý vektor	17
1.4. Rovinné harmonické elektromagnetické vlnění.....	18
1.5. Válcové harmonické elektromagnetické vlnění	19
1.5.1. Naindukovaný proud do válcové vsázky	26
1.5.2. Impedance válcové vsázky	28
1.5.3. Množství tepla naindukovaného ve válcové vsázce.....	29
1.6. Vliv frekvence induktoru na vlastnosti indukčního ohřevu.....	31
1.7. Vliv permeability na indukční ohřev.....	35
1.8. Elektrické schéma indukčního zařízení.....	36
2. INDUKČNÍ OHŘEV V PRAXI	39
2.1. Indukční pece kanálkové	39
2.2. Indukční pece kelímkové	41
2.2.1. Indukční pec s nevodivým kelímkem.....	43
2.2.2. Indukční pec s vodivým kelímkem.....	44
2.2.3. Indukční pec se studeným kelímkem	44
2.3. Indukční pece vakuové	45
2.4. Indukční zařízení prohřívací.....	46
2.5. Indukční zařízení pro povrchový ohřev	47
2.5.1. Povrchové kalení	48
2.5.2. Pájení.....	51
2.5.3. Svařování.....	53
2.6. Další využití indukčního ohřevu.....	53
3. PODMÍNKY PRO EFEKTIVNÍ VYUŽITÍ INDUKČNÍHO OHŘEVU.....	61
3.1. Tavení	61
3.2. Prohřívání	63
3.3. Povrchové kalení	65
4. VÝPOČET GEOMETRICKÝCH A ELEKTRICKÝCH PARAMETRŮ OHŘÍVAČKY	67
4.1. První způsob výpočtu	73
4.2. Druhý způsob výpočtu.....	77
4.3. Návrh vodního chlazení induktoru	81

5. SIMULACE INDUKČNÍ OHŘÍVAČKY.....	84
5.1. Numerická metoda výpočtu.....	84
5.2. RillFEM.....	84
5.2.1.Postup.....	85
5.2.2.Výsledky.....	87
6. ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ.....	96
Závěr.....	97
Seznam literatury.....	98
Seznam obrázků a tabulek.....	101
Přílohy.....	1

Seznam symbolů a značek

Značka	význam	Jednotka
a	hloubka vniku	m
A	vektorový potenciál	Wb/m
B	magnetická indukce	T
C	kapacita	F
C_1, C_2	integrační konstanty	–
c	měrná tepelná kapacita	$J/kg \cdot K$
d	průměr	m
D	elektrická indukce	C/m^2
E	intenzita elektrického pole	V/m
f	frekvence	Hz
G	hmotnost	kg
H	intenzita magnetického pole	A/m
I	elektrický proud	A
J	proudová hustota	C/m^2
l	délka	m
k	konstanta šíření elmg. pole	–
L	vlastní indukčnost	H
M	vzájemná indukčnost	H
N	počet závitů	–
N	Poyntingův zářivý vektor	W/m^2
P	činný výkon, tepelný výkon	W
Q	jalový výkon	VAr
R	elektrický odpor	Ω
r	poloměr	m
S	plocha	m^2
t	čas	s
U	elektrické napětí	V
V	objem	m^3
v	rychlost	m/s
W	energie, práce	W
Z	impedance	Ω
γ	měrná elektrická vodivost	S/m
ε	permitivita	F/m
ε_r	relativní permitivita	–
μ	permeabilita	H/m
μ_r	relativní permeabilita	–
η	účinnost	–
ρ	měrný elektrický odpor	$\Omega \cdot m$
Φ	indukční magnetický tok	Wb
ω	úhlová frekvence	rad/s
α	součinitel přestupu tepla	$W/m^2 K$
α_1, α_2, F	Nagaokovy součinitele	–
λ	tepelná vodivost	W/mK

ϑ	teplota	$^{\circ}\text{C}$
ϱ	hustota	kg/m^3
∇	Laplaceův operátor	–

Konstanty

ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$	F/m
μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$	H/m

Grafické vyjádření veličin

H	obecná veličina
\mathbf{H}	vektor
\vec{H}	fázor vektoru

Úvod

Skoro dvě století uplynula od časů Michaela Faradaye (1831) jež objevil díky svým experimentům souvislost mezi elektrickým a magnetickým polem a popsal elektromagnetickou indukci, jež se stala základním kamenem indukčního ohřevu. Neméně důležitým krokem pro praktické využití byla interpretace matematického aparátu pro elektromagnetické pole J. C. Maxwellem, který sepsal čtyři rovnice dnes známé jako Maxwellovy. Vše bylo připravené pro další rozvoj a pozdější využití v praxi. Inženýři a vědci měli před sebou nelehký úkol, přejít z myšlenky k realizaci a aplikovat již získané poznatky na sestavení první indukční pece pro praktické využití.

Roku 1887 Angličan de Ferranti sestrojil první indukční pec pro tavení, ale až po úpravách roku 1900 F. A. Kjellinem byla instalována první kanálková pec do průmyslového závodu ve Švédsku. Počínaje tímto milníkem dochází k postupnému vylepšování a rozšiřování do kovozpracujícího a ocelářského průmyslu po celém světě. U nás první pec zahajuje provoz v Kladně roku 1908, ještě za dob Rakousko-uherské říše. S rozšířením pecí se začal projevovat problém s nedostatečnými parametry napájení indukční cívky, ale to se s nástupem rotačních měničů změnilo. Tyto měniče dovolili zvýšit výkon i frekvenční rozsah pecí. Vývoj pokračoval a indukční ohřev se zapsal do historie rudým písmem, když se výrobou vojenského arsenálu nepřímo podílel na zločinech páchaných za 2. světové války. Válečné snažení urychlilo snažení vědců a v polovině 20. století se začaly pro napájení používat polovodičové frekvenční měniče, to vedlo především ke snížení energetické náročnosti a zvýšení účinnosti celého procesu. Indukční ohřev neměl v cestě už žádnou překážku, nic nebránilo expanzi do dalších oblastí využití jako například chemický či potravinářský průmysl, ale i masivnímu komerčnímu využívání v domácnostech pro přípravu pokrmů.

V této práci se budu zabývat využitím ohřevu elektromagnetickou indukcí v průmyslovém měřítku od druhé poloviny 20. století až po současnost. Nastíním teorii indukčního ohřevu nezbytnou k pochopení problematiky a uvedu podmínky pro efektivní užití indukčního ohřevu pro vybrané aplikace. Dále provedu analytický výpočet geometrických a elektrických parametrů indukční ohříváčky pro válcovou vsázku. Součástí práce bude numerická analýza v programu RillFEM 2D.

1. Teorie ohřevu elektromagnetickou indukcí

1.1. Indukční ohřev

Základní představa o principu ohřevu pomocí elektromagnetické indukce je následující. Vodič (induktor) napájen střídavým harmonickým proudem o frekvenci f vytváří ve svém okolí proměnné elektromagnetické pole, jemuž je vystaven elektricky vodivý předmět (vsázka), u něž dochází k naindukování vířivých proudů, které mají takový směr, že svým magnetickým polem působí proti změně magnetického toku, který ho vyvolal. Materiál vsázky je charakterizován rezistivitou, a proto průchodem vířivých proudů vznikají Jouleovy ztráty úměrné odporu a druhé mocnině elektivní hodnoty procházejícího proudu. Ve stěně vsázky dochází směrem k ose symetrie k postupnému útlumu elektromagnetického vlnění, což vede k poklesu množství tepla naindukovaného ve vsázce, jelikož je úměrné kvadrátu intenzity magnetického pole.

Charakteristickým znakem indukčního ohřevu je fakt, že vsázka je nejteplejším místem celého technologického bloku (induktor -vsázka). Energie potřebná pro vznik tepla je přenášena elektromagnetickým polem, což znamená rychlejší, efektivnější a bezpečnější ohřev.

1.2. Rovnice pro elektromagnetické pole

Elektromagnetické vlnění obou složek (elektrické i magnetické) je vlněním příčným, to znamená, že směr vektoru je ke směru šíření kolmý. Zároveň \mathbf{E} a \mathbf{H} jsou na sebe vzájemně kolmé. Pro řešení elektromagnetického pole předpokládáme, že rychlost šíření jevů má konečnou rychlost. Kdyby tomu tak nebylo, daný jev by okamžikem vzniku vyplnil celý známý prostor a vlnění by tedy neexistovalo. Prostředí, ve kterém se šíří elmg. vlnění si představujeme jako neohrazené homogenní izotropní prostředí popsané konstantami ϵ , μ , γ . Vlnový charakter elmg. pole popisují Maxwellovy rovnice (MR).

MR v diferenciálním tvaru:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \gamma\mathbf{E} + \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \quad 1.2.1$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} \quad 1.2.2$$

$$\operatorname{div}\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E} = \rho \quad 1.2.3$$

$$\operatorname{div}\mu_0\mu_r\mathbf{H} = 0 \quad 1.2.4$$

Rotace rovnice 1.2.1:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{H}) = \operatorname{rot}\gamma\mathbf{E} + \operatorname{rot}\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = \gamma\operatorname{rot}\mathbf{E} + \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial(\operatorname{rot}\mathbf{E})}{\partial t}$$

Po dosazení 1.2.2 za $\operatorname{rot}\mathbf{E}$:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{H}) = -\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon_0\varepsilon_r\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2}$$

Použitím vztahu pro vektorový počet:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{H}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{H}) - \nabla^2\mathbf{H} \quad 1.2.5^*$$

vyjde:

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{H}) - \nabla^2\mathbf{H} = -\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2}$$

Nežřídlovost pole je popsána $\operatorname{div}\mathbf{H}=0$, výsledná rovnice vektoru \mathbf{H} elektromagnetického vlnění má tedy tvar:

$$\nabla^2\mathbf{H} = \gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} \quad 1.2.6$$

Odvození vztahu pro elektrické pole lze provést rotací rovnice 1.2.2:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{E}) = -\mu_0\mu_r \frac{\partial(\operatorname{rot}\mathbf{H})}{\partial t}$$

Za $\operatorname{rot}\mathbf{H}$ lze dosadit 1.2.1:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{E}) = -\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Obdobně jako u 1.2.5:

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E} = -\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Výsledný tvar rovnice:

$$\nabla^2\mathbf{E} = \gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} + \operatorname{grad}\left(\frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\right) \quad 1.2.7$$

* ∇^2 - Laplaceův diferenciální operátor, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

kde poslední člen plyne z 1.2.3

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

Stejně diferenciální rovnice platí i pro vektory \mathbf{D} , \mathbf{B} a \mathbf{J} , které se liší od \mathbf{E} a \mathbf{H} pouze materiálovými konstantami

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}$$

Dále budeme rozlišovat dva typy prostředí, elektricky nevodivé a elektricky dobře vodivé. V dalších úvahách zanedbáme výskyt volných nábojů, tedy $\delta = 0$.

Elektricky vodivé prostředí ($\gamma \neq 0$) znamená, že lze zanedbat ε_r . Výše uvedené rovnice 1.2.6 a 1.2.7 přejdou do tvaru

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad 1.2.8$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad 1.2.9$$

Elektricky nevodivé prostředí ($\gamma = 0$)

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad 1.2.10$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad 1.2.11$$

Rychlost šíření vlny v lze zjistit pomocí obecné vlnové rovnice trojrozměrného prostoru.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \mathbf{A} \quad 1.2.12$$

Po úpravě rovnic 1.2.10 a 1.2.11 do uvedeného tvaru bude v

$$v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} \quad 1.2.13$$

Pro vakuum ($\varepsilon_r = 1, \mu_r = 1$) je rychlost šíření v přibližně rovna rychlosti světla c^\dagger . Přibližně stejná rychlost platí i pro vzduch.

Pro harmonické průběhy \mathbf{E} a \mathbf{H} je možno časovou změnu popsat rotujícím fázorem v komplexní rovině.

$$\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{E} e^{j\omega t} \quad 1.2.14$$

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H} e^{j\omega t} \quad 1.2.15$$

[†] $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

První a druhá derivace

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial t} &= j\omega E e^{j\omega t} = j\omega \bar{\mathbf{E}} \\ \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{E}}}{\partial t^2} &= -\omega^2 E e^{j\omega t} = -\omega^2 \bar{\mathbf{E}} \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial t} &= j\omega \bar{\mathbf{H}} \\ \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial t^2} &= -\omega^2 \bar{\mathbf{H}}\end{aligned}$$

Je patrné, že derivace podle času jsou časově nezávislé, čehož se využívá pro snadnější vyjádření zobecněných rovnic ve fázorovém tvaru.

$$\begin{aligned}\nabla^2 \bar{\mathbf{E}} &= j\omega\gamma\mu_0\mu_r \bar{\mathbf{E}} - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \bar{\mathbf{E}} \\ \nabla^2 \bar{\mathbf{E}} + (\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r - j\omega\gamma\mu_0\mu_r) \bar{\mathbf{E}} &= 0\end{aligned}\quad 1.2.16$$

$$\begin{aligned}\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} &= j\omega\gamma\mu_0\mu_r \bar{\mathbf{H}} - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \bar{\mathbf{H}} \\ \nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + (\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r - j\omega\gamma\mu_0\mu_r) \bar{\mathbf{H}} &= 0\end{aligned}\quad 1.2.17$$

Nechť závorka v 1.2.16 a 1.2.17 je označena jako konstanta k^2 , jež se nazývá konstanta šíření a určuje vlastnosti prostředí, ve kterém se elektromagnetické vlnění šíří harmonicky při úhlové frekvenci ω . Potom rovnice přecházejí v tvar.

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{E}} + k^2 \bar{\mathbf{E}} = 0 \quad ; \quad \nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + k^2 \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad 1.2.18$$

Rovnice 1.2.18 představují obecné rovnice pro harmonické elmg. vlnění pro fázory $\bar{\mathbf{E}}$ a $\bar{\mathbf{H}}$. Jsou platné pro prostředí vodivé i nevodivé, pro elmg. vlnění válcové i rovinné.

Konstanta šíření k jako komplexní číslo má obecně reálnou a imaginární část. Reálnou část se nazývá fázová konstanta a značí se α , imaginární část prezentuje měrný útlum a značí se β . Hodnoty α a β jsou závislé na konstantách ε, μ, γ .

$$\begin{aligned}k^2 &= -j\omega(\gamma\mu_0\mu_r + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r) \\ k &= \alpha - j\beta; \quad k^2 = \alpha^2 - 2j\alpha\beta - \beta^2\end{aligned}\quad 1.2.19$$

1.3. Poyntingův zářivý vektor

Pronikáním elmg. vlnění do vodivé vsázky se část pohlcené elmg. energie přemění na teplo, jak velké množství energie to bude, popisuje právě Poyntingův vektor. Použití nachází při návrhu indukčních zařízení či výpočtech ztrát ve vinutí elektrických strojů. Značí se \mathbf{S} [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$] a určuje hustotu toku elmg. energie, tj. množství energie, které projde za 1 sekundu jednotkovou plochou, kolmou ke směru šíření.

Pro odvození hodnoty vektoru \mathbf{S} v určitém bodě v závislosti na intenzitě elektrického a magnetického pole, se vychází z definice množství elmg. energie v jednotkovém prostoru, tj. z hustoty energie, jež je harmonicky časově proměnná. V prostoru o objemu V je množství elektrické energie W_e a magnetické energie W_m určeno výrazy.

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{D} \mathbf{E} dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \int \mathbf{E}^2 dV \quad 1.3.1$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \mathbf{H} dV = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \int \mathbf{H}^2 dV \quad 1.3.2$$

Rychlost s jakou ubývá množství energie je konstantní, a lze ji zapsat jako zápornou derivaci podle času.

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = - \int_V \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} dV - \int_V \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} dV \quad 1.3.3$$

Z první a druhé MR bude vyjádření parciálních derivací

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} (\text{rot} \mathbf{H} - \gamma \mathbf{E})$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = - \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \text{rot} \mathbf{E}$$

Po dosazení do 1.3.3 a úpravě

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = \int_V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \int_V \text{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV \quad 1.3.4$$

Náhrada objemového integrálu integrálem plošným (Gauss-Ostrogradského věta).

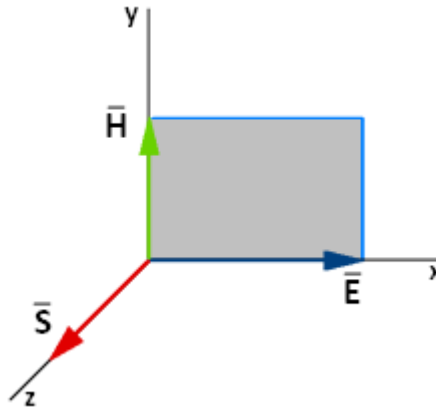
$$\int_V \text{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV = \oint_F (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dF = \oint_F \mathbf{S} dF \quad 1.3.5$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = \int_V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \oint_F \mathbf{S} dF \quad 1.3.6$$

První člen pravé strany prezentuje Joulovy ztráty. Druhý člen je hledaným vyjádření Poyntingova vektoru.

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad 1.3.7$$

Velikost \mathbf{S} je určena plochou rovnoběžníku z vektorů \mathbf{E} a \mathbf{H} . Směr \mathbf{S} je kolmý k ploše rovnoběžníku a jeho orientace je taková, že při pohledu proti smyslu \mathbf{S} se otáčení od \mathbf{E} k \mathbf{H} jeví v kladném smyslu. Díky pravidlu levé ruky lze jednoduše určit směr \mathbf{S} následovně. Prsty ukazují směr elektrické intenzity a magnetická intenzita vstupuje do dlaně, pak palec ukazuje směr Poyntingova vektoru.



Obr. 1: Orientace Poyntingova vektoru[autor]

Závěrem lze říci, že při znalosti Poyntingova vektoru a plochy můžeme získat jejich součinem absorbovaný (vyzářený) výkon.

1.4. Rovinné harmonické elektromagnetické vlnění

Rovinné elmg. vlnění vzniká, má-li induktor a vsázka plochý tvar. Pro usnadnění řešení je charakter rovinného elmg. vlnění invariantní k souřadnicím y a z , což znamená, že derivace \mathbf{E} a \mathbf{H} podle y , z bude rovna nule.

Laplaceův operátor pro rovinnou vlnu má tedy tvar.

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2}$$

Výše odvozené rovnice 1.2.18 pak budou vypadat následovně.

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{E}}}{dx^2} + k^2 \bar{\mathbf{E}} = 0 \quad ; \quad \frac{d^2 \bar{\mathbf{H}}}{dx^2} + k^2 \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad 1.4.1$$

Řešením těchto diferenciálních rovnic 2. řádu je lineární kombinace dvou exponenciálních funkcí

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{A}e^{\lambda_1 x} + \mathbf{B}e^{\lambda_2 x} \quad 1.4.2$$

kde $\lambda_{1,2} = \pm jk = \pm j(a - jb)$

Obecné řešení harmonického rovinného elmg. vlnění pro vodivé i nevodivé prostředí.

$$\bar{H} = A e^{-jkx} + B e^{jkx} = \bar{H}_P + \bar{H}_R \quad 1.4.3$$

A a B jsou integrační konstanty, jež se určí z mezních podmínek pro daný případ. Pravá strana rovnice 1.4.4 je tvořena dvěma členy. První člen \bar{H}_P znázorňuje postupné elmg. vlnění vycházející ze zářiče, druhý člen \bar{H}_R značí odražené elmg. vlnění od rovné vodivé stěny kolmé ke směru šíření. Vzájemný vztah magnetické a elektrické intenzity pole udává 1.MR, proto je zapotřebí zjistit rotaci fázoru \bar{H} .

$$\text{rot} \bar{H} = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial x}$$

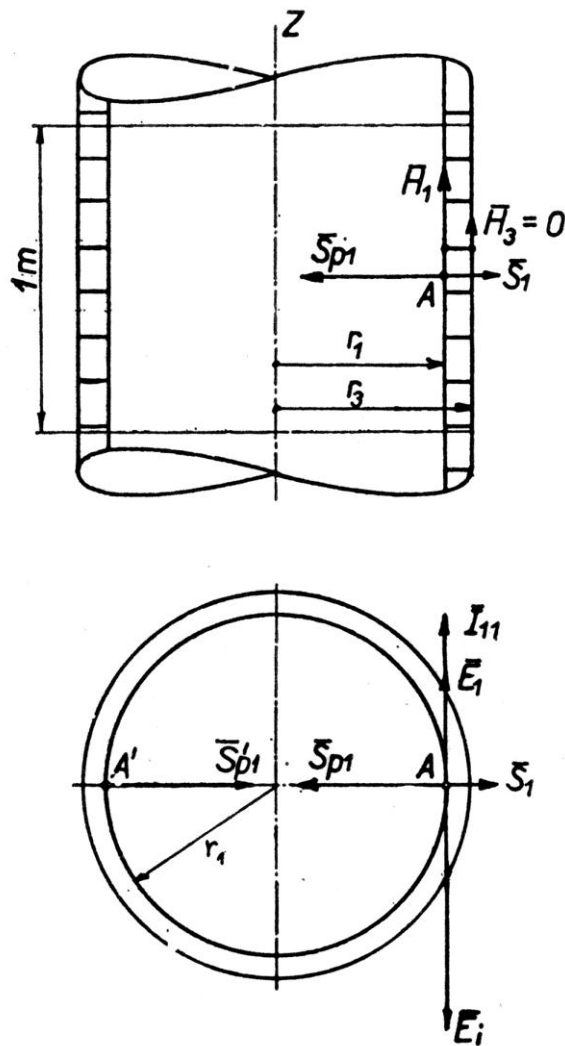
Po úpravách [1, str. 34,35] vyjde výsledný fázor elektrického pole

$$\bar{E} = \sqrt{\left(\frac{j\omega\mu}{\gamma + j\omega\varepsilon}\right)} [A e^{-jkx} - B e^{jkx}] = Z [A e^{-jkx} - B e^{jkx}] = \bar{E}_P + \bar{E}_R \quad 1.4.4$$

Fázor \bar{E} je také složen z postupné a odražené vlny. Člen Z se nazývá charakteristická impedance prostředí pro kmitočet ω , vychází z poměru vyzářených složek \bar{E}_P/\bar{H}_P .

1.5. Válcové harmonické elektromagnetické vlnění

Jelikož v praxi je velmi často využíván indukční ohřev vsázky válcového tvaru, je výhodné se s touto problematikou blíže seznámit. Zdrojem válcového elmg. vlnění je válcová plocha o průměru r , jež je nekonečně dlouhá a je protékána střídavým harmonickým proudem. Vyzařovací plochu lze realizovat navinutou cívkou z vodiče obdélníkového průřezu s nulovou tloušťkou mezizávitové izolace. Pro splnění podmínky, aby proudová vlákna ležela v rovinách kolmých k ose válce, předpokládáme, že stoupání závitu bude zanedbatelně malé oproti poloměru cívky r . Dále musíme uvažovat, že šíření proudové vlny závity cívky probíhá nekonečně rychle, čímž bude zajištěna stejná okamžitá hodnota proudové hustoty i_{11} po celé délce cívky. U skutečných cívek je toho docíleno rozměry, které jsou oproti vlnové délce λ elmg. vlnění velmi malé. Směr vyzařování válcového elmg. vlnění válcovou plochou směřuje k ose válce (do dutiny). V cívce nekonečné délky se buzený magnetický tok v dutině uzavírá vně cívky nekonečným prostorem ($r \rightarrow \infty$), proto je intenzita magnetického pole na vnějším povrchu nulová.

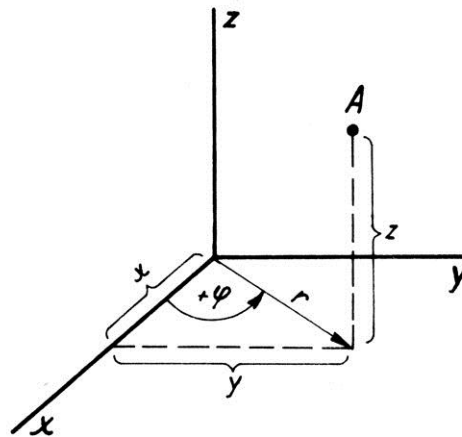


Obr. 2: Příčný řez cívkou se zobrazením zářivých vektorů [1]

Pokud vyřazující válec umístíme tak, aby osa válce byla totožná s osou z válcového souřadnicového systému. Vektory \mathbf{E} , \mathbf{H} a \mathbf{S} v libovolném bodě $A(r, \varphi, z)$ v dutině válce jsou pak pouze funkcí poloměru r , nezávisí na úhlu natočení φ od výchozí polohy ani na vzdálenosti z od výchozí roviny. Všechny body ve vzdálenosti r od osy z budou mít stejné hodnoty \mathbf{E} a \mathbf{H} .

Pro řešení válcové elmg. vlnění nahrazují klasický kartézský souřadný systém válcové (cylindrické) souřadnice.[‡]

[‡] Platí vztahy mezi válcovými a pravoúhlými souřadnicemi
 $x = r \cos \varphi$; $y = r \sin \varphi$; $z = z$



Obr. 3: Válcové souřadnice [2]

Při odvození rovnic válcového elmg. vlnění použijeme obecné fázové rovnice 1.2.18, zde se vyskytuje Laplaceův operátor, který je nutné převést do válcových souřadnic.

$$\nabla^2 \bar{H} = \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} \quad 1.5.1$$

Dle předpokladu závislosti pouze poloměru r .

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \varphi^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial z^2} = 0$$

Výsledný vztah

$$\nabla^2 \bar{H} = \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} \quad 1.5.2$$

Dosazením za $\nabla^2 \bar{H}$ do 1.2.18

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} + k^2 \bar{H} = 0 \quad 1.5.3$$

Rovnici 1.5.3 vydělíme konstantou šíření a dostaneme Besselovu diferenciální rovnici[§] 0. řádu s argumentem (kr) .

$$\frac{d^2 \bar{H}}{d(kr)^2} + \frac{1}{(kr)} \frac{d\bar{H}}{d(kr)} + \bar{H} = 0 \quad 1.5.4$$

Řešením pro \bar{H} je

$$\bar{H} = C_1 J_0(kr) + C_2 N_0(kr) \quad 1.5.5$$

Členy C_1 a C_2 představují integrační konstanty, které se určují z mezních podmínek. $J_0(kr)$ a $N_0(kr)$ jsou cylindrické funkce nultého řádu prvního a druhého druhu argumentu (kr) .**

[§] obecný tvar Besselovy dif. rovnice pro harmonický průběh

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0$$

Přes vzájemný vztah daný 1. MR lze odvodit z 1.5.5 výraz pro intenzitu elektrického pole \bar{E} .

$$\bar{E} = -\frac{1}{\gamma + j\omega\varepsilon} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} = \frac{k}{\gamma + j\omega\varepsilon} [C_1 J_1(kr) + C_2 N_1(kr)] \quad 1.5.6$$

$J_1(kr)$, $N_1(kr)$ jsou cylindrické funkce prvního řádu, prvního a druhého druh, pro stejný argument (kr). Cylindrické funkce 1. druhu $J_0(kr)$, $J_1(kr)$ jsou také označovány jako Besselovy funkce, funkce $N_0(kr)$, $N_1(kr)$ jako funkce Neumannovy. [1, str.131]. Amplituda magnetické složky vlnění je dána Besselovou funkcí nultého řádu a amplituda elektrické vlny Besselovou funkcí 1. řádu.

Výše uvedené rovnice 1:5.5 a 1.5.6 platí pro obecné válcové vlnění, z nich budeme vycházet při určení válcového elmg. vlnění v plné válcové vsázce. [1, str.129]

Jestliže existuje v dutině cívky válcové elmg. vlnění, do kterého vložíme plnou vodivou vsázku o poloměru r_2 , bude do vsázky pronikat elmg. tok o hustotě rovné Poyntingové vektoru S_2 . Při postupu vlny směrem k ose vsázky dochází k jejímu postupnému útlumu a tedy i přeměně na energii tepelnou. Pro vodivou vsázku ($\gamma \neq 0$) platí $\gamma \gg \omega\varepsilon$, proto bude konstanta šíření k ve tvaru.

$$k^2 = -j\omega(\gamma\mu_0\mu_r + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r) = -j\omega\gamma\mu_0\mu_r \quad 1.5.7$$

Pro fázovou konstantu α a měrný útlum β pro vodivé prostředí platí, že jsou stejně veliké a rovnají se převrácené hodnotě hloubky vniku.

$$\beta = \alpha = \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu}{2}} \quad 1.5.8$$

Výraz pro fázor magnetické intenzity \bar{H} bude shodný s rovnicí 1.5.5. V rovnici pro fázor elektrické intenzity \bar{E} dojde k zjednodušení jmenovatele zlomku oproti 1.5.6.

$$\bar{E} = +\frac{k}{\gamma} [C_1 J_1(kr) + C_2 N_1(kr)] \quad 1.5.9$$

Komplexní argument (kr)

$$(kr) = \frac{1-j}{a} r = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \frac{r\sqrt{2}}{a} = x\sqrt{-j}; \quad x = \frac{r}{a} \sqrt{2} \quad 1.5.10$$

Argument se tedy rovná součinu reálného čísla x a komplexního čísla $\sqrt{-j}$.

Besselova funkce prvního druhu $J_0(kr)$ je určena řadou.

$$J_0(x) = 1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^6 + \frac{1}{(4!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^8 - \dots \quad 1.5.11$$

kde $x = (kr) = x\sqrt{-j}$

** podrobnější popis [2, str 181-183]

Derivací $J_0(x)$ lze zjistit $J_1(x)$

$$\frac{d[J_0(x)]}{dx} = -J_1(x) \quad 1.5.12$$

Při rozepsání je vidět, že v řadě se střídá reálná a imaginární část.

$$J_0\left(x\sqrt{(-j)}\right) = 1 + j\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{1}{(2!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^4 - j\frac{1}{(3!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^6 + \frac{1}{(4!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^8 + \dots \quad 1.5.13$$

Součet reálných členů označíme jako *ber* x a imaginárních *bei* x .

$$\begin{aligned} J_0(kr) &= J_0\left[x\sqrt{(-j)}\right] = \text{ber } x - j\text{bei } x \\ J_1(kr) &= J_1\left[x\sqrt{(-j)}\right] = -\sqrt{j}(\text{ber}' x - j\text{bei}' x) \end{aligned} \quad 1.5.14$$

Analogicky pro Neumanovu funkci

$$\begin{aligned} N_0(kr) &= N_0\left[x\sqrt{(-j)}\right] = \text{ner } x - j\text{nei } x \\ N_1(kr) &= N_1\left[x\sqrt{(-j)}\right] = -\sqrt{j}(\text{ner}' x - j\text{nei}' x) \end{aligned} \quad 1.5.15$$

Hodnoty řad pro argument x jsou uvedeny v literatuře[1, str.305].

Nyní zbývá určit hodnotu integrační konstanty C_1, C_2 . To lze provést přes okrajové podmínky.

- V ose válce, pro poloměr $r = 0$, je elektrická intenzita $\bar{E}_0 = 0$.
- Magnetická intenzita \bar{H}_2 na poloměru r_2 je rovna intenzitě \bar{H}_1 v mezeře mezi cívkou a vsázkou.

Aplikací podmínek na rovnice 1.5.9 získáme, že

$$C_1 = \frac{\bar{H}_2}{J_0(kr_2)}; \quad C_2 = 0 \quad 1.5.16$$

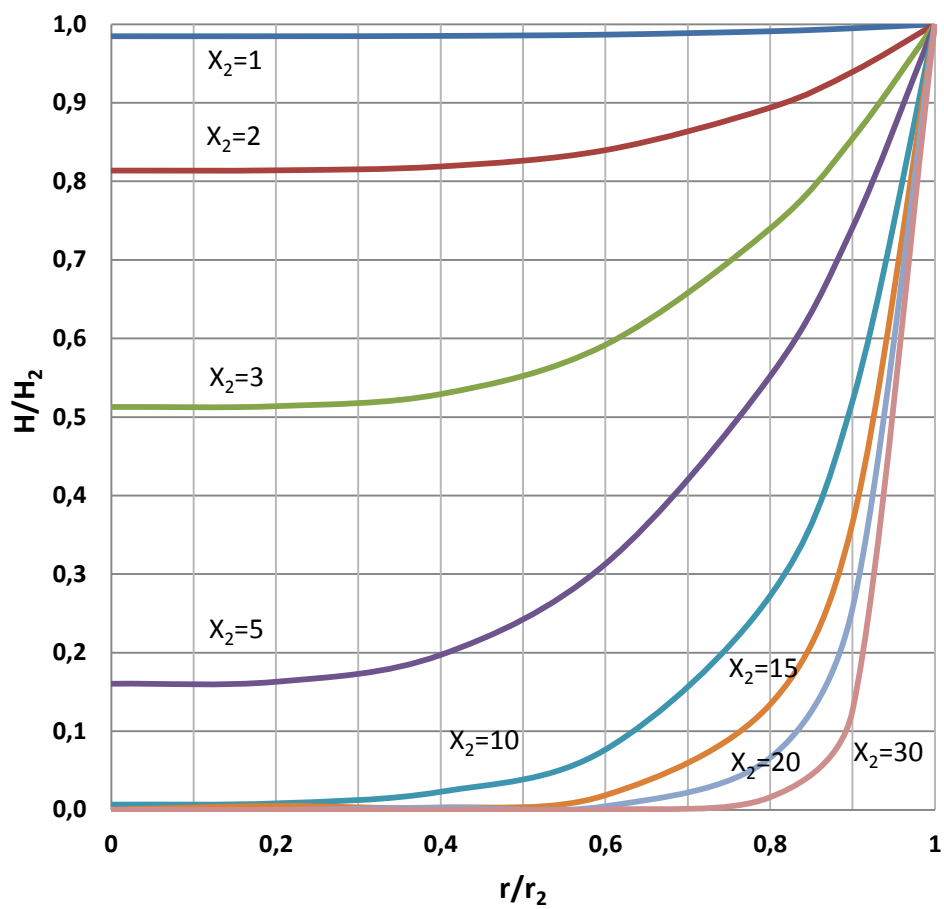
$$\bar{H} = \bar{H}_2 \frac{J_0[x\sqrt{(-j)}]}{J_0[x_2\sqrt{(-j)}]} \quad 1.5.17$$

$$\bar{E} = +\frac{k}{\gamma} \bar{H}_2 \frac{J_1(kr)}{J_0(kr_2)} = \sqrt{(-j)} \frac{\sqrt{2}}{\alpha\gamma} \bar{H}_2 \frac{J_1[x\sqrt{(-j)}]}{J_0[x_2\sqrt{(-j)}]} \quad 1.5.18$$

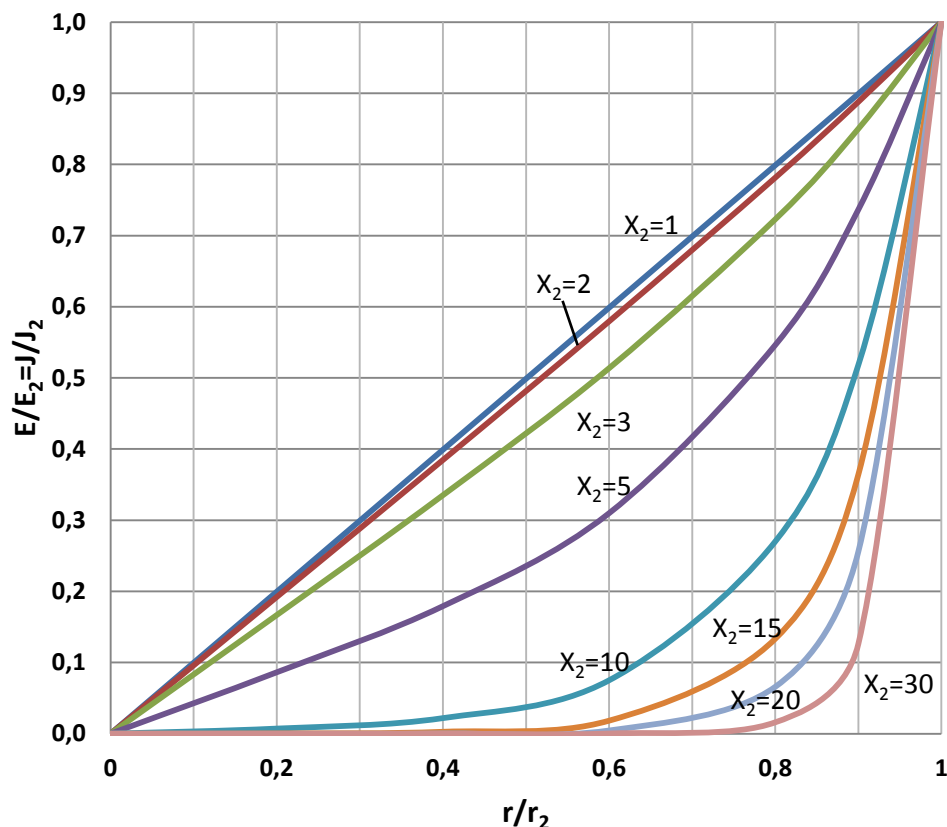
Nyní lze odvodit diagramy pro rozložení pole ve válcové vsázce v závislosti na argumentu x_2 .

$$x_2 = \frac{r_2}{a} \sqrt{2} \quad 1.5.19$$

Absolutní hodnoty E a H na poloměru r je výhodné dělit hodnotami na povrchu vsázky E_2 a H_2 . Průběhy potom mají obecnou platnost pro libovolnou frekvenci a vodivý materiál.



Obr. 4: Rozložení magnetického pole ve válcové vsázce pro různé x_2 [autor]

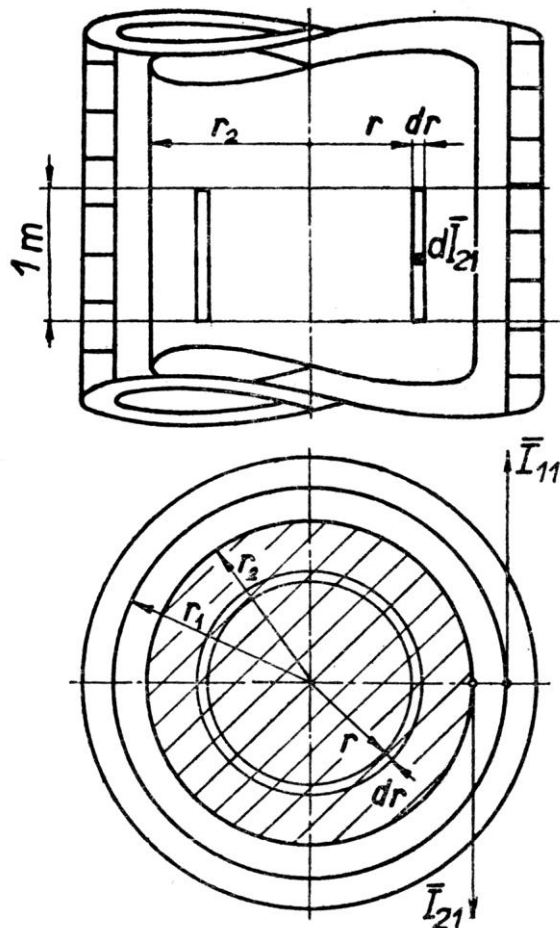


Obr. 5: Rozložení proudové hustoty ve válcové vsázce pro různé x_2 [autor]

Parametr x_2 říká v jakém vztahu je poloměr vsázky r_2 a hloubka vniku a . Poměr $r/r_2 = 0$ představuje osu symetrie válcové vsázky, směrem k této ose nastává pokles intenzity magnetického pole, přičemž se zvyšujícím se x_2 je pokles výraznější, protože proti magnetickému toku Φ_1 , buzenému cívkou, působí mag. tok Φ_2 vybuzený naindukovaným proudem ve vsázce. Pro velké x_2 ($a_2 \ll r_2$) dochází k velmi rychlému utlumení vlnění až k hodnotám blízkých nule. V tomto případě můžeme při vyjádření rovnic elmg. vlnění nahradit cylindrické funkce funkcemi exponenciálními.

1.5.1. Naindukovaný proud do válcové vsázky

K odvození budeme vycházet z následujícího obrázku.



Obr. 6: Uspořádání válcové cívky a válcové vsázky [1]

Dvěma řezy kolnými k ose válcové vsázky vymežíme část o délce 1 m a na poloměru r vyřízneme válcový element dr . Tímto elementem bude protékat naindukovaný proud I_{21} .

$$dI_{21} = (1dr)J = Jdr \quad 1.5.20$$

Při integraci v mezích $r = (0; r_2)$ dostaneme proud ve vsázce

$$\bar{I}_{21} = \int_0^{r_2} J dr = \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a\gamma} \frac{\bar{H}_0}{J_0[x_2\sqrt{-j}]} \int_0^{r_2} J_1[x_2\sqrt{-j}] dr \quad 1.5.21$$

Z odvození integrálu cylindrických funkcí platí

$$\int_0^{r_2} J_1[x_2\sqrt{-j}] dr = -\sqrt{j} \frac{a}{\sqrt{2}} \{J_0[x_2\sqrt{-j}] - J_0(0)\} \quad 1.5.22$$

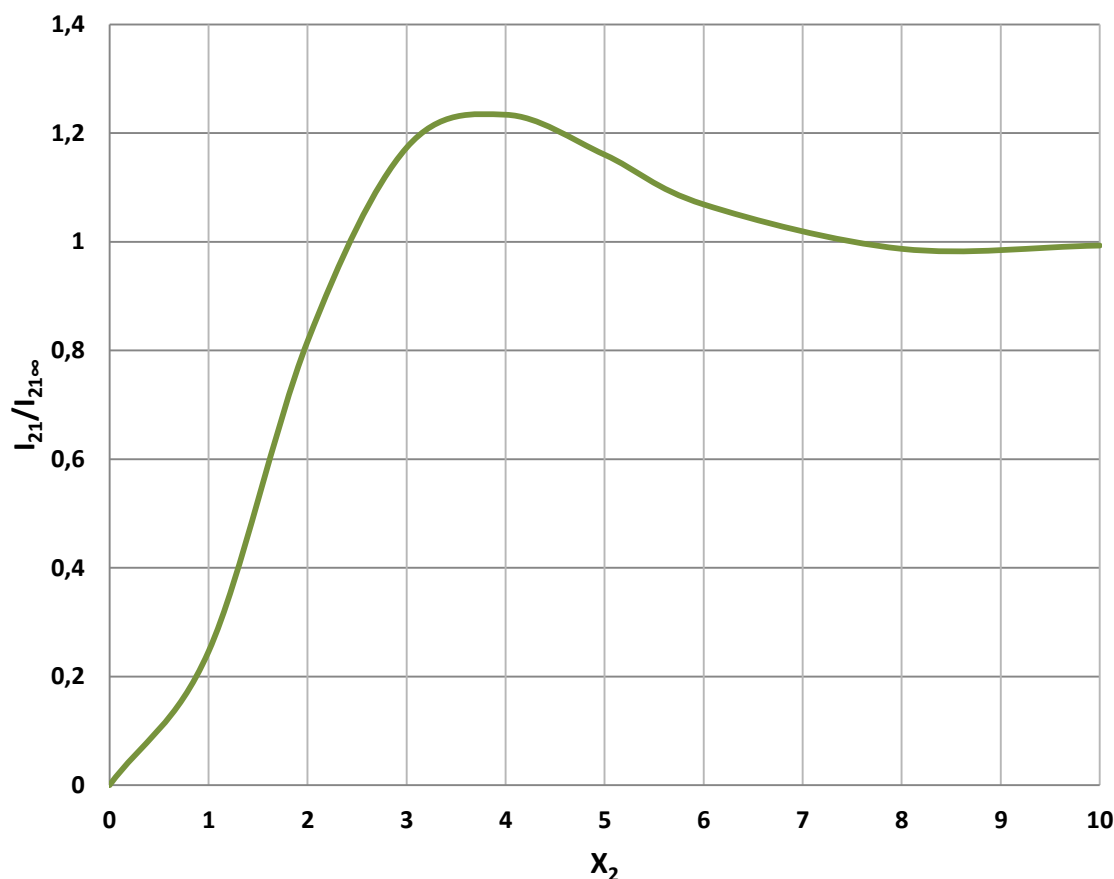
Naindukovaný proud přejde do tvaru

$$\bar{I}_{21} = -\bar{H}_2 \frac{J_0[x_2\sqrt{(-j)}] - 1}{J_0[x_2\sqrt{(-j)}]} = -\bar{H}_2 \frac{(ber x_2 - 1) - jbei x_2}{ber x_2 + bei x_2} \quad 1.5.23$$

Jak je patrné naindukovaný proud závisí obecně na argumentu x_2 , z čehož plyne závislost nejen na kmitočtu f a poloměru r_2 , ale také na fyzikálních vlastnostech vsázky γ, μ_r . Pro větší hodnoty x_2 rostou složky cylindrických funkcí $ber x_2$ i $jbei x_2$, proto lze zanedbat zlomek ve výrazu 1.5.23.

$$\lim_{x_2 \rightarrow \infty} \bar{I}_{21} = -\bar{H}_2 = -\bar{H}_1 = -N_{11}\bar{I}_1 = \bar{I}_{11} \quad 1.5.24$$

V následujícím grafu je zobrazen průběh naindukovaného proudu I_{21} do válcové vsázky. Vstupující vlnění z obou stran se bude pro malé hodnoty parametru x_2 vzájemně zeslabovat, to se projeví malým naindukovaným proudem. Pro hodnoty $x_2 > 7$ se bude velikost proudu I_{21} blížit limitní hodnotě $I_{21\infty}$. [1, str.139]



Obr. 7: Proud I_{21} naindukovaný do válcové vsázky v závislosti na x_2 [autor]

1.5.2. Impedance válcové vsázky

Impedanci vsázky musíme převést na cívku o poloměru r_1 . Nejdříve musíme určit mag. toky ve vsázce a v dutině mezi cívku a vsázkou. Jejich časová změna vybudí na cívce o osově délce 1 m indukované napětí. Takového mag. toky vytvoříme tak, že na uvažovanou část cívky přivedeme ze zdroje napětí o velikosti indukovaného, ale opačného smyslu. Velikost přivedeného napětí pak vydělíme proudem protékajícím cívku, tím získáme hledanou impedanci vsázky převedenou do cívky.

$$N_{11}\mathbf{U}_1 = N_{11} \left(\frac{d\Phi_m}{dt} + \frac{d\Phi_v}{dt} \right) \quad 1.5.25$$

Kde magnetický tok v mezeře mezi cívku a vsázkou je

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = j\omega\pi(r_1^2 - r_2^2)\mu\mathbf{H} \quad 1.5.26$$

a mag. tok ve vsázce

$$\frac{d\Phi_v}{dt} = j\omega\pi\mu a^2 \frac{\mathbf{H}_1}{J_0[x_2\sqrt{(-j)}]} \int_0^{x_2} J_0[x_2\sqrt{(-j)}] x dx \quad 1.5.27$$

Po vyřešení integrálu získáme

$$\frac{d\Phi_v}{dt} = j\omega\pi\mu a^2 \mathbf{H}_1 \sqrt{(j)} x_2 \frac{J_1[x_2\sqrt{(-j)}]}{J_0[x_2\sqrt{(-j)}]} \quad 1.5.28$$

Poměr cylindrických funkcí lze vyjádřit prostřednictvím složky reálné $P(x)$ a imaginární $Q(x)$.

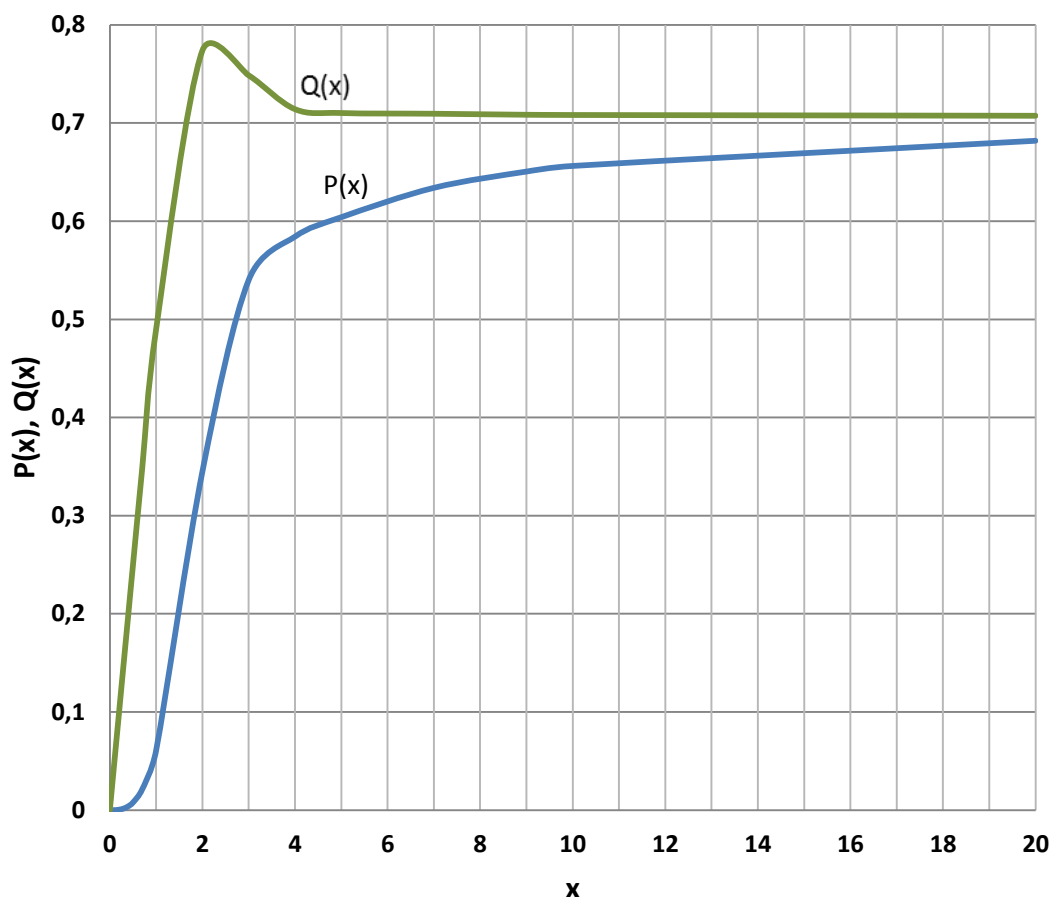
$$\frac{J_1[x_2\sqrt{(-j)}]}{J_0[x_2\sqrt{(-j)}]} = -\sqrt{(j)} [P(x) + jQ(x)] \quad 1.5.29$$

Průběhy hodnot $P(x)$, $Q(x)$ v závislosti na argumentu x jsou zobrazeny na Obr. 8

Do výrazu 1.5.20 dosadíme výrazy pro mag. toky Φ_m a Φ_v . Impedanci \mathbf{Z}_{21} části vsázky o délce 1 m převedenou na cívku dostaneme, vydělíme-li proudem \mathbf{I}_1 .

$$\mathbf{Z}_{21} = \frac{N_{11}\mathbf{U}_1}{\mathbf{I}_1} = \left\{ \left[\frac{2\pi x_2}{\gamma} N_{11}^2 P(x_2) \right] + j \left[\omega\mu\pi(r_1^2 - r_2^2) N_{11}^2 + \frac{2\pi x_2}{\gamma} N_{11}^2 Q(x_2) \right] \right\} \quad 1.5.30$$

Výraz je složen ze dvou částí. Ta první reálná představuje činný odpor vsázky R_{21} . Složka imaginární reprezentuje reaktanci vsázky a mezery mezi cívku a vsázkou ωL_{21} . [1, str.142]



Obr. 8: Průběh funkcí P(x), Q(x) v závislosti na x [autor]

1.5.3. Množství tepla naindukovaného ve válcové vsázce

V literatuře [1] jsou uváděny tři postupy odvození množství tepla vznikajícího při průchodu naindukovaných proudů vsázkou.

I. Přímé odvození množství tepla (Joulovy ztráty)

Prvním způsobem se zabývat nebudeme, protože pro praktické výpočty se takřka nepoužívá.

II. Nepřímé odvození množství tepla ve vsázce

Druhý způsob výpočtu vychází ze znalosti výrazu pro činný odpor vsázky R_{21} , převedený do cívky. Ten byl odvozen výše v rovnici 1.5.30.

$$R_{21} = \frac{2\pi x_2}{\gamma} N_{11}^2 P(x_2) \quad 1.5.31$$

Průchodem proudu přes tento odpor se vyvine množství tepla.

$$P_{21} = \frac{1}{2} R_{21} I_1^2 = \frac{2\pi x_2}{\gamma} N_{11}^2 P(x_2) \frac{1}{2} I_1^2 = \pi Q x_2 P(x_2) (N_{11} I_1)^2 = \pi Q x_2 P(x_2) N_2^2 \quad 1.5.32$$

III. Množství tepla z absorbované elmg. energie

V mezeře mezi cívkou a vsázkou je homogenní magnetické pole $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2$. Do vsázky vstupuje Poyntingův zářivý vektor \mathbf{S}_2 , který udává hustotu toku vstupující elmg. energie.

$$\mathbf{S}_2 = [\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_2] \quad 1.5.33$$

Pro poloměr $r = r_2$ budou rovnice pro \mathbf{E}_2 a \mathbf{H}_2 následující.

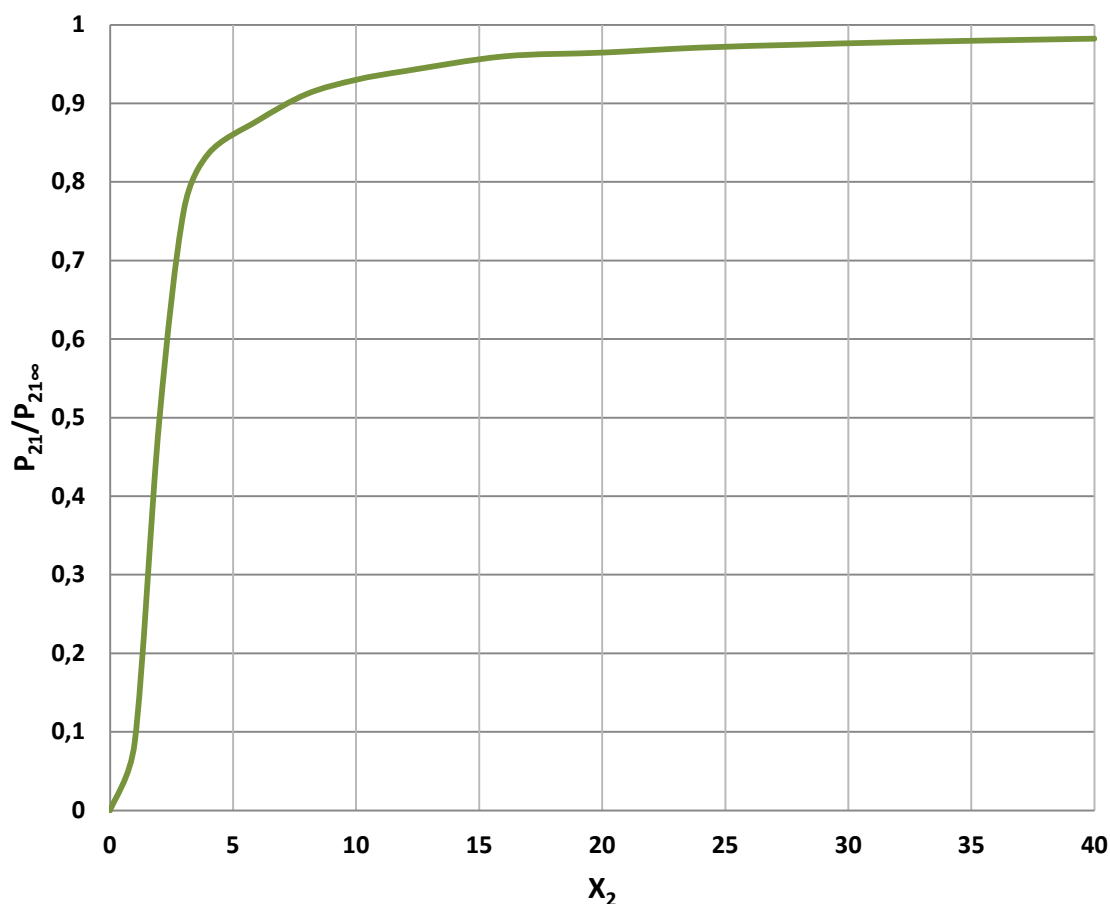
$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_2 &= -\frac{\sqrt{2}}{a\gamma} \mathbf{H}_2 [P(x_2) + jQ(x_2)] \end{aligned} \quad 1.5.34$$

$$\mathbf{S}_2 = -\left[\frac{\sqrt{2}}{a\gamma} \mathbf{H}_2^2 P(x_2) + j \frac{\sqrt{2}}{a\gamma} \mathbf{H}_2^2 Q(x_2) \right] = -[Re(\mathbf{S}_2) + jIm(\mathbf{S}_2)] \quad 1.5.35$$

Smysl zářivého vektoru \mathbf{S}_2 je proti smyslu poloměru r , to je vyjádřeno znaménkem mínus před závorkou. Reálná složka představuje fázor činného výkonu, který se přemění v teplo. Imaginární složka značí tok magnetické energie. Výraz pro vzniklé teplo bude shodné s 1.5.32.

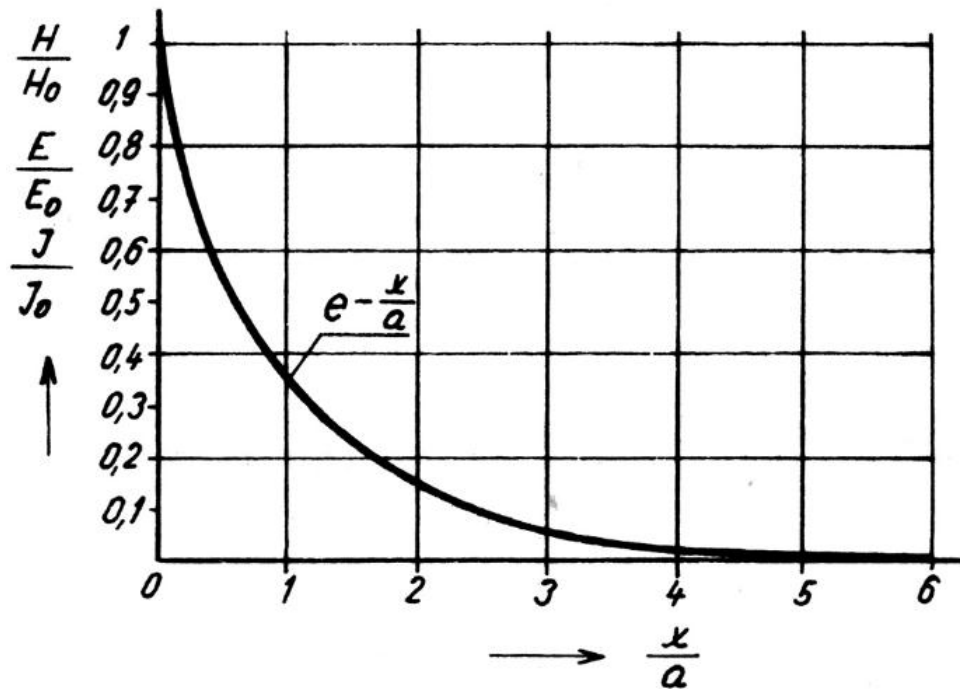
$$P_{21} = \pi Q x_2 P(x_2) N_2^2 \quad 1.5.36$$

Níže uvedený diagram ukazuje závislost absorbované elmg. energie přeměněné na teplo ve válcové vsázce na parametru x_2 . Pro malé x_2 se vlnění postupující proti sobě vzájemně zeslabují, materiál se stává elmg. pružný a účinnost přenosu energie významně klesá. Pokud je $a \ll r_2$, parametr x_2 je velký a vývin tepla ve vsázce je větší a přenos energie výhodnější. [1, str.146]

Obr. 9: Množství absorbované energie v závislosti na x_2 [autor]

1.6. Vliv frekvence induktoru na vlastnosti indukčního ohřevu

Pro indukční ohřev představuje hloubka pronikání (vniku) elmg. vlnění do ohřívajícího materiálu důležitý parametr. Stanovuje, do jaké vzdálenosti od povrchu materiálu prostoupí elmg. vlnění, kde se následně jeho energie přemění na teplo. Průchodem střídavého proudu vsázkou o kmitočtu f je proudová hustota J vytlačována na povrch vsázky, tím pádem se mění průřez S a tedy i odpor R . Jedná se o fyzikální děj známý jako tzv. skin efekt. Vliv skin efektu popisuje tzv. hloubka vniku a . Lze ji definovat dvěma způsoby. První definice popisuje hloubku vniku jako hloubku, ve které klesne proudová hustota $J_x = J_0 e^{-x/a} = 0,367 \cdot J_0$, k úplnému utlumení dojde v hloubce $6a$.



Obr. 10: Průběh amplitud H, E, J v tlusté stěně [2, str.150]

Druhá definice říká, že v hloubce a vznikne 86,46% naindukovaného tepla (viz. Obr. 12).

Matematické vyjádření hloubky vniku je následující

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_r\mu_0}} \quad ; \quad \text{kde } \omega = 2\pi f \quad 1.6.1$$

Rozepsáním a dosazením přejde do tvaru

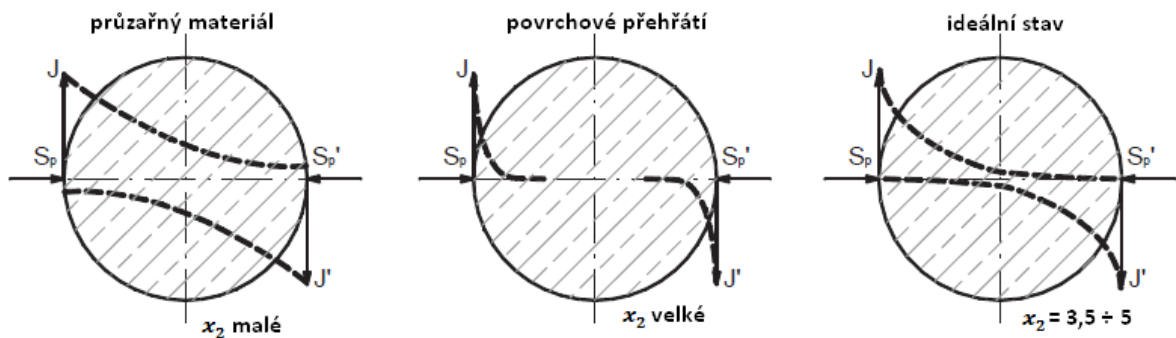
$$a = \sqrt{\frac{2}{2\pi f\gamma\mu_r\mu_0}} = 503,3 \sqrt{\frac{1}{f\gamma\mu_r}} \quad 1.6.2$$

Z rovnice je patrná závislost na kmitočtu f a relativní permeabilitě μ_r . Při vysoké frekvenci je ohřívána jen tenká vrstva naopak při nízké frekvenci je prohřívána větší vrstva vsázky. Pro nevhodně zvolené kmitočty může nastat, že materiál se stane elektromagneticky průzařný. Jde o nežádoucí jev, kdy je vsázka vystavena elmg. vlnění z obou stran jdoucím proti sobě, tím dochází k jejich vzájemnému zeslabování. Elmg. vlnění pouze projde vsázkou a nepřemění se na teplo, proto účinnost přenosu energie do vsázky je mála. Abychom se tomuto stavu vyhnuli, je nutné zvýšit frekvenci, čímž dojde ke snížení hloubky vniku. Zároveň poloměr vsázky by měl být oproti hloubce vniku mnohem větší.

Zvolení správné frekvence napájecího zdroje je rozhodujícím faktorem správného funkčnosti indukčního zařízení. Frekvenci volíme v závislosti na průměru vývalku takovou, aby byl poloměr vývalku r_2 přibližně $2,5 \div 3$ násobkem hloubky vniku a_2 . Argument x_2 je dán vztahem.

$$x_2 = \frac{r_2}{a_2} \sqrt{2} \quad 4.1$$

Pro malý kmitočet bude hloubka vniku velká, argument x_2 malý. Materiál se stane elmg. průzařný, takže výsledný naindukovaný proud bude malý a stejně tak i množství vyvinutého tepla (viz. Obr. 9). Naopak zvolení velké frekvence vede k malé hloubce vniku a x_2 bude velké. Veškeré elmg. vlnění se přemění v teplo v povrchové vrstvě o velikosti $3a_2$, tudíž dojde k přehřátí povrchu a zvýšení ztrát vyzařováním povrchem vsázky. Všechny tři případy jsou uvedeny na Obr. 11.

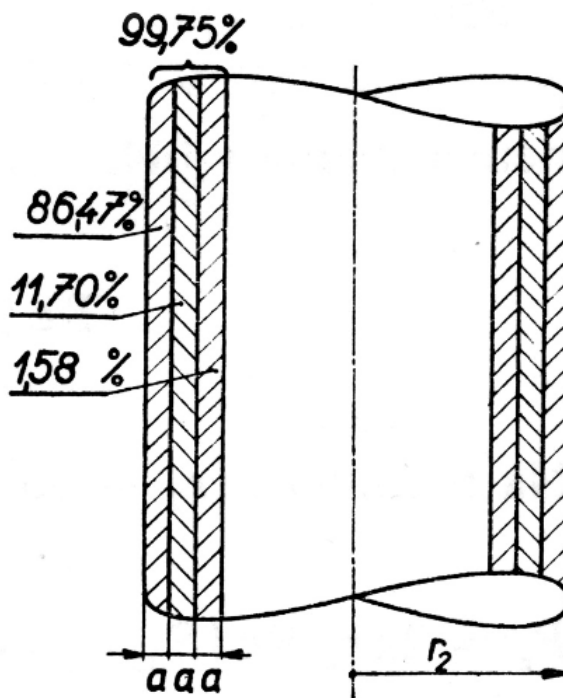


Obr. 11: Průběh proudové hustoty v závislosti na x_2 [12, str. 104 - upraveno]

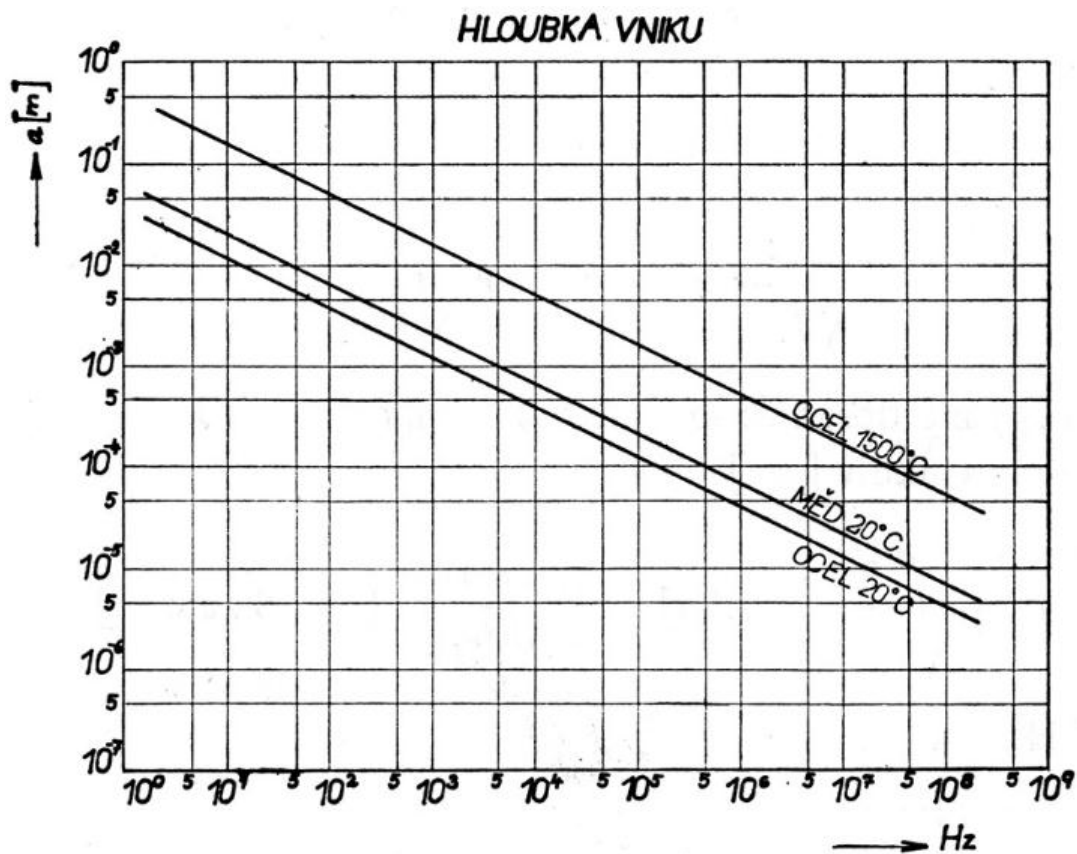
Podle druhé definice hloubky vniku bude množství tepla v povrchové vrstvě $1a$:

$$P_a = \varrho \frac{2\pi r_2}{a^2} (N_{11} I_{1ef})^2 (1 - e^{-2}) = 0,864665 P_{21} \quad 1.6.3$$

V 1. hloubce vniku vzniká 86,46% z celkového množství vyvinutého tepla ve vsázce. V hloubce $2a$ to bude už pouze 11,7% a pro $3a$ už pouhých 1,58%. Až na 0,25% se všechno teplo vyvine ve vrstvě o tloušťce $3a$ od povrchu.



Obr. 12: Množství tepla vzniklého ve vrstvě 3a [2, str.155]



Obr. 13: Diagram hloubky vniku pro některé materiály a kmitočty [1, str.50]

1.7. Vliv permeability na indukční ohřev

Permeabilita μ je fyzikální veličinou charakterizující vlastnosti materiálu, který je vystaven působení elektromagnetického pole. Je tvořena násobkem relativní permeability μ_r a permeability vakua μ_0 . Relativní permeabilita je bezrozměrná a vypovídá o tom, zda je materiál schopen vést magnetické pole lépe než vakuum nebo vzduch. Spjatost s magnetickými veličinami udává následující vztah.

$$\mu_r \mu_0 = \frac{B}{H} \quad 1.7.1$$

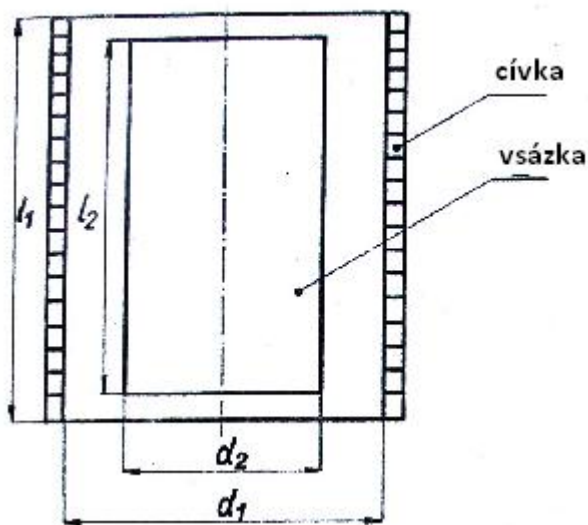
Na základě magnetizační schopnosti lze rozdělit materiály do tří skupin: feromagnetika, paramagnetika a diamagnetika. Pouze u feromagnetických není závislost $\mu = f(H)$ konstantní. Relativní permeabilita má pro feromagnetické materiály (železo, kobalt, nikl, Permalloy) hodnotu mnohem vyšší než jedna. Diamagnetika a paramagnetika vykazují hodnoty μ_r blízké jedné, což je ve srovnání s feromagnetiky malá hodnota, proto je lze zařadit do skupiny nemagnetických látek. Hodnota μ_r feromagnetických látek je závislá nejen na intenzitě magnetického pole, ale i struktuře, chemickém složení, teplotě a frekvenci vybuzeného magnetického pole. Hodnoty relativní permeability u materiálů pro indukční ohřev dosahují řádově jednotek až stovek a v průběhu ohřevu dochází k jejich změně. Při tavně oceli dochází při dosažení určité teploty ke skokové změně relativní permeability z $\mu_r > 1$ na $\mu_r = 1$, což zásadně ovlivňuje celý proces tavy. Teplota, při které dochází k přeměně magnetického materiálu na nemagnetický, se nazývá Curieova teplota nebo také Curieův bod. Pro tavení oceli je její hodnota přibližně 768°C, pro kobalt 1130°C a pro nikl 358°C. Změna vlastností feromagnetik v průběhu tavení bude mít vliv na velikost hloubky vniku naindukovaných proudů a to tak, že dojde k jejímu snížení.

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu_r \mu_0}} \quad 1.7.2$$

Veličinou, kterou je možné hloubku vniku efektivně měnit, je frekvence proudu v induktoru. Díky tomu můžeme ohřívat materiály i nad Curieův bod. V praxi se pro ohřev do bodu magnetické přeměny určuje střední permeabilitou $\mu_{stř}$, jež se nemění s intenzitou magnetického pole. Odvození $\mu_{stř}$ se zde zabývat nebudeme.

1.8. Elektrické schéma indukčního zařízení

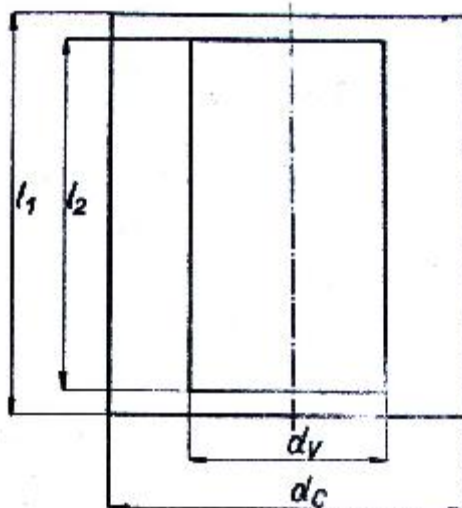
Jak bylo řečeno v úvodu, každé indukční zařízení se skládá z cívky, která při průchodu střídavého proudu generuje do okolí elmg. vlnění a vsázky přijímající energii z elmg. vlnění. Celé zařízení si lze představit jako vzduchový transformátor se sekundárním vinutím spojeným nakrátko. Nyní si ukážeme, jak vypadá elektrické schéma indukčního zařízení pro dva sousedé elektrické obvody, tedy cívku a vsázku.



Obr. 14: Reálné uspořádání cívka-vsázka[3, str.11-upraveno]

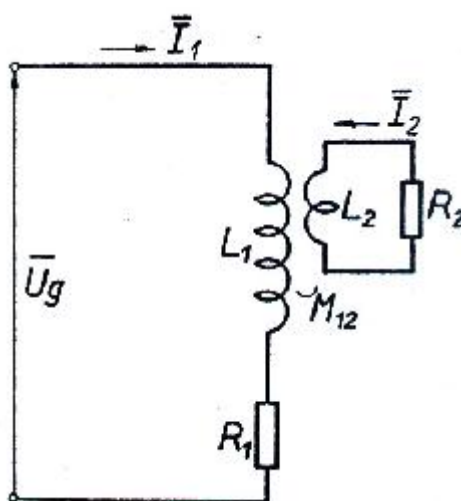
Cívku induktoru je označena indexem 1 a vsázka indexem 2. Rozměry jsou dány průměry d_1 , d_2 , délkami l_1 , l_2 a hloubky vniku jsou označeny a_1 , a_2 . Na místo skutečných elektrických obvodů o prostorovém rozložení proudu uvažujeme pouze náhradní válce nulové tloušťky. Náhradou skutečné vsázky poloměrem r_n je stále platná podmínka, že impedance skutečné vsázky převedené do cívky je totáž jako impedance náhradní vsázky převedená do obvodu cívky. Je-li $a_1 \ll r_1$, $a_2 \ll r_2$ pro náhradní průměry lze napsat.

$$\begin{aligned} d_c &= d_1 + a_1 \\ d_v &= d_2 - a_2 \end{aligned} \quad 1.8.1$$



Obr. 15: Náhradní průměry [3, str.11]

Elektrické schéma na obrázku tedy bude obsahovat dva samostatné obvody provázané vzájemnou indukčností $M_{12} = \kappa_{12}\sqrt{L_1L_2}$. Na svorky indukční cívky je připojen zdroj střídavého proudu o frekvenci f a napětí U_g .



Obr. 16: Elektrické schéma indukční cívky a vsázky [3, str.11]

Podle 2. Kirchhoffova zákona platí, že přivedené napětí se rovná součtu úbytků.

$$\begin{aligned}\bar{U}_g &= (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1 + j\omega M_{12}\bar{I}_2 \\ 0 &= (R_2 + j\omega L_2)\bar{I}_2 + j\omega M_{12}\bar{I}_1\end{aligned}\tag{1.8.2}$$

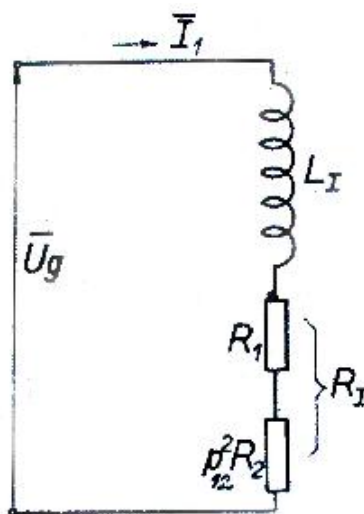
Toho využijeme pro odvození působení druhého obvodu na první. Z druhé rovnice vyjádříme \bar{I}_2 a dosadíme do první.

$$\begin{aligned}\bar{U}_g &= (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1 - \frac{\omega^2 M_{12}^2 \bar{I}_2 (R_2 + j\omega L_2)}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} = \\ &= [(R_1 + p_{12}^2 R_2) + j\omega(L_1 - p_{12}^2 L_2)]\bar{I}_1 = (R_I + j\omega L_I)\bar{I}_1\end{aligned}\quad 1.8.3$$

Kde p_{12}^2 je převodní poměr, jeho hodnota je vždy menší než 1.

$$p_{12}^2 = \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}\quad 1.8.4$$

Po převedení vsázky do obvodu cívky bude elektrické schéma vypadat následovně.



Obr. 17: Převedení vsázky do obvodu cívky [3, str.12]

R_I^* a L_I představují výsledné hodnoty po přetransformování parametrů vsázky do cívky. Je patrné, že převod indukčnosti vsázky do primárního obvodu je záporný, proto celková indukčnost bude snížena.

$$R_I^* = R_1 + p^2 R_n \quad 1.8.5$$

$$L_I = L_1 - p^2 L_n \quad 1.8.6$$

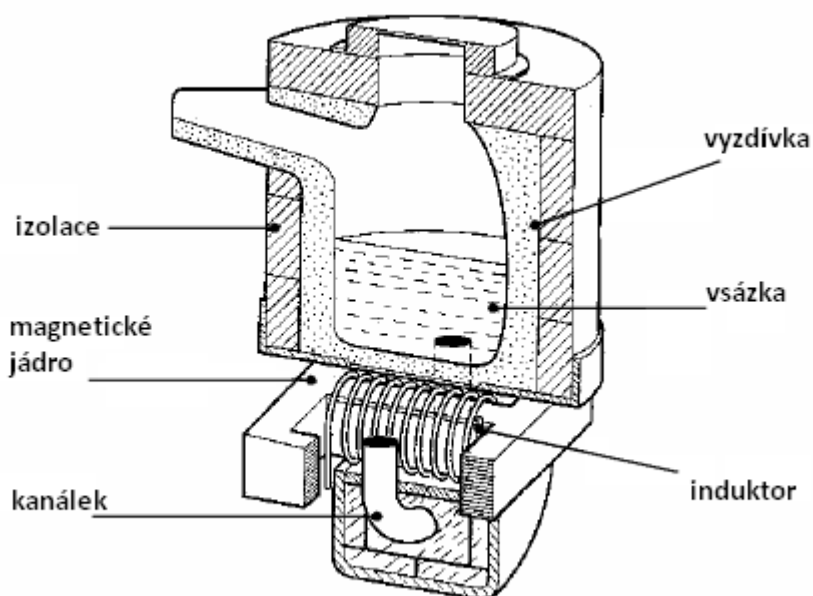
Pokud bude indukční zařízení doplněno stínícím pláštěm je elektrické schéma rozšířit o další obvod. V tom případě se bude jednat o tři sousední elektrické obvody. [3, str.9], [4, str.60]

2. Indukční ohřev v praxi

Jak bylo zmíněno výše, při aplikaci indukčního ohřevu vzniká teplo přímo v materiálu, jež je předmětem ohřevu. Z toho plynou nesporné výhody jako vysoká účinnost, rychlost ohřevu a možnost volby tloušťky prohřívané vrstvy. Proto se stal indukční ohřev nedílnou součástí širokého spektra průmyslové výroby po celém světě. Hlavní oblastí použití patří hutnictví, slévárenství a strojírenství, kde je využíván pro tavení kovových i nekovových materiálů, prohřívání materiálu pro tvářenání, svařování trubek, kalení, žíhání, pájení, spojování, lepení, tavení skla a v dalších aplikacích.

2.1. Indukční pece kanálkové

Patří mezi nejstarší indukční zařízení. Provedení konstrukce lze přirovnat k transformátoru se sekundárním vnutím spojeným dookružka, to je realizováno kanálkem vyplněným roztaveným kovem. Kanálek je umístěn na dně tavící nádoby a obklopuje cívku induktoru, umístěnou na magnetickém jádru z elektrotechnických plechů. Důležité pro činnost pece je, aby v kanálku bylo z předešlé tavby určité minimální množství roztaveného kovu, bude-li se jednat o první tavbu, musí být zalit kanálek kovem z jiné tavby. Bude-li kanálek vyplněn roztaveným kovem, dojde k naindukování proudu. Teplo tedy vzniká pouze ve vsázce nacházející se v kanálku a vlivem elmg. pole, které vyvíjí tlak na kov, dochází k jeho víření směrem ke středu kanálku. Působením hydrostatického tlaku dochází k výměně kovu v kanálku, kdy podél stěn kanálku natéká nový chladnější kov a středem kanálku je vytlačován teplejší kov do vany. Tímto dochází k postupnému promíchávání vsázky ve vaně a zajištění její teplotní i materiálovou homogenitu. Při zvyšování příkonu pece může nastat nežádoucí účinek tzv. „uskřipovací jev“. Jedná se o jev, při kterém je překonán hydrostatický tlak vsázky a vlivem elektrodynamických sil je souvislost kanálkového prstence dočasně narušena. Následkem toho jsou výkonové a silové rázy znemožňující plynulý provoz pece. Aby se tomuto stavu předešlo, musí být ve vaně pece vždy minimální množství roztaveného kovu. Uvádí se, že při odlévání je ponechána asi třetina z původní vsázky.



Obr. 18: Základní uspořádání indukční kanálkové pece [11-upraveno]

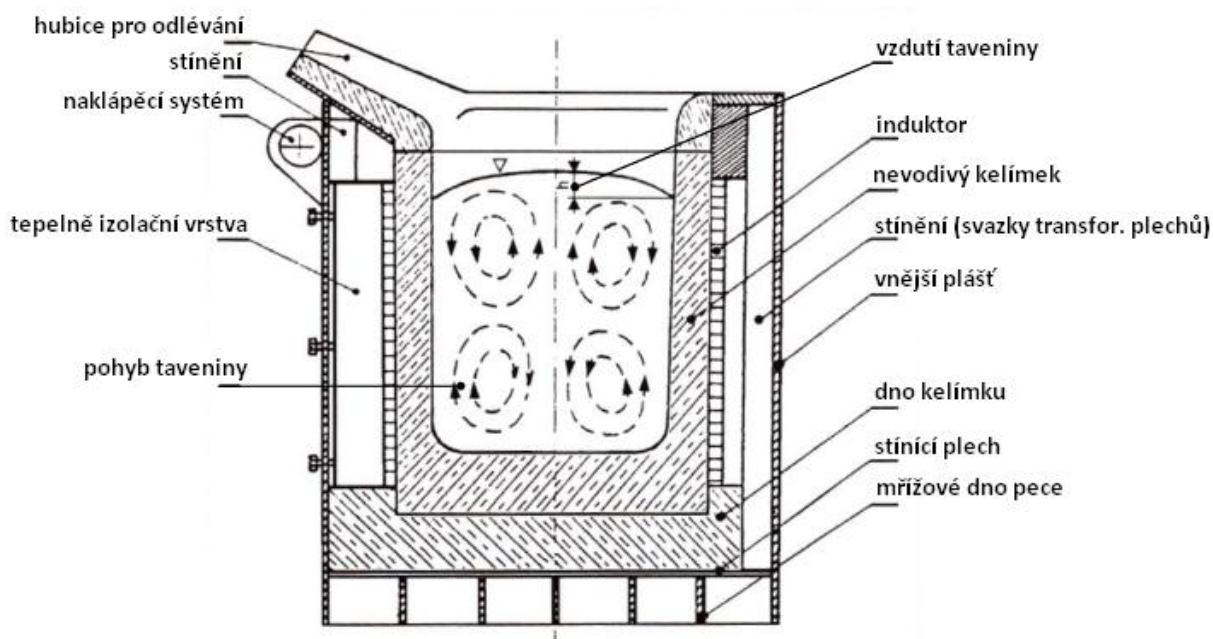
Tento typ pecí se používá zejména pro zpracování barevných kovů jako měď, hliník, zinek, olovo a jejich slitiny, zušlechťování šedé litiny či pro přehřívání již roztavené litiny.

Výhodou je velmi vysoká účinnost, možnost připojení na síťový kmitočet, vysoký účinník, snadná regulace výkonu přepínáním odboček pecního transformátoru. U velkých pecí pro dosažení rovnoměrného zatížení 3f sítě, jsou použity 2 nebo 3 kanálkové induktoři. Pro 2 kanálkové induktoři se používá např. Scottovo zapojení. [2, str. 229]

Mezi nevýhody patří již zmíněná nutnost minimálního stavu hladiny taveniny ve spodní části pece (nístěji). Nejsou vhodné pro časté střídání složení tavených kovů a pro přerušovaný provoz. Nežádoucí je i vychladnutí taveniny, proto musí být udržovány v provozní teplotě, což ale vede ke snížení celkové energetické účinnosti. Problém je také se zanášením kanálku oxidy při tavně barevných kovů, což vyžaduje jeho čištění a údržbu.

2.2. Indukční pece kelímkové

Název je odvozen od způsobu tavení vsázky, které probíhá v kelímku. Kelímkové pece jsou v současné době hojně využívané pro tavení elektricky vodivých materiálů. Základní uspořádání kelímkové pece je zobrazeno na obrázku.



Obr. 19: Uspořádání kelímkové pece s nevodivým kelímkem [11 -upraveno]

Pracovní cívka je nejčastěji vyrobena z dutého měděného vodiče s čtyřhranným průřezem. Závity cívky jsou mezi sebou izolovány, aby nedošlo mezizávitovému zkratu. Při napájecím proudu v řádu několika kiloampér a frekvenci až 10 kHz je důležité zajistit efektivní chlazení pecní cívky, toho je dosaženo průtokem vody či oleje dutinou cívky. Chladící médium musí odvést nejen elektrické ztráty v cívce (až 25% z příkonu), ale i ztráty vedením tepla stěnou kelímku ze vsázky. Špatným odvodem tepelných ztrát by byla negativně ovlivněna životnost indukční cívky i kelímku. Tavení vsázky probíhá v kelímku (vodivém či nevodivém) obklopeném z vnější strany cívkou. Jeho velikost závisí na objemu tavby, tj. kolik kilogramů vsázky na jednu tavbu je schopna pec pojmout. Při provozu pece prochází cívkou proud budící magnetické pole působící nejen na vsázku, ale i na okolí cívky. To negativně ovlivňuje elektrickou účinnost celého systému, ale také ocelové konstrukční prvky pece, které se nadměrně zahřívají. Proto je v zájmu snížit mag. pole vně cívky na co nejmenší hodnotu. Lze toho dosáhnout přidáním stínění z dobře vodivého materiálu nebo ze svazků transformátorových plechů.

Rozeznáváme několik typů kelímkových pecí rozdělené podle druhu kelímku, konstrukce stínění a napájecího proudu.

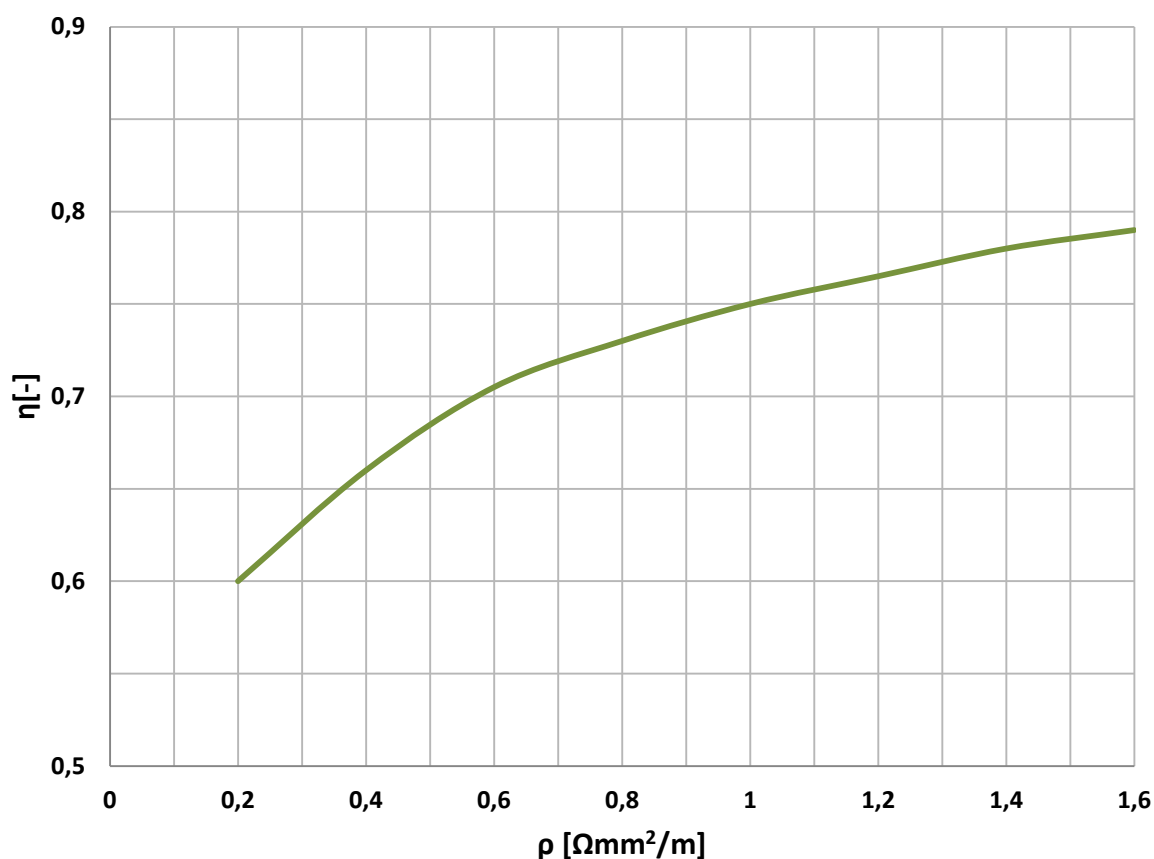
- Podle druhu kelímku:
 - elektricky nevodivý kelímek (SiO_2)
 - elektricky vodivý kelímek (kov, grafit)

- Podle druhu konstrukce stínění:
 - svazky transformátorových plechů (velká mag. vodivost)
 - dobře elektricky vodivý stínící plášť (Lorenzův zákon)

- Podle použitého kmitočtu napájecího proudu induktoru:
 - síťový kmitočet (50Hz)
 - střední kmitočet
 - vysoký kmitočet

Mezi hlavní výhodu kelímkových pecí patří silné víření taveniny, které je velmi vítané, protože je tím dosaženo homogenity co do složení, tak i do teploty. Víření je způsobeno elektrodynamickými silami, které jsou důsledkem vzájemného působení indukovaných proudů do vsázky a magnetického pole generovaného indukční cívkou. Pohyb taveniny je obdobný jako v prstenci kanálkové pece, tedy směrem ke středové ose kelímku.

Elektrická účinnost tavy v kelímkové peci se pohybuje okolo 0,7 až 0,8. Účinnost je také spjata úzce s druhem taveného materiálu. Obecně platí, že při tavení materiálu s malou vodivostí je účinnost lepší a naopak při tavení materiálů s velkou vodivostí je účinnost podstatně horší, viz. Obr. 20.



Obr. 20: Vliv rezistivity na elektrickou účinnost kelímkové pece[24-převzato]

Vztah pro vypočet elektrické účinnosti je následující.

$$\eta_V = \frac{P_2}{P_1 + P_2 + P_c} \quad 2.2.1$$

Kde P_1 představuje ztráty vzniklé v induktoru, P_2 užitečný výkon ve vsázce a P_c zahrnuje ztráty na paralelní kondenzátorové baterii a přívodním pásovém vedení.

2.2.1. Indukční pec s nevodivým kelímkem

Využívá základního principu indukčního ohřevu, kdy elmg. vlnění se přeměňuje v teplo přímo v materiálu, který je předmětem tavy. Kelímkem je zhotoven z 96% z oxidu křemičitého SiO_2 a oxidem hlinitým Al_2O_3 . Jeho tvorba probíhá přímo v peci pechováním do forem. Životnost kelímkem je závislá na tavicí teplotě, příkonu pece a s tím spojeným vířením taveniny, které v určitých místech více namáhá stěny kelímkem a způsobuje jejich vymílání. Použití nevodivého kelímkem se hodí především pro tavení vodivých materiálů s velkým měrným odporem, jako např. různé druhy ocelí či odporové materiály pro topné články.

2.2.2. Indukční pec s vodivým kelímkem

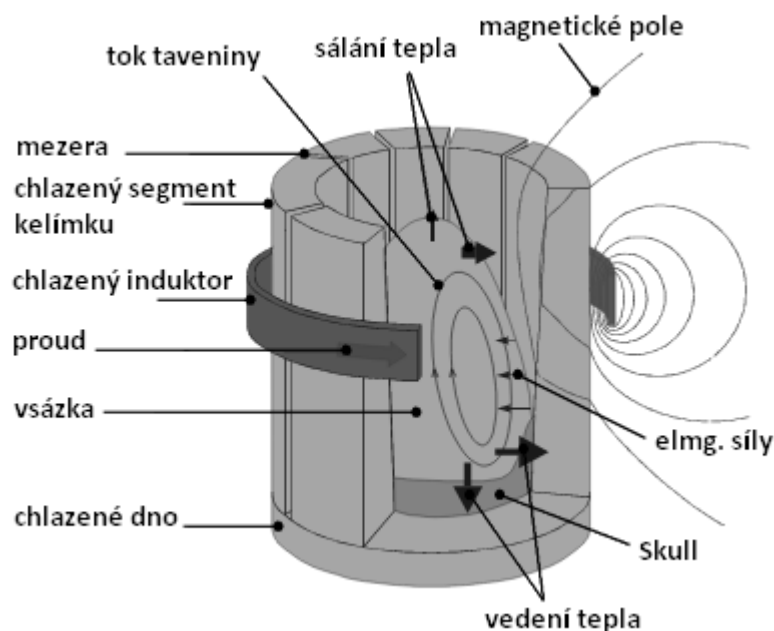
Aby bylo možné efektivně tavit kovy s malým měrným odporem, tj. dobře elektricky vodivé jako jsou hliník, měď, zlato, zinek a jejich slitiny je nevodivý kelímkem nahrazen vodivým. Elmg. vlnění vytvořené cívkou vstupuje do stěny vodivého kelímku, kde je přeměněno na tepelnou energii, kelímkem je zahříván a vedením předává teplo vsázce. Vodivost kelímku je volena tak, aby došlo k utlumení výrazného množství elmg. vlnění transformovaného na teplo. Potom zbývá malá část vlnění, která projde stěnou přímo do vsázky. Kelímkem je zhotovován z ocelolity nebo ze směsi grafitu a šamotu. Vložením žáruvzdorného materiálu mezi rozžhavený kelímkem a cívkou je docíleno tepelného odizolování a zmenšení ztrátového tepelného toků působící na indukční cívkou.

2.2.3. Indukční pec se studeným kelímkem

Princip je znám už počátkem třicátých let 20. století. Pece se studeným kelímkem označované také jako Skull Melting Technology, se využívají pro vysokoteplotní tavení vsázky od hmotnosti několika kilogramů. Klasický kelímkem u indukčních pecí je zde nahrazen jednozávitovým induktorem nebo dutými měděnými segmenty vzájemně oddělenými vzduchovou mezerou, která zajišťuje dostatečnou propustnost elmg. vlnění. Důležité u této metody je zajistit intenzivní odvod tepla průchodem chladicí vody, aby se pracovní teplota studeného kelímku pohybovala okolo 50°C. Na rozhraní roztaveného materiálu a kelímku díky tomu vzniká tenká vrstva tuhého materiálu zvaného skull. Tato vrstva nahrazuje nádobu pro roztavený materiál, zabraňuje kontaminaci taveniny z okolí a slouží jako ochrana studeného kelímku. Tím je ovlivněna výrazně doba životnosti samotného kelímku na stovky až tisíce tavebních cyklů. Výkony induktorů se pohybují v rozpětí 50-400kW při frekvencích 90-5000 kHz.

Metodu lze uplatnit pro zpracování materiálu na bázi kovu, oxidu či keramiky s velmi vysokým bodem tání dosahující hodnoty přes 3000°C. Jako např. k získání vysoce čistých kovů a slitin na bázi titanu, zirkonu, hliníku či vzácných zemin, dále k výrobě speciálních skel, křemíkových polovodičů, oxido-keramických materiálů či zatahování jaderného odpadu

do skelné matrice (tzv. vitrifikace^{††}). Proces tavení zajišťuje vysokou čistotu, protože materiál nepřichází do styku s materiálem kelímku. Lze pracovat i ve vakuu nebo inertní atmosféře, výsledkem jsou kvalitní homogenní odlitky bez bublin. Účinnost technologie dosahuje až 90% při tavení elektricky nevodivých materiálů. S tím je ale spojen problém jak tavbu elektricky nevodivých materiálů nastartovat. Nutné je použít tzv. startovací fázi, která spočívá ve využití externí dodávky tepla prostřednictvím např. plynového hořáku, elektrického oblouku, laserového paprsku či tzv. startovacího materiálu. [5,8,20]



Obr. 21: Indukční pec se studeným kelímkem[6-upraveno]

2.3. Indukční pece vakuové

Princip této metody spočívá v umístění tavicího kelímku společně s induktorem do vakuové komory, v níž probíhá jak tavení tak i odlévání. Nízké hodnoty tlaku v tavicím prostoru umožňují zpracovávat slitiny různorodého chemického složení železa, niklu, kobaltu a také prvky, které vykazují vysokou afinitu s kyslíkem jako titan, hliník, měď, zirkon a jiné. Nelze v nich provádět tavbu slitin s vysokým obsahem manganu, který se v těchto podmínkách vypařuje. Výsledný produkt je homogenní, vysoké oxidické čistoty s minimálním obsahem plynů a nečistot a nízkým obsahem uhlíku. [9,10]

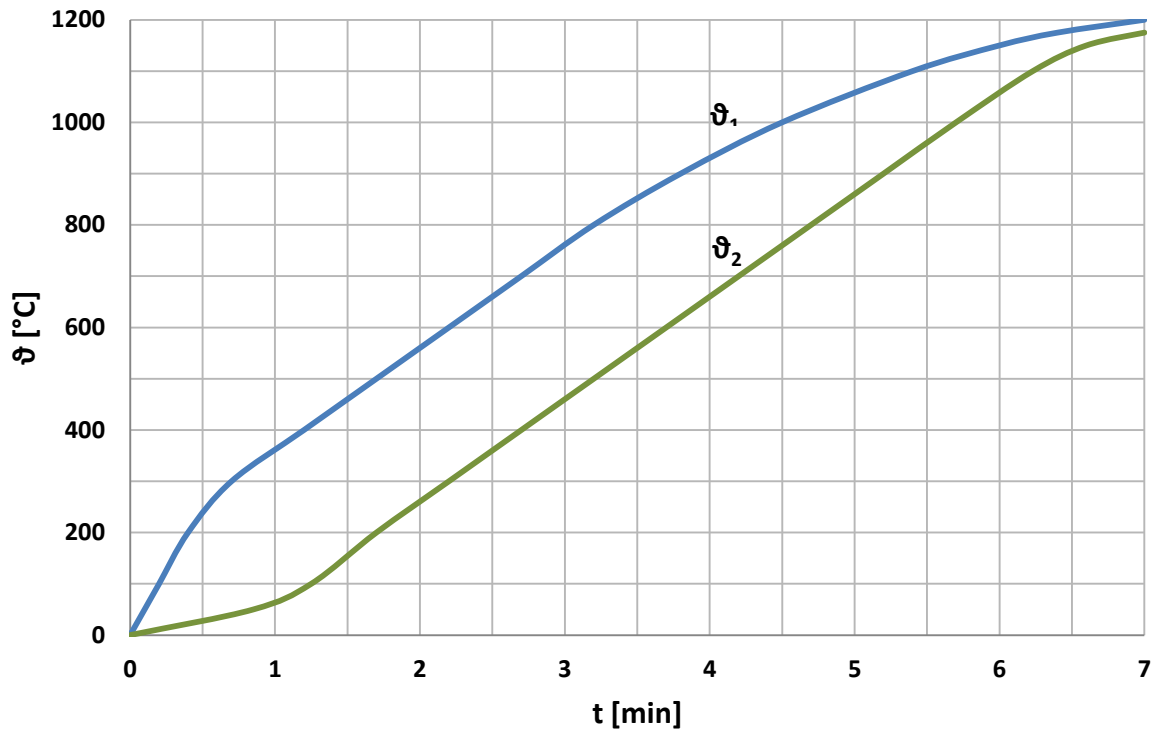
^{††} Vitrifikace: Je metoda založena na vkládání nebezpečného materiálu do roztavené skelné hmoty, nebo je spolu se sklotvorným materiálem roztaven. Výsledná směs se poté nechá rychle vychladnout, tím vznikne pevná skelná matrice s vlastnostmi jako chemická odolnost, nehořlavost, žáruvzdornost, mechanická pevnost, odolnost proti korozi, radiaci a stárnutí.[21]



Obr. 22: Indukční vakuová pec pro tavení titanu, TiAl a nerezové oceli [26]

2.4. Indukční zařízení prohřívací

Důkladné prohřátí celého průřezu vývalku je důležitou podmínkou pro nedestruktivní zpracování materiálu, tj. tváření za tepla. Tvářením dochází ke změně geometrie materiál působením tvářecí síly, aniž by byla překročena jeho mez pevnosti. Mezi postupy tváření patří např. lisování, kování, protlačování, tažení. Velkou výhodou indukčního prohřívání je rovnoměrnost prohřátí, krátká doba ohřevu následkem čehož nedochází k degradaci povrchu materiálu oxidací. Rovnoměrnost prohřátí znamená, že rozdíl mezi teplotou na povrchu ϑ_1 vývalku a jeho středem ϑ_2 je minimální. Uvádí se, že rovnoměrnosti je dosaženo, pokud není rozdíl větší než 100°C . Střed materiálu je ohříván vedením tepla z povrchové vrstvy. To zapříčiňuje časové zpoždění velikosti tepla ϑ_2 v ose materiálu. S rostoucí povrchovou teplotou ϑ_1 rostou i ztráty vyzařováním do okolí, což vede ke zpomalení růstu ϑ_1 a snížení rozdílu teplot. Průběh teplot při indukčním ohřevu ocelového vývalku o průměru 0,1m lze vidět na Obr. 23. [4, str.77; 12, str.98]



Obr. 23: Průběh teplot na povrchu a středu v závislosti na době ohřevu[11,str.102-převzato]

Použití nachází hlavně v průmyslové výrobě pro ohřev vývalků, přířezů, ústříhů, dále pro průběžný ohřev tyčového materiálu nebo ohřev konců tyčového materiálu.

Návrh a rozbor indukčního prohřívacího zařízení provedu detailněji v kapitole 4.



Obr. 24: Provoz indukčního prohřívacího zařízení s vývalkem uvnitř[27]

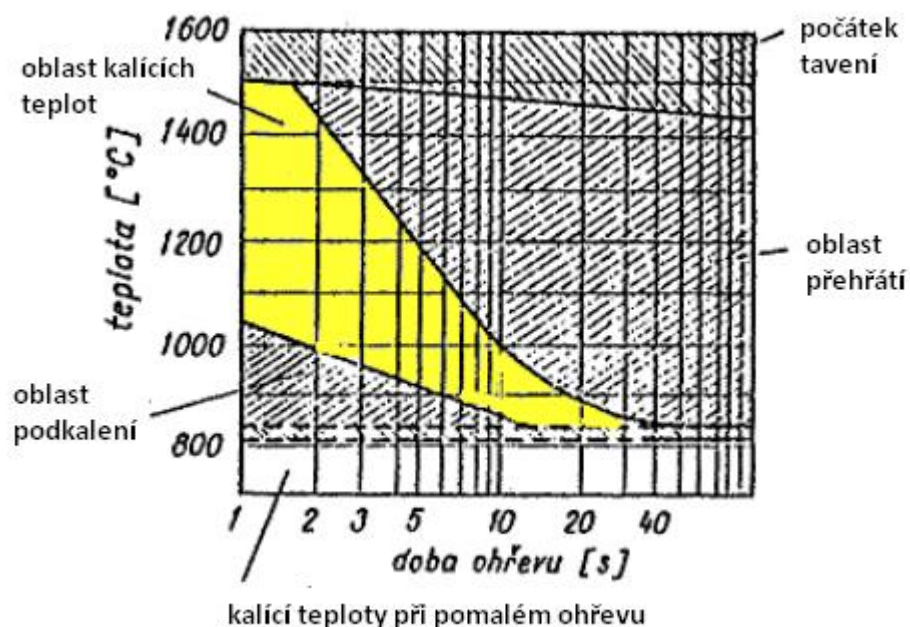
2.5. Indukční zařízení pro povrchový ohřev

2.5.1. Povrchové kalení

Kalení patří mezi tepelné zpracování oceli, při kterém je snahou zlepšit její mechanické a fyzikální vlastnosti. To spočívá v rychlém a intenzivním ohřevu povrchové vrstvy materiálu a jeho následném prudkém ochlazení kritickou rychlostí, čímž se potlačí vznik feritu a perlitu na úkor vzniku martenzitu a bainitu. Tím se dosáhne vyšší nebo maximální tvrdosti výrobku, ale dojde ke snížení jeho houževnatosti, tj. stává se křehčím a náchylnějším na prasknutí při nárazu. Dochází také ke zvětšení objemu, což může vést k deformaci, pnutí, vzniku trhlin nebo až k prasknutí. Kalením vzniká velký teplotní spád směrem k ose materiálu, který vede ke vzniku ostrého přechodu z tvrdé na měkkou vrstvu, tj. je řeč o slupkovém jevu. Zakalená vrstva vykazuje vysokou tvrdost, ale není dobře spojena s jádrem a při zatížení dochází k jejímu odlupování. Tomu lze předejít zařazením předeřevu. [14;2str.232]

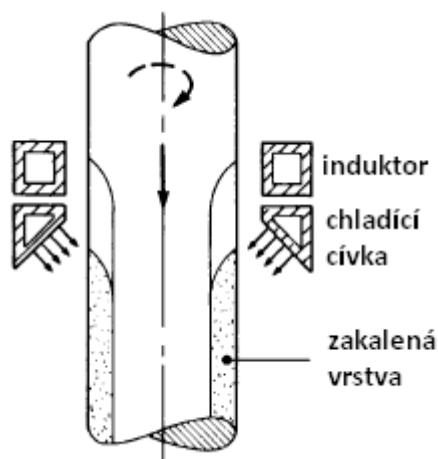
Kalitelnost oceli je závislá na obsahu uhlíku. Uvádí se, že jako kalitelné jsou označeny oceli s obsahem uhlíku vyšším než 0,35%. Ochlazování oceli se provádí v prostředích jako voda, vzduch, solná lázeň a olej. Jejich vlastnosti se liší rychlostí a intenzitou odvodu tepla.

V praxi se povrchové kalení uplatňuje při výrobě klikových a vačkových hřídelů, ozubených kol, nástrojové oceli či válců pro válcovací stolice.



Obr. 25: Oblasti kalících teplot[28]

Kalení válců se provádí ve svislé poloze za plynulého otáčení kolem své osy, tím je zajištěna symetrie ohřevu. Průměr indukční cívky volíme s ohledem na rozměr válce, aby bylo dosaženo co nejvyšší účinnosti. Ihned za induktorem je zařazen děrovaný prstenec pro sprchové vodní chlazení. Posuv probíhá zpravidla shora dolů. Pro kalení menších válců bývá induktor stacionární, naopak pro válce velkých rozměrů se induktor pohybuje v axiálním směru. [12,str.117]



Obr. 26: Svislé povrchové kalení válce [15,str.210]

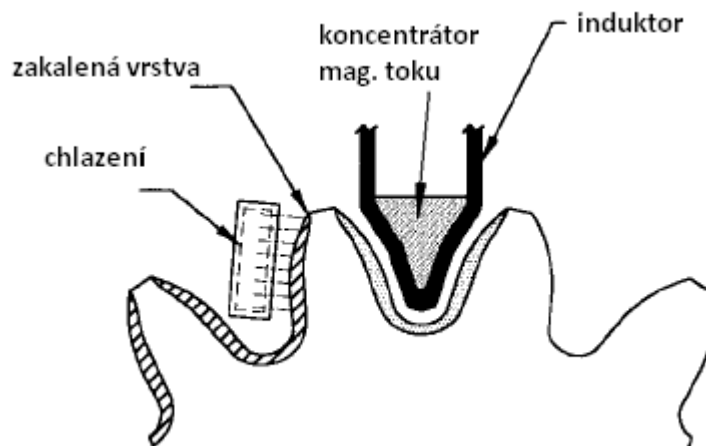


Obr. 27: Povrchové kalení válce v praxi[29]

Ozubená kola se zakalují buď celá naráz, nebo každý zub zvlášť. Důležité je, aby hloubka prokalení byla jak ve špičce, bocích i patě zubu prakticky stejná. U kalení celého kola se z podílu průměru roztečné kružnice a počtu zubu určuje tzv. modul ozubení m . Vhodný kmitočet určíme podle výrazu.

$$f = \frac{6 \cdot 10^5}{2\pi m^2} \quad 2.5.1$$

Postupné kalení jednotlivých zubů se provádí u kol s větším modulem ozubení. Tvar cívky kopíruje geometrii zubu, to zabezpečuje stejnou hloubku vniku v profilu zubu. Doplněním cívky o magnetický koncentrátor se eliminuje působení mag. toku na sousední zuby, popřípadě se používá stínění. Možné je také kalit zvlášť patu zubu a boky se špičkou. [13, str.310]



Obr. 28: Kalení ozubeného kola [13, str.316]



Obr. 29: Kalení zub po zubu [30]

Řízení hloubky prokalené vrstvy, vysoký měrný příkon [kW/cm^2], rychlost a účinnost celé technologie patří mezi hlavní výhody indukčního povrchového kalení.

2.5.2. Pájení

Pájením se rozumí spojení dvou a více materiálů prostřednictvím přidaného materiálu, pájky. Roztavením a difúzí pájky do základního materiálu vznikne nerozebíratelný, elektricky vodivý spoj. Podle tavící teploty použité pájky lze rozdělit pájení na dva druhy: [16, str. 137]

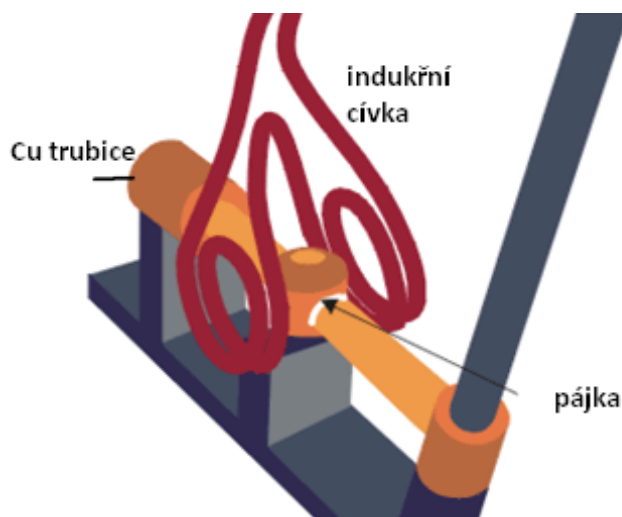
- Pájení na měkko – teplota pájky dosahuje 450°C
cín, zinek, olovo, kadmium, Woodův kov
- Pájení na tvrdo – teplota nad 450°C
měď, stříbro, zlato, paladium

Na rozdíl od klasického pájení je indukční pájení bezkontaktní. Nedochozí k tepelné deformaci okolí spoje a lze spojovat i nevodivé materiály. Tvar a rozměry induktoru jsou voleny tak, aby působil lokálně na pájený spoj a své okolí ovlivňoval pokud možno co nejméně (viz. Obr. 30). V případě, že je to vyžadováno, je doplněn o stínění.



Obr. 30: Typické provedení indukčních cívek nejen pro pájení [31]

Uplatnění nalezne ve spojování trubek a přírub, vodičů, rozvodových trub, vinutí točivých i netočivých strojů, součástí automobilové karoserie, chladících soustav, palivových či hydraulických systémů nebo v leteckém průmyslu pro upevňování lopatek proudových motorů. [17,18]



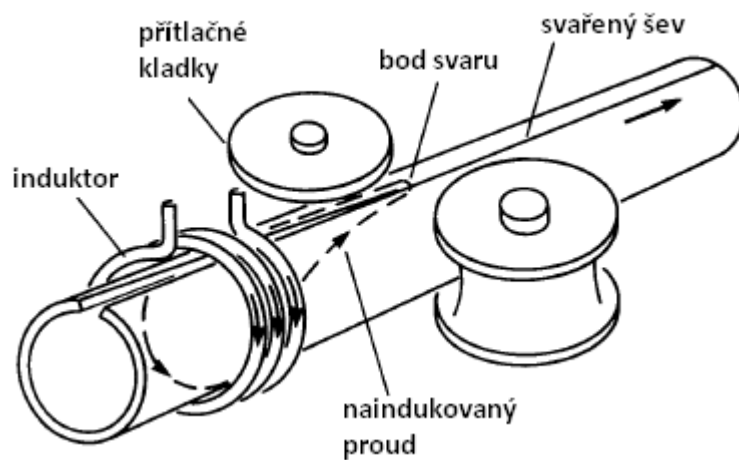
Obr. 31 Indukční pájení [32-upraveno]



Obr. 32: Pájení měděných pásů [33]

2.5.3. Svařování

Indukční svařování se uplatňuje při výrobě trub a rour ve velkých sériích. Ocelový pás je za studena tažen přes kladky, kde je ohnut do tvaru trubky. Následuje indukční cívka napájená vf proudem o kmitočtu několik stovek kHz. Naindukované proudy se uzavírají v místě dotyku hran trubky, právě v tomto místě vlivem vysoké proudové hustoty vznikne dostačující teplota (až 1400°C) pro podélné svaření. Obecně platí, že se zvyšující se tloušťkou stěny trubky klesá rychlost svařování. [2, str.233;15, str.133]



Obr. 33: Princip indukčního svařování [15, str.131]

2.6. Další využití indukčního ohřevu

Žihání

Je technologický postup, kdy se pomalým ohřevem na žíhací teplotu (500 – 1200°C), výdrží a následným pomalým chladnutím na vzduchu modifikuje struktura kovu tak, že je odstraněno vnitřní pnutí po kalení, tváření či svařování. Indukční žihání je využívá především při zmírnění pnutí v okolí sváru potrubí parovodů či plynovodů.

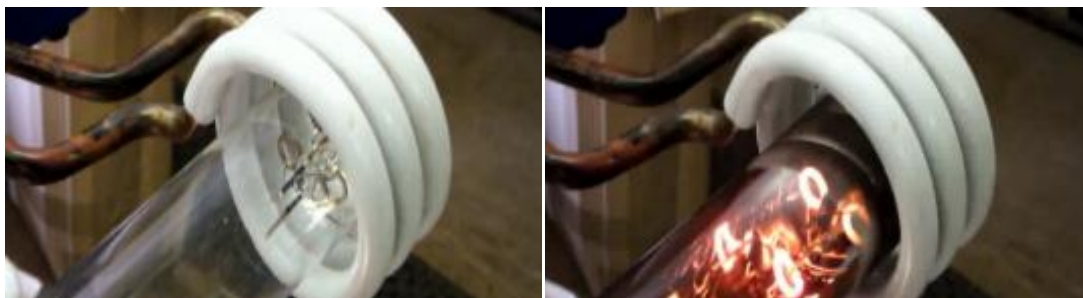
Popouštění

Indukční popouštění je tepelný proces, který optimalizuje mechanické vlastnosti zakaleného obrobku jako houževnatost a pružnost. Popouštění probíhá pomalým ohřevem mezi 150 – 700°C, výdrží na teplotě dostatečnou dobu pro zajištění maximální houževnatosti a zchlazením. Také se někdy používá tzv. samopopouštění, kdy jsou nástroje popouštěny

zbytkovým teplem po neúplném ochlazení při kalení. Oblasti využívání indukčního popouštění je automobilový průmysl (hřídele, tyče, klouby,...) a výroba potrubí a trubek.

Getrování výbojek

Některé součástky jako kupříkladu výbojky, žárovky či dříve nenahraditelné elektronky pro svou optimální funkci vyžadují dokonalé vakuum. Toho lze docílit použitím vývěv, ale ani ty nezaručí dokonalé vakuum. Proto se používá tzv. getrování. Jedná se o nanesení aktivní látky tzv. getru, který při aktivaci chemicky váže přebytečné atomy plynu, na nosný kovový prstenec umístěný vně baňky. Po uzavření baňky je výbojka umístěna do induktoru, kde působením elmg. pole dochází k zahřátí nosného prstence, vypaření a následné aktivaci getru, který absorbuje zbytky plynu a tím vznikne dokonalé vakuum. Na povrchu baňky se vytvoří lesklá vrstva odpovídající barvě použitého prvku (tantal, niob, barium, titan, hořčík či fosfor). [22, 23]



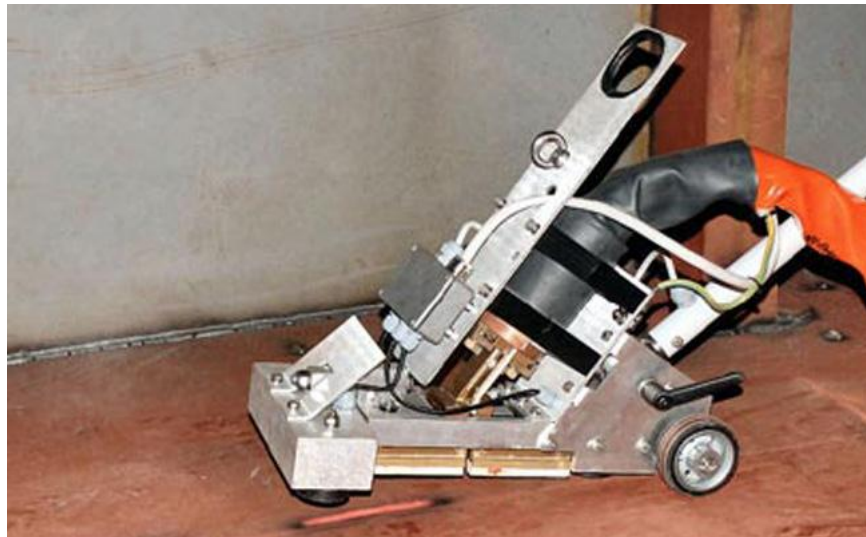
Obr. 34: Výbojka před a po aktivaci getru v indukční cívice[17]

Přetavování trub a drátů

Výroba drátů a trub probíhá kontinuálně v dlouhých sériích. Produkt je následně zapotřebí podélně rozdělit na kusy definované délky. Lze aplikovat mechanické postupy např. stříhání, ale to vede k deformaci konců materiálu a zvýšení odpadového materiálu. Proto je někdy výhodnější využít indukčního ohřevu. Důležité je zajistit velmi rychlý, lokální ohřev, což vyžaduje velký měrný příkon induktoru řádově jednotky kW/cm^2 .

Indukční rovnání

Deformace materiálu v důsledku jeho tepelné úpravy či spojování je nežádoucí. Vyrovnání vzniklých nerovností se provádí lokálním ohřevem předem definovaných topných zón. Po jejich vychladnutí dochází ke zvýšení pnutí, což vede k vyrovnání nerovností. Pro svou rychlost, lokálnost, produktivitu a možnost aplikace bez odstranění ostatních komponent je ideální indukční ohřev. Uplatnění nachází při rovnání nosníků, svařovaných lodních palub a přepážek, karosérií automobilů, výrobě kolejových a těžkých nákladních vozidel.



Obr. 35: Mobilní indukční ohříváčka pro rovnání kovových podlah[34]

Indukční ohýbání

Ohýbání prostřednictvím indukčního ohřevu je hojně využíváno pro tvarování potrubních systémů dodávaných pro jaderný, chemický, petrochemický a energetický průmysl. Je možné ohýbat trubky o tloušťce stěny až 10 cm na vnější poloměr přesahující 100 cm. Celý proces probíhá uchycením hrdla trubky do upínacího systému otočného ramene, poté je přiložen induktor odpovídajícího průměru. K ohýbání dochází pouze v úzkém pásmu, jež je obklopeno indukční cívkou. V závislosti na materiálových požadavcích je ohnuté potrubí chlazeno řízeným způsobem prostřednictvím vody nebo vzduch. Aplikací indukčního ohýbání je minimalizován počet svárů v celku, které představují místa náchylná k prasknutí a je nutné jejich dokonalé provedení a následná kontrola.[35,36]



Obr. 36: Průmyslová ohýbačka potrubí[35]

Lepení a tváření plastů

Rychlost, reprodukovatelnost či čistota jsou důvody, proč je indukčního ohřevu využíváno i v gumárenském a plastikářském průmyslu. Zde je používán např. při výrobě plastových láhví, spojování plastových součástí, nasazování držadel na kovové předměty (čepěle nožů, čistící kartáče,...), plastové povlaky nástrojů a rukojetí. Využití je také možné při oddělování kovových částí zalitých v plastu, kaučuku či epoxidu a jejich následné zpracování.[15, 37]



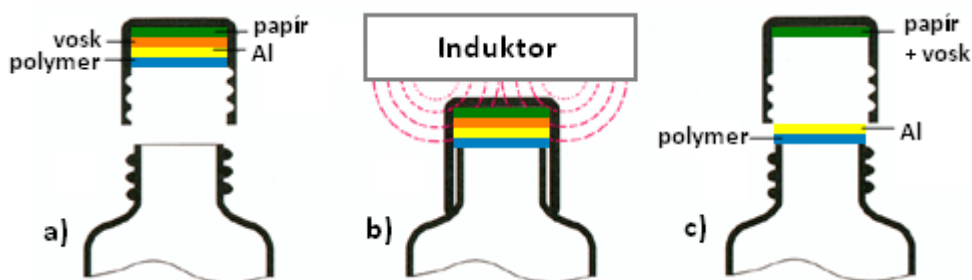
Obr. 37: Lepení plastového madla ručního nářadí[37]

Indukční lepení

Lepidlo je nanesené na povrch kovové součástky, ta je následně indukčně zahřívána, což způsobí roztavení lepidla a jeho vytvrzení. Typickým příkladem je nasazování hřídele na kotvu nakrátko při výrobě malých motorů. Vytvrzení lepidla neproběhne ihned, jelikož si hřídel i rotor udržují zbytkové teplo, proto je nutné polohu fixovat, než dojde k dostatečnému zpevnění. Další příkladem uplatnění je lepení plastových částí (např. láhve a uzávěru). Lepidlo je tvořeno emulzí obsahující malé železné částice. Ohřevem částic se aktivuje lepidlo a dojde ke spojení. Provozní frekvence induktoru je volena řádově jednotky MHz pro malé příkony, jinak by mohlo docházet k nežádoucí destrukci výrobku. Místo pilin je někdy vkládán kovový prstenec s těsnící podložkou.[15]

Indukční těsnění a balení

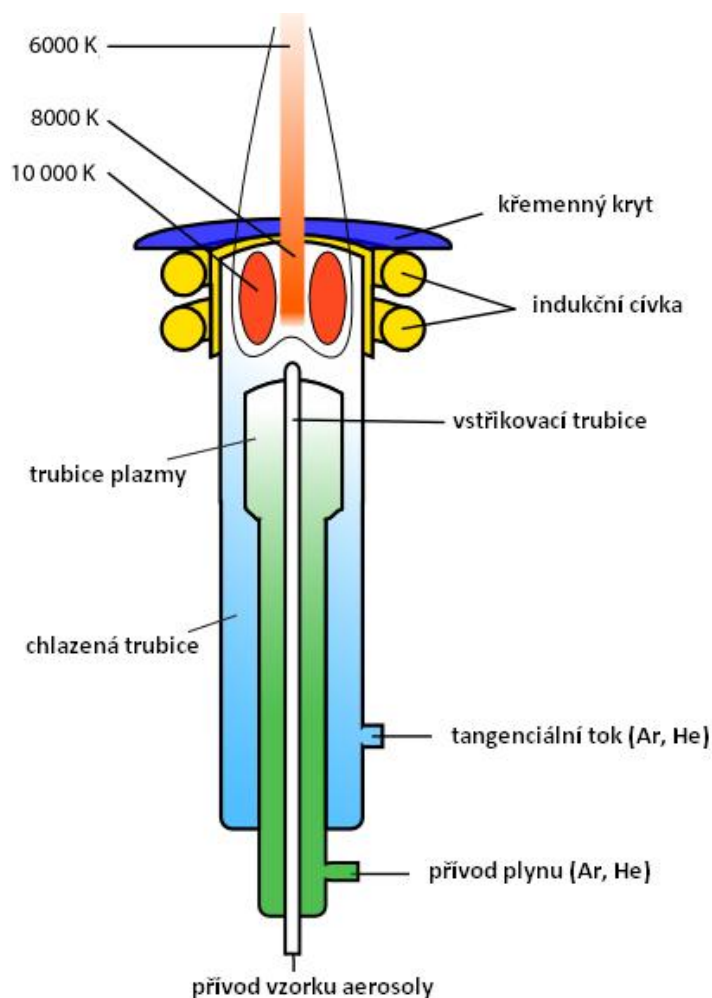
U některých druhů potravin, farmaceutických a chemických výrobků je vyžadováno dokonalé utěsnění obalu. Důvodů je hned několik např. eliminace úniku obsahu do okolí, kontaminace samotného výrobku, zvýšení trvanlivosti či funkce jakési pojistky před neoprávněnou manipulací. Je zde využito speciálního uzávěru s těsnící mnohovrstvou vložkou. Ta je ve většině případů složena ze základového materiálu (papírová podložka), vosku, hliníkové fólie a polymerové folie. Hliníková fólie může být nahrazena hliníkovým víčkem, záleží na dané aplikaci. Po naplnění plastové či skleněné nádoby je hrdlo osazeno víčkem s těsnící vložkou, poté je oblast kolem víčka vystavena působení elmg. pole indukční cívky, které se uzavírá v hliníkové fólii a zahřívá ji. Následkem čehož dochází k natavení polymerové vrstvy a spojení s hrdlem nádoby, zároveň dochází k roztavení vosku a jeho absorpci do papírové podložky.[38,39]



Obr. 38: Uzavření láhve pomocí čtyřvrstvého těsnění[38 -upraveno]

Indukční plazmová technologie

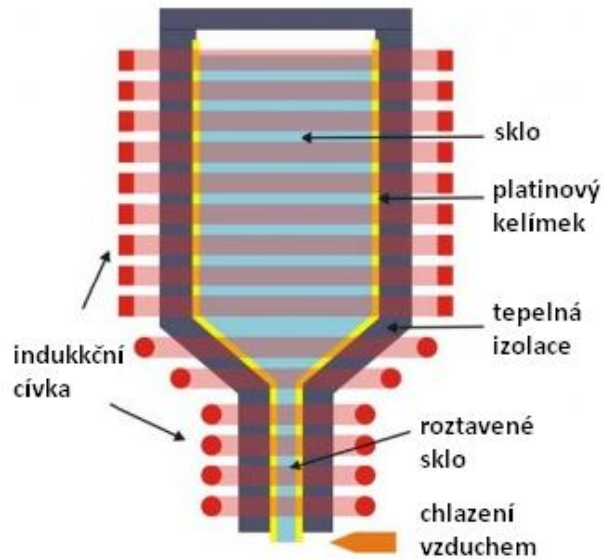
Plazma je ionizovaný plyn obsahující dostatečný počet kladně nabitých (iontů) a záporně nabitých částic (e^-), který je navenek elektroneutralní a elektricky vodivý. K výrobě plazmy se používají zejména plyny argon a helium. Pro zažehnutí plazmatu je nezbytné dodat silný ionizační impulz (např. z Teslůva generátoru). Po zažehnutí je plazma udržována prostřednictvím tzv. indukční vazby. Což znamená, že proud induktorem vytváří silné magnetické pole, v němž jsou elektrony urychleny a svou energii předávají atomům plynu, ten se zahřívá, ionizuje a vznikají další elektrony. Plazma může dosáhnout velmi vysokých teplot 5000–11000°C. Tato technologie je využívána při výrobě velmi čistých a vysoce tavitelných materiálů jako např. vláken optických kabelů, titanu, křemíku, zhutňování materiálů, syntéze nano-materiálu. Množství, které lze zpracovávat, je malé řádově desítky kilogramů denně z důvodu dávkování materiálu ve formě prášků, suspenzí nebo kapalin.[40]



Obr. 39: Princip vzniku indukčně vázané plazmy[40]

Sklářský průmysl

Indukčního ohřevu se v této oblasti dostane uplatnění především při spojování sklo-kov, udržování konstantní teploty (1400°C) při výrobě skelných vláken a úprav polotovarů optických čoček.[15]



Obr. 40: Výroba skelných vláken[19]

Montáže součástí

Vlivem kladné teplotní dilatace kovového materiálu dochází při ohřevu ke změně jeho rozměrů. Materiál zvýší své rozměry jen nepatrně, ale i to je dostačující pro nasunutí např. kola na tyč. Po vychladnutí se vrátí materiál zpět do původní velikosti, čímž se zvýší třecí síly mezi díly a vznikne velmi kvalitní nerozebíratelný spoj. Tohoto se s výhodou využívá při montáži hřídelů, tyčí, kroužků, kol, ozubených kol, ložisek, pouzder, spojek, ventilátorů, potrubí nebo při demontáži šroubů a matic.[34]



Obr. 41: Ohřev ozubeného kola před montáží na hřídel, ohřev ložisek[34]

Resumé

Závěrem této kapitoly lze říci, že spektrum uplatnění ohřevu elmg. indukcí napříč všemi průmyslovými odvětvími je velmi široké. Zde jsem si dovilil zmínit z mého pohledu nejdůležitější druhy aplikací. Trendem dnešní doby je minimalizovat náklady na výrobu při rostoucích cenách energií a to indukční ohřev díky své vysoké účinnosti umožňuje zcela jednoznačně.

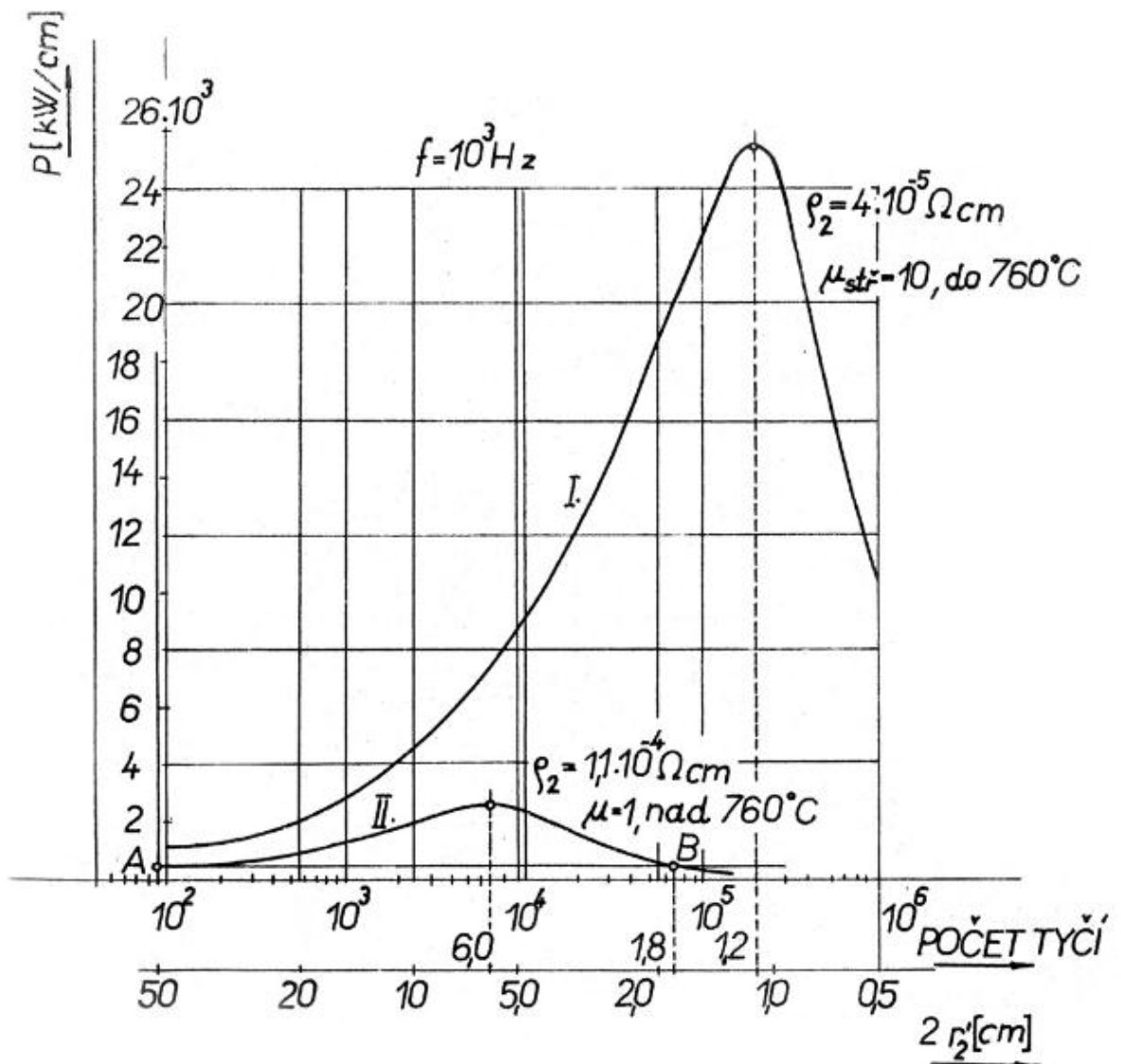
3. Podmínky pro efektivní využití indukčního ohřevu

Stanovení efektivních podmínek indukčního ohřevu je velice komplexní oblast sahající od napájecího zdroje, přes použité materiály až po materiál, jež je předmětem ohřevu. V kapitole 1.6 bylo naznačeno jak je kmitočet úzce spjat s hloubkou vniku a , jeho správná velikost je klíčová pro optimální průběh ohřevu a dobrou účinnost.

Zde se tedy budu zabývat pouze stanovením podmínek z hlediska správného určení napájecího kmitočtu induktoru pro tři základní oblasti využití.

3.1. Tavení

Tavením se rozumí dodání dostatečného množství elmg. energie pro přeměnu tuhé, kusové vsázky na tekutou, nekusovou. Zahříváním na tavicí teplotu zvyšuje vsázka (ocel) svůj měrný odpor a zároveň prochází třemi stádii. Ty lze rozdělit podle teplot: do bodu magnetické přeměny při 768°C je permeabilita $\mu_r > 1$, vsázka je kusová, tuhá a magnetická. Nad teplotu magnetické přeměny klesá $\mu_r = 1$, vsázka je stále kusová, tuhá, ale nyní už nemagnetická. Při teplotě nad 1400°C dochází k tavení oceli, $\mu_r = 1$, vsázka je stále nemagnetická a zároveň se stává tekutou. K tavení slouží kanálkové a kelímkové pece rozličných modifikací. V nich je zpracováván většinou železný odpad o rozdílné velikosti. Proto je prioritou zvolit kmitočet napájecího proudu takový, aby vsázka absorbovala co největší množství elmg. energie nutné k vyvinutí tepla, tj. nebyla vůči elmg. vlnění průzařná. Důležité je určit kusovost vsázky. To se provádí následovně. Kovový šrot nahradí ekvivalentní soustavou tyčí s poloměrem r_2 , souose umístěných v kelímku. Vypočte se jejich plocha F a při znalosti plochy dutiny kelímku, lze získat počet tyčí. Při znalosti absorbovaného množství energie P_{21} jedné tyče podle rovnice 1.5.36 a vynásobením počtem tyčí lze zjistit celkovou absorbovanou energii vsázky. Takto je možno vypočítat energii přeměněnou na teplo pro různé poloměry tyčí. Na základě této úvahy jsou sestaveny diagramy, ze kterých je možné určit kusovost vsázky diagramu na Obr. 42 pro stanovení průměru tyčí při tavně v kelímkových pecích

Obr. 42: Diagram pro stanovení průměru tyčí, $f=1000\text{Hz}$ [12, str.51]

Z diagramu vyplývá, že příkon do vsázky bude při nemagnetickém stavu (křivka II.) asi desetinový oproti magnetickému stavu (křivka I.). Minimální průměr bude dán bodem B. Dalším snižováním průměru $2r_2$ by přestal platit vztah $a_2 \ll r_2$ a došlo by průřaznosti tyčí.

Pro $f = 1000\text{Hz}$ je hloubka vniku

$$a_2 = 503,3 \sqrt{\frac{1,1 \cdot 10^{-4}}{1000}} = 0,00167 \text{ [m]} \quad 3.1.1$$

Poněvadž pro bod B je $r_2 = 0,009 \text{ m}$, je podmínka $a_2 \ll r_2$ splněna.

Kmitočet je dále spjat také s intenzitou víření tavení. Jde o žádoucí jev zajišťující tepelnou a materiálovou homogenitu vsázky, ale s rostoucím příkonem pece roste i velikost víření taveniny s tím souvisí i efekt označovaný jako vzdutí h_0 . Jde o rozdíl hladin taveniny u stěny kelímku a v ose kelímku.

$$h_0 = 0,323 \frac{q}{\rho} \sqrt{\frac{\mu_r \gamma}{f}} \quad [m] \quad 3.1.2$$

Kde $q [W/m^2]$ je měrný příkon vsázky $\rho [kg/m^3]$ měrná hmotnost vsázky

$$q = \frac{P_2}{\pi d_2 l_2} \quad [W/m^2] \quad 3.1.3$$

Vzdutí by nemělo být u tavících pecí větší než je tloušťka strusky na povrchu taveniny. Narušením strusky dochází k obnažení povrchu, což urychluje oxidaci materiálu a to je nežádoucí. Se zvyšujícím se kmitočtem dochází ke snižování vzdutí. Například vzdutí při $f = 1000Hz$ je více než 4krát menší než při $f = 50Hz$ (při zachování měrného příkonu). Vzdutí je tedy zapotřebí kontrolovat především u pecí na síťový kmitočet. Nadměrné víření taveniny na povrchu je možné utlumit snížením výšky cívky tak, že její horní okraj bude pod úrovní hladiny taveniny, tím nebude docházet k indukovaní vířivých proudů a vzniku elektrodynamického tlaku. [3,12]

3.2. Prohřívání

Rovnoměrnost prohřátí průřezu vsázky je hlavním sledovaným parametrem. Rovnoměrnosti je dosaženo, jestliže rozdíl mezi teplotou na povrchu a teplotou ve středu vsázky není větší než $100^\circ C$. [4]. Podstatné je zajistit správnou hloubku vrstvy, v níž se vyvíjí teplo tak, aby nedocházelo k přehřívání povrchu. Z Obr. 8 pro průběh funkce $P(x_2)$ válcové vsázky vyplývá, že argument $x_2 > 3$. Pro hodnoty menší než 3 by byla vsázka elmg. průzařná a ohřev by měl neuspokojivě malou účinnost. Z tohoto předpokladu je možno stanovit minimální hodnotu frekvence.

$$x_2 = \frac{r_2}{a} \sqrt{2} \rightarrow a = \frac{r_2}{x_2} \sqrt{2} \quad 3.2.1$$

Vyjádříme hloubku vniku a

$$a = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \gamma \mu_0 \mu_r}} = \frac{r_2}{x_2} \sqrt{2} \quad 3.2.2$$

Odstranění mocniny provedeme umocněním dvěma a z rovnice vyjádříme f_{min} .

$$f_{min} = \frac{x_2^2}{2r_2^2 \pi \gamma \mu_0 \mu_r} = \frac{9}{2\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} r_2^2 \gamma \mu_r} = \frac{1,14 \cdot 10^6}{r_2^2 \gamma \mu_r} \quad 3.2.3$$

platí $f_{max} \leq 6 \cdot f_{min}$

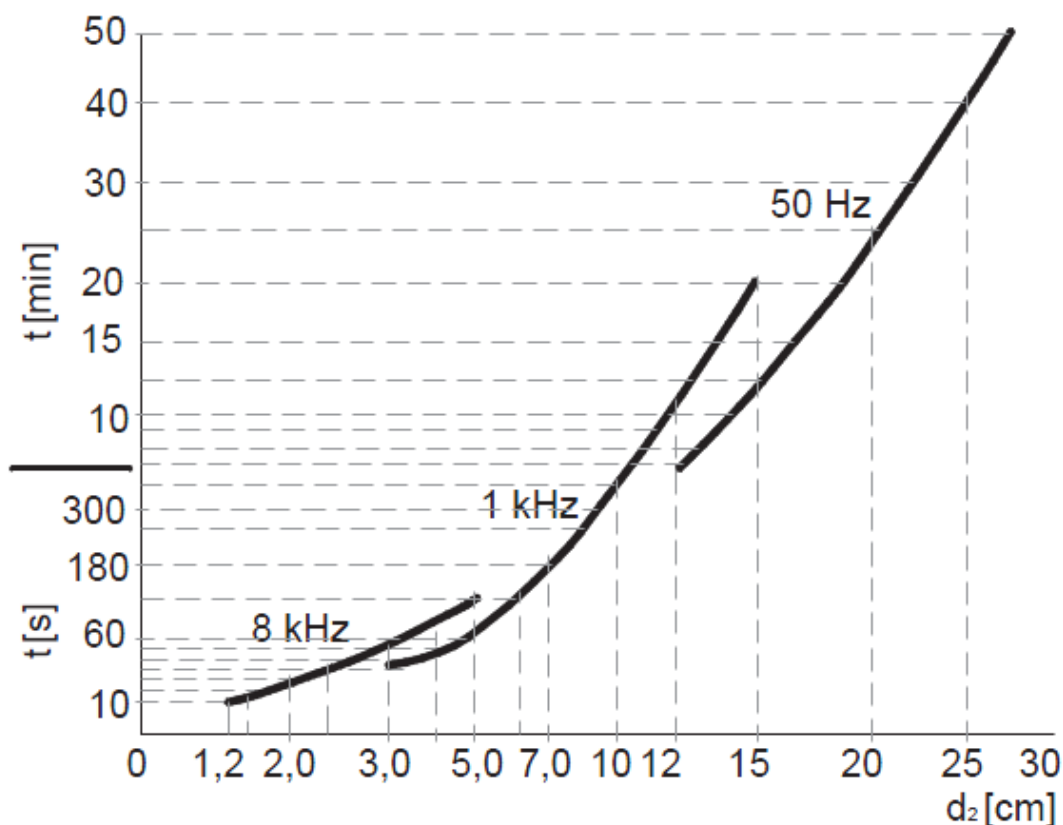
Nejvyšší hodnota použité frekvence f_{max} by neměla být volena nad $6f_{min}$, poněvadž vývin tepla probíhá pouze na povrchu, vnitřní část vsázky se bude ohřívat výhradně vedením tepla a současně klesá účinnost. Stejně závěry platí i při ohřevu ploché vsázky.

Při prohřívání do Curieho bodu jsou vodivost i permeabilita větší (stanovení $\mu_{stř}$), takže f_{min} vyjde menší než pro ohřev na vyšší teploty. S tím je při návrhu nutné počítat a volit průměrnou hodnotu f_{min} . V tabulce jsou uvedeny kmitočty v závislosti na průměru prohřívávaného předmětu.[2]

Tabulka 1: Použité frekvence v závislosti na průměru vývalku [4, str.134]

f [Hz]	50	500	1000	2000	4000	8000
d [mm]	160-500	80-280	50-180	35-120	22-70	15-50

Známe-li průměr vsázky a kmitočet napájecího proudu je možné teoreticky stanovit danou dobou ohřevu pomocí diagramu (platí pouze pro konstrukční ocel a normální indukční ohřev) na Obr. 43. Dobu ohřevu je možné zkrátit až o jednu třetinu tzv. rychloohřevem. U postupného ohřevu jsou na začátku indukční ohříváčky zhuštěny závitky induktoru. Tím vzroste intenzita mag. pole, a jelikož množství elmg. vlnění transformovaného na teplo závisí na kvadrátu mag. intenzity [$P_{21} = \pi \rho x_2 P(x_2) N_2^2$] je ohřev vložených vývalků intenzivnější a celková doba ohřevu je zkrácena.

Obr. 43: Diagram doby prohřátí ocelového vývalku průměru d_2 [3, str.85]

3.3. Povrchové kalení

Kalení vyžaduje velký měrný příkon v rozsahu 1 až 20 kW/cm^2 , aby byla zajištěna vysoká rychlost ohřevu povrchové vrstvy a eliminováno vedení tepla do středu kaleného materiálu. Frekvence se volí na základě požadované hloubky zakalení d_k podle následujícího vztahu.

$$\frac{0,015}{d_k^2} < f < \frac{0,25}{d_k^2} \text{ [kHz]} \quad 3.1.1$$

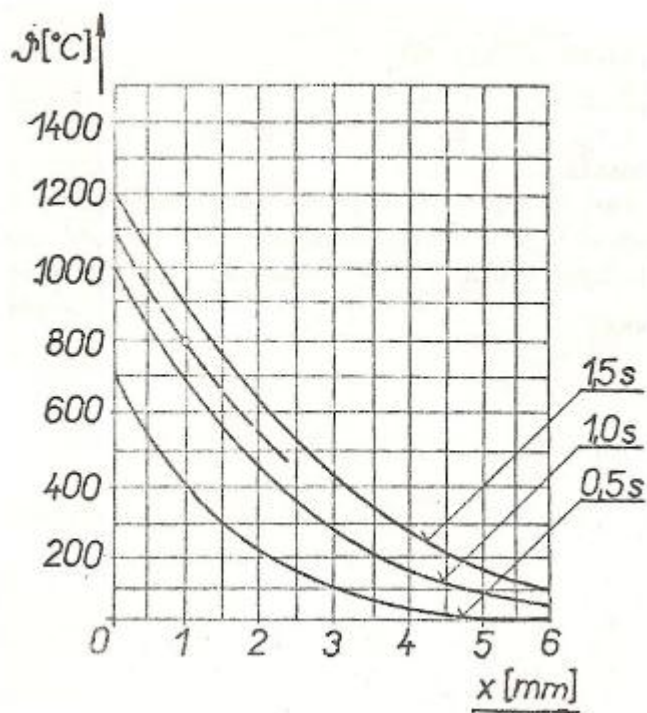
Tloušťka d_k je do výrazu dosazována v metrech.

Tabulka 2: Dosažitelná hloubky prokalení v použitých kmitočtech [2, str.237]

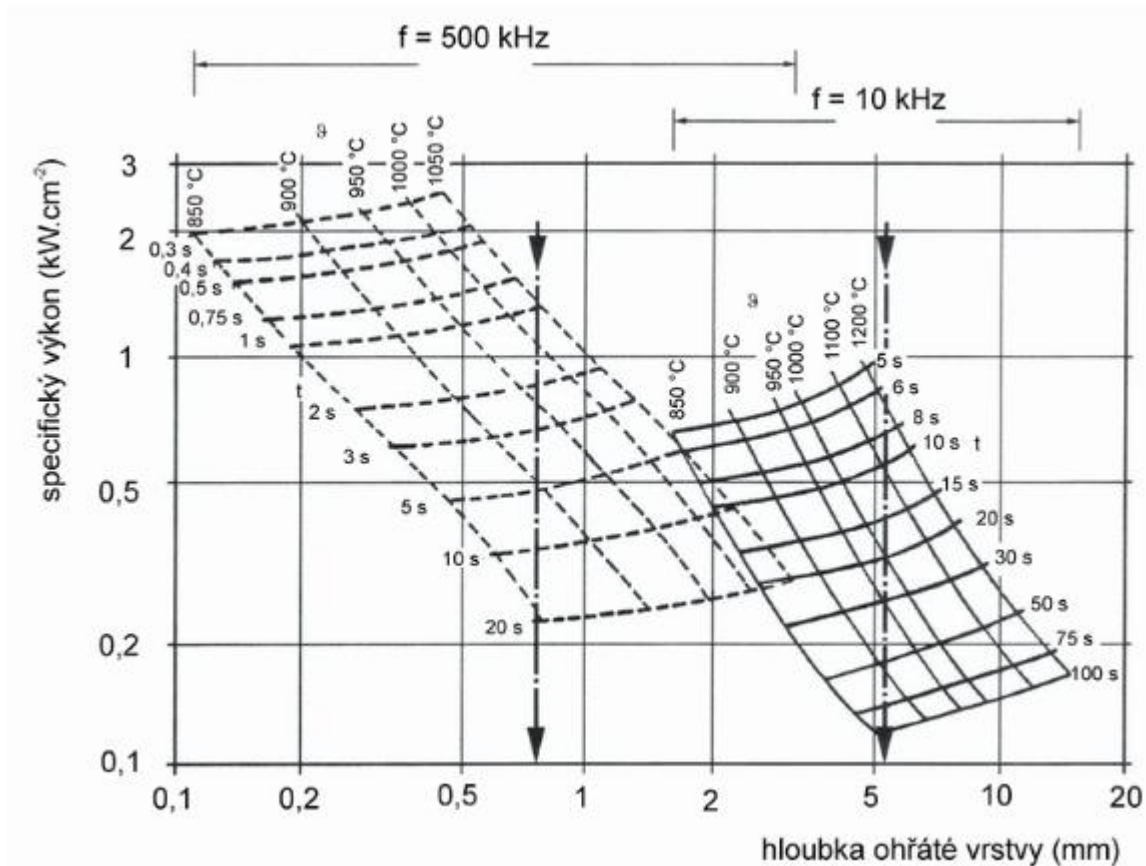
f [Hz]	50	1000	4000	10000
d_k [mm]	17-70	4-16	2-7	1,3-5

Nomogram na Obr. 45 zobrazuje dvě použité napájecí frekvence 500 kHz a 10 kHz kalící stolice. Podle znalostí je hloubka prohřívání menší při 500 kHz . Můžeme zde vysledovat, že při

nižším měrném výkonu narůstá doba ohřevu. Z následujícího grafu je možné odečíst dobu potřebnou na prokalení vrstvy x na danou teplotu.



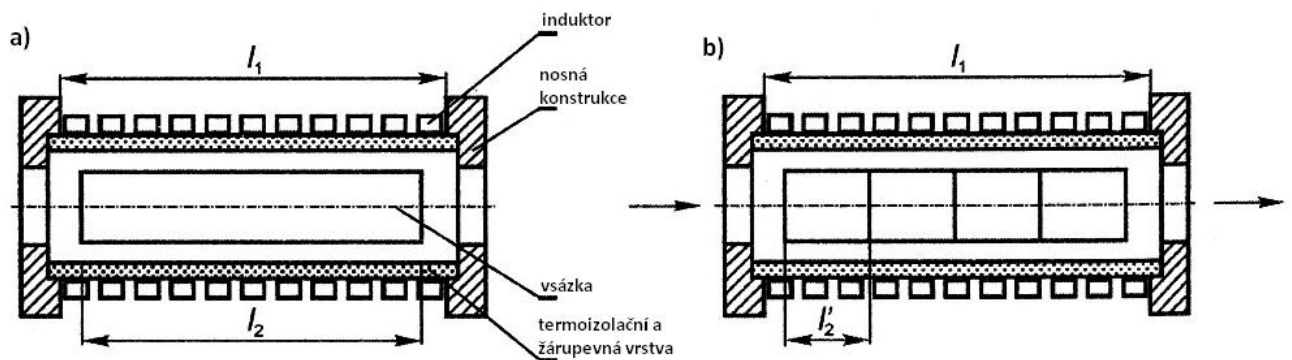
Obr. 44: Závislost teploty a hloubky prohřátí při $f = 10$ MHz [3, str.101]



Obr. 45: Energetické poměry při kalení [4, str.137]

4. Výpočet geometrických a elektrických parametrů ohřívачky

Schéma indukčního prohřívacího zařízení válcové vsázky znázorňuje následující obrázek.



Obr. 46: Indukční prohřívací zařízení a) soudobé, b) postupné [7, str. 120]

Dle technologických požadavků lze zvolit typ ohřevu soudobý nebo postupný. Pokud se jedná o soudobý ohřev je ohřívána pouze jednokusová vsázka. U postupného ohřevu je vsazeno do pece více kusů, které se postupně posouvají induktorem. Na konci je vyjmuta vsázka o požadované teplotě, a zároveň vložen nový kus na začátek.

Projektování indukčního prohřívacího zařízení je značně obsáhlé, proto se dělí na několik částí, kde se určují. [7, str. 121]

- výběr zdroje napájení a jeho frekvence
- rozměry induktoru
- druh vodiče a počet závitů induktoru
- napětí a proud induktorem
- elektrické, tepelné a provozní parametry
- systém vodního chlazení
- systém kompenzace
- symetrizace zatížení
- napájecí transformátor a silnoproudé obvody
- řízení a měření
- mechanické systémy

Vstupními údaji pro výpočet každého prohřívacího zřízení by měli být: materiál a rozměry vsázky, požadovaná koncová teplota ϑ_2 , dovolený teplotní gradient $\Delta\vartheta$ a výkon ohřívání.

Zadání

Mým úkolem je provést výpočet geometrických a elektrických parametrů indukční ohříváčky pro soudobý ohřev ocelové válcové vsázky o průměru 0,2m a délce 1m na tvářecí teplotu 1200°C. Počáteční teplota ϑ_1 vývalku je 20°C. Vsázkou je konstrukční ocel s obsahem uhlíku 0,2%.

Abych mohl začít s návrhem, musím nejprve stanovit napájecí frekvenci a dobu trvání prohřívání.

Volba kmitočtu

Zvolení správné frekvence napájecího zdroje je rozhodujícím faktorem správného fungování indukčního zařízení (viz. Kapitola 3). V literatuře [12, str.104] je uvedeno, že frekvence by měla být volena v závislosti na rozměru vývalku, aby byl poloměr vývalku r_2 přibližně 2,5 ÷ 3,5 násobkem hloubky vniku a_2 . Argument x_2 potom zjistíme ze vzorce.

$$x_2 = \frac{r_2}{a_2} \sqrt{2} \quad 4.1$$

V tomto případě se nebudu držet doporučení a budu postupovat z opačného konce. Argument x_2 stanovím jako výchozí hodnotu. K tomuto účelu poslouží graf na Obr. 9 popisující závislost množství absorbované energie do vsázky na x_2 . Pamatujme na to, aby poměr $\frac{P_{21}}{P_{21\infty}} > 0,75$, tudíž $x_2 > 2,5$. Menší hodnoty by vedly k průzařnosti vsázky, což je nežádoucí jev zvyšující náklady a snižující účinnost celého systému.

Pokusím se naznačit, jaké hodnoty x_2 budou vycházet pro použité frekvence 50Hz, 500Hz, 1000Hz a 2000Hz. Ve výpočtu uvažuji hodnoty ze zadání, tedy $r_2 = 0,1m$, $\rho = 7,4152 \cdot 10^{-7} \Omega/m$ a $\mu_r = 1$.

Hloubky vniku

$$\begin{aligned} a_{250Hz} &= 61,3 \cdot 10^{-3} [m] \\ a_{2500Hz} &= 19,4 \cdot 10^{-3} [m] \\ a_{21000Hz} &= 13,7 \cdot 10^{-3} [m] \\ a_{22000Hz} &= 9,7 \cdot 10^{-3} [m] \end{aligned} \quad 4.2$$

Hodnoty argumentu x_2 pro spočtené hloubky vniku

$$\begin{aligned} x_{250Hz} &= 2,3 \\ x_{2500Hz} &= 7,3 \\ x_{21000Hz} &= 10,3 \\ x_{22000Hz} &= 14,6 \end{aligned} \quad 4.3$$

Jak je patrné z limitních hodnot x_2 , frekvence 50Hz a 2000Hz jsou nevhodné pro náš případ ohřevu. Frekvence se tedy bude pohybovat někde v intervalu od 100Hz až po 1000Hz, jedná se jenom o orientační hodnoty. Přesnou velikost frekvence stanovím záhy.

Vyžadují, aby poměr $\frac{P_{21}}{P_{21\infty}} > 0,9$ a proto zvolím velikost $x_2 = 8$ (viz. Obr. 9), z rovnice 3.2.3 určím f .

$$f = \frac{x_2^2}{2r_2^2 \pi \gamma \mu_0 \mu_r} = \frac{64,74152 \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,1^2 \cdot 1} \cong 600 [Hz] \quad 4.4$$

Teď provedu kontrolu pro f_{min} a f_{max} podle rovnice 3.2.3.

$$f_{min} = \frac{1,14 \cdot 10^6}{r_2^2 \gamma \mu_r} = 114 [Hz] \quad 4.5$$

$$f_{max} \leq 6 \cdot f_{min} = 684 [Hz]$$

Frekvence pro zvolený argument x_2 je vyhovující lze tedy pokračovat ve výpočtu.

$$f_{min} < f < f_{max} \quad 4.6$$

Volba doby prohřívání

Diagram na Obr. 43 mi poslouží k přibližnému určení doby ohřevu. Pro stanovenou frekvenci 600Hz zde není určena příslušná křivka. Proto budu vycházet z křivky pro 50Hz a dobu ohřevu stanovím na 25 minut.

Rekapitulace zadání

Vývalek - Ocel 0,2%C

d_2	0,1	<i>m</i>
l_2	1	<i>m</i>
s	7850	<i>kg/m³</i>
c	650	<i>J/kgK</i>
$\rho_{20^\circ\text{C}}$	$13 \cdot 10^{-8}$	<i>Ω/m</i>
$\rho_{1000^\circ\text{C}}$	$7,4152 \cdot 10^{-7}$	<i>Ω/m</i>
λ	50	<i>W/mK</i>
μ_r^{**}	1	–
ϑ_1	20	<i>°C</i>
ϑ_2^{**}	1250	<i>°C</i>

Induktor - Cu

s	8930	<i>kg/m³</i>
c	394	<i>J/kgK</i>
$\rho_{50^\circ\text{C}}$	$1,96 \cdot 10^{-8}$	<i>Ω/m</i>
$\vartheta_{\text{provozni}}$	50	<i>°C</i>
λ	390	<i>W/mK</i>

** Při návrhu uvažujeme nejnepříznivější stav, tedy ten kdy vsázka dosáhne bodu magnetické přeměny a permeabilita se rovná jedné.

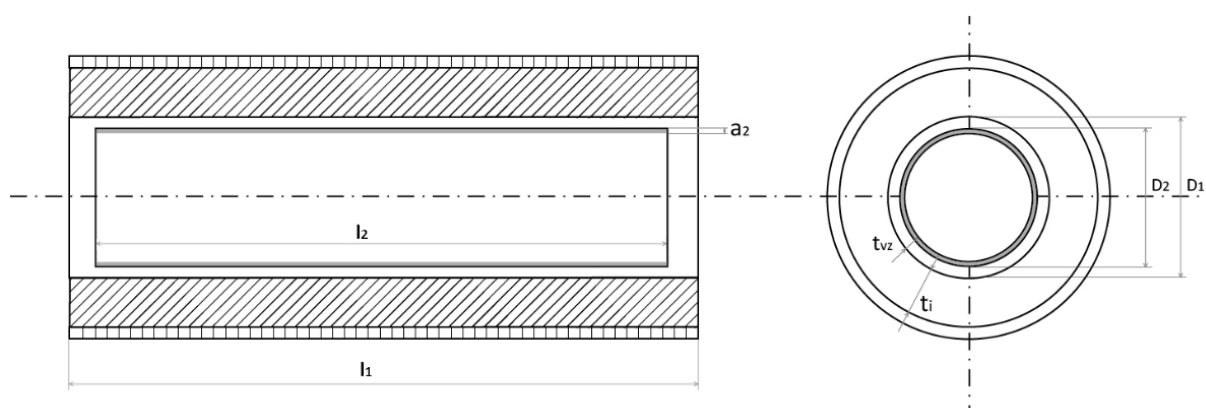
** Zadaná teplota ohřevu 1200°C, ale během vyjmutí z pece a zpracování chladne, proto je zvolena teplota 1250°C s respektováním prodlevy.

Vyzdívka – RS-99M	(Al_2O_3)	www.zrci.com
s	1900	kg/m^3
c	1047	J/kgK
ρ	$7,2 \cdot 10^8$	Ω/m
ϑ_{max}	1650	$^{\circ}C$
λ	0,65	W/mK

Napájecí zdroj

U_g	500	V
f	600	Hz

Určení geometrie



Obr. 47: Geometrie indukčního prohřívacího zařízení [autor]

Znalostí průměru vývalku a jeho délky mohu určit objem a následně hmotnost vývalku.

$$V = \pi \frac{(d_2)^2}{4} l_2 = \pi \cdot \frac{0,2^2}{4} \cdot 1 = 0,03142 [m^3] \quad 4.7$$

Při znalosti hustoty oceli $\rho = 7850 kg/m^3$ bude hmotnost.

$$G = \rho V = 7850 \cdot 0,03142 \cong 247 [kg] \quad 4.8$$

Celková energie na prohřátí vývalku o hmotnosti G .

$$Q = Gc\Delta\vartheta = 247 \cdot 650 \cdot (1250 - 20) = 197,5 [MJ] \quad 4.9$$

Spotřeba energie bez započítání účinnosti ($3,6MJ = 1kWh$).

$$W_0 = \frac{197,5}{3,6} = 54,86 [kWh]$$

$$w_0 = \frac{W_0}{G} = \frac{54,86}{247} = 0,222 [kWh/kg]$$
4.10

Měrná spotřeba energie pro ohřátí 1kg oceli z 20°C na 1250°C.

$$w_s = \frac{w_0}{\eta_e \eta_t} = \frac{0,222}{0,75 \cdot 0,88} = 0,3365 [kWh/kg]$$
4.11

Při započtení účinnosti napájecího zdroje měrná spotřeba ještě stoupne.

$$w_s^* = \frac{w_s}{\eta_z} = \frac{0,3365}{0,9} = 0,374 [kWh/kg]$$
4.12

Nyní jsem schopen zjistit výkon indukční pece.

$$P_s = \frac{G}{\frac{t_0}{60}} w_s^* = \frac{247}{\frac{25}{60}} \cdot 0,374 = 221,7 [kW]$$
4.13

Výkon P_s je počítán s rezervou na krytí ztrát. Započtený výkon zaokrouhlím na 225kW.

Kontrola délky vývalku l_2 .

$$l_2 = \frac{G}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \rho} = \frac{247}{\pi \cdot \left(\frac{0,2}{2}\right)^2 \cdot 7850} = 1 [m]$$
4.14

V této chvíli můžu přejít k určení vnitřního průměru d_1 cívky a délky l_1 .

$$d_1 = d_2 + 2t_i + 2t_v = 0,2 + 2 \cdot 0,035 + 2 \cdot 0,01 = 0,29 [m]$$
4.15

t_i je tloušťka keramické izolační vrstvy chránící cívku induktoru před sáláním tepla ze vsázky. Její velikost volíme 0,035m. t_v představuje velikost vůle mezi vsázkou a vyzdívkou, uvažujeme 0,01m.

$$l_1 = l_2 + (2 \div 3) \frac{d_1 - d_2}{2} = 1 + 2,5 \cdot \frac{0,29 - 0,2}{2} = 1,1125 [m]$$
4.16

Elektrický výpočet provedu dvěma způsoby dle prof. Langera [12, str.107] a prof. Rady [2, str.214].

4.1. První způsob výpočtu

Výpočet odporů a indukčnosti

Obě části souosého obvodu s prostorovým rozložením proudu nahradím válci nulové tloušťky.

$$a_1 = 503,3 \sqrt{\frac{\rho_{60}}{f\mu_r}} = 503,3 \cdot \sqrt{\frac{1,96 \cdot 10^{-8}}{600 \cdot 1}} = 2,877 \cdot 10^{-3} [m] \quad 4.17$$

Náhradní průměr cívky.

$$d_c = d_1 + a_1 = 0,29 + 2,877 \cdot 10^{-3} = 0,29288 [m] \quad 4.18$$

Pro výpočet indukčnosti cívky musíme stanovit nejprve součinitele α_1 z Tabulka 3

$$\alpha_1 = f\left(\frac{d_c}{l_1}\right) = f\left(\frac{0,29288}{1,1125}\right) = f(0,26325) = 0,89654 \quad 4.19$$

Vlastní indukčnost L_1 :

$$\begin{aligned} L_1 &= \mu_0 \pi \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \frac{\alpha_1}{l_1} N_1^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,29288}{1,1125}\right)^2 \cdot \frac{0,89654}{1,1125} \cdot N_1^2 = \\ &= 6,8224 \cdot 10^{-8} \cdot N_1^2 [H] \\ X_{L1} &= \omega L_1 = 2,572 \cdot 10^{-4} \cdot N_1^2 [\Omega] \end{aligned} \quad 4.20$$

Vlastní činný odpor R_1

$$\begin{aligned} R_1 &= \rho_{50} \frac{\pi d_c N_1^2}{\alpha_1 \left(l_1 - \frac{U_g}{15000}\right)} = 1,96 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\pi \cdot 0,29288 \cdot N_1^2}{2,877 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1,1125 - \frac{500}{15000}\right)} \\ &= 5,8093 \cdot 10^{-6} \cdot N_1^2 [\Omega] \end{aligned} \quad 4.21$$

Délka cívky l_1 je redukována o součet všech izolačních mezer mezi závitů, což je vyjádřeno druhým členem v závorce. U_g je maximální hodnota napětí zdroje.

Nyní ustanovím náhradní průměr vsázky, vlastní indukčnost a odpor.

Hloubka vniku a_2

$$a_2 = 503,3 \sqrt{\frac{\rho_{1000}}{f\mu_r}} = 503,3 \cdot \sqrt{\frac{7,4152 \cdot 10^{-7}}{50 \cdot 1}} = 17,693 \cdot 10^{-3} [m] \quad 4.22$$

Argument x_2 (kontrola)

$$x_2 = \frac{r_2}{a_2} \sqrt{2} = \frac{0,1}{17,693 \cdot 10^{-3}} \sqrt{2} = 8 \quad 4.23$$

Z Tabulka 5 určím hodnoty $P(x_2)$ a $Q(x_2)$ a dosadím je do výrazu pro výpočet $Y(x_2)$.

$$P(x_2) = 0,64329$$

$$Q(x_2) = 0,70877$$

$$Y(x_2) = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{2P(x_2)}{x_2 - 2Q(x_2)}\right)^2\right]} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{2,0,64329}{8 - 2,0,70877}\right)^2\right]} = 1,019[-] \quad 4.24$$

Poloměr náhradního válce.

$$r_n = r_2 \sqrt{\left[1 - \frac{2}{x_2} Q(x_2)\right]} Y(x_2) = 0,1 \cdot \sqrt{\left[1 - \frac{2}{8} \cdot 0,70877\right]} \cdot 1,019 = 0,09156[m] \quad 4.25$$

Opět je nutné stanovit součinitele α_2 z Tabulka 3.

$$\alpha_2 = f\left(\frac{2r_n}{l_2}\right) = f(0,18312) = 0,92877 \quad 4.26$$

Indukčnost L_n náhradního válce.

$$L_n = \mu_0 \pi (r_n)^2 \frac{\alpha_2}{l_2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 0,09156^2 \cdot 0,92877 = 3,0736 \cdot 10^{-8} [H] \quad 4.27$$

$$X_{L_n} = \omega L_n = 1,1587 \cdot 10^{-4} [\Omega]$$

Odpor R_n náhradního válce.

$$R_n = \rho_{1000} 2\pi x_2 \cdot P(x_2) \frac{Y^2(x_2)}{l_2} = 7,4152 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 8,0,64329 \cdot 1,019^2 = 2,4873 \cdot 10^{-5} [\Omega] \quad 4.28$$

Jakost obvodu náhradního válce charakterizuje ztráty vznikající průchodem proudu.

$$Q_n = \frac{\omega L_n}{R_n} = \frac{1,1587 \cdot 10^{-4}}{2,4873 \cdot 10^{-5}} = 4,6585 \quad 4.29$$

Dále je zapotřebí převést hodnoty vsázky do obvodu cívky. K tomu je potřebné znát převodní poměr p .

$$p = \frac{F}{Y(x_2)\alpha_2} N_1 \quad 4.30$$

Ve výrazu vystupuje součinitel vzájemné indukčnosti F , který určím ze znalosti rozměrů cívky, vsázky a náhradních válců.

$$F = \left(\frac{d_1}{l_1}, \frac{d_2}{l_2}, \frac{l_1}{l_2}\right) = \left(\frac{0,29}{1,1125}, \frac{0,2}{1}, \frac{1,1125}{1}\right) \quad 4.31$$

Hodnotu F mohu zjistit z Tabulka 4 anebo z výrazu

$$F = \frac{l_2}{\sqrt{(l_1^2 + d_c^2)}} \cdot \left[1 + \frac{l_2^2 d_c^2}{8(l_1^2 + d_c^2)^2} \left(3 \frac{d_c^2}{l_1^2} - 4\right) + \frac{l_2^4 l_1^2 d_c^2}{32(l_1^2 + d_c^2)^4} \left(3 \frac{d_c^2}{l_1^2} - 4\right) \left(\frac{5}{2} - \frac{d_c^4}{l_2^4} - 10 \frac{d_c^2}{l_2^2} + 4\right)\right] = 0,82523 \quad 4.32$$

Dosažením získám převodní poměr.

$$p = \frac{0,82523}{1,019 \cdot 0,928776} \cdot N_1 = 0,872 \cdot N_1 \quad 4.33$$

$$p^2 = 0,761 \cdot N_1^2$$

Odvození počtu závitů cívky

Převedením R_n a L_n do obvodu cívky získám konečné hodnoty R_I^* a L_I .

$$\begin{aligned} R_I^* &= R_1 + p^2 R_n [\Omega] \\ \omega L_I &= \omega L_1 - p^2 \omega L_n [\Omega] \end{aligned} \quad 4.34$$

Nejprve je nezbytné určit počet závitů cívky. Podle náhradního schématu je možno napsat rovnici pro U_g .

$$U_g = \sqrt{R_I^{*2} + (\omega L_I)^2} \cdot I_1 [\text{V}] \quad 4.35$$

Rozepsáním rovnic 4.34 jsem schopen určit konstanty k_1 , k_2 a na základě jejich znalosti stanovit reaktanci a odpor náhradního obvodu.

$$k_1 = \omega \pi \mu_0 \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \frac{\alpha_1}{l_1} - \left(\frac{F}{Y(x_2)\alpha_2}\right)^2 \omega L_n = \frac{\omega L_1}{N_1^2} + \frac{p^2}{N_1^2} \omega L_1 = 1,691 \cdot 10^{-4} \quad 4.36$$

$$k_2 = \frac{\rho_{50} \pi d_c}{a_1 \left(l_1 - \frac{U_g}{15000}\right)} + \left(\frac{F}{Y(x_2)\alpha_2}\right)^2 R_n = \frac{R_1}{N_1^2} + \frac{p^2}{N_1^2} R_n = 2,472 \cdot 10^{-5} \quad 4.37$$

$$k_1^2 + k_2^2 = 2,921 \cdot 10^{-8} \quad 4.38$$

Pak rovnice 4.34 přejdou do podoby

$$\begin{aligned} R_I^* &= k_2 N_1^2 [\Omega] \\ \omega L_I &= k_1 N_1^2 [\Omega] \end{aligned} \quad 4.39$$

Dosazením do 4.35 získám vztah

$$U_g = \sqrt{(k_1^2 + k_2^2) N_1^2} I_1 [\text{V}] \quad 4.40$$

Odhadem dielektrických ztrát a ztrát ve vedení určím výkon přivedený na cívku. Velikost ztrát bývá kolem do 5% z výkonu zdroje, pro řešení zvolím 3%.

$$P_c = 0,97 P_g = R_I^* I_1^2 = k_2 N_1^2 I_1^2 [\text{W}] \quad 4.41$$

Úpravou rovnic 4.40 a 4.41 dostanu vztah pro výpočet počtu závitů N_1 a proudu I_1 .

$$\begin{aligned} N_1^2 &= \frac{k_2}{k_1^2 + k_2^2} \frac{U_g^2}{P_c} = \frac{2,472 \cdot 10^{-5}}{2,921 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{500^2}{218250} = 970 \\ N_1 &= 31 \text{ [závitů]} \end{aligned} \quad 4.42$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{(k_1^2 + k_2^2)} P_c}{k_2 U_g} = \frac{\sqrt{2,921 \cdot 10^{-8}} \cdot 218250}{2,472 \cdot 10^{-5} \cdot 500} = 3017,4 [\text{A}] \quad 4.43$$

Teď lze dopočítat R_1, L_1, R_I, L_I .

$$L_1 = 6,8224 \cdot 10^{-8} \cdot N_1^2 = 30,736[mH]$$

$$R_1 = 5,8093 \cdot 10^{-6} \cdot N_1^2 = 5,633[m\Omega]$$

$$p^2 = 0,761 \cdot N_1^2 = 737,29[-]$$

$$R_I^* = R_1 + p^2 R_n = 5,633 \cdot 10^{-3} + 737,29 \cdot 2,4873 \cdot 10^{-5} = 23,972[m\Omega]$$

$$R_I = \frac{R_I^*}{0,97} = 24,713[m\Omega]$$

$$L_I = L_1 - p^2 L_n = 30,736 \cdot 10^{-3} - 737,29 \cdot 6,6154 \cdot 10^{-5} = 43,493[\mu H]$$

$$\omega L_I = 0,16396[\Omega]$$

Elektrická účinnost indukčního obvodu bude následující.

$$\eta_{el} = \frac{p^2 R_n}{R_I} = \frac{737,29 \cdot 2,4873 \cdot 10^{-5}}{24,713 \cdot 10^{-3}} = 0,742[-] \quad 4.44$$

Výkon vstupující do vsázky.

$$P_2 = p^2 R_2 I_1^2 = 737,29 \cdot 2,4873 \cdot 10^{-5} \cdot 3017,4^2 = 166967[W] \quad 4.45$$

Kapacita C potřebná k vyladění paralelního oscilačního obvodu.

$$C = \frac{L_I}{R_I^2 + (\omega L_I)^2} = \frac{43,493 \cdot 10^{-6}}{(24,713 \cdot 10^{-3})^2 + 0,16396^2} = 1,582[mF] \quad 4.46$$

Zatěžovací odpor R_Z

$$R_Z = \frac{L_I}{C R_I} = \frac{43,493 \cdot 10^{-6}}{1,582 \cdot 10^{-3} \cdot 24,713 \cdot 10^{-3}} = 1,113[\Omega] \quad 4.47$$

Kontrola, zjištěním činného výkonu ztraceného v odporu R_Z

$$P_Z = \frac{U_g^2}{R_Z} = \frac{500^2}{1,113} = 224614 \cong 225[kW] \quad 4.48$$

Jakost oscilačního obvodu.

$$Q_I = \frac{\omega L_I}{R_I} = \frac{0,16396}{24,713 \cdot 10^{-3}} = 6,635[-] \quad 4.49$$

Proud generátorem I_g .

$$I_g = \frac{I_1}{\sqrt{(1 + Q_I^2)}} = \frac{3017,4}{\sqrt{(1 + 6,635^2)}} = 449,7[A] \quad 4.50$$

Proud kondenzátorovou baterií I_c .

$$I_c = I_1 \frac{Q_I}{\sqrt{(1 + Q_I^2)}} = 3017,4 \cdot \frac{6,635}{\sqrt{(1 + 6,635^2)}} = 2983,7[A] \quad 4.51$$

Odhadem budou ztráty ve spojovacím vedení 30% ze ztrát v dielektriku.

$$P_c = P_k + P_v = 1,3 \cdot P_k \quad 4.52$$

$$R_c = R_k + R_v = 1,3 \cdot R_k = 1,3 \cdot \frac{tg\delta}{\omega C} = 1,3 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 600 \cdot 1,582 \cdot 10^{-3}} = 0,654[m\Omega] \quad 4.53$$

Celkové ztráty dielektrické a ve vedení

$$P_c = R_c I_c^2 = 0,654 \cdot 10^{-3} \cdot 2983,7^2 = 5822[W] \quad 4.54$$

Účinnost cívky

$$\eta_c = \frac{R_I^*}{R_1 + R_I^*} = \frac{23,972 \cdot 10^{-3}}{5,633 \cdot 10^{-3} + 23,972 \cdot 10^{-3}} = 0,81[-] \quad 4.55$$

Výpočtem jsem zjistil, že hledaný počet závitů indukční cívky je 31 a je protékán proudem $I_1 = 3017,4 A$.

4.2. Druhý způsob výpočtu

Máme-li jednu vsázku s homogenními elektrickými a magnetickými vlastnostmi je vhodné aplikovat tuto metodu řešení. Mimo toho je zapotřebí, aby hloubka vniku byla u vsázky a cívky vyšší než je jejich průměr. Uvažuje se, že indukční cívka je tvořena pouze 1 závitem stejných geometrických rozměrů, jako bude mít celé vinutí s N závity. Hodnoty stanovené pro cívku s jedním závitěm jsou značeny indexem (1). Průběh výpočtu směřuje k získání napětí $U_{1(1)}$. Známe-li $U_{1(1)}$, pak počet závitů N bude.

$$N = \frac{U_1}{U_{1(1)}} \quad 4.56$$

Rozměry vsázky a cívky zůstávají nezměněné.

$$\begin{aligned} d_1 &= D_1 + a_1 = 0,29288[m] \\ d_2 &= D_2 - a_2 = 2 \cdot r_n = 0,18231[m] \end{aligned} \quad 4.57$$

Rovnice pro náhradní obvod vypadají následovně

$$\begin{aligned} R_{I(1)} &= R_{1(1)} + p_{(1)}^2 R_2 \\ L_{I(1)} &= L_{1(1)} - p_{(1)}^2 L_2 \end{aligned} \quad 4.58$$

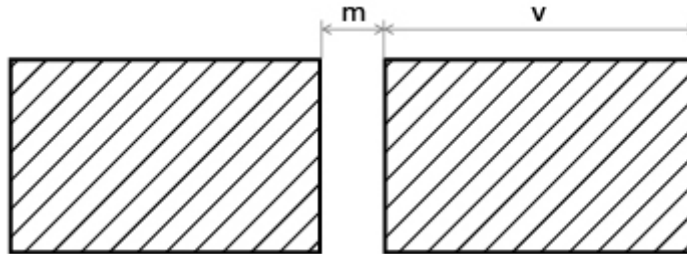
Odpor $R_{1(1)}$ jednozávitového induktoru počítám podle

$$R_{1(1)} = k \frac{l}{\gamma a_1 l_1} = 1,1 \cdot \frac{\pi \cdot 0,29288 \cdot 1,96 \cdot 10^{-8}}{2,877 \cdot 10^{-3} \cdot 1,1125} = 6,1987 \cdot 10^{-6}[\Omega] \quad 4.59$$

$$l = \pi d_1$$

Zde musím určit činitel k respektující vzrůst odporu při N závitěch, pohybuje se v intervalu $\langle 1,04; 1,2 \rangle$. Pakliže znám šířku vodiče v a šířku mezizávitové izolace m , bude k

$$k = \frac{v + m}{v} \quad 4.60$$



Obr. 48: Uspořádání závitů indukční cívky [autor]

Indukčnost prázdné cívky $L_{1(1)}$

$$L_{1(1)} = \mu_0 \mu_r \frac{A_1}{l_1} \alpha_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,89654 \cdot \frac{\pi \cdot 0,29288^2}{4,1,1125} = 6,8224 \cdot 10^{-8} [\text{H}] \quad 4.61$$

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

Obdobně stanovím R_2 a L_2

$$R_2 = \frac{\pi d_2}{\gamma a_2 l_2} = \frac{\pi \cdot 0,18231 \cdot 7,4152 \cdot 10^{-7}}{17,693 \cdot 10^{-3} \cdot 1} = 2,4003 \cdot 10^{-5} [\Omega] \quad 4.62$$

$$L_2 = \mu_0 \mu_r \frac{\pi d_2^2}{4 l_2} \alpha_2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,92877 \cdot \frac{\pi \cdot 0,18231^2}{4,1} = 3,0453 \cdot 10^{-8} [\text{H}] \quad 4.63$$

Jako další vypočítám vzájemnou indukčnost vsázky a cívky

$$M_{(1)} = \mu_0 \mu_r \frac{\pi d_2^2}{4 l_2} F = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,82523 \cdot \frac{\pi \cdot 0,18231^2}{4,1} = 2,7112 \cdot 10^{-8} [\text{H}] \quad 4.64$$

Transformační poměr je vždy menší než 1.

$$p_{(1)}^2 = \frac{\omega^2 M_{(1)}^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} = \frac{(2\pi \cdot 600)^2 \cdot (2,7112 \cdot 10^{-8})^2}{(2,4003 \cdot 10^{-5})^2 + (2\pi \cdot 600)^2 (3,0453 \cdot 10^{-8})^2} \quad 4.65$$

$$= 0,75938[-]$$

$$p_{(1)} = 0,87143[-]$$

Vypočtené hodnoty odporů a indukčností pro vsázku a cívku dosadím do rovnic 4.57

$$R_{I(1)} = 6,1987 \cdot 10^{-6} + 0,75938 \cdot 2,4003 \cdot 10^{-5} = 17,018 \cdot 10^{-6} [\Omega] \quad 4.66$$

$$L_{I(1)} = 6,8224 \cdot 10^{-8} - 0,75938 \cdot 3,0453 \cdot 10^{-8} = 31,42 \cdot 10^{-9} [\text{H}]$$

Napětí $U_{1(1)}$ stanovím z úprav následující rovnic.

$$P_1 = R_{I(1)} I_{1(1)}^2 \quad 4.67$$

$$I_{1(1)}^2 = \frac{U_{1(1)}^2}{Z_{1(1)}^2} = \frac{U_{1(1)}^2}{R_{I(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} \quad 4.68$$

$$P_1 = R_{I(1)} \frac{U_{1(1)}^2}{R_{I(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} \quad 4.69$$

Vyjádřím a vypočtu $U_{1(1)}$

$$U_{1(1)} = \sqrt{\frac{P_1}{R_{I(1)}}} \sqrt{R_{I(1)}^2 + \omega^2 L_{I(1)}^2} = \quad 4.70$$

$$= \sqrt{\frac{225000}{17,018 \cdot 10^{-3}}} \cdot \sqrt{(17,018 \cdot 10^{-3})^2 + (2\pi \cdot 600)^2 \cdot (31,42 \cdot 10^{-6})^2} = 16,485[V]$$

Dosadím do 4.56

$$N = \frac{500}{16,485} = 30[\text{závitů}] \quad 4.71$$

Mám-li zjištěn počet závitů N , jsem schopen stanovit skutečné hodnoty R_I , R_1 , L_I a L_1 .

$$R_I = N^2 R_{I(1)} = 30^2 \cdot 17,018 \cdot 10^{-3} = 22,47 \cdot 10^{-3}[\Omega] \quad 4.72$$

$$L_I = N^2 L_{I(1)} = 30^2 \cdot 31,42 \cdot 10^{-6} = 41,187 \cdot 10^{-6}[H]$$

$$R_1 = N^2 R_{1(1)} = 30^2 \cdot 6,1987 \cdot 10^{-6} = 5,703 \cdot 10^{-3}[\Omega] \quad 4.73$$

$$L_1 = N^2 L_{1(1)} = 30^2 \cdot 6,8224 \cdot 10^{-8} = 62,762 \cdot 10^{-6}[H]$$

Transformační poměr p

$$p = N^2 p_{(1)} = 30^2 \cdot 0,87143 = 26,43[-] \quad 4.74$$

Proud induktorem z Ohmova zákona.

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{U_1}{\sqrt{R_I^2 + \omega^2 L_I^2}} = \quad 4.75$$

$$= \frac{500}{\sqrt{(22,47 \cdot 10^{-3})^2 + (2\pi \cdot 600)^2 \cdot (41,187 \cdot 10^{-6})^2}} = 3165[A]$$

Činitel jakosti

$$Q_I = \frac{\omega L_I}{R_I} = \frac{2\pi \cdot 600 \cdot 41,187 \cdot 10^{-6}}{22,47 \cdot 10^{-3}} = 6,96[-] \quad 4.76$$

Proud tekoucí generátorem

$$I_g = \frac{I_1}{\sqrt{(1 + Q_I^2)}} = \frac{3165}{\sqrt{(1 + 6,96^2)}} = 450,2[A] \quad 4.77$$

Opět vypočtu kapacitu pro paralelní připojení a kompenzaci na $\cos\varphi = 1$.

$$C = \frac{L_I}{R_I^2 + \omega^2 L_I^2} = 1,662[mF] \quad 4.78$$

Velikost kondenzátorové baterie bude pro prázdný induktor nižší.

$$C_0 = \frac{L_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} = 1,121[mF] \quad 4.79$$

Proud kondenzátorovou baterií I_c .

$$I_c = I_1 \frac{Q_I}{\sqrt{(1 + Q_I^2)}} = 3165 \cdot \frac{6,96}{\sqrt{(1 + 6,96^2)}} = 3133[A] \quad 4.80$$

Dále určím činný výkon absorbovaný vsázkou.

$$P_2 = p^2 R_2 I_1^2 = 26,43^2 \cdot 2,4003 \cdot 10^{-5} \cdot 3165^2 = 167900[W] \quad 4.81$$

Elektrická účinnost přenosu energie z induktoru do vsázky.

$$\eta_{el} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{167900}{225000} = 0,746[-] \quad 4.82$$

Tímto bych zakončil druhý způsob výpočtu. Počet závitů vyšel 30 a proud induktorem 3165 A.

Stanovením počtu závitů z rovnic 4.42 a 4.56 vyjde vždy necelé číslo, ale takovýto počet závitů fyzikálně neexistuje, z tohoto důvodu je nezbytné zaokrouhlit na celé číslo. To vede ke změně skutečného příkonu do vsázky v nepřímém poměru druhých mocnin počtu závitů vypočtených a zaokrouhlených. Záleží na nás, zda v návrhu akceptujeme změnu příkonu nebo změníme parametry ohřevu. Postup výpočtu potom lze opakovat. [2]

Až zkušební provoz ukáže, zda bylo stanovení počtu závitů správné. V případě neuspokojivých výsledků můžeme na odbočkách s počtem závitů cívky hýbat v rozmezí ± 3 .

4.3. Návrh vodního chlazení induktoru

V důsledku provozu indukčních zařízení vznikají značné ztráty. Jejich stanovením se snažíme zjistit jaké množství tepla je nutné ze zařízení odvést, aby bylo schopno provozu. Celková hodnota ztrát je dána sumou ztrát procházející termoizolační stěnou, ztrát sáláním povrchu vsázky do okolí a ztrát v induktoru. Udržení provozní teploty zařízení se realizuje chlazením teplotnosným médiem nejčastěji vodou.

Zde si dovolím stanovit základní tepelný výpočet a potřebné množství chladícího média. Chlazením bude navrženo pro provozní teplotu induktoru 50°C .

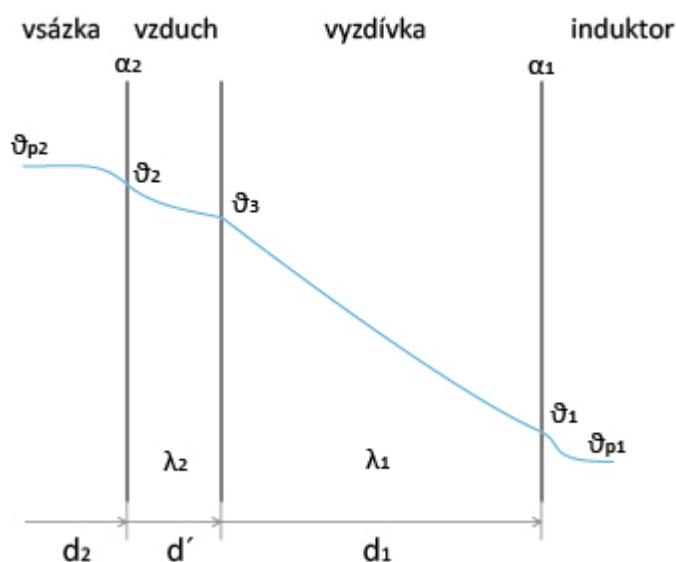
Vstupními údaji jsou:

teploty: $\vartheta_{p1} = 50^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_{p2} = 1250^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_{H_2Oin} = 15^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_{H_2Oout} = 50^{\circ}\text{C}$

tepelná vodivost: $\lambda_1 = 0,65 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, $\lambda_2 = 0,2 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$

součinitel přestupu tepla: $\alpha_1 = 1359 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$, $\alpha_2 = 250 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

Rozložení teploty mezi vsázkou a induktorem je zobrazeno na Obr. 49.



Obr. 49: Průběh teploty pro uspořádání vsázka-vzduch-vyzdívka-cívka [autor]

Za jednu sekundu projde válcovou termoizolační stěnou množství tepla Q'_{zt} , které určím z následujícího vztahu.

$$Q'_{zt} = \frac{\pi l_2 (\vartheta_{p2} - \vartheta_{p1})}{\frac{1}{\alpha_2 d_2} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d'}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_1}{d'} + \frac{1}{\alpha_1 d_1}} = \quad 4.83$$

$$= \frac{\pi \cdot 1 \cdot (1250 - 50)}{\frac{1}{250,0,2} + \frac{1}{2,0,2} \ln \frac{0,22}{0,2} + \frac{1}{2,0,65} \ln \frac{0,29}{0,22} + \frac{1}{1359,0,29}} = 7965 [W]$$

Nyní je potřeba určit teploty na rozhraních vsázka-vzduch, vzduch-vyzdívka, vyzdívka-cívka.

$$\vartheta_2 = \vartheta_{p2} - \frac{Q'_{zt}}{\pi l_2 \alpha_2 d_2} = 1250 - \frac{7965}{\pi \cdot 1 \cdot 250 \cdot 0,2} = 1199,3 [^{\circ}C] \quad 4.84$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_{p1} + \frac{Q'_{zt}}{\pi l_2 \alpha_1 d_1} = 50 + \frac{7965}{\pi \cdot 1 \cdot 1359 \cdot 0,29} = 56,5 [^{\circ}C] \quad 4.85$$

$$\vartheta_3 = \vartheta_1 + \frac{Q'_{zt}}{\pi l_2} \ln \frac{d_1}{d'} = 56,5 + \frac{7965}{\pi \cdot 1} \cdot \ln \frac{0,29}{0,22} = 1151,7 [^{\circ}C] \quad 4.86$$

Celkové ztráty, které je nutné odvést, jsou rozšířeny ještě o ztráty v induktoru.

$$Q_1 = R_1 I_1^2 = 5,633 \cdot 10^{-3} \cdot 3017,4^2 = 51287 [W] \quad 4.87$$

$$Q_c = Q'_{zt} + Q_1 = 63276 [W] \quad 4.88$$

Ze vzorce pro množství tepla akumulovaného ve vodě určím hmotnostní tok vody.

$$m = \frac{Q_c}{c(\vartheta_{H_2Oout} - \vartheta_{H_2Oin})} = \frac{Q_c = mc\Delta\vartheta}{59252} = \frac{63276}{4182 \cdot (50 - 15)} = 0,4048 [kg/s] \quad 4.89$$

Přepočtením na hodnoty průtoku vychází množství chladicí vody za hodinu takto.

$$1457 \left[\frac{kg}{h} \right] = 1,46 \left[\frac{m^3}{h} \right]$$

Aby bylo chlazení účinné, musí vykazovat při průtoku závitěm turbulentní proudění. Takové proudění bude dosaženo, pokud je Reynoldsovo číslo větší než 2320, to popsáno výrazem.

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot s}{\eta \cdot g} > 2320 \quad 4.90$$

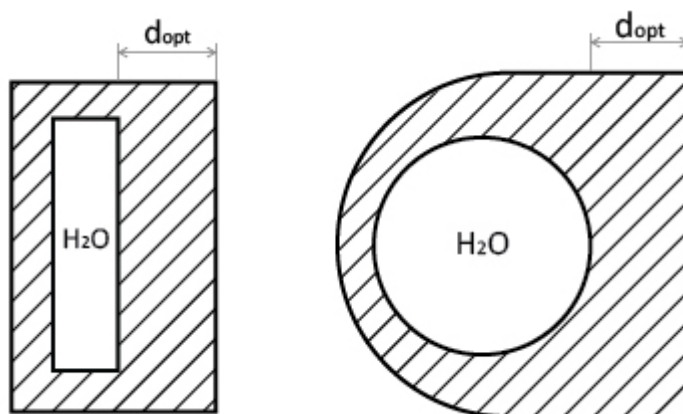
Kde $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$, s - hustota vody $[\frac{kg}{m^3}]$, $\eta = 0,547 \cdot 10^{-3} [\frac{Ns}{m^2}]$ je viskozita vody při $50^{\circ}C$,

v - rychlost vody v trubce v intervalu $\langle 1,5; 2 \rangle [\frac{m}{s}]$, d - průměr trubky $[m]$.

Jelikož potřebuji určit, jaký rozměr bude mít trubka pro průtok vody při rychlosti $1,5 \text{ m/s}$. Odhadnu přibližně průměr trubky např. $d = 0,01 \text{ m}$ a dosadím do 4.89

$$Re = \frac{1,5 \cdot 0,01 \cdot 998}{0,547 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81} = 2790 > 2320 \quad 4.91$$

Podmínka je splněna, tudíž je možné zvolený rozměr $d = 0,01 \text{ m}$ ponechat. Kdyby $Re < 2320$ tak by jsem provedl výpočet znovu pro jiný rozměr. Přepočtem obsahu mohu přepočítat chlazení na obdelníkový průřez. Příklady jak provedeno chlazení indukční cívky jsou vidět na Obr. 50.



Obr. 50: Realizace vodiče indukční cívky s vodním chlazením [autor]

5. Simulace indukční ohříváčky

5.1. Numerická metoda výpočtu

Fyzikální děje lze popsat pomocí diferenciálních a integrálních rovnic. Jejich analytické řešení je značně složité a neobejde se bez zjednodušení snižujícími přesnost výsledků, ale umožňuje získat představu o zkoumaném jevu. Pro přesné řešení jsou využívány numerické metody. Jednou z metod je i metoda konečných prvků, ta rozděluje definované prostředí na části (elementy). Elementy tvoří trojúhelníkovou síť spojenou uzly, které zaujímají přesně definovanou polohu v prostoru. Pro každý uzel se provádí výpočet. Platí čím jemnější je síť, tím přesnější výsledky pro vyšetřovanou oblast můžeme získat. Počet uzlů může hrábnout hodnot vyšších než 10^8 , výpočet se tedy stává velmi náročný na výpočetní techniku. Nezbytné k získání jednoznačného řešení je zapotřebí určit okrajové podmínky pro zkoumanou oblast, bez nich by byl počet řešení nekonečný. Metodou konečných prvků lze řešit pole ve 2D i 3D. Nástroje pracující na základě této metody jsou např. RillFEM, Agros2D, ANSYS a další.

5.2. RillFEM

K numerickému řešení navržené indukční ohříváčky jsem využil software RillFEM 2D. Pomocí něhož je možné řešit elektrostatické, elektromagnetické, tepelné a mechanické pole. Pole je možné slučovat a počítat různé sdružené úlohy. Pro řešení indukčního ohřevu je vhodné spojit teplotní, deformační a elektromagnetické pole. [25]

Práce s programem nevyžaduje hlubokou znalost numerických metod. Geometrii objektu je možné zadávat prostřednictvím grafického rozhraní. Tvorba simulace je rozložena do tří kroků: preprocesor, solver a postprocesor. V preprocesoru se tvoří pomocí bodů a čar základní geometrie oblastí simulace. U vytvořených objektů se nastavují vlastnosti materiálu (některé jsou předdefinované v knihovně materiálů) a okrajové podmínky. Solver provádí výpočty, které poté prostřednictvím postprocesoru můžeme zobrazit.

K řešení jsem použil školní verzi softwaru RillFEM 2D, která pracuje pouze s 5000 uzly, takže kvalita a přesnost obrázků není valná, ale pro tuto studii postačující.

5.2.1. Postup

Při postupu simulace jsem postupoval následovně v těchto krocích.

- Tvorba nového projektu a nastavení typu řešené úlohy. V mém případě 36.Coupled. Harmonic Magnetic & Heat Transient R
- Zakreslení geometrie pomocí key points, straight lines a circle lines
- Definování materiálu – Material modeler
- Přiřazení k oblastem - Attribute
- Volba velikostí elementů pro jednotlivé oblasti - Mesh
- Kontrola geometrie, vytvoření a zobrazení sítě elementů - Adaptive mesh, Show mesh
- Zahájení výpočtu – Solver
- Vizualizace výsledků – Postprocessor

Jelikož uspořádání indukčního prohřívacího zařízení je osově symetrické tak stačí provést numerickou analýzu pouze jedné části osově symetrického zařízení. Uspořádání modelu je zobrazeno na Obr. 51. Geometrie se shoduje s vypočtenými rozměry v kapitole 4. Tepelněizolační vrstva je zobrazena z důvodu, aby uspořádání korespondovalo s návrhem v analytického výpočtu.

Key point	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x[m]	0	0,1	0,1	0	0,11	0,145	0,11	0,145	0,1495	0,1495
y[m]	-0,5	-0,5	0,5	0,5	-0,55625	-0,55625	0,55625	0,55625	-0,55625	0,55625

Ve vlastnostech induktoru nastavím velikost protékajícího proudu. Ten spočtu podle následujícího vztahu, kam dosadím získané hodnoty z prvního výpočtu v kapitole 4.1.

$$I_c = \sqrt{2}NI_1 = \sqrt{2} \cdot 31 \cdot 3017,4 = 132285[A] \quad 5.2.1.1$$

Doba ohřevu je $25min = 1500s$ a krok pro vyhodnocování zvolím $dt = 60s$.

Frekvence je stále $f = 600Hz$.

Parametry materiálu jsem nastavil shodně se zadáním příkladu v kapitole 4.

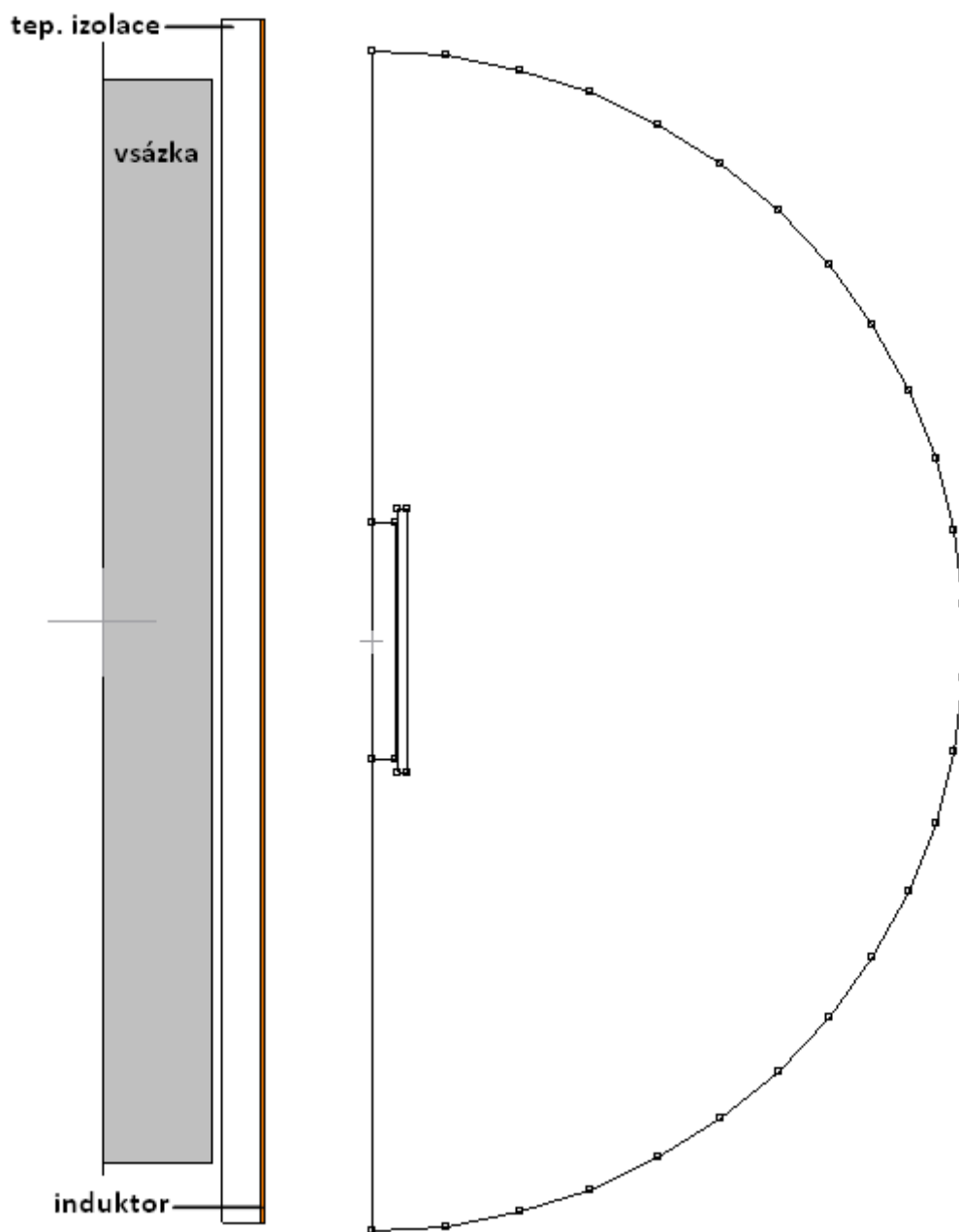
Okrajové podmínky teplotního pole vsázky:

v ose symetrie – Symetry

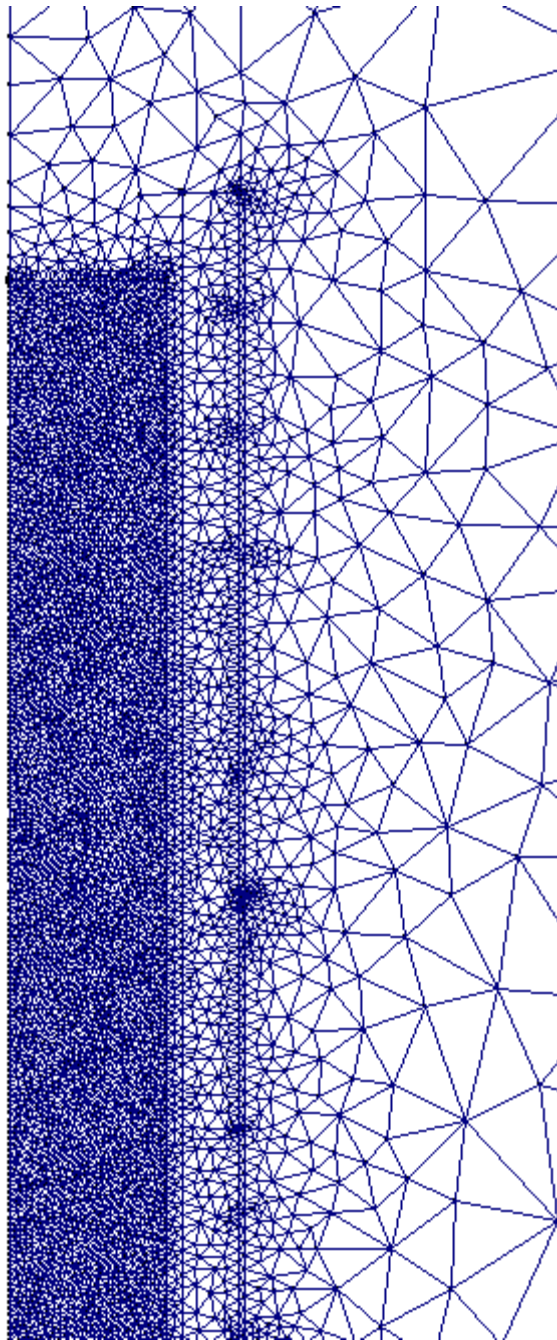
strany vsázky – Convection_Radiation, $\alpha = 10[\frac{W}{m^2K}]$, $\varepsilon = 0,7$

Okrajové podmínky magnetického pole:

Dirichletova podmínka I. druhu – Vector_potencial=0



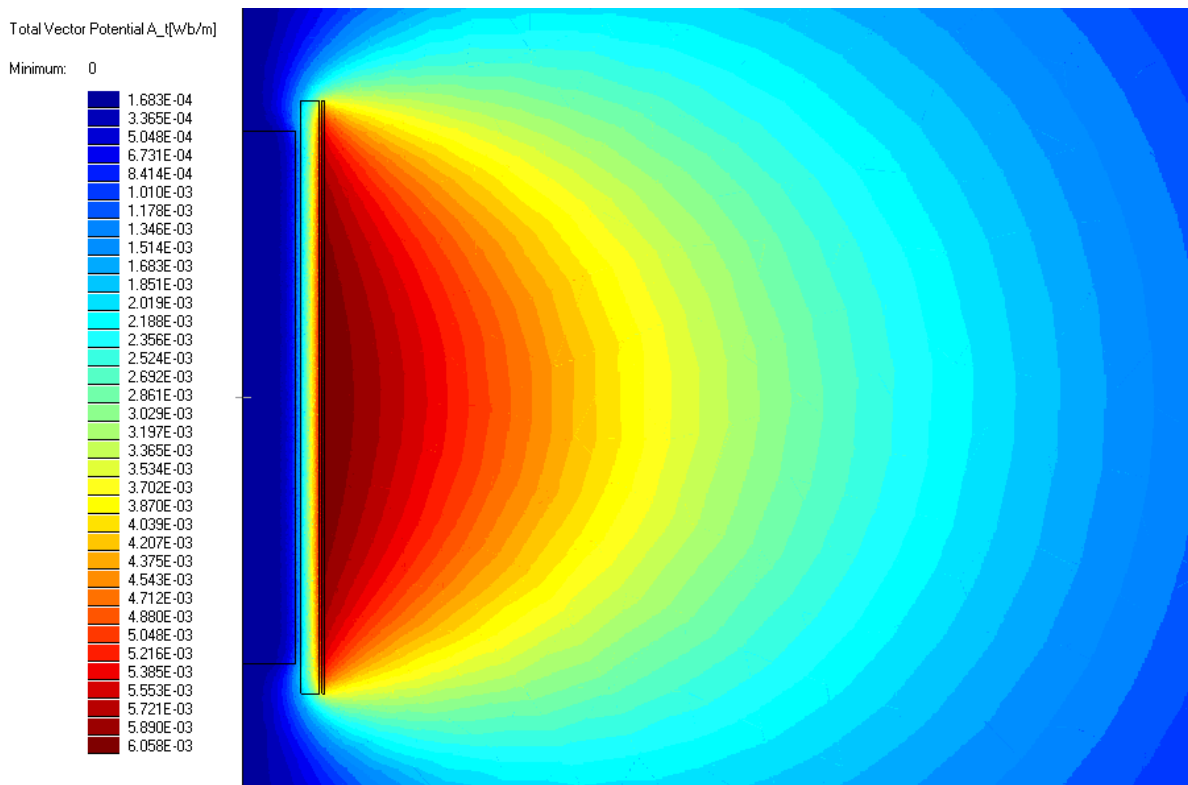
Obr. 51: Geometrie a vytyčená oblast řešení simulace



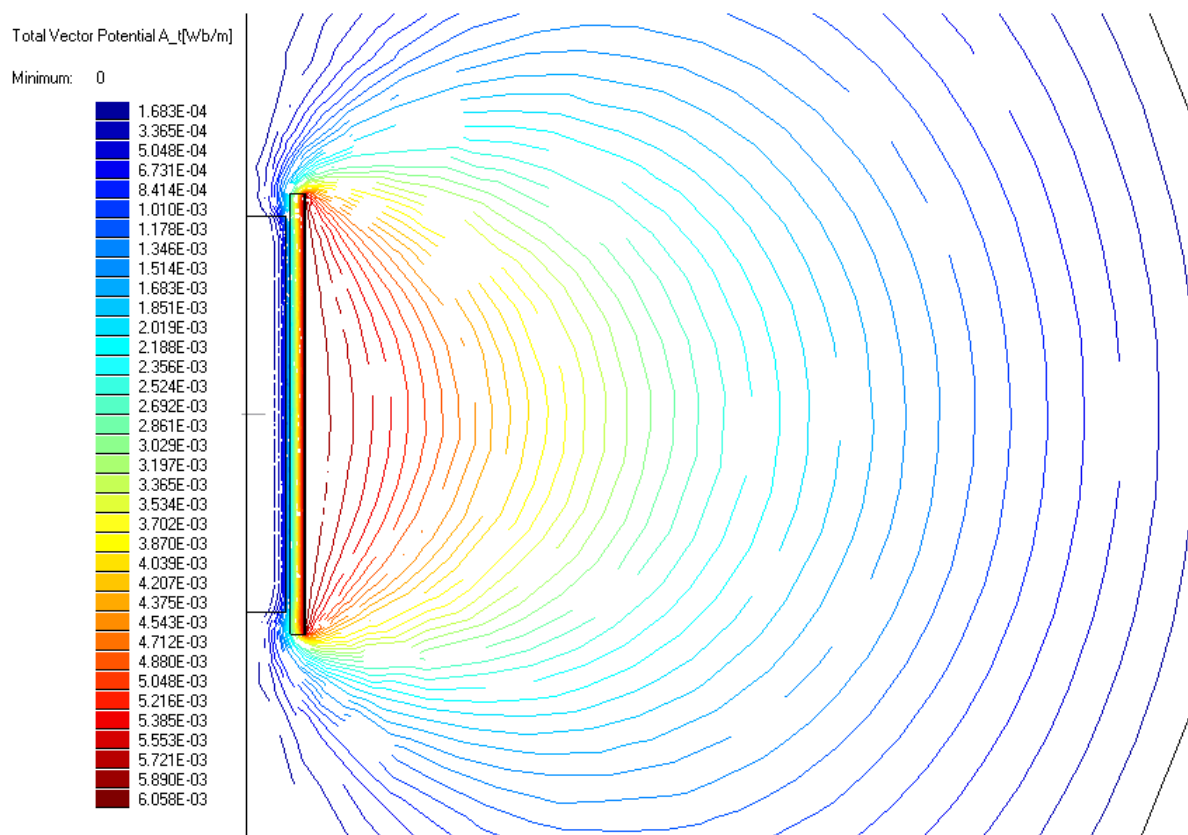
Obr. 52: Detail sítě modelu

5.2.2. Výsledky

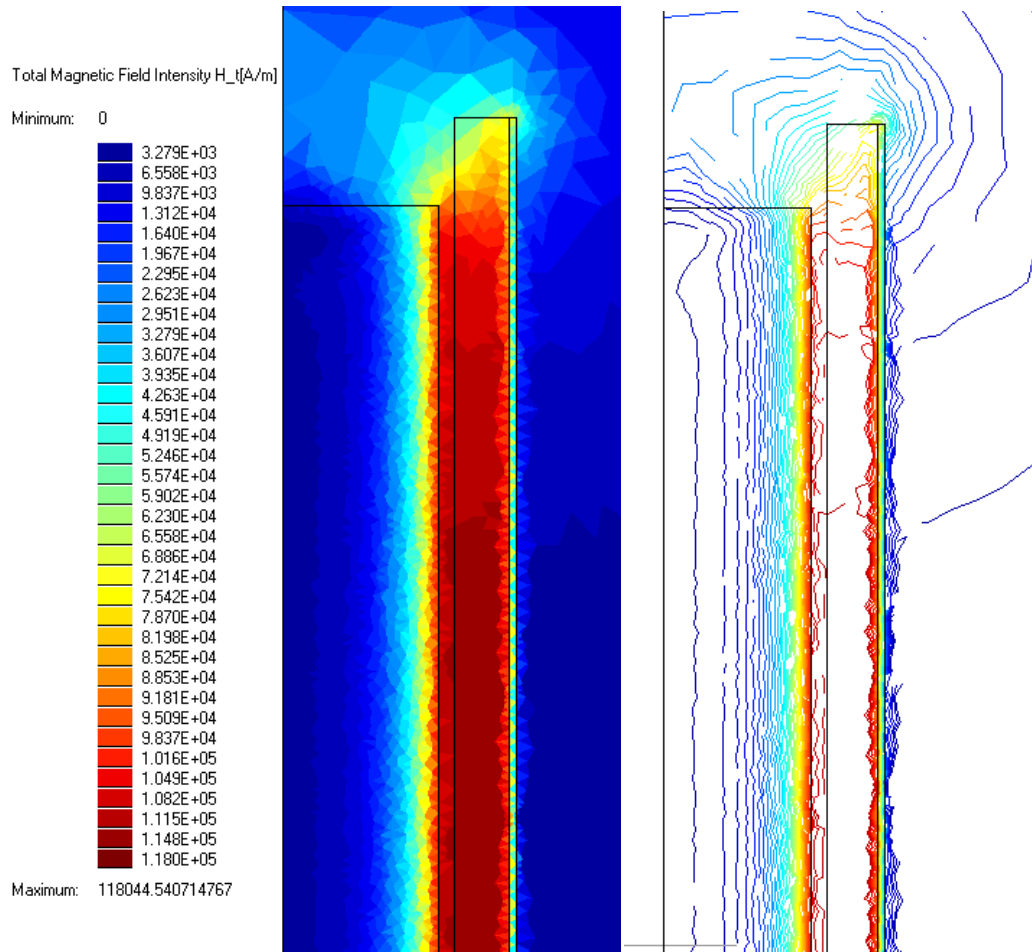
Ze simulace uspořádání vsázka-induktor jsem získal níže předložené výsledky magnetického vektorového potenciálu, intenzity mag. pole, magnetické indukce, proudová hustota, Joulovy ztráty ve vsázce a vývin tepla ve vsázce.



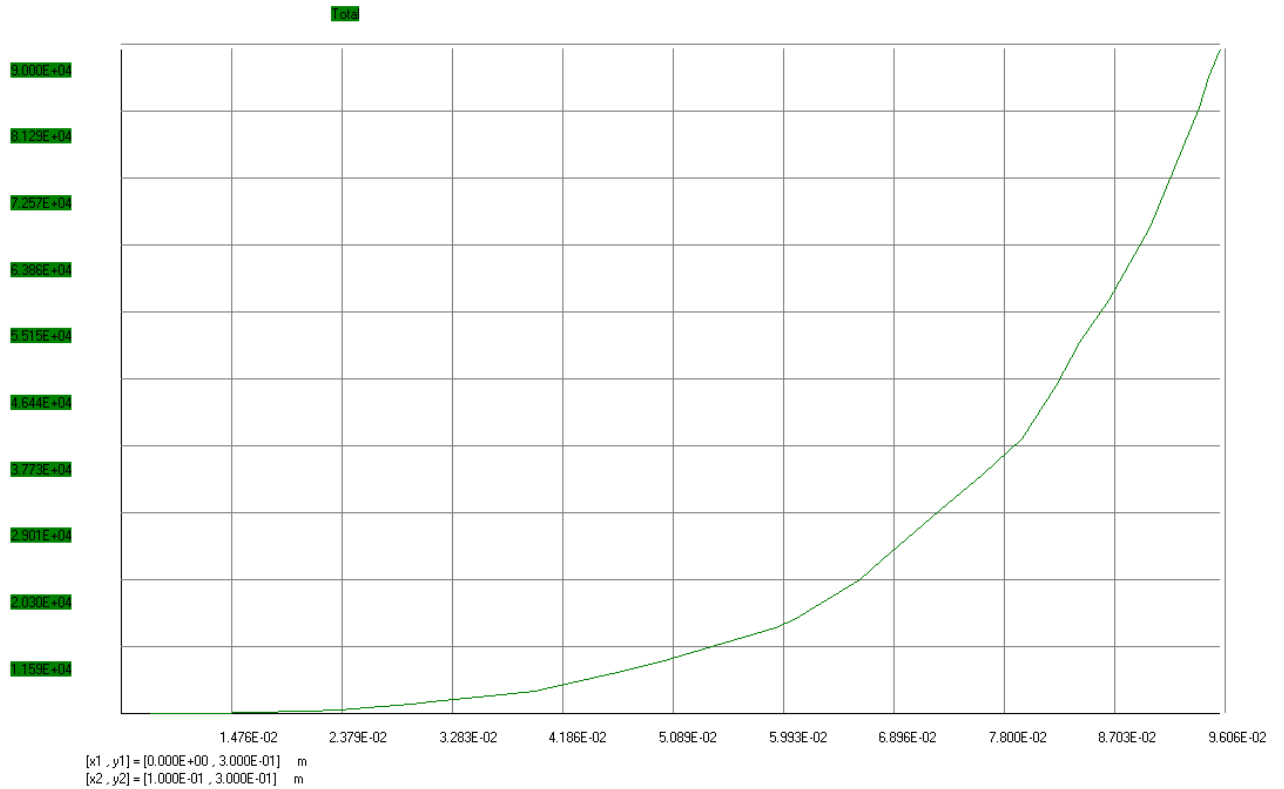
Obr. 53: Magnetický vektorový potenciál



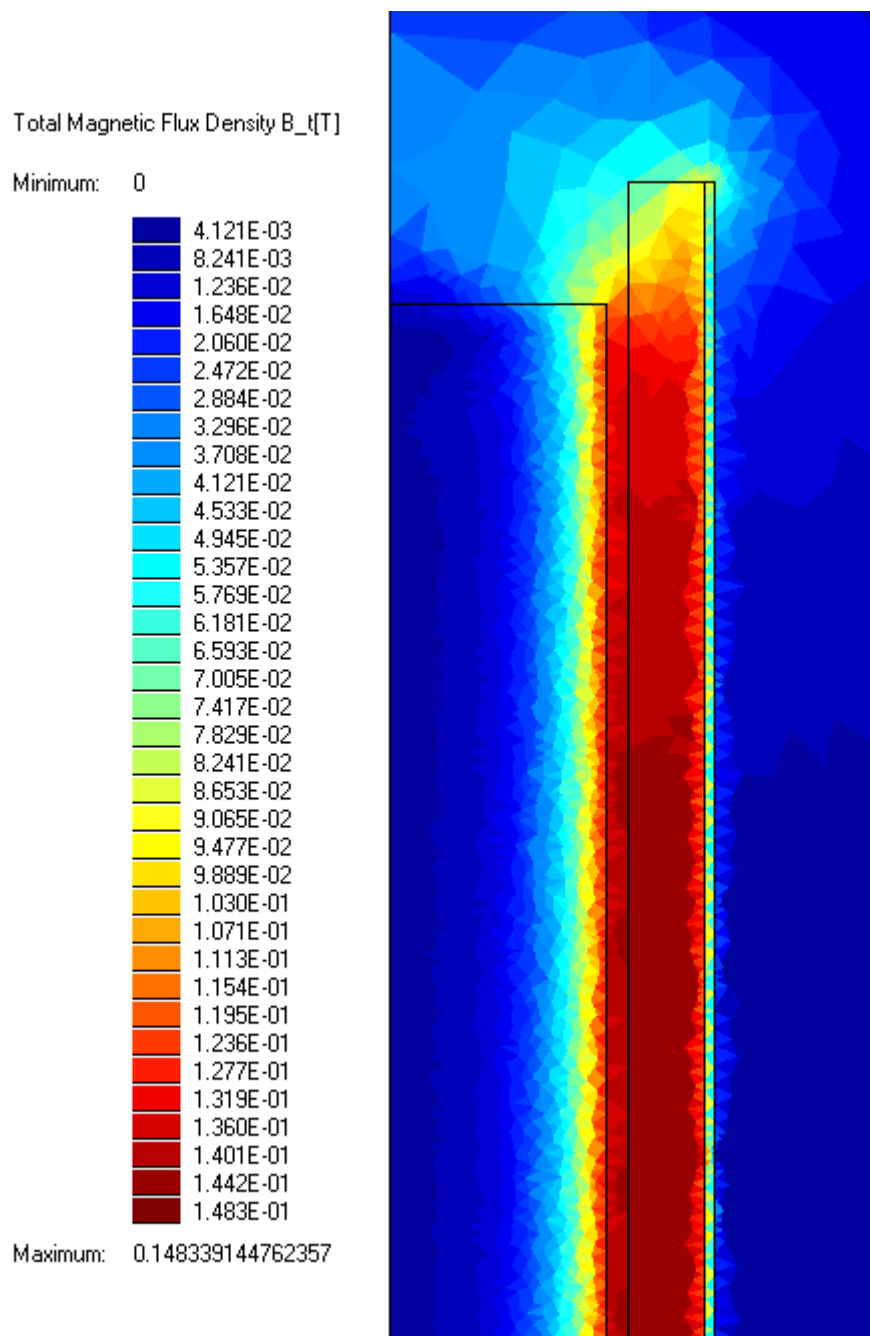
Obr. 54: Magnetický vektorový potenciál - isolinie



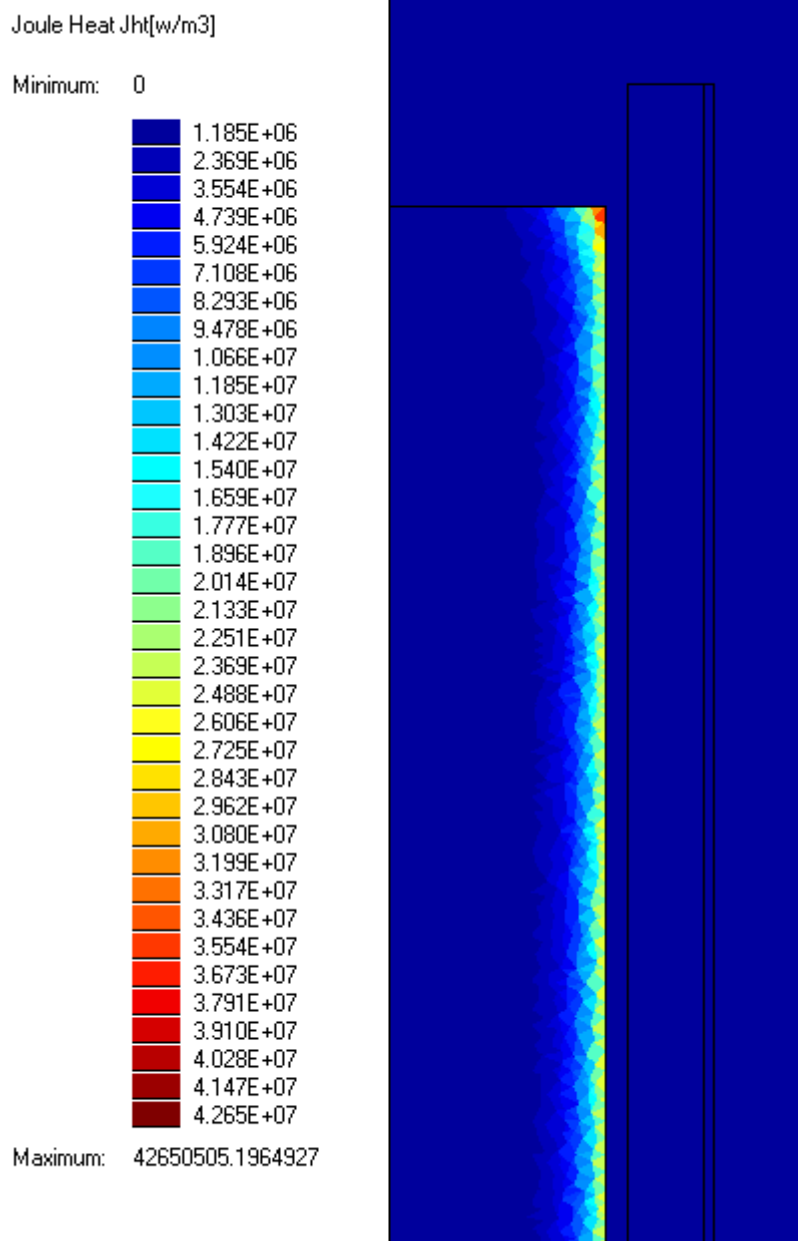
Obr. 55: Intenzita magnetického pole H , H izolnie



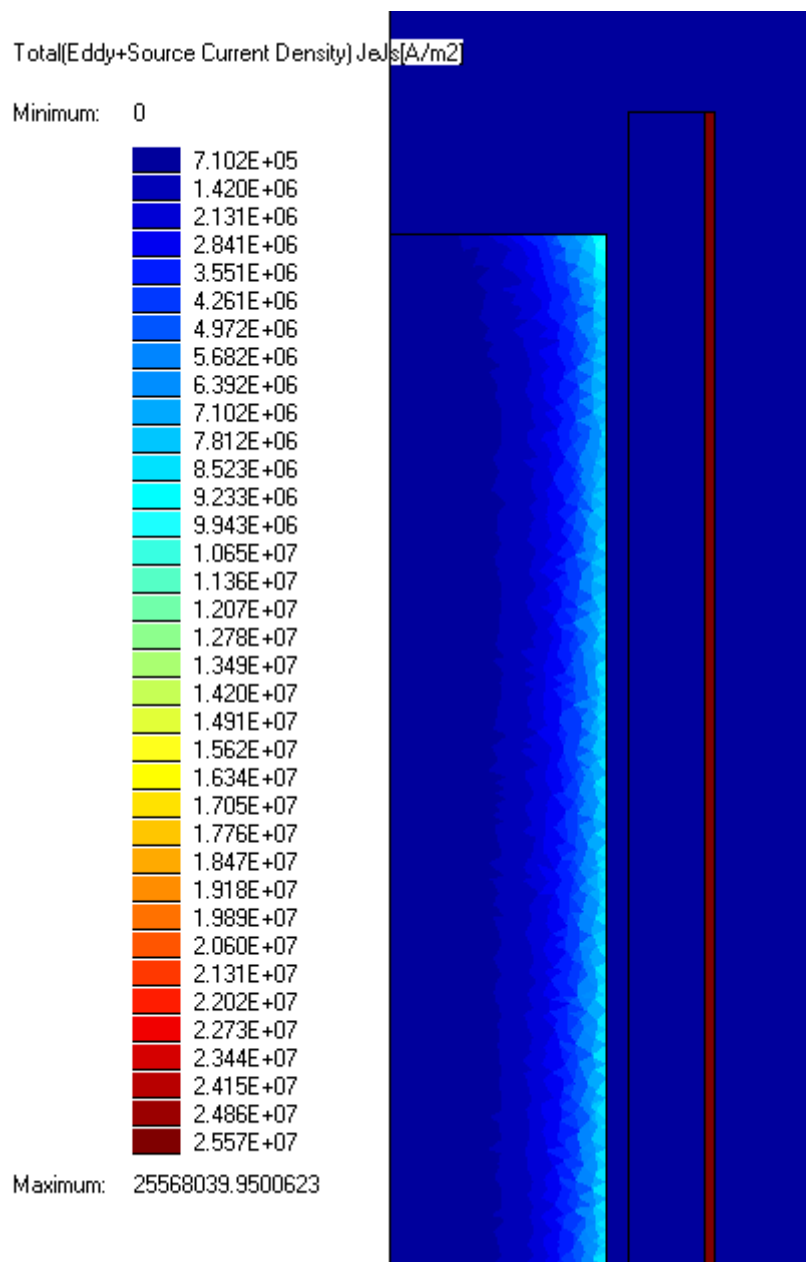
Obr. 56: Průběh intenzita mag. pole ve vsázce



Obr. 57: Magnetická indukce B

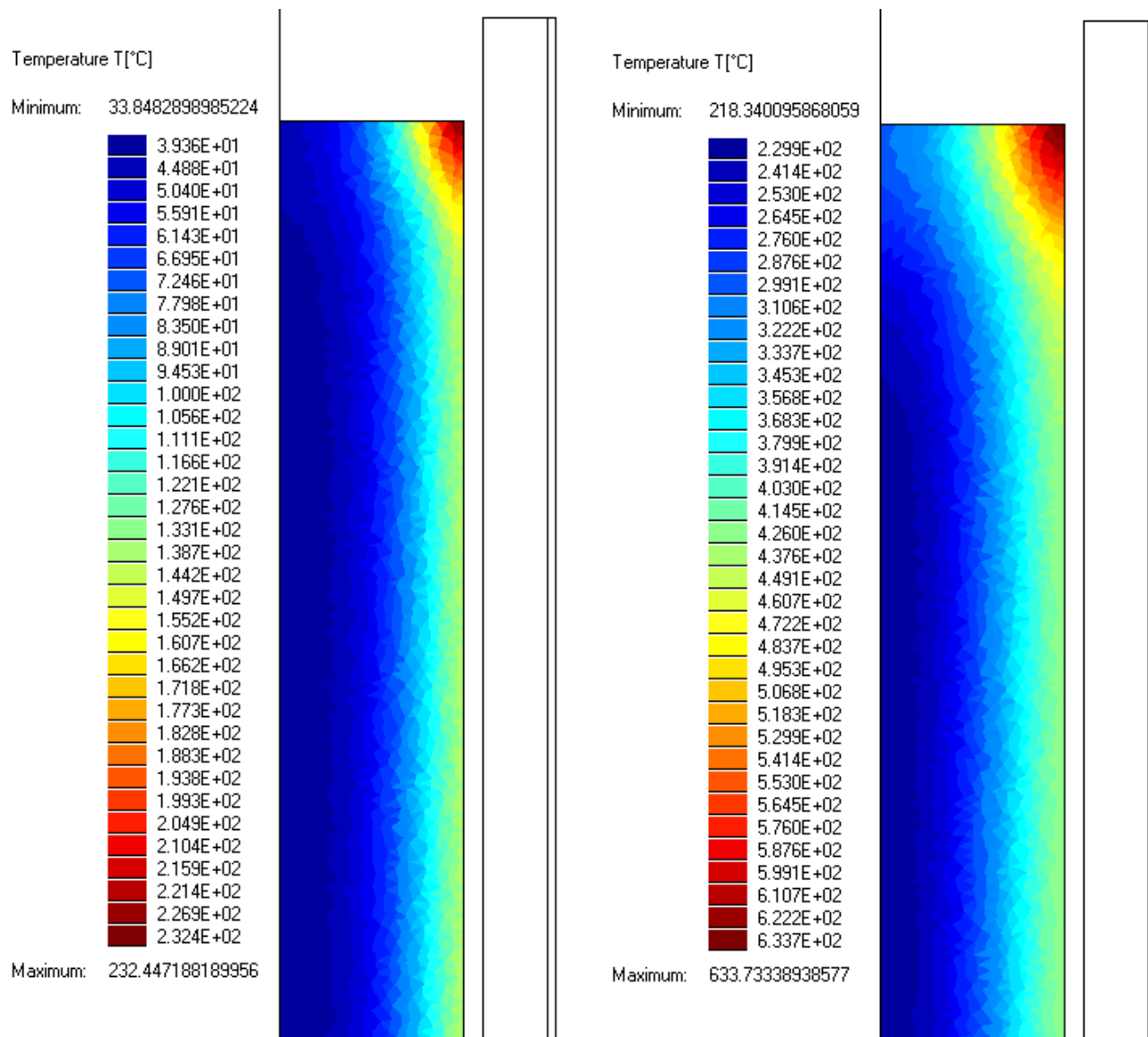


Obr. 58: Zobrazení Joulových ztrát ve vsázce

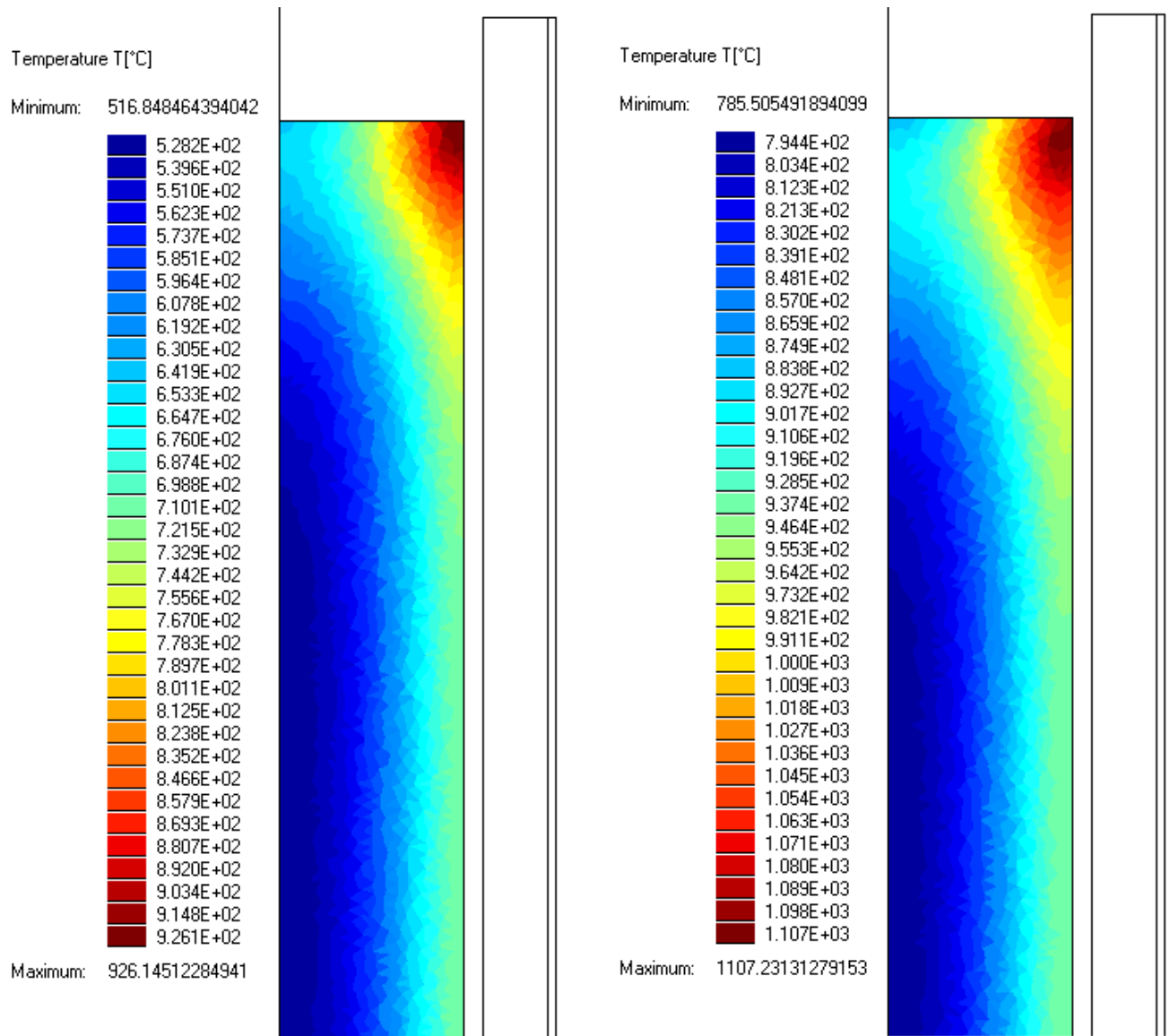


Obr. 59: Rozložení proudové hustoty

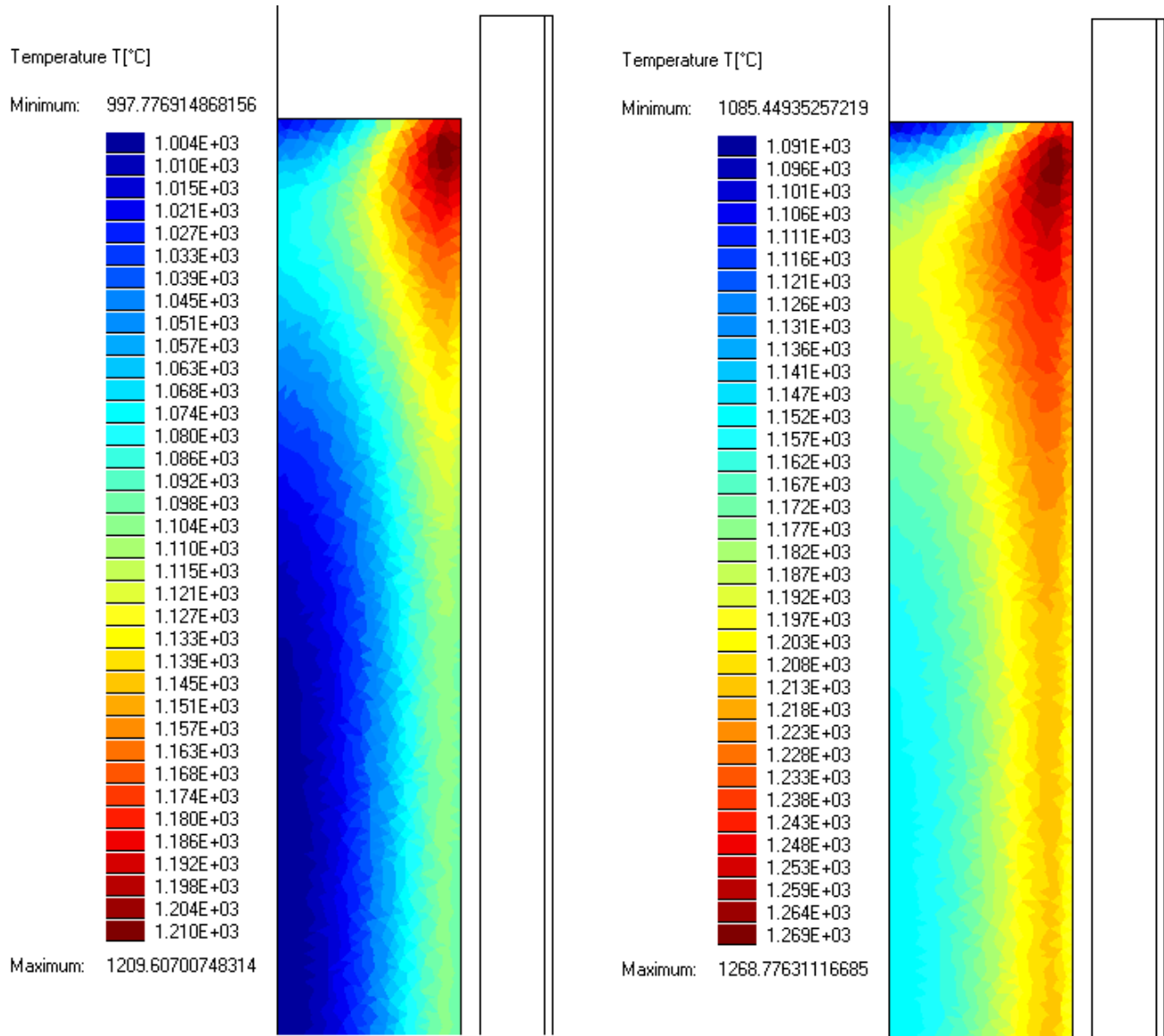
Rozložení teplot v průběhu ohřevu v časech 1, 5, 10, 15, 20 a 25 minut je zobrazen na následujících obrázcích.



Obr. 60: Rozložení teploty ve vsázce v čase 1 a 5 minut



Obr. 61: Rozložení teploty ve vsázce v čase 10 a 15 minut



Obr. 62: Rozložení teploty ve vsázce v čase 20 a 25 minut

6. Zhodnocení výsledků

V kapitole 4 jsem, jako první určil frekvenci napájecího proudu induktoru. Tu jsem stanovil z výrazu 4.4 pro hodnotu argumentu $x_2 = 2$ a následně jsem provedl kontrolu na f_{min} a f_{max} podle rovnice 4.5. Poté jsem na základě zadání provedl analytický výpočet indukčního prohřívacího zařízení. Pro zadaný rozměr vsázky jsem zjistil, jaké rozměry bude mít indukční cívka při uvažování vzduchové mezery tloušťky $0,01\text{ m}$ a žáruvzdorné vrstvy tloušťky $0,035\text{ m}$. Získáním základní geometrie jsem přistoupil k elektrickému výpočtu, který jsem řešil dvěma způsoby. Aplikací prvního postupu jsem stanovil počet závitů $N = 31$ a proud $I_1 = 3017,4\text{ A}$. Druhým způsobem výpočtu, který uvažoval indukční cívku s jedním závitem, jsem určil počet závitů $N = 30$ a proud $I_1 = 3164,4\text{ A}$. Jak je patrné rozdíly mezi výslednými hodnotami nejsou vysoké, proto nelze určit lepší postup výpočtu. Účinnost v obou případech se pohybovala okolo 74%.

Dále jsem provedl tepelný výpočet pro termoizolační vrstvu, která má zabránit vzniku ztrát a tepelnému namáhání induktoru. Souhrnné tepelné ztráty vyzdívkou vyšly bezmála 12 kW , když k tomu připočítám ztráty vznikající v induktoru $51,3\text{ kW}$, vyjdou celkové ztráty $63,3\text{ kW}$. Tyto ztráty je zapotřebí odvést ze systému pryč prostřednictvím vodního chlazení. Spotřeba vody pro provozní teplotu 50°C vyšla na $1,559\text{ m}^3/\text{h}$, což vychází na necelých $26\text{ l}/\text{min}$. Aby bylo zajištěno účinné chlazení, musí být splněna podmínka pro turbulentní proudění kapaliny $Re > 2320$.

Posledním úkolem bylo ověřit analytický návrh pomocí numerické metody (MKP) v programu RillFEM 2D. Průběh teplot v závislosti na době ohřevu je zobrazen na obrázcích Obr. 60, Obr. 61 a Obr. 62. Teplo vzniká hlavně na rozích vsázky, což je způsobeno vyšší intenzitou magnetického pole. Veškeré teplo se vyvíjí v povrchové vrstvě $3.a = 3,0177 = 0,053\text{ m}$, materiál v ose symetrie vsázky je ohříván především vedením tepla z povrchových vrstev. Do ukončení ohřevu v čase $t = 25\text{ min}$ lze říci, že teplotní rovnoměrnosti je dosaženo, protože rozdíl teplot na povrchu a v ose není vyšší než limitních 100°C . Abych ověřil, zda jsou analytický a numerický výpočet částečně shodné porovnáám výkon vstupující do vsázky P_2 neboli Joulovy ztráty. Z rovnice 4.45 vyšel výkon pro analytický výpočet $P_{2A} = 166967\text{ W}$, z numerického modelu je výsledek $P_{2N} = 161690\text{ W}$. Velikosti se přímo nerovnají, což může být způsobeno

zaokrouhlováním při výpočtu a rozdílnou metodou řešení, ale přesto bych si dovolil tvrdit, že návrh vyšel a analytický i numerický model se shodují.

Tímto výpočtem by návrh indukčního zařízení nekončil, následoval by návrh symetrizačního zařízení, napájecího transformátoru, měřících a řídicích jednotek, zásobovací mechanismus a samozřejmě i návrh z pohledu mechaniky a strojírenství.

Při skutečném návrhu a realizaci indukčního zařízení je nezbytně nutné provést výpočet potřebných parametrů. Analytický i numerický výpočet je důležitý z pohledu vymezení mantinelů, kde by se mělo řešení pohybovat, ale nikdy přesně neobsáhne všechny proměnné vstupující až uvedením zařízení v praxi. Teprve při skutečném provozu lze zjistit, zda metodika výpočtu byla správná. Není nic neobvyklého, když chod nové pece je optimalizován několik týdnů během zkušebního provozu.

Závěr

Cílem této práce bylo objasnit problematiku ohřevu prostřednictvím elektromagnetické indukce. Což bylo provedeno v kapitole 1. Velmi obsáhlou částí je kapitola 2. zabývající se využitím indukčního ohřevu v průmyslové praxi. Popsal jsem princip jednotlivých zařízení a uvedl jejich uplatnění pro tavení, povrchový ohřev, prohřívání, žihání, getrování a mnohé další. Součástí zadání bylo také stanovení efektivních podmínek pro jednotlivé oblasti použití. Tuto problematiku jsem rozebral z pohledu určení optimální frekvence. Frekvence napájecího proudu pro různé oblasti využití představuje spojené nádoby, kdy nelze dosáhnout toho, aby obě byly plné. Kupříkladu zařízení pro povrchové kalení nelze účinně použít pro ohřev a naopak. Každá aplikace vyžaduje rozdílný přístup a nelze očekávat, že jediné indukční zařízení lze aplikovat na ohřev všech materiálů různého složení i rozměrů. V kapitole 4. jsem podle zadání provedl návrh indukční ohřívачky analytickým postupem a také numerickou simulací, která měla ověřit, zda je analytický výpočet alespoň částečně správně. Výstupem simulace jsou průběhy magnetické veličiny \mathbf{H} a \mathbf{B} , dále rozložení proudové hustoty, Joulových ztrát a teplot ve vsázce.

I přesto, že indukční ohřev už je znám a využíván poměrně dlouhou dobu, tak věřím, že přesto má před sebou slibnou budoucnost a možnosti rozvíjet dále současné problémy a uplatnit své výhody v dalších oblastech lidského snažení.

Seznam literatury

- [1] LANGER, E.: *Teorie indukčního a dielektrického tepla*, Academia, Praha 1979
- [2] RADA, J.: *Elektrotepelná technika*, Praha: SNTL -Nakladatelství technické literatury,1985.
- [3] LANGER, E.: *Elektrotepelná technika část V.*, Ediční středisko VŠSE, Plzeň 1975
- [4] HRADÍLEK, Z.: *Elektrotepelná zařízení*. IN-EL, Praha 1997, ISBN 80-902333-2-5
- [5] ČERNÝ, V. Indukční ohřev (3),. [online]. [cit. 2014-04-12]. Dostupné z: http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=25267
- [6] UMBRASHKO, ANDREJS, a další, Experimental investigations and numerical modelling of the melting process in the cold crucible. CO. [Online] 2005. [cit. 2014-04-10].
- [7] HRADÍLEK, Z.; GALVAS, J.; KRÁL, V. a další; *Elektrotepelná technika- Simulace -počítačové programy*, Ostrava 2001, ISBN 80-7078-874-7
- [8] MÜHLBAUER, A., *A History of induction heating and melting*, Essen: Vulkan, 2008, ISBN 38-027-2946-3
- [9] ŠENBERGER, J. et al. *Metalurgie oceli na odlitky*. 1. vyd. Brno: Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, 2008,., ISBN 978-80-214-3632-9.
- [10] *Aceso: vakuové indukční tavení*. [online]. [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: <http://www.aceso.cz/inductotherm-group/vakuove-indukcni-taveni-%28vim%29.html>
- [11] KYNCL, J.: *Habilitační přednáška- Návrh výkonové řady kanálkových pecí*, [online]. [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://www.powerwiki.cz/attach/Jehner/prednFinal.pdf>
- [12] LANGER, E., KOŽENÝ, J., *Elektrotepelná zařízení indukční - Základy teorie, výpočty a konstrukce*, VŠSE Plzeň, Plzeň 1982
- [13] RUDNEV, V;LOVELESS, D;COOK, R., *Handbook of Induction Heating*, Marcel Dekker, New York 2003
- [14] DRIML, B. *Kalení a popouštění*. [online]. [cit. 2014-04-30]. Dostupné z: <http://www.elitalycea.wz.cz/files/tep/tep07.pdf>
- [15] ZINN, S; SEMIATIN, S.: *Elements of Induction Heating – Design, Control and Applications*, DOI: 10.1361/eoih1988p001
- [16] KUČEROVÁ, E., *Elektrotechnické materiály*, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň 2002, ISBN 80-7082-940-0
- [17] *Efd induction*. [online]. [cit. 2014-04-12]. Dostupné z: <http://www.efd-induction.com/~media/PDF/Applications/Applications.ashx>
- [18] *Ambrell*. [online]. [cit. 2014-05-04]. Dostupné z: <http://www.ambrell.com/induction-applications.php>
- [19] *Dw induction heating*. [online]. [cit. 2014-05-03]. Dostupné z: <http://www.dw-inductionheating.com/melting-glass-for-fiber-drawing.html>

- [20] ROT, D. a KOŽENÝ, J.: Modelování startu tavby oxidů kovů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku. *Electroscope*, 2010 [cit. 2014-3-29]. Dostupné z: <https://otik.uk.zcu.cz/bitstream/11025/592/1/r4c4c1.pdf>
- [21] RÜTHER, T.: Vitifikace s využitím technologie indukčního ohřevu, Plzeň 2012, diplomová práce, ZČU
- [22] Alfa elektroniky. [online]. [cit. 2014-03-23]. Dostupné z: <http://alfaelektronky.cz/teorie/elektr.html>
- [23] Wikipedia. [online]. [cit. 2014-04-22]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Getr>
- [24] ŠENBERGER, J. Přednáška_8. [online]. [cit. 2014-04-29]. Dostupné z: www.zam.fme.vutbr.cz/~senberger/doc/prednaska_8.doc
- [25] Oficiální internetové stránky programu RillFEM. [online]. [cit. 2014-05-10]. Dostupné z: www.rillfem.com
- [26] Direct industry. [online]. [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://www.directindustry.com/prod/topcast-srl/vacuum-induction-melting-furnaces-vim-50296-764073.html>
- [27] Industrial heating. [online]. [cit. 2014-04-12]. Dostupné z: www.industrialheating.com/articles/90230-computer-modeling-helps-identify-induction-heating-misassumptions
- [28] KŘÍŽ, Antonín. Povrchové kalení v průmyslové aplikaci. [online]. [cit. 2014-04-16]. Dostupné z: <http://www.ateam.zcu.cz/download/povrchove%20kaleni08.pdf>
- [29] Efd-induction. [online]. [cit. 2014-05-05]. Dostupné z: <http://www.efd-induction.com/en/Applications/Hardening.aspx>
- [30] Industrial heating. [online]. [cit. 2014-05-02]. Dostupné z: <http://www.industrialheating.com/articles/90291-induction-hardening---a-quick-guide-to-methods-and-coils?v=preview>
- [31] Eldec. [online]. [cit. 2014-05-02]. Dostupné z: <http://www.eldec.de/produkte/werkzeuge-induktoren-gluehkabel-loetpistolen>
- [32] GH-IA. [online]. [cit. 2014-03-15]. Dostupné z: <http://www.gh-ia.com/processes/brazing-copper-tubes.html>
- [33] DW-induction heating. [online]. [cit. 2014-05-12]. Dostupné z: <http://www.dw-inductionheating.com/why-brazing-is-better.html>
- [34] Dw induction heating. [online]. [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: <http://www.dw-inductionheating.com/shrink-fit-steel-gear.html>
- [35] Apb bend. [online]. [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: http://www.apb-bend.com/heat_bending.html
- [36] Induction bending. [online]. [cit. 2014-05-05]. Dostupné z: <http://www.inductionbending.co.uk/>
- [37] Dw induction heating. [online]. [cit. 2014-05-05]. Dostupné z: <http://www.dw-inductionheating.com/bonding-metal-to-plastic.html/bonding-metal-to-plastic>
- [38] Relco. [online]. [cit. 2014-03-12]. Dostupné z: http://ww2.relco.co.uk/1inductionsealing/induction_cap.html

- [39] Wikipedia. [online]. [cit. 2014-04-02]. Dostupné z:
http://en.wikipedia.org/wiki/Induction_sealing
- [40] [online]. [cit. 2014-02-21]. Dostupné z:
<http://community.asdlib.org/imageandvideoexchangeforum/2013/07/30/inductively-coupled-plasma-torch/>

Seznam obrázků a tabulek

Obr. 1: Orientace Poyntingova vektoru.....	18
Obr. 2: Příčný řez cívkou se zobrazením zářivých vektorů [1].....	20
Obr. 3: Válcové souřadnice [2]	21
Obr. 4: Rozložení magnetického pole ve válcové vsázce pro různé x_2	24
Obr. 5: Rozložení proudové hustoty ve válcové vsázce pro různé x_2	25
Obr. 6: Uspořádání válcové cívky a válcové vsázky [1].....	26
Obr. 7: Proud I_{21} naindukovaný do válcové vsázky v závislosti na x_2	27
Obr. 8: Průběh funkcí $P(x)$, $Q(x)$ v závislosti na x	29
Obr. 9: Množství absorbované energie v závislosti na x_2	31
Obr. 10: Průběh amplitud H , E , J v tlusté stěně [2, str.150]	32
Obr. 11: Průběh proudové hustoty v závislosti na x_2 [12, str.104]	33
Obr. 12: Množství tepla vzniklého ve vrstvě 3a [2, str.155].....	34
Obr. 13: Diagram hloubky vniku pro některé materiály a kmitočty [1, str.50]	34
Obr. 14: Reálné uspořádání cívka-vsázka [3, str.11]	36
Obr. 15: Náhradní průměry [3, str.11].....	37
Obr. 16: Elektrické schéma indukční cívky a vsázky [3, str.11]	37
Obr. 17: Převedení vsázky do obvodu cívky [3, str.12]	38
Obr. 18: Základní uspořádání indukční kanálkové pece [11-upraveno].....	40
Obr. 19: Uspořádání kelímkové pece s nevodivým kelímkem [11 -upraveno]	41
Obr. 20: Vliv rezistivity na elektrickou účinnost kelímkové pece [24]	43
Obr. 21: Indukční pec se studeným kelímkem [6-upraveno]	45
Obr. 22: Indukční vakuová pec pro tavení titanu, TiAl a nerezové oceli [26]	46
Obr. 23: Průběh teplot na povrchu a středu v závislosti na době ohřevu [11, str.102].....	47
Obr. 24: Provoz indukčního prohřívacího zařízení s vývalkem uvnitř [27].....	47
Obr. 25: Oblasti kalících teplot [28].....	48
Obr. 26: Svislé povrchové kalení válce [15, str.210]	49
Obr. 27: Povrchové kalení válce v praxi [29]	49
Obr. 28: Kalení ozubeného kola [13, str.316].....	50
Obr. 29: Kalení zub po zubu [30]	50

Obr. 30: Typické provedení indukčních cívek nejen pro pájení [31]	51
Obr. 31 Indukční pájení [32-upraveno]	52
Obr. 32: Pájení měděných pásů [33]	52
Obr. 33: Princip indukčního svařování [15, str.131]	53
Obr. 34: Výbojka před a po aktivaci getru v indukční cívce[17]	54
Obr. 35: Mobilní indukční ohřívačka pro rovnání kovových podlah[34]	55
Obr. 36: Průmyslová ohýbačka potrubí[35]	56
Obr. 37: Lepení plastového madla ručního náradí[37]	56
Obr. 38: Uzavření láhve pomocí čtyřvrstvého těsnění[38 -upraveno]	57
Obr. 39: Princip vzniku indukčně vázané plazmy[40]	58
Obr. 40: Výroba skelných vláken[19]	59
Obr. 41: Ohřev ozubeného kola před montáží na hřídel, ohřev ložisek[34]	60
Obr. 42: Diagram pro stanovení průměru tyčí, $f=1000\text{Hz}$ [12,str.51]	62
Obr. 43: Diagram doby prohřátí ocelového vývalku průměru d_2 [3,str.85]	65
Obr. 44: <i>Závislost teploty a hloubky prohřátí při $f = 10\text{ MHz}$</i> [3,str.101]	66
Obr. 45: Energetické poměry při kalení [4,str.137]	66
Obr. 46: Indukční prohřívací zařízení a) souběžné, b) postupné[7,str.120]	67
Obr. 47: Geometrie indukčního prohřívacího zařízení	71
Obr. 48: Uspořádání závitů indukční cívky	78
Obr. 49: Průběh teploty pro uspořádání vsázka-vzduch-vyzdívka-cívka	81
Obr. 50: Realizace vodiče indukční cívky s vodním chlazením	83
Obr. 51: Geometrie a vytyčená oblast řešení simulace	86
Obr. 52: Detail sítě modelu	87
Obr. 53: Magnetický vektorový potenciál	88
Obr. 54: Magnetický vektorový potenciál - isolinie	88
Obr. 55: Intenzita magnetického pole H, H izolnie	89
Obr. 56: Průběh intenzita mag. pole ve vsázce	89
Obr. 57: Magnetická indukce B	90
Obr. 58: Zobrazení Joulových ztrát ve vsázce	91
Obr. 59: Rozložení proudové hustoty	92
Obr. 60: Rozložení teploty ve vsázce v čase 1 a 5 minut	93
Obr. 61: Rozložení teploty ve vsázce v čase 10 a 15 minut	94

Obr. 62: Rozložení teploty ve vsázce v čase 20 a 25 minut.....	95
Tabulka 1: Použité frekvence v závislosti na průměru vývalku [4,str.134]	64
Tabulka 2: Dosažitelná hloubky prokalení v použitých kmitočtech [2,str.237]	65
Tabulka 3: Hodnoty součinitele α	1
Tabulka 4: Hodnoty součinitele F	1
Tabulka 5: Hodnoty $P(x_2)$ a $Q(x_2)$	3

Přílohy

Tabulka 3: Hodnoty součinitele α

$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α
0,00	1,000000	0,28	0,890871	0,56	0,800125	0,84	0,725239	1,30	0,6290	2,00	0,5255
0,02	0,991562	0,30	0,883803	0,58	0,794285	0,86	0,720418	1,35	0,6201	2,10	0,5137
0,04	0,983223	0,32	0,876829	0,60	0,788525	0,88	0,715662	1,40	0,6115	2,20	0,5025
0,06	0,974985	0,34	0,869948	0,62	0,782843	0,90	0,710969	1,45	0,6031	2,30	0,4918
0,08	0,966846	0,36	0,863159	0,64	0,777240	0,92	0,706339	1,50	0,5950	2,40	0,4816
0,10	0,958807	0,38	0,856461	0,66	0,771713	0,94	0,701770	1,55	0,5871	2,50	0,4719
0,12	0,950867	0,40	0,849853	0,68	0,766262	0,96	0,697262	1,60	0,5795	3,00	0,4292
0,14	0,943026	0,42	0,843335	0,70	0,760885	0,98	0,692813	1,65	0,5721	3,50	0,3944
0,16	0,935284	0,44	0,836905	0,72	0,755582	1,00	0,688423	1,70	0,5649	4,00	0,3654
0,18	0,927639	0,46	0,830563	0,74	0,750350	1,05	0,6777	1,75	0,5579	5,00	0,3198
0,20	0,920093	0,48	0,824307	0,76	0,745190	1,10	0,6673	1,80	0,5511	10,00	0,2033
0,22	0,912643	0,50	0,818136	0,78	0,740100	1,15	0,6573	1,85	0,5444		
0,24	0,905290	0,52	0,812049	0,80	0,735079	1,20	0,6475	1,90	0,5379		
0,26	0,898033	0,54	0,806046	0,82	0,730126	1,25	0,6381	1,95	0,5316		

Tabulka 4: Hodnoty součinitele F

$\frac{d_c}{l_1}$	$\frac{d_v}{l_2}$	l_1/l_2								
		0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
0,1	0,08	1,22007	1,09103	0,98551	0,89803	0,82451	0,70810	0,62027	0,55172	0,49677
	0,10	1,22022	1,09112	0,98557	0,89807	0,82454	0,70812	0,62028	0,55172	0,49677
	0,12	1,22041	1,09123	0,98564	0,89811	0,82457	0,70813	0,62028	0,55173	0,49677
0,2	0,16	1,14452	1,03935	0,94757	0,86862	0,80074	0,69110	0,60707	0,54091	0,48759
	0,18	1,14553	1,03994	0,94793	0,86886	0,80090	0,69119	0,60712	0,54094	0,48761
	0,20	1,14666	1,04060	0,94834	0,86913	0,80108	0,69128	0,60717	0,54098	0,48763
	0,22	1,14790	1,04132	0,94879	0,86942	0,80128	0,69138	0,60723	0,54101	0,48766
0,3	0,24	1,14926	1,04211	0,94928	0,86794	0,80150	0,69150	0,60730	0,54105	0,48769
	0,26	1,05756	0,97680	0,89964	0,83013	0,76872	0,66720	0,58797	0,52496	0,47387
	0,28	1,06040	0,97846	0,90068	0,83081	0,76918	0,66744	0,58811	0,52505	0,47393
	0,30	1,06343	0,98023	0,90179	0,83154	0,76969	0,66770	0,58826	0,52515	0,47399
	0,32	1,06665	0,98212	0,90296	0,83232	0,77022	0,66798	0,58843	0,52525	0,47406
0,4	0,34	1,07006	0,98411	0,90421	0,83314	0,77078	0,66828	0,58860	0,52536	0,47413
	0,32	0,97837	0,91585	0,85042	0,78896	0,73335	0,63959	0,56527	0,50565	0,45702
	0,36	0,98763	0,92131	0,85386	0,79124	0,73493	0,64043	0,56577	0,50596	0,45723
	0,40	0,99786	0,92735	0,85766	0,79377	0,73668	0,64136	0,56632	0,50631	0,45747
	0,44	1,00901	0,93394	0,86182	0,79653	0,73860	0,64238	0,56692	0,50670	0,45773
	0,48	1,02105	0,94105	0,86631	0,79952	0,74067	0,64349	0,56758	0,50712	0,45801

0,5	0,40	0,92510	0,86862	0,80854	0,75158	0,69971	0,61167	0,54146	0,48489	0,43863
	0,45	0,94053	0,87763	0,81442	0,75552	0,70247	0,61317	0,54236	0,48548	0,43902
	0,50	0,95747	0,88797	0,82088	0,75987	0,70552	0,61482	0,54335	0,48612	0,43946
	0,55	0,97581	0,89896	0,82791	0,76460	0,70884	0,61663	0,54444	0,48683	0,43995
	0,60	0,99546	0,91075	0,83546	0,76969	0,71242	0,61859	0,54562	0,48759	0,44047
0,6	0,45	0,88143	0,82671	0,76961	0,71574	0,66674	0,58352	0,51702	0,46334	0,41936
	0,50	0,89782	0,83667	0,77605	0,72013	0,70552	0,58524	0,51808	0,46404	0,41984
	0,55	0,91561	0,84748	0,78306	0,72492	0,70884	0,58714	0,51924	0,46480	0,42037
	0,60	0,93469	0,85911	0,79061	0,73007	0,71242	0,58919	0,52049	0,46562	0,42095
	0,65	0,95497	0,87149	0,79866	0,73558	0,71624	0,59138	0,52018	0,46651	0,42156
	0,70	0,97631	0,88455	0,80718	0,74142	0,72029	0,59382	0,52328	0,46747	0,42223
0,7	0,55	0,86387	0,80125	0,74159	0,68743	0,63913	0,55825	0,49422	0,44273	0,40064
	0,60	0,88091	0,81183	0,74857	0,69228	0,64263	0,56025	0,49546	0,44357	0,40122
	0,65	0,89907	0,82313	0,75605	0,69747	0,64638	0,56239	0,49681	0,44446	0,40185
	0,70	0,91825	0,83509	0,76398	0,70299	0,65038	0,56469	0,49824	0,44543	0,40253
	0,75	0,93835	0,84766	0,77234	0,70862	0,65460	0,56712	0,49977	0,44645	0,40325
	0,80	0,95926	0,86078	0,78108	0,71494	0,65905	0,56968	0,50139	0,44754	0,40402
0,8	0,65	0,84910	0,77889	0,71641	0,66158	0,61360	0,53445	0,47245	0,42288	0,38247
	0,70	0,86542	0,78930	0,72345	0,66657	0,61726	0,53660	0,47383	0,42381	0,38313
	0,75	0,88261	0,80030	0,73090	0,67185	0,62115	0,53889	0,47529	0,42480	0,38384
	0,80	0,90059	0,81183	0,73874	0,67742	0,62525	0,54131	0,47684	0,42586	0,38459
	0,85	0,91927	0,82385	0,74693	0,68326	0,62956	0,54386	0,47847	0,42697	0,38538
	0,90	0,93857	0,83632	0,75545	0,68934	0,63406	0,54653	0,48019	0,42815	0,38622
0,9	0,70	0,81812	0,74756	0,68600	0,63257	0,58611	0,50990	0,45045	0,40302	0,36441
	0,75	0,83237	0,75690	0,69247	0,63724	0,58959	0,51199	0,45181	0,40395	0,36508
	0,80	0,84735	0,76675	0,69930	0,64217	0,59328	0,51422	0,45325	0,40495	0,36579
	0,85	0,86302	0,77709	0,70648	0,64738	0,59717	0,51657	0,45479	0,40600	0,36655
	0,90	0,87934	0,78787	0,71400	0,65283	0,60126	0,51904	0,45640	0,40712	0,36735
	0,95	0,89623	0,79908	0,72183	0,65952	0,60554	0,52163	0,45809	0,40829	0,36819
	1,00	0,91365	0,81068	0,72995	0,66444	0,60999	0,52434	0,45987	0,40951	0,36908
	1,05	0,93153	0,82264	0,73836	0,67058	0,61461	0,52718	0,46172	0,41079	0,37000
1,0	0,80	0,79991	0,72584	0,66305	0,60947	0,56342	0,48868	0,43090	0,38506	0,34787
	0,85	0,81289	0,73462	0,66927	0,61405	0,56689	0,49081	0,43231	0,38603	0,34857
	0,90	0,82649	0,74384	0,67581	0,61887	0,57054	0,49306	0,43380	0,38707	0,34932
	0,95	0,84070	0,75349	0,68267	0,62393	0,57439	0,49544	0,43536	0,38816	0,35011
	1,00	0,85548	0,76355	0,68984	0,62922	0,57841	0,49792	0,43701	0,38930	0,35094
	1,05	0,87080	0,77401	0,69731	0,63475	0,58261	0,50052	0,43873	0,39050	0,35181
	1,10	0,88663	0,78484	0,70506	0,64049	0,58699	0,50324	0,44053	0,39176	0,35272
	1,15	0,90293	0,79604	0,71309	0,64645	0,59153	0,50606	0,44241	0,39307	0,35367

Tabulka 5: Hodnoty $P(x_2)$ a $Q(x_2)$

x	P(x)	Q(x)	x	P(x)	Q(x)
0,1	0,00006	0,05000	4,2	0,58848	0,71206
0,2	0,00050	0,10000	4,4	0,59250	0,71093
0,3	0,00169	0,14997	4,6	0,59639	0,71037
0,4	0,00400	0,19989	4,8	0,60022	0,71016
0,5	0,00780	0,24968	5,0	0,60400	0,71014
0,6	0,01345	0,29919	5,2	0,60769	0,71019
0,7	0,02129	0,34826	5,4	0,61127	0,71024
0,8	0,03163	0,39663	5,6	0,61471	0,71025
0,9	0,04472	0,44397	5,8	0,61799	0,71022
1,0	0,06076	0,48988	6,0	0,62109	0,71014
1,1	0,07984	0,53392	6,2	0,62401	0,71003
1,2	0,10196	0,57558	6,4	0,62674	0,70989
1,3	0,12696	0,61435	6,6	0,62929	0,70973
1,4	0,15457	0,64971	6,8	0,63169	0,70957
1,5	0,18436	0,68122	7,0	0,63393	0,70941
1,6	0,21580	0,70854	7,2	0,63603	0,70926
1,7	0,24826	0,73144	7,4	0,63800	0,70912
1,8	0,28104	0,74986	7,6	0,63987	0,70899
1,9	0,31347	0,76389	7,8	0,64163	0,70888
2,0	0,34490	0,77378	8,0	0,64329	0,70877
2,1	0,37477	0,77991	8,2	0,64488	0,70868
2,2	0,40264	0,78276	8,4	0,64638	0,70859
2,3	0,42820	0,78286	8,6	0,64782	0,70852
2,4	0,45127	0,78078	8,8	0,64919	0,70845
2,5	0,47179	0,77704	9,0	0,65049	0,70838
2,6	0,48980	0,77213	9,2	0,65174	0,70832
2,7	0,50542	0,76650	9,4	0,65294	0,70827
2,8	0,51884	0,76050	9,6	0,65409	0,70822
2,9	0,53027	0,75443	9,8	0,65519	0,70817
3,0	0,53994	0,74852	10,0	0,65624	0,70813
3,1	0,54810	0,74291	12,0	0,66483	0,70780
3,2	0,55496	0,73774	14,0	0,67095	0,70761
3,3	0,56074	0,73306	16,0	0,67551	0,70748
3,4	0,56562	0,72890	18,0	0,67906	0,70740
3,5	0,56979	0,72526	20,0	0,68189	0,70735
3,6	0,57338	0,72215	22,0	0,68420	0,70730
3,7	0,57652	0,71951	24,0	0,68611	0,70726
3,8	0,57931	0,71731	26,0	0,68772	0,70726
3,9	0,58184	0,71522	28,0	0,68917	0,70728
4,0	0,58418	0,71408	30,0	0,69044	0,70717