

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Michael HRABĚ**
Osobní číslo: **A12B0567P**
Studijní program: **B3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Inteligentní komunikace člověk - stroj**
Název tématu: **Řídicí systém pro magnetická ložiska s permanentními magnety**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Seznamte se s principy magnetických ložisek a s jejich teoretickými základy.
2. Vytvořte matematický model pro nestandardní typ magnetických ložisek s permanentními magnety pro účely řízení.
3. Navrhněte zpětnovazební algoritmus stabilizace polohy rotoru v axiálním směru.
4. Metodou simulace ověřte funkční vlastnosti navrženého řízení a diskutujte omezení kvality řízení.
5. V případě možnosti ověřte navržené řízení na fyzikálním prototypu magnetických ložisek s permanentními magnety.

Rozsah grafických prací: **dle potřeby**
Rozsah pracovní zprávy: **30-40 stránek A4**
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**
Seznam odborné literatury:


**Marcio S. de Queiroz and Darren M. Dawson, Senior Member, IEEE,
"Nonlinear Control of Active Magnetic Bearings: A Backstepping Approach"
Nagaya, S., Kashima, N., Kawashima, H., Kakiuchi, Y., Hostino, A., Isobe, S.:
Development of the axial gap type motor/generator for the flywheel with
superconducting magnetic bearings, Physica C: Superconductivity, Volumes
392-396, Part 1, October 2003, Pages 764-768.**

Vedoucí bakalářské práce: **Prof. Ing. Miloš Schlegel, CSc.**
Katedra kybernetiky

Datum zadání bakalářské práce: **1. listopadu 2014**
Termín odevzdání bakalářské práce: **15. května 2015**



Doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 1. listopadu 2014

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne _____

_____ podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu bakalářské práce, panu prof. Ing. Miloši Schlegelovi, CSc., za odborné vedení, konzultace a podnětné návrhy k práci. Rád bych též poděkoval své rodině za trpělivost a podporu při studiu, panu doc. Ing. Petrovi Girgovi, Ph.D. za ochotu strávenou nad zkoumáním vlastností magnetického pole v prostoru a panu doc. Mgr. Simonovi Kosovi, Ph.D. za inspirující myšlenky.

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce je navržení zpětnovazebního algoritmu stabilizace polohy rotoru pro reálný systém magnetických ložisek v axiálním směru. K tomu je nutné vytvořit matematický model pro reálný systém, který tvoří dvě soustavy magnetických ložisek s permanentními magnety, hřídel, elektromotor a akční člen VCA. Hřídel je otáčena elektromotorem ve středu dvou soustav magnetických ložisek. Mezi hřídelí a soustavou magnetických ložisek je vzduchová mezera, a proto nedochází k doteku mezi plochami. VCA slouží ke stabilizaci polohy hřídele v axiálním směru. Funkčnost a vlastnosti navrženého řízení a matematického modelu jsou ověřeny simulací.

Klíčová slova: magnetická ložiska, zpětnovazební algoritmus, matematický model, soustava permanentních magnetů, VCA

Abstract

The aim of this bachelor thesis is to design a feedback algorithm for the rotor stabilization of a real system with magnetic bearings in an axial direction. For this purpose a mathematical model of the real system is created. The mathematical model consists of two systems of permanent magnetic bearings, a drive shaft, an electric motor and VCA. The electric motor rotates the drive shaft in the middle of two systems of permanent magnetic bearings. There is an air gap between the magnetic bearings and drive shaft; therefore, these two components are contact-free with no friction. VCA stabilizes the drive shaft in an axial direction. The control design and the mathematical model are verified by a simulation.

Keywords: magnetic bearings, feedback algorithm, system of permanent magnetic bearings, VCA

OBSAH

Úvod	1
1 Model řízeného systému	2
1.1 Interakce permanentních magnetů a hřídele	3
1.1.1 Popis konstrukce soustavy permanentních magnetů	3
1.1.2 Pozorování	4
1.1.3 Model magnetu	4
1.1.4 Aplikace zákonů pro magnetický dipól na soustavu magnetů	8
1.1.5 Charakteristika průběhu síly	9
1.2 Matematický model pro VCA	13
1.2.1 Mechanická část	13
1.2.2 Elektrická část	14
2 Identifikace parametrů systému	15
2.1 Hodnoty parametrů určené měřením	16
3 Řízení systému	18
3.1 Diferenciální rovnice charakterizující řízený systém	18
3.2 Stavová reprezentace systému	20
3.3 Návrh řídicího algoritmu	20
4 Simulace řízeného systému	22
5 Výsledky práce	24
6 Diskuze	25
7 Závěr	26
Literatura	27
Seznam symbolů, veličin a zkratk	28
Seznam příloh	29
A Výpočet stavové zpětné vazby	30
B Výpočet magnetické síly v ose z	31

SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1	model řízeného systému	2
1.2	soustava s magnety a s hřídelí	3
1.3	magnetický dipól	4
1.4	magnetické indukční čáry v řezu plochou xz	6
1.5	magnetické indukční čáry v řezech plochou yz	7
1.6	průběh síly v ose z	10
1.7	deformace soustavy permanentních magnetů	10
1.8	deformace soustavy permanentních magnetů	11
1.9	rozložení síly v řezu plochou xz	11
1.10	rozložení síly v řezech plochy yz	12
1.11	VCA mechanická část	13
1.12	VCA elektrická část	14
3.1	tečna k magnetické síle v bodě nula	19
4.1	simulační schéma	22
4.2	regulace polohy hřídele na konstantní hodnotu při působení konstantní chyby	23
4.3	regulace polohy hřídele na konstantní hodnotu z nenulových počátečních podmínek	23

SEZNAM TABULEK

2.1	Změřené hodnoty parametru a	17
2.2	Určené hodnoty identifikovaných parametrů	17

ÚVOD

Tato práce je důkazem existence původně jen teoreticky předpokládaného využití permanentních magnetů v podobě magnetických ložisek. Uprostřed soustavy magnetických ložisek levituje hřídel, jež je otáčena ve vzduchu bez kontaktu mezi materiály. Soustava magnetických ložisek je stabilizována VCA v axiálním směru, jelikož pro paramagnetické a feromagnetické předměty platí Earnshanowova věta. Earnshanowova věta (původně formulovaná pro elektrostatické pole) říká, že není možné docílit rovnovážného stavu s paramagnetickými nebo feromagnetickými předměty ve volném prostoru se statickým magnetickým polem [9]. Statické magnetické síly působící na libovolný paramagnetický (feromagnetický) předmět vychýlí tento předmět do místa, které je přinejmenším nestabilní v jedné ose. Existují možnosti, jak ustabilizovat předmět v jedné či ve více osách. To lze docílit například prostřednictvím supravodivosti látek (princip maglevu), diamagnetických materiálů (materiály s permeabilitou menší než jedna) nebo elektromagnetů (aktivní magnetická ložiska).

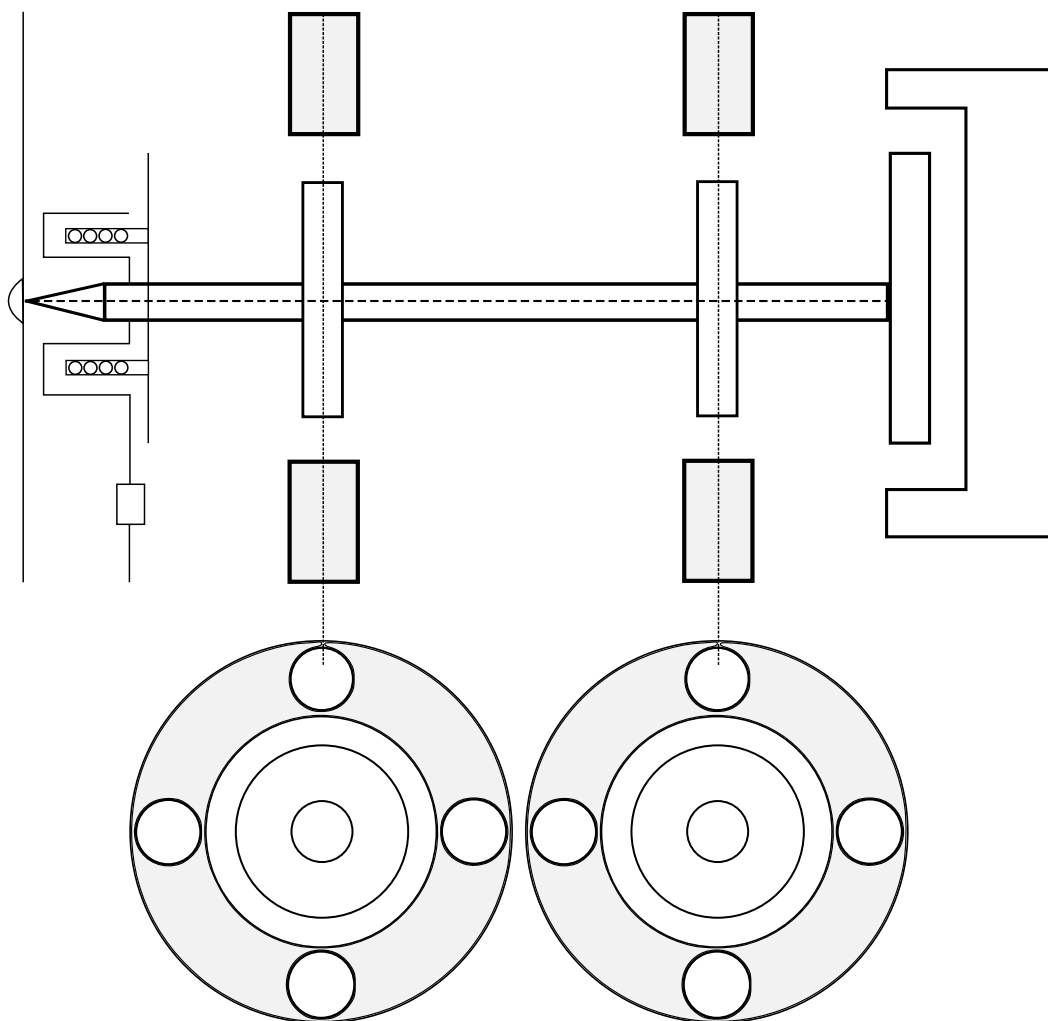
Na rozdíl od aktivních magnetických ložisek využívajících elektromagnetů, pasivní ložiska s permanentními magnety mají menší spotřebu elektrické energie. Nevýhodou bývá nižší tuhost pasivních ložisek, která musí být brána v úvahu.

Při návrhu soustavy magnetických ložisek je nutné popsat silové pole, jež silově působí na hřídel. Toho bylo dosaženo nahrazením válcového permanentního magnetu modelem magnetického dipólu s použitím Maxwellových rovnic. Z Maxwellových rovnic je odvozen Biotův-Savartův zákon za předpokladu stacionárního proudu. Aplikací Biotova-Savartova zákona na magnetický dipól je popsáno magnetické pole v okolí magnetického dipólu. Dále aplikací Ampérova silového zákona se určí rozložení sil v prostoru mezi libovolně umístěným magnetickým dipólem a soustavou magnetických dipólů. V axiálním směru se určí závislost síly na poloze magnetického dipólu. Tato závislost je poté využita při řízení polohy hřídele VCA v axiálním směru.

Magnetická levitace má dnes velmi významné využití. U magnetických ložisek oproti mechanickým ložiskům nedochází k dotyku mezi materiály, tzv. nedochází ke vzniku tření. Zabrání se tak ztrátě energie a opotřebování materiálu zahřátím na vysokou teplotu a jeho deformaci. Dalším příkladem levitace může být nejrychlejší a nejmodernější druh kolejné dopravy, maglev. Tento typ pohonu se jeví jako velmi slibný způsob dopravy v blízké budoucnosti.

1 MODEL ŘÍZENÉHO SYSTÉMU

Model řízeného systému se skládá z akčního členu VCA, z elektromotoru, ze dvou soustav permanentních magnetů a z hřídele, která prochází středem soustav permanentních magnetů (viz schéma 1.1).



Obr. 1.1: model řízeného systému

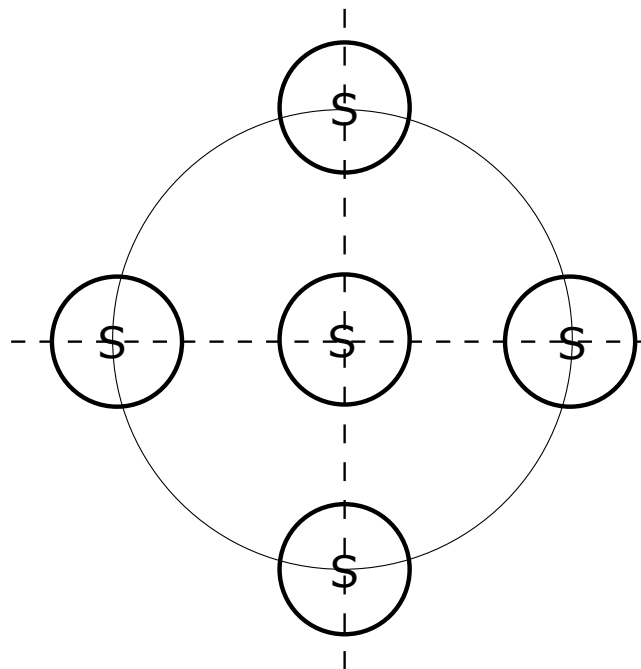
VCA je akční člen, jehož vstupem je proud. VCA obsahuje cívku, do níž je pouštěn proud. Tím se vytvoří magnetické pole v okolí cívky a vzniká interakce mezi hřídelí a VCA. Podle velikosti proudu se buďto přitahují nebo odtahují. Dvě soustavy permanentních magnetů jsou na schématu 1.1 zobrazeny i v řezu, dále pak podrobněji rozebrány na schématu 1.2. Soustava permanentních magnetů se skládá ze čtyř permanentních magnetů stejně zmagnetizovaných. Tyto čtyři perma-

Permanentní magnety jsou vsazeny do magneticky izolačního materiálu a jsou rozestaveny do pomyslné kružnice. Soustavy permanentních magnetů vytváří magnetické pole, jež silově působí na hřídel. V radiálním směru se v blízkosti středu soustavy permanentních magnetů silové účinky působící na hřídel vyruší. Hřídel prochází osou magnetických soustav a je otáčena elektromotorem.

1.1 Interakce permanentních magnetů a hřídele

1.1.1 Popis konstrukce soustavy permanentních magnetů

Permanentní magnety jsou umístěny na pomyslném obvodu kružnice, vzdáleny od sebe o 90 stupňů. Permanentní magnety mají stejnou magnetizaci. Tato konfigurace je středově symetrická. Dvě takto navržené soustavy magnetů posunutě v axiálním směru vytváří dvě magnetická pole. Magnetická pole generovaná soustavami magnetů silově působí na hřídel v axiálním směru. Hřídel je umístěna v osách obou soustav, výslednice sil působících na hřídel v radiálním směru je nulová.



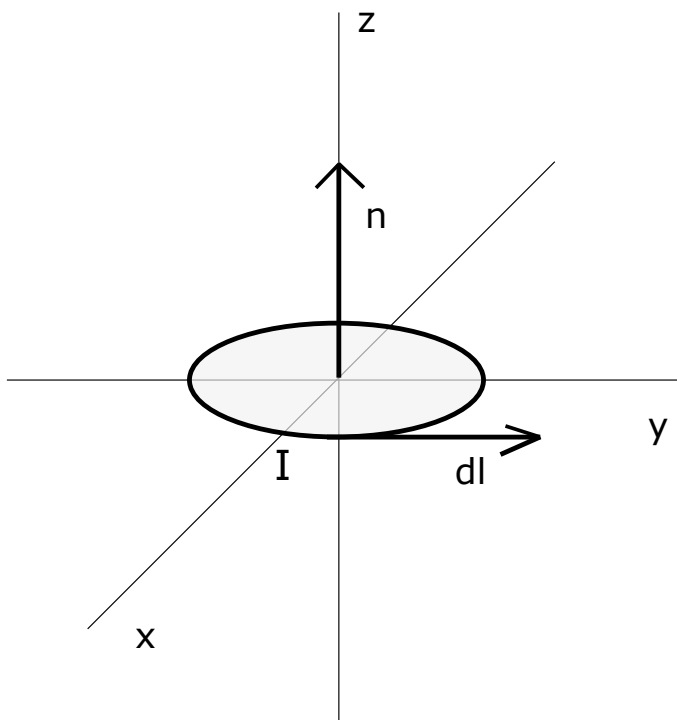
Obr. 1.2: soustava s magnety a s hřídelí

1.1.2 Pozorování

Při sestrování reálného systému se soustavou permanentních magnetů hraje důležitou roli existence rovnovážného bodu v ose procházející středy soustav permanentních magnetů. Rovnovážený bod představuje oblast, kde hřídel setrvává ve středu soustavy, výsledek působících sil v radiálním směru na hřídel je nulový. Hřídel se tedy může pohybovat pouze v axiálním směru. Pokud rovnovážný bod neexistuje, není možné použít matematický model soustav permanentních magnetů. Následující matematický model předpokládá apriori existenci rovnovážného bodu.

1.1.3 Model magnetu

Model válcového magnetu je aproximován magnetickým dipólem. Magnetický dipól lze popsat jako uzavřenou nekonečně tenkou smyčku (kružnice) s konečnou plochou, jíž prochází konstantní proud. Uzavřená nekonečně tenká smyčka, kterou prochází konstantní proud, generuje magnetické pole. Magnetické pole lze kvantitativně charakterizovat pomocí jeho silového působení jako vektor magnetické indukce [2].



Obr. 1.3: magnetický dipól

Definice 1.1 (Magnetická indukce). Magnetická indukce je fyzikální vektorová veličina v prostoru popisující silové účinky magnetického pole na pohybující se elektricky nabitou částici. Vektor magnetické indukce závisí na poloze v prostoru, tj. magnetická indukce v prostoru se dá popsat vektorovým polem [3].

Pro výpočet magnetické indukce pro stacionární proudy lze použít Biotův-Savartův zákon. Jean Babtiste Biot a Félix Savart experimentálně zjistili, že vektor magnetické indukce je úměrný elektrickému proudu a že závisí na tvaru vodiče, kterým protéká proud a na vzdálenosti od něj [5]. Jejich myšlenku matematicky zformuloval Pierre Simon de Laplace do následujícího zákona:

Věta 1.1 (Biotův-Savartův zákon [4]). *Nechť l je vodič protékaný proudem (stacionárním) I , pak jeho element $d\mathbf{l}$ přispívá k magnetické indukci v obecném bodě \mathbf{r} s počátečním bodem \mathbf{r}' hodnotou:*

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (1.1)$$

kde μ_0 je permeabilita vakua

Důkaz. Vyjdeme z následujících dvou upravených Maxwellových rovnic.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. (\text{nezřídlovost magnetického pole}) \quad (1.2)$$

$$\text{rot}(\mathbf{B}) = \mu_0 \mathbf{J}. (\text{Ampérův zákon}) \quad (1.3)$$

Předpokládejme, že platí pro vektorový potenciál magnetického pole \mathbf{A} :

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}. \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (1.5)$$

pak platí:

$$\text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}) = \nabla \cdot \nabla \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (1.6)$$

$$\Delta \cdot \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (1.7)$$

Řešením (1.7) (Poissonovy rovnice) je:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r'. \quad (1.8)$$

Dále stačí jen spočítat $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$.

$$\nabla \times \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}. \quad (1.9)$$

Odtud se dostane.

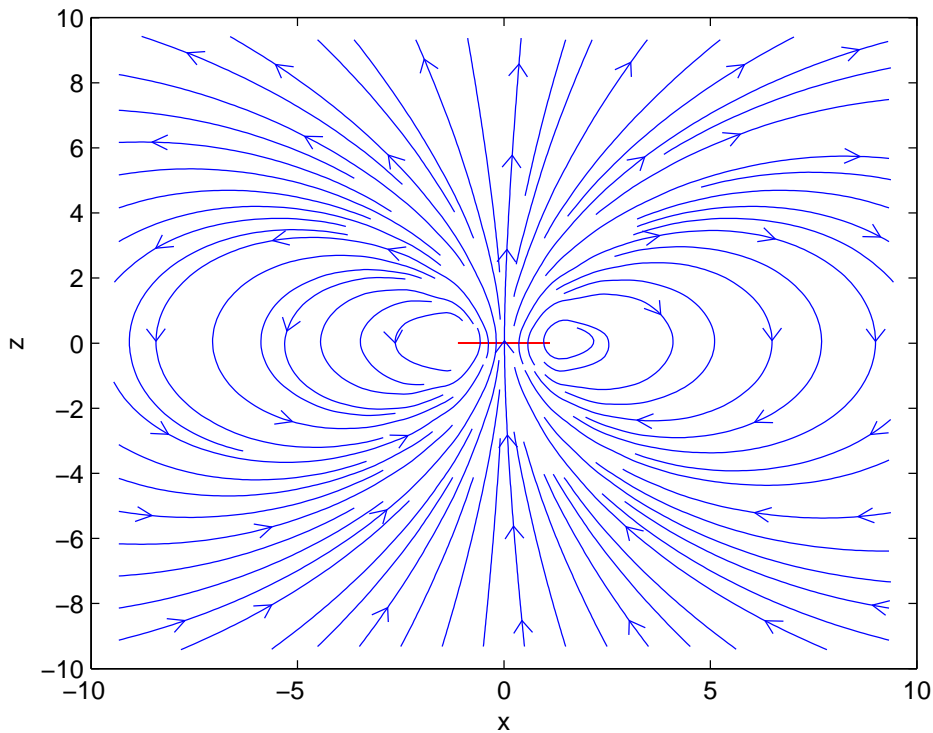
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3r'. \quad (1.10)$$

Toto je výsledná podoba Biotova-Savartova zákona pro vodič konečné tloušťky. Pokud je tloušťka nekonečně malá, vztah (1.10) lze upravit na:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}. \quad (1.11)$$

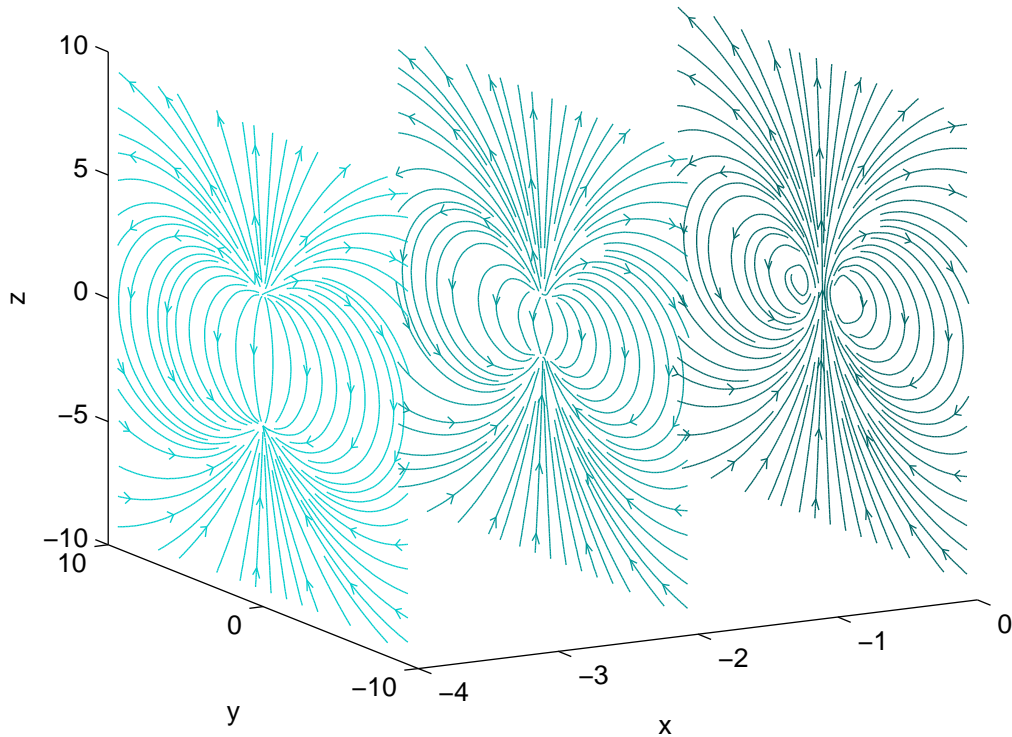
□

Použitím Biotova-Savartova vztahu (1.11) pro vodič s nekonečně malou tloušťkou lze získat rozložení vektoru magnetické indukce v prostoru pro magnetický dipól.



Obr. 1.4: magnetické indukční čáry v řezu plochou xz

Na grafu 1.4 je zobrazen řez rovinou xz pro $y = 0$. Modře jsou obarveny magnetické indukční čáry, jež jsou získány lineární interpolací vektorového magnetického pole. Červeně je obarven vodič s nekonečně malou tloušťkou představující magnetický dipól. Navíc jsou magnetické indukční čáry rotačně symetrické podle osy z .



Obr. 1.5: magnetické indukční čáry v řezech plochou yz

Na grafu 1.5 jsou řezy rovinou yz , na níž jsou magnetické indukční čáry magnetického dipólu pro $x = -4, -2, 0$.

Věta 1.2 (Ampérův silový zákon [1]). *Zákon formulovaný v diferenciálním vektorovém tvaru stanoví sílu $d\mathbf{F}$, kterou působí magnetické pole o magnetické indukci \mathbf{B} na element lineárního elektrického vodiče o délce a směru $d\mathbf{l}$ protékaného stacionárním elektrickým proudem I . Tento vztah lze zapsat rovnicí:*

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}. \quad (1.12)$$

Uvedený Ampérův zákon je uveden bez důkazu (lze odvodit z Maxwellových rovnic). Dále bude použit pro výpočet magnetické síly vzniklé interakcí soustavy magnetických dipólů a jednoho magnetického dipólu.

1.1.4 Aplikace zákonů pro magnetický dipól na soustavu magnetů

Cílem je získání síly, jež vzniká interakcí soustavy permanentních magnetů a hřídele v libovolném bodě prostoru. Tato síla se dá jinými slovy interpretovat jako působení soustavy dipólů na jeden dipól. Pro výpočet síly se použijí vztahy 1.11 a 1.12. Pro výslednou sílu díky principu superpozice platí:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4, \quad (1.13)$$

kde \mathbf{F}_i je síla vzniklá působením i -tého dipólu ze soustavy magnetů na dipól zastupující hřídel. Po rozepsání platí:

$$\mathbf{F} = I \int_c d\mathbf{l} \times \mathbf{B}, \quad (1.14)$$

$$\mathbf{F} = I_1 \int_c d\mathbf{l} \times \mathbf{B}_1 + I_2 \int_c d\mathbf{l} \times \mathbf{B}_2 + I_3 \int_c d\mathbf{l} \times \mathbf{B}_3 + I_4 \int_c d\mathbf{l} \times \mathbf{B}_4, \quad (1.15)$$

kde \mathbf{B}_i je magnetická indukce vzniklá působením i -tého dipólu ze soustavy magnetů na dipól zastupující hřídel. I_i jsou proudy procházející smyčkami soustavy dipólů. C je křivka určená parametrizací smyčky dipólu představující hřídel.

A tedy síla \mathbf{F}_{ij} s využitím vztahu (1.11) je určena vztahem:

$$\mathbf{F}_i = I_i \int_c d\mathbf{l} \times \mathbf{B}_i \quad (1.16)$$

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i \int_c \int_k \frac{d\mathbf{l}_i \times (d\mathbf{l}_j \times \mathbf{r}_{ij})}{|\mathbf{r}_{ij}|^3} \quad (1.17)$$

Parametrizace dipólů soustavy permanentních magnetů popisujících rozložení vodičů v prostoru:

$$\gamma: (s) \mapsto (x, y, z) \quad x = r \cos s + d_x, \quad (1.18)$$

$$y = r \sin s + d_y, \quad (1.19)$$

$$z = 0, \quad s \in (0, 2\pi). \quad (1.20)$$

Prírůstek $d\mathbf{l}$ lze vyjádřit pomocí parametrizace vodiče.

$$d\mathbf{l} = \gamma'(s)ds. \quad (1.21)$$

Po dosazení parametrizace do rovnice (1.17):

$$\begin{aligned}
d\mathbf{l}_i &= (-r_i \sin s_i, r_i \cos s_i, 0). \\
d\mathbf{l}_j &= (-r_j \sin s_j, r_j \cos s_j, 0). \\
\mathbf{r}_{ij} &= (x + r_i \cos s_i - r_j \cos s_j - d_x, y + r_i \sin s_i - r_j \sin s_j - d_y, z). \\
|\mathbf{r}_{ij}|^3 &= |(x + r_i \cos s_i - r_j \cos s_j - d_x, y + r_i \sin s_i - r_j \sin s_j - d_y, z)|^3. \\
D &:= |\mathbf{r}_{ij}|^3. \\
(d\mathbf{l}_j \times \mathbf{r}_{ij})(x) &= r_j(z \cos s_j). \\
(d\mathbf{l}_j \times \mathbf{r}_{ij})(y) &= r_j(z \sin s_j). \\
(d\mathbf{l}_j \times \mathbf{r}_{ij})(z) &= r_j(r_j - r_i \cos(s_j - s_i) - \sin s_j(y - d_y) - \cos s_j(x - d_x)).
\end{aligned}$$

A konečně pro jednotlivé složky síly platí:

$$\mathbf{F}_{ij}(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i r_i \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos s_i (d\mathbf{l}_j \times \mathbf{r}_{ij})(z)}{D}. \quad (1.22)$$

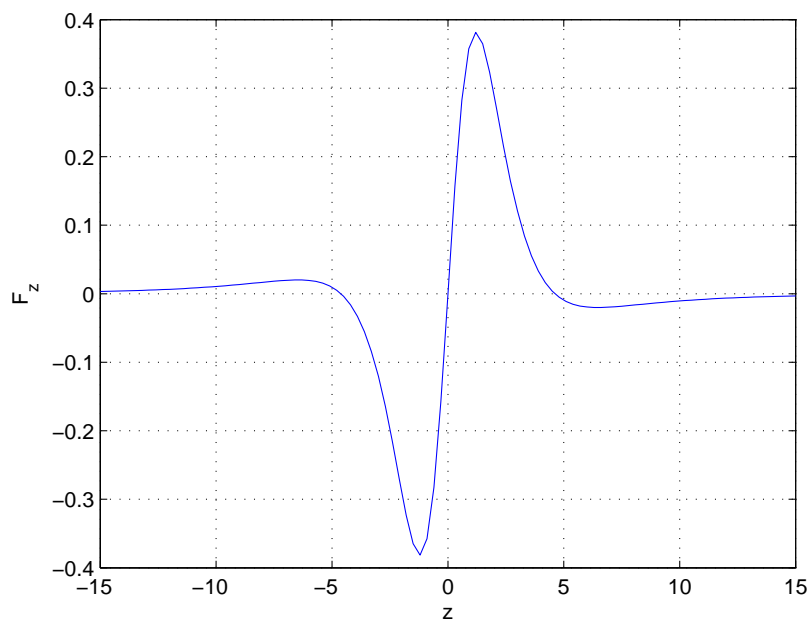
$$\mathbf{F}_{ij}(y) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i r_i \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin s_i (d\mathbf{l}_j \times \mathbf{r}_{ij})(z)}{D}. \quad (1.23)$$

$$\mathbf{F}_{ij}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i r_j \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-z(\cos(s_j - s_i))}{D}. \quad (1.24)$$

1.1.5 Charakteristika průběhu síly

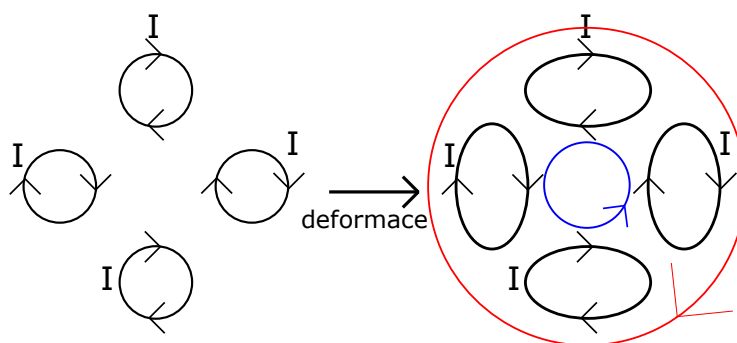
Pro následující charakteristiky je zvoleno $r_i = 1$, $r_j = 1$ a $\frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i = \text{konstanta}$. Znaménka u I_j a I_i jsou pevně nastavena, aby sever u magnetů byl v kladném směru osy z a jih naopak v záporném směru.

Na obrázku 1.6 lze pozorovat průběh síly \mathbf{F}_z v ose z . Touto silou působí soustava permanentních magnetů na hřídel. Díky symetrii soustavy magnetů je funkce \mathbf{F}_z lichá. U síly dochází ke třem překmitům (tj. vektor síly nabývá nulové hodnoty). Jedná se o překmit v počátku, kdy $z = 0$. V okolí tohoto bodu je systém nestabilní v axiálním směru. Překmity pro hodnoty $z = k$ a $z = -k$ vznikají, protože v dostatečně vzdálenosti se soustava 4 permanentních magnetů chová jako 1 permanentní magnet. Avšak zde už hřídel při vychýlení v radiálním směru není přitahována do středu soustavy. Rovnovážný bod byl výpočetně (v radiálním směru) určen na intervalu prvního překmitu do prvních okolních maxim. Dále už rovnovážný bod neexistuje.

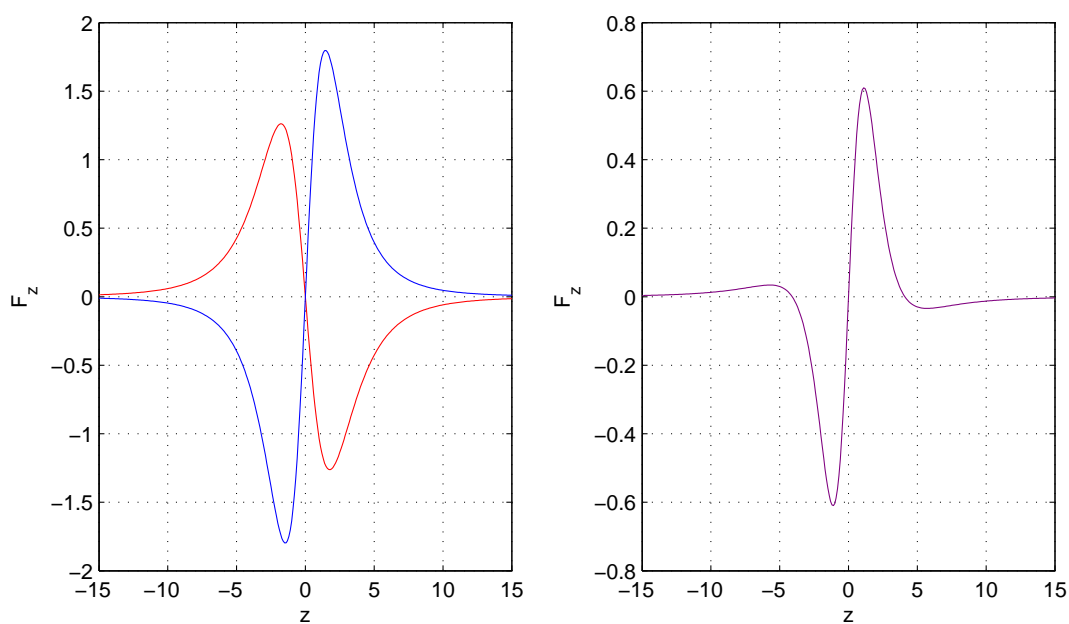


Obr. 1.6: průběh síly v ose z

Jiný pohled na vznik překmitu síly 1.6 lze získat provedením deformace na soustavě magnetických dipólů. Dipóly se zdeformují „dostatečně“ blízko u sebe, aby v místě doteku došlo k vyrušení jejich působení (orientace proudů jsou opačné v doteku). Tedy celá soustava magnetických dipólů je interpretována jako dvě soustředné proudové smyčky s opačným směrem obtékání proudu. V místě blízkém středu soustavy má „převahu“ podle obrázku 1.7 modře vybarvená smyčka. V dostatečné vzdálenosti od středu se celková soustava bude chovat jako červeně obarvená smyčka. Díky tomuto jevu musí nutně dojít k překmitu v nule.

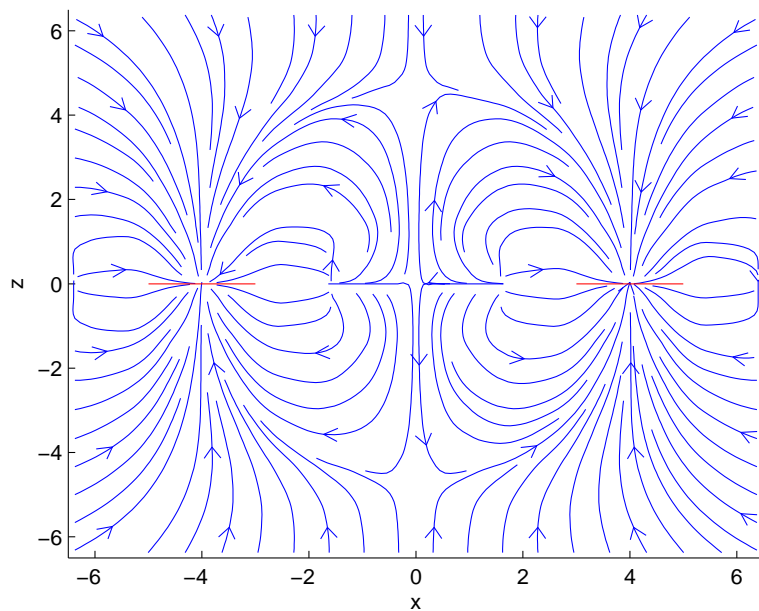


Obr. 1.7: deformace soustavy permanentních magnetů



Obr. 1.8: deformace soustavy permanentních magnetů

Na grafech 1.8 je ukázána platnost vzniku překmitu složením dvou smyček (obrázek 1.7). Průběh \mathbf{F}_z přibližně odpovídá průběhu grafu 1.6.

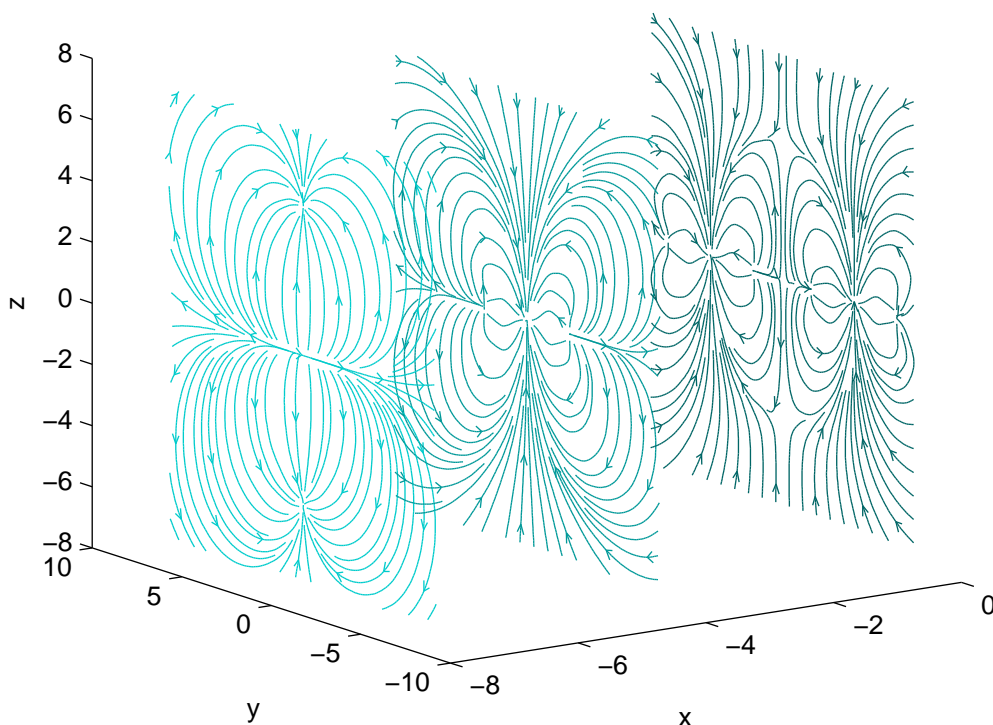


Obr. 1.9: rozložení síly v řezu plochou xz

Siločáry \mathbf{F} generované přes mřížku bodů jsou zobrazeny na grafu 1.9. V blízkosti

magnetických dipólů je průběh siločar specifický pro konfiguraci 4 magnetických dipólů. V dostatečné vzdálenosti od magnetických dipólů se soustava může nahradit jedním dipólem (graf 1.9).

Vyobrazení siločar \mathbf{F} je symetrické, nesymetričnosti na grafu 1.9 jsou způsobeny numerickým integrováním integrandu. Jádro integrandu v blízkosti magnetických dipólů nabývá hodnot blízkých nule, a to způsobuje numerické chyby.



Obr. 1.10: rozložení síly v řezech plochy yz

Graf 1.10 zobrazuje tři řezy plochou yz. První zprava se nachází přesně uprostřed soustavy. Druhý prochází krajním magnetem a poslední je mimo soustavu. Tyto řezy potvrzují jiné silové působení uvnitř a vně soustavy.

1.2 Matematický model pro VCA

1.2.1 Mechanická část

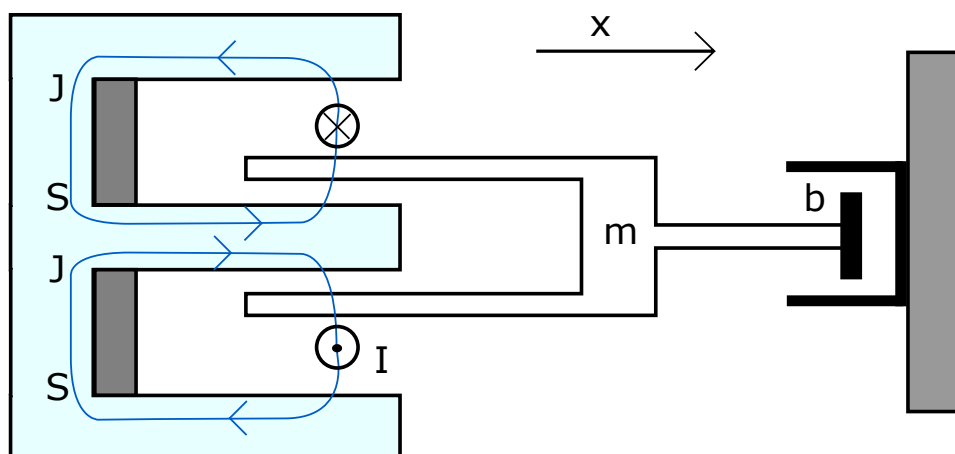
Základní rovnice dynamiky tělesa (pohybová rovnice) ve vektorovém tvaru:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}, \quad (1.25)$$

okamžité zrychlení tělesa je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné setrvačné hmotnosti tělesa. V ose x pro \mathbf{F} platí:

$$F_x = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}, \quad (1.26)$$

Model VCA je znázorněn na obrázku 1.11. Pro sestavení rovnice dynamiky pro VCA je nejprve nutno určit všechny působící síly.



Obr. 1.11: VCA mechanická část

Jednou z těchto sil je síla vzniklá působením magnetického pole na závitů cívky.

$$F_x = 2\pi r N B I, \quad (1.27)$$

kde N je počet závitů cívky, r je poloměr závitů cívky, I je proud procházející cívkou a B je magnetické pole vyvolané permanentními magnety VCA.

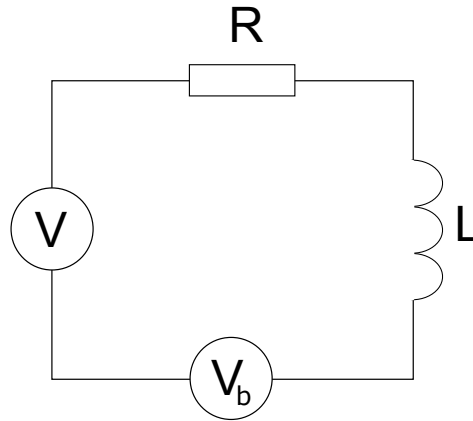
Silou působící proti pohybu je síla tlumící s koeficientem tlumení b . Tlumící síla je přímo úměrná rychlosti. Rovnice dynamiky pro VCA je:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + b \cdot \frac{dx}{dt} = \gamma \cdot I, \quad (1.28)$$

kde $\gamma = 2\pi rNB$.

1.2.2 Elektrická část

Schéma elektrické části je zachyceno na obrázku 1.12. Elektrické zapojení se skládá z cívky, z odporu, z indukovaného a elektromotorického napětí.



Obr. 1.12: VCA elektrická část

Popis elektrické části VCA se získá aplikací druhého Kirchhoffova zákona (1.3).

Věta 1.3 (Druhý Kirchhoffův zákon [6]). *Součet úbytků napětí na všech odporech ve smyčce je roven celkovému elektromotorickému napětí zdrojů smyčky. Tedy:*

$$\sum_{k=1}^N R_k I_k = \sum_{j=1}^M U_e. \quad (1.29)$$

Ze vztahu (1.29) platí:

$$L \cdot \frac{dI}{dt} + R \cdot I + \gamma \cdot \frac{dx}{dt} = V, \quad (1.30)$$

kde $L \cdot \frac{dI}{dt}$ je napětí na cílce, $R \cdot I$ je napětí na rezistoru a $\gamma \cdot \frac{dx}{dt}$ je indukované napětí, jež vzniká pohybem cívk v magnetickém poli (Lenzův zákon) a V je elektromotorické napětí.

2 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMU

Před samotnou simulací je nutno určit parametry simulovaného systému určené identifikací reálného systému. Parametry jako váhu hřídele, indukčnost cívky a induktanci (VCA), konstantu síly (VCA) a parametr tření (VCA), lze získat pomocí standardních měřících přístrojů a k nim příslušných metod.

Důležité je určit parametr tečny k magnetické síle v ose z v počátečním bodě. Pokud na hřídel působí pouze magnetická síla, rovnici modelu lze zapsat jako

$$F_{mag} = kx = m\ddot{x}, \quad (2.1)$$

jejíž postupnou úpravou se přejde na tvar charakteristické rovnice

$$m\ddot{x} - kx = 0 \quad (2.2)$$

$$\ddot{x} - \frac{k}{m}x = 0 \quad (2.3)$$

$$\lambda^2 - \frac{k}{m} = 0, \quad (2.4)$$

která má dvě vlastní čísla $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{k}{m}} = \pm a$. Obecné řešení je ve tvaru $x(t) = c_1e^{\lambda_1 t} + c_2e^{\lambda_2 t}$. Zvolením počátečních podmínek $x(0) = \epsilon$ a $\dot{x}(0) = 0$ vznikne soustava dvou lineárních rovnic.

$$c_1 + c_2 = \epsilon \quad (2.5)$$

$$c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2 = 0. \quad (2.6)$$

Dosazením vlastních čísel $\pm a$ do rovnic (2.5) a (2.6).

$$c_{1,2} = \frac{\epsilon}{2}. \quad (2.7)$$

Výsledným řešením je

$$x(t) = \frac{\epsilon}{2} (e^{at} + e^{-at}). \quad (2.8)$$

Ukazuje se z naměřených dat, že reálný systém též vykazuje exponenciální charakter při vychýlení z rovnovážné polohy. Problémem je určení dvou parametrů rovnice (2.8). Parametr ϵ je určen $x(t)$ v bodě nula. Při měření se těžko určuje, jelikož parametr ϵ určuje, kde se nachází $x(t)$ vůči soustavě souřadnic a to není známo. Z toho důvodu je výpočet parametru a uskutečněn pomocí funkce $f(a)$.

$$f(a) = \frac{x(t_2)}{x(t_1)} = \frac{e^{at_2} + e^{-at_2}}{e^{at_1} + e^{-at_1}} \quad (2.9)$$

Funkce $f(a)$ daná rovnicí (2.9) již neobsahuje parametr ϵ . Záleží pouze na parametru a a dvou po sobě jdoucích časových okamžicích a hodnotě posunutí $x(t)$ v těchto časech. Dále se rovnice (2.9) upraví definováním časového přírůstku $t_2 = t_1 + \Delta$.

$$f(a) = \frac{e^{a(t_1+\Delta)} + e^{-a(t_1+\Delta)}}{e^{at_1} + e^{-at_1}} = e^{a\Delta} = e^{a(t_2-t_1)} \quad (2.10)$$

Z (2.10) se parametr a získá následující úpravou.

$$f(a) = \frac{x(t_2)}{x(t_1)} = e^{a(t_2-t_1)} \quad (2.11)$$

$$\ln \frac{x(t_2)}{x(t_1)} = \ln e^{a(t_2-t_1)} \quad (2.12)$$

$$a = \frac{\ln \frac{x(t_2)}{x(t_1)}}{t_2 - t_1} \quad (2.13)$$

Hodnota parametru k je tedy.

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = a \quad (2.14)$$

$$k = ma^2 \quad (2.15)$$

$$= m \left(\frac{\ln \frac{x(t_2)}{x(t_1)}}{t_2 - t_1} \right)^2 \quad (2.16)$$

2.1 Hodnoty parametrů určené měřením

Parametr a byl zjištěn naměřením hodnot při vychýlení hřídele z rovnovážné polohy. Charakteristikou byla velikost vychýlení v závislosti na čase. Z měřených hodnot v tabulce 2.1 byl určen medián ($a = 164$) a ten byl použit pro výpočet parametru k .

Identifikací parametrů systému vyšly naměřené hodnoty parametrů v tabulce 2.2. Určené hodnoty identifikovaných parametrů jsou dále použity pro simulaci.

Tab. 2.1: Změřené hodnoty parametru a

Parametry	
a_1	156
a_2	153
a_3	194
a_4	224
a_5	180
a_6	200
a_7	146
a_8	143
a_9	184
a_{10}	214
a_{11}	162
a_{12}	162
a_{13}	148
a_{14}	205
a_{15}	142
a_{16}	201
a_{17}	166
a_{18}	153
a_{19}	154
a_{20}	151

Tab. 2.2: Určené hodnoty identifikovaných parametrů

Parametry	
k	6455
m	0.24
γ	2.4
L	$48.2 \cdot 10^{-6}$
R	0.76
b	0

3 ŘÍZENÍ SYSTÉMU

Úkolem řízení systému s magnetickými ložisky je stabilizace polohy hřídele v axiálním směru. Tato úloha řízení je zprvu provedena bez rotace elektromotoru. Pro řízení systému se využívá metod modálního řízení, resp. přiřazení Jordanovy formy stavovou zpětnou vazbou.

3.1 Diferenciální rovnice charakterizující řízený systém

Nejprve je nutno určit diferenciální rovnice charakterizující systém. Působení magnetické síly F_m na hřídel o hmotnosti m bez působení třecích sil je dán rovnicí (3.1).

$$m\ddot{x} = F_m. \quad (3.1)$$

$$F_m = kx. \quad (3.2)$$

$$m\ddot{x} = kx, \quad (3.3)$$

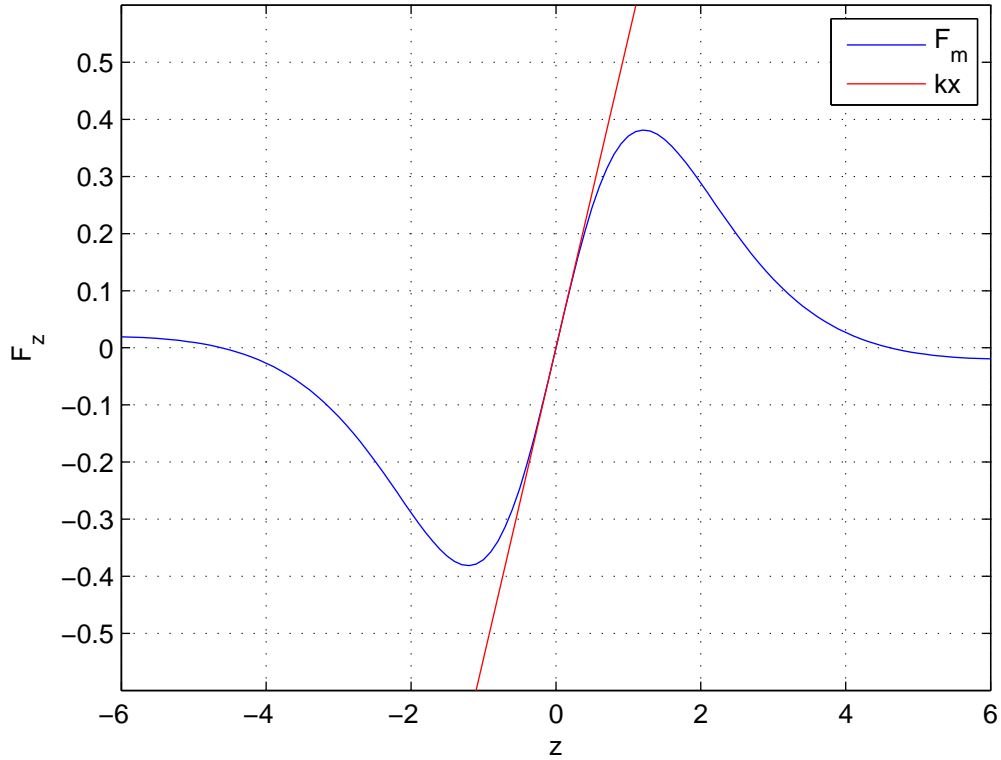
Síla (3.2) je získána linearizací magnetické síly (1.24) v bodě nula. Pro hodnotu derivace magnetické síly v bodě nula (neboli směrnice k (3.2)) platí :

$$\frac{d\mathbf{F}_m(x)}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i r_j r_i \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(\cos(s_j - s_i)(|\mathbf{r}_{ij}|^2 - 3x^2))}{|\mathbf{r}_{ij}|^5} \Big|_{x=0} \quad (3.4)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I_j I_i r_j r_i \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-(\cos(s_j - s_i))}{|\mathbf{r}_{ij}|^3} \Big|_{x=0} \quad (3.5)$$

$$= k. \quad (3.6)$$

Průběh magnetické síly F_m a její tečny kx v bodě nula v ose z je znázorněn na grafu 3.1.



Obr. 3.1: tečna k magnetické síle v bodě nula

Rovnice (3.9) popisuje mechanickou část VCA, model magnetické síly (3.3) a obecnou chybu F_d . Rovnice (3.10) popisuje elektrickou část VCA. Rovnice (3.8) je přidána z požadavku nulové regulační odchylky v ustáleném stavu. Platí, že:

$$z = \int_0^t (x(\tau) - s_p) d\tau. \quad (3.7)$$

Následující diferenciální rovnice popisují kompletní matematický model. Hodnota s_p je vzdálenost mezi středem soustavy magnetů a přístrojem měřící aktuální polohu hřídele.

$$\dot{z} = x - s_p. \quad (3.8)$$

$$m\ddot{x} = k(x - s_p) + \gamma I - b\dot{x} + F_d. \quad (3.9)$$

$$L\dot{I} + RI = -\gamma\dot{x} + V. \quad (3.10)$$

3.2 Stavová reprezentace systému

Rovnice (3.8), (3.9) a (3.10) popisující kompletní matematický model se převedou na soustavu diferenciálních rovnic 1. řádu volbou vektoru stavu $x(t) = [x - s_p, \dot{x}, I, z]^T$.

Soustava diferenciálních rovnic 1. řádu se dále přepíše do stavového modelu. Tento model bude lineární spojité t-invariantní systém.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (3.11)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (3.12)$$

kde $x \in \mathbb{R}^n$ je stavový vektor, $u \in \mathbb{R}^m$ je vektor vstupu, $y \in \mathbb{R}^p$ je výstupní vektor a A , B a C jsou konstantní a reálné matice. Stavová reprezentace systému bez řízení vypadá následovně.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{I} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k}{m} & -\frac{b}{m} & \frac{\gamma}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{\gamma}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - s_p \\ \dot{x} \\ I \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ F_d \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - s_p \\ \dot{x} \\ I \\ z \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.3 Návrh řídicího algoritmu

Pro řízení systému magnetických ložisek s permanentními magnety je navrženo modální řízení. Termín modální řízení je možné vysvětlit tím, že pólům odpovídají příslušné vlastní pohyby systému, které se nazývají módy [7]. Standardní metodu modálního řízení reprezentuje přiřazení pólů (módů) stavovou zpětnou vazbou či výstupní statickou zpětnou vazbou. Přísnějším požadavkem nežli je přiřazení pólů, je přiřazení Jordanovy formy [7]. Zde je použito částečné přiřazení Jordanovy formy stavovou zpětnou vazbou. Oproti běžným metodám nabízí všechna řešení. To lze využít při návrhu robustních regulátorů.

Definice 3.1 (Částečné přiřazení Jordanovy formy stavovou zpětnou vazbou). Je dán lineární spojitý t-invariantní systém rovnicemi (3.11) a (3.12). Stavová zpětná vazba vypadá následovně.

$$u(t) = Fx(t), \quad F \in \mathbb{R}^{m \times n}. \quad (3.15)$$

Pak částečným přiřazením Jordanovy formy stavovou zpětnou vazbou je [8].

$$\mathcal{F}_s(A, B, L) \triangleq \left\{ F \in \mathbb{R}^{m \times n} : (A + BF) \sim \begin{bmatrix} L & * \\ 0 & * \end{bmatrix} \right\}, \quad (3.16)$$

kde $L \in \mathbb{R}^{s \times s}$ je daná reálná Jordanova forma. Pro s platí, že $1 \leq s < n$, neboli se jedná o neúplné přiřazení. Symboly * označují libovolné reálné matice vhodných rozměrů a symbol \sim reprezentuje relaci podobnosti matic. Kdy je množina $\mathcal{F}_s(A, B, L)$ neprázdná pojednává článek [10].

Pro výpočet zpětné stavové vazby byla použita knihovna napsaná v Matlabu. Skript s výpočtem je možné vidět v příloze. Vstupní parametry jsou získány indentifikací (tabulka 2.2). Vlastní čísla otevřeného systému vyšla 0, -158, 150 a -12440. Vlastní čísla 0 a 150 jsou nestabilní. Pro stabilizaci systému je nejprve nutno stanovit Jordanovy bloky s žádanými póly. Žádané póly se zvolily jako -20 a dvě komplexně sdružená čísla -5+i a -5-i. Jordanovy bloky vypadají následovně.

$$J_1 = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}, \quad J_2 = [20] \quad (3.17)$$

Jelikož se jedná o neúplné přiřazení Jordanovy formy, lze u stavové zpětné vazby jeden člen volit. Tento člen se zvolí jako nulový. A tedy řízení nebude ovlivněno velikostí proudu. Řízení bude závislé pouze na rychlosti a poloze hřídele a na integraci polohy. Pro takto zvolenou konfiguraci vyšly následující hodnoty.

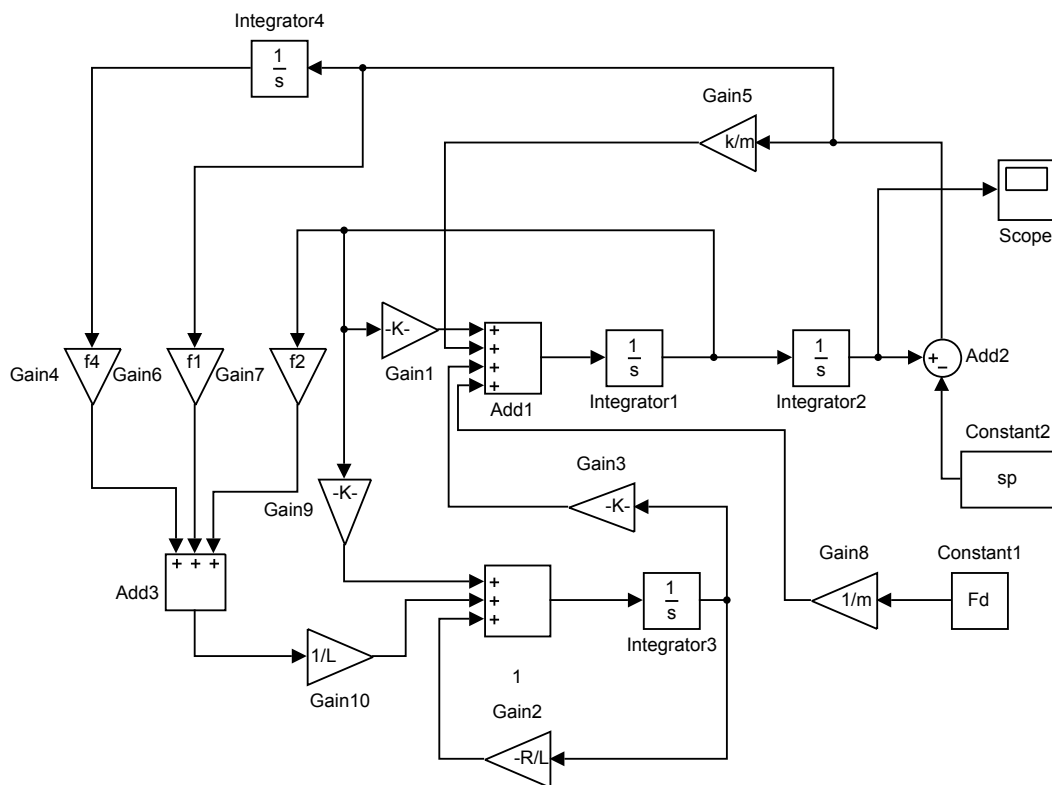
$$f_1 = 9758.95, \quad f_2 = 6.17, \quad f_3 = 0, \quad f_4 = 59.87 \quad (3.18)$$

a navržené stavové zpětnovazebné řízení je následovné.

$$u(t) = f_1 e + f_2 \dot{e} + \int e dt \quad (3.19)$$

4 SIMULACE ŘÍZENÉHO SYSTÉMU

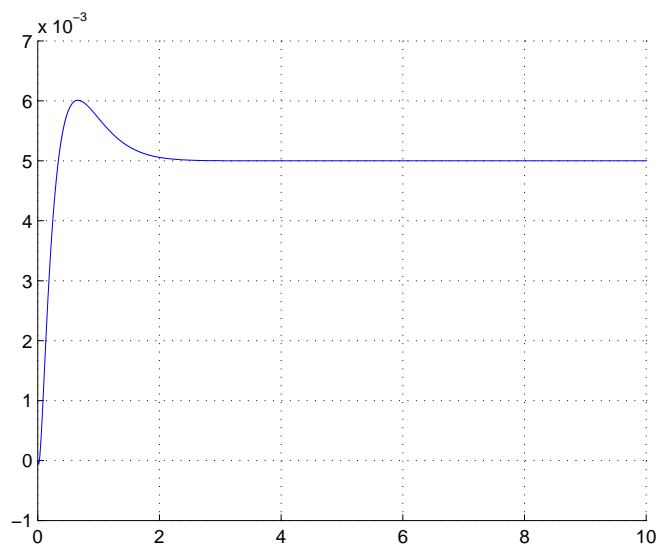
Simulace je provedena v Simulinku, což je nadstavba programovacího prostředí Matlab. Schéma zapojení jednotlivých částí je odvozeno z diferenciálních rovnic popisující modelovaný systém 3.8, 3.9 a 3.10.



Obr. 4.1: simulační schéma

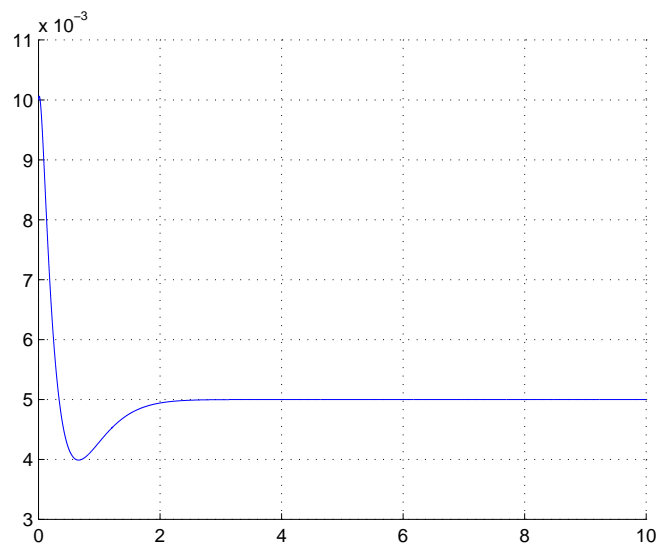
Mechanická část modelu je zatížena obecnou chybou F_d , která kompenzuje nepřesnosti modelu. s_p určuje ustálenou regulační hodnotu. f_1 , f_2 a f_4 jsou parametry stavové zpětné vazby $u(t) = Fx$.

Na grafu 4.2 je sledování referenčního signálu z nulových počátečních podmínek za působení nenulové poruchy na požadovanou hodnotu.



Obr. 4.2: regulace polohy hřídele na konstantní hodnotu při působení konstantní chyby

Na grafu 4.3 je sledování referenčního signálu z nenulových počátečních podmínek bez působení poruchy na požadovanou hodnotu.



Obr. 4.3: regulace polohy hřídele na konstantní hodnotu z nenulových počátečních podmínek

5 VÝSLEDKY PRÁCE

Podářilo se vytvořit matematický model soustavy magnetických ložisek s využitím zákonů elektromagnetismu. Matematický model popisuje silové působení soustavy pasivních magnetických ložisek v prostoru. Odtud byl získán požadovaný průběh síly v ose z mezi soustavou pasivních magnetických ložisek a hřidel. Z průběhu síly bylo usouzeno, že lze magnetickou sílu nahradit tečnou v počátku pro dostatečně blízké okolí. Navíc mezi počátkem a dostatečně blízkým okolím pro danou konfiguraci soustavy pasivních magnetických ložisek bylo dokázáno, že vychýlení v radiálním směru je stabilní a samo se středí. Proto bylo možno použít tento matematický model. Pro daný matematický model soustavy magnetických ložisek bylo provedeno experimentální měření. Experimentálním měřením na reálném systému byl zjištěn nárůst magnetické síly mezi středem a dostatečně blízkým okolím soustavy magnetických ložisek. Míra nárůstu byla použita pro výpočet směrnice tečny magnetické síly v počátku. Tímto bylo teoreticky a prakticky zjištěno působení soustavy pasivních ložisek a hřídele.

Dále byla získaná charakteristika použita pro návrh řízení akčním členem VCA. Pro VCA bylo též nutno sestavit matematický model pro jeho mechanickou a elektrickou část. Do vstupu VCA jsou přivedeny aktuální naměřená poloha hřídele, aktuální rychlost (derivace okamž. polohy) a integrál polohy. Vstup tedy tvoří PID regulátor. Parametry PID regulátoru byly zjištěny pomocí metody modulárního řízení, přesněji se jedná o metodu přiřazení Jordanovy formy stavovou zpětnou vazbou. Jelikož celkový systém, včetně regulátoru, obsahuje astatismus prvního řádu, trvalá regulační odchylka při působení konstantní poruchy nebo nenulových počátečních podmínek je nulová.

Nakonec bylo navržené řízení nasazeno na reálný systém. Během testování řízení bylo zjištěno, že na reálném systému jsou mechanické nepřesnosti. Hřidel není přesně vyvážená na střed a nepasuje přesně na VCA. To zanáší chybu do snímače aktuální polohy hřídele, což znamená nesprávné vyhodnocení a nesprávnou reakci na daný stav. I přes tyto nedostatky bylo možno pozorovat levitující hřidel, která se později vlivem zmíněných chyb nevratně vychýlila jedním směrem.

6 DISKUZE

Soustava magnetických pasivních ložisek se skládá z magnetů s axiální magnetizací. Ovšem to není jediná možná konfigurace. Lze například zvolit radiální směr magnetizace, který by měl zvýšit tuhost soustavy pasivních ložisek. Jinak řečeno maximální hmotnost nákladu, kterou lze zatížit hřídel, aby setrvala ve středu soustavy pasivních ložisek. Tuhost je tedy jednou z důležitých vlastností, která musí být brán ohled při návrhu reálného systému.

Dalším aspektem k zamyšlení je konfigurace pasivního ložiska z hlediska tvaru. Jednou z možností je použití konečného počtu permanentních magnetů sestavených do symetrického kruhu, což je řešení, o kterém pojednává tato práce. Jinou možností je spojitý dutý permanentní magnet, který reprezentuje celou soustavu permanentních magnetů. Řešení se spojitým dutým permanentním magnetem bylo prakticky vyzkoušeno a ukázalo se, že nebylo schopné vystředit hřídel, která setrvala u kraje.

V návaznosti na tuto práci by bylo též přínosné prozkoumat odlišné konfigurace hřídele a spojitého permanentního magnetu. Tedy zjistit, zda-li při specifické volbě parametrů existuje rovnovážný bod soustavy, tj. hřídel by setrvala ve středu.

7 ZÁVĚR

Pro návrh řízení reálného systému magnetických ložisek byl vytvořen matematický model magnetických ložisek na základě zákonů elektromagnetismu. Matematický model popisuje silové působení soustavy pasivních magnetických ložisek v prostoru. Tento model byl použit pro následné řízení akčním členem VCA. Řízení bylo realizováno přiřazením Jordanovy formy stavovou zpětnou vazbou. Řízení bylo aplikováno na reálný systém. Výsledky byly zatíženy nepřesností modelu. I přes tyto nedostatky bylo možno pozorovat na krátký časový úsek levitující hřídel.

LITERATURA

- [1] *Ampérův silový zákon* [online] 2009, poslední aktualizace 23. května 2014 12:38 [cit. 22. 5. 2015], Wikipedie. Dostupné z URL: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Ampérův_silové_zákon>.
- [2] Fuka J. a Havelka B. *Elektřina a magnetismus [Fuka, Havelka, 1979]*1979, 3. upr. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 656 s.
- [3] *Magnetická indukce* [online] 2007, poslední aktualizace 10. října 2014 12:14 [Cit. 27.5.2015], Wikipedie. Dostupné z URL: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Magnetická_indukce>.
- [4] Šesták B. a Ferdinand J. *Elektřina a magnetismus* 1982, 1. vyd. Plzeň: VŠE v Plzni - ediční středisko, 152 s.
- [5] Degeneff R. C. and Harry Hesse M. *Principles of power engineering analysis*. 2011, Boca Raton, FL: CRC Press, 428 p. ISBN 1439892318.
- [6] Mayer D. *Úvod do teorie elektrických obvodů* 1981, 2. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 688 s.
- [7] Schlegel M. *Modální řízení konečněrozměrných lineárních systémů* 1984, Plzeň: VŠSE, Dizertační práce [Cit. 30.6.2015] Dostupné z URL: <http://www.schlegel.zcu.cz/soubory/modal_contr.pdf>.
- [8] Königsmarková J. a Schlegel M. *Robustní přiřazení pólů stavovou a výstupní zpětnou vazbou* 2013, Plzeň: ZČU, Diplomová práce [Cit. 12.7.2015] Dostupné z URL: <<http://hdl.handle.net/11025/9840>>.
- [9] *Earnshaw's theorem* [online] 2004, poslední aktualizace 24. června 2015 13:50 [Cit. 14.7.2015], Wikipedie. Dostupné z URL: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Earnshaw's_theorem>.
- [10] Schlegel M. a Königsmarková J. *Parametric Jordan Form Assignment Revisited* ASIAN JOURNAL OF CONTROL, 2014, roč. 16, č. 2, s. 409-420. ISSN: 1561-8625

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

VCA Voice Coil Actuator

SEZNAM PŘÍLOH

A Výpočet stavové zpětné vazby	30
B Výpočet magnetické síly v ose z	31

A VÝPOČET STAVOVÉ ZPĚTNÉ VAZBY

Pro výpočet stavové zpětné vazby byl použit skript napsaný v Matlabu (r2013a).

```
close all; clc;

k = 7776;
m = 0.24;
gamma = 2.4;
L = 0.0000482;
R = 0.76;
b = 0;

A = [0, 1, 0, 0; k/m, -b/m, gamma/m, 0...
      ; 0, -gamma/L, -R/L, 0; 1, 0, 0, 0];
B = [0 0 0 0; 0 1/m 0; 1/L 0 0 ; 0 0 -1];
C = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 0 1];
D = [0 0 0 ; 0 0 0; 0 0 0];

Fd = 2;
set_point = 1;
structureSystem = struct('A',A,'B',B(:,1));
jordan_blocks = cell(1,2);
jordan_blocks{1,1} = [-5 1; -5 -1];
jordan_blocks{1,2} = -20;
nastav_all = 'z';
x0 = [0,0,0,0];
cell_E = cell(1,1);
cell_E{1,1} = [1,3];
options = struct('zero_elements',{cell_E});

[x_opt,fval,F] = state_feedback_R_opt(structureSystem,...
    nastav_all, jordan_blocks,x0, options);

k1 = F(1,1);
k2 = F(1,2);
k3 = F(1,3);
k4 = F(1,4);
```

B VÝPOČET MAGNETICKÉ SÍLY V OSE Z

Pro výpočet magnetické síly v ose z byl použit skript napsaný v Matlabu (r2013a).

```
clear all;
close all;
clc;

s_min = 0;
s_max = 2*pi;
s2_min = 0;
s2_max = 2*pi;
param_trans = 4;
interval = -8.5:0.1:8.5;

r = 1;
r1 = 1;
r2 = 1;
r3 = 1;
r4 = 1;

funZ1 = @(s, s2, x, y, z)...
    (-z.*r.*r1.*(cos(s - s2)))...
    ./(((x + r.*cos(s2) - r1.*cos(s)).^2 + ...
    (y + r.*sin(s2) - r1.*sin(s) - param_trans).^2 + ...
    z.^2).^3/2));

funZ2 = @(s, s2, x, y, z)...
    (-z.*r.*r2.*(cos(s - s2)))...
    ./(((x + r.*cos(s2) - r2.*cos(s)).^2 + ...
    (y + r.*sin(s2) - r2.*sin(s) - param_trans).^2 + ...
    z.^2).^3/2));

funZ3 = @(s, s2, x, y, z)...
    (-z.*r.*r3.*(cos(s - s2)))...
    ./(((x + r.*cos(s2) - r3.*cos(s)).^2 + ...
    (y + r.*sin(s2) - r3.*sin(s) - param_trans).^2 + ...
    z.^2).^3/2));
```

```

funZ4 = @(s, s2, x, y, z)...
    (-z.*r.*r4.*(cos(s - s2)))...
    ./(((x + r.*cos(s2) - r4.*cos(s)).^2 + ...
    (y + r.*sin(s2) - r4.*sin(s) - param_trans).^2 + ...
    z.^2).^^(3/2));

y = 0;
x = 0;
z = interval;

F_Z1 = arrayfun(@(z) integral2(@(s,s2)...
    funZ1(s, s2, x, y, z),...
    s_min, s_max, s2_min, s2_max), z);
F_Z2 = arrayfun(@(z) integral2(@(s,s2)...
    funZ2(s, s2, x, y, z),...
    s_min, s_max, s2_min, s2_max), z);
F_Z3 = arrayfun(@(z) integral2(@(s,s2)...
    funZ3(s, s2, x, y, z),...
    s_min, s_max, s2_min, s2_max), z);
F_Z4 = arrayfun(@(z) integral2(@(s,s2)...
    funZ4(s, s2, x, y, z),...
    s_min, s_max, s2_min, s2_max), z);

F_Z = F_Z1 + F_Z2 + F_Z3 + F_Z4;

figure
plot(z, F_Z)
grid on
xlabel('z')
ylabel('F_z')

```