

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra matematiky

Diplomová práce

Binomický a trinomický model oceňování opcí

Plzeň, 2015

Bc. Martina Abrahamová

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni 19. května 2015

.....

Martina Abrahamová

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat vedoucímu diplomové práce panu Ing. Patrice Markovi, PhD. za odborné vedení této práce, cenné rady a nápady, vstřícný přístup a čas věnovaný této práci.

Dále bych ráda poděkovala své rodině za podporu a trpělivost během mého studia.

Abstrakt

Cílem této práce je popis binomického a trinomického modelu oceňování opcí a následné použití těchto modelů pro ocenění na reálných datech. Práce je tvořena dvěma částmi, teoretická část se zabývá opcemi a následným odvozením obou modelů. Druhá, praktická část je věnována samotnému oceňování s využitím reálných dat v prostředí *Microsoft Excel 2010* a následnému porovnání těchto výsledků se skutečností.

Klíčová slova: *binomický model, trinomický model, binomický strom, trinomický strom, Call opce, Put opce, americká opce, evropská opce, short pozice, long pozice, volatilita*

Abstract

The aim of this thesis is to price options using binomial and trinomial models and to use these models for pricing real options. This work is divided into two parts. Theoretical part describes options and shows a derivation of both models. The second practical part is devoted to pricing real options in *Microsoft Excel 2010*. Results are then compared with reality.

Keywords: *binomial model, trinomial model, binomial tree, trinomial tree, Call option, Put option, american option, european option, short position, long position, stock volatility*

Obsah

1	Úvod	1
2	Opce	2
2.1	Finanční deriváty	2
2.2	Historie opcí	2
2.3	Dělení opcí	3
2.3.1	Call a Put opce	3
2.3.2	Americké a evropské opce	3
2.3.3	Burzovní a OTC opce	3
2.4	Obchodování s opcemi	3
2.4.1	Základní pojmy	4
2.4.2	Pozice investora	4
2.4.3	Opční kontrakt	4
2.5	Základní pozice v opčním obchodě	5
2.5.1	Koupě kupní opce (Long Call)	5
2.5.2	Prodej kupní opce (Short Call)	5
2.5.3	Koupě prodejní opce (Long Put)	6
2.5.4	Prodej prodejní opce (Short Put)	7
3	Oceňování opcí	8
3.1	Cena opce	8
3.1.1	Vnitřní hodnota opce	8
3.1.2	Časová hodnota opce	8
3.2	Meze Call opce	9
3.2.1	Evropské opce	9
3.2.2	Americké opce	10
3.3	Meze Put opce	10
3.3.1	Evropské opce	10
3.3.2	Americké opce	11
3.4	Put-Call parita	11
3.4.1	Evropské opce	11
3.4.2	Americké opce	11

4	<i>Binomický model oceňování opcí</i>	12
4.1	Binomický model na jedno období.....	12
4.2	Binomický model na n období.....	15
4.3	Binomický model pro Put opce	15
4.4	Binomický model pro americké opce	16
4.5	Binomický model s výplatou dividend	16
5	<i>Trinomický model oceňování opcí</i>	22
5.1	Vztah binomického a trinomického modelu	22
5.2	Trinomický model na jedno období.....	22
5.3	Trinomický model na n období.....	25
5.4	Trinomický model pro Put opce	26
5.5	Trinomický model pro americké opce	27
5.6	Trinomický model s výplatou dividend.....	27
6	<i>Modely oceňování opcí v Microsoft Excel</i>	28
6.1	Binomický model.....	28
6.1.1	Makro pro ocenění opcí	29
6.1.2	Funkce pro ocenění opcí.....	30
6.2	Trinomický model.....	31
6.2.1	Makro pro ocenění opcí	31
6.2.2	Funkce pro ocenění opcí.....	32
7	<i>Použitá data</i>	33
7.1	Akcie a opce	33
7.1.1	Amazon.com Inc.	33
7.1.2	The Coca-Cola Company.....	34
7.1.3	Apple Inc.	35
7.1.4	Amgen Inc.	35
7.1.5	Ford Motor Company	36
7.2	Volatilita	37
7.3	Bezriziková úroková míra.....	38
7.4	Počet období.....	38
7.5	Dividendy.....	39

7.6	Porovnání výsledků	39
8	Zhodnocení výsledků	41
8.1	Amazon Inc.	41
8.1.1	AMZN141122	41
8.1.2	AMZN150417	43
8.1.3	AMZN160115	45
8.1.4	Shrnutí	47
8.2	The Coca-Cola Company	47
8.2.1	KO141122	48
8.2.2	KO150117	50
8.2.3	KO160115	51
8.2.4	Shrnutí	53
8.3	Apple Inc.	53
8.3.1	AAPL141122	54
8.3.2	AAPL150417	55
8.3.3	AAPL160115	57
8.3.4	Shrnutí	58
8.4	Amgen Inc.	59
8.4.1	AMGN141122	59
8.4.2	AMGN150417	60
8.4.3	AMGN160115	62
8.4.4	Shrnutí	63
8.5	Ford Motor Company	64
8.5.1	F141122	64
8.5.2	F150117	65
8.5.3	F160115	67
8.5.4	Shrnutí	69
9	Citlivostní analýza	70
9.1	Počet období	70
9.2	Bezriziková úroková míra	72
9.3	Volatilita akcie	74
9.3.1	Implikovaná volatilita	74
9.3.2	Amazon.com Inc., Apple Inc.	75
9.3.3	Amgen Inc.	78

9.3.4 The Coca-Cola Company	80
9.3.5 Ford Motor Company	82
9.4 Zhodnocení	84
10 Závěr	85
A Seznam příloh	I
Příloha 1	I
Příloha 2 - 6	II
B Zdrojové kódy	III
B.1 Makro pro binomický model	III
B.2 Funkce pro binomický model	VII
B.3 Makro pro trinomický model	XI
B.4 Funkce pro trinomický model	XV
Literatura	XIX

1 Úvod

Cílem této práce je popsat a vytvořit binomický a trinomický model oceňování opcí. Pomocí vytvořených modelů oceníme reálné akciové opce a porovnáme získané výsledky s reálnými tržními daty.

Nejdříve si v kapitole 2 představíme pojem opce, dále se seznámíme s jejich historií, rozdělením, použitím a způsobem obchodování. V následující kapitole 3 se budeme věnovat oceňování opcí.

Kapitola 4 je věnovaná samotnému binomickému modelu oceňování opcí. Odvodíme tento model, stanovíme předpoklady pro jeho použití a popíšeme si jeho vlastnosti. Dále modifikujeme klasický binomický model oceňování opcí pro opce, na jejichž podkladové akcie je vyplácena dividenda.

V kapitole 5 se blíže seznámíme s modelem trinomickým pro ocenění opcí. Tento model také odvodíme a dále prozkoumáme vztah mezi oběma modely. Touto kapitolou končí teoretická část a následuje část praktická.

S oběma modely vytvořenými v prostředí Microsoft Excel 2010 se seznámíme v kapitole 6. Popíšeme si jak vytvořená makra, tak i funkce pro ocenění opcí. Budeme se zabývat jejich konstrukcí a metodou výpočtů, dále si ukážeme, jak do vytvořených modelů zadávat vstupní parametry pro získání požadovaného výsledku.

Sedmá kapitola bude věnována vybraným společnostem, jejichž reálné opce budeme pomocí vytvořených modelů oceňovat. Shrňeme použitá data a seznámíme se s jednotlivými parametry modelů. Stanovíme odhady volatility podkladové akcie a bezrizikové úrokové míry a určíme vhodný počet období obou modelů. V případě, že vybrané společnosti vyplácejí svým akcionářům dividendu, budou informace o těchto výplatách také uvedeny v této kapitole.

Aplikace teoretických znalostí z předchozích kapitol, tedy samotné ocenění reálných opcí a porovnání jejich hodnot se skutečností se nachází v kapitole 8. Závěr práce, kapitola 9, je věnována citlivostní analýze. Budeme zkoumat vliv změny základních parametrů na výslednou cenu opce.

Součástí práce jsou přiložené Excel soubory, zdrojové kódy Maker a funkcí pro ocenění opcí se nacházejí v přílohách.

2 Opce

V této kapitole bude blíže vysvětlen pojem opce, jakožto finančního derivátu. Seznámíme se s historií opcí, jejich rozdělením, použitím a způsobem obchodování.

2.1 Finanční deriváty

Finanční deriváty jsou nástroje, jejichž hodnota je odvozena od podkladových (bazických) aktiv. Těmito aktivy jsou nejčastěji akcie, také jimi mohou být indexy, měny, úrokové sazby, komodity atd. Podstata finančních derivátů je založena na termínovaném obchodu, dochází tedy k určitému nesouladu mezi uzavřením a plněním tohoto obchodu. Využívají se k zajištění rizik nebo pro finanční spekulace na trhu. Finanční deriváty dělíme na *nepodmíněné termínové kontrakty*, do kterých patří *forwardy a futures*, dále pak na *swapové kontrakty a opční kontrakty*, kterými se tato práce bude dále zabývat. Více informací o ostatních finančních derivátech lze nalézt např. v [1].

Opce jsou finančními deriváty, jež dávají majiteli právo, nikoli však povinnost koupit nebo prodat podkladové aktivum za pevně dohodnutou cenu a v pevně stanoveném čase.

2.2 Historie opcí

Obchodování s opcemi zná svět již několik tisíc let a jednu z prvních zmínek lze zaznamenat ve starověkém Řecku. Již v této dávné době se řecký filosof Aristotelés zmiňuje ve své knize *Politika* o tomto obchodování. V knize je zachycen příběh řeckého filozofa Thalése z Milétu, který předpověděl vysokou úrodu oliv následujícího léta a zakoupil si tedy proto práva na pronájem všech olivových lisů v blízkém okolí za nízkou cenu. Když nastalo období sklizně, vzrostla poptávka po olivových lisech a Thalés prodal svá práva za vyšší cenu, než za kterou je nakoupil.

Další zmínka o opčním obchodování pochází z Holandska na počátku 16. století z doby tzv. tulipománie, kde se nabízely opce na cibulky tulipánů.

První standardizované opční kontrakty vznikly nicméně až v roce 1973, kdy byla otevřena Chicagská opční burza (CBOT – Chicago Board of Options Exchange). Nejdříve se obchodovalo s Call opcemi¹ na 16 různých akciích se třemi různými splatnostmi. Put opce se vyskytují na trhu od roku 1977 a od roku 1980 se na trhu jako podkladová aktiva začaly objevovat cizí měny, dluhopisy, indexy, úrokové míry apod.

Více poznatků o historii opcí a obchodování s nimi lze nalézt v [2].

¹ Call opce znamená právo koupit a bude vysvětleno dále.

2.3 Dělení opcí

Existuje nepřeberné množství způsobů dělení opcí, v této části se seznámíme s těmi nejzákladnějšími.

2.3.1 Call a Put opce

Dle opčních práv dělíme opce na Call opce (kupní opce) a Put opce (prodejní opce). Call opce uděluje právo koupit dané podkladové aktivum za předem sjednanou cenu v předem dohodnutém čase a pokud držitel tuto opci uplatí, prodávající (vypisovatel opce) má povinnost držiteli podkladové aktivum za podmínek stanovených v opčním kontraktu prodat. Pomocí Call opcí se lze zajistit proti růstu ceny podkladového aktiva. Put opce udělují právo prodat podkladové aktivum za předem sjednanou cenu v předem dohodnutém čase, a pokud držitel opci uplatní, prodávající má povinnost od kupujícího podkladové aktivum za stanovených podmínek v opčním kontraktu odkoupit bez ohledu na jeho aktuální cenu. Za pomoci Put opcí se lze zajistit proti poklesu ceny podkladového aktiva.

2.3.2 Americké a evropské opce

Podle možnosti realizace dělíme opce na americké a evropské. Americké opce umožňují držiteli právo koupit nebo prodat podkladové aktivum v celém časovém intervalu (od vypsání opce až do času expirace) na rozdíl od evropských opcí, které je možné uplatnit pouze v čase expirace. Názvy americká a evropská opce nemají nic společného s místem obchodování. V Evropě i v USA se obchoduje jak s americkými tak i s evropskými opcemi, americké opce jsou častější.

2.3.3 Burzovní a OTC opce

Dle způsobu obchodování lze opce rozlišit na burzovní a tzv. OTC opce. Burzovní opce jsou standardizované, je pro ně charakteristická minimální pravděpodobnost nesplnění závazku. Obchoduje se s nimi na přesně stanoveném místě, tedy burze, bývají vysoce likvidní a transparentní. OTC (*over-the-counter*) jsou oproti burzovním opcím přizpůsobeny podle přání zákazníka, nedisponují velkou likviditou, jejich životnost bývá několik let a riziko nesplnění závazku je větší, než u burzovních opcí.

2.4 Obchodování s opcemi

Nyní se seznámíme se základními pojmy, které jsou důležité pro obchodování s opcemi, ukážeme, jakých pozic může investor v opčním obchodě zaujmout, a definujeme opční kontrakt.

2.4.1 Základní pojmy

Realizační cena (Strike Price)

Jako realizační cena opce je chápána předem sjednaná cena, za kterou může držitel opce koupit nebo prodat podkladové aktivum na trhu. Realizační ceny jsou většinou vypisovány jako násobky určité základní částky a tak, že jejich hodnota obklopuje současnou hodnotu podkladového aktiva a jsou zaokrouhleny.

Doba expirace (Expiration time)

Dobou expirace rozumíme poslední den, kdy je možné opci uplatnit. Pro americké opce je doba vypršení opce stanovena na třetí sobotu v měsíci, evropské opce vyprší v pátek před třetí sobotou v měsíci.

Opční prémie (Cena opce)

Cena opce neboli opční prémie, je cena, za kterou je možné opci na trhu zakoupit. Více o ceně opce, na jaké části se dělí a jak se určuje její hodnota, si ukážeme později.

2.4.2 Pozice investora

Investoři mohou v každém opčním kontraktu zaujmout jednu z následujících opčních pozic. V případě Call opce je na jedné straně investor v tzv. *long* pozici, který opci kupuje za opční prémii a předpokládá vzestup ceny podkladového aktiva a následný prodej tohoto aktiva za vyšší cenu. Na druhé straně je investor v tzv. *short* pozici, který prodává nebo vypisuje opci a obdržel za ní opční prémii. V *short* pozici investor očekává pokles ceny podkladového aktiva a následné dokoupení podkladového instrumentu za nižší cenu. V případě Put opce je situace opačná.

2.4.3 Opční kontrakt

Opční kontrakt je smlouva mezi jednotlivými účastníky obchodu, která stanovuje podmínky a práva tohoto obchodu. Základními náležitostmi této smlouvy jsou:

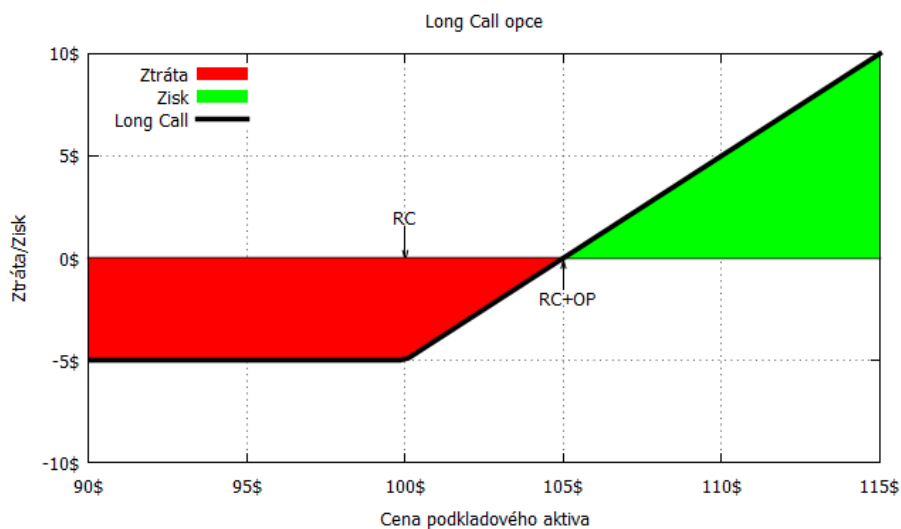
- cena opce,
- doba expirace,
- realizační cena,
- typ opce – Call nebo Put,
- druh a množství podkladového aktiva.

2.5 Základní pozice v opčním obchodě

V této části si představíme základní pozice investorů v opčních obchodech a ukážeme případné zisky a ztráty v době expirace pro každou tuto pozici. Ve všech případech je jako podkladové aktivum brána akcie.

2.5.1 Koupě kupní opce (Long Call)

V pozici Long Call má investor právo koupit podkladové aktivum za předem stanovenou cenu. Za tuto koupi zaplatí opční prémii. Následně se rozhoduje, zda opci využije a podkladové aktivum zakoupí, či nikoliv. Na obrázku 2.1 je znázorněn zisk nebo ztráta investora v době expirace opce v závislosti na ceně podkladového aktiva.

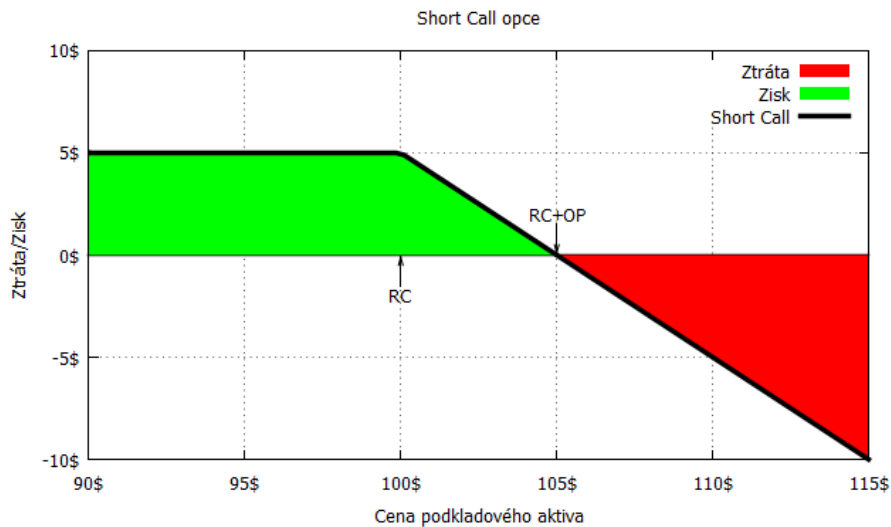


Obrázek 2.1: Long Call opce v době expirace

Subjekt v této pozici tedy očekává vzestup ceny podkladového aktiva. Hodnota maximální ztráty je rovna opční prémii, výše zisku je neomezená.

2.5.2 Prodej kupní opce (Short Call)

Jedná se o obrácenou pozici k Long Call. Investorovi, který prodal opci za opční prémii, náleží povinnost na požádání majitele prodat příslušné podkladové aktivum za předem sjednanou cenu. Výše zisku nebo ztráty investora v době vypršení opce je zobrazena na obrázku 2.2.

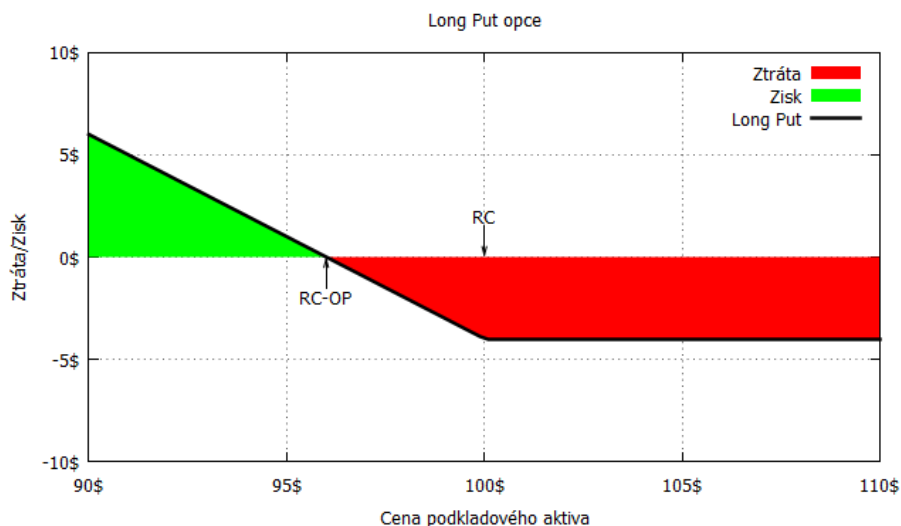


Obrázek 2.2: Short Call opce v době expirace

Investor v pozici Short Call předpokládá, že cena podkladového aktiva bude nižší, než stanovená cena. Maximální hodnota ztráty je neomezená a maximální zisk je roven opční prémii.

2.5.3 Koupě prodejní opce (Long Put)

Investor v pozici Long Put získává právo prodat podkladové aktivum za předem stanovenou cenu a za toto právo platí opční prémii. Následně se rozhoduje v závislosti na výši ceny podkladového aktiva, zda opci uplatní nebo ne. Výše případného zisku nebo ztráty investora v této pozici je zaznamenán na obrázku 2.3.

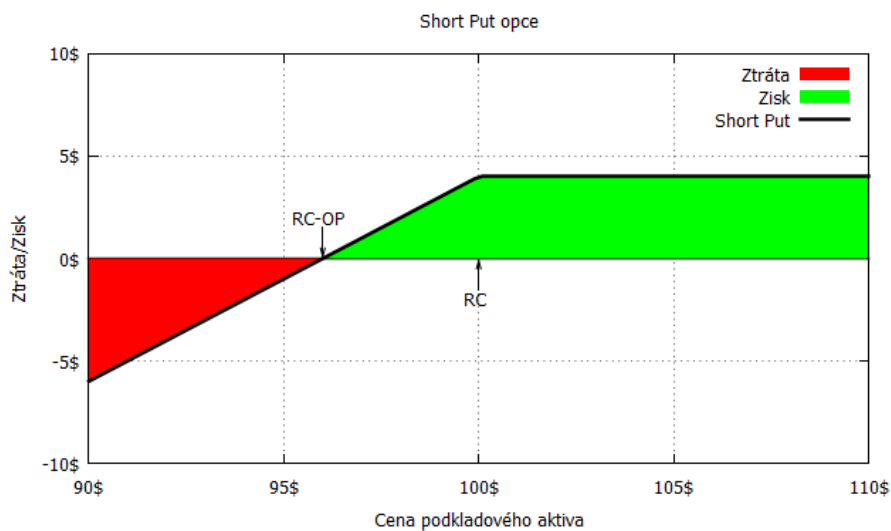


Obrázek 2.3: Long Put opce v době expirace

Předpoklad investora v pozici Long Put je pokles ceny podkladového aktiva. Maximální zisk v této pozici je omezen realizační cenou podkladového aktiva sníženou o opční prémii a tohoto zisku lze dosáhnout za podmínky, že kurz tohoto aktiva by byl roven nule. Maximální ztráta nemůže přesáhnout hodnotu opční premie.

2.5.4 Prodej prodejní opce (Short Put)

Pozice Short Put je obrácená pozice k pozici Long Put. Investor prodal prodejní opci, získal za ní opční prémii a v případě uplatnění opce kupujícím je povinen koupit podkladové aktivum za předem stanovenou cenu. Na obrázku 2.4 je znázorněn případný zisk nebo ztráta investora v čase vypršení opce v pozici Short Put.



Obrázek 2.4: Short Put opce v době expirace

Do této pozice vstupuje investor s předpokladem vzrůstu ceny podkladového aktiva. Maximální ztráta nastane za podmínky, že cena podkladového aktiva je rovna nule, a je rovna realizační ceně podkladového aktiva snížené o hodnotu opční premie. Maximální zisk v této pozici je roven výši opční premie.

3 Oceňování opcí

Držením opce je získáno právo, nikoli však povinnost nákupu či prodeje určitého podkladového aktiva. Toto právo není bezcenné a otázkou je, jaká je jeho hodnota. Tato hodnota bude jistě záviset na ceně podkladového aktiva a jeho volatilitě, jelikož je s ním opce určitým způsobem spojena. Budeme předpokládat, že podkladovým aktivem je akcie. Dalšími faktory ovlivňující cenu tohoto práva jsou zcela jistě čas zbývající do vypršení opce, realizační cena opce, bezriziková úroková míra a případné vyplácené dividendy. V této kapitole se zaměříme na stanovení hodnoty tohoto práva neboli ceny opce.

3.1 Cena opce

Jako cena opce je brána opční prémie, za kterou subjekt opci nakoupil od prodávajícího. Tato opční prémie se dělí na dvě části, a to vnitřní hodnotu a časovou hodnotu opce.

3.1.1 Vnitřní hodnota opce

Vnitřní hodnota opce (*intrinsic value*) je chápána jako rozdíl mezi promptním kurzem akcie a realizační cenou opce. Pokud je tento rozdíl kladný, jedná se o tzv. opci „v penězích (*in the money*)“ a při jejím uplatnění nastává zisk, pokud je rozdíl záporný nazýváme opci „mimo peníze (*out of the money*)“, vnitřní hodnota této opce je nulová a pokud by došlo k jejímu uplatnění, nastala by ztráta. Pokud je rozdíl roven nule je opce tzv. „na penězích (*at the money*)“, její vnitřní hodnota je opět nulová a po jejím uplatnění by nenastal ani zisk ani ztráta.

3.1.2 Časová hodnota opce

Časová hodnota opce je definována jako rozdíl mezi opční premií, tedy cenou opce a její vnitřní hodnotou. Tuto hodnotu můžeme chápat jako oceněnou šanci, že v době do vypršení opce cena podkladového aktiva vzroste nebo poklesne. Tato šance je obecně vyšší, čím delší je doba do expirace opce a čím vyšší je volatilita podkladového aktiva. Faktory ovlivňující časovou hodnotu opce jsou tedy následující:

- doba do vypršení opce,
- bezriziková úroková míra,
- volatilita podkladového aktiva,
- dividendy.

V době expirace opce je časová hodnota nulová a cena opce je tedy rovna její vnitřní hodnotě.

3.2 Meze Call opce

3.2.1 Evropské opce

Předpokládejme, že nejsou vypláceny dividendy a možnost uplatnění opce nastává až v době expirace.

Cena Call opce v době expirace je rovna vnitřní hodnotě této opce, má tvar

$$C_t = \max(0; S_t - RC), \quad (3.1)$$

kde

C_t je opční prémie,

S_t je promptní kurz podkladového aktiva a

RC je realizační cena podkladového aktiva.

Opční prémie nemůže být záporná a zároveň nesmí mít větší hodnotu než aktuální cena podkladového aktiva, platí tedy

$$C_t > 0, \quad (3.2)$$

$$C_t \leq S_t. \quad (3.3)$$

Pokud by neplatila nerovnost (3.3), mohlo by dojít k arbitráži, tedy k využití cenových rozdílů k dosažení zisku. Nerovnost (3.3) reprezentuje horní mez Call opce v čase t .

Určení dolní meze Call opce v okamžiku t vychází z následujících dvou investičních strategií.

- Strategie A: Portfolio tvořené podkladovým aktivem.
- Strategie B: Portfolio tvořené evropskou Call opcí a hotovostí ve výši $RC \cdot e^{-rT}$.

V tabulce 3.1 naleznete vyhodnocení obou strategií v čase expirace opce T .

Portfolio	t	T	
		$S_T \geq RC$	$S_T < RC$
Strategie A	S_t	S_T	S_T
Strategie B	$C_t + RC \cdot e^{-rT}$	S_T	RC

Tabulka 3.1: Vyhodnocení strategií pro meze Call opce

Jak je z tabulky 3.1 vidět, strategie B je minimálně stejně výhodná jako strategie A a platí $S_t \leq C_t + RC \cdot e^{-rT}$, po úpravě získáváme

$$C_t \geq S_t - RC \cdot e^{-rT}. \quad (3.4)$$

3.2.2 Americké opce

U amerických opcí musíme zohlednit předčasné uplatnění opce. V případě předčasného uplatnění získá investor $S_t - RC$. Dle rovnice (3.1) platí v každém okamžiku $C_t \geq S_t - RC$, je tedy výhodnější opci prodat než ji uplatnit. Předčasné uplatnění opce nepřináší žádný zisk, platí $C_t^A = C_t^E$, tedy ceny evropské i americké Call opce jsou shodné.

3.3 Meze Put opce

3.3.1 Evropské opce

Opět předpokládejme, že opci lze uplatnit až v době expirace a není vyplácena dividenda.

Cena Put opce v době expirace má tvar

$$P_t = \max(0; RC - S_t). \quad (3.5)$$

Opční prémie nemůže mít stejně jako u Call opce zápornou hodnotu, platí tedy

$$P_t \geq 0. \quad (3.6)$$

V době expirace může mít opční prémie maximálně hodnotu realizační ceny Put opce. Cena Put opce musí být tedy nižší, než je současná hodnota realizační ceny opce, tj. horní mez má tvar

$$P_t \leq RC \cdot e^{-rT}. \quad (3.7)$$

Určení dolní meze Put opce v okamžiku t vychází z následujících dvou investičních strategií.

- Strategie A: Portfolio složené z podkladového aktiva a Put opce.
- Strategie B: Finanční hotovost ve výši $RC \cdot e^{-rT}$.

Nyní vyhodnotíme obě strategie k době vypršení opce T , které se nachází v tabulce 3.2.

Portfolio	t	T	
		$S_T \geq P_T$	$S_T < P_T$
Strategie A	$S_t + P_t$	S_T	RC
Strategie B	$RC \cdot e^{-rT}$	RC	RC

Tabulka 3.2: Vyhodnocení strategií pro meze Put opce

Z tabulky 3.2 je vidět, že strategie B je tedy minimálně stejně výhodná jako strategie A a platí $P_t + S_t \geq RC \cdot e^{-rT}$, po úpravě získáváme horní mez evropské Put opce ve tvaru

$$P_t \geq RC \cdot e^{-rT} - S_t. \quad (3.8)$$

3.3.2 Americké opce

U amerických opcí jsme nuceni zohlednit předčasné uplatnění opce. Pokud dojde k předčasnému uplatnění a následnému uložení získané hotovosti může investor za určitých podmínek dosáhnout vyššího zisku, než kdyby k předčasnému uplatnění nedošlo. Částka RC získaná při předčasném uplatnění opce se zúročí na $RC \cdot e^{r(T-t)}$ během zbývajících doby do vypršení opce a tato částka může být vyšší než $\max(RC, S_T)$. Díky tomu musí platit $P_t^E \geq P_t^A$, tedy cena americké Put opce musí být vyšší než cena evropské.

3.4 Put-Call parita

3.4.1 Evropské opce

Nyní na základě předchozích vztahů odvodíme vztah mezi cenou evropské Call a Put opce, které mají stejné podkladové aktivum, shodnou dobu expirace a realizační cenu. Tento vztah odvodíme na základě následujících dvou strategií:

- Strategie A: Portfolio složené z jedné Call opce a finanční hotovosti ve výši $RC \cdot e^{-rT}$.
- Strategie B: Portfolio tvořené jednou Put opcí a jedním podkladovým aktivem.

Obě tyto strategie již byly vyhodnoceny výše a mají stejný výsledek, a to $\max(RC, S_t)$. Jejich hodnota v době expirace musí být tedy shodná a platí

$$C_t + RC \cdot e^{-rT} = P_t + S_t. \quad (3.9)$$

3.4.2 Americké opce

Již dříve jsme odvodili vztah mezi evropskými a americkými opcemi ve tvaru

$$\begin{aligned} C_t^A &= C_t^E, \\ P_t^A &\geq P_t^E. \end{aligned}$$

Put-Call paritu pro americké opce můžeme zapsat ve tvaru

$$P_t^A \geq C_t^A + RC \cdot e^{-rT} - S_t. \quad (3.10)$$

4 Binomický model oceňování opcí

V této kapitole se seznámíme s binomickým modelem, který byl poprvé publikován v roce 1979 a jehož autory jsou John Cox, Stephen Ross a Mark Rubinstein.

Předpoklady pro binomický model jsou následující:

- neuvažujeme žádné transakční náklady,
- neuvažujeme žádné daně ani poplatky z obchodování,
- trh je efektivní, okamžitě odstraňuje možnosti arbitráže,
- existuje jediná bezriziková úroková míra pro půjčování i vypůjčování si kapitálu,
- neexistují žádná omezení (např. na krátké pozice apod.),
- neuvažujeme žádná časová zpoždění,
- na akcii se nevyplácí žádná dividenda²,
- můžeme obchodovat s jakoukoliv částí jedné akcie,
- ceny se vyvíjejí diskrétně.

4.1 Binomický model na jedno období

Vlastníme akcii a evropskou Call opci vypsanou na tuto akcii. Uvažujeme, že do vypršení doby opce zbývá pouze jedno období. Promptní kurz akcie S se tedy změní pouze jednou. V následujícím období může tento kurz dle předpokladů pouze vzrůst nebo klesnout. Hodnota kurzu při vzrůstu bude uS a při poklesu dS , kde $u - 1$ je míra vzestupu a $d - 1$ míra poklesu. Dále předpokládáme, že platí $d < 1 + r_f < u$, kde r_f je bezriziková úroková míra, jinak by akcii buď nikdo nekupoval, nebo by existovala možnost arbitráže. Pravděpodobnost vzestupu označme q a $1 - q$ berme jako pravděpodobnost poklesu. Obrázek 4.1 reprezentuje binomické stromy na jedno období.



Obrázek 4.1: Binomický model pro jedno období

² Binomický model lze použít pro některé americké Call opce na akcie vyplácející dividendy.

V čase T vyprší životnost opce a její hodnota je

$$C_u = \max(0, uS - RC), \quad (4.1)$$

$$C_d = \max(0, dS - RC). \quad (4.2)$$

V čase $T - 1$ zakoupíme h akcií za cenu S . Část prostředků B si vypůjčíme za bezrizikovou úrokovou míru r_f a zbývající část dodáme z vlastních zdrojů. Neznámé proměnné h a B určíme tak, aby hodnota tohoto portfolia v čase T byla rovna hodnotě Call opce v době expirace, tedy

$$uS \cdot h + B(1 + r_f) = C_u, \quad (4.3)$$

$$dS \cdot h + B(1 + r_f) = C_d. \quad (4.4)$$

Po vyjádření neznámých h a B získáváme

$$h = \frac{C_u - C_d}{uS - dS}, \quad (4.5)$$

$$B = \frac{C_d uS - C_u dS}{(uS - dS)(1 + r_f)}. \quad (4.6)$$

Jelikož takto složené portfolio dosahuje v čase T stejného výnosu jako Call opce, jejich pořizovací cena v čase $T - 1$ musí být shodná, platí tedy

$$C = S \cdot h + B. \quad (4.7)$$

Po dosazení získáváme cenu Call opce ve tvaru

$$C = p_1 \frac{C_u}{1 + r_f} + p_2 \frac{C_d}{1 + r_f}, \quad (4.8)$$

kde

$$p_1 = \frac{(1 + r_f) - d}{u - d} = p, \quad (4.9)$$

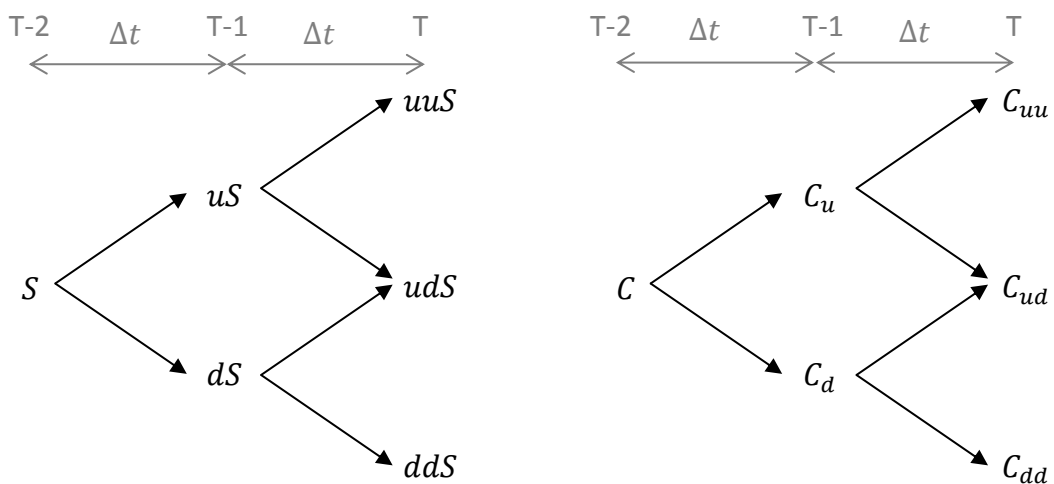
$$p_2 = \frac{u - (1 + r_f)}{u - d} = 1 - p. \quad (4.10)$$

Hodnoty p_1 a p_2 lze chápat jako pravděpodobnosti a rovnici (4.8) můžeme přepsat v podobě diskontované střední hodnoty ve tvaru

$$C = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{1+r_f}. \quad (4.11)$$

Proměnná p se nazývá *rizikově neutrální* pravděpodobnost růstu ceny akcie a není totožná s dříve zmíněnou pravděpodobností růstu q . Binomický model na dvě období

Nyní rozšíříme předchozí model na dvě časová období. Na rozdíl od předchozího modelu tedy předpokládáme, že do expirace opce zbývají dvě období a chceme určit cenu opce v čase $T-2$ za předpokladu, že cena akcie má hodnotu S . V tomto modelu mohou nastat tři možnosti koncových stavů, které jsou znázorněné na následujícím obrázku 4.2.



Obrázek 4.2: Binomický model pro dvě období

Předpokládáme, že $ud = 1$ z důvodu setkávání jednotlivých uzlů binomického stromu. Pravděpodobnosti vzrůstu a poklesu zůstávají stejné jako v předchozím případě a to q a $1 - q$.

V tomto případě jsou nám známi koncové stavy C_{uu} , C_{ud} a C_{dd} pomocí nichž můžeme určit ceny opcí v předcházejícím čase $T-1$, které mají tvar

$$C_u = p \frac{C_{uu}}{1+r_f} + (1-p) \frac{C_{ud}}{1+r_f}, \quad (4.12)$$

$$C_d = p \frac{C_{ud}}{1+r_f} + (1-p) \frac{C_{dd}}{1+r_f}. \quad (4.13)$$

Rovnici opět přepíšeme do podoby diskontované střední hodnoty a získáváme cenu evropské Call opce pro dvě období ve tvaru

$$C = p \frac{C_d}{1+r_f} + (1-p) \frac{C_u}{1+r_f} = \frac{p^2 C_{uu} + 2p(1-p)C_{ud} + (1-p)^2 C_{dd}}{(1+r_f)^2}. \quad (4.14)$$

4.2 Binomický model na n období

Zobecnění rovnice 4.15 pro n období má následující tvar

$$C = \left\{ \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} C_{u^j d^{n-j}} \right\} \cdot (1+r_f)^{-n}, \quad (4.15)$$

kde $C_{u^j d^{n-j}}$ představuje hodnotu opce v době expirace po j vzestupech a $n-j$ poklesech ceny akcie.

Označme l nejmenší počet vzestupů, při kterých bude opce ještě v penězích, l je tedy nejmenší celé číslo, pro které $u^l d^{n-l} S > RC$. Poté pro každé $j < l$ bude $C_{u^j d^{n-j}} = 0$ a pro $j \geq l$ bude $C_{u^j d^{n-j}} = u^j d^{n-j} S - RC$. Předchozí výraz (4.15) lze zapsat jako

$$C = S \left\{ \sum_{j=l}^n \binom{n}{j} \hat{p}^j (1-\hat{p})^{n-j} \right\} - RC \left\{ \sum_{j=l}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \right\} \cdot (1+r_f)^{-n}, \quad (4.16)$$

kde

$$\hat{p} = \frac{u}{1+r} p.$$

Proměnné u a d vycházejí z podmínky konvergence k *Black-Scholesovu* modelu [3] ve tvaru

$$u = e^{\sigma \sqrt{\frac{T}{n}}},$$

$$d = \frac{1}{u},$$

kde

σ označuje volatilitu akcie,

T reprezentuje čas do expirace opce v rocích a

n je počet období modelu.

4.3 Binomický model pro Put opce

V předchozí části kapitoly jsme odvodili binomický model pro evropskou Call opci. Nyní odvodíme tento model pro Put opci. Postup je analogický, pouze nahradíme hodnoty koncových stavů. Hodnota Put opce v době expirace má tvar

$$P_u = \max(0, RC - uS), \quad (4.17)$$

$$P_d = \max(0, RC - dS). \quad (4.18)$$

Cena Put opce stanovená pomocí binomického modelu má tvar

$$P = \left\{ \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} P_{u^j d^{n-j}} \right\} \cdot (1+r_f)^{-n}. \quad (4.19)$$

Kvůli předpokladu spojitého úročení bude dále pro pravděpodobnost p využívána rovnice

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}. \quad (4.20)$$

4.4 Binomický model pro americké opce

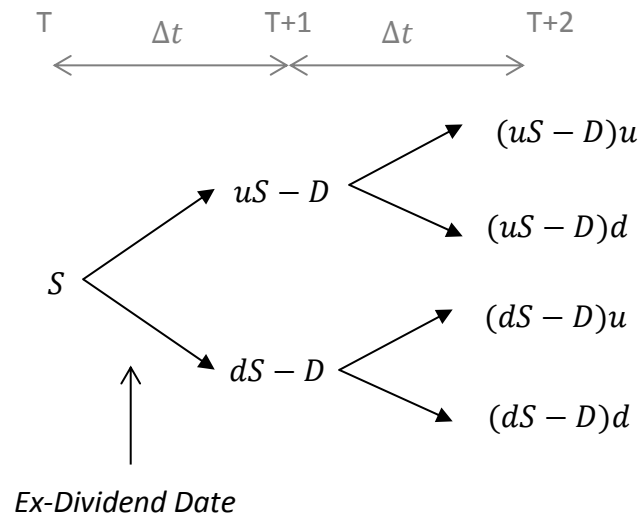
Doposud jsme se věnovali pouze evropským opcím. V případě amerických opcí lze použít obdobný postup pro jejich ocenění, jen je potřeba zohlednit předčasné uplatnění opce. V kapitole 3.2.2 jsme ukázali, že cena americké a evropské Call opce je shodná, pro ocenění americké Call opce lze tedy použít stejný postup jako pro ocenění Call opce evropské. Rozdíl nastává při oceňování americké Put opce, jejíž hodnota může být vyšší než hodnota evropské Put opce. Vzhledem k možnosti předčasného uplatnění americké opce je potřeba porovnat vypočtené hodnoty evropské Put opce podle vzorce (4.19) s vnitřní hodnotou americké opce. Pokud označíme vzorec (4.19) jako P_E , hodnotu americké Put opce vypočteme jako $P_A = \max(P_E, RC - S_t)$.

4.5 Binomický model s výplatou dividend

Jedním z předpokladů binomického modelu je, že na akcie není vyplácena dividenda. Pokud je dividenda vyplácena, je model poněkud složitější. Nyní se zaměříme na modifikaci binomického modelu oceňování opcí, na jejichž podkladovou akcii je vyplácena dividenda.

K vyplácení dividendy dochází jedním z následujících tří způsobů: výplata spojitě dividendy, procentuální dividendy v přesně stanovený čas nebo pevně dané částky v pevně stanovený čas. Tato práce se zaměří pouze na poslední zmíněnou variantu, jelikož se jedná o nejpoužívanější případ výplaty dividend.

Pokud zkonstruujeme binomický strom cen podkladové akcie s výplatou dividendy o výši D , jejíž *Ex-Dividend Date*, což je den, kdy je poprvé možno prodat podkladovou akcii bez ztráty nároku na výplatu nejbližší dividendy, se nachází mezi obdobími T a $T + 1$, cena akcie v období $T + 1$ klesne o D . V následujícím období $T + 2$ již nedochází ke spojení uzlů binomického stromu, což je znázorněno na Obrázek 4.3, jelikož obecně neplatí $(uS - D)d = (dS - D)u$.



Obrázek 4.3: Binomický model na dvě období pro cenu akcie vyplácející dividendu

V případě binomického modelu bez výplaty dividend roste počet uzlů binomického stromu lineárně, oproti binomickému stromu s výplatou dividend, kde počet uzlů narůstá exponenciálně, což vede k binomickým stromům nesmírných rozměrů. Následující postup řešení tohoto problému nastínil v roce 1988 Mark Schroder v časopise *Financial Analysts Journal* [4]:

- Nejprve vypočítáme současnou hodnotu dividendy D a odečteme ji od ceny promptního kurzu podkladové akcie.
- Dále zkonstruujeme binomický strom pomocí upravené ceny podkladové akcie a ke každé upravené ceně přičteme současnou hodnotu výše dividendy.

Uzly tohoto binomického stromu se již setkávají a cenu opce můžeme určit standartním způsobem. Výše zmíněný postup lze stejným způsobem aplikovat i pro akci vyplácející větší počet dividend.

V případě Call opcí již neplatí $C_t^A = C_t^E$, tedy že hodnota americké a evropské Call opce jsou shodné. V případě amerických opcí vypsanych na podkladovou akcii vyplácející dividendy je nutné ji ocenit jako $C_A = \max(C_E, RC - S_t)$, kde C_E je označení pro rovnici (4.16).

Výše zmíněný postup si předvedeme na následujícím příkladu. Uvažujeme americkou opci, která vyprší za čtyři měsíce, a na její podkladovou akcii je vyplacena dividenda ve výši \$1,5 s *Ex-Dividend Date* za tři měsíce. Délka jednoho období binomického modelu je jeden měsíc a

- promptní kurz $S = \$50$,
- realizační cena opce $RC = \$45$,
- volatilita $\sigma = 0,3$,
- bezriziková úroková míra $r = 0,1 \%$.

Pro názornost ukážeme ocenění této opce jak s výplatou dividendy, tak bez ní. Nejdříve určíme hodnoty měř vzestupů a poklesů a pravděpodobnost vzestupu jako

$$\begin{aligned} u &= e^{\sigma\sqrt{\frac{T}{n}}} \\ &= e^{0,3\cdot\sqrt{\frac{1}{12}}} \\ &\doteq 1,09, \end{aligned}$$

$$d = \frac{1}{u} \doteq 0,917,$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{e^{r\frac{T}{n}} - d}{u - d} \\ &= \frac{e^{0,01\cdot\frac{1}{12}} - 0,917}{1,09 - 0,917} \\ &\doteq 0,48. \end{aligned}$$

Nyní určíme pomocí binomického modelu ceny akcií pro příklad bez výplaty dividend. Hodnota ceny akcie po čtyřech vzestupech ceny a žádném poklesu je

$$\begin{aligned} S_{4,0} &= S \cdot u^4 \cdot d^0 \\ &\doteq 50 \cdot 1,09^4 \cdot 0,917^0 \\ &\doteq 70,70^3. \end{aligned}$$

Ostatní ceny akcií se dopočtou analogickým způsobem. Nyní určíme cenu opce v době expirace po čtyřech poklesech ceny a žádném vzestupu

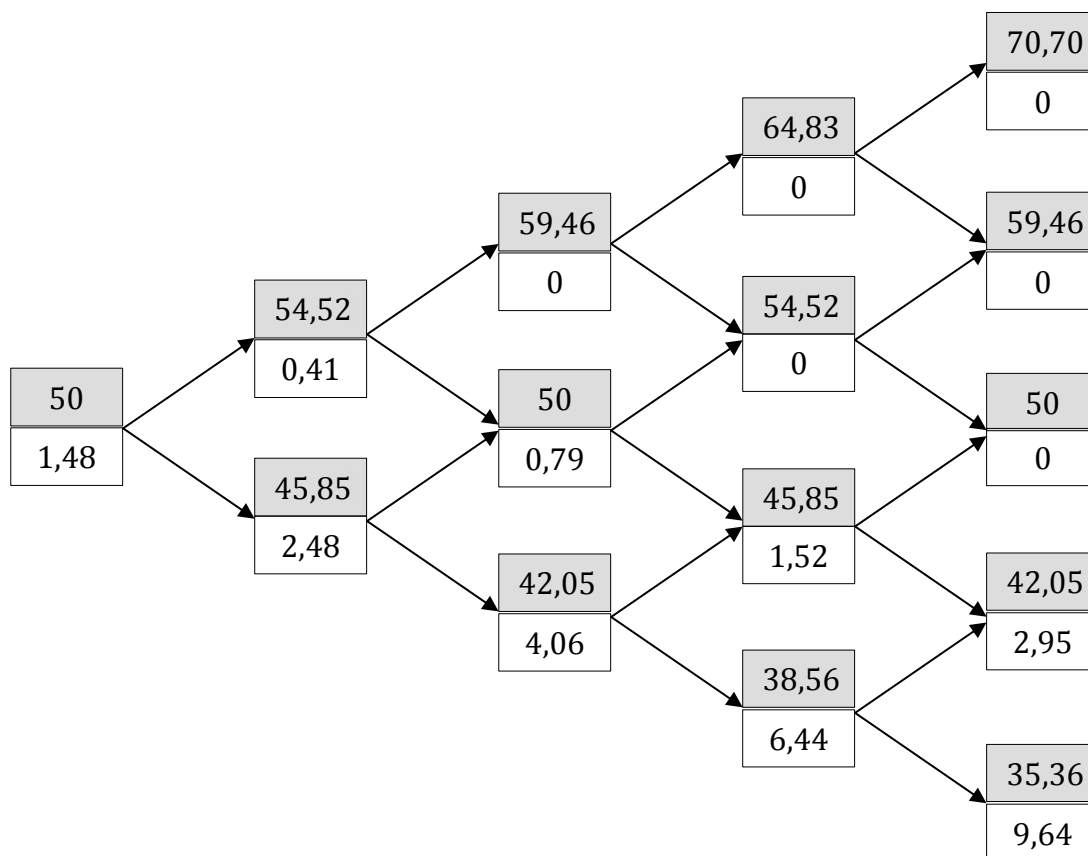
$$\begin{aligned} P_{4,4} &= \max(RC - S_{4,4}; 0) \\ &\doteq \max(45 - 36,36; 0) \\ &\doteq 9,64. \end{aligned}$$

³ Hodnoty cen akcií a opcí jsou vypočítány z nezaokrouhlených parametrů u , d a p .

Zbytek cen opcí v době expirace dopočteme identickým způsobem. Jako další ukážeme výpočet ceny opce po třech poklesech a žádném vzestupu ceny

$$\begin{aligned}
 P_{3,3} &= \max\left(RC - S_{3,3}; \frac{p \cdot P_{4,3} + (1-p) \cdot P_{4,4}}{e^{r \cdot \frac{T}{n}}}\right) \\
 &\doteq \max\left(45 - 38,56; \frac{0,48 \cdot 2,95 + 0,52 \cdot 9,64}{e^{0,01 \cdot \frac{1}{12}}}\right) \\
 &\doteq \max(6,44; 6,42) \\
 &\doteq 6,44.
 \end{aligned}$$

Ostatní ceny opcí se určí analogickým způsobem. Na obrázku 4.4 je znázorněn celý binomický strom pro ocenění opce z příkladu bez výplaty dividendy. V binomickém stromě jsou v šedivých rámečcích zaznamenány ceny akcií v každém uzlu, v bílých rámečcích ceny opcí.



Obrázek 4.4: Binomický strom pro příklad bez výplaty dividend

Pokud do příkladu zahrneme i výplatu dividendy, situace se změní následovně. Nejdříve vypočteme současnou hodnotu dividend

$$D_0 = 1,5 \cdot e^{-\frac{3 \cdot 0,01}{12}}$$

$$\doteq 1,496.$$

Upravenou cenu podkladové akcie získáme jako

$$S^* = S - D_0$$

$$\doteq 50 - 1,496$$

$$\doteq 48,504.$$

Ocenění ceny akcie po čtyřech vzestupech ceny a žádném poklesu je stejné, jako v případě nevyplácení dividendy, pouze místo promptního kurzu akcie využijeme upravenou cenu podkladové akcie

$$S_{4,0}^* = S^* \cdot u^4 \cdot d^0$$

$$\doteq 48,504 \cdot 1,09^4 \cdot 0,917^0$$

$$\doteq 68,58.$$

Ostatní ceny akcií v období 3 a 4 se dopočítají stejným způsobem. Další změna kromě použití upravené počáteční ceny podkladové akcie nastává v obdobích před výplatou dividendy. Ta byla vyplacena za tři měsíce od data výpočtu, měsíc před expirací opce. Její současná hodnota se tedy promítne v obdobích 0, 1 a 2. Hodnotu ceny akcie v prvním období po jednom vzestupu ceny a žádném poklesu získáme jako

$$S_{1,0}^* = (S^* + D \cdot e^{-\frac{2 \cdot 0,01}{12}}) \cdot u^1 d^0$$

$$\doteq 48,504 \cdot 1,09^1 \cdot 0,917^0 + 1,5 \cdot e^{-\frac{2 \cdot 0,01}{12}}$$

$$\doteq 54,34.$$

Zbytek cen akcií v binomickém stromu s výplatou dividendy vypočítáme analogicky. Pro ukázkou opět nastíníme i výpočet ceny opce v době expirace a v jiném období. Cena opce po čtyřech poklesech ceny a žádném vzestupu ceny v době expirace je

$$P_{4,4}^* = \max(RC - S_{4,4}^*; 0)$$

$$\doteq \max(45 - 34,30; 0)$$

$$\doteq 10,70.$$

Ostatní ceny opcí v době expirace získáme stejným způsobem výpočtu. Jako další určíme cenu opce ve druhém období, zde je již tedy počítáno s dividendou, po dvou poklesech ceny a žádném vzestupu jako

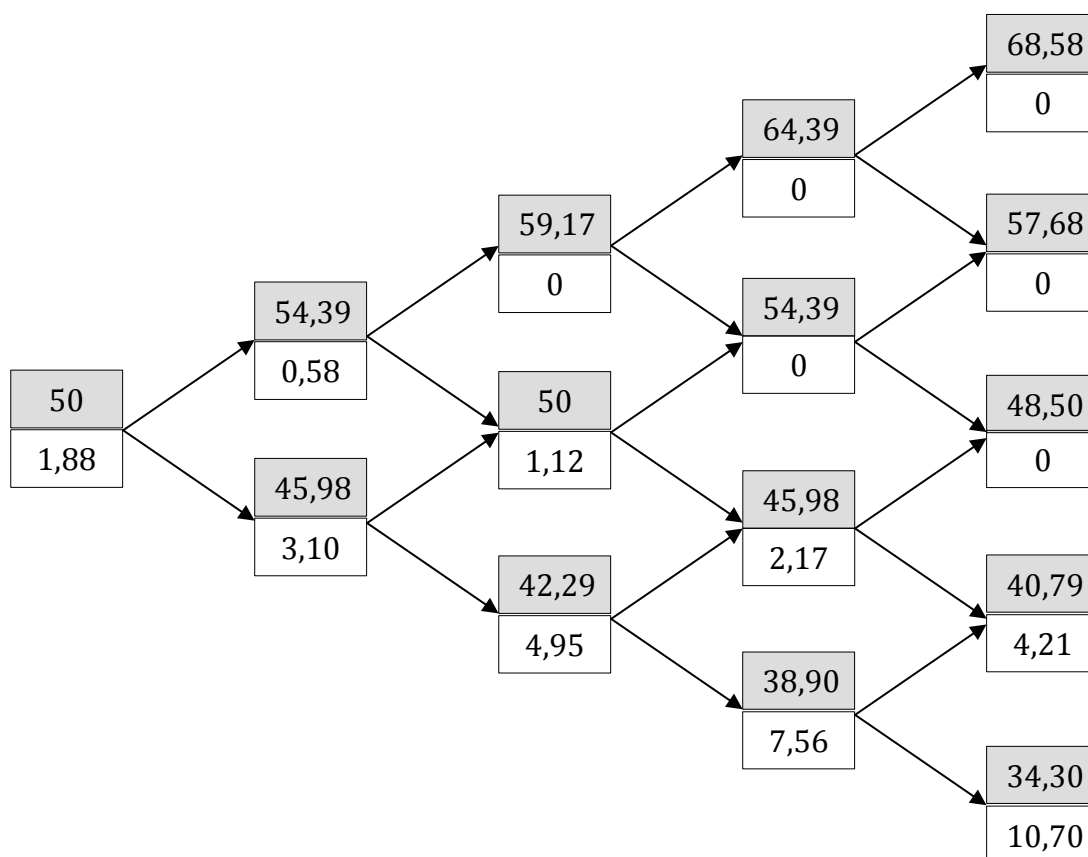
$$P_{2,2}^* = \max\left(RC - S_{2,2}^*; \frac{p \cdot P_{3,2}^* + (1-p) \cdot P_{3,3}^*}{e^{r \cdot \frac{T}{n}}}\right)$$

$$\doteq \max\left(45 - 42,29; \frac{0,48 \cdot 2,17 + 0,52 \cdot 7,56}{e^{0,01 \cdot \frac{1}{12}}}\right)$$

$$\doteq \max(2,71; 4,95)$$

$$\doteq 4,95.$$

Ostatní ceny opcí dopočítáme analogicky. Celý binomický strom pro příklad s výplatou dividendy je k prohlédnutí na obrázku 4.5.



Obrázek 4.5: Binomický strom pro příklad s výplatou dividendy

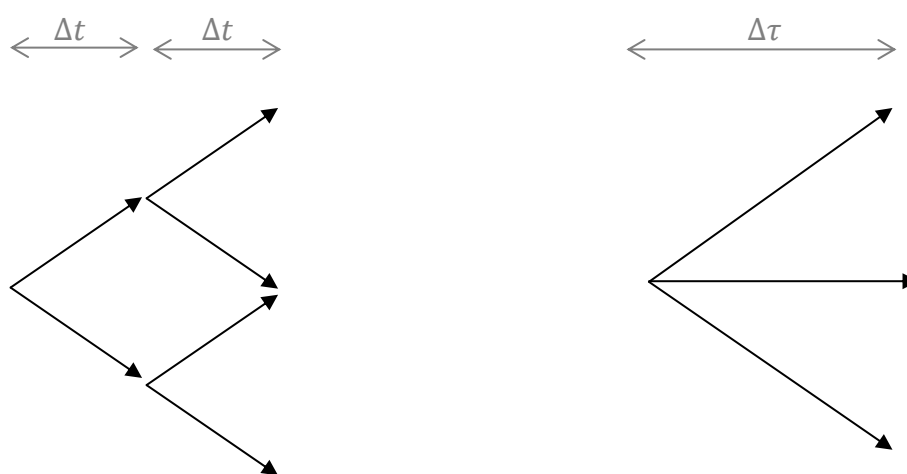
Jak je z příkladu vidět, postup ocenění opcí zůstává stejný, jako v případě bez výplaty dividend. Změna nastává pouze při oceňování cen akcií.

5 Trinomický model oceňování opcí

Následující kapitola pojednává o trinomickém modelu oceňování opcí, který zkonstruoval v roce 1986 Phelim Boyle. Trinomický model je podobný předcházejícímu binomickému modelu a lze ho použít k ocenění evropských i amerických opcí.

5.1 Vztah binomického a trinomického modelu

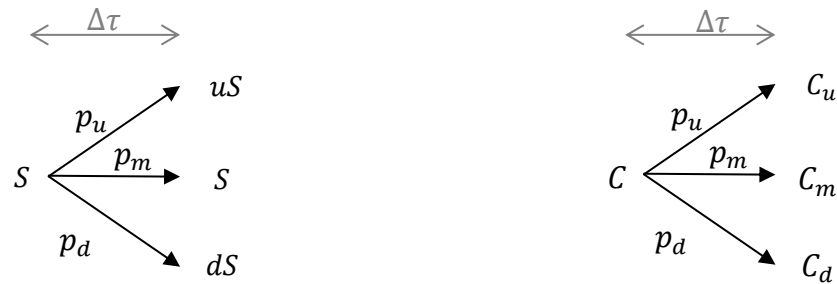
Když porovnáme binomický a trinomický model oceňování opcí, můžeme si všimnout, že spojením dvou kroků o délce Δt z binomického stromu vzniká strom trinomický s jedním krokem délky $\Delta \tau$. Tento fakt je znázorněn na následujícím obrázku 5.1.



Obrázek 5.1: Vztah binomického a trinomického stromu

5.2 Trinomický model na jedno období

Nejprve představíme ocenění evropské Call opce trinomickým modelem. Předpokládáme, že v každém časovém období mohou nastat tři následující možnosti: s pravděpodobností p_u kurz vzroste na uS , s pravděpodobností p_d klesne na dS a s pravděpodobností p_m se tento kurz nezmění a bude mít stále hodnotu S . Tyto možnosti reprezentuje obrázek 5.2.



Obrázek 5.2: Trinomický model pro jedno období

V čase T životnost opce vyprší a její hodnota je stejně jako u binomického modelu rovna její vnitřní hodnotě, tedy

$$C = \max(0, S_t - RC), \quad (5.1)$$

konkrétně

$$C_u = \max(0, uS - RC), \quad (5.2)$$

$$C_m = \max(0, S - RC), \quad (5.3)$$

$$C_d = \max(0, dS - RC). \quad (5.4)$$

Hodnoty proměnných p_u, p_m, p_d, u, d vycházejí z následujících tří podmínek:

- 1) Součet pravděpodobností setrvání, poklesu a vzrůstu ceny akcie je roven jedné

$$p_u + p_m + p_d = 1. \quad (5.5)$$

- 2) Aby nemohlo dojít k arbitráži, střední hodnota změny hodnot koncových stavů kurzu podkladové akcie S během jednoho kroku délky $\Delta\tau$ je rovna výnosu s bezrizikovou úrokovou mírou

$$Se^{r\Delta\tau} = p_u uS + p_m S + p_d dS \quad (5.6)$$

po úpravě

$$e^{r\Delta\tau} = p_u u + p_m + p_d d. \quad (5.7)$$

- 3) Poslední podmínka využívá směrodatné odchylky $\sigma\sqrt{2\Delta\tau}$ relativní změny ceny akcie během jednoho kroku. Rozptyl promptního kurzu akcie je roven $S^2\sigma^22\Delta\tau$ a na základě definice rozptylu diskrétní náhodné veličiny platí

$$S^2\sigma^22\Delta\tau = p_u u^2 S^2 + p_m S^2 + p_d d^2 S^2 - S^2(p_u u + p_m + p_d d)^2, \quad (5.8)$$

po úpravě

$$\sigma^2 2\Delta\tau = p_u u^2 + p_m + p_d d^2 - (p_u u + p_m + p_d d)^2. \quad (5.9)$$

Druhá a třetí podmínka vychází stejně jako u binomického modelu z podmínky konvergence k *Black-Scholesovu* modelu a z pozorování, že dva kroky binomického modelu tvoří jeden krok modelu trinomického.

Analogicky k binomickému modelu předpokládáme $d = \frac{1}{u}$ a po vyjádření neznámých z rovnic (5.5), (5.7) a (5.9) získáváme míru vzestupu pro trinomický model ve tvaru

$$u = e^{\sigma\sqrt{2\Delta\tau}}. \quad (5.10)$$

Míra poklesu má tvar

$$d = e^{-\sigma\sqrt{2\Delta\tau}} = \frac{1}{u}. \quad (5.11)$$

Pravděpodobnosti vzrůstu a poklesu v trinomickém modelu vypočítáme jako

$$p_u = \left(\frac{e^{\frac{r\Delta\tau}{2}} - e^{-\sigma\sqrt{\frac{\Delta\tau}{2}}}}{e^{\sigma\sqrt{\frac{\Delta\tau}{2}}} - e^{-\sigma\sqrt{\frac{\Delta\tau}{2}}}} \right)^2 \quad (5.12)$$

a

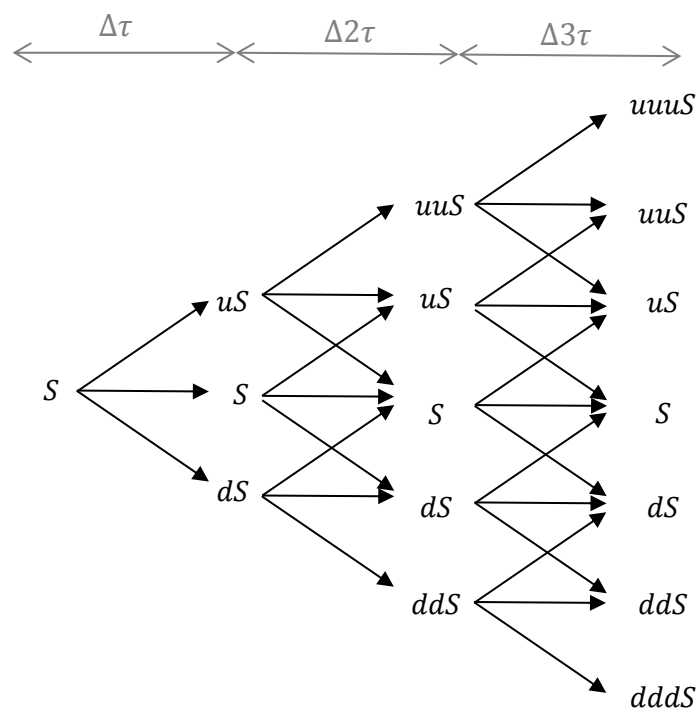
$$p_d = \left(\frac{e^{\sigma\sqrt{\frac{\Delta\tau}{2}}} - e^{\frac{r\Delta\tau}{2}}}{e^{\sigma\sqrt{\frac{\Delta\tau}{2}}} - e^{-\sigma\sqrt{\frac{\Delta\tau}{2}}}} \right)^2. \quad (5.13)$$

Ocenění evropské Call opce pomocí trinomického modelu na jedno období získáme pomocí vzorce

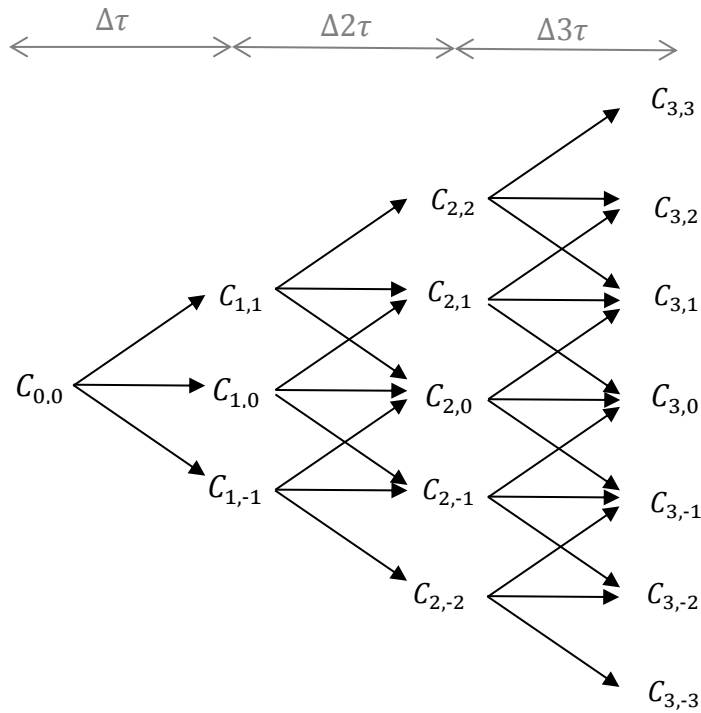
$$C = e^{-r\Delta\tau}(p_u C_u + p_m C_m + p_d C_d). \quad (5.14)$$

5.3 Trinomický model na n období

Nyní stejně jako u binomického modelu rozšíříme trinomický model na více období. Trinomický strom cen akcií pro více období je znázorněn na obrázku 5.3. Na obrázku 5.4 je zobrazen trinomický strom cen opcí. Jednotlivé uzly stromu jsou pro snadnější orientaci označeny pomocí souřadnic (i, j) , kde souřadnice i představuje počet kroků $\Delta\tau$ a souřadnice j představuje v případě kladné hodnoty počet vzestupů ceny opce oproti počátečnímu uzlu, v případě záporné hodnoty se jedná o počet poklesů ceny opce oproti počátečnímu uzlu.



Obrázek 5.3: Trinomický strom cen akcií pro více období



Obrázek 5.4: Trinomický strom cen opcí pro více období

Jak již bylo vidět v předchozí části, oceňování trinomickým model je analogické k binomickému modelu. Označme n počet období trinomického modelu délky $\Delta\tau$. Hodnota opce v čase n je známa a má hodnotu

$$C_{n,j} = \max(0, S_n - RC), \quad (5.16)$$

kde j nabývá hodnot z intervalu $\langle -n, n \rangle$.

Stejně jako u binomického modelu postupujeme zpětně trinomickým stromem a v každém uzlu vypočítáme hodnotu opce podle vzorce

$$C_{i,j} = e^{-r\Delta\tau} (p_u C_{i+1,j+1} + p_m C_{i+1,j} + p_d C_{i+1,j-1}). \quad (5.17)$$

5.4 Trinomický model pro Put opce

V případě Put opce je její hodnota v čase n stanovena jako

$$P_{n,j} = \max(0, RC - S_n). \quad (5.18)$$

Cenu Put opce v každém uzlu trinomického stromu vypočítáme jako

$$P_{i,j} = e^{-r\Delta\tau} (p_u P_{i+1,j+1} + p_m P_{i+1,j} + p_d P_{i+1,j-1}). \quad (5.19)$$

5.5 Trinomický model pro americké opce

Doposud jsme se zabývali pouze oceněním evropských opcí pomocí trinomického modelu. V případě amerických opcí je potřeba počítat s předčasným uplatněním těchto opcí. Pro případ amerických Call opcí lze použít stejného postupu jako u evropských Call opcí, rozdíl opět nastává u amerických Put opcí. Stejně jako u binomického modelu musíme hodnotu opce porovnat s její vnitřní hodnotou. Jednoduchou modifikací rovnice (5.19) získáváme následující vzorec pro ocenění jednotlivých uzlů trinomického stromu americké Put opce

$$P_{i,j} = \max[RC - S_i, e^{-r\Delta\tau}(p_u P_{i+1,j+1} + p_m P_{i+1,j} + p_d P_{i+1,j-1})]. \quad (5.20)$$

5.6 Trinomický model s výplatou dividend

Pokud oceňujeme opci, na jejíž podkladovou akcii je vyplácena dividenda, trinomickým modelem, lze použít identického postupu jako pro binomický model, který byl popsán v kapitole 4.5.

6 Modely oceňování opcí v Microsoft Excel

Doposud jsme se zabývali pouze teoretickým oceňování opcí. Nyní se zaměříme na praktickou část a to ocenění opcí pomocí binomického a trinomického modelu, které byly vytvořeny v prostředí *Microsoft Excel 2010*. Seznámíme se s konstrukcí těchto modelů a metodou výpočtů.

6.1 Binomický model

Jako první si představíme binomický model, který je přiložen v souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na Listu *BM* a je zobrazen na obrázku 6.1.

Binomický model

S	104,95	Call
RC	100	Americká
Bezriziková úroková míra	0,00	
Volatilita	0,3	
Datum expirace	17.1.2015	
Datum	23.10.2014	
Počet kroků	200	

Spustit

Doporučený počet kroků 86

Dividendy			
Částka		ExDate	
Částka		ExDate	
Částka		ExDate	
Částka		ExDate	
Částka		ExDate	

Cena opce	8,79
-----------	-------------

Obrázek 6.1: Binomický model

Povinné je zadání dat v první tabulce, pro úplnost jsou to následující hodnoty:

- S – promptní kurz akcie dne, ke kterému oceňujeme opci,
- RC – realizační cena opce,
- bezriziková úroková míra,
- volatilita akcie,
- datum expirace opce,
- datum, ke kterému opci oceňujeme,
- počet kroků binomického modelu,
- typ opce americká/evropská,
- typ opce Call/Put.

Po zadání data expirace a data výpočtu model vypočítá doporučený počet kroků jako rozdíl mezi těmito dvěma dny. Předpokládáme tedy, že se kurz podkladové akcie změní pouze jednou za den.

Pokud na podkladovou akcii nejsou vyplácené dividendy, není nutné vyplnit druhou tabulku s názvem dividendy. Model v tomto případě ocení opci dle klasického binomického modelu bez dividend. V případě vyplácení dividend na podkladovou akcii se vyplní všechny budoucí vyplácené dividendy až do času expirace opce a jejich *Ex-Dividend Date*. V tomto případě se opce ocení pomocí upraveného binomického modelu, který jsme si představili v kapitole 4.5.

Po stisknutí tlačítka Spustit se v modrém poli objeví vypočítaná cena opce a na vedlejším listu *BTree* se vykreslí příslušný binomický strom cen opcí. Více o tom, jak model funguje, bude popsáno v následující části.

6.1.1 Makro pro ocenění opcí

Model byl vytvořen pomocí jazyka *Visual Basic*. Nyní si popíšeme, jak Makro vytvořené pomocí tohoto jazyka, které je přiloženo jako Příloha B.1, funguje. Nejprve se deklarují proměnné, které byly zadány (řádky 4 až 20). Následně proběhne vyčištění listu *BTree*, kde se vykresluje binomický strom cen opcí (řádky 23 až 26). Dále model vypočítá čas v rocích mezi dobou expirace opce, datem výpočtu a daty výplat dividend a ošetří následující dva případy. V případě, že je datum výplaty dividendy dřívější, než datum výpočtu ceny opce a také v případě, že je dividendy vyplacena až po datu expirace opce, tak se její hodnota nastaví na nulu a není s ní v oceňování počítáno (řádky 29 až 71). Dále je vypočtena současná hodnota dividend k datu výpočtu (řádek 74) a proběhne nastavení velikostí matic, kde se ukládají hodnoty cen akcií a opcí v jednotlivých uzlech binomického stromu (řádky 77 a 78). Tyto matice jsou čtvercové matice o velikosti počtu zadaných období. Jako další je určena výše měř a pravděpodobností poklesů a vzestupů (řádky 81 až 83) a vypočteny hodnoty všech cen akcií v jednotlivých uzlech stromu (řádky 86 až 91). Následně jsou určeny ceny opcí v době expirace (řádky 94 až 100) a v případě vyplácení dividend se k příslušným cenám akcií připočtou současné hodnoty vyplácených dividend (řádky 103 až 151). Poté dochází k samotnému ocenění opce na základě vybraných typů opce, tedy americká nebo evropská a Call nebo Put opce (řádky 156 až 168). Jako poslední krok Makro vypíše do prvního řádku listu *BTree* čísla označující počet období a vykreslí vypočítaný binomický strom s cenami opcí.

6.1.2 Funkce pro ocenění opcí

Kromě Makra vytvořeného pomocí jazyka *Visual Basic* byla také vytvořena funkce pro binomický model. Funkce na rozdíl od vytvořeného Makra nevykresluje binomický strom cen opcí a lze s ní pracovat jako s klasickými vestavěnými funkcemi v prostředí *Microsoft Excel*. Byla vytvořena z důvodu zjednodušení zpracování použitých dat pro ocenění reálných akciových opcí. Proměnné do této funkce pro ocenění opcí pomocí binomického modelu se zadávají následujícím způsobem

$$\text{Cena opce} = \text{Binomial}(S, RC, r, \sigma, \text{expiration}, \text{today}, n,$$

$$D_1, \text{ExDate}_1, D_2, \text{ExDate}_2, D_3, \text{ExDate}_3, D_4, \text{ExDate}_4, D_5, \text{ExDate}_5, "PC", "AE"),$$

kde

- S je promptní kurz akcie v den výpočtu,
- RC je realizační cena opce,
- σ je volatilita akcie,
- expiration je doba expirace opce,
- today je datum výpočtu,
- proměnné D_i , $i = 1, \dots, 5$ představují výše vyplacených dividend,
- proměnné ExDate_i , $i = 1, \dots, 5$ vyjadřují jednotlivé *Ex-Dividend Date*,
- "PC", hodnotou "P" je zvolena Put opce, písmenem "C" je vybrána Call opce,
- "AE", hodnotou "A" je vybrána americká opce, zadáním "E" je zvolena evropská opce.

Funkce *Binomial* je k nahlédnutí v příloze B.2 a její konstrukce je analogická k *Makru* pro binomický model, nebudeme ji tedy dále popisovat.

6.2 Trinomický model

Nyní si ukážeme trinomický model, který je přiložen v souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na listu *TM* a je vyobrazen na obrázku 6.2.

Trinomický model			
S	104,95	Put	
RC	100	Americká	
Bezriziková úroková míra	0,00		
Volatilita	0,4		
Datum expirace	17.1.2015		
Datum	23.10.2014	Spustit	
Počet kroků	86		
Doporučený počet kroků	86		
Dividendy			
Částka	0,47	ExDate	6.11.2014
Částka	0,47	ExDate	5.2.2015
Částka	0,47	ExDate	7.5.2015
Částka	0,47	ExDate	6.8.2015
Částka	0,47	ExDate	5.11.2015
Cena opce	5,87		

Obrázek 6.2: Trinomický model

Zadávání dat do trinomického modelu je analogické jako u předcházejícího binomického modelu. Stejně jako v předcházejícím případě je povinné vyplnění pouze první tabulky a hodnoty proměnných odpovídají binomickému modelu. Po jejich zadání, vybrání požadujících typů opce a případného zadání částek a *Ex-Dividend Date* dividend se opět po stisknutí tlačítka Spustit cena opce objeví v modrém poli a do sousedního listu *TTree* se vykreslí trinomický strom cen opcí.

6.2.1 Makro pro ocenění opcí

Trinomický model oceňování opcí je stejně jako binomický model vytvořen pomocí jazyka *Visual Basic* jako záznam Makra a je k nalezení v příloze B.3. Funguje podobně jako předcházející model, kromě výpočtů parametrů, které jsou pro oba modely rozdílné. V tomto modelu opět dochází nejprve k načtení proměnných (řádky 4 až 20) a následnému vyčištění Listu *TTree*, který slouží k vykreslení trinomického stromu cen opcí. Následně proběhne výpočet doby v rocích mezi daty výpočtu, expirace a výplat dividend. Stejně jako v předcházejícím binomickém modelu jsou zde ošetřeny případy dividend vyplacených před datem výpočtu a po době expirace opce (řádky 29 až 71). Dále je určena současná hodnota dividend (řádek 74) a nastaví se velikost matic pro ukládání

hodnot cen akcií a opcí (řádky 77 a 78). Oproti předchozímu modelu jsou tyto matice dvakrát větší, jedná se tedy o čtvercové matice o velikosti dvakrát počet zadaných období trinomického modelu. Poté se vypočítají příslušné parametry trinomického modelu, tedy pravděpodobnosti poklesu, vzestupu a setrvání a příslušné míry (řádky 59 až 63). Následně jsou určeny všechny ceny akcií a ceny opcí v době expirace (řádky 88 až 102). V případě výplaty dividend na podkladovou akcii opce se dále přičtou současné hodnoty těchto dividend k příslušným cenám akcií (řádky 105 až 153). Na závěr se vypočítají ceny opcí ve všech obdobích v závislosti na výběru typu opce (řádky 156 až 168), výsledná cena se zapíše do příslušné buňky (řádek 171) a na List *TTree* se do prvního řádku vypíše hodnoty představující příslušná období modelu a vykreslí se trinomický strom cen opcí (řádky 174 až 186).

6.2.2 Funkce pro ocenění opcí

Ze stejného důvodu jako pro binomický model tak i pro trinomický model byla navíc k Makru vytvořena pomocí jazyka *Visual Basic* funkce pro ocenění opcí. Zadávání proměnných do této funkce je identické k binomickému modelu, tedy

$$\text{Cena opce} = \text{Trinomial}(S, RC, r, \sigma, \text{expiration}, \text{today}, n,$$

$$D_1, \text{ExDate}_1, D_2, \text{ExDate}_2, D_3, \text{ExDate}_3, D_4, \text{ExDate}_4, D_5, \text{ExDate}_5, \text{"PC"}, \text{"AE"}),$$

kde

- S reprezentuje promptní kurz akcie v den výpočtu,
- RC je realizační cena opce,
- σ představuje volatilitu akcie,
- expiration je doba expirace opce,
- today je datum výpočtu,
- proměnné D_i , $i = 1, \dots, 5$ představují výše vyplacených dividend,
- proměnné ExDate_i , $i = 1, \dots, 5$ vyjadřují jednotlivé *Ex-Dividend date*,
- "PC", hodnotou "P" je zvolena Put opce, písmenem "C" je vybrána Call opce,
- "AE", hodnotou "A" je vybrána americká opce, zadáním "E" je zvolena evropská opce.

Konstrukce funkce *Trinomial*, jejíž kód lze nalézt v příloze B.4, je analogická k Makru vytvořenému pro trinomický model a nebudeme se jí tedy více věnovat.

7 Použitá data

V této kapitole se nejdříve seznámíme s vybranými společnostmi, jejich akcemi a vybranými opcemi, dále si ukážeme další parametry modelů, a to volatilitu akcií, bezrizikovou úrokovou mírou, určíme optimální počet období modelů a nakonec se seznámíme v případě vyplácení s dividendami jednotlivých společností.

7.1 Akcie a opce

Pro ocenění reálných opcí je třeba získat informace o historických kurzech akcií společností, jejichž opce chceme ocenit. Pro naše potřeby bylo vybráno následujících pět společností, přičemž každá ze společností se věnuje jinému odvětví. Jedná se o společnosti *Amazon.com Inc.*, *The Coca-Cola Company*, *Apple Inc.*, *Amgen Inc.* a *Ford Motor Company*. Pro všechny tyto společnosti jsme zajistili data z portálu *Yahoo! Finance* [5] v období od 1. ledna 1998 do 21. listopadu 2014. Jedná se o upravené zavírací ceny akcií (tzv. *adjusted close*), což jsou přepočtené zavírací ceny akcií, kde je zohledněno případné dělení akcií a výplata dividend. Postup přepočtu lze nalézt v [6].

Pro srovnání cen opcí získaných pomocí vytvořených modelů je potřeba získat také ceny opcí jednotlivých společností během sledovaného období. U těchto dat nastává problém, jelikož ceny opcí nelze získat stejně jako historické ceny akcií, ale musí se stahovat ručně každý den. Tato data byla získávána v období od 23. října 2014 do 21. listopadu 2014 ze stejného zdroje, jako ceny akcií. Kromě cen opcí byl také zaznamenán aktuální kurz akcií v době stahování těchto dat. Pro všechny společnosti jsou vypisovány americké opce a pro každou z nich byly vybrány opce se třemi dobami expirace a to jedna na krátké období, jedna střednědobá a jedna na delší časové období.

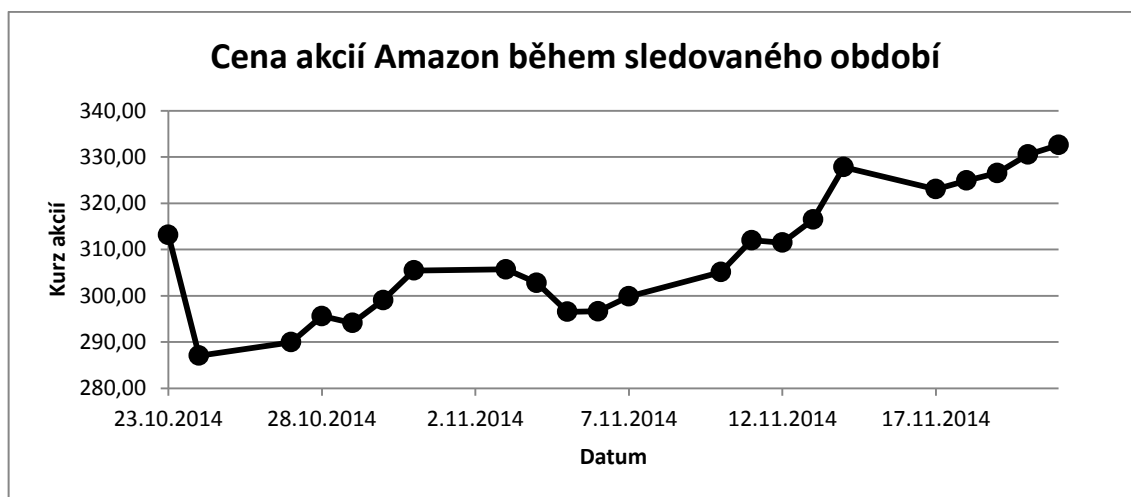
7.1.1 Amazon.com Inc.

Amazon.com Inc. je největší společnost provozující internetový obchod ve Spojených státech amerických. V začátcích fungoval jako on-line knihkupectví, ale brzy se rozšířil o elektroniku, oblečení, potraviny, nábytek a mnoho dalšího.

Ceny akcií během sledovaného období jsou znázorněny na obrázku 7.1. Na počátku sledovaného období (23. listopadu 2014) byla cena akcií \$313,18, na konci období (21. listopadu 2014) se cena akcie vyšplhala na maximální částku \$332,63. Na minimální částku \$287,06 klesla cena akcie druhý den sledování (24. listopadu 2014).

Pro společnost byly vybrány opce s následující dobou expirace:

- 22. listopadu 2014 (krátkodobá),
- 17. dubna 2015 (střednědobá),
- 15. ledna 2016 (dlouhodobá).

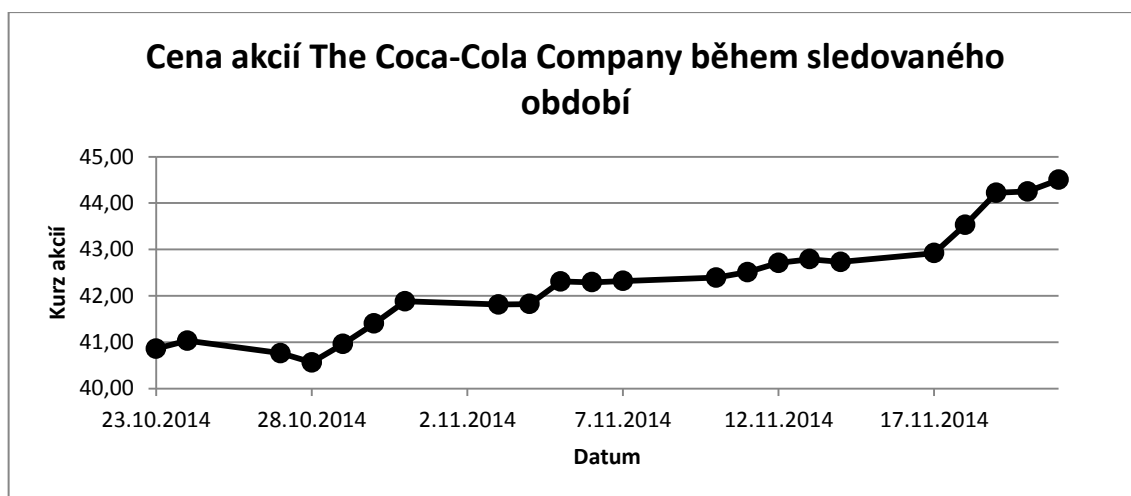


Obrázek 7.1: Cena akcií Amazon během sledovaného období

7.1.2 The Coca-Cola Company

The Coca-Cola Company je jednou z největších společností vyrábějící, prodávající a distribuující nealkoholické nápoje, džusy a sirupy na světě.

Pohyb cen akcií této korporace ve sledovaném období je znázorněn na obrázku 7.2. Na počátku období měly akcie cenu \$40,68 a na konci se cena vyšplhala na maximální částku \$44,50. Na minimální částku se cena akcií dostala 28. října 2014 a to konkrétně na hodnotu \$40,56.



Obrázek 7.2: Cena akcií The Coca-Cola Company během sledovaného období

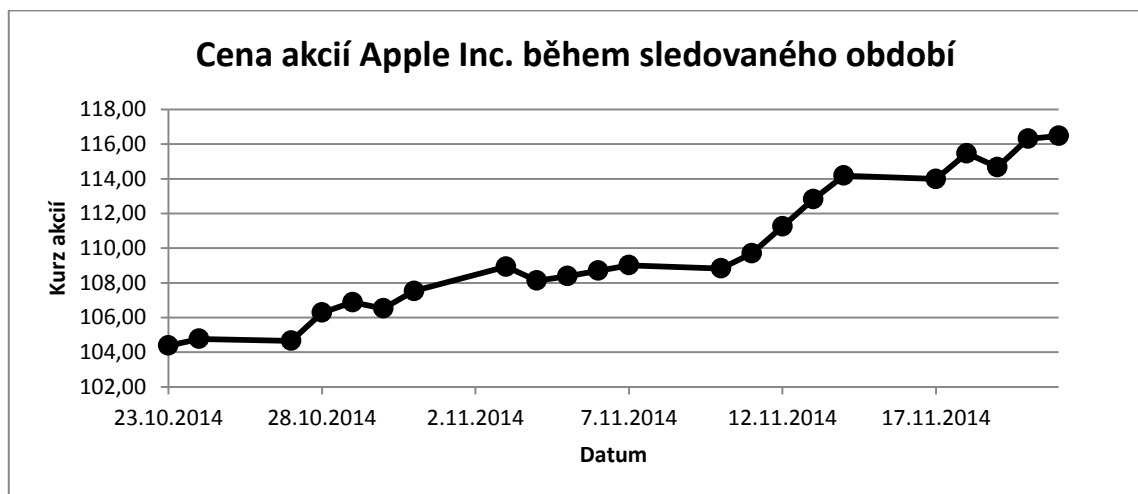
Pro společnost byly vybrány opce s následující dobou expirace:

- 22. listopadu 2014 (krátkodobá),
- 17. ledna 2015 (střednědobá),
- 15. ledna 2016 (dlouhodobá).

7.1.3 Apple Inc.

Specializací americké společnosti Apple Inc. je hardware a software. Mezi nejnámější produkty můžeme zahrnout chytré telefony iPhone, tablety iPad, MP3 přehrávače iPod a v neposlední řadě počítače.

Na počátku sledované doby měla cena akcií Apple Inc. minimální hodnotu \$104,38. Během celé sledované časové etapy nedošlo u ceny akcií této společnosti k žádnému výraznému poklesu a až na několik výjimek se každý den tato hodnota zvyšovala, až na konci období nabyla hodnoty největší, a to \$116,47. Tento průběh je uveden na obrázku 7.3.



Obrázek 7.3: Cena akcií Apple Inc. během sledovaného období

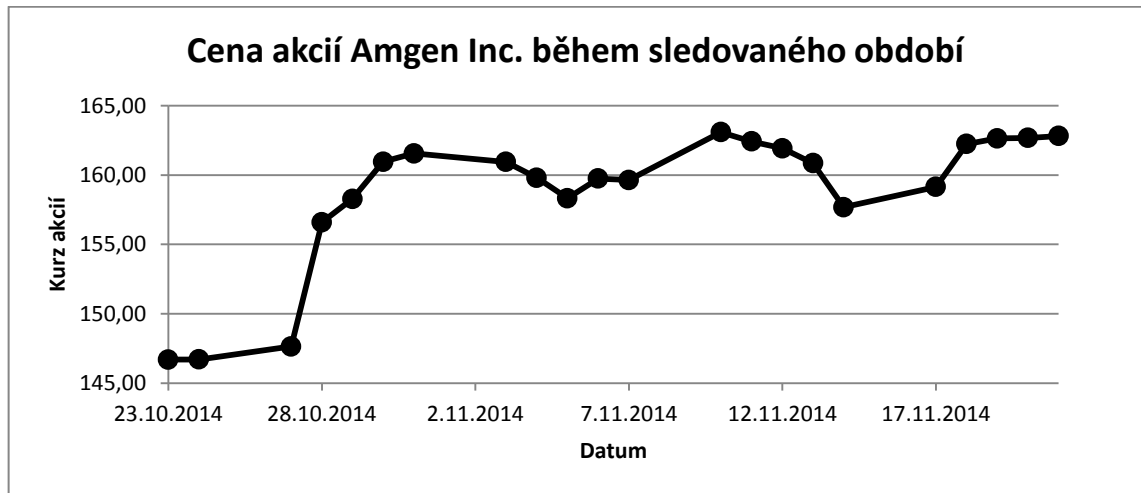
Pro společnost byly vybrány opce s následující dobou expirace:

- 22. listopadu 2014 (krátkodobá),
- 17. dubna 2015 (střednědobá),
- 15. ledna 2016 (dlouhodobá).

7.1.4 Amgen Inc.

Americká nadnárodní společnost Amgen Inc. je jednou z největších biotechnologických farmaceutických společností na světě. Lékové portfolio této korporace tvoří deset léků, z čehož sedm je nabízeno i na trhu v České republice, a to v oblasti onkologie, hematologie a dalších.

Vývoj ceny akcií společnosti Amgen Inc. ve sledované době je vykreslen na obrázku 7.4. Minimální hodnotu \$146,69 nabyla tato cena na počátku období, na konci období měla cena těchto akcií částku \$162,81 a maximální ceny \$163,09 dosáhla 10. listopadu 2014, zhruba ve středu pozorovaného časového intervalu.



Obrázek 7.4: Cena akcií Amgen Inc. během sledovaného období

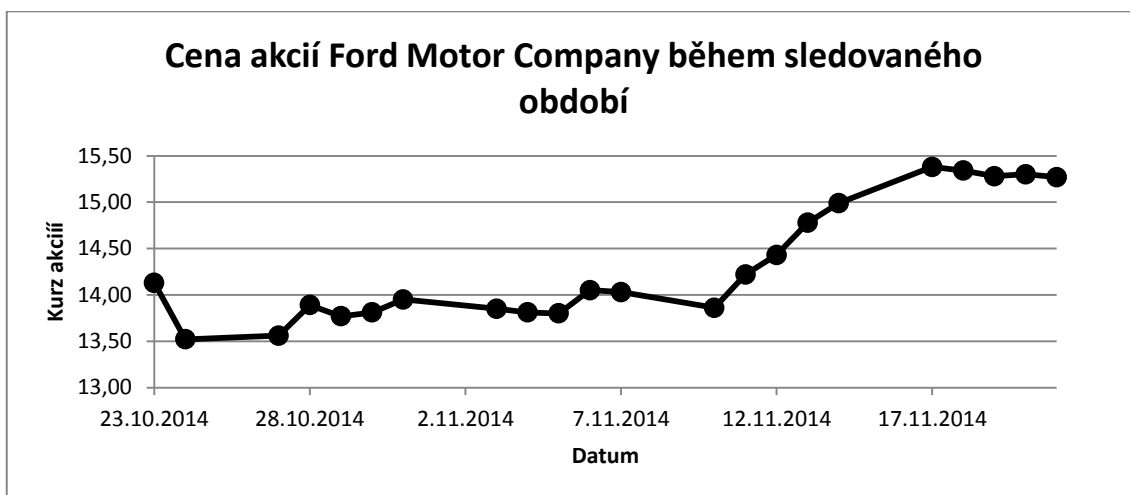
Pro společnost byly vybrány opce s následující dobou expirace:

- 22. listopadu 2014 (krátkodobá),
- 17. dubna 2015 (střednědobá),
- 15. ledna 2016 (dlouhodobá).

7.1.5 Ford Motor Company

Americkou nadnárodní společnost Ford Motor Company není nutné dlouze představovat. Jedná se o korporaci vyrábějící automobily.

Na začátku sledovaného období byla cena akcií \$14,13, na konci dosáhla tato hodnota výše \$15,27. Maximální hodnoty \$15,38 nabyla cena 17. listopadu 2014, minimální cena akcií \$13,52 nastala druhý den v pozorovaném časovém intervalu, a to 24. října 2014. Celkový vývoj cen akcií společnosti Ford Motor Company v pozorovaném období je znázorněn na obrázku 7.5.



Obrázek 7.5: Cena akcií Ford Motor Company během sledovaného období

Pro společnost byly vybrány opce s následující dobou expirace:

- 22. listopadu 2014 (krátkodobá),
- 17. ledna 2015 (střednědobá),
- 15. ledna 2016 (dlouhodobá).

7.2 Volatilita

Jedním z nejdůležitějších faktorů ovlivňující cenu opce je volatilita podkladové akcie. Tato volatilita je odhadována na základě historických cen akcií jako směrodatná odchylka ročních logaritmických výnosů a je nazývána jako tzv. *historická volatilita*. Další možností odhadu volatility je určení směrodatné odchylky za jiná období. Tímto způsobem lze získat například 5letou, roční nebo 90denní volatilitu. Neexistuje však žádné pravidlo, které by určovalo, která ze zmíněných volatilit je právě ta nejvhodnější. Mezi doporučené hodnoty patří 90denní nebo 180denní volatilita, někdo také doporučuje výpočet směrodatné odchylky za období stejně dlouhé, jako je doba do expirace opce [7, p. 238]. Pro tuto práci byla použita alternativní vážená volatilita. Inspirací pro tento odhad je EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) [7, pp. 343,344]. Vážená volatilita byla vypočítána jako vážená směrodatná odchylka z ročních logaritmických výnosů dle následujícího vzorce

$$sd_w = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N w_i (x_i - \bar{x}_w)(x_i - \bar{x}_w)^2}{(N' - 1) \frac{\sum_{i=1}^N w_i}{N'}}}$$

kde

w_i je váha pro i -té pozorování,

N je počet pozorování,

N' je počet nenulových vážení,

x_i roční logaritmické výnosy,

$\overline{x_w}$ je vážený průměr.

Váhy jednotlivých pozorování byly vypočítány jako

$$w_i = w^i, i = 1, \dots, N$$

a navíc jsme určili pravidlo, že po pěti letech mají všechna pozorování váhu jen 5 %, jelikož tato data nechceme úplně zanedbat, ale nemají takovou váhu, jako data novější. Váha w byla vypočítána pomocí *Řešitele* za stanovených podmínek. Další možností by bylo volit váhu tak, aby se výsledná cena opce co nejlépe shodovala s reálnou tržní cenou.

7.3 Bezriziková úroková míra

Další proměnnou, kterou je nutné odhadnout pro ocenění opcí je bezriziková úroková míra, která představuje úrok z držení bezrizikového aktiva. Pro její odhad byly využity americké dluhopisy *Treasury Bills (T-Bills)*, které vydává americké ministerstvo financí (*U.S. Department of The Treasury*) [8]. Tyto dluhopisy jsou vypisovány na období 4, 13, 26 nebo 52 týdnů. Na základě výnosů těchto dluhopisů, které byly přepočteny na příslušný počet dní do expirace každé opce, byla odhadnuta bezriziková úroková míra.

7.4 Počet období

Posledním povinným parametrem modelu je počet období jak binomického tak trinomického modelu. V případě modelů oceňujících opce pomocí *Maker* je doporučeno volit počet kroků jako rozdíl mezi datem expirace opce a datem výpočtu. V případě oceňování reálných opcí je tedy počítáno s tímto počtem období. Předpokládáme tedy, že cena akcie se změní jednou za den.

7.5 Dividendy

Dalším faktorem ovlivňujícím cenu opce je výplata dividend. Kromě firmy *Amazon.com Inc.* všechny ostatní společnosti dividendy vyplácejí. V tabulce 7.1 jsou zaznamenány výše vyplácených dividend spolu s jejich *Ex-Dividend Date* až do času expirace nejdelsí opce, tedy 15. ledna 2016. Výše a *Ex-Dividend Date* doposud nezveřejněných dividend byly odhadnuty na základě historických výplat, viz *DP_A13N0017P.xlsxm List Dividendy*. Odhad byl proveden tak, aby *Ex-Dividend Date* připadl na přibližně stejné datum, den a počet dní mezi výplatami byl přibližně shodný jako v minulých letech. Výše výplat byly ponechány v závislosti na poslední zveřejněné částce. Takto odhadnuté informace jsou v tabulce 7.1 označeny hvězdičkou.

Coca-Cola		Apple		Amgen		Ford	
26.11.2014	\$0,305	6.11.2014	\$0,47	10.11.2014	\$0,61	29.10.2014	\$0,125
12.3.2015	\$0,330	5.2.2015	\$0,47	10.2.2015	\$0,79	28.1.2015	\$0,15
11.6.2015*	\$0,330	7.5.2015*	\$0,47	12.5.2015	\$0,79	29.4.2015	\$0,15
10.9.2015*	\$0,330	6.8.2015*	\$0,47	11.8.2015*	\$0,79	29.7.2015*	\$0,15
26.11.2015*	\$0,330	5.11.2015*	\$0,47	10.11.2015*	\$0,79	28.10.2015*	\$0,15

Tabulka 7.1: Dividendy vyplácené jednotlivými společnostmi

7.6 Porovnání výsledků

Pro srovnání modelových a tržních cen byly určeny následující dvě odchylky. Průměrná absolutní odchylka ve tvaru

$$\frac{1}{21} \sum_{i=1}^{21} |x_{m_i} - x_{r_i}|,$$

kde

x_{m_i} představuje cenu získanou pomocí binomického nebo trinomického modelu v i -tý den sledovaného období,

x_{r_i} reprezentuje reálné tržní ceny i -tý den sledovaného období.

Tato odchylka je vhodná zejména pro ceny opcí blízké nule.

Druhým ukazatelem je průměrná relativní odchylka ve tvaru

$$\frac{1}{21} \sum_{i=1}^{21} \frac{|x_{m_i} - x_{r_i}|}{x_{r_i}},$$

kde

x_{m_i} představuje cenu získanou pomocí binomického nebo trinomického modelu i -tý den sledovaného období,

x_{r_i} reprezentuje reálné tržní ceny i -tý den sledovaného období.

Tato odchylka ukazuje, kolik procent z reálné tržní ceny odchylka tvoří. Čím nižší tato hodnota bude, tím lépe je daná opce vzhledem k tržní ceně oceněna.

8 Zhodnocení výsledků

V této kapitole aplikujeme získané teoretické znalosti binomického a trinomického modelu na ocenění reálných akciových opcí vybraných společností. Tato ocenění porovnáme s reálnými tržními cenami opcí. Pro každou společnost byly zvoleny opce se třemi různými dobami expirace a pro každou tuto opci byly realizační ceny voleny tak, aby pokud možno jedna byla v penězích, jedna na penězích a jedna mimo peníze. V závěru každé podkapitoly jsou vyvozeny závěry pro všechny oceňované opce.

8.1 Amazon Inc.

Pro společnost Amazon.com Inc. jsme získali historická data o kurzech akcií z [9]. Z historických dat jsme vypočítali roční logaritmické výnosy a z těchto hodnot jsme vypočítali několik druhů volatilit. Historická volatilita pro příslušný den byla vypočítána jako výběrová směrodatná odchylka z výnosu od počátku stahování do předešlého dne. Dále byla určena například 10letá volatilita pro každý den jako směrodatná odchylka výnosů za období deseti let od předcházejícího dne. V neposlední řadě byla z logaritmických výnosů vypočítána exponenciálně vážená volatilita dle vzorce v kapitole 7.2. Tento odhad volatility byl použit pro ocenění opcí této společnosti a jeho hodnota se ve sledovaném období pohybuje kolem 0,39. Všechny odhadnuté druhy volatility pro akcie společnosti Amazon.com Inc. spolu s historickými daty o kurzech akcií se nacházejí v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na *Listu AMZN*.

Opce této společnosti oceňujeme v období od 23. října do 21. listopadu 2014. Pro porovnání jsme získali reálné ceny opcí s expirací 22. listopadu 2014, 17. dubna 2015 a 15. ledna 2016. Výsledné ceny opcí získané pomocí binomického a trinomického modelu spolu s porovnáním s reálnými tržními cenami se nachází v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na *Listech AMZN141122*, *AMZN150417* a *AMZN160115*.

Jak již bylo zmíněno, společnost Amazon.com Inc. nevyplácí žádné dividendy, všechny opce byly tedy oceněny pomocí standartního binomického a trinomického modelu bez výplaty dividend.

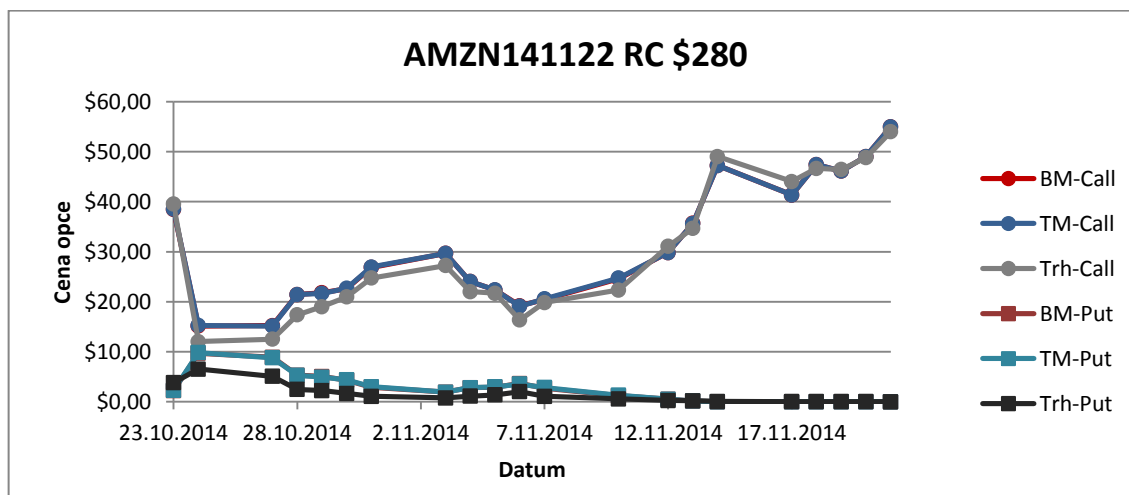
8.1.1 AMZN141122

Jako první se seznámíme s výsledky ocenění opce s nejkratší dobou expirace. Životnost této opce vypršela 22. listopadu 2014 tedy necelý měsíc od začátku sledování. Počet období je v tomto případě mezi 1 a 30, jelikož předpokládáme, že se cena podkladové akcie změní pouze jednou za den. Poslední den pozorování (22. listopadu) již opci neoceňujeme, jelikož expiruje. Pro odhad bezrizikové úrokové míry byla využita výnosnost 4 týdenních amerických dluhopisů *Treasury Bills* (viz kapitola 7.3), která se v tomto období

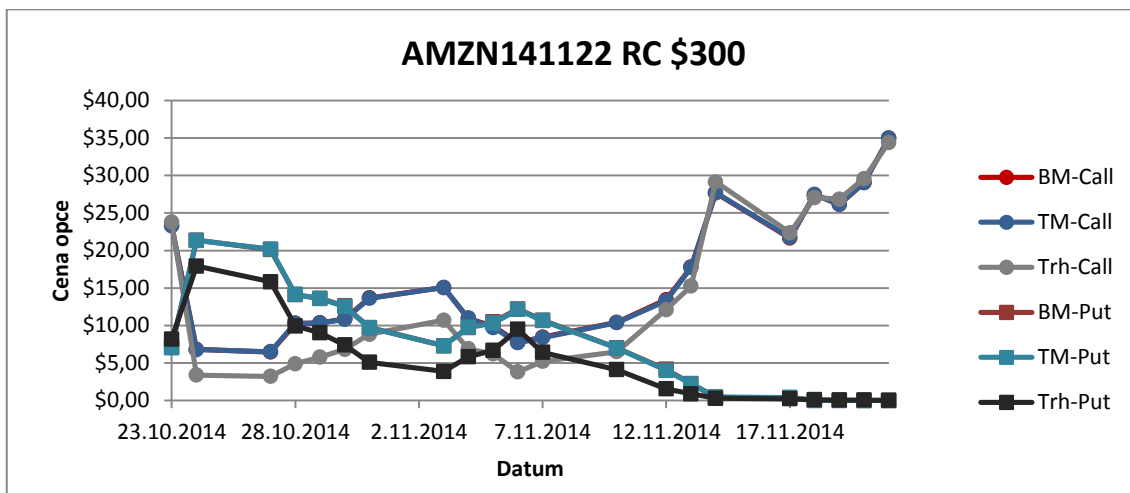
pohybovala mezi 0,01 % a 0,05% p. m. Po přepočtení těchto hodnot na přesný počet dní do data expirace opce pro každý den sledování jsme získali odhad bezrizikové úrokové míry mezi 0 % a 0,03 %. Tyto přepočtené hodnoty bezrizikové úrokové míry lze nalézt v příloženém souboru DP_A13N0017P.xlsm na Listu BÚR. Realizační ceny opcí byly zvoleny následujícím způsobem. Byla vybrána jedna opce v penězích, její realizační cena je \$280, jedna na penězích s realizační cenou \$300 a poslední mimo peníze s realizační cenou \$340. Pro tyto realizační ceny byly oceněny jak Call tak i Put opce. V tabulce 8.1 jsou zaznamenány průměrné absolutní a relativní odchylky oceněných opcí pomocí binomického a trinomického modelu od získaných tržních hodnot. Na obrázku 8.1 je zobrazeno grafické srovnání pro Call opci v penězích a Put opci mimo peníze, na obrázku 8.2 je srovnání pro oba typy opcí na penězích a obrázek 8.3 zachycuje porovnání pro Call opci mimo peníze a Put opci v penězích.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$280	1,78	1,79	8,5%	8,5%
	\$300	2,73	2,70	44,4%	44,1%
	\$340	0,66	0,69	255,3%	265,6%
Put opce	\$340	1,05	1,07	4,1%	4,3%
	\$300	2,52	2,49	71,1%	69,6%
	\$280	1,31	1,32	105,0%	106,4%

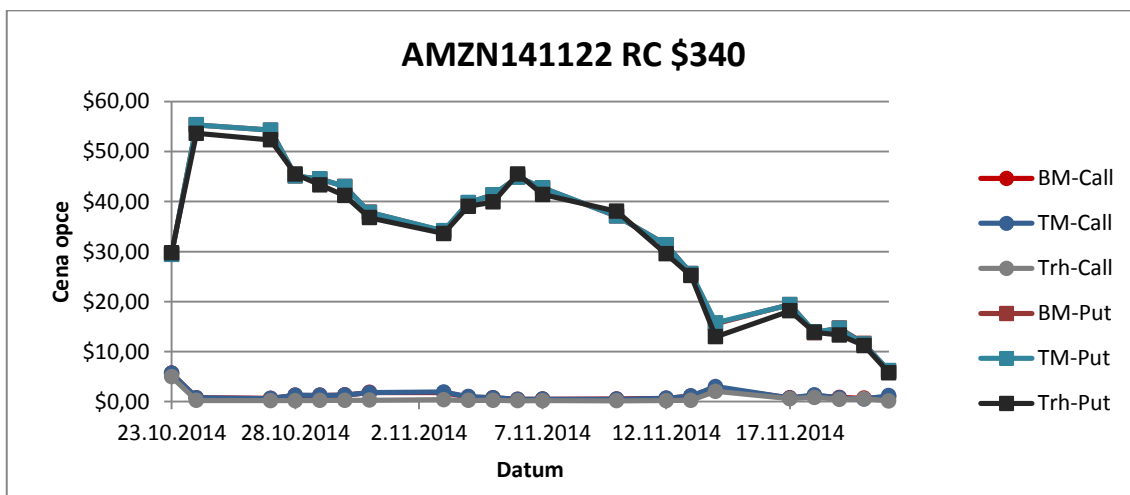
Tabulka 8.1: Průměrné odchylky ocenění opcí AMZN141122



Obrázek 8.1: Opce AMZN141122 s realizační cenou \$280



Obrázek 8.2: Opce AMZN141122 s realizační cenou \$300



Obrázek 8.3: Opce AMZN141122 s realizační cenou \$340

Oceněním oběma modely jsme získali téměř totožné výsledky, proto je ve všech grafických zpracováních křivka znázorňující ocenění opce binomickým modelem skryta pod čarou představující ocenění trinomickým modelem.

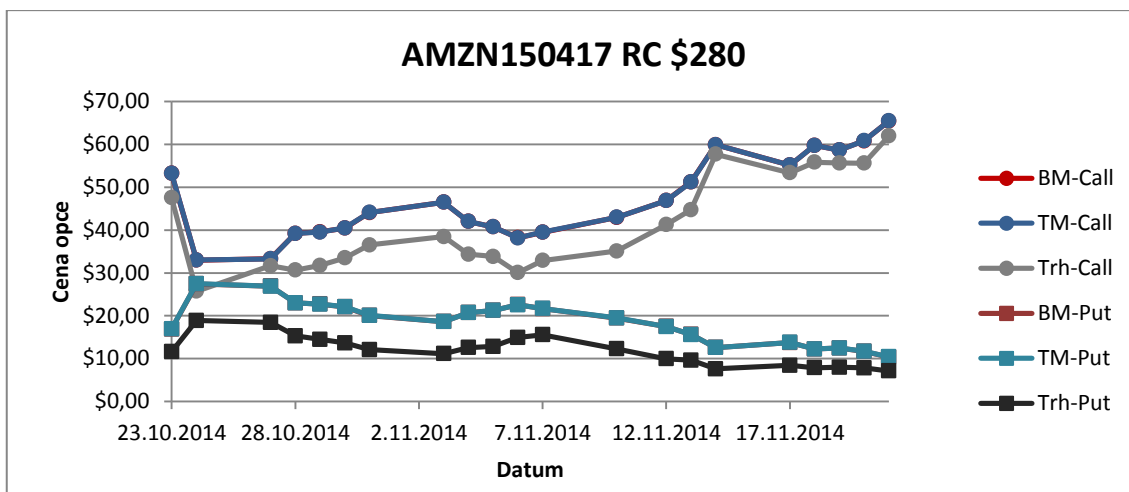
8.1.2 AMZN150417

Doba expirace této střednědobé opce byla 17. dubna 2015, tedy přibližně půl roku od počátku sledování. Počet období pro ocenění této opce byl v rozmezí 147 až 176. Odhad bezrizikové úrokové míry byl proveden pomocí výnosu 26týdenních amerických dluhopisů *T-Bills*, který se během pozorování pohyboval mezi 0,05 % až 0,07 % p. s. Hodnota bezrizikové úrokové míry se po přepočtení pro každý den pozorování na příslušný počet dní do data expirace opce pohybuje taktéž mezi 0,05 % až 0,07 %. Hodnoty realizačních cen této Call opce byly zvoleny následovně: \$280 pro opci

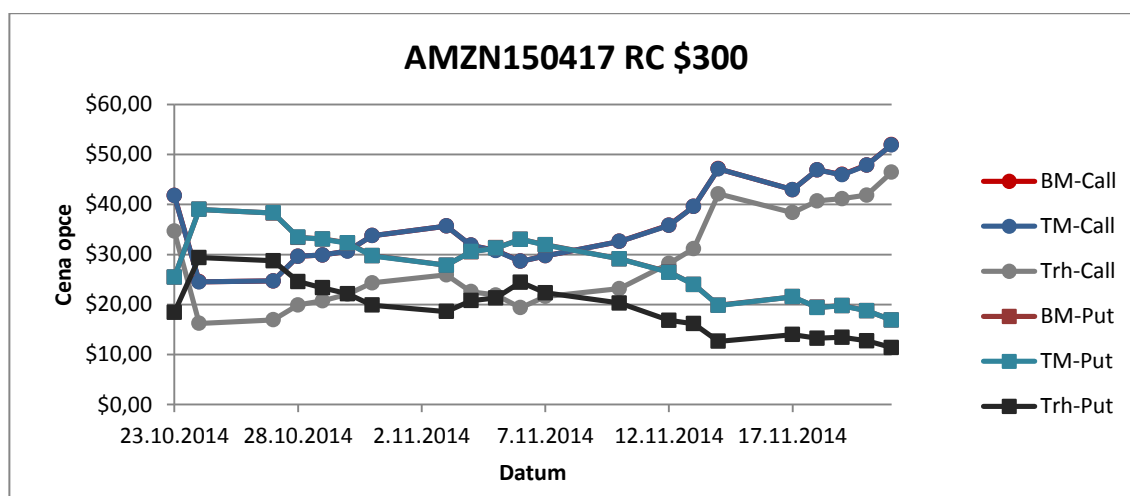
v penězích, \$300 pro opci na penězích a \$340 pro opci mimo peníze a stejné hodnoty jen v opačném pořadí jsme vybrali pro Put opci. V tabulce 8.2 jsou zaznamenány průměrné odchylky ocenění opcí pomocí binomického a trinomického modelu od reálných tržních cen opcí pro všechny zmíněné realizační ceny. Obrázky 8.4 až 8.6 zobrazují grafy porovnání vypočítaných cen se skutečnými.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$280	5,82	5,83	15,9%	16,0%
	\$300	7,77	7,76	31,7%	31,7%
	\$340	8,44	8,44	85,6%	85,5%
Put opce	\$340	9,19	9,19	22,6%	22,6%
	\$300	8,44	8,43	45,2%	45,1%
	\$280	6,63	6,64	56,6%	56,7%

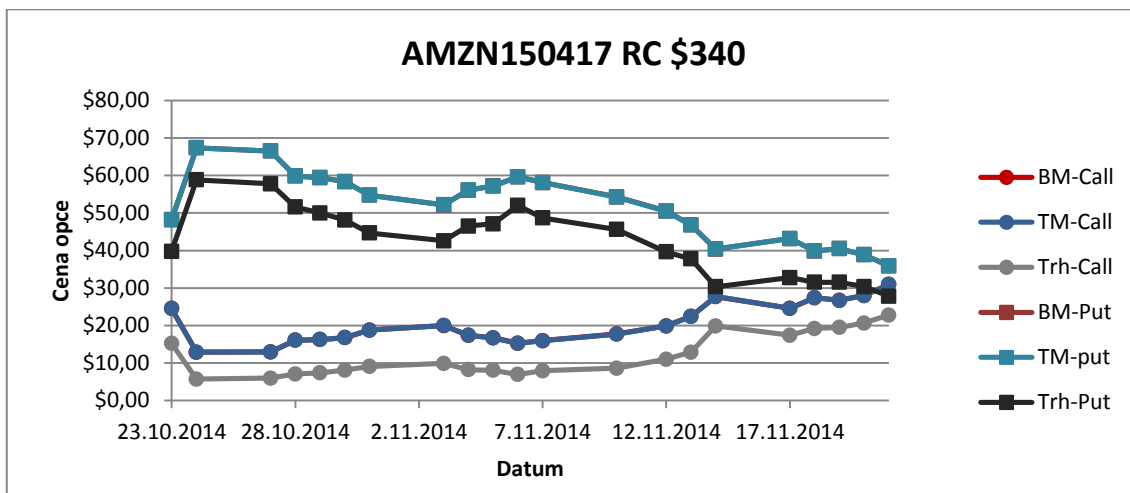
Tabulka 8.2: Průměrné odchylky ocenění opcí AMZN150417



Obrázek 8.4: Opce AMZN150417 s realizační cenou \$280



Obrázek 8.5: Opce AMZN150417 s realizační cenou \$300



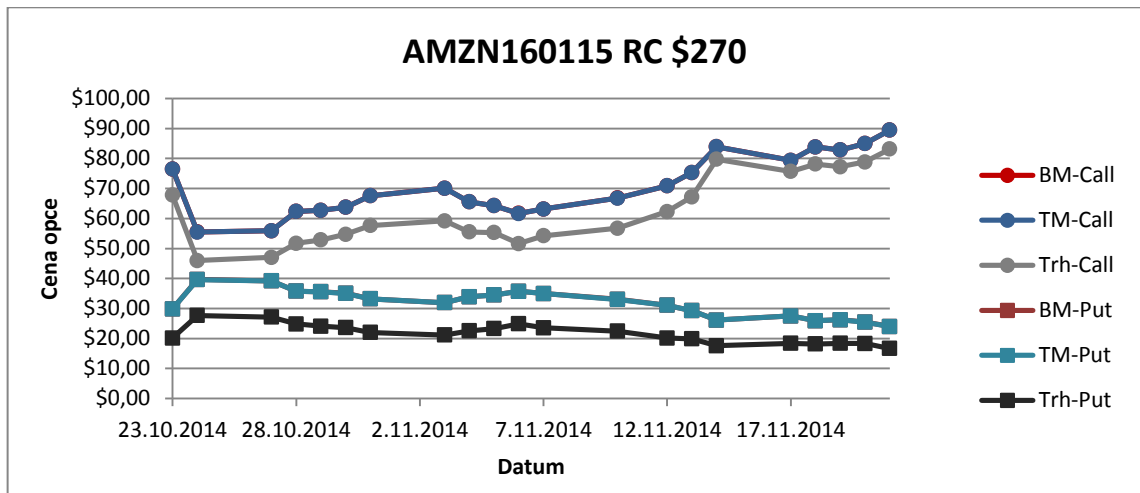
Obrázek 8.6: Opce AMZN150417 s realizační cenou \$340

8.1.3 AMZN160115

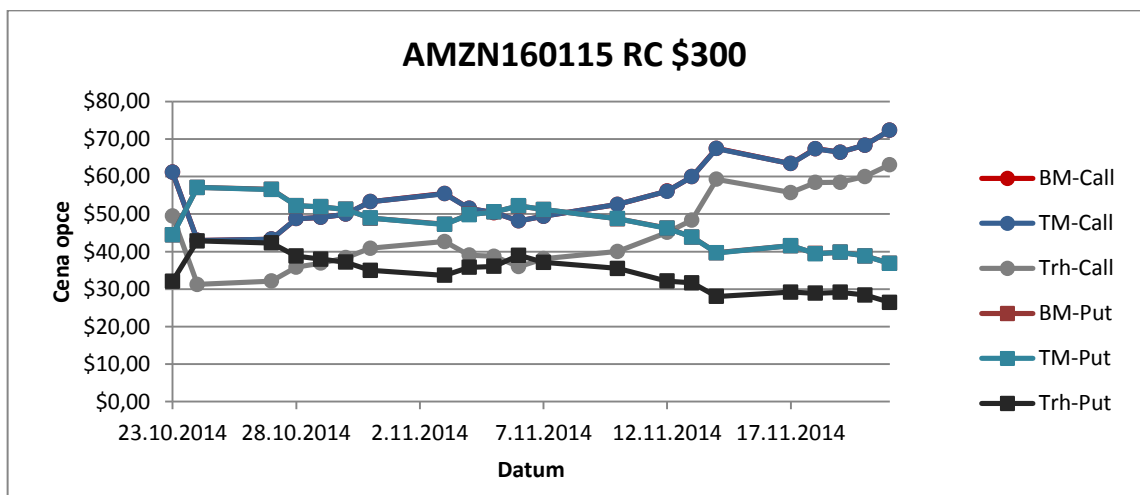
Jako poslední byla pro společnost Amazon.com Inc. zvolena opce s expirací 15. ledna 2016, tedy téměř rok a čtvrt od počátku sledování. Počet období se pro tuto opci pohybuje mezi 420 a 449 obdobími. Pro odhad bezrizikové úrokové míry byla použita výnosnost 52týdenních *T-Bills*, která nabývala v pozorovaném období hodnot mezi 0,09 % až 0,15 % p. a. Po přepočtu na příslušný počet dnů do data expirace opce jsme získali odhad bezrizikové úrokové míry mezi 0,11 % a 0,18 % v závislosti na konkrétním dnu pozorování. Realizační ceny pro Call opce jsme zvolili \$270 pro opci v penězích, \$300 pro opci na penězích a \$350 pro opci mimo peníze vzhledem k ceně akcie ve sledovaném období. Realizační ceny pro Put opce jsou totožné, pouze v opačném pořadí. Grafické zpracování vývoje cen během pozorovaného období zachycují obrázky 8.7 až 8.9, průměrné odchylky se nacházejí v tabulce 8.3.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$270	8,27	8,26	14,2%	14,1%
	\$300	10,94	10,93	26,0%	26,0%
	\$350	12,67	12,68	55,6%	55,6%
Put opce	\$350	14,83	14,83	23,6%	23,6%
	\$300	12,92	12,91	38,1%	38,0%
	\$270	10,14	10,13	46,8%	46,7%

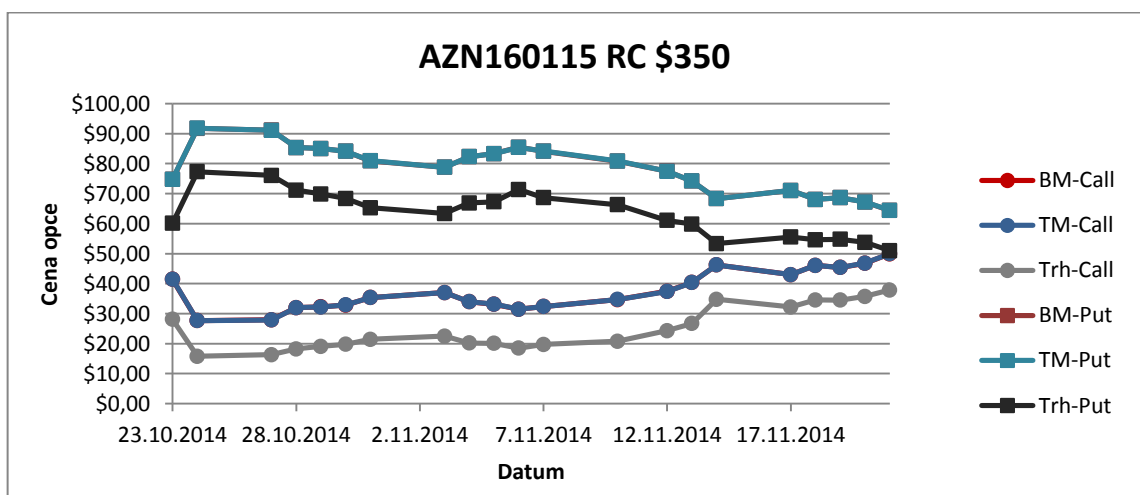
Tabulka 8.3: Průměrné odchylky ocenění opcí AMZN160115



Obrázek 8.7: Opce AMZN160115 s realizační cenou \$270



Obrázek 8.8: Opce AMZN160115 s realizační cenou \$300



Obrázek 8.9: Opce AMZN160115 s realizační cenou \$350

8.1.4 Shrnutí

Jak je vidět z grafického zpracování, tak z hodnot jednotlivých odchylek, ocenění opcí trinomickým modelem nedává výrazně odlišné hodnoty cen opcí od ocenění modelem binomickým, spíše shledáváme, že výsledky cen opcí pro oba modely jsou téměř totožné. Dle relativních odchylek lze usoudit, že modely oceňují nejlépe opce s realizačními cenami v penězích vzhledem ke kurzům podkladové akcie, hůře opce s realizační cenou na penězích a největší odchylky cen získaných pomocí modelů od tržních cen mají opce s realizační cenou mimo peníze. Ceny opcí získaných oběma modely mají stejný charakter průběhu jako reálné tržní ceny, pouze nabývají vyšších hodnot. Hlavním důvodem odchylek těchto modelových cen od reality může být odhad volatility a s jeho vlivem se seznámíme v další kapitole věnované citlivostní analýze.

8.2 The Coca-Cola Company

Stejně jako v předcházejícím případě byly pro společnost The Coca-Cola Company získány upravené ceny akcií od začátku roku 1998 do konce sledovaného období z [10]. Z těchto dat byly také vypočítány roční logaritmické výnosy a na jejich základě byly opět určeny různé typy volatilit. Jako odhad volatility pro modely oceňování opcí byla také zvolena exponenciálně vážená volatilita, jejíž hodnota se během sledovaného období pro tuto společnost pohybuje kolem 0,12. Historické kurzy akcií společnosti The Coca-Cola Company spolu s různými typy odhadu volatility lze nalézt v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na Listu *KO*.

Získané ceny opcí pro každý den sledovaného období s dobami expirace 22. října 2014, 17. ledna 2015 a 15. ledna 2016 se nacházejí v příloženém souboru *KO.xlsx*. Porovnání cen opcí oceněných pomocí vytvořených modelů s těmito získanými reálnými tržními cenami lze nalézt v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na Listech *KO141122*, *KO150117* a *KO160115*.

Na rozdíl od společnosti Amazon.com Inc. The Coca-Cola Company vyplácí svým akcionářům dividendy. Pro ocenění jejích opcí je tedy nutné znát jejich výše výplat a *Ex-Dividend Date*. Tyto informace o dividendách vyplacených společností od počátku sledovaného období do nejdelší expirace oceňované opce, do 15. ledna 2016, byly získány z [11] a jsou zaznamenány v tabulce 8.4.

Ex-Dividend Date	Výše Dividendy
26.11.2014	\$0,305
12.3.2015	\$0,330
11.6.2015*	\$0,330
10.9.2015*	\$0,330
26.11.2015*	\$0,330

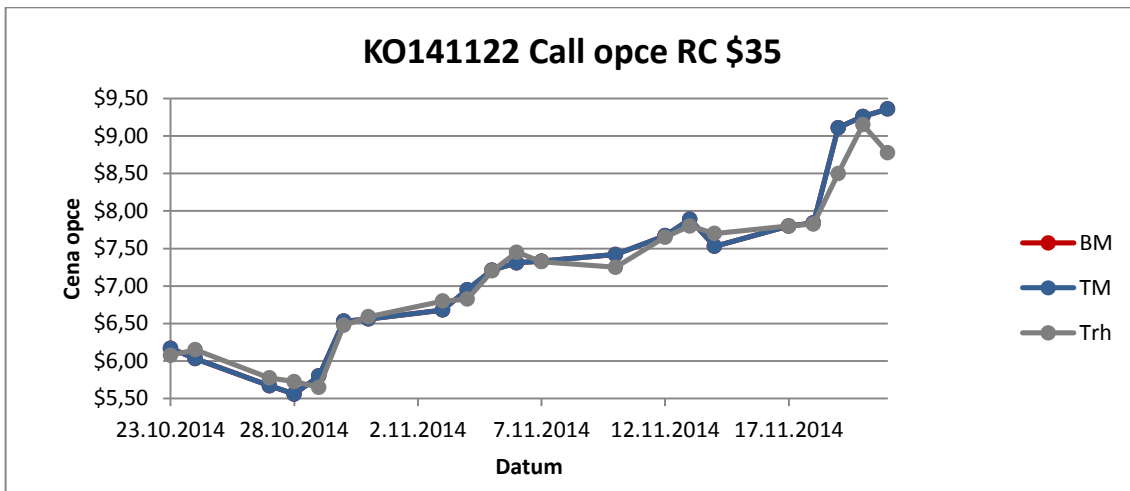
Tabulka 8.4: Informace o dividendách společnosti The Coca-Cola Company

8.2.1 KO141122

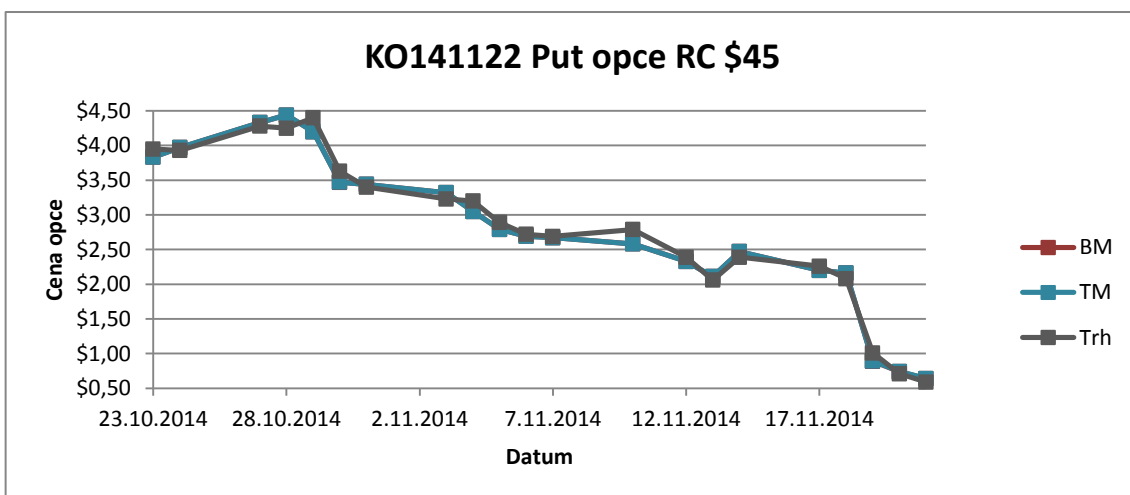
Této opci vypsané na podkladové akcie společnosti The Coca-Cola Company vypršela životnost 22. listopadu 2014, tedy přibližně měsíc od prvního dne sledování. Období modelů oceňujících tuto opci se tedy opět pohybuje od 1 do 30 období. Odhad bezrizikové úrokové míry byl proveden z výnosů 4týdenních *T-Bills* a nabývá stejných hodnot jako v případě opce AMZN141122. Realizační ceny byly zvoleny \$35 pro Call a \$45 pro Put opci v penězích. Pro opci na penězích byla vybrána hodnoty \$42 pro oba typy opce a opci mimo peníze v tomto případě neoceňujeme, jelikož její cena by se pohybovala kolem \$0. Důvodem je, že cena podkladové akcie vzrostla od počátku sledování o téměř \$4 a cena opce na penězích má tržní cenu kolem \$1. V tabulce 8.5 jsou uvedeny hodnoty průměrných absolutních a relativních odchylek cen opcí získaných pomocí obou modelů od tržních cen. Grafické shrnutí pro opce v penězích se nachází na obrázcích 8.10 a 8.11, pro opce na penězích na obrázku 8.12.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$35	0,14	0,14	1,9%	1,9%
	\$42	0,08	0,08	18,2%	18,3%
Put opce	\$45	0,09	0,09	3,8%	3,8%
	\$42	0,10	0,10	39,9%	39,5%

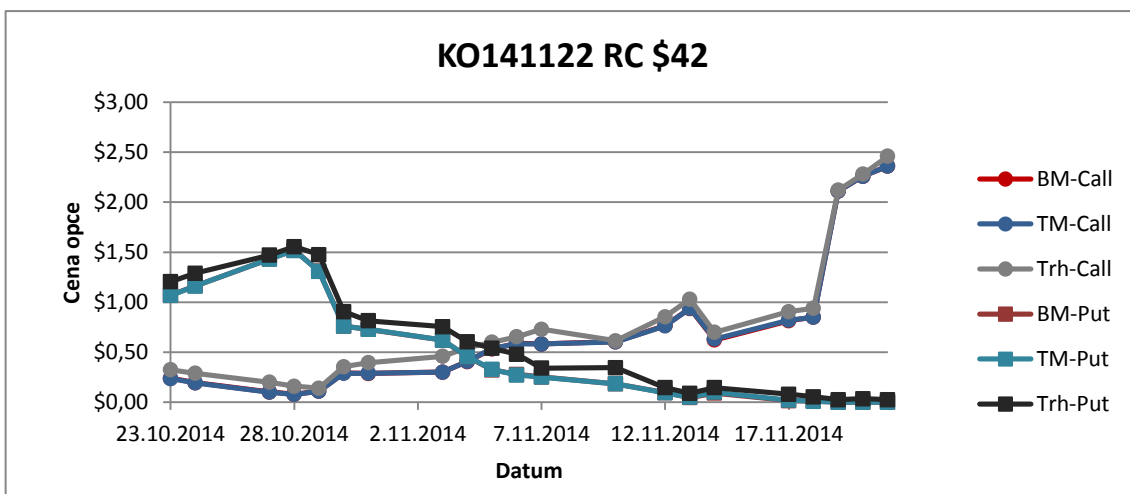
Tabulka 8.5: Průměrné odchylky ocenění opcí KO141122



Obrázek 8.10: Call opce KO141122 s realizační cenou \$35



Obrázek 8.11: Put opce KO141122 s realizační cenou \$45



Obrázek 8.12: Opce KO141122 s realizační cenou \$42

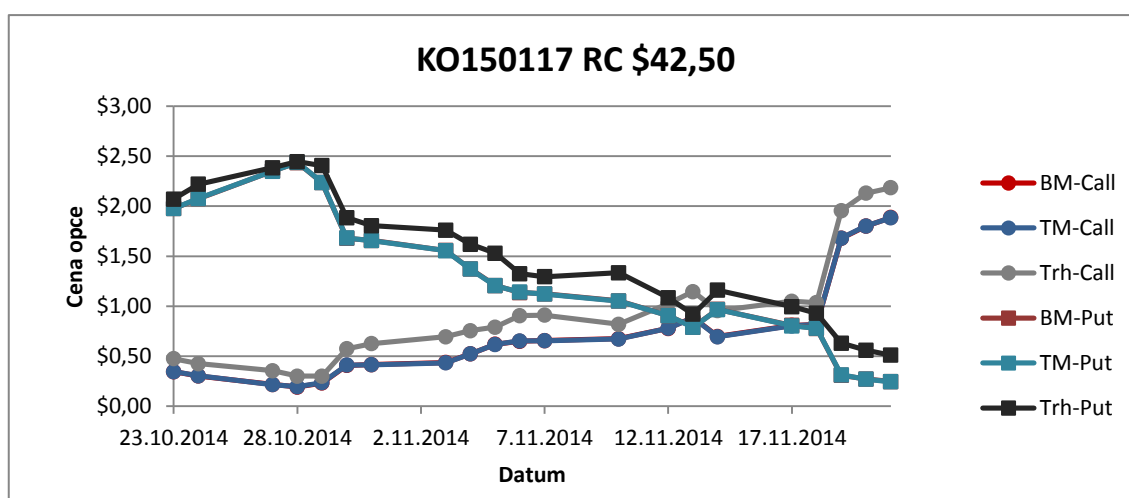
8.2.2 KO150117

Jako další byla pro společnost The Coca-Cola Company vybrána opce s expirací 17. ledna 2015, tedy přibližně tři měsíce od počátku sledování. Počet období obou modelů je v tomto případě mezi 57 a 86. Pro odhad bezrizikové úrokové míry bylo využito výnosů 13týdenních *T-Bills*, které se ve sledovaném období pohybovaly mezi 0,01 % a 0,03 % p. q. Po přepočtení na příslušný počet dnů do data expirace této opce získáváme tento odhad v intervalu 0,01 % až 0,03 % v závislosti na konkrétním dnu výpočtu. Realizační ceny byly zvoleny následujícím způsobem, pro Call opce \$35, \$42,50 a \$45 a pro Put opce \$45, \$42,50 a \$39. Pořadí realizačních cen opět odpovídá vztahu k ceně podkladové akcie, tedy opce v penězích, na penězích a mimo peníze. Do data expirace této opce došlo k výplatě první dividendy a to 26. listopadu 2014 ve výši \$0,305. Tato opce již tedy byla oceněna pomocí upravených modelů s výplatou dividend.

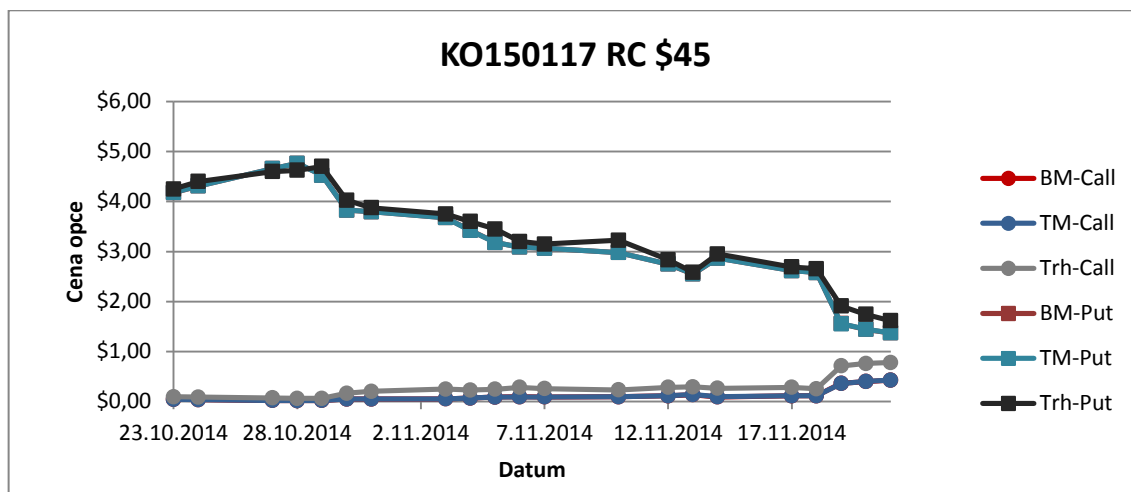
V tabulce 8.6 jsou zaznamenány průměrné odchylky modelových a tržních cen, grafické zpracování reprezentují obrázky 8.13 a 8.14. Z důvodu rozsahu této práce zde nejsou uvedeny grafy pro všechny realizační ceny této opce, zbytek je k nalezení v příloženém Excel souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na Listu *KO150117*.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$35	0,10	0,10	1,4%	1,4%
	\$42,50	0,21	0,21	25,7%	25,7%
	\$45	0,16	0,16	61,9%	61,8%
Put opce	\$45	0,14	0,14	5,2%	5,2%
	\$42,50	0,19	0,19	17,7%	17,7%
	\$39	0,18	0,18	68,9%	68,8%

Tabulka 8.6: Průměrné odchylky ocenění opcí KO150117



Obrázek 8.13: Opce KO150117 s realizační cenou \$42,50



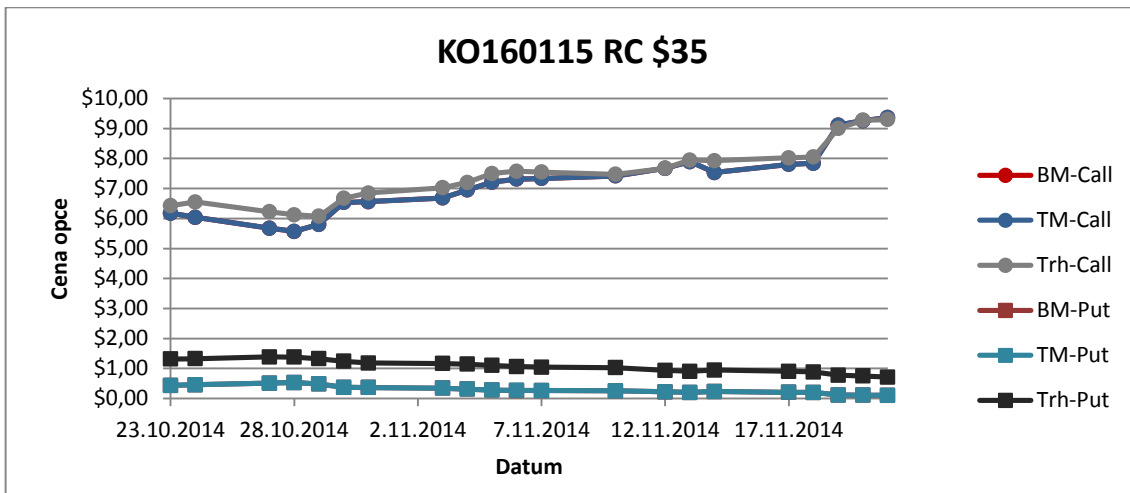
Obrázek 8.14: Opce KO150117 s realizační cenou \$45

8.2.3 KO160115

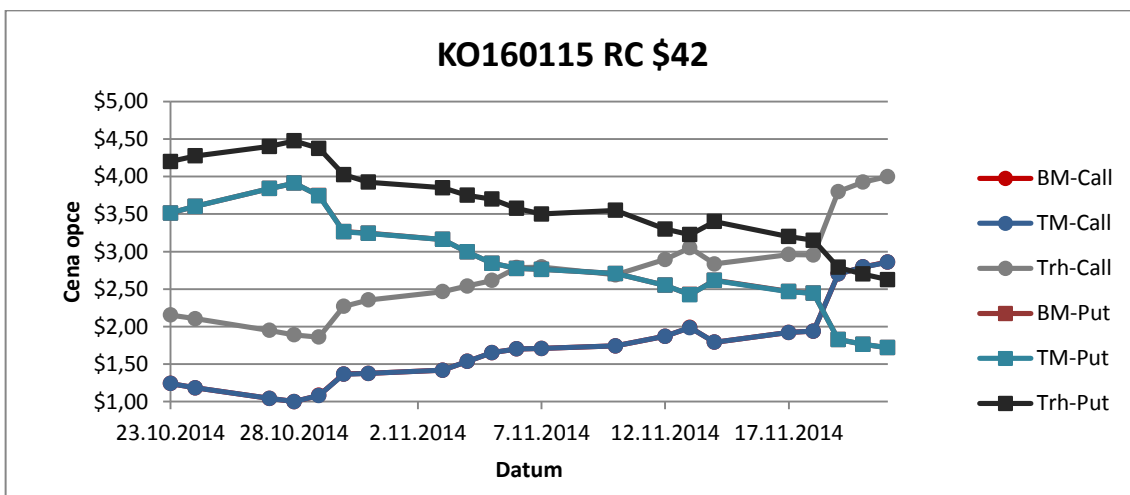
Jako poslední jsme pro tuto společnost sledovali vývoj cen pro opci s expirací 15. ledna 2016. V závislosti na konkrétním dnu se počet období pohybuje od 420 do 449. Bezriziková úroková míra byla odhadnuta pomocí výnosů 52týdenních *T-Bills*, které se během sledovaného období pohybovaly od 0,09 % do 0,15 % p. a. Přepočtením na příslušný počet dní do vypršení životnosti této opce jsme získali odhad bezrizikové úrokové míry v rozmezí 0,11 % a 0,18 %. Realizační ceny opcí byly zvoleny stejně jako v předchozím případě \$35, \$42 a \$45, s tím rozdílem, že v pro tuto opci byly vyčísleny i ceny pro opce mimo peníze. Oproti předchozímu případu vyplatí společnost svým akcionářům další čtyři dividendy, jejichž výše a *Ex-Dividend Date* byly zmíněny v tabulce 8.4. Průměrné odchylky ocenění této opce jsou zaznamenány v tabulce 8.7, grafické výsledky ocenění na obrázcích 8.15 až 8.17.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$35	0,24	0,24	3,5%	3,5%
	\$42	1,00	1,00	38,0%	38,0%
	\$45	0,82	0,82	53,7%	53,7%
Put opce	\$45	0,50	0,50	9,6%	9,6%
	\$42	0,75	0,75	21,7%	21,7%
	\$35	0,77	0,77	73,3%	73,3%

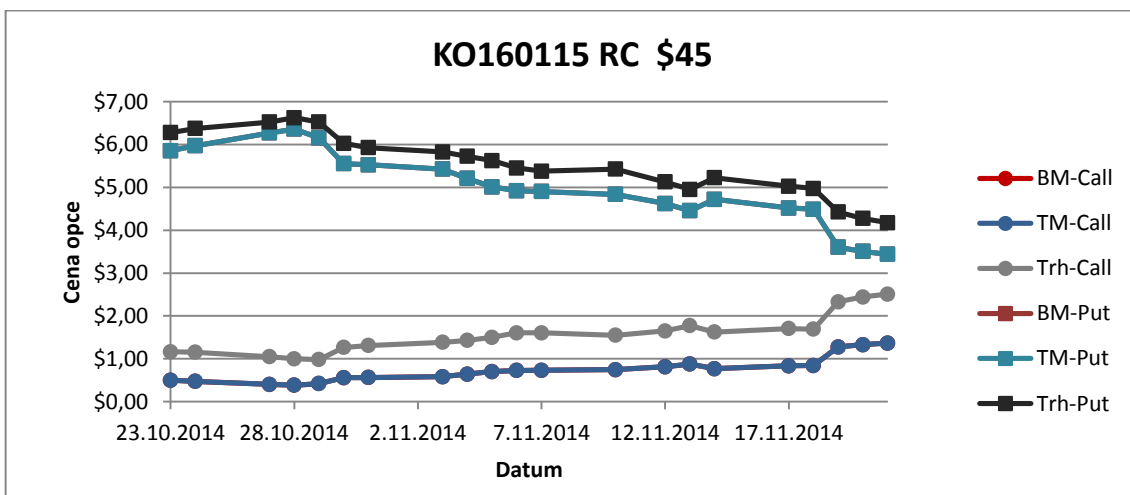
Tabulka 8.7: Průměrné odchylky ocenění opcí KO160115



Obrázek 8.15: Opce KO160115 s realizační cenou \$35



Obrázek 8.16: Opce KO160115 s realizační cenou \$42



Obrázek 8.17: Opce KO60115 s realizační cenou \$45

8.2.4 Shrnutí

Stejně jako v případě opcí společnosti Amazon.com Inc. dává ocenění opcí korporace The Coca-Cola Company pomocí trinomického modelu téměř stejný výsledek jako ocenění modelem binomickým. Vzhledem k relativním odchylkám jsou nejlépe oceněny opce v penězích, hůře opce na penězích a největší odchylky shledáváme v případě opcí mimo peníze. Tyto poznatky platí pouze za předpokladu, že tržní ceny jsou správné. V opačném případě lze nesprávných reálných tržních hodnot využít k dosažení zisku. Hodnota odchylek se také zvětšuje s dobou expirace, což může být důsledkem vyšší časové hodnoty opcí s delší dobou expirace. Opce s kratší dobou expirace mají nižší časovou a převládá zde hodnota vnitřní, která je přesně stanovená. Odchylky mohou opět vznikat díky volbě volatilit, které se budeme věnovat v následující kapitole popisující citlivostní analýzu.

8.3 Apple Inc.

Historická data o kurzech akcií společnosti Apple Inc. jsme získali z [12]. Na základě těchto dat jsme určili odhad několika typů volatilit a jako výchozí pro ocenění jsme zvolili odhad pomocí exponenciálního vážení, který je pro tuto společnost roven přibližně 0,39. Všechny odhady volatilit spolu s historickými daty o kurzech se nacházejí v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na Listu *AAPL*.

Vývoj cen opcí sledujeme ve stejném období jako v předchozích případech. Ručně stažené tržní ceny opcí jsou přiloženy v souboru *KO.xlsx* a ocenění opcí této společnosti spolu s porovnáním s tržními cenami se nachází v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsm* na Listech *AAPL141122*, *AAPL150417* a *AAPL160115*.

Společnost Apple Inc. také vyplácí svým akcionářům dividendy, pro ocenění jejich opcí je tedy nutné znát jejich výši a jejich *Ex-Dividend Date*. Tato data byly získány z [13], v případě dosud nezveřejněných informací, označených hvězdičkou, byly odhadnuty na základě dřívějších výplat a jsou zaznamenány v tabulce 8.8.

Ex-Dividend Date	Výše Dividendy
6.11.2014	\$0,47
5.2.2015	\$0,47
7.5.2015*	\$0,47
6.8.2015*	\$0,47
5.11.2015*	\$0,47

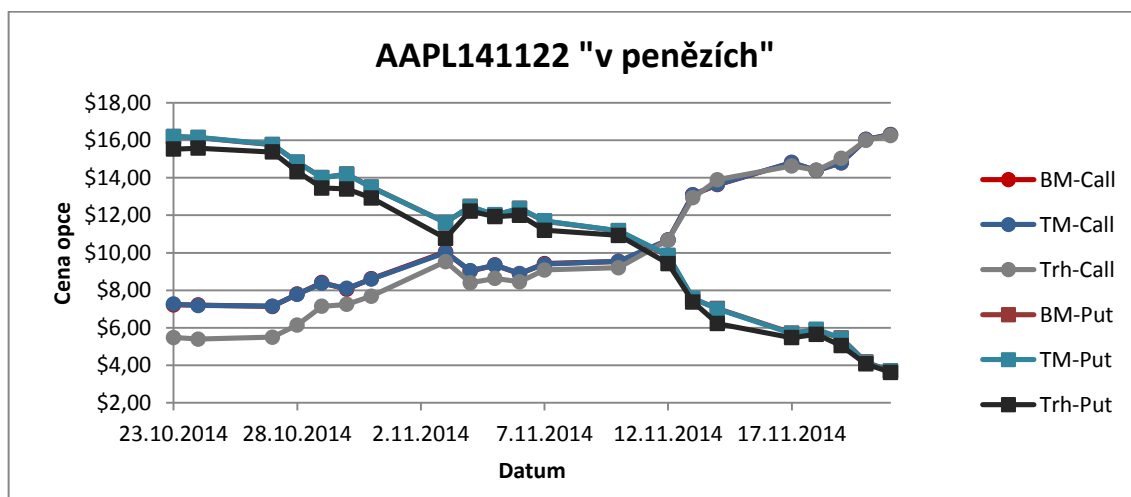
Tabulka 8.8: Informace o dividendách společnosti Apple Inc.

8.3.1 AAPL141122

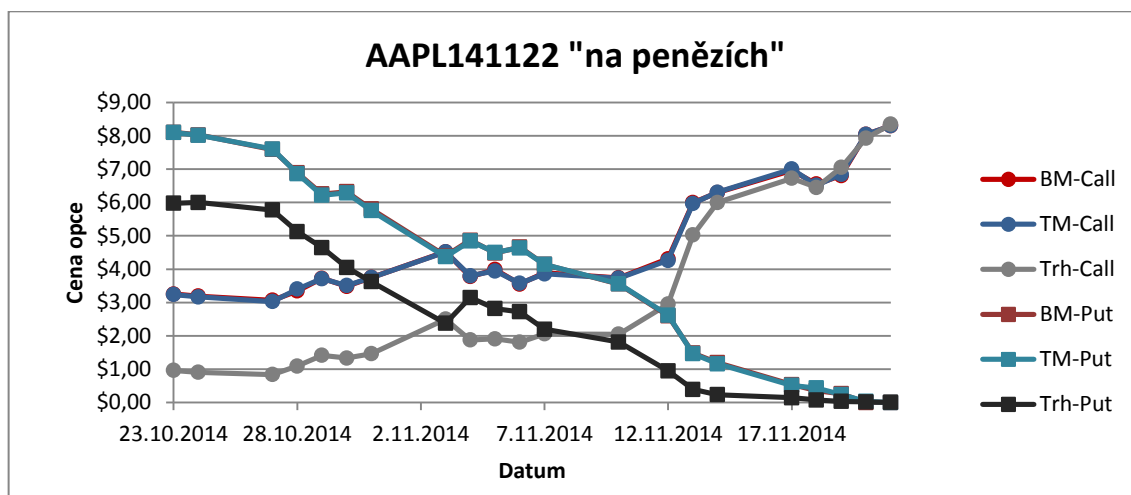
Nejkratší datum expirace bylo pro tuto společnost stejně jako v předchozích příkladech 22. listopadu 2014 a počet období pro oba modely oceňování opcí je opět v rozmezí 1 až 30 v závislosti na datu výpočtu. Odhad bezrizikové úrokové míry přepočtený na příslušný počet dní do vypršení životnosti opce v závislosti na datu výpočtu v rozmezí 0 % až 0,02 % byl znovu vypočítán z výnosů 4týdenních *Treasury Bills*, jejichž hodnota se ve sledovaném období pohybovala od 0,01 % do 0,05 % p. m. Do data expirace byla vyplacena první dividenda během sledovaného období a to 6. listopadu 2014 ve výši \$0,47. Opět bylo pro ocenění této opce využito upravených modelů s výplatou dividend. Ceny Call opcí jsme sledovali pro realizační ceny \$100 a \$108, pro Put opce \$120 a \$110. Realizační ceny opět odpovídají tomu, aby jedna opce byla v penězích a druhá na penězích. Opce s realizačními cenami mimo peníze nebyly pro tento případ oceňovány, jelikož se jejich reálně tržní ceny blíží \$0. V tabulce 8.9 se nacházejí vypočítané průměrné odchylky, grafické srovnání zachycují obrázky 8.18 a 8.19.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$100	0,66	0,65	9,7%	9,7%
	\$108	1,45	1,44	99,1%	98,8%
Put opce	\$120	0,42	0,42	4,2%	4,2%
	\$110	1,40	1,39	147,7%	145,3%

Tabulka 8.9: Průměrné odchylky ocenění opcí AAPL141122



Obrázek 8.18: Opce AAPL141122 s realizační cenou "v penězích"



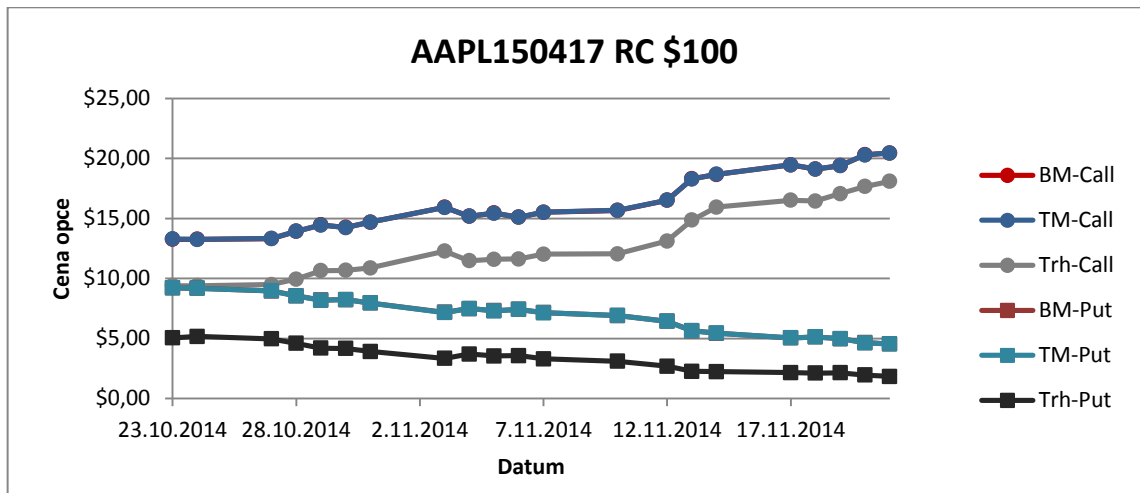
Obrázek 8.19: Opce AAPL141122 s realizační cenou "na penězích"

8.3.2 AAPL150417

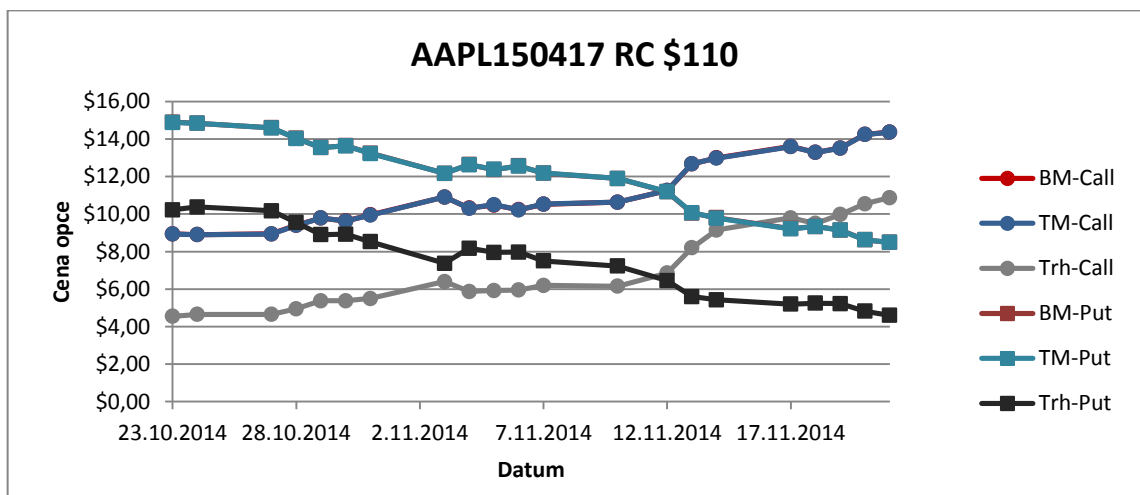
Životnost této opce vypršela přibližně půl roku od počátku sledování vývoje jejích cen. Proto uvažujeme počet období pro oba modely v hodnotách 147 až 176. Bezrizikovou úrokovou míru jsme odhadli na základě výnosu 26týdenních $T-Bills_t$, jež ve sledovaném období nabývaly hodnot od 0,05 % až 0,07 % p. s. Tyto hodnoty jsme přepočítali na příslušný počet dní do data expirace této opce a získali jsme odhad bezrizikové úrokové míry v rozmezí 0,05 % až 0,07 % v závislosti na daném dnu pozorování. Oproti předchozímu případu došlo do data expirace této opce k výplatě další dividendy ve stejné výši jako u předchozí opce a to 5. února 2015. Ceny opcí byly sledovány pro realizační ceny \$100, \$110 a \$120. Grafický vývoj cen opcí s těmito realizačními cenami se nachází na obrázcích 8.20 až 8.22, průměrné odchylky v tabulce 8.10.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$100	3,38	3,38	28,3%	28,2%
	\$110	4,20	4,20	66,3%	66,3%
	\$120	4,12	4,12	142,3%	142,2%
Put opce	\$120	4,33	4,33	32,9%	32,9%
	\$110	4,43	4,43	63,2%	63,1%
	\$100	3,60	3,60	115,1%	115,0%

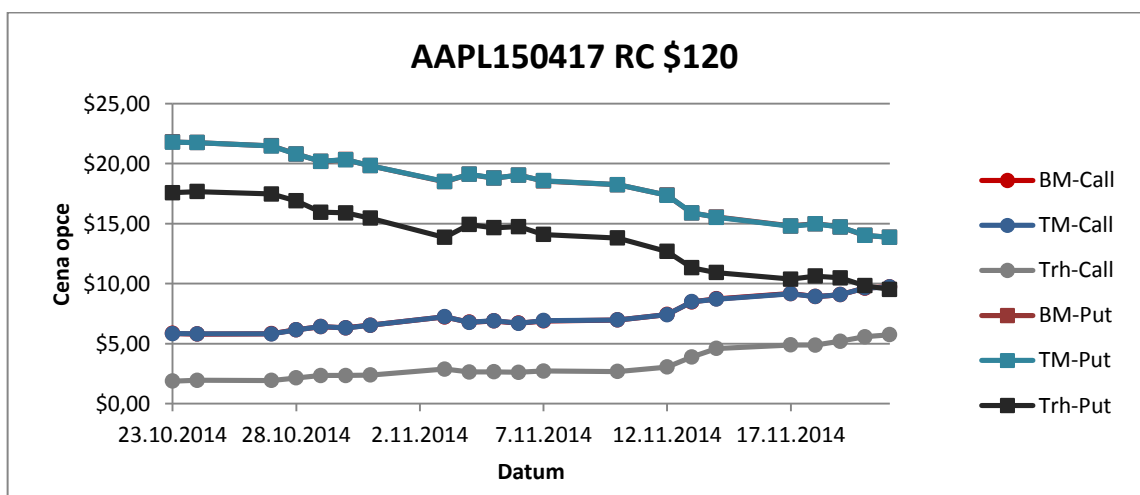
Tabulka 8.10: Průměrné odchylky ocenění opcí AAPL150417



Obrázek 8.20: Opce AAPL150417 s realizační cenou \$100



Obrázek 8.21: Opce AAPL150417 s realizační cenou \$110



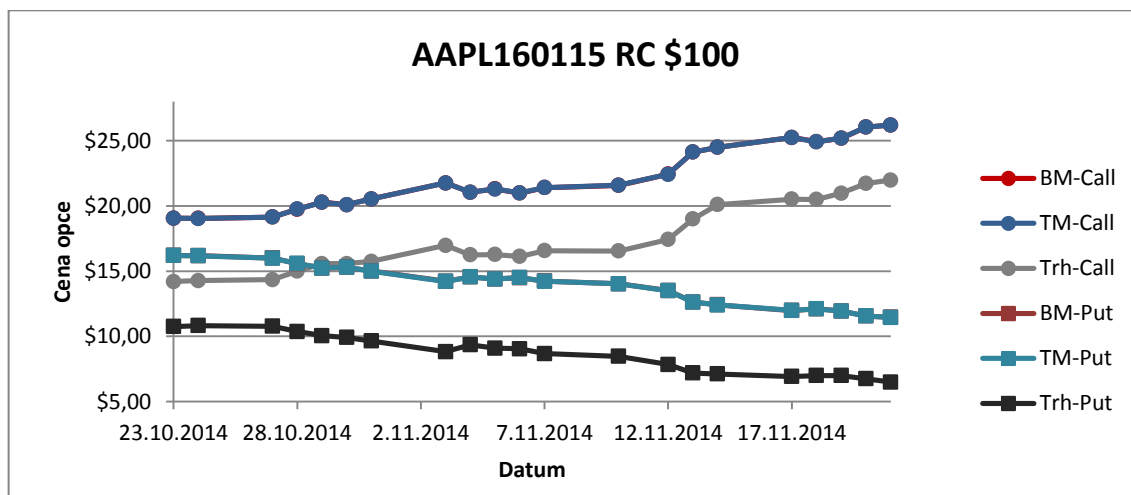
Obrázek 8.22: Opce AAPL150417 s realizační cenou \$120

8.3.3 AAPL160115

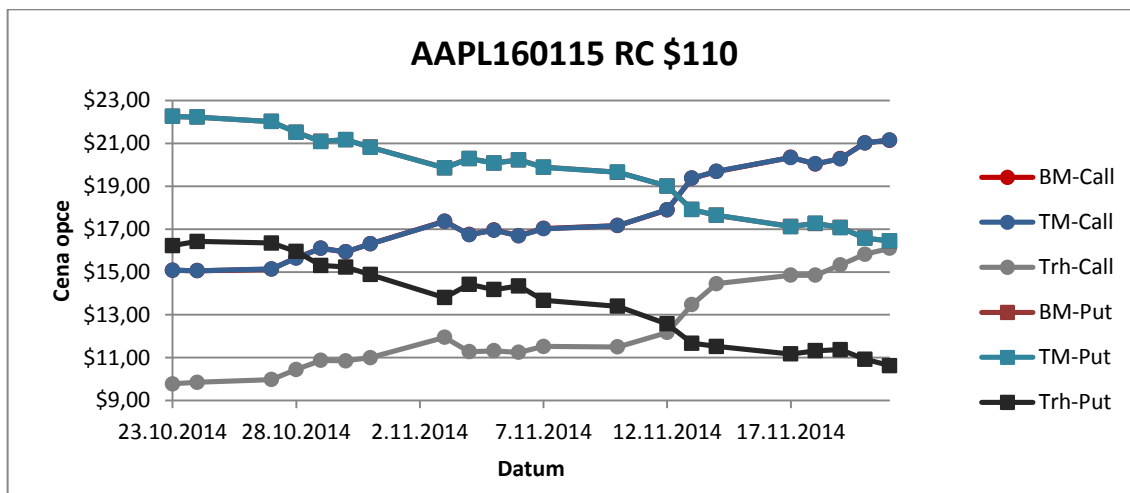
Poslední vývoj cen jsme sledovali pro opci s dobou expirace 15. ledna 2016 a počet období pro modely oceňování se v závislosti na konkrétním datu výpočtu pohybuje mezi 420 a 449. Bezriziková úroková míra byla odhadnuta z výnosů 52týdenních *Treasury Bills*, které se ve sledovaném období pohybovaly mezi 0,09 % až 0,15 % p. a. Pro každý den výpočtu jsme tyto hodnoty přepočítali na příslušný počet dní do data expirace opce a získali jsme odhad bezrizikové úrokové míry v rozmezí 0,11 % až 0,18 %. Do 15. ledna 2016 bude vyplaceno všech pět dividend z tabulky 8.8 a při oceňování této opce byly tedy zahrnuty do výpočtu. Hodnoty realizačních cen byly voleny stejně jako v případě opce AAPL150417. Průměrné absolutní a relativní odchylky ocenění pomocí obou modelů od skutečné tržní ceny se nachází v tabulce 8.11, grafické zpracování reprezentují obrázky 8.23 až 8.25.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$100	4,71	4,71	27,7%	27,7%
	\$110	5,35	5,35	44,6%	44,6%
	\$120	5,53	5,53	66,9%	66,9%
Put opce	\$120	6,19	6,19	32,0%	31,9%
	\$110	5,94	5,94	44,7%	44,7%
	\$100	5,28	5,28	62,4%	62,4%

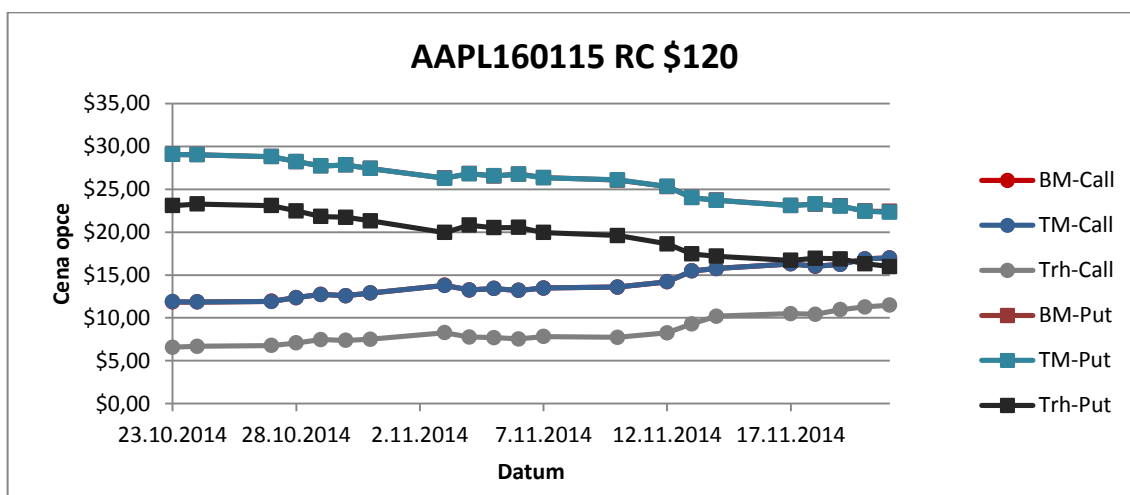
Tabulka 8.11: Průměrné odchylky ocenění opcí AAPL160117



Obrázek 8.23: Opce AAPL160115 s realizační cenou \$100



Obrázek 8.24: Opce AAPL160115 s realizační cenou \$110



Obrázek 8.25: Opce AAPL160115 s realizační cenou \$120

8.3.4 Shrnutí

Při srovnání výsledků získaných pomocí trinomického a binomického modelu, opět zjišťujeme, že rozdíl v ocenění je naprosto zanedbatelný. Na základě vyčíslených relativních odchylek jsou stejně jako v předchozím případě nejlépe oceňovány opce v penězích, hůře opce na penězích a největší odchylky od tržních hodnot jsme získali při ocenění opcí mimo peníze. Tyto závěry platí za předpokladu, že tržní ocenění opcí je správné. Z hlediska doby do expirace opce získáváme přesnější výsledky v případě opce expirující více jak za rok od počátku sledování, než opce s půlroční životností pro všechny realizační ceny. Vývoj modelových cen má stejný charakter průběhu jako ceny tržní, ale hodnota modelových cen je vyšší. Odchytky mohou být způsobeny stejně jako v předchozích případech odhadem volatility, což blíže prozkoumáme v následující kapitole věnované citlivostní analýze.

8.4 Amgen Inc.

Pro společnost Amgen Inc. byl proveden odhad několika typů volatility na základě upravených zavíracích cen akcií získaných z [14] a jako výchozí odhad byl znovu zvolen exponenciálně vážený s přibližnou hodnotou 0,37. Veškeré výpočty týkající se odhadů volatility spolu s historickými daty o kurzech akcií se nachází v příloženém souboru *DP_A13N0017P.xlsxm* na Listu *AMGN*.

Sledované období pro vývoj cen je stejné jako v předcházejících případech a reálné tržní ceny pro opce se stejnými dobami expirace jako v případě Apple Inc. pro porovnání s oceněním pomocí vytvořených modelů jsou přiloženy v souboru *AMGN.xlsx*. Výpočty týkající se ocenění opcí a odchylek se nachází v souboru *DP_A13N0017P.xlsxm* na Listech *AMGN141122*, *AMGN150417* a *AMGN160115*.

Dividendy jsou akcionářům vypláceny i touto společností a informace o jejich výplatách do data expirace nejdelší opce, které byly získány z [15], jsou zaznamenány v tabulce 8.12.

Ex-Dividend Date	Výše Dividendy
10.11.2014	\$0,61
10.2.2015	\$0,79
12.5.2015	\$0,79
11.8.2015*	\$0,79
10.11.2015*	\$0,79

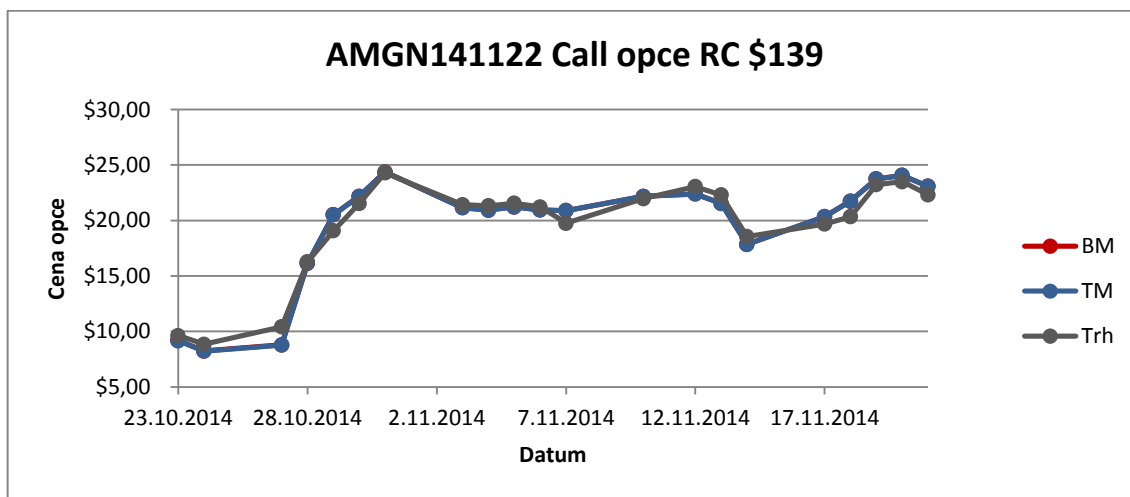
Tabulka 8.12: Informace o dividendách společnosti Amgen Inc.

8.4.1 AMGN141122

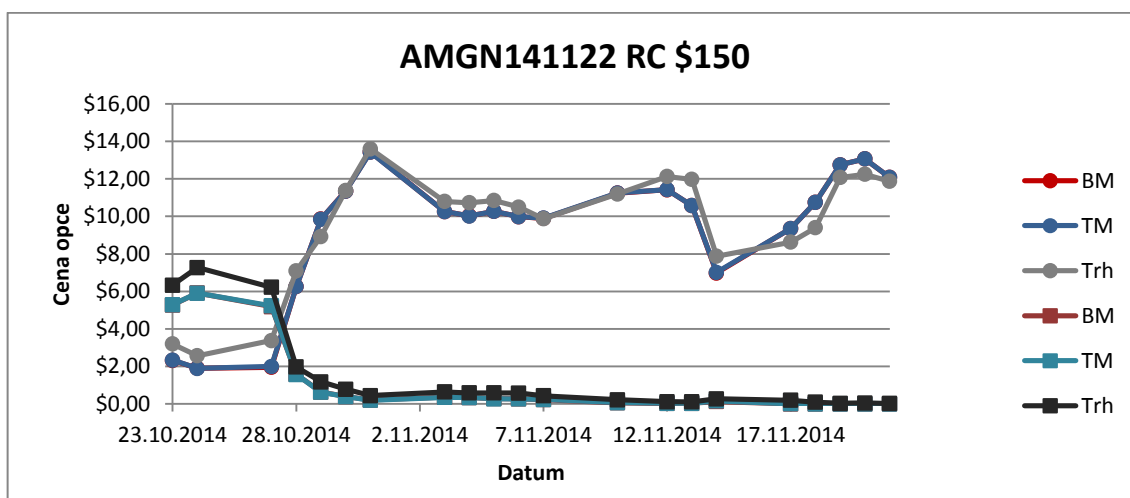
Životnost této opce opět vypršela přibližně za měsíc od data stanoveného jako počátek sledování vývoje cen a to 22. listopadu 2014. Počet období i odhad bezrizikové úrokové míry je tedy shodný jako v případech opcí *AMZN141122* a *AAPL141122*. Do data expirace této opce vyplatila společnost dividendu ve výši \$0,61 10. listopadu 2014. Vývoj cen opcí byl sledován pro realizační ceny \$139 a \$150 pro Call opce, opět byly zvoleny z důvodu vztahu podkladové akcie a to jako opce v penězích a na penězích. Pro Put opci proběhlo ocenění pouze pro realizační cenu \$150, jelikož na počátku sledovaného období to byla maximální vypsaná realizační cena pro tuto opci. Opce mimo peníze jsme v tomto případě neoceňovali, jelikož jejich reálná tržní hodnota se pohybovala kolem \$0. To je způsobeno tím, že kurz podkladové akcie vzrostl na konci sledovaného období od počátku téměř o \$15. Hodnoty vyčíslených průměrných odchylek jsou zaznamenány v tabulce 8.13, grafické zpracování vývoje cen je zachyceno na obrázcích 8.26 a 8.27.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$139	0,65	0,65	3,8%	3,8%
	\$150	0,67	0,67	9,9%	9,8%
Put opce	\$150	0,34	0,34	58,5%	57,7%

Tabulka 8.13: Průměrné odchylky ocenění opcí AMGN141122



Obrázek 8.26: Call opce AMGN141122 s realizační cenou \$139



Obrázek 8.27: Opce AMGN141122 s realizační cenou \$150

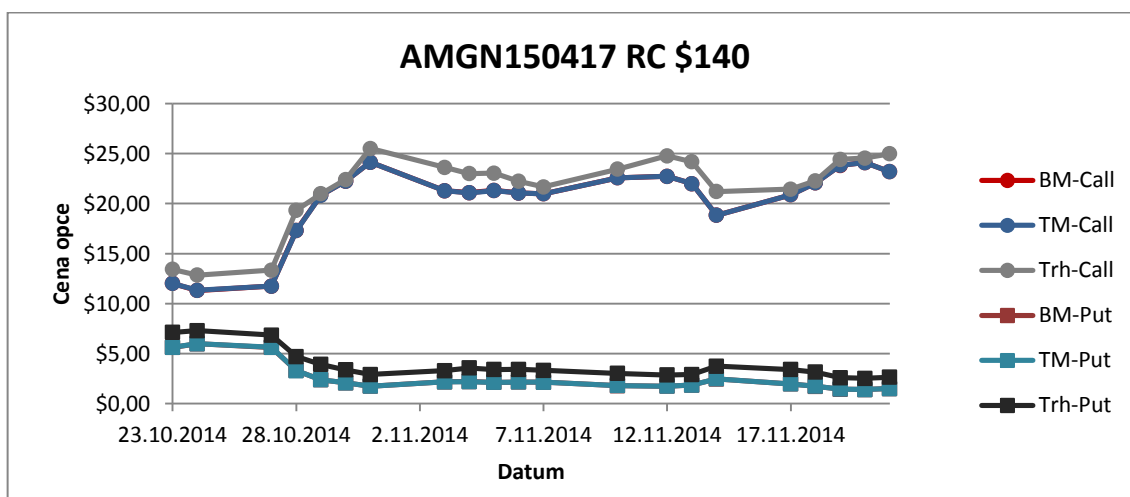
8.4.2 AMGN150417

Jako střednědobá opce byla pro společnost Amgen Inc. zvolena opce s expirací 17. dubna 2015. Odhad bezrizikové úrokové míry byl proveden stejně jako v případě opcí AAPL150417 a AMZN150417, shodný je i počet období. Do data expirace proběhla další výplata dividendy ve výši \$0,79. Call opce byly sledovány pro realizační ceny \$140, \$160, \$170 (v penězích, na penězích, mimo peníze) a Put opce pro realizační ceny \$160, \$140

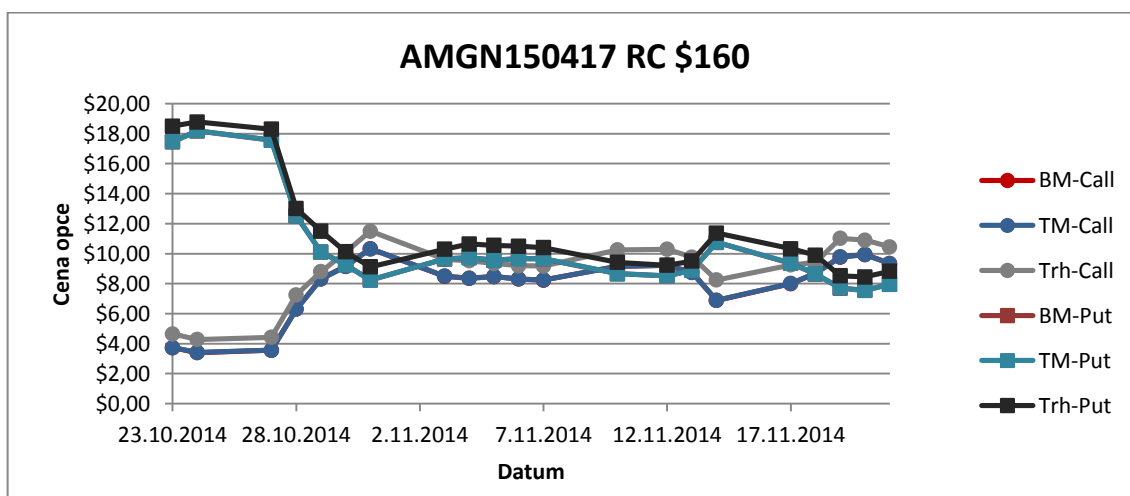
(na penězích, mimo peníze). Cena Put opce v pežích nebyla vyčíslena, jelikož stejně jako v předchozím případě maximální realizační cena vypsána na počátku sledování byla \$160. Grafy vývoje cen během sledovaného období se nacházejí na obrázcích 8.28 a 8.29, průměrné naměřené odchylky v tabulce 8.14. Grafické zpracování vývoje pro Call opci s realizační cenou \$170 se nachází v *DP_A13N0017P.xlsxm* na Listu *AMGN150417*.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$140	1,29	1,30	6,3%	6,3%
	\$160	1,00	1,00	11,9%	11,9%
	\$170	0,65	0,65	13,9%	13,9%
Put opce	\$160	0,84	0,84	7,9%	7,9%
	\$140	1,27	1,27	36,0%	36,0%

Tabulka 8.14: Průměrné odchylky ocenění opcí AMGN150417



Obrázek 8.28: Opce AMGN150417 s realizační cenou \$140



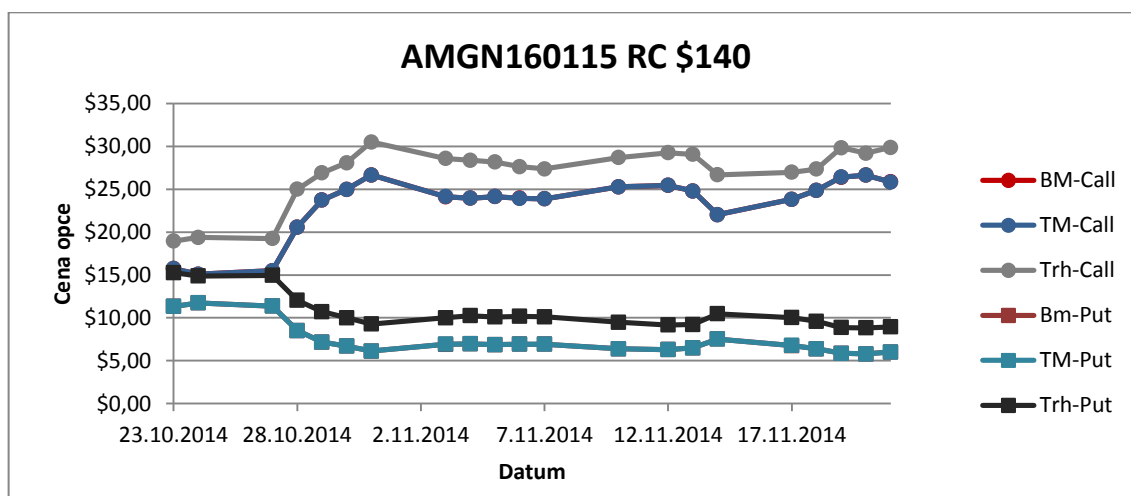
Obrázek 8.29: Opce AMGN150417 s realizační cenou \$160

8.4.3 AMGN160115

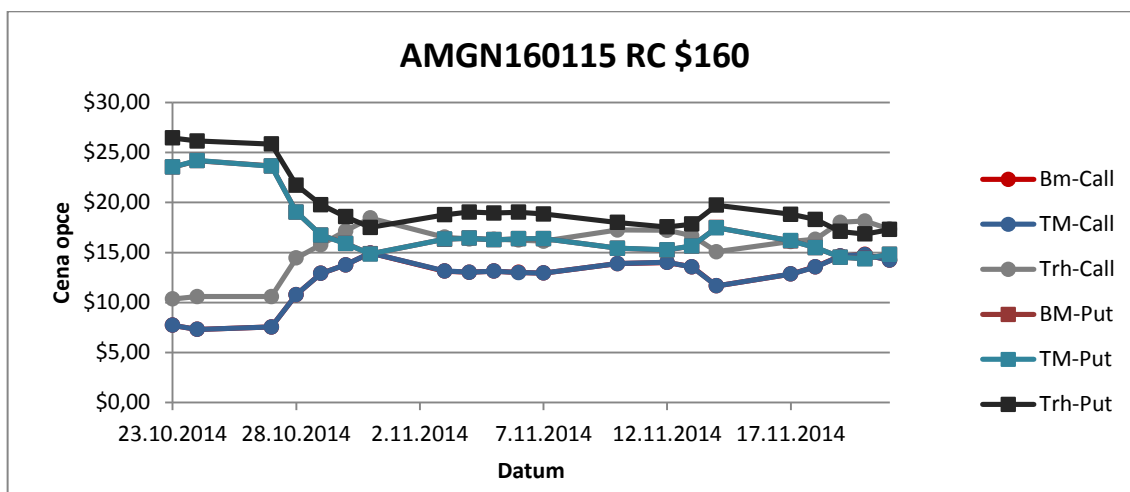
Poslední sledovanou opcí pro společnost Amgen.Inc je opce s datem expirace 15. ledna 2016. Počet období se tedy pohybuje od 420 do 449 a odhad bezrizikové úrokové míry byl opět proveden stejným způsobem jako v případě opcí AMZN160115. Realizační ceny byly zvoleny stejně jako pro předchozí opci AMGN150417 s tím rozdílem, že zde již byla oceněna i Put opce s realizační cenou \$170 (Put opce v penězích). Do data vypršení opce dojde k výplatě všech dividend zmíněných v tabulce 8.12. Vypočítané průměrné odchylky jsou zaznamenány v tabulce 8.15, grafický vývoj cen opcí během sledovaného období na obrázcích 8.30 až 8.32.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$140	3,70	3,70	14,0%	14,0%
	\$160	3,22	3,22	20,9%	20,9%
	\$170	2,78	2,78	24,3%	24,3%
Put opce	\$170	2,04	2,04	8,1%	8,1%
	\$160	2,54	2,54	13,2%	13,2%
	\$140	3,21	3,21	30,8%	30,8%

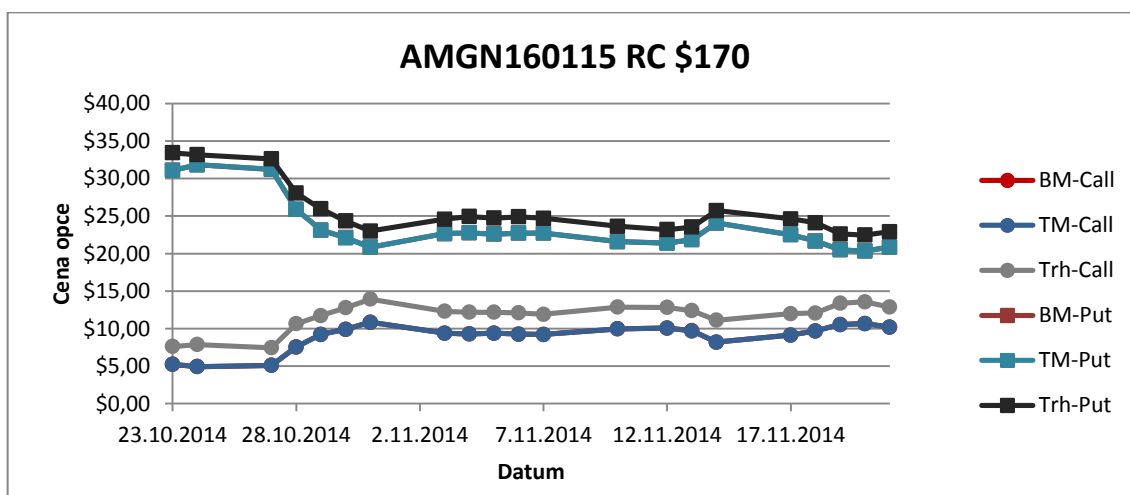
Tabulka 8.15: Průměrné odchylky ocenění opcí AMGN160115



Obrázek 8.30: Opce AMGN160115 s realizační cenou \$140



Obrázek 8.31: Opce AMGN160115 s realizační cenou \$160



Obrázek 8.32: Opce AMGN160115 s realizační cenou \$170

8.4.4 Shrnutí

I v případě opcí společnosti Amgen Inc. sledujeme minimální rozdíl při ocenění binomickým a trinomickým model. Stejně jako v předchozích případech jsou nejlépe oceňování opce v penězích, hůře opce na penězích a nejhůře opce mimo peníze. Oproti opcím předchozích společností získáváme výrazně menší relativní průměrné odchylky, což může být následkem toho, že se použitý odhad volatilitě blíží volatilitě implikované a této problematice se budeme věnovat v následující kapitole věnované citlivostní analýze. V závislosti na datu expirace opcí jsou nejlépe oceněny opce s nejkratší životností a s přibývajícím časem do data expirace se relativní odchylky zvětšují.

8.5 Ford Motor Company

I pro poslední společnost Ford Motor Company jsme zajistili historická data o kurzech akcií z [16] a na jejich základě jsme opět odhadli několik typů volatility. Pro ocenění opcí pomocí vytvořených modelů byl zvolen exponenciálně vážený odhad volatility s přibližnou hodnotou 0,37. Upravené zavírací kurzy akcií a výpočty odhadů volatility se nacházejí v *DP_A13N0017P.xlsxm* na Listu *F*.

Vývoj cen jsme sledovali ve stejném období jako v předcházejících případech a získané reálné tržní ceny pro opce s daty expirace 22. listopadu 2014, 17. ledna 2015 a 15. ledna 2016 jsou přiloženy v souboru *F.xlsx*. Ocenění opcí a porovnání výsledku s tržními cenami naleznete v *DP_A13N0017P.xlsxm* na Listech *KO141122*, *KO150117* a *KO160115*.

Jelikož i tato společnost vyplácí svým akcionářům dividendy, je třeba pro ocenění jejich opcí znát data týkající se jejich výplat, které byl získány z [17]. Tyto data jsou zobrazena v tabulce 8.16.

Ex-Dividend Date	Výše Dividendy
29.10.2014	\$0,125
28.1.2015	\$0,15
29.4.2015	\$0,15
29.7.2015*	\$0,15
28.10.2015*	\$0,15

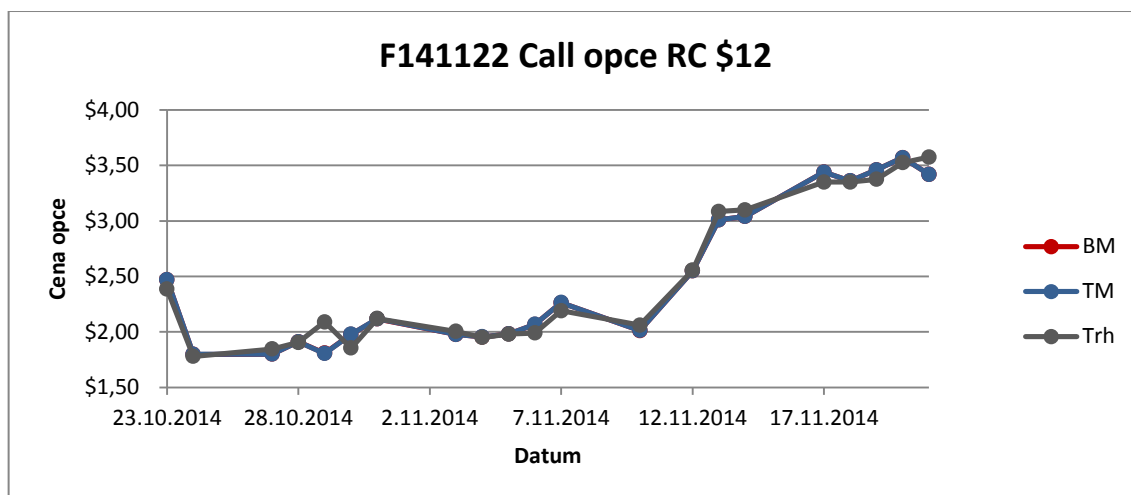
Tabulka 8.16: Informace o dividendách společnosti Ford Motor Company

8.5.1 F141122

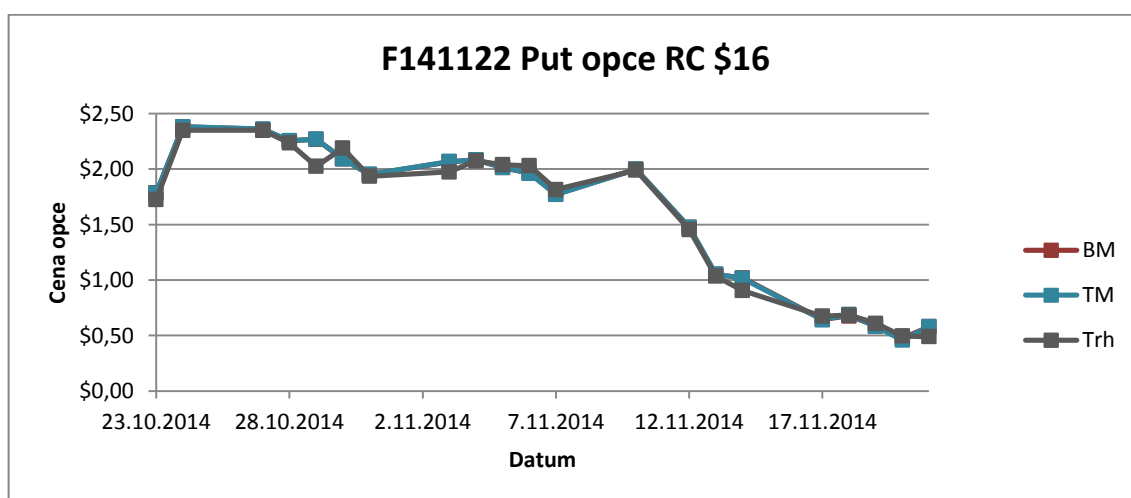
Životnost této opce vypršela 22. listopadu 2014 tedy necelý měsíc od počátku sledování 23. října 2014. Počet období a odhad bezrizikové úrokové míry pro modely oceňování je stejný jako v případě AMZN141122. Pro oba typy opce byly zvoleny dvě realizační ceny vzhledem k podkladové akci, pro Call opce \$12 pro opci v penězích, \$14 pro opci na penězích, pro Put opce \$16 a \$14. Opce s realizační cenou na penězích nebyla v tomto případě oceňována, jelikož její reálná hodnota se blížila \$0. Důvodem byl opět růst kurzu podkladové akcie stejně jako v případě společnosti Amgen Inc. Pátý obchodní den sledování cen opce došlo k výplatě první dividendy ve výši \$0,125. Grafické zpracování vývoj cen opcí v penězích se nachází na obrázcích 8.33 a 8.34, vyčíslené odchylky pro všechny realizační ceny v tabulce 8.17. Grafy vývoje cen opcí na penězích se nachází v *DP_A13N0017P.xlsxm* na Listu *F141122*.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$12	0,06	0,06	2,6%	2,6%
	\$14	0,13	0,13	43,0%	42,8%
Put opce	\$16	0,05	0,05	4,0%	4,2%
	\$14	0,12	0,12	77,0%	78,1%

Tabulka 8.17: Průměrné odchylky ocenění opcí F141122



Obrázek 8.33: Opce F141122 s realizační cenou \$12



Obrázek 8.34: Put opce F141122 s realizační cenou \$16

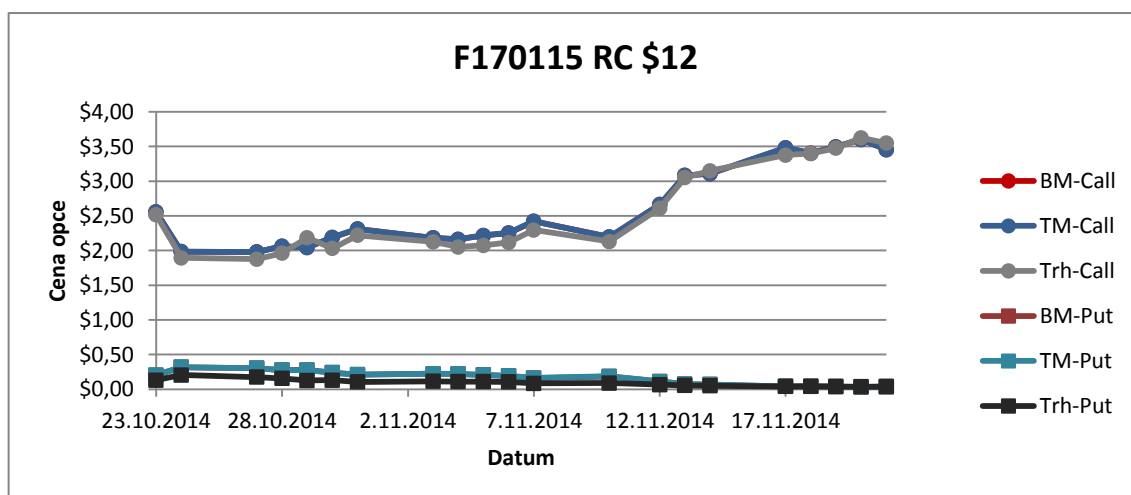
8.5.2 F150117

Tato opce expirovala 17. ledna 2015, přibližně čtvrt roku po začátku pozorování, počet období proto uvažujeme v intervalu od 57 do 86 pro oba modely oceňování. Bezrizikovou úrokovou míru jsme odhadli na základě výnosů 13týdenních *T-Bills*, jejichž hodnoty se v uvedeném období pohybovaly mezi 0,05 % a 0,07 % p. q. Po přepočtení pro každý

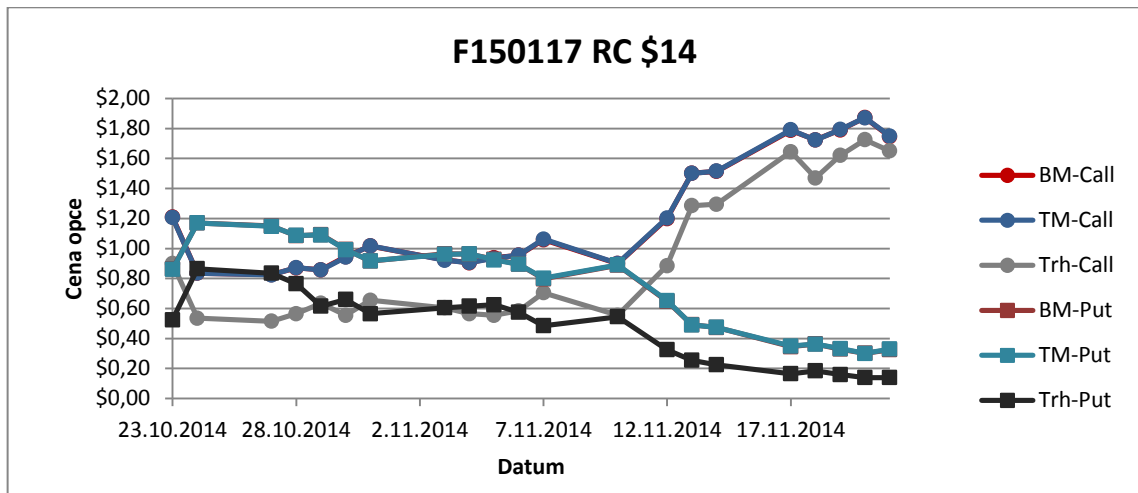
den sledování na příslušný počet dní do data expirace opce jsme získali odhad této míry taktéž mezi 0,05 % a 0,07 %. Oproti předchozí opci nebyla akcionářům vyplacena žádná další dividenda. Realizační ceny opcí byly opět voleny tak, aby vzhledem ke kurzu podkladové akce byla jedna opce v penězích, na penězích a mimo peníze. Pro Call opci reprezentují tyto situace realizační ceny \$11, \$14, \$16 a pro Put opci \$16, \$14, \$12. Odchytky oceněných opcí od skutečných cen se nachází v tabulce 8.18, grafické srovnání na obrázcích 8.35 až 8.37.

Typ opce	RC	Absolutní odchytky		Relativní odchytky	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$11	0,07	0,07	1,9%	1,9%
	\$14	0,28	0,28	40,1%	40,1%
	\$16	0,24	0,24	160,5%	160,4%
Put opce	\$16	0,25	0,25	18,6%	18,6%
	\$14	0,29	0,29	75,3%	75,6%
	\$12	0,07	0,07	62,4%	62,5%

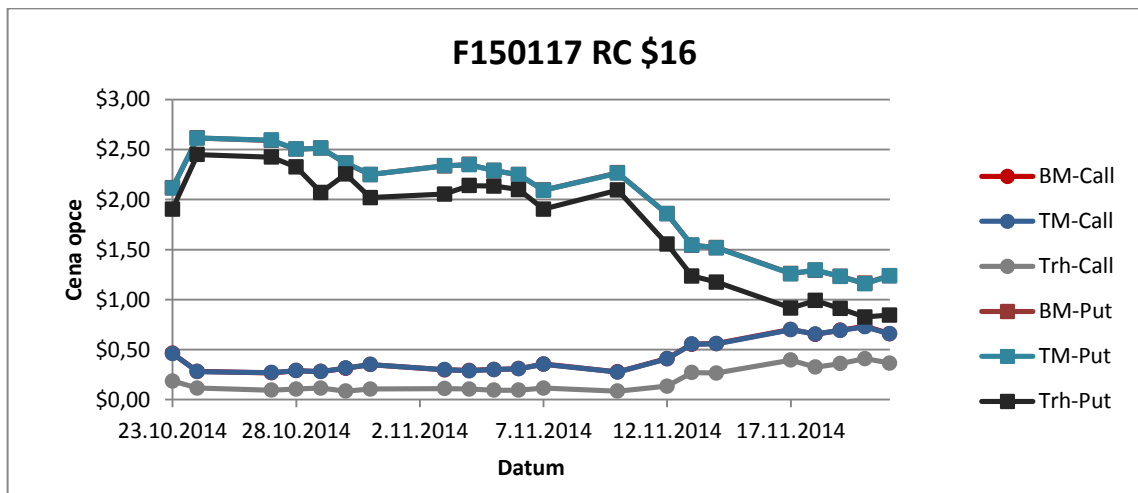
Tabulka 8.18: Průměrné odchytky ocenění opcí F150117



Obrázek 8.35: Call opce F150117 s realizační cenou \$11



Obrázek 8.36: Opce F150117 s realizační cenou \$14



Obrázek 8.37: Opce F150117 s realizační cenou \$16

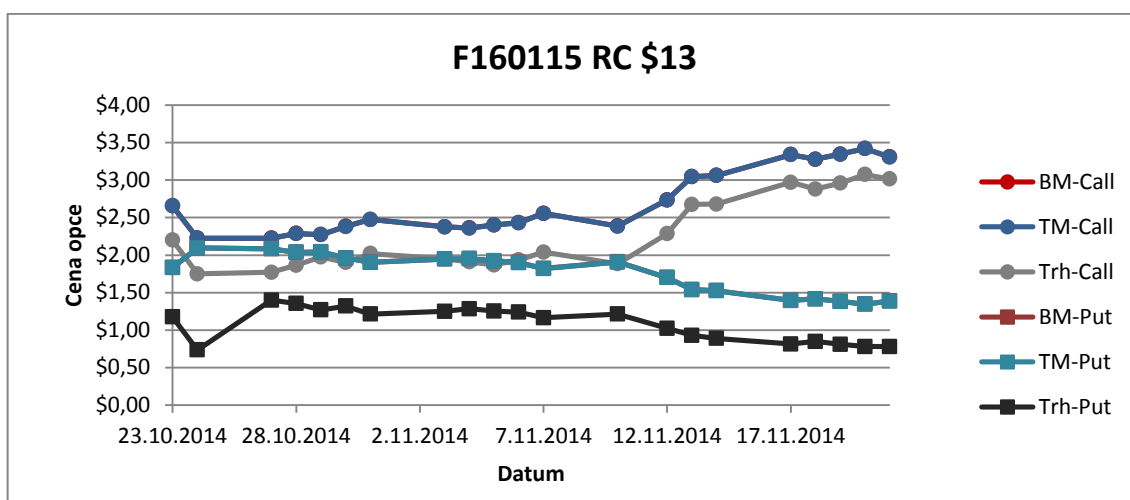
8.5.3 F160115

Poslední oceňovanou opcí je opce společnosti Ford Motor Company s expirací 15. ledna 2016, tedy více jak rok od data zvoleného jako počátek pozorování. Počty období binomického a trinomického modelu se tedy pohybují mezi 420 až 449. Bezriziková úroková míra byla odhadnuta na základě výnosů 52týdenních Treasury Bills, jejichž hodnota se ve sledovaném období pohybovala mezi 0,09 % a 0,15 % p. a. Po přepočtení na příslušný počet dní do data expirace opce v závislosti na konkrétním dnu výpočtu jsme získali odhad mezi 0,11 % až 0,18 %. Do data expirace bude vyplaceno všech pět dividend z tabulky 8.16, a proto s nimi bylo při oceňování opcí počítáno. Realizační ceny \$13, \$15, \$17 byly stejně jako v předchozích případech voleny z důvodu vztahu ke kurzu podkladové akcie. Pořadí realizačních cen opět odpovídá opci v penězích, na penězích a mimo peníze pro Call opci a v opačném pořadí pro Put opci. V tabulce 8.19 jsou zaznamenány vyčíslené

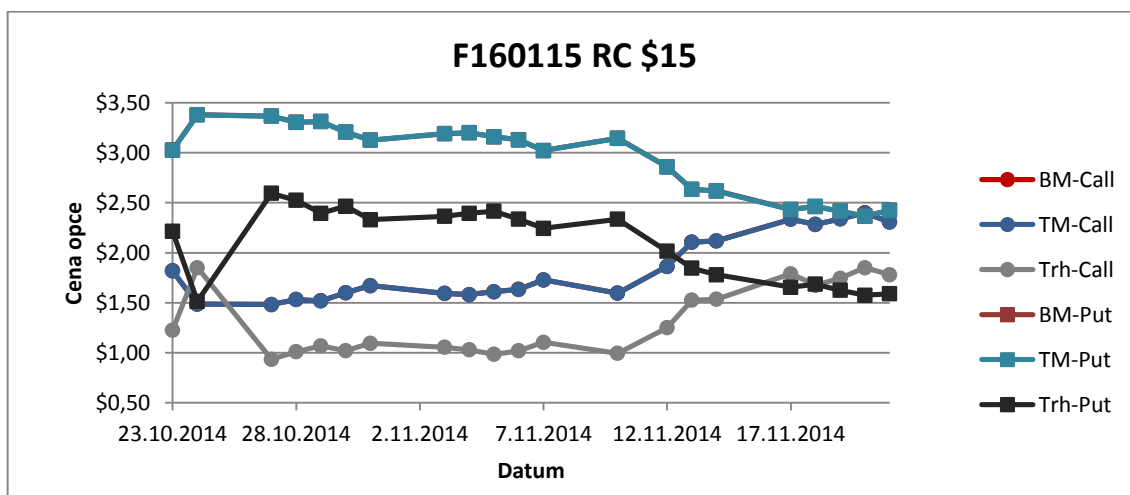
odchyly, grafické shrnutí vývoje cen opcí pro jednotlivé realizační ceny na obrázcích 8.38 až 8.40.

Typ opce	RC	Absolutní odchylka		Relativní odchylka	
		BM	TM	BM	TM
Call opce	\$13	0,43	0,43	19,9%	19,9%
	\$15	0,56	0,56	45,7%	45,7%
	\$17	0,54	0,54	81,7%	81,6%
Put opce	\$17	0,88	0,87	26,4%	26,4%
	\$15	0,85	0,85	42,9%	42,9%
	\$13	0,68	0,68	66,5%	66,5%

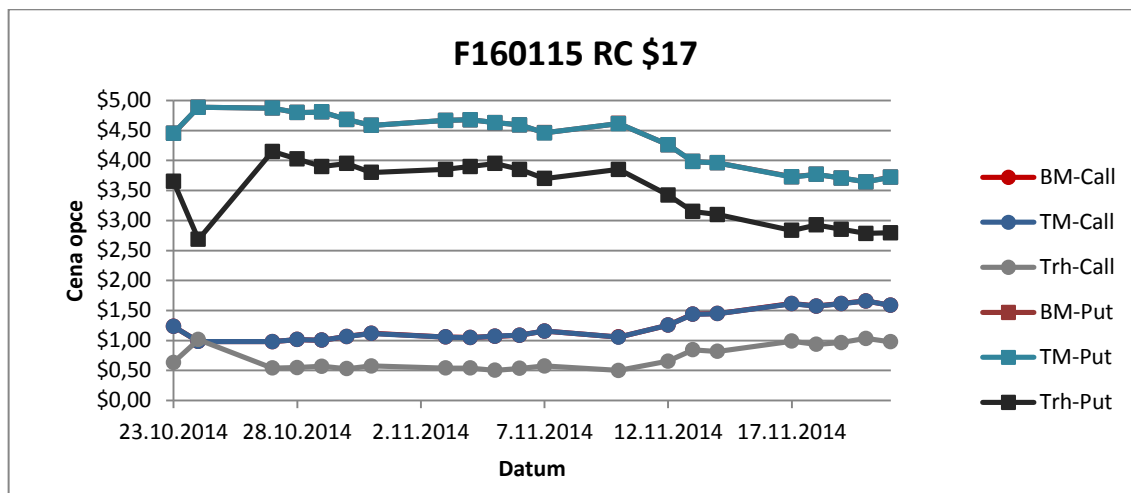
Tabulka 8.19: Průměrné odchylky ocenění opcí F160115



Obrázek 8.38: Opce F160115 s realizační cenou \$13



Obrázek 8.39: Opce F160115 s realizační cenou \$15



Obrázek 8.40: Opce F160115 s realizační cenou \$17

8.5.4 Shrnutí

Ocenění binomickým modelem i v případě opcí společností Ford Motor Company dává téměř shodné výsledky jako ocenění pomocí modelu trinomického. Opět jsou nejlépe oceněny opce v penězích, hůře opce na penězích a největší odchylky shledáváme v případě cen opcí mimo peníze. Tyto závěry opět platí pouze za předpokladu, že tržní ceny opcí jsou správné. Stejně jako v případě opcí společnosti Amgen Inc. jsou nejlépe oceněny opce s nejkratší dobou expirace a s přibývajícím časem do data vypršení opcí se relativní odchylky zvětšují. Absolutní odchylky modelových a tržních cen jsou v tomto případě velice nízké, jelikož opce této společnosti jsou nejlevnějšími z vybraných společností. Opce hluboko v penězích lze nakoupit za méně než \$10.

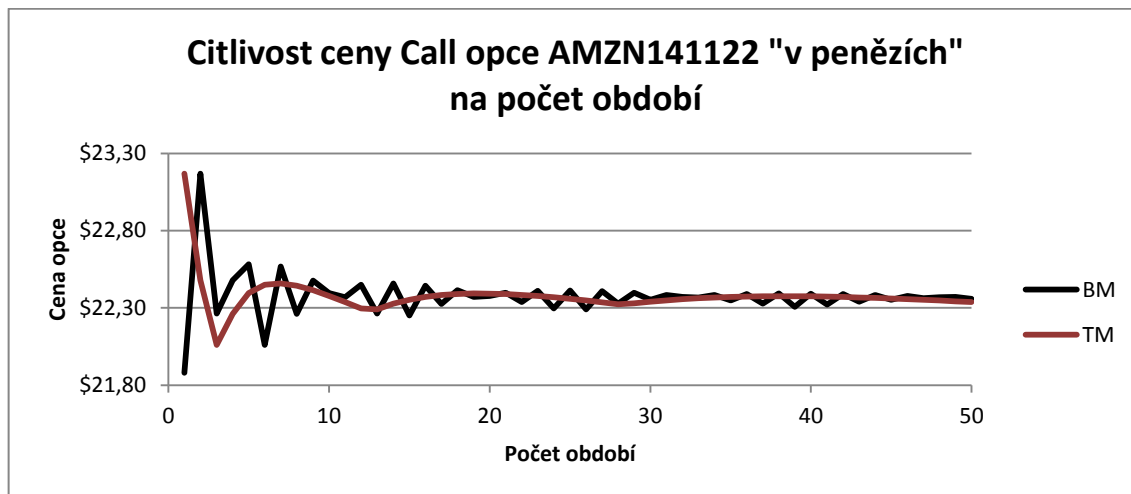
9 Citlivostní analýza

V poslední části této práce provedeme citlivostní analýzu základních parametrů modelu. Budeme zkoumat vliv změny bezrizikové úrokové míry, volatility podkladové akcie a počtu období na výslednou cenu opce. Tato analýza byla provedena pouze pro model binomický s výjimkou počtu období, které jsme zkoumali pro oba modely, jelikož jsme v předchozí kapitole ukázali, že výsledky získané pomocí obou modelů jsou téměř totožné.

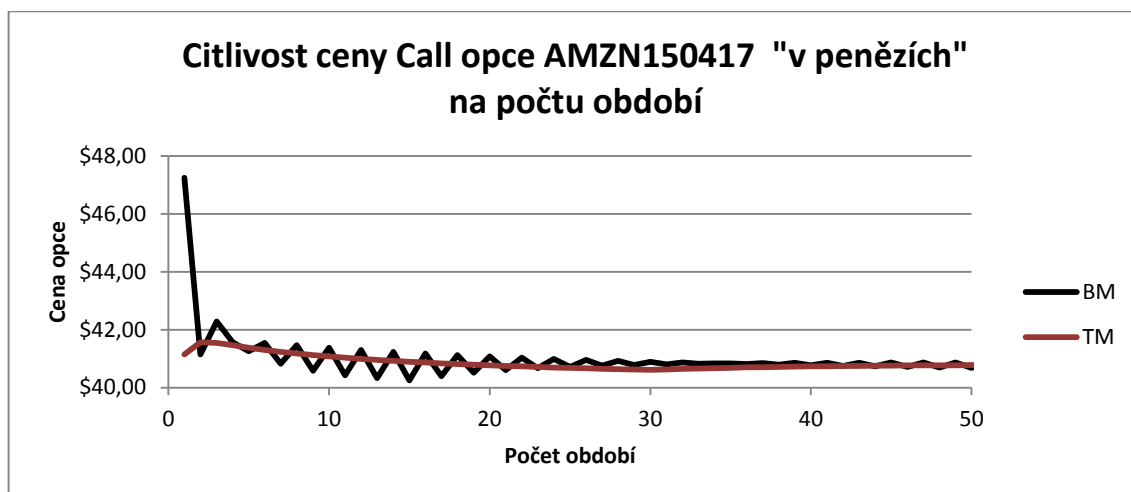
Citlivostní analýza byla provedena pro všechny společnosti a pro veškeré zmíněné realizační ceny opcí v předcházející kapitole.

9.1 Počet období

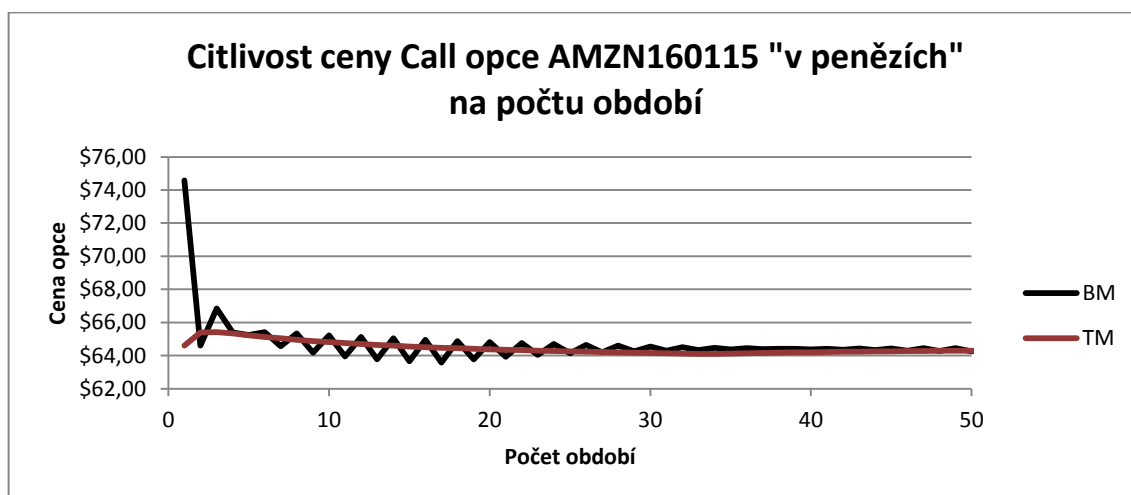
Jedním z parametrů binomického a trinomického modelu oceňování opcí je počet období modelu. S čím větším počtem období počítáme, tím větší je počet koncových stavů opce. S rostoucím počtem období by tedy měla také růst přesnost ocenění opce. Domníváme se, že při určitém počtu období se cena opce ustálí a již se neprojevují významné změny výsledků. Vliv počtu období na cenu opce jsme zkoumali pro každý model zvlášť, abychom určili, zda nám ocenění trinomickým modelem může dávat odlišné výsledky od ocenění modelem binomickým. Na obrázcích 9.1 až 9.3 se nachází grafické zpracování vlivu počtu období na cenu Call opce v penězích pro různé doby expirace.



Obrázek 9.1: Vliv počtu období na cenu Call opce AMZN141122



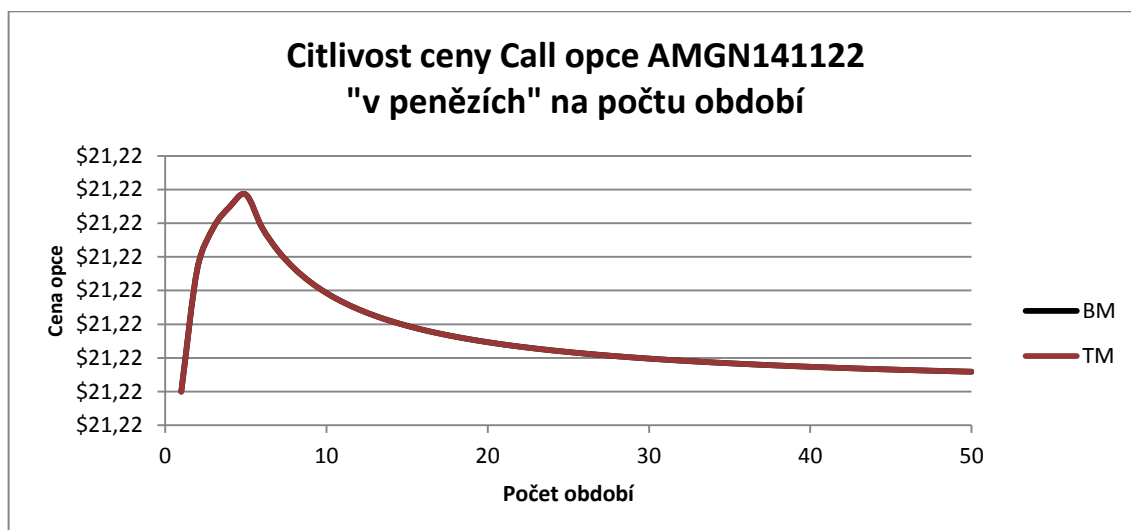
Obrázek 9.2: Vliv počtu období na cenu Call opce AMZN150417



Obrázek 9.3: Vliv počtu období na cenu Call opce AMZN160115

Na základě grafického zpracování vidíme, že cena opce získaná pomocí trinomického modelu je odlišná pouze v případě menšího počtu období. Za pomoci trinomického modelu získáme výslednou cenu opce za menší počet období, než pomocí binomického modelu. Uplatnění trinomického modelu je tedy vhodné v případě použití nevelkého počtu období.

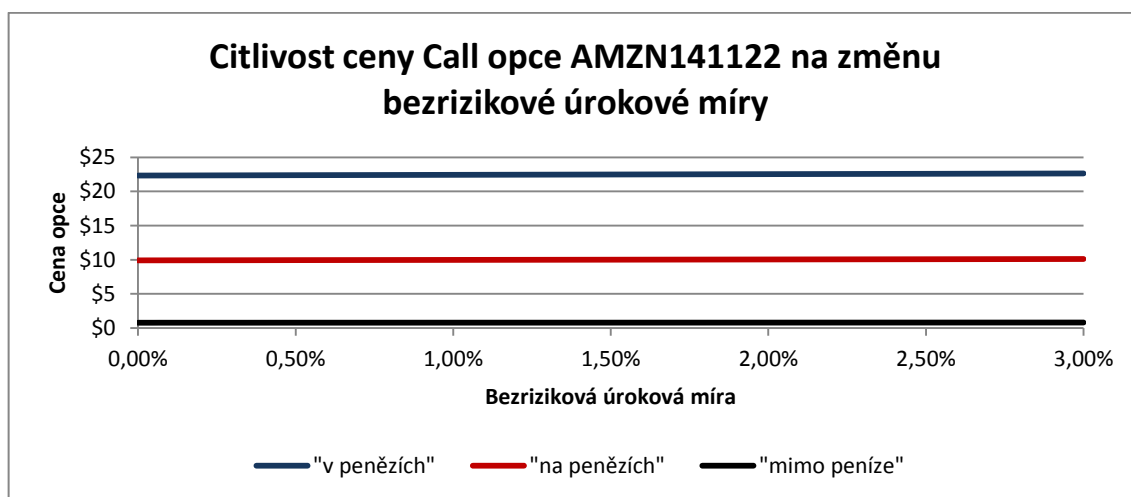
Vliv počtu období na cenu opce byl zkoumán pro všechny zmíněné opce s realizačními cenami z kapitoly 8 a veškeré výpočty se nacházejí v *DP_A13N0017P.xlsx* na Listech *CA-názevopce*. U většiny ocenění shledáváme stejný závěr, jako v případě Call opce společnosti Amazon.com Inc. Odlišnosti nacházíme pouze v případě Call opce AMGN141122 v penězích, cena opce v závislosti na počtu období je zaznamenány na obrázku 9.4. Při ocenění Call opce AMGN141122 získáváme oproti ostatním oceněním totožné ceny pomocí trinomického i binomického modelu pro všechny počty období. V ostatních případech se ceny opcí shodují až při vyšším počtu období.



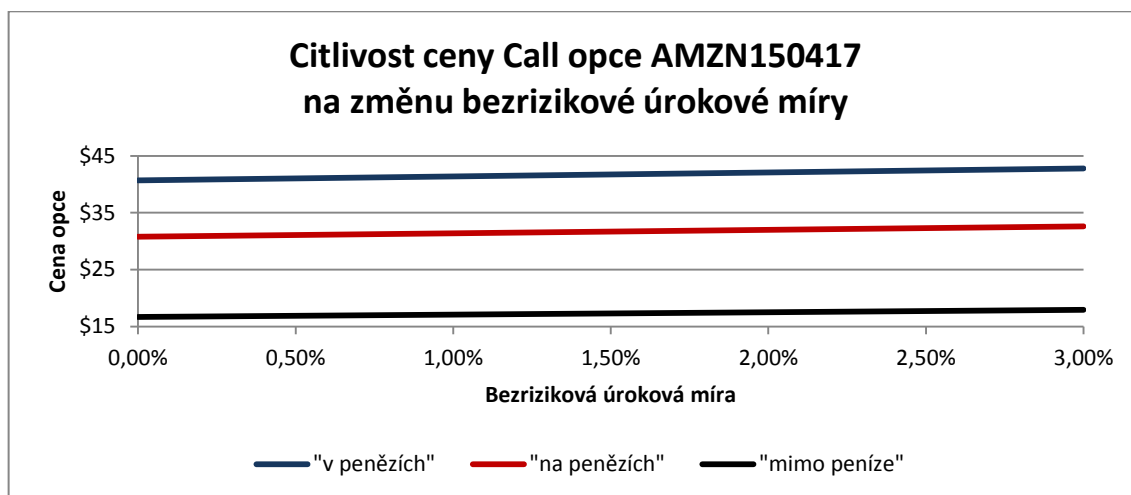
Obrázek 9.4: Vliv počtu období na cenu Call opce AMGN141122

9.2 Bezriziková úroková míra

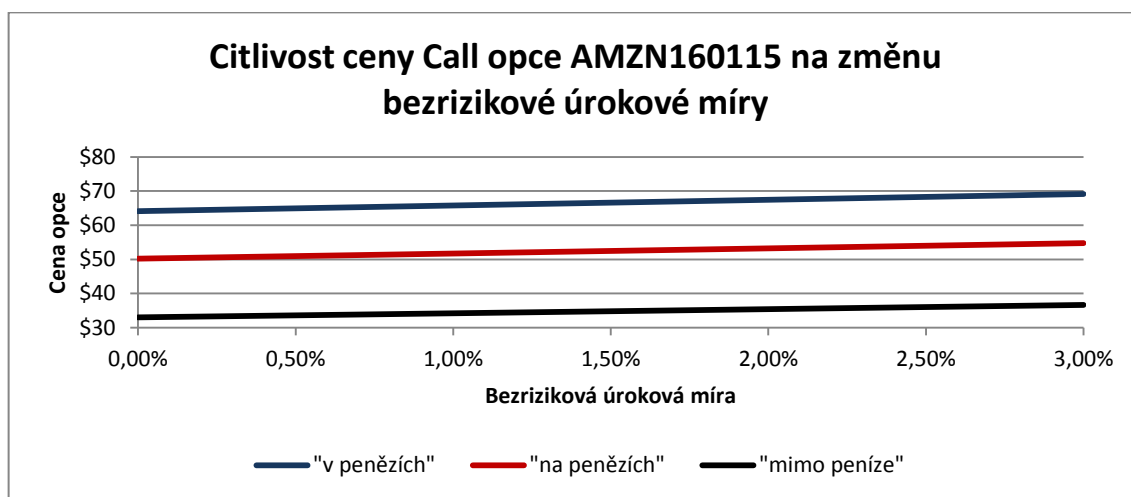
Dále jsme zkoumali vliv změny bezrizikové úrokové míry na cenu opce. Chování ceny opce jsme zkoumali pro hodnoty bezrizikové úrokové míry v rozmezí 0 % až 3 % jelikož nepředpokládáme, že by tyto hodnoty mohly být překročeny. Na obrázcích 9.5 až 9.7 je zachycen vliv bezrizikové úrokové míry na cenu Call opce společnosti Amazon.com Inc. pro různé doby expirace.



Obrázek 9.5: Vliv bezrizikové úrokové míry na cenu Call opce AMZN141122



Obrázek 9.6: Vliv bezrizikové úrokové míry na cenu Call opce AMZN150417



Obrázek 9.7: Vliv bezrizikové úrokové míry na cenu Call opce AMZN150116

Z těchto grafů je patrné, že bezriziková úroková míra má minimální vliv na cenu akcie. Cena opce se začíná lišit o více než 1 % od ceny s bezrizikovou úrokovou mírou 0 % pokud je bezriziková úroková míra větší než 0,5 %. Při odhadování bezrizikové míry pomocí výnosů *T-Bills* jsme nezískali hodnotu větší než 0,2 %. Citlivost ceny opce na bezrizikovou úrokovou míru je tedy v případě získaných hodnot téměř nulová.

Citlivost ceny opce na změnu bezrizikové úrokové míry byla zkoumána pro všechny oceněné opce z kapitoly 8 a tyto analýzy se nacházejí v *DP_A13N0017P.xlsx* na Listech *CA-názevopce*. Při všech zkoumáních jsme došli k podobnému závěru jako v případě Call opce společnosti Amazon.com Inc., nebudeme tedy již rozebírat závěry pro každou společnost zvlášť.

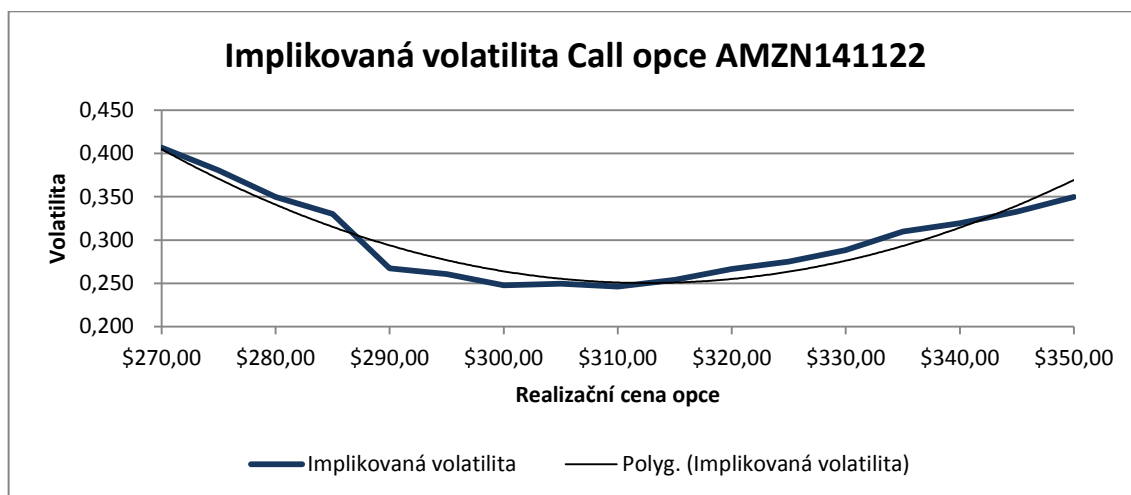
9.3 Volatilita akcie

Stejně jako v případě počtu období i bezrizikové úrokové míry jsme zkoumali vliv volatility podkladové akcie na všechny opce z kapitoly 8, příslušné výpočty se nacházejí v *DP_A14N0018P.xlsx* na Listech *CA_názevopce*. Volatilita podkladové akcie je jedním z nejdůležitějších faktorů ovlivňující cenu opce. Odhad pomocí exponenciálního vážení jsme využili jako výchozí pro oba modely a dále byly pro všechny společnosti určeny hodnoty následujících typů volatility: historická, 10letá, 5letá, roční, 180denní a 90denní. Nyní se podíváme, jak se změnila cena opce při změně odhadu volatility získaném exponenciálním vážením v rozmezí hodnot 0 až 1. Navíc jsme ocenily opce v penězích pomocí všech typů volatility, které jsme odhadli. Pro všechny opce byla také určena implikovaná volatilita.

9.3.1 Implikovaná volatilita

Na základě tržních cen lze odvodit volatilitu tak, aby cena opce získaná pomocí vytvořených modelů byla s tržní hodnotou shodná. Tato volatilita se nazývá implikovaná volatilita a byla vypočítána pouze pro binomický model, jelikož ceny opcí získané pomocí modelu trinomického jsou totožné. Implikovaná volatilita byla dopočítána pomocí *Řešitele* v prostředí *Microsoft Excel* pro opce všech vybraných společností. Na obrázku 9.8 je znázorněn průběh implikované volatility pro různé realizační ceny Call opce AMZN141122.

Hodnota implikované volatility by měla být nejnižší v případě opce na penězích, naopak čím více je opce v nebo mimo peníze, tím vyšších hodnot by měla volatilita nabývat. Získanými hodnotami jsme proložili parabolickou křivku a získali jsme tzv. *volatility smile*. Tento název je odvozen od tvaru křivky, jelikož připomíná právě úsměv. Tímto jevem může být vysvětlena nepřesnost při oceňování opcí v penězích, na penězích a mimo peníze. Pro všechny tyto opce byla použita jedna hodnota volatility, podle implikované volatility se však tato hodnota mění s realizační cenou opce.



Obrázek 9.8: Implikovaná volatilita Call opce AMZN141122

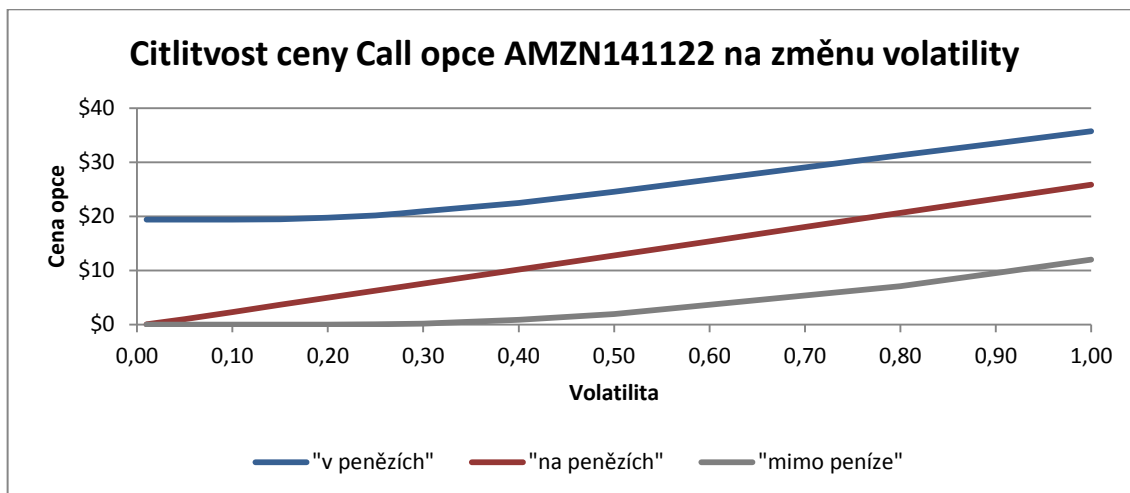
9.3.2 Amazon.com Inc., Apple Inc.

Odhad volatility pro společnost Amazon.com Inc. byl odhadnut na hodnotu přibližně 0,39. V tabulce 9.1 jsou zaznamenány výše implikovaných volatilit pro určité realizační ceny opcí této společnosti.

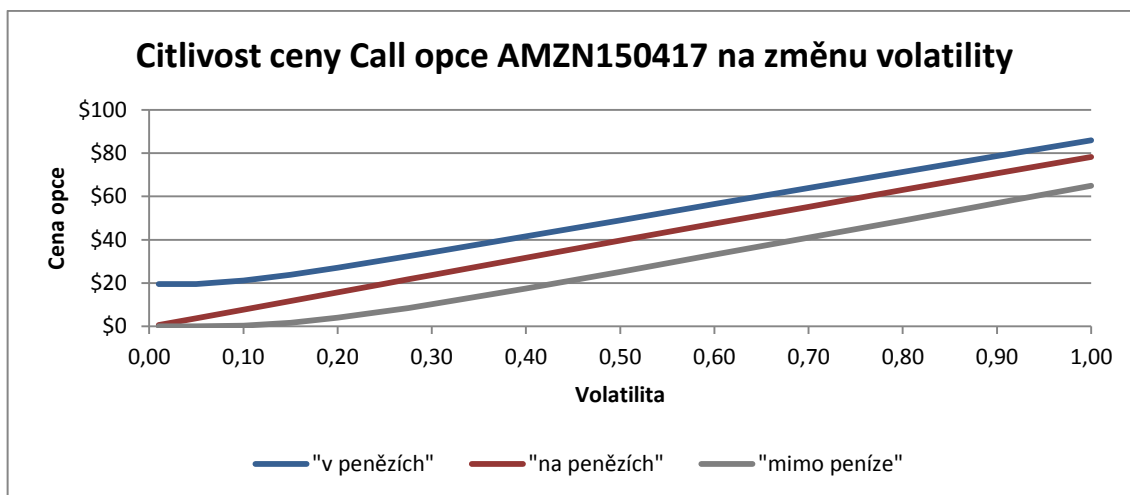
Typ opce	RC	22.10.2014	17.4.2015	15.1.2016
Call	\$270	-	-	0,31
	\$280	0,35	0,30	-
	\$300	0,25	0,28	0,30
	\$340	0,32	0,27	-
	\$350	-	-	0,29
Put	\$270	-	-	0,29
	\$280	0,29	0,28	-
	\$300	0,25	0,26	0,28
	\$340	-	0,25	-
	\$350	-	-	0,26

Tabulka 9.1: Implikovaná volatilita pro opce společnosti Amazon.com Inc.

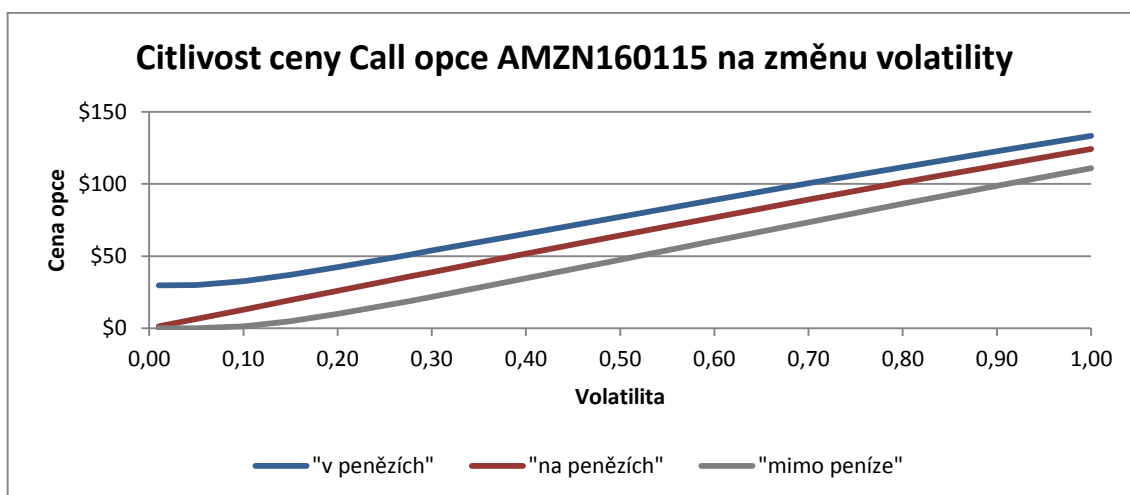
Ani v jednom z případů se tedy odhad volatility neshoduje s volatilitou implikovanou. Dále musíme určit vliv změny volatility na cenu opce. Citlivost ceny Call opce společnosti Amazon.com Inc. je znázorněna na obrázcích 9.9 až 9.11.



Obrázek 9.9: Vliv volatility na cenu Call opce AMZN141122



Obrázek 9.10: Vliv volatility na cenu Call opce AMZN150417

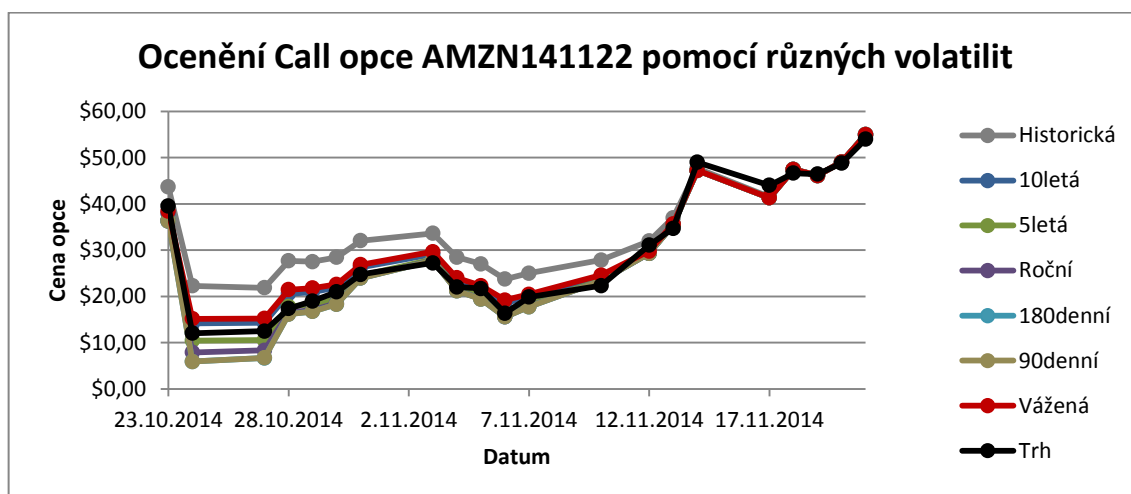


Obrázek 9.11: Vliv volatility na cenu Call opce AMZN160115

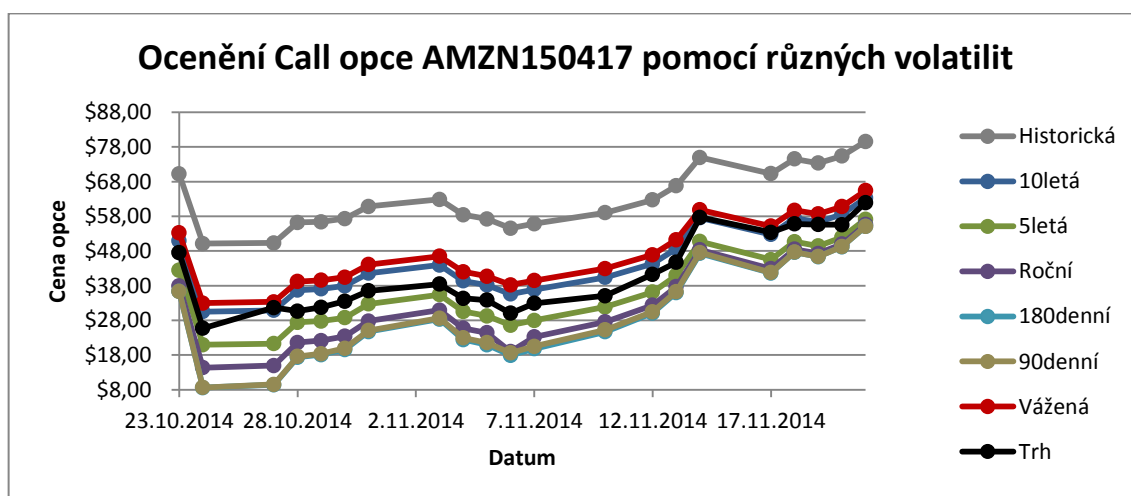
V okolí odhadnuté hodnoty volatility je cena opce výrazně citlivější než v případě bezrizikové úrokové míry a s přibývajícím dobou do expirace opce se tato citlivost zvětšuje. Největší vliv má změna volatility na cenu opce na penězích, kde se zvětšující hodnotou volatility cena opce roste lineárně od nejnižší hodnoty 0, v případě opcí na penězích a mimo peníze sledujeme při nižších hodnotách minimální vliv volatility na cenu opce. U opcí mimo peníze je důvodem to, že při nízké volatilitě je cena opce nulová a od hodnoty volatility, která ocení opci na hodnotu vyšší než \$0 opět přichází lineární růst ceny opce.

V případě Put opcí je situace téměř identická. Podobný závěr sledujeme i všech opcí společnosti Apple Inc.

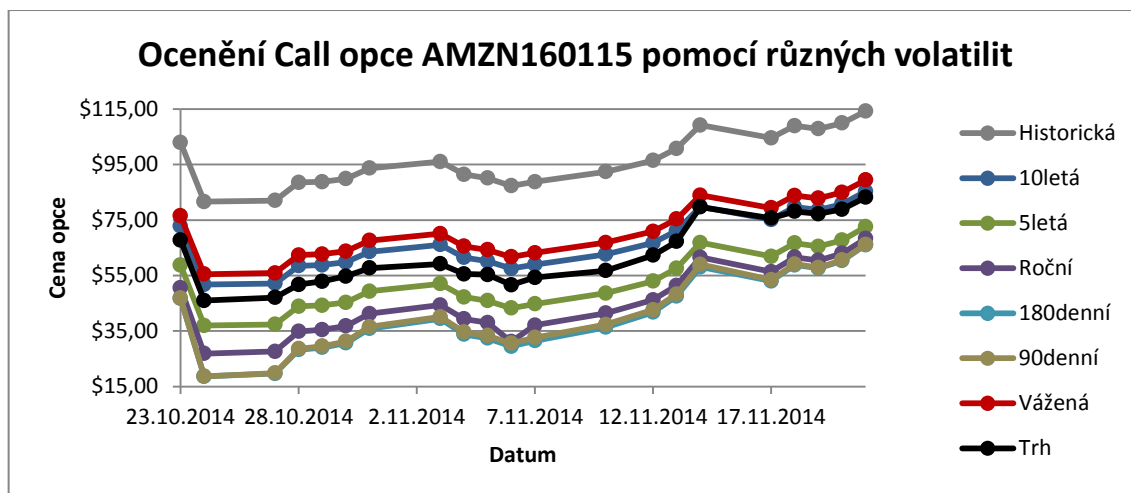
Nyní porovnáme ceny opcí získaných pomocí odhadů různých typů volatility. Porovnání cen Call opcí v penězích společnosti Amazon.com Inc. s realizačními cenami \$280 a \$270 s tržní cenou těchto opcí je znázorněno na obrázcích 9.12 až 9.14.



Obrázek 9.12: Ocenění Call opce AMZN141122 pomocí různých volatilit



Obrázek 9.13: Ocenění Call opce AMZN150417 pomocí různých volatilit



Obrázek 9.14: Ocenění Call opce AMZN160115 pomocí různých volatilit

Nejlepším odhadem pro ocenění těchto opcí sledujeme 5letou a 10letou volatilitu, jelikož jejich hodnoty jsou nejbližší implikované volatilitě. Největší rozdíly od tržních cen jsme získali v případě ocenění opcí za pomoci volatilit historické. Grafy 9.12 až 9.14 taktéž demonstrují citlivost ceny opce na volatilitu, jelikož v případě opce s nejkratší dobou expirace nejsou rozdíly jednotlivých ocenění tak vysoké, jako v případě opcí s delší životností. Pro opce společnosti Apple Inc. je nejlepším odhadem volatilit 5letá a roční, ostatní závěry jsou velmi podobné.

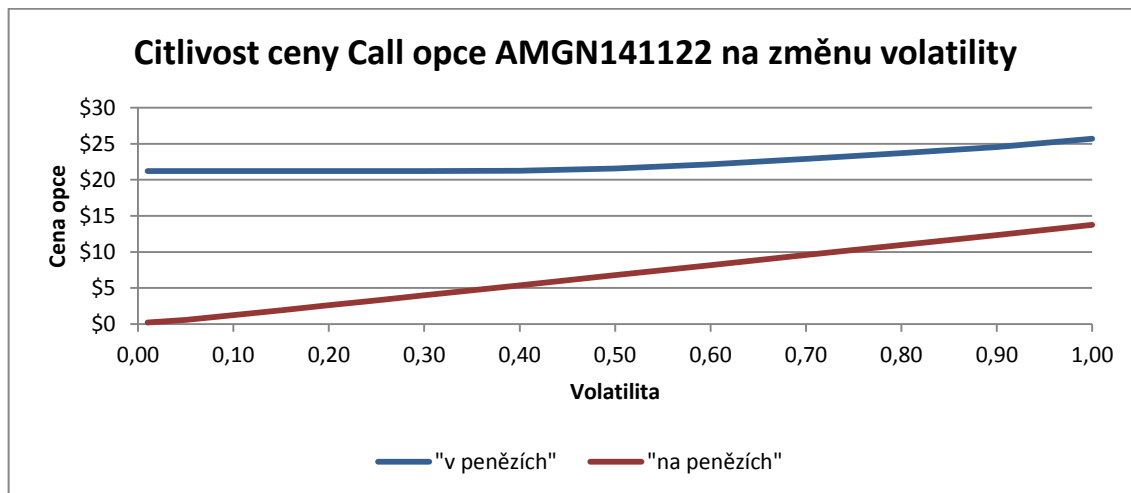
9.3.3 Amgen Inc.

Průměrné relativní odchylky nabyly nejmenších hodnot v případě opcí společnosti Amgen Inc. Podíváme se, jaký je vztah implikované volatilit a naší odhadnuté volatilit. Odhad volatilit pomocí exponenciálního vážení má hodnotu přibližně 0,21, v tabulce 9.2 jsou zaznamenány hodnoty implikované volatilit pro realizační ceny oceňovaných opcí.

Typ opce	RC	22.10.2014	17.4.2015	15.1.2016
Call	\$139	0,49	-	
	\$140	-	0,28	0,29
	\$160	0,22	0,23	0,26
	\$170	-	0,23	0,25
Put	\$140	-	0,26	0,27
	\$150	0,26	-	-
	\$160	-	0,24	0,25
	\$170	-	-	0,24

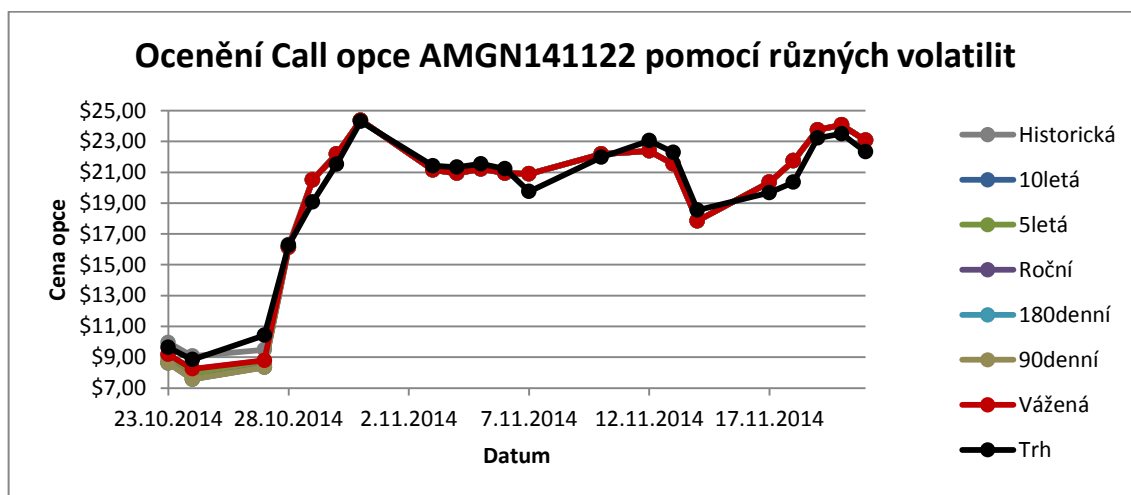
Tabulka 9.2: Implikovaná volatilita pro opce společnosti Amgen Inc.

Oproti předchozí situaci v případě opcí společnosti Amazon.com Inc. je odhad volatility blíže hodnotám volatility implikované, proto jsou opce oceněny lépe. Další otázkou je, jak moc je cena opce citlivá na změnu volatility v okolí odhadnuté hodnoty. Na obrázku 9.15 je znázorněn vliv volatility na cenu Call opce AMGN141122.

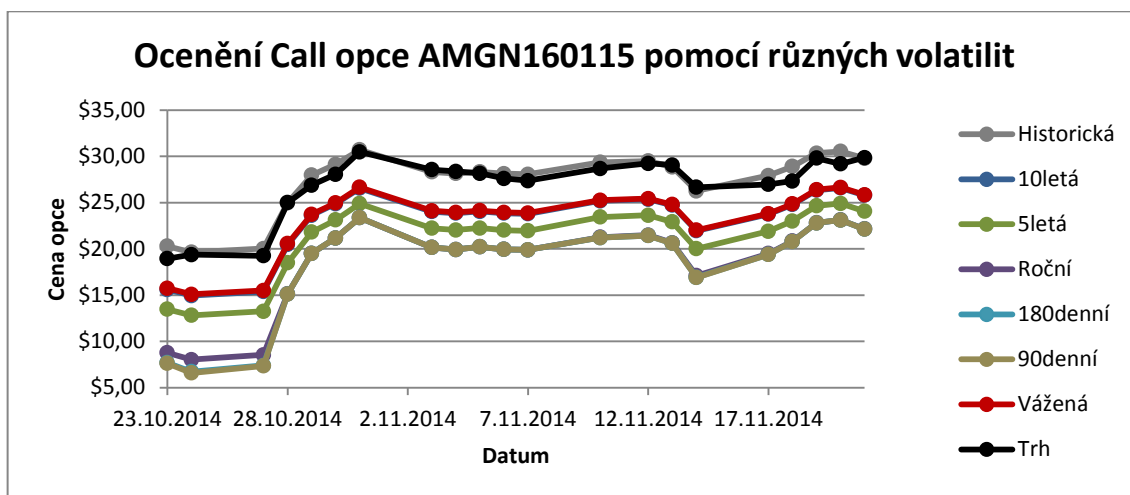


Obrázek 9.15: Vliv volatility na cenu Call opce AMGN141122

Do hodnoty volatility 0,4 neshledáváme v cenách Call opce v penězích žádný rozdíl. Odhad volatility byl určen jako 0,21 a v okolí této hodnoty je vliv volatility na cenu této opce minimální. V případě opcí s delší dobou expirace shledáváme stejné závěry jako v případě opcí společnosti Amazon.com Inc. Obrázky 9.16 a 9.17 reprezentují ocenění Call opcí AMGN141122 a AMGN150116 pomocí různých typů volatilit.



Obrázek 9.16: Ocenění Call opce AMGN141122 pomocí různých volatilit



Obrázek 9.17: Ocenění Call opce AMGN160115 pomocí různých volatilit

Obrázek 9.16 taktéž vyjadřuje téměř zanedbatelnou citlivost Call opce AMGN141122, jelikož ocenění pomocí všech druhů volatilit je téměř shodné. V případě Call opce AMGN160115 je vliv volatilit již mnohem výraznější, přesto se získané ceny pomocí různých druhů shodují, např. pomocí exponenciálně vážené a 10leté. Nejlepším odhadem pro ocenění opcí společnosti Amgen Inc. je historická volatilita, naopak nejméně vhodný je odhad volatilit 180denní a 90denní. Ostatní grafické znázornění pro opce s ostatními realizačními cenami a dobami expirace se nachází v *DP_A13N0017P.xlsx* na Listu *CA_AMGN141122*.

9.3.4 The Coca-Cola Company

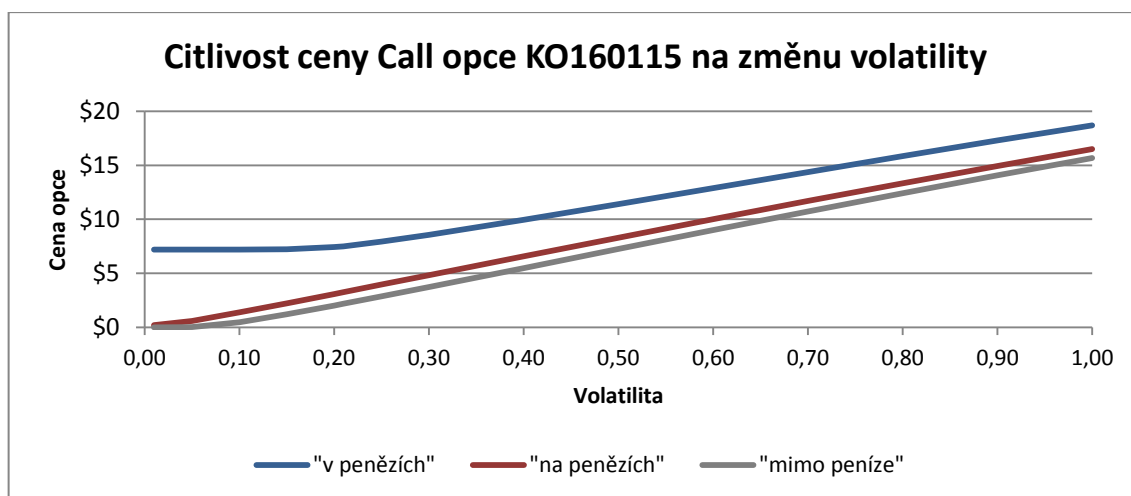
Odhad volatilit podkladové akcie této společnosti byl stanoven na hodnotu 0,12, tedy výrazně nižší než v předchozích případech. V tabulce 9.4 se nacházejí vypočítané hodnoty implikované volatilit pro vybrané realizační ceny opcí.

Typ opce	RC	22.10.2014	17.1.2015	15.1.2016
Call	\$35	-	0,34	0,21
	\$42	0,14	-	0,17
	\$42,5	-	0,16	-
	\$45	-	0,17	0,17
Put	\$35	-	0,24	0,19
	\$42	0,18	-	0,16
	\$42,5	-	0,13	-
	\$45	0,23	0,12	0,16

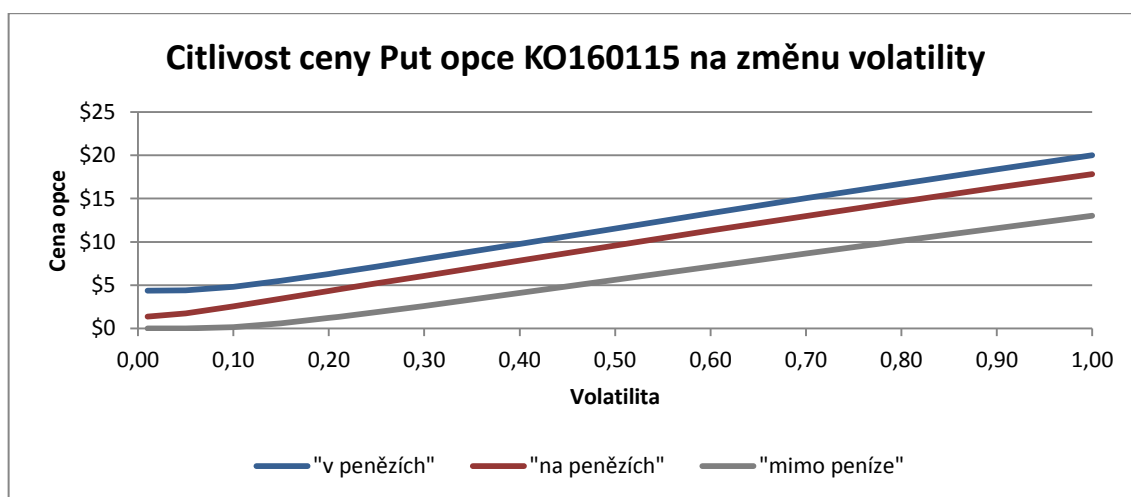
Tabulka 9.3: Implikovaná volatilita pro opce společnosti The Coca-Cola Company

Rozdíl v hodnotách implikované volatilit a odhadu volatilit nejsou nijak výrazné. Podíváme se tedy, jak velký vliv má změna volatilit na cenu opce. Citlivost cen opcí

společnosti The Coca-Cola Company s expirací v lednu 2016 na změnu volatilitu se nachází na obrázcích 9.18 a 9.19.



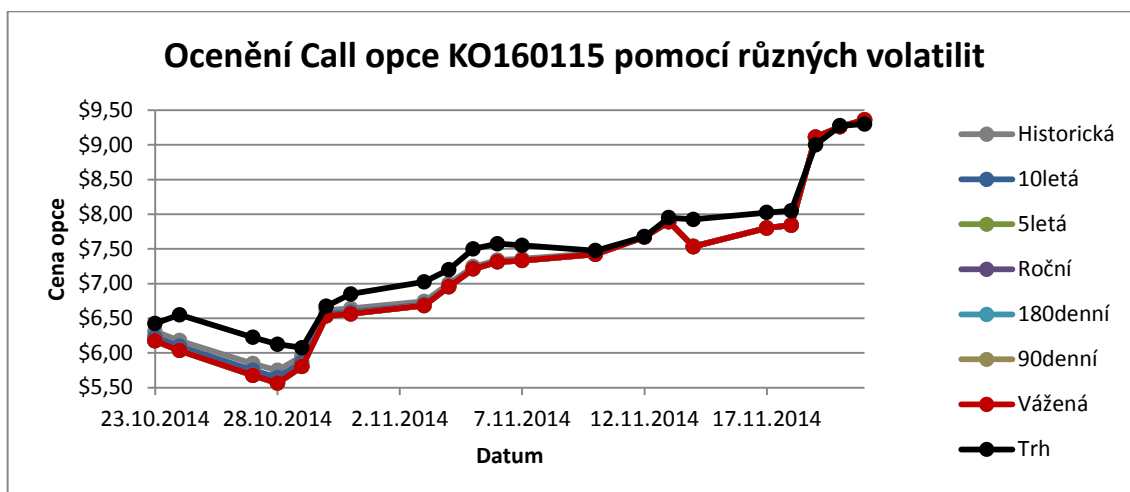
Obrázek 9.18: Vliv volatilitu na cenu Call opce KO160115



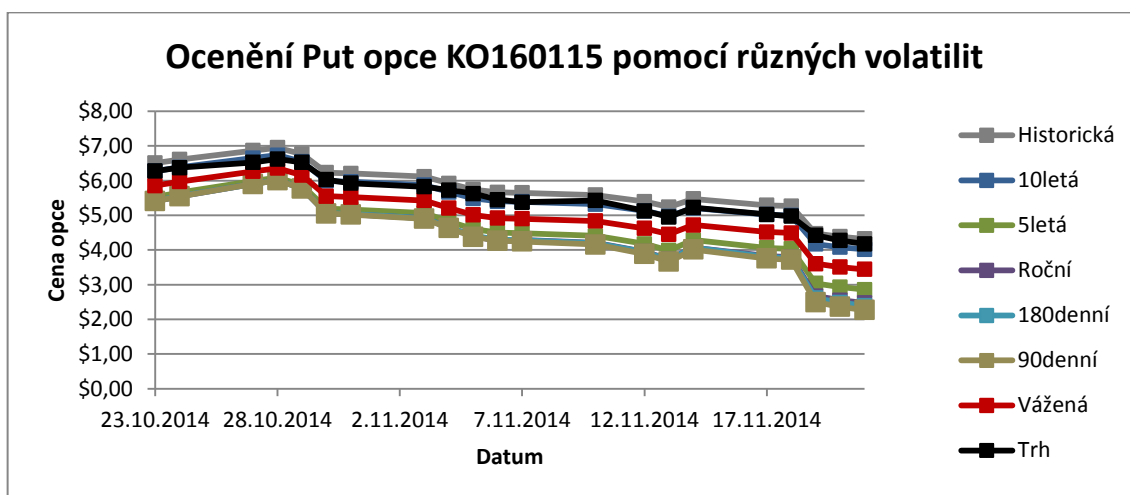
Obrázek 9.19: Vliv volatilitu na cenu Put opce KO160115

Z těchto grafů je vidět, že v okolí odhadnuté výše volatilitu je cena Call opce v penězích beze změny, opce na penězích jsou na cenu velmi citlivé od nejnižší hodnoty 0 a podobně jsou na tom i opce mimo peníze. Cena Put opce je oproti Call opci citlivější i v případě opce v penězích. Pro opce s kratší dobou expirace je situace téměř shodná.

Tuto situaci reprezentují i následující obrázky 9.20 a 9.21, které zobrazují porovnání ocenění opcí za pomoci binomického modelu s různými druhy volatilitu. V případě Call opce získáváme téměř totožné ocenění pro všechny typy volatilitu, v případě Put opce získáváme více ocenění, ale hodnoty jsou si velmi blízké. Pro ocenění Put opce je nejlepší odhadem volatilitu 10letá, jelikož se její hodnota opět blíží implikované volatilitě.



Obrázek 9.20: Ocenění Call opce KO160115 pomocí různých volatilit



Obrázek 9.21: Ocenění Put opce KO160115 pomocí různých volatilit

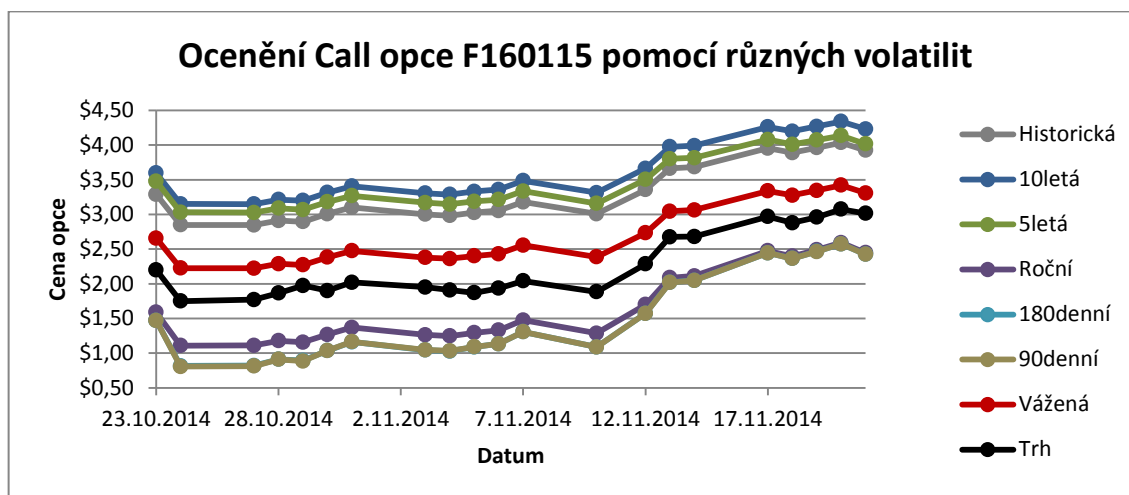
9.3.5 Ford Motor Company

Na základě historických cen akcií jsme odhadli volatilitu pro tuto společnost ve výši 0,37. V tabulce 9.5 jsou zaznamenány hodnoty implikované volatility pro realizační ceny opcí zmíněné v kapitole 8.5.

Typ opce	RC	22.10.2014	17.1.2015	15.1.2016
Call	\$12	-	0,26	-
	\$13	-	-	0,30
	\$14	0,18	0,22	-
	\$15	-	-	0,28
	\$16	-	0,25	-
	\$17	-	-	0,27
Put	\$12	-	0,30	-
	\$13	-	-	0,26
	\$14	0,26	0,25	-
	\$15	-	-	0,24
	\$16	0,43	0,29	-
	\$17	-	-	0,23

Tabulka 9.4: Implikovaná volatilita pro opce společnosti Ford Motor Company

Při porovnání použitého odhadu a hodnot implikované volatilita vidíme, že odhad je oproti předchozím případům vyšší. Při zkoumání vlivu změny volatilita na cenu opcí této společnosti jsme došli ke stejnému závěru jako v případě opcí společnosti The Coca-Cola Company. Opce s kratší dobou expirace (říjen 2014 a leden 2015) nabývají pro realizační ceny v penězích stejných hodnot při hodnotách volatilita od nejnižší hodnoty do hodnoty odhadu. Opce s expirací v lednu 2016 jsou výrazně citlivější, stejně jako v předchozím případě. Na obrázku 9.22 je znázorněno ocenění Call opce F160115 pomocí různých typů volatilita.



Obrázek 9.22: Ocenění Call opce F160115 pomocí různých volatilita

Přestože je odhad volatilita pomocí exponenciálního vážení výrazně vyšší než implikovaná volatilita, je nejlepším odhadem z vypočítaných druhů volatilita.

9.4 Zhodnocení

Z citlivostní analýzy vyplývá, že největší vliv na cenu opce má volatilita podkladové akcie. Při oceňování opcí je tedy potřeba věnovat největší pozornost stanovení odhadu volatility. Odhadnout volatilitu co nejlepší způsobem je však velice obtížné, jelikož pro každou realizační cenu je hodnota odhadu jiná, jak nám ukázal výpočet implikované volatility.

Citlivost ceny opce na změnu bezrizikové úrokové míry je téměř zanedbatelná.

Poslední z faktorů, který jsme zkoumali, byl počet období. Není nutné volit větší počet období, než je počet dní do data expirace opce, jelikož by výpočet byl zbytečně zdlouhavý a nepřinesl by výrazné zpřesnění ceny opce. Naopak při nízkých hodnotách počtu období mohou mít výsledky modelu binomického kolísavý charakter a je tedy vhodnější použití modelu trinomického.

Citlivostní analýza také odhalila, že Put opce jsou mírně citlivější na změny vstupních parametrů, než Call opce.

10 Závěr

V této práci jsme se seznámili s opcemi, jejich historií, dělením a způsobem obchodování. Dále jsme ohodnotili právo, které získá majitel držením opce, tedy cenu opce. V další části práce jsme se věnovali odvození binomického a trinomického modelu oceňování opcí, stanovení předpokladů pro jejich použití a popsáním jejich vlastností. Oba modely byly upraveny pro ocenění opcí, na jejichž podkladovou akcii je vyplácena dividendy.

Na základě reálných dat o kurzech akcií společností Amazon.com Inc., Apple Inc., The Coca-Cola Company, Amgen Inc. a Ford Motor Company jsme pomocí binomického a trinomického modelu oceňování opcí určili ceny vybraných opcí těchto společností. Ceny opcí získané pomocí obou modelů se téměř neliší. Výsledky jsme dále porovnali se skutečnými tržními cenami. Obecně jsme dospěli k závěru, že nejlépe jsou oceňovány opce na penězích a také opce s kratší dobou expirace. Při zkoumání každého typu opce zvlášť jsme zjistili, že Call opce jsou oceňovány lépe než Put opce. Cena opcí mimo peníze se často blížila k \$0, což je důvodem velkých relativních odchylek modelových a tržních cen opcí. Ceny opcí získaných oběma modely mají stejný charakter průběhu jako reálné tržní ceny, pouze nabývají vyšších hodnot. Hlavním důvodem je volba volatility, jelikož ani v jednom z případů se její odhad neshoduje s implikovanou volatilitou. Pro každou realizační cenu bychom také museli určit odhad volatility zvlášť, přičemž v této práci byla použita jedna hodnota odhadu pro různé realizační ceny opcí.

Historické kurzy akcií vybraných společností nebylo obtížné získat, jelikož jsou k dispozici za celou historii obchodování a jsou aktualizovány každý den po uzavření obchodování na burze. Ceny opcí nejsou uchovávány stejným způsobem. Tyto informace bylo třeba zaznamenávat ručně každý den během sledovaného období a pouze v době, kdy se na burze obchodovalo, což bylo časově náročné.

Ukázali jsme, že spojením dvou kroků modelu binomického vznikne jeden krok modelu trinomického. Důsledkem je, že pomocí trinomického modelu získáme výslednou cenu opce za menší počet období než u modelu binomického, ale neplatí, že ve všech případech získáme stejný výsledek při ocenění trinomickým modelem s polovičním počtem období než u modelu binomického. Trinomický model je vhodnější používat při menším počtu období.

Z citlivostní analýzy vyplývá, že největší vliv na cenu opce má volatilita podkladové akcie, citlivost ceny opce na změnu bezrizikové úrokové míry je oproti tomu prakticky zanedbatelná.

Pokud shrneme výsledky této práce, podařilo se nám ocenit pomocí binomického a trinomického modelu americké opce pěti společnostmi s různými realizačními cenami.

V případě těchto modelů můžeme kontrolovat vývoj ceny opcí v každém okamžiku až do vypršení životnosti opce a je tedy možné je použít pro ocenění amerických opcí.

A Seznam příloh

Příloha 1: DP_A13N0017P.xlsxm

Příloha 2: AMZN.xlsx

Příloha 3: KO.xlsx

Příloha 4: AAPL.xlsx

Příloha 5: AMGN.xlsx

Příloha 6: F.xlsx

Příloha 1

Jedná se o soubor *Microsoft Excel* obsahující vytvořené modely a veškeré výpočty.

- **BM** – zadání parametrů pro ocenění opce pomocí binomického modelu a výsledná cena opce vypočtená na základě zadaných parametrů.
- **BTree** – zde se vykreslí výsledný binomický strom.
- **TM** – zadání parametrů pro ocenění opce pomocí trinomického modelu a výsledná cena opce získaná na základě zadaných parametrů.
- **TTree** - zde se vykreslí příslušný trinomický strom.
- **AMZN** – historické ceny akcií a výpočet odhadů volatility společnosti Amazon.com Inc.
- **KO** - historické ceny akcií a výpočet odhadů volatility společnosti The Coca-Cola Company.
- **AAPL** - historické ceny akcií a výpočet odhadů volatility společnosti Apple Inc.
- **F** - historické ceny akcií a výpočet odhadů volatility společnosti Ford Motor Company.
- **AMGN** - historické ceny akcií a výpočet odhadů volatility společnosti Amgen Inc.
- **BÚR** – výnosy T-Bills za sledované období a jejich přepočtení na příslušná data pro odhad bezrizikové úrokové míry.
- **Dividendy** – informace o dividendách vyplácených zvolenými společnostmi a odhad doposud nezveřejněných na základě historických dat.
- **AMZN141122** – ocenění opcí Amazon.com Inc. s expirací 22. listopadu 2014.
- **CA_AMZN141122** – vliv změny parametrů na cenu opce AMZN141122.
- **AMZ150417** – ocenění opcí Amazon.com Inc. s expirací 17. dubna 2015.
- **CA_AMZN150417** – vliv změny parametrů na cenu opce AMZN150417.
- **AMZN160115** – ocenění opcí Amazon.com Inc. s expirací 15. ledna 2016.

- **CA_AMZN160115** – vliv změny parametrů na cenu opce AMZN160115.
- **KO141122** – ocenění opcí The Coca-Cola Company s expirací 22. listopadu 2014.
- **CA_KO141122** – vliv změny parametrů na cenu opce KO141122.
- **KO150117** – ocenění opcí The Coca-Cola Company s expirací 17. ledna 2015.
- **CA_KO150117** – vliv změny parametrů na cenu opce KO150117.
- **KO160115** – ocenění opcí The Coca-Cola Company s expirací 15. ledna 2016.
- **CA_KO160115** – vliv změny parametrů na cenu opce KO160115.
- **AAPL141122** – ocenění opcí Apple Inc. s expirací 22. listopadu 2014.
- **CA_AAPL141122** – vliv změny parametrů na cenu opce AAPL141122.
- **AAPL150417** – ocenění opcí Apple Inc. s expirací 17. dubna 2015.
- **CA_AAPL150417** – vliv změny parametrů na cenu opce AAPL150417.
- **AAPL160115** – ocenění opcí Apple Inc. s expirací 15. ledna 2016.
- **CA_AAPL160115** – vliv změny parametrů na cenu opce AAPL160115.
- **AMGN141122** – ocenění opcí Amgen Inc. s expirací 22. listopadu 2014.
- **CA_AMGN141122** – vliv změny parametrů na cenu opce AMGN141122.
- **AMGN150417** – ocenění opcí Amgen Inc. s expirací 17. dubna 2015.
- **CA_AMGN150417** – vliv změny parametrů na cenu opce AMGN150417.
- **AMGN160115** – ocenění opcí Amgen Inc. s expirací 15. ledna 2016.
- **CA_AMGN160115** – vliv změny parametrů na cenu opce AMGN160115.
- **F141122** – ocenění opcí Ford Motor Company s expirací 22. listopadu 2014.
- **CA_F141122** – vliv změny parametrů na cenu opce F141122.
- **F150117** – ocenění opcí Ford Motor Company s expirací 17. ledna 2015.
- **CA_F150117** – vliv změny parametrů na cenu opce F150117.
- **F160115** – ocenění opcí Ford Motor Company s expirací 15. ledna 2016.
- **CA_F160115** – vliv změny parametrů na cenu opce F160115.

Příloha 2 - 6

Soubory Microsoft Excel obsahující tržní ceny opcí oceňovaných společností během sledovaného období. Data byla stahována každý den spolu s aktuálním kurzem podkladové akcie a každý List souborů představuje jedno sledované datum.

B Zdrojové kódy

B.1 Makro pro binomický model

```
1 Sub BM()
2
3 'Deklarace promenných
4 S0 = Worksheets("BM").Range("D4").Value
5 RC = Worksheets("BM").Range("D5").Value
6 r = Worksheets("BM").Range("D6").Value
7 sigma = Worksheets("BM").Range("D7").Value
8 expiration = Worksheets("BM").Range("D8").Value
9 today = Worksheets("BM").Range("D9").Value
10 n = Worksheets("BM").Range("D10").Value
11 D1 = Worksheets("BM").Range("D15").Value
12 D2 = Worksheets("BM").Range("D16").Value
13 D3 = Worksheets("BM").Range("D17").Value
14 D4 = Worksheets("BM").Range("D18").Value
15 D5 = Worksheets("BM").Range("D19").Value
16 Exdate1 = Worksheets("BM").Range("F15").Value
17 Exdate2 = Worksheets("BM").Range("F16").Value
18 Exdate3 = Worksheets("BM").Range("F17").Value
19 Exdate4 = Worksheets("BM").Range("F18").Value
20 Exdate5 = Worksheets("BM").Range("F19").Value
21
22 'Odstraneni dat v Listu BTree pro nove vykresleni binomickeho
    stromu
23 pps = Worksheets("BTree").Range("A1").End(xlToRight).Column
24 For i = 1 To pps
25 Worksheets("BTree").Columns(1).Delete
26 Next i
27
28 'Vypocet casu od Exdate dividend do casu expirace opce
29 T = (expiration - today) / 365
30 T1 = Exdate1 - today
31 If T1 < 0 Then
32 D1 = 0
33 End If
34 T2 = Exdate2 - today
35 If T2 < 0 Then
36 D2 = 0
37 End If
38 T3 = Exdate3 - today
39 If T3 < 0 Then
40 D3 = 0
41 End If
42 T4 = Exdate4 - today
43 If T4 < 0 Then
44 D4 = 0
45 End If
46 T5 = Exdate5 - today
```

```
47 If T5 < 0 Then
48 D5 = 0
49 End If
50
51 'Osetreni pripadu, kdy jsou dividendy vyplaceny az po dobe
   expirace opce
52 If Exdate1 > expiration Then
53 T1 = 0
54 D1 = 0
55 End If
56 If Exdate2 > expiration Then
57 D2 = 0
58 T2 = 0
59 End If
60 If Exdate3 > expiration Then
61 D3 = 0
62 T3 = 0
63 End If
64 If Exdate4 > expiration Then
65 D4 = 0
66 T4 = 0
67 End If
68 If Exdate5 > expiration Then
69 D5 = 0
70 T5 = 0
71 End If
72
73 'Soucasna hodnota dividend
74 SumD = D1 / Exp((r * T1) / 365) + D2 / Exp(r * T2 / 365) + D3 /
   Exp(r * T3 / 365) + D4 / Exp(r * T4 / 365) + D5 / Exp(r * T5 /
   365)
75
76 'Nastaveni velikosti matic pro ukladani cen akci a opcí
77 ReDim S(n, n)
78 ReDim Op(n, n)
79
80 'Vypocet miry a pravdepodobnosti poklesu a vzestupu
81 u = Exp(sigma * ((T / n) ^ 0.5))
82 d = 1 / u
83 p = (Exp(r * (T / n)) - d) / (u - d)
84
85 'Vypocet cen akci
86 S0 = S0 - SumD
87 For i = 0 To n
88 For j = i To n
89 S(i, j) = S0 * u ^ (j - i) * d ^ (i)
90 Next j
91 Next i
92
93 'Vypocet cen opcí v dobe expirace
94 For i = 0 To n
95 If CP.Value = "Call" Then
```

```
96 Op(i, n) = Application.Max(S(i, n) - RC, 0)
97 ElseIf CP.Value = "Put" Then
98 Op(i, n) = Application.Max(RC - S(i, n), 0)
99 End If
100 Next i
101
102 'Pricteni soucasne hodnoty dividend k jednotlivym cenam akcií
    ve stromu
103 If D1 > 0 Then
104 For i = 0 To n
105 For j = i To n - 1
106 If T1 > j Then
107 S(i, j) = S(i, j) + D1 / Exp(r * (T1 - j) / 365)
108 End If
109 Next j
110 Next i
111 End If
112
113 If D2 > 0 Then
114 For i = 0 To n
115 For j = i To n - 1
116 If T2 > j Then
117 S(i, j) = S(i, j) + D2 / Exp(r * (T2 - j) / 365)
118 End If
119 Next j
120 Next i
121 End If
122
123 If D3 > 0 Then
124 For i = 0 To n
125 For j = i To n - 1
126 If T3 > j Then
127 S(i, j) = S(i, j) + D3 / Exp(r * (T3 - j) / 365)
128 End If
129 Next j
130 Next i
131 End If
132
133 If D4 > 0 Then
134 For i = 0 To n
135 For j = i To n - 1
136 If T4 > j Then
137 S(i, j) = S(i, j) + D4 / Exp(r * (T4 - j) / 365)
138 End If
139 Next j
140 Next i
141 End If
142
143 If D5 > 0 Then
144 For i = 0 To n
145 For j = i To n - 1
146 If T5 > j Then
```

```
147 S(i, j) = S(i, j) + D5 / Exp(r * (T5 - j) / 365)
148 End If
149 Next j
150 Next i
151 End If
152
153 'Vypocet cen opci
154 For j = n - 1 To 0 Step -1
155 For i = 0 To j
156 If AE.Value = "Americká" Then
157 If CP.Value = "Call" Then
158 Op(i, j) = Application.Max(S(i, j) - RC, (p * Op(i, j + 1) + (1
- p) * Op(i + 1, j + 1)) / Exp(r * (T / n)))
159 ElseIf CP.Value = "Put" Then
160 Op(i, j) = Application.Max(RC - S(i, j), (p * Op(i, j + 1) + (1
- p) * Op(i + 1, j + 1)) / Exp(r * (T / n)))
161 End If
162 ElseIf AE.Value = "Evropská" Then
163 Op(i, j) = (p * Op(i, j + 1) + (1 - p) * Op(i + 1, j + 1)) /
Exp(r * (T / n))
164 End If
165 Next i
166 Next j
167
168 'Zapis ceny opce
169 Worksheets("BM").Range("D21") = Op(0, 0)
170
171 'Vykresleni binomickeho stromu do listu BTree
172 For i = 0 To n
173 Worksheets("BTree").Cells(1, i + 1) = i
174 Worksheets("BTree").Cells(2 + i * 2, n + 1) = Op(i, n)
175 Next i
176 For j = n - 1 To 0 Step -1
177 For i = 0 To j
178 Worksheets("Btree").Cells(2 + 2 * i + (n - j), j + 1) = Op(i,
j)
179 Next i
180 Next j
181
182 End Sub
```

B.2 Funkce pro binomický model

```
1 Function Binomial(S0 As Double, RC As Double, r As Double,
2   sigma As Double, expiration As Date, today As Date, n As
3   Double, D1 As Double, Exdate1 As Date, D2 As Double, Exdate2
4   As Date, D3 As Double, Exdate3 As Date, D4 As Double, Exdate4
5   As Date, D5 As Double, Exdate5 As Date, PC As String, EA As
6   String)
7 Dim S() As Double
8 Dim x() As Double
9
10 'Vypocet casu od Exdate dividend do casu expirace opce
11 T = (expiration - today) / 365
12 T1 = Exdate1 - today
13 T2 = Exdate2 - today
14 T3 = Exdate3 - today
15 T4 = Exdate4 - today
16 T5 = Exdate5 - today
17
18 'Osetreni pripadu, kdy je dividenda vyplacena po datu
19   expirace opce
20 If Exdate1 > expiration Then
21   T1 = 0
22   D1 = 0
23 End If
24 If Exdate2 > expiration Then
25   D2 = 0
26   T2 = 0
27 End If
28 If Exdate3 > expiration Then
29   D3 = 0
30   T3 = 0
31 End If
32 If Exdate4 > expiration Then
33   D4 = 0
34   T4 = 0
35 End If
36 If Exdate5 > expiration Then
37   D5 = 0
38   T5 = 0
39 End If
40
41 'Osetreni pripadu, kdy je dividenda vyplacena pred datem
42   vypoctu
43 If T1 < 0 Then
```

```
37 D1 = 0
38 End If
39 If T2 < 0 Then
40 D2 = 0
41 End If
42 If T3 < 0 Then
43 D3 = 0
44 End If
45 If T4 < 0 Then
46 D4 = 0
47 End If
48 If T5 < 0 Then
49 D5 = 0
50 End If
51
52 'Soucasna hodnota dividend
53 SumD = D1 / Exp((r * T1) / 365) + D2 / Exp(r * T2 / 365) + D3
    / Exp(r * T3 / 365) + D4 / Exp(r * T4 / 365) + D5 / Exp(r *
    T5 / 365)
54
55 'Nastaveni velikosti matic pro ukladani cen akcií a opcí
56 ReDim S(n, n)
57 ReDim Op(n, n)
58 ReDim x(n, n)
59
60 'Vypocet mer a pravdepodobnosti vzestupu a poklesu
61 u = Exp(sigma * ((T / n) ^ 0.5))
62 d = 1 / u
63 p = (Exp(r * (T / n)) - d) / (u - d)
64
65 'Vypocet cen akcií
66 S0 = S0 - SumD
67 For i = 0 To n
68 For j = i To n
69 S(i, j) = S0 * u ^ (j - i) * d ^ (i)
70 Next j
71 Next i
72
73 'Vypocet cen opcí v dobe expirace
74 For i = 0 To n
75 Select Case PC
76 Case "C"
77 Op(i, n) = Application.Max(S(i, n) - RC, 0)
78 Case "P"
79 Op(i, n) = Application.Max(RC - S(i, n), 0)
```

```
80 End Select
81 Next i
82
83 'Pricteni soucasne hodnoty dividend k jednotlivym cenam akciï
   ve stromu
84 If D1 > 0 Then
85 For i = 0 To n
86 For j = i To n - 1
87 If T1 > j Then
88 S(i, j) = S(i, j) + D1 / Exp(r * (T1 - j) / 365)
89 End If
90 Next j
91 Next i
92 End If
93
94 If D2 > 0 Then
95 For i = 0 To n
96 For j = i To n - 1
97 If T2 > j Then
98 S(i, j) = S(i, j) + D2 / Exp(r * (T2 - j) / 365)
99 End If
100 Next j
101 Next i
102 End If
103
104 If D3 > 0 Then
105 For i = 0 To n
106 For j = i To n - 1
107 If T3 > j Then
108 S(i, j) = S(i, j) + D3 / Exp(r * (T3 - j) / 365)
109 End If
110 Next j
111 Next i
112 End If
113
114 If D4 > 0 Then
115 For i = 0 To n
116 For j = i To n - 1
117 If T4 > j Then
118 S(i, j) = S(i, j) + D4 / Exp(r * (T4 - j) / 365)
119 End If
120 Next j
121 Next i
122 End If
123
```

```
124 If D5 > 0 Then
125 For i = 0 To n
126 For j = i To n - 1
127 If T5 > j Then
128 S(i, j) = S(i, j) + D5 / Exp(r * (T5 - j) / 365)
129 End If
130 Next j
131 Next i
132 End If
133
134 'Vypocet cen opci
135 For j = n - 1 To 0 Step -1
136 For i = 0 To j
137 Select Case EA
138 Case "A"
139 If PC = "C" Then
140 Op(i, j) = Application.Max(S(i, j) - RC, (p * Op(i, j + 1) +
    (1 - p) * Op(i + 1, j + 1)) / Exp(r * (T / n)))
141 ElseIf PC = "P" Then
142 Op(i, j) = Application.Max(RC - S(i, j), (p * Op(i, j + 1) +
    (1 - p) * Op(i + 1, j + 1)) / Exp(r * (T / n)))
143 End If
144 Case "E"
145 Op(i, j) = (p * Op(i, j + 1) + (1 - p) * Op(i + 1, j + 1)) /
    Exp(r * (T / n))
146 End Select
147 Next i
148 Next j
149
150 'Vysledek funkce
151 Binomial = Op(0, 0)
152
153 End Function
```


B.3 Makro pro trinomický model

```
1 Sub TM()  
2  
3 'Deklarace promenných  
4 S0 = Worksheets("TM").Range("D4").Value  
5 RC = Worksheets("TM").Range("D5").Value  
6 r = Worksheets("TM").Range("D6").Value  
7 sigma = Worksheets("TM").Range("D7").Value  
8 expiration = Worksheets("TM").Range("D8").Value  
9 today = Worksheets("TM").Range("D9").Value  
10 n = Worksheets("TM").Range("D10").Value  
11 D1 = Worksheets("TM").Range("D15").Value  
12 D2 = Worksheets("TM").Range("D16").Value  
13 D3 = Worksheets("TM").Range("D17").Value  
14 D4 = Worksheets("TM").Range("D18").Value  
15 D5 = Worksheets("TM").Range("D19").Value  
16 Exdate1 = Worksheets("TM").Range("F15").Value  
17 Exdate2 = Worksheets("TM").Range("F16").Value  
18 Exdate3 = Worksheets("TM").Range("F17").Value  
19 Exdate4 = Worksheets("TM").Range("F18").Value  
20 Exdate5 = Worksheets("TM").Range("F19").Value  
21  
22 'Odstraneni dat v Listu TTree pro nove vykresleni binomickeho  
   stromu  
23 pps = Worksheets("TTree").Range("A1").End(xlToRight).Column  
24 For i = 1 To pps  
25 Worksheets("TTree").Columns(1).Delete  
26 Next i  
27  
28 'Vypocet casu od Exdate dividend do casu expirace opce  
29 T = (expiration - today) / 365  
30 T1 = Exdate1 - today  
31 If T1 < 0 Then  
32 D1 = 0  
33 End If  
34 T2 = Exdate2 - today  
35 If T2 < 0 Then  
36 D2 = 0  
37 End If  
38 T3 = Exdate3 - today  
39 If T3 < 0 Then  
40 D3 = 0  
41 End If  
42 T4 = Exdate4 - today  
43 If T4 < 0 Then  
44 D4 = 0  
45 End If  
46 T5 = Exdate5 - today  
47 If T5 < 0 Then  
48 D5 = 0  
49 End If
```

```

50
51 'Osetreni pripadu, kdy jsou dividendy vyplaceny az po dobe
    expirace opce
52 If Exdate1 > expiration Then
53 T1 = 0
54 D1 = 0
55 End If
56 If Exdate2 > expiration Then
57 D2 = 0
58 T2 = 0
59 End If
60 If Exdate3 > expiration Then
61 D3 = 0
62 T3 = 0
63 End If
64 If Exdate4 > expiration Then
65 D4 = 0
66 T4 = 0
67 End If
68 If Exdate5 > expiration Then
69 D5 = 0
70 T5 = 0
71 End If
72
73 'Soucasna hodnota dividend
74 SumD = D1 / Exp((r * T1) / 365) + D2 / Exp(r * T2 / 365) + D3 /
    Exp(r * T3 / 365) + D4 / Exp(r * T4 / 365) + D5 / Exp(r * T5 /
    365)
75
76 'Nastaveni velikosti matic pro ukladani cen akcii a opcí
77 ReDim S(2 * n, 2 * n)
78 ReDim Op(2 * n, 2 * n)
79
80 'Vypocet miry poklesu a vzestupu a pravdepodobnosti poklesu,
    setrvani a vzestupu
81 u = Exp(sigma * Sqr(2 * T / n))
82 d = 1 / u
83 pu = ((Exp(r * T / (2 * n)) - Exp(-sigma * Sqr(T / (2 * n)))) /
    (Exp(sigma * Sqr(T / (2 * n))) - Exp(-sigma * Sqr(T / (2 *
    n))))) ^ 2
84 pd = ((Exp(sigma * Sqr((T / n) / 2)) - Exp(r * (T / n) / 2)) /
    (Exp(sigma * Sqr((T / n) / 2)) - Exp(-sigma * Sqr((T / n) /
    2)))) ^ 2
85 pm = 1 - pu - pd
86
87 'Vypocet cen akcii
88 S(0, 0) = S0 - SumD
89 For j = 1 To n
90 For i = 0 To (2 * j)
91 S(i, j) = S(0, 0) * u ^ j * d ^ i
92 Next i
93 Next j

```

```
94
95 'Vypocet cen opci v dobe expirace
96 For i = 0 To (2 * n)
97 If PC.Value = "Call" Then
98 Op(i, n) = Application.Max(S(i, n) - RC, 0)
99 ElseIf PC.Value = "Put" Then
100 Op(i, n) = Application.Max(RC - S(i, n), 0)
101 End If
102 Next i
103
104 'Pricteni soucasne hodnoty dividend k jednotlivym cenam akci
ve stromu
105 If D1 > 0 Then
106 For j = 0 To n - 1
107 For i = 0 To (2 * j)
108 If T > j Then
109 S(i, j) = S(i, j) + D1 / Exp(r * (T1 - j) / 365)
110 End If
111 Next i
112 Next j
113 End If
114
115 If D2 > 0 Then
116 For j = 0 To n - 1
117 For i = 0 To (2 * j)
118 If T2 > j Then
119 S(i, j) = S(i, j) + D2 / Exp(r * (T2 - j) / 365)
120 End If
121 Next i
122 Next j
123 End If
124
125 If D3 > 0 Then
126 For j = 0 To n - 1
127 For i = 0 To (2 * j)
128 If T3 > j Then
129 S(i, j) = S(i, j) + D3 / Exp(r * (T3 - j) / 365)
130 End If
131 Next i
132 Next j
133 End If
134
135 If D4 > 0 Then
136 For j = 0 To n - 1
137 For i = 0 To (2 * j)
138 If T4 > j Then
139 S(i, j) = S(i, j) + D4 / Exp(r * (T4 - j) / 365)
140 End If
141 Next i
142 Next j
143 End If
144
```

```
145 If D5 > 0 Then
146 For j = 0 To n - 1
147 For i = 0 To (2 * j)
148 If T5 > j Then
149 S(i, j) = S(i, j) + D5 / Exp(r * (T5 - j) / 365)
150 End If
151 Next i
152 Next j
153 End If
154
155 'Vypocet cen opci
156 For j = n - 1 To 0 Step -1
157 For i = 0 To (2 * j)
158 If EA.Value = "Americká" Then
159 If PC.Value = "Call" Then
160 Op(i, j) = Application.Max(S(i, j) - RC, (pu * Op(i, j + 1) +
    pm * Op(i + 1, j + 1) + pd * Op(i + 2, j + 1)) / Exp(r * (T /
    n)))
161 ElseIf PC.Value = "Put" Then
162 Op(i, j) = Application.Max(RC - S(i, j), (pu * Op(i, j + 1) +
    pm * Op(i + 1, j + 1) + pd * Op(i + 2, j + 1)) / Exp(r * (T /
    n)))
163 End If
164 ElseIf EA.Value = "Evropská" Then
165 Op(i, j) = (pu * Op(i, j + 1) + pm * Op(i + 1, j + 1) + pd *
    Op(i + 2, j + 1)) / Exp(r * (T / n))
166 End If
167 Next i
168 Next j
169
170 'Zapis ceny opce
171 Worksheets("TM").Range("D21") = Op(0, 0)
172
173 'Zapis hodnot pro pocet obdobi do prvnioho radku v Listu TTree
174 For i = 0 To n
175 Worksheets("TTree").Cells(1, i + 1) = i
176 Next i
177
178 'Vykresleni trinomickeho stromu do Listu TTree
179 For i = 0 To (2 * n)
180 Worksheets("TTree").Cells(2 + i * 2, n + 1) = Op(i, n)
181 Next i
182 For j = n - 1 To 0 Step -1
183 For i = 0 To (2 * j)
184 Worksheets("Ttree").Cells(2 + 2 * i + 2 * (n - j), j + 1) =
    Op(i, j)
185 Next i
186 Next j
187
188 End Sub
```

B.4 Funkce pro trinomický model

```
1 Function Trinomial(S0, RC, r, sigma, expiration As Date,
2   today As Date, n As Double, D1 As Double, Exdate1 As Date, D2
3   As Double, Exdate2 As Date, D3 As Double, Exdate3 As Date, D4
4   As Double, Exdate4 As Date, D5 As Double, Exdate5 As Date, PC
5   As String, EA As String)
6 Dim S() As Double
7 Dim Op() As Double
8 Dim x() As Double
9
10 'Vypocet casu od Exdate dividend do casu expirace opce
11 T = (expiration - today) / 365
12 T1 = Exdate1 - today
13 If T1 < 0 Then
14   D1 = 0
15 End If
16 T2 = Exdate2 - today
17 If T2 < 0 Then
18   D2 = 0
19 End If
20 T3 = Exdate3 - today
21 If T3 < 0 Then
22   D3 = 0
23 End If
24 T4 = Exdate4 - today
25 If T4 < 0 Then
26   D4 = 0
27 End If
28 T5 = Exdate5 - today
29 If T5 < 0 Then
30   D5 = 0
31 End If
32
33 'Osetreni pripadu, kdy jsou dividendy vyplaceny az po dobe
34   expirace opce
35 If Exdate1 > expiration Then
36   T1 = 0
37   D1 = 0
38 End If
39 If Exdate2 > expiration Then
40   D2 = 0
41   T2 = 0
42 End If
43 If Exdate3 > expiration Then
```

```
39 D3 = 0
40 T3 = 0
41 End If
42 If Exdate4 > expiration Then
43 D4 = 0
44 T4 = 0
45 End If
46 If Exdate5 > expiration Then
47 D5 = 0
48 T5 = 0
49 End If
50
51 'Soucasna hodnota dividend
52 SumD = D1 / Exp((r * T1) / 365) + D2 / Exp(r * T2 / 365) + D3 /
    Exp(r * T3 / 365) + D4 / Exp(r * T4 / 365) + D5 / Exp(r * T5 /
    365)
53
54 'Nastaveni velikosti matic pro ukladani cen akcií a opcí
55 ReDim S(2 * n, 2 * n)
56 ReDim Op(2 * n, 2 * n)
57
58 'Vypocet miry poklesu a vzestupu a pravdepodobnosti poklesu,
    setrvani a vzestupu
59 u = Exp(sigma * Sqr(2 * T / n))
60 d = 1 / u
61 pu = ((Exp(r * T / (2 * n)) - Exp(-sigma * Sqr(T / (2 * n)))) /
    (Exp(sigma * Sqr(T / (2 * n))) - Exp(-sigma * Sqr(T / (2 *
    n))))) ^ 2
62 pd = ((Exp(sigma * Sqr((T / n) / 2)) - Exp(r * (T / n) / 2)) /
    (Exp(sigma * Sqr((T / n) / 2)) - Exp(-sigma * Sqr((T / n) /
    2)))) ^ 2
63 pm = 1 - pu - pd
64
65 'Vypocet cen akcií
66 S(0, 0) = S0 - SumD
67 For j = 1 To n
68 For i = 0 To (2 * j)
69 S(i, j) = S(0, 0) * u ^ j * d ^ i
70 Next i
71 Next j
72
73 'Vypocet cen opcí v dobe expirace
74 For i = 0 To (2 * n)
75 Select Case PC
76 Case "C"
```

```
77 Op(i, n) = Application.Max(S(i, n) - RC, 0)
78 Case "P"
79 Op(i, n) = Application.Max(RC - S(i, n), 0)
80 End Select
81 Next i
82
83 'Pricteni soucasne hodnoty dividend k jednotlivym cenam akcií
   ve stromu
84 If D1 > 0 Then
85 For j = 0 To n - 1
86 For i = 0 To (2 * j)
87 If T1 > j Then
88 S(i, j) = S(i, j) + D1 / Exp(r * (T1 - j) / 365)
89 End If
90 Next i
91 Next j
92 End If
93
94 If D2 > 0 Then
95 For j = 0 To n - 1
96 For i = 0 To (2 * j)
97 If T2 > j Then
98 S(i, j) = S(i, j) + D2 / Exp(r * (T2 - j) / 365)
99 End If
100 Next i
101 Next j
102 End If
103
104 If D3 > 0 Then
105 For j = 0 To n - 1
106 For i = 0 To (2 * j)
107 If T3 > j Then
108 S(i, j) = S(i, j) + D3 / Exp(r * (T3 - j) / 365)
109 End If
110 Next i
111 Next j
112 End If
113
114 If D4 > 0 Then
115 For j = 0 To n - 1
116 For i = 0 To (2 * j)
117 If T4 > j Then
118 S(i, j) = S(i, j) + D4 / Exp(r * (T4 - j) / 365)
119 End If
120 Next i
```

```
121 Next j
122 End If
123
124 If D5 > 0 Then
125 For j = 0 To n - 1
126 For i = 0 To (2 * j)
127 If T5 > j Then
128 S(i, j) = S(i, j) + D5 / Exp(r * (T5 - j) / 365)
129 End If
130 Next i
131 Next j
132 End If
133
134 'Vypocet cen opci
135 For j = n - 1 To 0 Step -1
136 For i = 0 To (2 * j)
137 Select Case EA
138 Case "A":
139 If PC = "C" Then
140 Op(i, j) = Application.Max(S(i, j) - RC, (pu * Op(i, j + 1) +
    pm * Op(i + 1, j + 1) + pd * Op(i + 2, j + 1)) / Exp(r * (T /
    n)))
141 ElseIf PC = "P" Then
142 Op(i, j) = Application.Max(RC - S(i, j), (pu * Op(i, j + 1) +
    pm * Op(i + 1, j + 1) + pd * Op(i + 2, j + 1)) / Exp(r * (T /
    n)))
143 End If
144 Case "E":
145 Op(i, j) = (pu * Op(i, j + 1) + pm * Op(i + 1, j + 1) + pd *
    Op(i + 2, j + 1)) / Exp(r * (T / n))
146 End Select
147 Next i
148 Next j
149
150 'Vysledek funkce
151 Trinomial = Op(0, 0)
152
153 End Function
```


Literatura

- [1] J. C. HULL, *Options, Futures and Other Derivates*, 7th ed., Person Education, Inc, 2009.
- [2] G. POITRAS, *The Early History of Option Contracts*, Vancouver, 2008.
- [3] J. C. COX, S. A. ROSS and R. Mark, *Option Pricing: A Simplified Approach*, Journal of Financial Economics, 1979.
- [4] M. SCHRODER, *Adapting thre Binomial Model to Value Options on Asets with Fixed-Cash Payouts*, Financial Analysts Journal, 1988.
- [5] "Yahoo! Finance," [Online]. Available: <http://finance.yahoo.com/>.
- [6] "Help - Yahoo! Finance," [Online]. Available: <https://help.yahoo.com/kb/finance/SLN2311.html?impressions=true>.
- [7] J. C. HULL, *Fundamental of Futures and Options Markets*, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [8] "Daily Treasury Bill Rates Data - U.S Department of the Treasury," [Online]. Available: <http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=billrates>.
- [9] "Amazon.com Inc. - Yahoo! Finance," [Online]. Available: <http://finance.yahoo.com/q?s=AMZN>.
- [10] "The Coca-Cola Company - Yahoo! Finance," [Online]. Available: <http://finance.yahoo.com/q?s=KO>.
- [11] "The Coca-Cola Company-Dividends," [Online]. Available: <http://www.coca-colacompany.com/investors/stock-history/investors-info-dividends>.
- [12] "Apple Inc. - Yahoo! Finance," [Online]. Available: <http://finance.yahoo.com/q?s=AAPL>.
- [13] "Apple Inc. - Dividends," [Online]. Available: <http://investor.apple.com/dividends.cfm>.

- [14] "Amgen Inc. - Yahoo! Finance," [Online]. Available:
<http://finance.yahoo.com/q?s=AMGN>.
- [15] "Amgen Inc. - Dividends," [Online]. Available:
<http://investors.amgen.com/phoenix.zhtml?c=61656&p=irol-dividends>.
- [16] "Ford Motor Company - Yahoo! Finance," [Online]. Available:
<http://finance.yahoo.com/q?s=F>.
- [17] "Ford Motor Company - Dividends," [Online]. Available:
<http://www.nasdaq.com/symbol/f/dividend-history>.
- [18] L. AMBROŽ, *Oceňování opcí*, Praha: C.H.Beck, 2002.
- [19] V. PAVLÁT, *Finanční opce*, Praha: Magnet-Press, 1994.
- [20] M. ČULÍK, *Aplikace reálných opcí v investičním rozhodování firmy*, Ostrava: VŠB-TU, 2013.
- [21] P. P. BOYLE, *A Lattice Framework for Option Pricing with Two State*, Journal of Financial and Quantive Analysis, 1988.
- [22] P. CLIFFORD and O. ZABORONSKI, *Pricing Options Using Trinomial Trees*, 2008.
- [23] R. KOLB, *Understanding Options*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.