Posudek oponenta bakalářské práce

Autor/Autorka	BcA. Anežka Bělohoubková
Název práce	Speciální matematické modely samoorganizace
Studijní obor	Matematické výpočty a modelování
Oponent práce	Jiří Benedikt

Splnění cílů práce:

☐ nadstandardně ☐ velmi dobře ☐ splněny ☐ s výhradami ☑ nebyly splněny

Odborný přínos práce:

☐ nové výsledky ☐ netradiční postupy ☐ zpracování výsledků z různých zdrojů ☐ shrnutí výsledků z různých zdrojů ☑ bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

☐ vynikající ☐ velmi dobrá ☐ průměrná ☑ podprůměrná ☐ nevyhovující

Věcné chyby:

☐ téměř žádné ☐ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ☐ méně podstatné, větší množství ☐ podstatnější, větší množství ☑ závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

☐ vynikající ☐ velmi dobrá ☑ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Samotná práce je členěna do čtyř kapitol. V první je uveden soupis různých přírodních jevů souvisejících se samoorganizací. V druhé jsou představeny tři matematické modely, používané pro popis takových jevů, a to reakčně-difuzní model, Navierovy-Stokesovy rovnice a Lorenzův model atmosféry. Třetí kapitola slibuje nalézt podmínky, za kterých samoorganizace vznikne. Ve čtvrté kapitole pak má být správnost nalezených podmínek podpořena numerickými experimenty.
Konkrétní výhrady k práci uvádím v příloze. Navržené hodnocení je předběžné, velmi záleží na průběhu obhajoby, především na reakci na otázky uvedené v příloze.

Práci doporučuji – ~~nedoporučuji~~ uznat jako kvalifikační (*nehodící se škrtněte*).

Navrhuji hodnocení známkou:

dobře

Datum, jméno a podpis: 25. 8. 2015

Příloha k oponentskému posudku na bakalářskou práci
BcA. Anežka Bělohoubková: Speciální matematické modely samoorganizace

Po úvodních dvou kapitolách (Úvod, Značení) následuje kapitola obsahující motivační úvod do problematiky v podobě slovního popisu 15 různých přírodních jevů, kde se vyskytuje samoorganizace. Jde o zdařilé zpracování informací z různých zdrojů, především z internetu. Nicméně neobsahuje žádné matematické výsledky.

Ve čtvrté kapitole jsou představeny tři matematické modely, používané pro popis zmíněných jevů, a to reakčně-difuzní model, Navierovy-Stokesovy rovnice a Lorenzův model atmosféry. Zde se již kvalita práce velmi zhoršuje. Vyjma Lorenzova modelu není ani uvedeno, co je neznámá v rovnici a jakou veličinu by měla modelovat. Značení je místy velmi zmatené, např. f je v sekci 4.1 jednou neznámá, jednou reakční člen. V sekci 4.1 o reakčně-difuzním modelu je uveden i model dravec--kořist, který žádný difuzní člen neobsahuje a je evidentně napsán špatně (rovnice pro jednu neznámou vůbec neosahuje druhou neznámou, navíc je neautonomní). Dále je vybrána jedna z mnoha verzí Navierovy-Stokesovy rovnice, aniž by bylo zmíněno, co tato konkrétně modeluje. Také je definováno Reynoldsovo číslo jako $\mathrm{Re} = \frac{vL}{\nu}$, aniž by zde bylo zmíněno, co je L.

Nejzávažnější věcné chyby se ovšem vyskytují až v následujících dvou kapitolách. Pátá kapitola slibuje nalezení podmínek vzniku samoorganizace pro reakčně-difuzní rovnici

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D\Delta f + F(f).$$

Předpokládá se existence konstantního řešení f_0 (tj. $F(f_0) = 0$) a hledá se prostorově periodické řešení linearizované rovnice v okolí f_0, tj.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = D\Delta h + Ah, \tag{1}$$

kde $A = F'(f_0)$, ve tvaru Fourierovy řady

$$h(x,t) = \frac{a_0(t)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k(t)\cos kx + b_k(t)\sin kx). \tag{2}$$

Po dosazení do (1) vzniknou obyčejné lineární homogenní rovnice pro a_k a b_k, jejichž řešení má tvar $Ce^{(A-Dk^2)t}$. Odtud autorka dojde k závěru, že k samoorganizaci dojde, pokud jsou všechny (?) tyto funkce rostoucí, a tedy pro

$$A > 0 \quad \text{a zároveň} \quad |k| < \sqrt{\frac{A}{D}}. \tag{3}$$

Přitom k není parametr modelu, ale pomocný index v předpokládaném tvaru řešení (2), takže tyto podmínky nelze považovat za výsledek. Ve zbytku kapitoly jsou provedena rozšíření stejné úvahy na případ libovolné periody L, tj.

$$A > 0 \quad \text{a zároveň} \quad |k| < \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{D}}. \tag{4}$$

a případ dvou prostorových proměnných.

V šesté, nepočítaje Závěr, poslední kapitole chce autorka ověřit platnost podmínky (4) na konkrétní rovnici

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \ln|1+f|,$$

kde konstantní řešení je $f_0 = 0$ a máme $A = 1$, pomocí numerického experimentu na diskretizovaném nelineárním modelu. Přitom se dopouští dvou závažných chyb. Za prvé podmínku (4) v tomto tvaru vůbec ověřit nejde, protože k není daný parametr modelu. Za druhé si pro maximální zjednodušení zvolila v numerickém modelu Dirichletovy okrajové podmínky místo periodických, přestože okrajové podmínky mají na stabilitu zcela zásadní vliv. Přesto (či právě proto) dochází k naprosto absurdnímu závěru, že „linearizovaný model odpovídá nelinearizovanému numericky řešenému modelu, pokud $k \doteq 0{,}55$“.

Pokud jde o formální stránku, práce obsahuje často zmatené značení, vzniklé zřejmě přejímáním informací z různých zdrojů. Seznam značení není moc povedený, je zde např. uvedeno, že C je integrační konstanta, ale není zde vysvětlen význam symbolu ∇, použitého v Navierově-Stokesově rovnici. Poněkud zvláštní je způsob citování použité literatury — celá citace je na každé straně zopakována v poznámce pod čarou a autorka se odkazuje na poznámku pod čarou. Některé odkazy do internetu jsou špatně (problém se znakem $\sim$). Ani překlepů prostá práce není.

Otázky k obhajobě:

1. Jak by se dalo vyjít z podmínky (4) a zformulovat podmínku (ne)stability nulového řešení (1) pomocí dat úlohy (bez k)?
2. Jak by se změnily výsledky numerických experimentů z kapitoly 6, pokud bychom uvažovali, stejně jako v kapitole 5, periodické okrajové podmínky (modifikace algoritmu by byla triviální)?
3. V celé práci jsem bohužel neobjevil ani náznak matematické definice pojmu samoorganizace. Podle páté a šesté kapitoly se zdá, že samoorganizace vzniká, právě když existuje nestabilní stacionární řešení. Vzniká tedy v řešení např. na straně 39 nějaká samoorganizace?
4. Proč $f(x)$ na straně 26 dole splňuje Dirichletovy podmínky? Na jakém intervalu?
5. Proč ke vzniku nestability musí být „obě“ (je jich nekonečně!) exponenciální funkce na straně 28 nahoře rostoucí? Kdyby $A > 0$, ale $A - Dk^2 < 0$, je nulové řešení stabilní?
6. Proč je např. na obrázku na straně 36 uvedeno, že délka prostorového intervalu je $L = 10$, ale graf je nakreslen pro x od 1 do 10? $10 - 1 = 9$, ne 10.
7. Proč na str. 28 platí $a_k = b_k$?
8. Co to je homogenní funkce (str. 24)?