

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ ELEKTRONIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Metody měření indukčnosti

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jan BENEK**
Osobní číslo: **E12B0210P**
Studijní program: **B2644 Aplikovaná elektrotechnika**
Studijní obor: **Aplikovaná elektrotechnika**
Název tématu: **Metody měření indukčnosti**
Zadávající katedra: **Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Popište různé metody měření indukčnosti.
2. Zhotovte měřicí přípravky pro měření těmito metodami.
3. Se zhotovenými přípravky proveďte měření.
4. Sestavte přehled vlastností jednotlivých metod a zhodnoťte vhodnost jejich použití v různých aplikacích.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 20 - 30 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

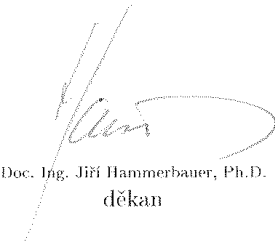
1. Tůmová, Olga: Elektrická měření: měřicí metody. 2. vyd. Plzeň, Západočeská univerzita, 2005. ISBN 80-7043-412-0
2. Mayer, Daniel: Teorie elektromagnetického pole. Plzeň, Západočeská univerzita, 2004. ISBN 80-7082-826-9

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jindřich Jansa

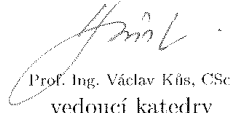
Regionální inovační centrum elektrotechniky

Datum zadání bakalářské práce: 15. října 2014

Termín odevzdání bakalářské práce: 8. června 2015


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Prof. Ing. Václav Kís, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2014

Anotace

Tato bakalářská práce popisuje metody pro měření indukčnosti. První odstavce pojednávají o popisu indukčnosti a základních vztahů využívaných při měření indukčnosti. Dále jsou pro jednotlivé vzorce rozepsané různé měřicí metody. Tato práce popisuje principy těchto metod a popisuje jejich základní vlastnosti, přednosti a nedostatky. V poslední části jsem rozepsal vybrané metody měření, které jsem vybral a vyhotovil pro ně měřicí přípravky.

Klíčová slova

Cívka, indukčnost, měřicí metody, můstkové metody, impedance, rezonance, RLC měřiče

Abstract

This bachelor thesis describes methods for measuring inductance. First part is about basic knowledge and basic equations used for measuring inductance. For each equation are described methods in the next part. In this thesis are described principles, basic properties, advantages and disadvantages of these methods. The last part is about methods which were used and checked in measuring devices.

Key words

Coil, inductance, measuring methods, measuring bridge, impedance, resonance, RLC meter

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....
podpis

V Plzni dne 8.6.2015

Jan Benek

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Jindřichovi Jansovi za odborné informace a cenné rady při vedení práce.

Obsah

OBSAH	8
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
ÚVOD	11
DEFINICE INDUKČNOSTI	12
STATICKÁ DEFINICE	12
DYNAMICKÉ DEFINICE	12
PERMEABILITA	12
ENERGETICKÁ DEFINICE	13
DEFINICE VYUŽÍVANÝCH VZTAHŮ	14
DEFINICE IMPEDANCE	14
THOMSONŮV VZTAHU	15
VLASTNOSTI INDUKČNOSTÍ	15
NÁHRADNÍ SCHÉMA INDUKČNOSTI	16
HYSTEREZNÍ KŘIVKA	18
VÍŘIVÉ PROUDY	19
SKIN EFEKT	19
VLIV KMITOČTU NA INDUKČNOST	20
MĚŘÍCÍ METODY	21
METODY VYUŽÍVAJÍCÍ IMPEDANČNÍ VZTAH	21
VÝCHYLKOVÉ METODY	21
<i>Měření indukčnosti voltmetrem a ampérmetrem</i>	21
<i>Měření indukčnosti voltmetrem, ampérmetrem a wattmetrem</i>	22
SROVNÁVACÍ METODY	24
<i>Měření indukčnosti třemi voltmetry</i>	24
<i>Měření indukčnosti třemi ampérmetry</i>	25
<i>Hraniční impedance</i>	27
MŮSTKOVÉ MĚŘENÍ INDUKČNOSTÍ	29
<i>Můstky Wheatstoneova typu</i>	29
<i>Owenův můstek</i>	30
<i>Maxwellův-wienův můstek</i>	31
<i>Transformátorové můstky</i>	32
ČÍSLICOVÉ MĚŘIČE	34
<i>Převodník impedance na napětí</i>	34
<i>Převodník impedance na frekvenci</i>	35
<i>Automatický můstek</i>	36
THOMSONŮV VZTAH	37
REZONANCE	37
<i>Q-metr</i>	37
<i>Rezonanční můstek</i>	38
MĚŘENÍ MAGNETICKÉHO POLE V OKOLÍ INDUKČNOSTI	39

PŘEHLED MĚŘÍCÍCH METOD.....	40
<i>Metoda měření voltmetrem a ampérmetrem</i>	<i>40</i>
<i>Metoda měření voltmetrem a ampérmetrem a wattmetrem</i>	<i>41</i>
<i>Metoda měření třemi voltmetry a třemi ampérmetry</i>	<i>42</i>
<i>Můstky wheatstoneova typu</i>	<i>43</i>
<i>Transformátorové můstky</i>	<i>44</i>
<i>Automatické RLC můstky</i>	<i>45</i>
<i>Převodník indukčnosti na frekvenci</i>	<i>45</i>
<i>Převodník impedance na napětí</i>	<i>46</i>
<i>Q-metr</i>	<i>47</i>
<i>Rezonanční můstek</i>	<i>48</i>
ZHOTOVENÉ PŘÍPRAVKY.....	49
MAXWELLŮV-WIENŮV MŮSTEK	49
REZONANČNÍ PŘÍPRAVEK.....	50
PŘEVODNÍK INDUKČNOSTI NA KMITOČET	51
MĚŘENÍ POMOCÍ ZHOTOVENÝCH PŘÍPRAVKŮ.....	52
<i>Použité přístroje:</i>	<i>52</i>
MĚŘENÍ NA REZONANČNÍM PŘÍPRAVKU	52
MĚŘENÍ NA PŘÍPRAVKU S PŘEVODNÍKEM INDUKČNOSTI NA KMITOČET	53
MĚŘENÍ NA PŘÍPRAVKU S MAXWELLOVÝM-WIENOVÝM MŮSTKEM.....	55
ZÁVĚR	58
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	59
PŘÍLOHY	1

Seznam symbolů a zkratk

L [H] – indukčnost
R [Ω] - odpor
C [F] - kapacita
Q [-] - činitel jakosti
Z [C] - impedance
Y [S] - admitance
f [Hz] - frekvence
U [V] - napětí
I [A] - proud
 Φ [Wb] - magnetický tok
 ω [rad/s] - uhlová frekvence
 μ [H/m] – permeabilita
N [-] – počet závitů
H [A/m] intenzita magnetického pole
B [T] magnetická indukce
X [Ω] - reaktance
 φ [$^\circ$] – fázový posun
S [m²] - plocha
 δ [m] - hloubka vniku
 γ [S/m] - konduktivita
NI - nulový indikátor

Úvod

Indukčnost je jedna ze základních veličin charakterizující elektrické obvody. Určení indukčnosti je potřebné v celé řadě aplikací ať už se jedná o konstrukce elektrických zařízení jako reproduktor, transformátor, tlumivka, indukční vařič atd. Na principu měření změn indukčnosti je založeno více zařízení, ať už jde obecně o měření různých magnetických polí, detektorů kovů, nedestruktivní zkoušky materiálů, bezkontaktní indukční čidla atd. Je tedy potřeba v závislosti na požadované přesnosti, rychlosti měření a dostupných, měřicích přístrojích, podmínkách apod. zvolit vhodnou měřicí metodu.

Metody pro měření indukčnosti se dají obecně rozdělit do dvou základních skupin v závislosti na tom, jaký vzorec využívají pro stanovení obecně impedance. První skupinou jsou metody určující indukčnost z impedančního vztahu a druhou skupinou jsou rezonanční metody vycházející z Thomsonova vztahu pro rezonanční kmitočet. K těmto metodám lze ještě přiřadit měření rozdílu frekvence obecně multivibrátorů při různých velikostech indukčnosti.

Definice Indukčnosti

Indukčnost je vlastnost daného elektricky vodivého zapojení vytvářet ve svém okolí magnetické pole. Jde tedy o parametr vyjadřující poměr mezi magnetickým tokem a proudem, který tento tok vyvolává. Můžeme ji definovat třemi základními vztahy.

Statická definice

Máme-li cívku z tenkého vodiče o N závitů, kterou protéká proud I , pak tento proud indukuje magnetický tok Φ . Potom je vlastní indukčnost dána vztahem.

$$L = \frac{\Phi_c}{I} [H]; \Phi_c = N\Phi \quad (1;2)$$

Dynamická definice

Vlastní indukčnosti lze ale také definovat vztahem:

$$L_d = \frac{d\Phi_c}{dI} [H]; \Phi_c = N\Phi \quad (3;4)$$

Indukčnost je lineární, pokud je cívka umístěna v prostředí magneticky lineárním tedy v prostředí s konstantní permeabilitou ($\mu = konst$). Pro tuto cívku tedy platí $L=L_D$. Je-li indukčnost nelineární pak je Φ funkcí proudu.

Pokud je indukčnost nelineární platí pro permeabilitu prostředí $\mu = \mu(H)$ a proto se indukčnost cívky mění v závislosti na proudu tedy $L=L(I)$. Cívky v blízkosti feromagnetika (materiál značně zesilující magnetické pole) tedy mají nelineární indukčnost. [1]

Permeabilita

Permeabilita je vlastnost určitého prostředí nebo materiálu, která určuje jejich reakci na vnější silové účinky magnetické pole. Permeabilitu lze určit ze vztahu:

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (5)$$

Permeabilitu dále rozdělujeme na permeabilitu vakua ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$) a relativní permeabilitu μ_R , která určuje, kolikrát větší je permeabilita daného prostředí nebo materiálu oproti vakuu.

Permeabilita není konstantní. Mění se s magnetickou indukcí jádra podle průběhu hysterezní smyčky.

Poznámka k dynamické a statické definici: Důvodem, proč definujeme statickou a dynamickou definici, je skutečnost, že často je potřeba vypočítat napětí na cívce za předpokladu, že známe proud tekoucí touto cívkou. Ze zákona o elektromagnetické indukci platí:

$$u = \frac{d\phi_c}{dt} \quad (6)$$

Pro lineární cívku pak dostaneme vztah:

$$u = L \frac{dI}{dt} \quad (7)$$

kde lze použít jak statickou tak dynamickou definici, jelikož jsou pro lineární cívku totožné. Pro nelineární indukčnost je výhodnější počítat s dynamickou indukčností, jelikož vede na vztah:

$$u = L_d \frac{dI}{dt} \quad (8)$$

který je formálně shodný se vztahem pro lineární indukčnost. Se statickou definicí bychom se dostali na vztah[1]:

$$u = (LI) \frac{d}{dt} = \left(I \frac{dL}{dt} + L \right) \frac{dI}{dt} \quad (9)$$

Energetická definice

Pokud průřez smyčky, resp. cívky, není vůči ostatním rozměrům smyčky zanedbatelný, využijeme energetickou definici. Je-li tento vodič protékán proudem, magnetické pole, které se díky tomuto proudu naindukuje, má energii W_M . Potom je vlastní indukčnost rovna:

$$L_e = \frac{2W_m}{I^2} \quad (10)$$

Definice využívaných vztahů

K popisu následujících metod je tedy třeba definovat dva základní vztahy, na kterých pracují metody pro měření indukčností a to sice impedanci elektrických obvodů a vztah pro rezonanci elektrických zapojení.

Definice Impedance

Impedance označuje vlastnost elektrických zapojení obsahujících obecně RLC prvky bránit průchodu střídavého proudu. Vztah pro impedanci v komplexní rovině:

$$Z = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = R + jX = |\bar{Z}|e^{j\varphi} \quad (11)$$

Absolutní velikost impedance pak můžeme vyjádřit jako

$$Z = \sqrt{(R^2 + X^2)} = \frac{U}{I} \quad (12)$$

Pro fázový rozdíl mezi napětím a proudem platí:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) \quad (13)$$

A odtud můžeme psát:

$$R = |\bar{Z}|\cos\varphi; X = |\bar{Z}|\sin\varphi \quad (14; 15)$$

Reálná složka komplexní impedance, označovaná také jako ohmická nebo činná, způsobuje výkonové ztráty. Je to činný odpor celého zapojení.

Imaginární složka, označována také jako reaktanční nebo jalová, způsobuje vznik elektromagnetického pole a fázový posuv mezi napětím a proudem. Záleží, která složka reaktance převáží. V závislosti na tom je reaktance spíše kapacitního nebo induktivního charakteru. Pokud je reaktance induktivní, napětí předbíhá před proudem. U kapacitní reaktance předbíhá proud před napětím.

Impedanci měříme při střídavém harmonickém průběhu napětí, jinak bychom měřili pouze ohmickou složku měřeného zapojení. Při měření nelineárních impedancí se musí na základě

měřicí metody zohlednit, zda jsme měřili statickou či dynamickou hodnotu a uvést při jakém napětí anebo proudu byla změřena.

Thomsonův vztahu

Rezonance je stav střídavého elektrického obvodu, při kterém má napětí a proud stejnou fázi. K tomuto jevu dochází při tzv. rezonanční frekvenci, při které je reaktance kapacitní složky impedance rovna induktivní složce impedance, tedy $|X_L| = |X_C|$. Pro jednoduchý rezonanční obvod platí $X_L = \omega L$ a $X_C = \frac{-1}{\omega C}$. Proto lze zapsat:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (16)$$

A odtud lze odvodit tzv. Thomsonův vztah

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (17)$$

Tento vztah ovšem není univerzální. Jde o zjednodušený vzorec a pro složitější obvody se rezonanční frekvence musí určovat z podmínek rezonance. Např. již pro jednoduchý reálný paralelní rezonanční obvod je třeba započítat i odpor a proto se dostaneme na vztah

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \quad (18)$$

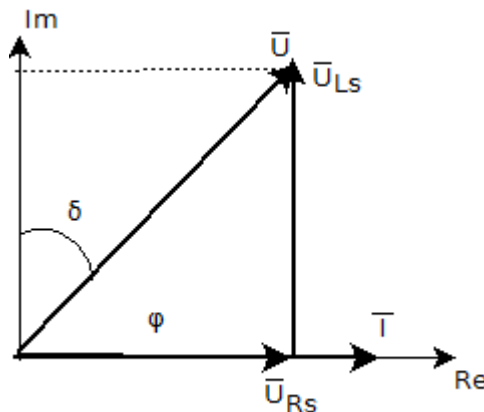
Také fázový posun mezi proudy (případně napětími) při rezonančním kmitočtu není v reálném případě 180° .

Vlastnosti indukčnosti

Cívky mají některé parazitní vlastnosti, proto se při různých měřeních zavádějí náhradní schémata indukčnosti. Je také třeba definovat některé další jevy, ke kterým dochází např. u cívek s feromagnetickým jádrem nebo při použití cívek při vyšších frekvencích.

Náhradní schéma indukčnosti

Reálná cívka má na rozdíl od ideální i nezanedbatelný odpor vlastního vinutí, který se musí respektovat, proto se používá náhradní schéma indukčnosti. Nejčastěji se používá sériové náhradní schéma indukčnosti viz *obr. 2*. Pro vyšší kmitočty je třeba počítat také s kapacitou mezi jednotlivými vinutími cívky. Tuto kapacitu by zohledňoval kondenzátor připojený paralelně k L_S a R_S .



Obr. 1 Fázorový diagram pro sériové náhradní schéma

U ideálních cívek je proud posunut o 90° oproti napětí, ovšem jak je uvedeno výše, reálná cívka má parazitní vlastnosti, které zapříčiní, že posun bude menší než 90° o ztrátový úhel δ viz fázorový diagram. V praxi se uvádí činitel jakosti cívky, což je kotangens tohoto úhlu.

$$Q = \cot\delta = \frac{U_{L_S}}{U_{R_S}} = \frac{\omega L_S I_S}{R_S I_S} = \frac{\omega L_S}{R_S} \quad (19)$$

L_S zohledňuje vlastní indukčnost cívky. R_S pak zohledňuje odpor vinutí cívky při určité frekvenci a u cívek s feromagnetickými jádry také zohledňuje také ztráty ve feromagnetiku. Pro sériové náhradní schéma tedy platí vztah:

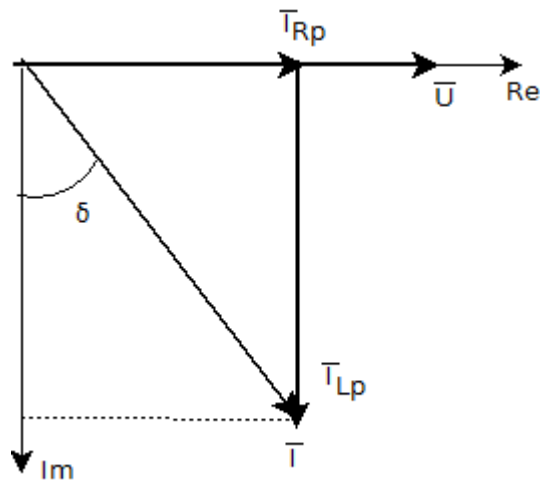
$$\bar{Z} = R_S + j\omega L_S \quad (20)$$



Obr. 2 Sériové náhradní schéma indukčnosti

Náhradní sériové schéma indukčnosti je v následujících schématech označováno jako L_x , jelikož se používá nejčastěji.

Lze také použít paralelní náhradní schéma, pro které platí následující fázorový diagram a vzorec:

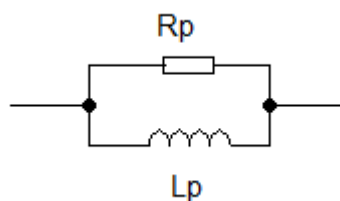


Obr. 3 Fázorový diagram pro paralelní náhradní schéma

$$Q = \cot\delta = \frac{I_{Lp}}{I_{Rp}} = \frac{\frac{U_p}{\omega L_p}}{\frac{U_p}{R_p}} = \frac{R_p}{\omega L_p} \quad (21)$$

L_p vlastní indukčnost cívky a R_p respektuje odpor vinutí cívky a ztráty ve feromagnetiku. Impedance tohoto zapojení je potom rovna:

$$\bar{Z} = R_p \frac{\omega^2 L_p^2}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2} + j\omega L_p \frac{R_p^2}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2} \quad (22)$$



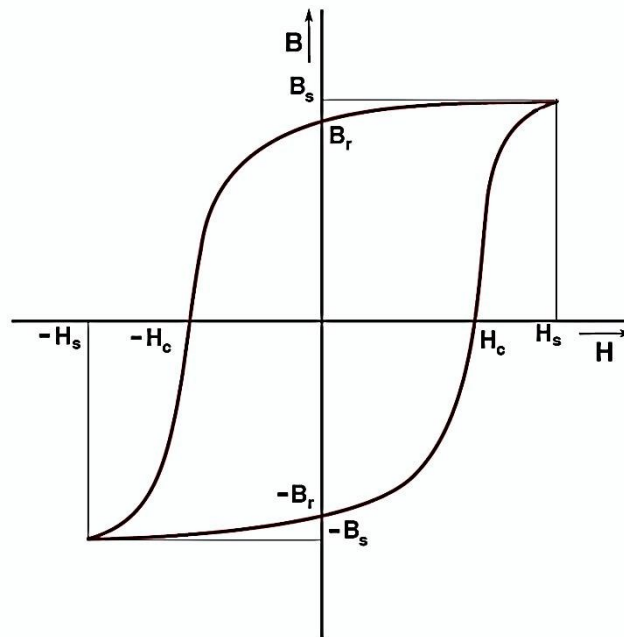
Obr. 4 Paralelní náhradní schéma indukčnosti

Pro cívky s feromagnetickým jádrem je obecně vhodnější využívat toto náhradní schéma, protože odpor respektující ztráty feromagnetika je připojen k indukčnosti paralelně, tzn., že L_p je bližší vlastní indukčnosti.[2] Pro přepočítání L_s na L_p porovnáme imaginární části rovnic a dostaneme vztah:

$$L_p = L_s \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right) \quad (23)$$

Hysterezní křivka

Hysterezní křivka je uzavřená smyčka magnetizace určitého materiálu, zobrazující vliv vnějšího magnetického pole na magnetické vlastnosti tohoto materiálu. Je to křivka závislosti magnetické indukce B na intenzitě magnetického pole H . Zjišťujeme ji při plynulé změně magnetické intenzity od bodu H_S do bodu $-H_S$ viz obr. 5



Obr. 5 Hysterezní smyčka [3]

H_S – intenzita odpovídající nasycenému stavu, pokud se bude zvyšovat intenzita vnějšího magnetického pole dále za tento bod, nedojde již ke zvýšení magnetické indukce a závislost B na H bude za tímto bodem rovnoběžná s osou x .

B_S – Maximální hodnota indukce odpovídající stavu nasycení.

B_R - Remanentní indukce je hodnota magnetické indukce, kterou bude mít materiál po odstranění vnějšího magnetického pole tedy $H=0$. Bývá označována také jako zbytková indukce.

H_C – koercitivní síla – hodnota intenzity magnetického vnějšího magnetického pole, které musí být vytvořeno, aby došlo ke zrušení B_r neboli k poklesu indukce na 0.

Pomocí hysterezní křivky lze rozdělit materiály na magneticky měkké a magneticky tvrdé. Pokud je materiál magneticky měkký, je pro něj hodnota H_r menší nebo rovna 1kA/m . Pokud je H_r větší, hovoříme o magneticky tvrdém materiálu.

V oblasti nasycení dochází k poklesu permeability. Pak lze ze vztahu pro cívku s jádrem s plochou S , délkou cívky l a počtem závitů N tedy:

$$L = \mu \frac{N^2}{l} S \quad (24)$$

odvodit, že s narůstající magnetickou intenzitou H dochází ke snižování indukčnosti cívky.

Vířivé proudy

Vířivé proudy vznikají, pokud se vodivý materiál pohybuje v magnetickém poli, případně je materiál v klidu a proměnné je magnetické pole. V takovém případě se v tělese indukuje proud, který působí proti změně, která ho vyvolala. Důsledkem tohoto jevu je zeslabení magnetického budícího toku, proti kterému působí. Ze vztahu číslo 25 vyplývá, že při snížení magnetického toku dojde také ke snížení indukčnosti. Také způsobují tepelné ztráty, jelikož průchodem proudu vodičem vzniká teplo.

Toto tvrzení se opírá o Lorenzův zákon: Indukovaný elektrický proud v uzavřeném obvodu má takový směr, že svým magnetickým polem působí proti změně magnetického indukčního toku, který je jeho příčinou.[10]

Skin efekt

Jev, ke kterému dochází při průchodu střídavého proudu vodičem. Pokud prochází materiálem střídavý proud, vytváří se v jeho okolí magnetické pole. Toto magnetické pole se ale částečně uzavírá i uvnitř vodiče, kde způsobuje vznik vířivých proudů. Tyto vířivé proudy se blíže ke středu vodiče odečítají s proudem protékajícím vodičem a u povrchu vodiče se sčítají s tímto proudem. Dochází k tzv. vytlačování proudu směrem k okraji vodiče. Tento jev se s rostoucí frekvencí zvětšuje. Takže s vyšší frekvencí dochází k většímu vytlačování proudu. K popisu tohoto jevu, resp. pro určení důsledků tohoto jevu, se využívá vztah pro tzv. hloubku vniku:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} \quad (26)$$

kde ω je úhlový kmitočet $2\pi f$, ρ je měrný odpor materiálu, μ je absolutní permeabilita a γ je měrná vodivost. Pro stejnosměrný proud je tedy hloubka vniku maximální a proud prochází celou plochou materiálu. S rostoucí frekvencí se tedy snižuje efektivní plocha materiálu, kterou skutečně prochází proud.

Vliv kmitočtu na indukčnost

Pro vyšší frekvence je třeba uvažovat i kapacitu mezi jednotlivými závity indukčnosti. Tato kapacita se do náhradních schémat přikresluje paralelně. Z toho lze tedy vyvodit, že pro cívku existuje paralelní rezonanční frekvence, při které se zapojení chová jako by v něm byl zapojen pouze odpor. Před touto frekvencí se indukance (induktivní reaktance) postupně snižuje, až je při rezonanční frekvenci minimální. Za rezonanční frekvencí začne převládat vliv parazitní kapacity a kapacitní reaktance (která narůstá s frekvencí) převládne nad induktivní. Cívka se tedy za touto frekvencí chová jako kapacita.

Měřicí metody

Metody měření indukčnosti lze rozdělit dle vztahů, které využívají ke stanovení obecně impedancí. Přesnost následujících metod závisí obecně na použitých měřicích přístrojích, na podmínkách při kterých měříme, zvolené metodě, přesnosti odečtení naměřených údajů apod.

Metody využívající impedanční vztah

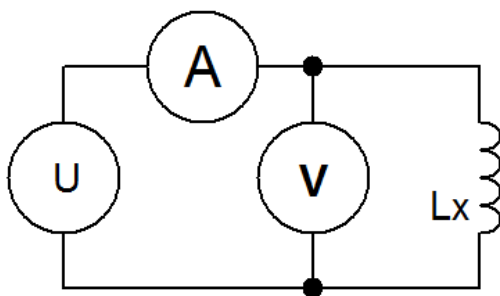
Metody založené na vztahu 11 resp. 12. Tyto metody se obecně dělí na výchylkové metody a z nich odvozené srovnávací metody a můstkové metody.

Výchylkové metody

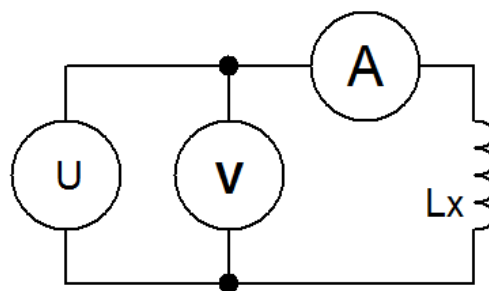
Metody, při nichž dochází k měření napětí a proudu tekoucího měřenou impedancí Z . Využívají se dvě typické zapojení a to sice měření voltmetrem a ampérmetrem a měření voltmetrem, ampérmetrem a wattmetrem. Principiálně se jedná o nejjednodušší zapojení ovšem odpovídá tomu i jejich přesnost.

Měření indukčnosti voltmetrem a ampérmetrem

Při tomto měření je možné využít následující dvě zapojení:



Obr. 6 Zapojení pro malé indukčnosti



Obr. 7 Zapojení pro velké indukčnosti

Provedou se dvě měření a to sice pomocí stejnosměrného napájení, kdy zjistíme jaká je ohmická složka měřené indukčnosti a poté pomocí střídavého napájení změříme absolutní velikost impedance zapojení, ze které potom dopočteme hodnotu indukčnosti neboť

$$Z = \sqrt{R_s^2 + \omega^2 L_x^2} \quad (27)$$

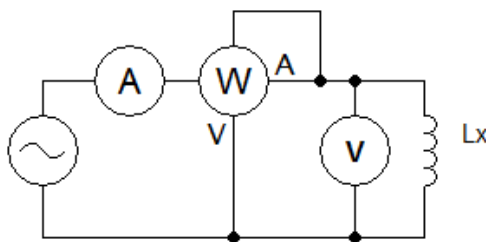
Výsledná hodnota vlastní indukčnosti tedy bude

$$L_S = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R_S^2} \quad (28)$$

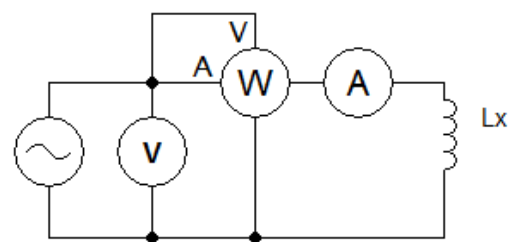
Pokud je měřená indukčnost malá, využije se schéma na *obr. 6*. Odpor voltmetru by v tomto případě měl být mnohem větší než měřená impedance. Proud voltmetrem tedy bude zanedbatelný. Pro větší indukčnosti by tento proud již zanedbatelný nebyl. Proto se pro větší indukčnosti využívá zapojení na *obr. 7*. Zde se předpokládá velice nízký úbytek napětí na ampérmetru ve srovnání s měřenou indukčností. Jakou metodu zvolit nám pomáhá určit Z_H tedy hraniční impedance viz odstavec Hraniční impedance strana 25.

Tento postup má ovšem svá omezení. Je vhodný pouze pro cívky bez jádra, protože měřený odpor počítá pouze s odporem vinutí. Také je nutné měřit na frekvencích, kdy se neuplatní vliv skin efektu, jehož vlivem dochází ke zvyšování odporu. Dalším omezením je fakt, že je potřeba měřit na frekvenci značně nižší než rezonanční, protože by byla změřena pouze odporová složka měřené impedance. [4] Celkově tato metoda slouží spíše jako orientační s přesností asi 5%, pokud je měřeno s přístroji, které mají třídu přesnosti 0,5.[5]

Měření indukčnosti voltmetrem, ampérmetrem a wattmetrem



Obr. 8 Zapojení pro malé indukčnosti



Obr. 9 Zapojení pro velké indukčnosti

Ke stanovení reálné složky impedance lze použít i wattmetr, kterým změříme činný výkon. Pomocí wattmetru tedy stanovíme činný výkon P , ze kterého vyjádříme ohmickou část jako

$$R = \frac{P}{I^2} \quad (29)$$

(platí za předpokladu, že výkon spotřebovaný na měřicích přístrojích je zanedbatelný). Pomocí voltmetru a ampérmetru stanovíme celkovou velikost měřené impedance

$$Z = \frac{U}{I} \quad (30)$$

S využitím těchto vztahů a ze vzorce číslo **26** můžeme poté vyjádřit měřenou indukčnost jako

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(\frac{P}{I^2}\right)^2} \quad (31)$$

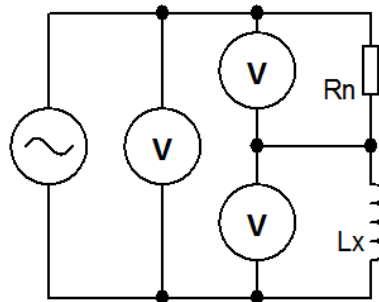
Stejně, jako pro metodu měření voltmetrem a ampérmetrem, je i zde zapojení pro malé impedance a pro velké impedance. Který vztah použít můžeme přibližně určit podle vzorce 45.

Pokud zanedbáme spotřebu přístrojů, můžeme říci, že činný příkon ze zdroje je spotřebován na ztráty ve vinutí a v jádře cívky. Metoda se hodí i pro měření cívek, jejichž indukčnost je závislá na nasycení jádra např. pro cívky se železným jádrem. Měřený odpor v sobě totiž nezahrnuje jen ztráty ve vinutí, ale i ztráty v jádře (ztráty vlivem vířivých proudů), které jsou závislé na frekvenci, proto nelze tento odpor změřit stejnosměrným proudem (proto není možné měřit cívky s jádrem metodou voltmetrem a ampérmetrem). Pokud bude proud neharmonický, nebudou vztahy pro výpočet zcela přesné, je tedy třeba měřit při takových hodnotách proudu, kdy nedojde k nasycení jádra cívky.[4] Pokud je jádro nasyceno, další magnetický tok se uzavírá pouze rozptylovými cestami, což má za následek neharmonické proudy a pokles permeability materiálu.[1] Metoda se tedy používá pouze pro provozní měření, kvůli složitějším výpočtům.

Srovnávací metody

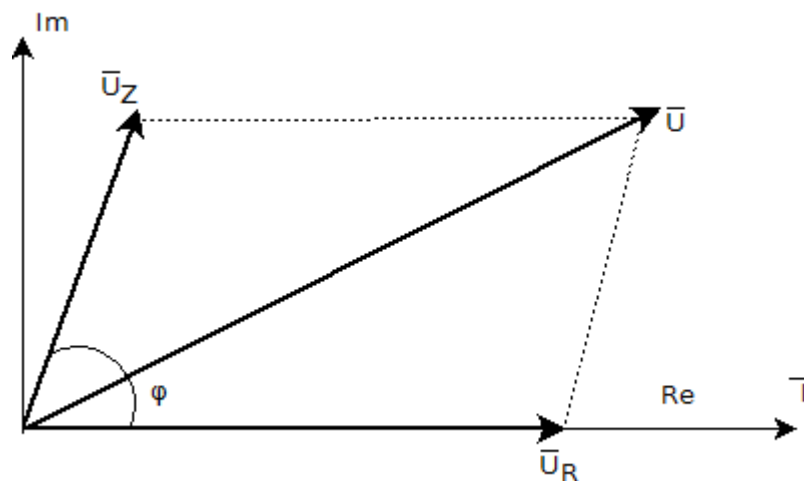
Metody principiálně stejné jako výchylkové, zde ale navíc dochází k porovnávání neznámé impedance se známým např. odporovým normálem.

Měření indukčnosti třemi voltmetry



Obr. 10 Měření indukčnosti třemi voltmetry

Měřená indukčnost je zapojena v sérii s odporovým normálem. Měřeno je napětí na normálu, na měřené indukčnosti a celkové napětí na sériové kombinaci. Metoda je vhodná, pokud platí $R_v \gg Z_x, R_n$. Z toho vyplývá požadavek na nízkou vlastní spotřebu voltmetrů. Měření je nepřesnější, pokud se napětí na měřené indukčnosti a odporovém normálu rovnají, tedy $U_r = U_z$ a při velkém úhlu φ . Z toho důvodu se na místě R_n používá odporová dekáda.[5]



Obr. 11 Fázorový diagram pro metodu měření třemi voltmetry

Pro velikost proudu sériové kombinace platí:

$$\frac{U_Z}{|Z_X|} = \frac{U_R}{R_N} \quad (32)$$

a z tohoto vztahu vyplývá velikost komplexní impedance:

$$|\bar{Z}_X| = R_N \frac{U_Z}{U_R} \quad (33)$$

Z fázorového diagramu můžeme pomocí kosinové věty odvodit vztah pro celkové napětí, tedy:

$$U^2 = U_R^2 + U_Z^2 - 2U_R U_Z \cos\varphi' \quad (34)$$

kde platí

$$\cos\varphi' = -\frac{U^2 - U_r^2 - U_z^2}{2U_z U_r} \quad (35)$$

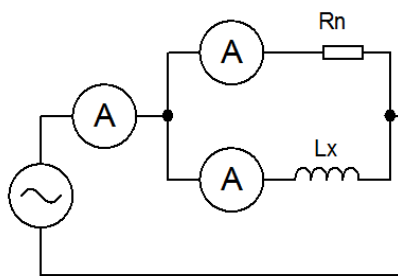
A protože $\varphi = 180^\circ - \varphi'$ a $\cos\varphi = -\cos\varphi'$, lze vztah přepsat jako

$$\cos\varphi = \frac{U^2 - U_r^2 - U_z^2}{2U_z U_r} \quad (36)$$

Odporová a reaktanční složka bude nabývat velikostí:

$$R_X = |\bar{Z}_X| \cos\varphi, \quad X_X = |\bar{Z}_X| \sin\varphi \quad (37)$$

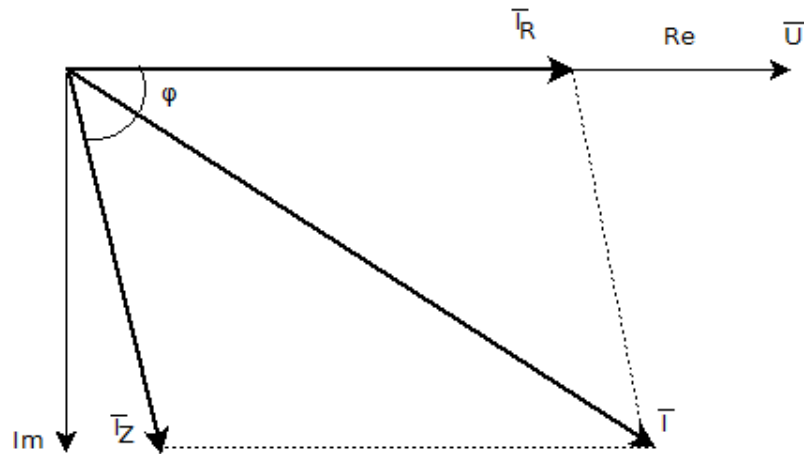
Měření indukčnosti třemi ampérmetry



Obr. 12 Měření indukčnosti třemi ampérmetry

Metoda je analogická k metodě měření třemi voltmetry. Při měření je neznámá indukčnost zapojena paralelně k odporovému normálu. Měří se efektivní hodnoty proudů protékající neznámou indukčností, odporovým normálem a proud protékající paralelní kombinací. Pro přesnost je vhodná co nejmenší spotřeba ampérmetrů. Měření je nejpřesnější, pokud se proud na měřené indukčnosti a odporovém normálu rovnají, tedy $I_r = I_z$ a při velkém úhlu φ . Z toho

důvodu se na místě R_n používá odporová dekáda. Je-li spotřeba ampérmetrů zanedbatelná, platí následující fázorový diagram.[5]



Obr. 13 Fázorový diagram pro metodu měření třemi ampérmetry

Pro velikost napětí na paralelní kombinaci platí vztah:

$$\bar{U} = \bar{Z}_X \bar{I}_Z = R \bar{I}_R \quad (38)$$

Z toho vyplývá následující vztah pro absolutní hodnoty:

$$|\bar{Z}_X| = \frac{R I_R}{I_Z} \quad (39)$$

Pro uzel paralelní kombinace platí vztah:

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_Z \quad (40)$$

Podle kosinové věty z výše uvedeného fázorového diagramu lze odvodit vztah:

$$I^2 = I_Z^2 + I_R^2 - 2I_R I_Z \cos \varphi' \quad (41)$$

Kde platí:

$$\cos \varphi' = -\frac{I^2 - I_Z^2 - I_R^2}{2I_R I_Z} \quad (42)$$

Z výše uvedených vzorců lze vyvodit:

$$\cos\varphi = \frac{I^2 - I_Z^2 - I_R^2}{2I_Z I_R} \quad (43)$$

Odporová a reaktanční složka bude nabývat velikostí:

$$R_X = |\bar{Z}_X| \cos\varphi, X_X = |\bar{Z}_X| \sin\varphi \quad (44)$$

Metodu lze využít i pro měření nelineárních indukčností, jelikož lze snadno měřit indukčnosti při různých protékajících proudech. Velkou výhodou tohoto a předešlého zapojení je skutečnost, že nám stačí pouze jediný ampérmetr případně voltmetr. Pomocí těchto dvou zapojení lze také určit činný a jalový výkon bez potřeby wattmetru. Proto jsou tyto zapojení vhodné např. při příliš vysokých frekvencích, nebo pokud mají měřené průběhy příliš vysoký obsah vyšších harmonických složek. Tyto metody nicméně nejsou příliš přesné z následujících důvodů: jednotlivé měřené složky zjišťujeme více výpočty pomocí poměrně složitých a vzájemně provázaných vztahů, což může vést k chybám, a také zde záleží na přesnostech přístrojů, ve vztahu 36 a 42 násobíme dvě změřené hodnoty, což vede k násobení dvou chyb přístrojů, což opět vede na nezanedbatelnou chybu.

Hraniční impedance

Pro metody měření voltmetrem a ampérmetrem, měření třemi voltmetry a měření třemi ampérmetry je definována tzv. hraniční impedance vztahem:

$$|\bar{Z}_H| = \sqrt{R_A R_V} \quad (45)$$

kde R_A je odpor ampérmetru a R_V je odpor voltmetru. Pokud je alespoň rámcově známa měřená indukčnost, lze pomocí tohoto vztahu určit, která metoda je z hlediska přesnosti vhodnější. Pokud platí $L_X < Z_H$, pak je vhodnější metoda tří voltmetrů a metoda na obr. 6 pro měření voltmetrem a ampérmetrem. Naopak pokud platí $L_X > Z_H$, je vhodnější metoda tří ampérmetrů a zapojení na obr. 7 pro měření voltmetrem a ampérmetrem.

V případě metody tří voltmetrů a tří ampérmetrů se mezi metodami rozhoduje pomocí odporu ampérmetru z metody tří ampérmetrů a odporu voltmetru z metody tří voltmetrů. V případě, že používáme více přístrojů než jeden, bere se nejhorší z nich a to sice ampérmetr s největším odporem a voltmetr s nejnižším odporem.

Hraniční impedance se definuje i pro metodu měření voltmetrem, ampérmetrem a wattmetrem popsané v následujícím odstavci. U této metody je ale třeba vzít v úvahu i vnitřní odpory proudové a napěťové cívky wattmetru. Pak se dostaneme na vztah:

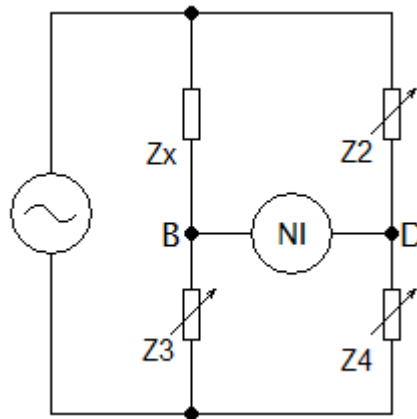
$$|\bar{Z}_H| = \sqrt{(R_A + R_{WP}) \frac{R_V R_{WN}}{R_V + R_{WN}}} \quad (46)$$

R_A je odpor ampérmetru, R_V je odpor voltmetru, R_{WP} je odpor proudové cívky wattmetru a R_{WN} je odpor napěťové cívky wattmetru.[5]

Můstkové měření Indukčnosti

Metody využívají můstkové zapojení, kdy dochází k vyvážení mezi jednotlivými rameny můstku na nulové napětí. Toho je docíleno pomocí různých kombinací RLC součástek případně dělicího transformátoru. Lze je dělit na dva základní typy a to sice můstky Wheatstoneova typu a transformátorové můstky.

Můstky Wheatstoneova typu



Obr. 14 Principiální schéma obecného můstku

Obecné zapojení můstku je znázorněno na obrázku. Čtyři impedance jsou rozděleny do jednotlivých větví můstku. Nulový indikátor mezi body BD bývá nejčastěji osciloskop. Neznámá impedance se zapojí do první větve a při vyvažování můstku pak regulujeme hodnotu prvků Z_1 , Z_2 a Z_3 , až postupnou aproximací dosáhneme nulové hodnoty/výchyly na nulovém indikátoru. Pro rovnováhu obecného můstku tedy platí:

$$\bar{Z}_X \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \quad (47)$$

Pokud se do rovnice dosadí impedance v exponenciálním tvaru, lze zapsat:

$$|\bar{Z}_X| e^{j\varphi_x} |\bar{Z}_4| e^{j\varphi_4} = |\bar{Z}_2| e^{j\varphi_2} |\bar{Z}_3| e^{j\varphi_3} \quad (48)$$

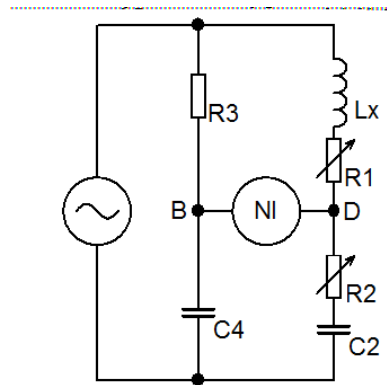
Úpravami této rovnice pak vyplynou dvě podmínky rovnováhy a to sice:

$$|\bar{Z}_X| |\bar{Z}_4| = |\bar{Z}_2| |\bar{Z}_3| \quad (49)$$

$$\varphi_x + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 \quad (50)$$

Z předchozích vzorců vyplývá, že o přesnosti měření rozhoduje: přesnost, s jakou známe hodnoty Z_1 , Z_2 a Z_3 , citlivost nulového indikátoru, protože čím menší odchylka od nulového napětí mezi BD, tím je měření přesnější a také velikost rušivých elektromagnetických polí, které mohou zkreslovat výsledek. [5]

Owenův Můstek



Obr. 15 Owenův můstek

Vhodný pro měření velkých indukčností. Do jedné z větví můstku je zapojena měřená indukčnost spolu s odporovou dekadou R_1 , viz schéma.

Napětí na NI- nulovém indikátoru U_{BD} je napětí, které se postupnou aproximací snažíme vyrovnat na nulu. V takovém případě je můstek vyvážen.

Pro vyvážený můstek platí:

$$(R_1 + R_x + j\omega L_x) \frac{1}{j\omega C_4} = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) R_3 \quad (51)$$

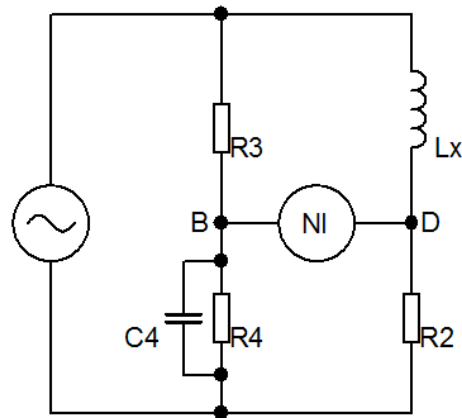
Porovnáním reálné a imaginární části vyjdou vztahy:

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (52)$$

$$R_x = \left(\frac{R_3 C_4}{C_2} \right) - R_1 \quad (53)$$

Z předcházejících vztahů je zřejmé, že můstek je frekvenčně nezávislý. Velkou předností tohoto zapojení je fakt, že k vyvažování není třeba kapacitní dekáda, protože k vyvažování nám stačí pouze proměnné prvky R_1 a R_2 . Můstek je možné využít k měření indukčnosti v řádu jednotek až tisíců Henry, při čemž dosahovaná přesnost měření je 2 – 10%. [6]

Maxwellův-wienův můstek



Obr. 16 Maxwellův-Wienův můstek

Můstek, který se využívá spíše pro menší hodnoty indukčností. Měřená indukčnost je zapojena do jednoho z ramen můstku dle schématu. Opět je třeba vyvažovat můstek na nulové napětí na NI. Pro vyvážený můstek platí:

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{1}{1 + j\omega C_4 R_4} = R_2 R_3 \quad (54)$$

Oddělením imaginární a reálné části

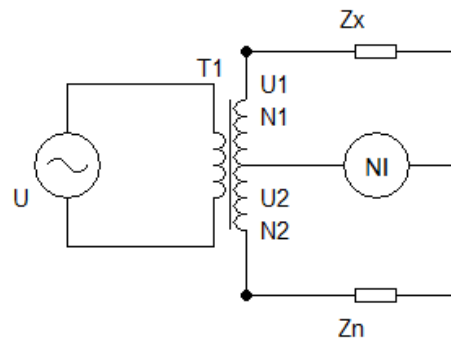
$$L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (55)$$

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (56)$$

Lze zjistit měřené veličiny. K vyvážení můstku se obvykle používá odporová dekáda na místě R4 a kapacitní dekáda na místě C4. Pomocí těchto prvků se můstek vyvažuje. Prvky R2 a R3 slouží pro hrubou volbu rozsahu. Můstek je opět frekvenčně nezávislý. Přesnost měření bývá 10^{-3} až 10^{-4} jmenovité hodnoty. Při vhodně provedeném zapojení a odstranění rušivých vlivů, např. cizích elektromagnetických polí, lze dosáhnout přesnosti až 10^{-6} jmenovité hodnoty.[2]

Transformátorové můstky

Princip transformátorových můstků vyplývá z následujícího obrázku a vztahů:



Obr. 17 Základní obvod transformátorového můstku

Základní princip spočívá v transformátoru s odbočkami, pomocí kterých se přesně dělí napětí.

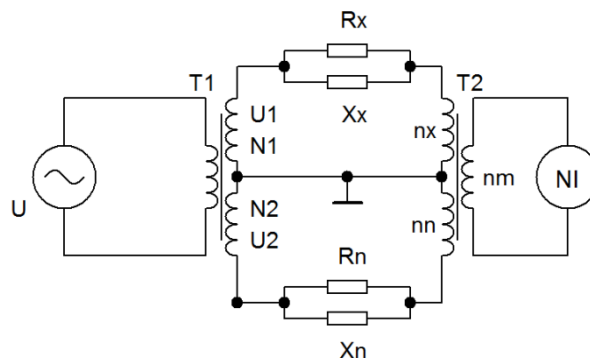
Rovnice rovnováhy vyplývá z následujících vztahů

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2; \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2}; \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} \quad (57;58;59)$$

Poměr napětí U_1 a U_2 je dán poměrem N_1 a N_2 dle provedení konstrukce s chybou menší než 10^{-4} - 10^{-6} [7]. Lze tedy napsat:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} \quad (60)$$

Dělit napětí v přesném poměru, umožňuje kvalitní magneticky měkké jádro transformátoru s vysokou permeabilitou.[2] Napěťový transformátor se může nahradit tzv. indukčními děliči, zapojení na obr. 18



Obr. 18 Principiální uspořádání transformátorového můstku s indukčními děliči

Zde je tedy použit v měřící diagonále místo indikátoru vyvážení diferenciální transformátor. Tento transformátor má na svých vinutích n_X a n_N závitů. Ve vyváženém stavu je v jádru T_2 nulový magnetický tok a na vinutí n_m je nulový úbytek napětí. Z toho vyplývá vztah:

$$I_N n_N = I_X n_X \quad (61)$$

Po dosazení za I_N a I_X a vyjádřením Z_X dostaneme podmínku rovnováhu ve tvaru:

$$Z_X = \frac{N_1 n_X}{N_2 n_N} Z_N \quad (62)$$

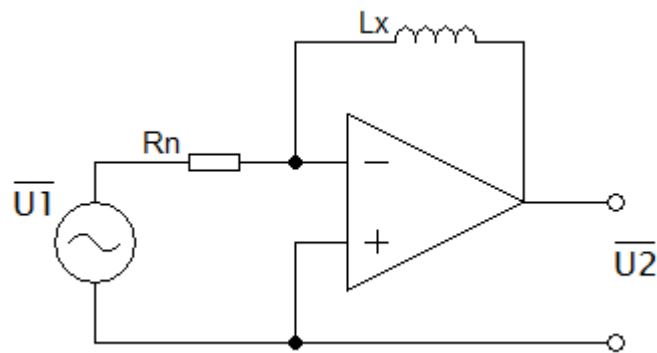
Nejjednodušší způsob vyvažování je za pomoci R_N a X_N dekád. Tento způsob se ale nevyužívá právě kvůli potřebě přesných dekád. Pokud ovšem využijeme možnosti měnit poměr U_1/U_2 pomocí odboček na výstupním vedení transformátoru T_1 , lze omezit potřebné impedanční normály na podstatně nižší počet. To je podstatná výhoda oproti můstkům Wheatstoneova typu, kde je třeba rozsáhlých normálových dekád k dosažení dostatečné přesnosti.[7] Přesnost a rozsah těchto metod se typicky pohybuje kolem 0.1% pro rozsah 0.1 μ H až tisíce Henry.[8]

Číslicové měřiče

V současnosti nejvyžívanější princip pro měření indukčností, hlavně tedy součástek. Tato kapitola obsahuje i krátký popis principu převodníků indukčnosti na kmitočet, tedy metodu nezaloženou na impedančním vztahu, nicméně jde o jeden ze základních principů číslicových měřičů.

Převodník impedance na napětí

Některé číslicové přístroje využívají převodník impedance na napětí jako základní blok pro měření RLC prvků. Pro svou funkci využívá operační zesilovač, kdy do jeho odporové sítě připojíme měřenou impedanci.



Obr. 19 Principiální schéma převodníku Z na U

Pro svou funkci potřebuje referenční zdroj U_1 . Potom v závislosti na měřené impedanci je výstupní napětí oproti U_1 zesíleno a také má vzhledem k U_1 určitý fázový posuv. Pro ideální operační zesilovač bude platit vztah:

$$\frac{\bar{U}_1}{R_N} = -\frac{\bar{U}_2}{Z_X} \quad (63)$$

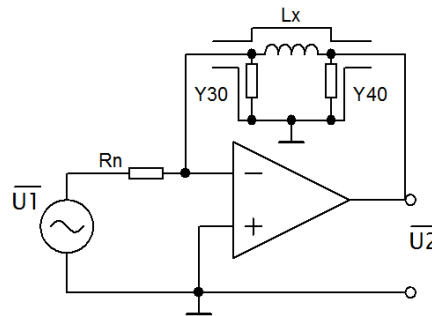
Pokud budeme považovat U_1 za referenční potom můžeme psát rovnici ve tvaru

$$Z_X = -\frac{R_N}{U_1} \operatorname{Re}\{\bar{U}_2\} - j \frac{R_N}{U_1} \operatorname{Im}\{\bar{U}_2\} \quad (64)$$

A rozdělením této rovnice na reálnou a imaginární část s využitím rovnice 20 :

$$R_X = -\frac{R_N}{U_1} \operatorname{Re}\{\bar{U}_2\}; L_X = -\frac{R_N}{\omega U_1} \operatorname{Im}\{\bar{U}_2\} \quad (65)$$

Pro eliminaci parazitních impedancí se využívá alespoň třívodičové připojení impedance, naznačeno na *obr. 20*

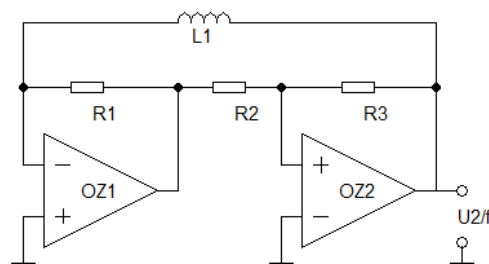


Obr. 20 Principiální schéma převodníku Z na U se stíněním[7]

Parazitní admitance lze soustředit do admitancí připojených paralelně k měřené impedanci a stíněním, např. krytem. Parazitní admitance se neprojeví, protože Y_{40} je paralelně k výstupu operačního zesilovače (ten se v tomto zapojení chová jako zdroj napětí), a Y_{30} je připojena mezi invertující a neinvertující vstup a proto se neprojeví ve výsledném napětí. K úplné eliminaci vlivu přívodů se využívají složitější zapojení. Poté je nutné měřit absolutní hodnotu napětí, ale také hodnotu fázového posunu oproti referenčnímu napětí. K tomu se využívá tzv. vektorový voltmetr. Vektorový voltmetr je v podstatě fázově citlivý voltmetr, který je schopný změřit fázor, tedy reálnou a imaginární složku dvou napětí o stejné frekvenci a zobrazit je případně poslat k dalšímu zpracování.[7]

Převodník impedance na frekvenci

Levnější přístroje využívají převodníku indukčnosti na časový interval, resp. na frekvenci, a ne tedy přímo na impedančním vztahu, nicméně je to jeden ze základních RLC měřičů. Princip tohoto zapojení spočívá v rozdílné frekvenci kmitů, např. relaxačního generátoru při různých hodnotách indukčnosti.



Obr. 21 Principiální schéma převodníku Z na f

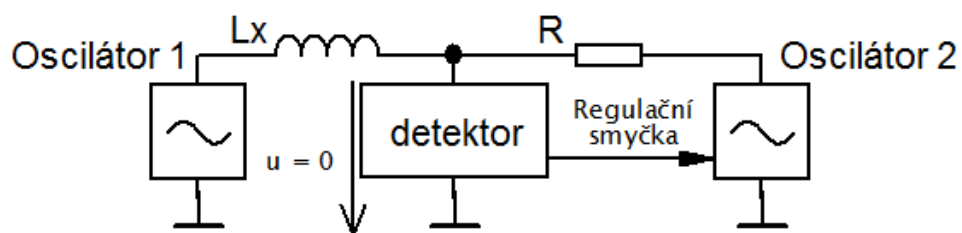
Schéma je oproti předchozímu principu jednodušší jelikož na výstupu je třeba snímat pouze frekvenci f napětí U_2 (ve schématu označeno jako U_2/f). Toto konkrétní zapojení bude kmitat na frekvenci:

$$f = \frac{R_3 L_1}{R_2 R_4} \quad (66)$$

Zvýšení indukčnosti má tedy za následek zvýšení frekvence. Místo relaxačního generátoru lze použít i jiné zapojení, např. nějaký astabilní klopný obvod. Tyto obvody obecně mají omezený frekvenční rozsah, na kterém je měření ještě dostatečně přesné.

Automatický můstek

Dalším typickým zapojením RLC měřičů bývá RLC automatický můstek, jehož principiální zapojení je na obr. 22.



Obr. 22 Principiální schéma automatického RLC můstku[9]

Princip spočívá v regulační smyčce s detektorem, který mění velikost signálu oscilátoru 2 tak, aby napětí na detektoru bylo nulové, tedy aby byl vyvážen na frekvenci oscilátoru 1. Poté, co se můstek vyváží, je třeba ještě zjistit velikost neznámé indukčnosti. Toho je opět dosaženo pomocí změřených napětí na měřené indukčnosti a odporu. Tyto napětí je třeba měřit vektorovým voltmetrem, který rozpozná reálnou nebo imaginární složkou napětí.[9] Pro velikost měřené indukčnosti platí vztah:

$$\bar{L}_X = \frac{\bar{U}_X}{\bar{I}} = \frac{\bar{U}_X}{-\frac{\bar{U}_R}{R}} = -\frac{\bar{U}_X}{\bar{U}_R} R \quad (67)$$

Pomocí zpracování mikroprocesorem lze eliminovat vliv přívodů kalibrací při rozpojených a zkratovaných svorkách, kdy se vypočtou zbytkové impedance, které se uloží do paměti a

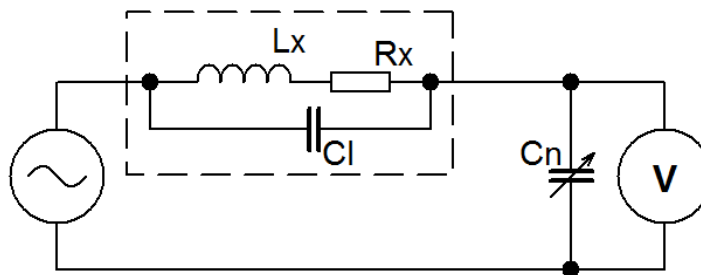
dochází k jejich odečítání od dalších naměřených hodnot. Přesnost těchto můstků může v určitém měřicím rozsahu dosahovat až 0,05%. [9]

Thomsonův vztah

Rezonance

Při rezonanci je impedance rovna pouze ohmické složce impedance. Proto je u sériového rezonančního obvodu impedance nejnižší, tedy proud má maximální hodnotu a napětí minimální. U paralelního rezonančního obvodu je impedance naopak nejvyšší, a tedy proud minimální a napětí maximální. Těchto jevů se dá dobře využít k indikaci rezonance a tedy i k vypočítání neznámé impedance podle Thomsonova vztahu 17.

Q-metr



Obr. 23 Principiální schéma Q-metru

Funguje na principu sériového rezonančního obvodu. Měřená indukčnost je připojena do série s přesným laditelným kondenzátorem, se kterým tvoří sériový rezonanční obvod. Po připojení je třeba nastavit obvod do rezonance změnou frekvence nebo kapacity kondenzátoru C_N . Rezonance se detekuje voltmetrem, protože při rezonanci je napětí na kondenzátoru maximální. Z Q metru lze odečíst Q – činitel jakosti, f_r - rezonanční frekvenci, C_n – kapacitu laditelného kondenzátoru. Z těchto údajů lze dopočítat parametry L_x a R_x . Z Thomsonova vztahu lze vyjádřit

$$L_x = \frac{1}{(\omega_r^2 C_n)} \quad (68)$$

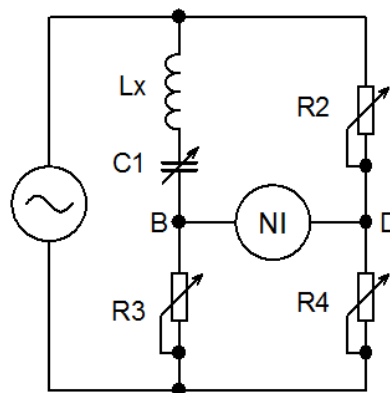
Ovšem v případě zanedbatelně velkého odporu R_x a vlastní kapacity indukčnosti C_1 bychom se dostali na složitější vztah

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L(C_n + C_l)} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \quad (69)$$

V praxi se odpor vinutí cívky může zanedbat, pokud je činitel jakosti cívky dostatečně vysoký. Zda se vlastní kapacita cívky může zanedbat, záleží na aplikaci, ovšem vlastní kapacitu lze měřit, viz následující odstavec. Při rezonanci mají napětí na kondenzátoru a indukčnosti stejně velké napětí, jen vzájemně posunutě o 180°. Přesnost měření pomocí této metody v závislosti na provedení se pohybuje okolo 1%. Měřicí rozsah je závislý na rozsahu zdroje frekvence a laditelného kondenzátoru případně kapacitní dekádý. Měřicí rozsah se u Q metru pohybuje obvykle v rozsahu 100nH až 1H. [6] Pomocí Q metru lze měřit i vlastní kapacitu cívky C_L , kdy se provedou dvě měření rezonančního kmitočtu a při různých kapacitách (C_{N1} a C_{N2}) pak platí vztah[7]

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{L(C_{N1,2} + C_L)}} \quad (70)$$

Rezonanční můstek



Obr. 24 Rezonanční můstek

Při vyváženém stavu je zapojení s měřenou cívkou a laditelným kondenzátorem v rezonanci a na NI je nulové napětí. Pro vyvážený stav platí:

$$R_4 \left(R_x + j\omega L_x + \frac{1}{j\omega C1} \right) = R_2 R_3 \quad (71)$$

Z této rovnice lze vyjádřit:

$$L_x = \frac{1}{\omega_r^2 C} \quad (72)$$

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (73)$$

Z těchto rovnic vyplývá, že můstek je frekvenčně závislý a proto je třeba využít přesný, stabilní zdroj frekvence. U tohoto můstku lze dosáhnout přesnosti nejlépe 0,01%. Oproti předchozím typům můstků má tedy nevýhodu právě ve frekvenční závislosti a v potřebě přesného zdroje frekvence. Tento můstek má ale i své výhody. Lze s ním měřit i frekvenci. Měřená vlastní indukčnost navíc není ovlivněna vlastní kapacitou cívky.[2]

Měření magnetického pole v okolí indukčnosti

Teoreticky by bylo možné měřit velikost neznámé indukčnosti z magnetického pole, které kolem sebe vytváří průchodem proudu. Ze vzorce 1 tedy vyplývá, že při konstantním proudu vznikne také konstantní magnetické pole, které by mohlo být snímané vhodným měřením magnetického pole. Bylo by třeba nicméně vhodnou metodikou odrušit cizí magnetické pole, případně použít přesné magnetické přístroje pro měření takových polí. Pokud bychom při konstantním proudu měřili magnetické pole cívky, magnetický tok by byl dán vztahem

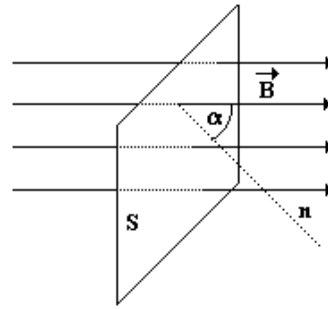
$$\Phi = LI \quad (74)$$

K měření tohoto magnetického toku by bylo možné použít např. Wb- metr.

Další možností by bylo měřit magnetickou indukci v okolí cívky např. Teslametrem a dopočítat poté magnetický tok ze vztahu

$$\Phi = NBS \cos \alpha \quad (75)$$

kde N je počet závitů cívky, B je magnetická indukce, S je plocha závitu cívky a α je úhel mezi vektorem magnetické indukce a normálou plochy viz *obr. 25*. [1]

Obr. 25 Zobrazení úhlu α [10]

Nicméně tyto metody se v praxi nevyužívají pro měření indukčností, kde existují jednodušší a dostatečně spolehlivé metody, a ani v aplikačních případech, kde by mohl být s provedením instalace a také s její cenou.

Přehled měřících metod

V závislosti na měřené indukčnosti, dostupných přístrojích, potřebné přesnosti a rychlosti měření, ceně a potřeby automatizace je třeba vybrat vhodnou měřící metodu.

Metoda měření voltmetrem a ampérmetrem

Náročnost na provedení Pro měření je zapotřebí dvou přístrojů a to sice voltmetr a ampérmetr jak už název metody předesílá. Případně jeden přístroj s rozsahy pro měření napětí a proudu. Také je za potřebí stejnosměrný zdroj napětí a proudu pro určení požadovaných hodnot.

Přesnost Pro přístroje s třídou přesnosti 0,5, tedy přístroje laboratorní kvality se pohybuje kolem 5%. S klesající kvalitou přístrojů se přesnost měření samozřejmě zhoršuje. Na přesnost má také vliv samotný výpočet vlastní indukčnosti z relativně složitěho vztahu.

Cena Záleží opět na přesnosti použitého přístroje, laboratorní přístroje jsou samozřejmě dražší. Obecně se cena těchto přístrojů pohybuje od několika stovek korun až teoreticky do několika desítek tisíc.

Náročnost měření Samotné měření není náročné, stačí pouze zapojit obvod dle schématu, nicméně předem je dobré rozmyslet si rozmístění přístrojů pro minimalizaci chyby.

Měřící rozsah Měřící rozsah je z principu měření omezen pouze na vzduchové cívky při nízkých kmitočtech. Je také omezen vzhledem k citlivosti přístrojů. Pro nízké hodnoty

indukčností by méně citlivé přístroje nemusely být schopny indikovat daná napětí a proudy, při nižších indukčnostech zpravidla potřebujeme znát její hodnotu s menší absolutní chybou než při indukčnostech vyšších hodnot. Běžné přístroje pro měření napětí a proudu jsou navíc omezeny pouze pro technické kmitočty, cena přístrojů pro vyšší frekvence roste.

Možnosti automatizace U této metody se automatizace neprovádí kvůli přesnosti samotné metody a její ceně. Teoreticky by bylo možné provést automatizaci např. pomocí převodu analogového signálu na digitální A/D převodníkem s šířkou pásma mírně větší než měřicí kmitočty, jelikož touto metodou lze měřit pouze vzduchové cívky.

Vhodné aplikace Vzhledem k vlastnostem metody je vhodné použití např. jako ilustrační zapojení, případně jen pro orientační měření vzduchových cívek. Metoda se v současné době již prakticky nevyužívá.

Metoda měření voltmetrem a ampérmetrem a wattmetrem

Náročnost na provedení Oproti předchozí metodě je zde navíc zapotřebí wattmetr, nicméně pro měření si vystačí pouze s jedním zdrojem napětí. Wattmetr v závislosti na měřicích podmínkách může být buď pouze pro technické kmitočty, případně při požadavku na měření při vyšších kmitočtech je třeba tzv. širokopásmový wattmetr.

Přesnost Stejně jako u předchozí metody, dosahuje přesnost této metody 5%, nicméně se zhoršuje, pokud měříme při neharmonických proudech. Pro ně neplatí odvozené vztahy zcela přesně a přesnost tedy klesá.

Cena Stejná jako u předchozí metody, zvýšená o cenu wattmetru. Cena wattmetru se pohybuje od jednotek tisíc, širokopásmové wattmetry jsou pak nejdražší.

Náročnost měření Srovnatelná s předcházející metodou, jen výpočet je mírně složitější, je třeba vyhodnotit údaj z jednoho přístroje navíc, a také je třeba dávat pozor na neharmonické proudy, které snižují přesnost metody.

Měřicí rozsah Z principu metody vyplývá, že je možné měřit i cívky s jádrem, pokud nedojde k přesycení jádra cívky, což by vedlo na neharmonické proudy a nižší přesnost metody.

Možnosti automatizace Stejně jako u předchozí metody, jen by bylo třeba převádět pomocí převodníku ještě údaj o výkonu, tento převod je nicméně složitější než pouze u měření napětí a proudů.

Vhodné aplikace Z výše popsaných vlastností vyplývá, že možným využitím této metody bude měření cívek s jádrem. Vzhledem k faktu, že takové cívky se mají měřit za podmínek, ve kterých pak budou pracovat, bych doporučil metodu pouze pro provozní měření indukčnosti při technických kmitočtech. Nicméně tato metoda se již příliš nevyužívá, kvůli vysoké chybě a potřebě wattmetru.

Metoda měření třemi voltmetry a třemi ampérmetry

Náročnost na provedení Jedna z výhod těchto metod je možnost redukovat počet měřících přístrojů na jediný přístroj pro obě metody, pokud má rozsah pro měření proudu a napětí, případně na dva, pokud má každý rozsah pouze pro jednu měřenou veličinu.

Přesnost Už z principu metody vyplývá, že měření není příliš přesné, jelikož chyba měřených údajů se během rozsáhlých výpočtů násobí. Dosahovaná přesnost je tedy opět přibližně 5% i při použití přesných přístrojů. Přesnost se také snižuje, pokud není vybráno vhodné zapojení pro danou měřenou indukčnost.

Cena U těchto metod je cena nízká, jelikož si vystačí pouze s jedním přístrojem. Opět s rostoucím nárokem na přesnost se zvyšuje cena zapojení.

Náročnost měření Během samotného měření je také třeba vyhodnotit, která metoda bude vhodnější, jelikož výběr špatné metody by vedl na vyšší chybu měření. V případě použití pouze jednoho přístroje je pak třeba neustále přepojovat měření pro vyhodnocení všech napětí případně proudů.

Měřicí rozsah Jako v předchozích dvou případech se rozsah odvíjí od využitých přístrojů, nicméně je touto metodou možné měřit i indukčnosti při vyšších kmitočtech a případně i neharmonických prouděch. Nicméně pro vyšší frekvence je třeba použít vhodný měřicí přístroj, běžné přístroje měří pouze technické kmitočty. Pro měření neharmonických proudů je také třeba mít k tomu přizpůsobený přístroj. Touto metodou je také možné měřit výkon.

Možnosti automatizace Metoda by šla automatizovat relativně lépe než předchozí metody, kdy vliv nepřesnosti při výpočtech by omezil počítač, nicméně při nevhodném typu zapojení

(tři ampérmetry na místě, kde má být použita raději metoda třemi voltmetry a obráceně) narůstá chyba měření. Teoreticky by to šlo kompenzovat vhodným vyhodnocovacím obvodem a přepínačem. Ovšem vzhledem k ceně takového řešení a principiální chybě metody je takové řešení nevýhodné.

Vhodné aplikace: Tato metoda má některé výhody oproti předchozím a to sice v možnosti měřit jak cívky s jádrem, tak cívky bez jádra, možnosti měření při neharmonických proudech i vyšších kmitočtech, nicméně vzhledem k přesnosti metody je opět vhodná spíše jen pro výukové účely, případně pouze pro orientační určení indukčnosti, nicméně pro to existují vhodnější metody.

Můstky wheatstoneova typu

Náročnost na provedení Je třeba vyhodnotit pouze jedno napětí, ale samotná konstrukce můstku je složitá. Je třeba přesných odporových případně kapacitních dekád, minimalizace parazitních vlastností propojení a vhodné odrušení od cizích magnetických polí.

Přesnost Hlavní výhodou těchto metod je vynikající přesnost, nicméně je zde vysoký nárok na co nejpřesnější znalosti impedancí v ramenech můstku. Přesnost je také závislá na provedení můstku, tedy odstranění parazitních vlivů a odrušení elektromagnetických polí. Zanedbání některého z požadavků na provedení má velký vliv na přesnost můstku. Přesnost jednotlivých typů můstků se pohybuje kolem 2% pro velké hodnoty indukčnosti a pro malé hodnoty indukčnosti může být dosaženo přesnosti až 10^{-6} jmenovité hodnoty.

Cena Je zapotřebí přesný nulový indikátor pro detekování vyváženého stavu, např. chyba $200\mu\text{V}$ při měření nižších hodnot impedancí může vést až na 1% chybu měření. Cena nulového indikátoru může být dle použitého přístroje velmi různá. Cenu také zvyšuje potřeba přesných součástek a dekád, které jsou velmi drahé, především kapacitní dekáda. Např. odporová dekáda s rozsahem hodnot 4Ω - $4\text{M}\Omega$ s odpory s přesností 1% má cenu přibližně sedm tisíc korun. Normály jsou pak ještě mnohem dražší.

Náročnost měření Náročnost na obsluhu můstků je relativně vysoká, je třeba dodržovat jisté postupy měření tak, aby došlo k vyvážení můstku s rozumnou velikostí součástek. Také je důležité nastavení citlivosti můstku, jinak by nebylo možné můstek vyvážit. Vysoká citlivost vede na složité vyvažování. Je proto třeba, aby obsluha byla vhodně seznámena s pravidly a principy pro vyvažování můstků.

Měřicí rozsah Pro měřené hodnoty je vždy třeba vybrat vhodnou kombinaci součástek v ramenech můstků, měřicí rozsah je pak omezen vzhledem k přesnosti metod pro nižší nebo vyšší hodnoty indukčností. Obecně lze vhodným zapojením měřit prakticky všechny využívané hodnoty indukčností.

Možnosti automatizace U těchto typů můstků se automatizace používá např. v případě, že použijeme nevyvážený můstek a vyhodnocujeme změny napětí na měřicí diagonále. Automatické můstky jsou popsány dále v samostatném přehledu.

Vhodné aplikace V podstatě se nabízí dvě základní metody pro využití můstků. První je využití odporových, případně kapacitních dekád pro vyvážení napětí na diagonále na nulu. Tento princip se uplatní především v laboratořích pro přesné měření hodnot součástek. Druhou možností je použít nevyvážený můstek, a vyhodnotit změnu napětí způsobenou změnou indukčnosti. Tento princip by mohl být použit např. pro detekci magnetických polí.

Transformátorové můstky

Náročnost na provedení Jsou složitější v konstrukci, jelikož vyžadují ke své funkci minimálně jeden transformátor. Výhodou této metody je menší počet potřebných odporových, případně kapacitních normálů, nicméně to vede na složitější transformátor, kdy je třeba umožnit měnit poměr napětí pomocí odboček na tomto transformátoru.

Přesnost Dosahovaná přesnost běžných transformátorových můstků bývá kolem 0,1%. Toho lze dosáhnout, díky možnosti dělit napětí s chybou menší než 10^{-4} díky jádrům s magneticky měkkých materiálů.

Cena Na rozdíl od můstků wheatstoneova typu není třeba rozsáhlých dekád, ale je třeba minimálně jednoho transformátoru. V závislosti na použitém zapojení musí mít tento transformátor také odbočky pro změnu poměru napětí, což zvyšuje jeho cenu.

Náročnost měření Náročnost na měření je prakticky stejná jako u můstků wheatstoneova typu, pouze se jedná o jiný typ zapojení, ale vyvažování a výpočet hodnot součástek probíhá formálně stejně.

Měřicí rozsah Stejný jako v případě můstků wheatstoneova typu, nicméně typický transformátorový můstek má měřicí rozsah 0.1 μH až 1kH.

Možnosti automatizace Díky možnosti nahradit dekády pouze několika normály, a poté mezi nimi přepínat, je možné tyto můstky automatizovat relativně lépe než můstky wheatstoneova typu.

Vhodné aplikace Stejně jako pro můstky wheatstoneova typu, nicméně vzhledem k provedení těchto můstků lze jejich vhodnou úpravou navíc použít pro snímače polohy, rychlosti apod.

Automatické RLC můstky

Náročnost na provedení Jak je z principu patrné, jsou RLC můstky velice náročné na konstrukci. Je třeba vyhodnocovat dvě napětí o různých frekvencích pomocí vektorových voltmetrů a poté pomocí regulační smyčky můstek vyvážit. Výhodou pak je, že si vystačí pouze s jedním odporovým normálem.

Přesnost U těchto můstků je přesnost velmi vysoká a typicky dosahuje 0,05% nebo i méně.

Cena U těchto přístrojů je cena nejčastěji v jednotkách až v desítkách tisíc korun, v závislosti na provedení, měřicích rozsazích apod., nicméně může být i vyšší.

Náročnost měření Z principu své funkce je můstek automatizován. Po připojení indukčnosti, případně její změny, dojde k vyvážení a tedy i určení velikosti indukčnosti.

Měřicí rozsah U těchto měřicích metod se rozsah pohybuje od 10nH až teoreticky 100kH.

Shrnutí a vhodné aplikace Metoda najde uplatnění především u RLC měřidel, lze ji ale také použít např. u různých senzorů a přesných snímačů.

Převodník indukčnosti na frekvenci

Náročnost na provedení Relativně jednoduché na provedení, jelikož stačí pouze zapojení vhodného relaxačního generátoru, astabilního multivibrátoru apod. a poté snímač výstupní frekvence.

Přesnost U tohoto principu měření je přesnost relativně nižší než u jiných RLC měřičů, typická přesnost přístrojů s tímto principem je 1-4%.

Cena Zařízení s tímto měřícím principem mají velmi nízkou cenu, už z principu funkce, kdy stačí např. obvod 555 a několik součástek pro nastavení vhodné měřicí frekvence.

Náročnost měření Je třeba vyhodnotit pouze frekvenci výstupního napětí a tu poté dosadit do příslušného vztahu pro výpočet indukčnosti. Měření je tedy velmi rychlé a velmi jednoduché.

Měřicí rozsah Měřicí rozsah bývá omezen, např. kvůli linearitě převodu indukčnosti na frekvenci, případně kvůli samotné konstrukci.

Možnosti automatizace Automatizaci lze realizovat velice jednoduše, stačí např. čítač frekvence na výstup měřidla.

Shrnutí a vhodné aplikace Vhodnou aplikací mohou být např. levné digitální měřiče pro měření indukčnosti, protože měřit časové intervaly je velice snadné, téměř všechny multimetry mají procesor, který zvládne změřit a vyhodnotit měřenou frekvenci. Výhodou pak také je, že k funkčnosti měřidla stačí jen stejnosměrné napájení o velikosti např. 9V, bez potřeby dalších úprav.

Převodník impedance na napětí

Náročnost na provedení Samotný princip je jednoduchý, ale výstupní napětí z tohoto převodníku je pak nutné měřit vektorovým voltmetrem. Tedy je třeba měřit velikost výstupního napětí, ale i fázový posun oproti napětí referenčnímu o stejné frekvenci. Je tedy také třeba mít referenční zdroj o určité frekvenci.

Přesnost U těchto metod je přesnost v závislosti na pečlivosti provedení konstrukce, ovšem přesnost těchto metod se typicky pohybuje pod 0,2%.

Cena Pohybuje se ve stejných cenových relacích jako u automatických můstků. Cenu metody zvedají vyhodnocovací obvody za operačním zesilovačem, vektorový voltmetr a také potřeba přesného zdroje referenčního napětí uvnitř přístroje.

Náročnost měření Obsluha takového přístroje může být pro laika komplikovaná, jelikož je třeba volit více parametrů měření.

Měřicí rozsah Dle přístroje se pohybuje v rozsahu 100nH až teoreticky desítky kH.

Možnosti automatizace K automatizaci metody je zapotřebí obvodů vyhodnocující napětí a fázový posun mezi výstupním a vstupním referenčním napětím. To provádí vektorový voltmetr, je tedy potřeba přiřadit vhodné matematické moduly pro výpočet měřené impedance.

Shrnutí a vhodné aplikace Jak z výše uvedeného vyplývá, nejčastější aplikací této metody budou RLC měřiče, pro přesné měření indukčností v širokém rozsahu měřených hodnot.

Q-metr

Náročnost na provedení Pro Q-metr je třeba generátor frekvence, indikátor rezonance a alespoň jeden kapacitní normál nebo kapacitní dekáda. Obecně je vždy třeba oscilační obvod a vyhodnocení rezonanční frekvence případně její změny.

Přesnost. Pro Q-metr bývá přesnost okolo 1%, nicméně u různých druhů oscilátorů může být přesnost i vyšší.

Cena Záleží na provedení, zda vyžaduje ke své funkci kapacitní dekádu, případně jak široký rozsah frekvencí je potřeba pro určení rezonanční frekvence, což se odvíjí od potřebného měřicího rozsahu, a velikosti kondenzátoru.

Náročnost měření Q-metr je relativně jednoduchý na obsluhu, je třeba pouze najít maximální amplitudu na indikátoru rezonance. Ovšem je třeba vybrat vhodně velké kondenzátory a dávat pozor, aby nedošlo k poškození součástek vlivem vysokého napětí.

Měřicí rozsah Pro tyto metody rozsah měření bývá obvykle od 100nH až do 1H, nižší nebo vyšší hodnoty vedou k nevhodné velikosti kapacitního normálu, případně kapacity v oscilátoru.

Možnosti automatizace těchto metod je možné provádět např. pomocí klopného obvodu, který vyhodnocuje, zda obecně oscilátor kmitá nebo nekmitá, případně je možné použít tzv. záznějový generátor (viz další odstavec), kdy vyhodnocujeme pouze změnu frekvence.

Shrnutí a vhodné aplikace Samotný Q-metr se již příliš nevyužívá kvůli nárokům na měření, nicméně rezonanční metody z něj odvozené mají pravděpodobně nejlepší uplatnění v detektorech kovů, kdy se různým způsobem vyhodnocuje změna rezonanční frekvence oscilátoru, případně zánik kmitů oscilátoru. Jednou z takových metod je např. také tzv.

záznějový generátor, kdy se výstup oscilátoru s měřenou indukčností moduluje s výstupem referenčního oscilátoru a výsledky modulace se poté vhodnou metodou vyhodnocují. Pro hledače kovu se např. nízkofrekvenční složka modulace přivede na sluchátko, hledač tedy při detekování kovu vydává stálý tón.

Rezonanční můstek

Náročnost na provedení Jelikož jde o můstek wheatstoneova typu, má také všechny jeho nároky na provedení, navíc tento můstek je frekvenčně závislý, proto je třeba také přesný zdroj frekvence.

Přesnost Pro rezonanční můstek se přesnost pohybuje kolem 0,01%. Nároky na přesnost součástek atd. jsou stejné jako u ostatních můstků wheatstoneova typu, nicméně zde je ještě velký nárok na přesný zdroj frekvence.

Cena Také cena je podobná jako u ostatních můstků, ovšem zvýšená o cenu přesného zdroje frekvence.

Náročnost měření Náročnost pro měření je zde vyšší, neboť k nárokům na vyvážení přibývá ještě nárok na vhodnou volbu frekvence, a také je třeba dát pozor na napěťové převýšení, které by mohlo poškodit součástky.

Měřicí rozsah v podstatě záleží na možnosti přeladění kondenzátoru, případně kapacitní dekády a zdroje frekvence, nicméně rozsah je stejný jako u Q-metru ze stejných důvodů.

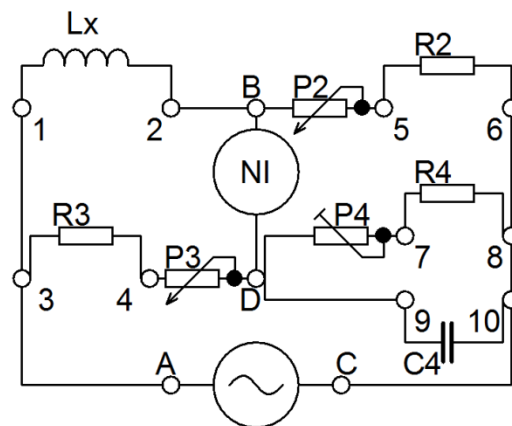
Možnosti automatizace stejná jako u ostatních můstků, automatizaci je věnován samostatný přehled.

Shrnutí a vhodné aplikace Oproti ostatním můstkům ho omezuje především potřeba přesného zdroje frekvence, jinak by aplikace byly stejné, ovšem z tohoto důvodu se můstek příliš nevyužívá.

Zhotovené přípravky

Dostal jsem za úkol zhotovit přípravky pro některé metody měření indukčnosti do podoby měřicích přípravků. Pro metody založené na impedančním vztahu jsem zvolil maxwellův-wienův můstek. Pro metody založené na měření rezonančního kmitočtu jsem zvolil přípravek pro připojení jednoduchého sériového obvodu. Poslední přípravek je převodník indukčnosti na kmitočet. Všechna schémata jsou nakreslena již se všemi zdroji a měřicími přístroji.

Maxwellův-wienův můstek



Obr. 26 Schéma maxwellova-wienova přípravku

Přípravek má několik párů zdířek pro připojení dekád a měřené indukčnosti pro vyvážení můstku a také pro připojení nulového indikátoru. Zdířky 5,6 a 3,4 slouží k připojení odporových dekád označené na schématu jako R_2 a R_3 . V případě, že nebudou připojeny, musí být vyzkratovány. K těmto zdířkám jsou sériově připojeny potenciometry P_1 a P_2 o hodnotě $5\text{k}\Omega$ pro doladění, případně místo odporové dekády, jelikož tyto dva odpory slouží pro volbu rozsahu a vyvážení probíhá především pomocí dekád na pozicích R_4 a C_4 . Mezi zdířkami D a 7 je připojen odporový trimr pro doladění odporové dekády R_4 o hodnotě 100Ω . K zdířkám na pozicích 9 a 10 lze připojit odporový trimr (jsou zde vyvrtané otvory pro vložení). Mezi zdířky A,C se připojuje zdroj střídavého napětí a mezi zdířky B,D nulový indikátor, např. voltmetr. Tyto páry zdířek jsou zaměnitelné bez vlivu na měření. Zdířky 1 a 2 slouží pro připojení měřené indukčnosti. Pro měření se obvod připojí k střídavému zdroji napětí o vhodné velikosti (s rostoucím napětím roste i citlivost můstku, ovšem vyšší citlivost nutně neznamená jednodušší vyvažování, a také je třeba dát pozor, aby nedošlo k poškození součástek) a frekvence (je vhodné měřit s frekvencí nesoudělnou se síťovou frekvencí, a také ne příliš vysokou frekvencí, kde by mohl být problém s rezonančními frekvencemi, skin

efekty apod.). Prvky R_2 a R_3 slouží k nastavení rozsahu můstku, kdy prvek R_2 je vhodné nastavit dle měřené impedance, jelikož citlivost můstku je nejvyšší pokud platí:

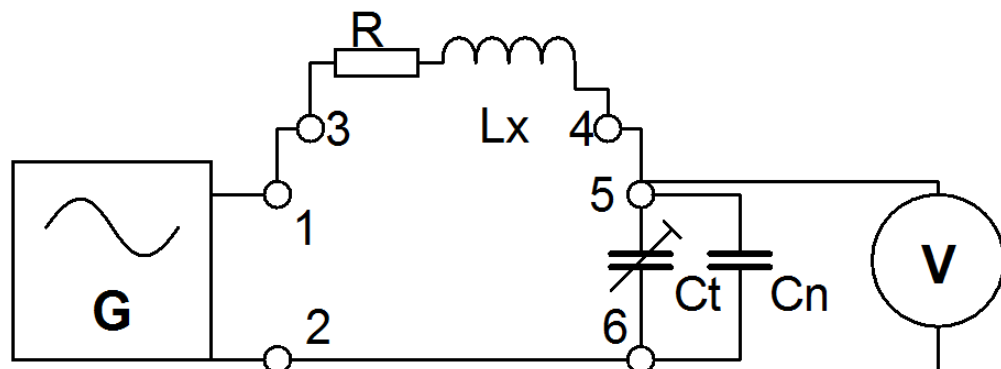
$$\frac{Z_X}{Z_2} = N = 1$$

kde N je poměr impedancí ramen můstku.[2] Pomocí prvků R_4 a C_4 se poté vyvažuje na nulovou nebo nejnižší možnou výchylku nulového indikátoru. Samotný proces vyvažování je zdoluhavý proces, při kterém je nutné střídavě měnit prvek R_4 a C_4 do stavu, kdy je na nulovém indikátoru nulová výchylka. Poté lze měřenou vlastní indukčnost a vlastní odpor vinutí cívky vypočítat ze vztahů:

$$L_x = R_2 R_3 C_4$$

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

Rezonanční přípravek



Obr. 27 Schéma rezonančního přípravku

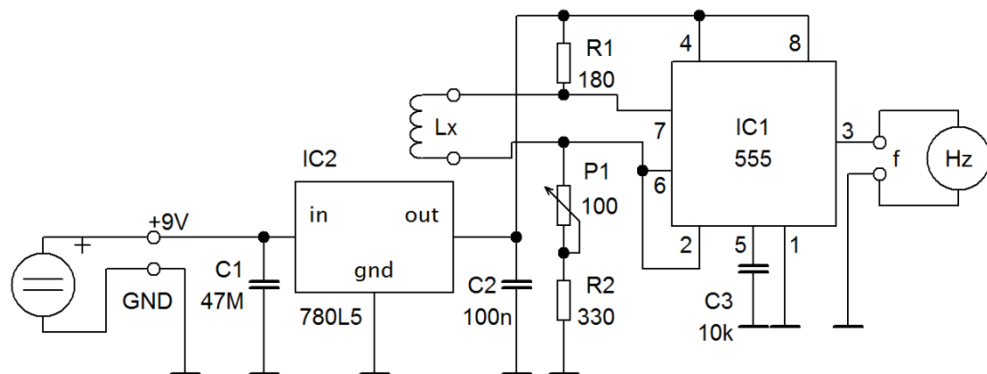
Přípravek obsahuje tři páry zdírek pro připojení potřebných přístrojů a měřené impedance. Zdíčky 1,2 slouží k připojení laditelného generátoru frekvence. Ke zdíčkám 3 a 4 se připojí měřená indukčnost. Zdíčky 5 a 6 slouží k připojení kapacity, případně kapacitní dekady a indikátoru rezonance, zde zakreslený jako voltmetr, ale může být použit i např. osciloskop. Mezi tyto zdíčky je také připojen laditelný kondenzátor o velikosti 100pF, sloužící pro případné doladění rezonance. Je také vhodné pro menší indukčnosti připojit odpor R , aby generátor nebyl zatížen velmi nízkou hodnotou impedance. Měření je vhodné provádět jedním ze dvou způsobů. Je možné nastavit pevnou frekvenci a na připojené kapacitní dekádě měnit kapacitu s možností doladění kapacitním trimrem. Druhá možnost je vybrání vhodné kapacity odhadem a pomocí generátoru naladit obvod do rezonance. Vzhledem k vlastnostem

sériového rezonančního obvodu bude při rezonanci na kondenzátoru maximální napětí, které indikujeme např. již zmíněným voltmetrem nebo osciloskopem. Měřená indukčnost se poté dopočítá pomocí vztahu:

$$L_x = \frac{1}{(\omega_r^2 C_n)}$$

Uvedený vztah nicméně platí, pokud lze zanedbat vlastní kapacitu indukčnosti.

Převodník indukčnosti na kmitočt



Obr. 28 Schéma převodníku indukčnosti na kmitočt

Zapojení je převzato z elektronického časopisu pro elektroniky[11]. Přípravek využívá obvod 7555 v zapojení astabilního multivibrátoru, kdy při různě velkých indukčnostech dochází ke změně frekvence kmitů. Frekvence výstupního kmitočtu je dána součástkami R_1 , R_2 , P_1 a L_x a vlastnostmi obvodu 555. Proud cívkou klesá s časovou konstantou T_1 , resp. stoupá s časovou konstantou T_2 dle vztahů:

$$T_1 = \frac{L_x}{P_1 R_2} ; T_2 = \frac{L_x}{P_1 R_1 R_2}$$

Pokud se napětí na pinu 6 vlivem tohoto proudu zvýší než $0,67U_{\text{NAPÁJENÍ}}$ dojde k překlopení obvodu a připojení cívky na zem přes pin 7, což znamená, že proud cívkou začne klesat. Pokud napětí na pinu 2 klesne pod hodnotu $0,33U_{\text{NAPÁJENÍ}}$ vlivem poklesu proudu cívkou, dojde opět k překlopení obvodu a pin 7 je odpojen od země. Tento cyklus se neustále opakuje.

Zapojení potřebuje ke správné funkci kalibrační indukčnost o velikosti $500\mu\text{H}$, při které se trimrem P_1 nastaví výstupní frekvence na 200kHz . Při takto provedené kalibraci, lze měřit indukčnosti v rozsahu $500\mu\text{H}$ až 10mH pouze připojením k obvodu a odečítáním výstupní frekvence. Výsledná neznámá indukčnost se pak dopočítá, ze vztahu:

$$L = \frac{200\text{kHz}}{f_{\text{měřená}}} L_{\text{referenční}}.$$

V udávaném rozsahu indukčností je převod indukčnosti na frekvenci lineární a měřená frekvence po připojení indukčnosti 10mH by měla být 10kHz.

Měření pomocí zhotovených přípravků

Konstrukci i měření přípravků jsem realizoval v laboratoři KTE. Měřené indukčnosti byly ve formě předložené dekády. V předcházející kapitole jsem popsal, jak by přípravky měly fungovat dle teoretických předpokladů, v této kapitole jsou popsána samotná moje měření, případné chyby a nepřesnosti realizovaných přípravků a údaje o provedených měřeních.

Použité přístroje:

Osciloskop	Osciloskop Tektronix TDS 2014B, Evidenční číslo 500531
RLC měřic	Tesla BK 134 RLC meter, Evidenční číslo 33943
Multimetr	6 1/2 Digit Multimeter Agilent, Evidenční číslo 215126
Generátor frekvence	Function Generator Tektronix AFG 3021, Evidenční číslo 500532.001
Stejnoseměrný zdroj	Statron Typ 2225 Power Supply, Evidenční číslo 500530.002
Dekáda indukčností	Mini L-dekade 13-250, Evidenční číslo 016657
Dekáda odporů	mini ohm dekade R1-3000, Evidenční číslo 016634

Kvůli nefunkčním rozsahům kapacitní dekády, jsem ji nahradil zapůjčenou sadou keramických kondenzátorů.

Měření na rezonančním přípravku

Kvůli již výše zmíněné porouchané kapacitní dekádě jsem se rozhodl pro danou indukčnost vždy vybrat vhodný kondenzátor tak, aby rezonanční kmitočet šel snadno odečíst, tedy aby rezonance byla tzv. ostrá. Chyba při odečtení frekvence nicméně není tak kritická jako co možná nejpřesnější znalost kapacity kondenzátoru. Pokud není kondenzátor zvolen správně, nenastane při rezonanční frekvenci dostatečně vysoký nárůst napětí k přesnému odečtení frekvence. Tento jev lze také dobře pozorovat odměřením vstupního napětí a napětí na kondenzátoru. Pokud je napětí na kondenzátoru při rezonanci alespoň desetkrát větší, lze určit rezonanci, nicméně doporučil bych alespoň dvacetkrát vyšší napětí na kondenzátoru. Samozřejmě je třeba dávat pozor na zatížitelnost součástí, jelikož v rezonanci je na nich

vysoké napětí, Q-krát větší než napájecí napětí. Jako indikátor rezonance jsem vyzkoušel osciloskop i multimeter, oba s přibližně stejnou úspěšností.

Při měření jsem nejdříve zapojil obvod dle schématu, a poté připojil vybranou kapacitu ke zdírkám 5 a 6. Poté jsem postupnou změnou frekvence hledal rezonanci. Nejprve jsem našel nejvyšší napětí pro hodnoty kmitočtu v řádu stovek kHz poté desítek kHz atd. Pro hodnotu indukčnosti 4mH jsem zvolil kondenzátor $C_n=9,69\text{nF}$. Poté jsem našel rezonanční frekvenci $f_r=25,46\text{kHz}$. Vypočtená hodnota indukčnosti poté byla:

$$L_x = \frac{1}{(2 * \pi * 25460)^2 * 9,69 * 10^{-9}} = 4,0327\text{mH}$$

a pokud vlastní indukčnost změřená indukčnost RLC metrem byla 4mH pak chyba je

$$\delta = \frac{4,0327 - 4}{4} * 100 = 0,817\%$$

Zbylé naměřené hodnoty jsou v tabulce v příloze. Měření na rozsahu 200 μH až 500mH bylo s chybou průměrně kolem 1%, což odpovídá teoretickým předpokladům. Pro nižší hodnoty indukčnosti chyba měření roste, může se začít více uplatňovat vlastní kapacita cívky, protože se měří při vyšších kmitočtech. Toto je možné korigovat zvýšením kondenzátoru, což povede na nižší frekvence. Také je problém dosáhnout dostatečného převýšení napětí tak, aby nedošlo k poškození cívek a kondenzátorů. Možným řešením by bylo připojit vazební odpor, případně potenciometr a udržovat hodnotu proudu součástkami na únosné hodnotě tak, aby ještě bylo možné indikovat rezonanci.

Měření na přípravku s převodníkem indukčnosti na kmitočt

Přípravek jsem nejprve realizoval dle schématu z časopisu, a zapojení oživil. Nicméně zjistil jsem, že zapojení nefunguje dle udávaných parametrů. Převod indukčnosti na napětí nebyl lineární a po kalibraci a připojení indukčnosti o velikosti 10mH byla výstupní frekvence 13,7kHz. Pokoušel jsem se tedy určit příčinu této chyby, jako první jsem prověřil velikost měřených součástek. Zjistil jsem mírné nepřesnosti u odporů, ne však větší než 5%. Nahradil jsem je tedy přesnějšími rezistory s garantovanou maximální odchylkou 1%. To nevedlo k žádnému zlepšení. Jako další možnost se jevila nevhodná délka, tedy impedance přívodů k měřené indukčnosti, opět bez vlivu na frekvenci. Vzhledem ke schématu mě napadl kromě samotného provedení přípravku už jen nevhodný časovač 555, který jsem do obvodu připojil

v TTL provedení. Rozhodl jsem se tedy vyměnit TTL verzi za CMOS. Po výměně došlo ke zlepšení kmitočtu na hodnotu přibližně 12kHz. Nicméně i to je velmi zkreslené od udávaných údajů. Přípravek se mi nepovedlo opravit na správný vzorec, proto jsem provedl měření alespoň na tomto zapojení.

Po připojení obvodu ke stejnosměrnému zdroji napětí o hodnotě devět voltů, a připojením osciloskopu jsem provedl kalibraci na 200kHz při 500μH, kterou jsem nastavoval na dekádě a opět zkontroloval RLC měřičem. Měření pak probíhalo velice rychle pouze přepínáním zadáných indukčností na dekádě. Naměřené výsledky jsou k dispozici ve formě tabulky v přílohách.

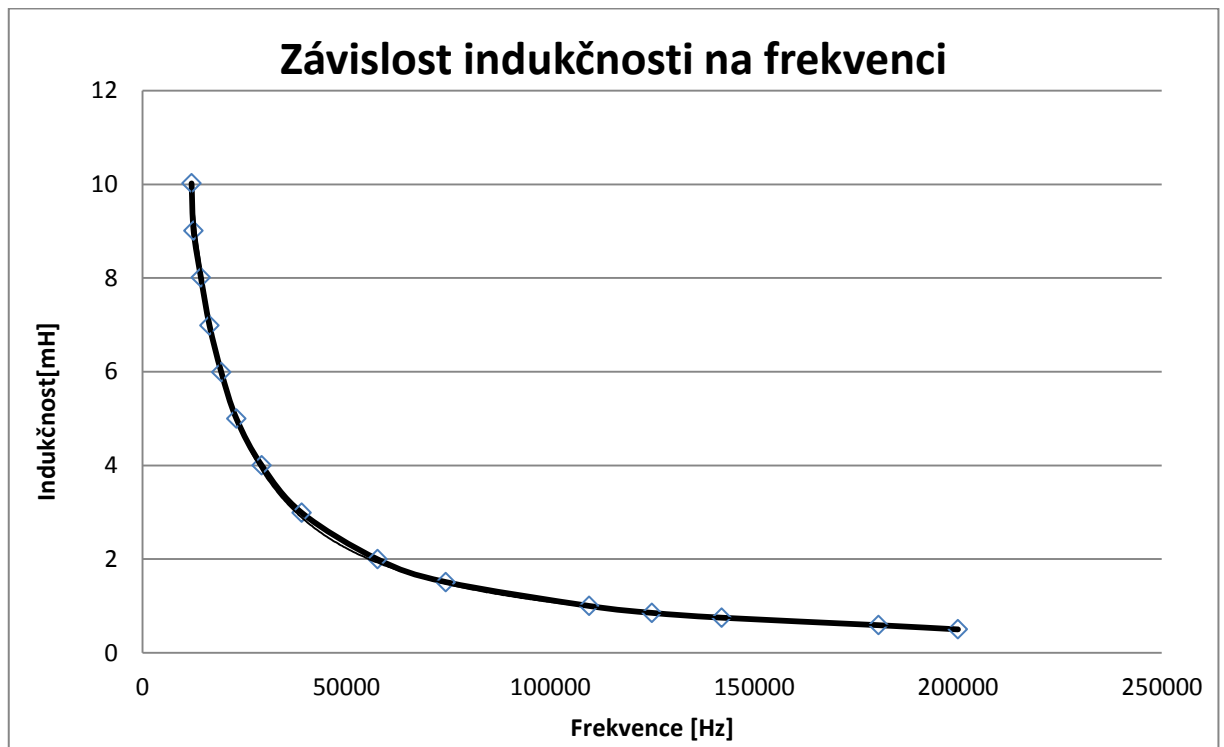
Příklad výpočtu pro hodnotu 2mH:

$$L_x = \frac{200000}{57600} * 5 * 10^{-4} = 1,736 * mH$$

Chyba měření vyjádřena v procentech pokud je vlastní indukčnost změřená RLC metrem 1,998mH:

$$\delta = \frac{1,736 - 1,998}{1,998} * 100 = -13,1\%$$

Vzhledem k nepřesnosti od udávaných údajů jsem se rozhodl pro přípravek vynést závislost indukčností na frekvenci do grafu:



Obr. 29 Graf závislosti indukčnosti na frekvenci

Přípravek tedy funguje, jen neměří indukčnosti v udávané lineární oblasti, resp. vztah pro výpočet je formálně shodný, jen pravděpodobně s jinými konstantami. Na vině může být samotné provedení přípravků, případně nepřesnosti jednotlivých součástí, nebo vliv vodičů k připojení měřené impedance.

Měření na přípravku s maxwellovým-wienovým můstkem

Obvod jsem zapojil dle schématu na obrázku 25 s tím, že jsem neměl k dispozici více odporových dekád, proto jsem vývody 3,4 a 5,6 zkratoval tak aby se uplatnily pouze potenciometry R_2 a R_3 . Na místě R_4 jsem použil odporovou dekádu a na místě C_4 jsem kvůli absenci kapacitní dekády tedy použil sadu keramických kondenzátorů, ze kterých jsem si potřebnou kapacitu vyráběl za pomoci nepájivého pole, do kterého jsem postupně paralelně připojoval jednotlivé kapacity tak, abych můstek vyvážil. Na zdroji jsem nastavil frekvenci 525Hz a napětí 2Vpp, na místo nulového indikátoru jsem připojil osciloskop, připojil měřenou indukčnost a začal jsem s vyvažováním.

Nicméně takto zapojený obvod se mi stále nedařilo vyvážit. Nejprve jsem kontroloval samotné zapojení, poté součástky a impedanci přívodů. Opět jsem se pokoušel minimalizovat impedanci (v tomto případě především parazitní indukčnost) přívodů především k dekádě R_4

a nepájivému poli s kondenzátory, to nicméně nevedlo k nápravě problému. Poslední možností, která mě napadala, byla výměna osciloskopu za jiný nulový indikátor. v tomto případě multimetr. Po této výměně bylo již možné můstek vyvážit. Na vině mohla být impedance sondy osciloskopu. Impedance této sondy je přibližně $500\text{k}\Omega/90\text{pF}$ a jelikož je k osciloskopu připojen paralelně je výsledný odpor je přibližně $1\text{M}\Omega$. Na vině případně mohlo být také, že jeden z měřených uzlů byl díky osciloskopu uzemněn.

Můstek již bylo možné vyvážit, nicméně změřené výsledky měli chybu kolem 11%. Tato chyba se snížila po opětovném zkrácení přívodů k odporové dekádě a nepájivému poli, nicméně další zkracování již nebylo vzhledem ke geometrickému uspořádání zapojení možné. Výsledky měření tedy stále mají chybu kolem 8% pro vlastní indukčnost a ještě vyšší pro měřený odpor vinutí cívky. Na vině můžou být stále relativně velké parazitní indukčnosti přívodů, případně kapacity a přechodové odpory nepájivého pole, nepřesné odporové potenciometry, také nepřesná znalost jednotlivých součástek, která je pro určení velikosti indukčnosti kritická. Pro nižší indukčnosti bylo také velmi obtížné, až nemožné zcela můstek vyvážit vlivem rušení od vlastních a cizích elektromagnetických polí.

Samotný postup měření popíši na hodnotě indukčnosti 2mH . Potenciometr R_2 jsem nastavil na minimální hodnotu tedy přibližně, 2Ω a R_3 na rozumnou hodnotu tak, aby vyvážený stav byl dosažen s rozumně velkým odporem, ale hlavně kondenzátorem. V tomto případě jsem zvolil hodnotu přibližně kolem $2\text{k}\Omega$. (Pro představu, hodnota 100Ω by vedla na kapacitu okolo $10\mu\text{F}$). Poté jsem střídavě měnil hodnoty prvků C_4 a R_4 , dokud jsem nedosáhl nulové výchylky na voltmetru. Poté jsem odpojil přípravek od zdroje, a provedl měření všech součástek RLC metrem. Hodnoty byly $R_2 = 2,06\Omega$, $R_3 = 1870\Omega$, $R_4 = 2234$, $C_4 = 545\text{nF}$. Z těchto hodnot jsem tedy dopočítal hodnoty L_x a R_x :

$$R_x = \frac{2,06 * 1870}{2234} = 1,724\Omega; L_x = 2,06 * 1870 * 545 * 10^{-9} = 2,099\text{mH}$$

a pokud byly hodnoty indukčnosti a odporu pro danou cívku změřené RLC metrem $1,998\text{mH}$ a $2,11\Omega$ pak poměrné chyby jsou:

$$\delta_L = \frac{2,099 - 1,998}{1,998} * 100 = 5,077\%; \delta_R = \frac{1,724 - 2,11}{1,724} * 100 = -18,2\%;$$

Zbylé naměřené hodnoty jsou opět v příloze formou tabulky. Zlepšení této chyby by bylo možné zlepšením návrhu přípravku tak, aby měřené impedance bylo možné připojit co nejkratšími přívody, případně přesnou kapacitní dekádou, náhradou potenciometrů za přesné, bezindukční odpory s vhodnou velikostí odporu pro měření indukčnosti. Pro nižší hodnoty indukčnosti by bylo také vhodné můstek stínit např. kovovou krabičkou okolo přípravku.

Závěr

Dostal jsem za úkol popsat metody pro měření indukčností a zhotovit pro vybrané metody měřící přípravky. Pro popsané principy měření indukčností jsem tedy vyhotovil následující přípravky. Pro metody založené na měření času jsem vybral přípravek s časovačem 7555 pracující jako astabilní multivibrátor. Přípravek se nejprve kalibruje na frekvenci 200kHz pomocí indukčnosti 500 μ H, poté už jen stačí připojit měřenou indukčnost. Přípravek byl funkční, nicméně ne zcela dle teoretických předpokladů. Přípravek jsem proto odměřil a vynesl závislost indukčnosti na kmitočtu do grafu. Pro rezonanční metody měření jsem sestavil přípravek pro realizaci jednoduchého sériového rezonančního obvodu. Měření se provádí pomocí nastavení měřeného obvodu do rezonance pomocí generátoru frekvence, případně pomocí kapacitní dekády. Pro impedanční vztah jsem vybral maxwellův wienův můstek. Tento přípravek se mi bohužel nepovedlo vyrobit s odpovídající přesností. Shrnu-li svoje poznatky z měření, můstek může dosahovat vysokých přesností, nicméně je nesrovnatelně náročnější na korektní provedení, odrušení a měření než předcházející metody.

Z kapitoly přehled měřících metod vyplývá, že výhylkové metody měření indukčností se v dnešní době prakticky využívají pouze pro výukové účely. Pro orientační měření součástek se hodí především převodníky indukčnosti na frekvenci díky jejich nízké ceně a nenáročnosti, také jsou ze své podstaty automatické. Nicméně pro přesnější měření jsou vhodnější především můstkové a rezonanční metody měření, které mají také typicky vyšší rozsah měřených hodnot. Můstkové metody najdou uplatnění především v různých senzorech a snímačích, např. magnetických polí, rychlosti, polohy apod. Rezonanční metody jsou vhodné především pro detektory kovů. Převodník impedance na napětí, a automatické RLC můstky jsou pak vhodné pro přesné měření indukčností, např. pro laboratorní měřiče impedancí. Tyto přístroje jsou nicméně dražší oproti ostatním metodám.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] MAYER, Daniel. Aplikovaný elektromagnetismus: úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry. České Budějovice: Kopp, 2012, 538 s. ISBN 978-80-7232-436-1.
- [2] FAJT, VÁCLAV. A KOLEKTIV. *Elektrická měření*. Praha: SNTL, 1987, 376s
- [3] BLÁHOVÁ, Izabela. Základy elektrotechniky: Magnetické pole. Slideplayer [online]. 2012 [cit. 2015-06-02]. Dostupné z: <http://slideplayer.cz/slide/3254861/>
- [4] TŮMOVÁ, Olga. Elektrická měření: měřicí metody. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005, s. 113-114. ISBN 80-7043-412-0.
- [5] Elektrotechnická měření. Praha: BEN - technická literatura, 2002, s. 135-140,150-151. ISBN 80-7300-022-9.
- [6] MATYÁŠ, V. – ZEHNULA, K. – PALA, J. *Malá encyklopedie elektrotechniky*. Praha, SNTL, 1983, 376s
- [7] FAJT, V. – HAAZS, V. – SEDLÁČEK, M. *Elektrická měření*. Praha: ČVUT, 1996, 1 vydání, 237s, ISBN 80-01-00751-0
- [8] BOLTON, W., Petr ZEMÁNEK a Aleš LIMPOUCH. Electrical and electronic measurement and testing: cvičení. Vyd. 1. Harlow, Essex, England: Longman Scientific, 1992, x, 268 p. ISBN 05-820-8967-0.
- [9] BRTNÍK, Bohumil. Elektrická měření pro bakaláře. Praha: BEN - technická literatura, 2011, s. 59,138-140. ISBN 978-80-7300-405-7.
- [10] MACHÁČEK, Martin. Encyklopedie fyziky. Encyklopedie fyziky [online]. 408 s. [cit. 2015-06-07]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/>
- [11] Amatérské radio: časopis pro elektroniky a amatéry [online]. Praha: AMARO spol. s. r. o [cit. 2015-06-06]. ISBN 0322-9572. ISSN 0322-9572.

Přílohy

Tabulka 1. Hodnoty pro převodník Z/f

$L_{\text{MĚŘENÁ}}$ [mH]	$F_{\text{MĚŘENÁ}}$ [Hz]	$L_{\text{VYPOČÍTANÁ}}$ [mH]	Poměrná Chyba[%]
0,5	200000	Kalibrační	Indukčnost
0,59	180500	0,554	-6,099
0,75	142026	0,704	-6,120
0,853	124900	0,801	-6,138
1,001	109500	0,913	-8,767
1,51	74400	1,344	-10,988
1,998	57600	1,736	-13,108
2,99	39000	2,564	-14,244
4	29200	3,425	-14,384
5	23000	4,348	-13,043
5,99	19300	5,181	-13,500
6,99	16400	6,098	-12,767
8,01	14300	6,993	-12,697
9,01	12500	8,000	-11,210
10,02	12000	8,333	-16,833

Tabulka 2. Hodnoty pro rezonanční metodu

$L_{\text{MĚŘENÁ}}$ [mH]	C_N [nF]	$f_{\text{REZONANČNÍ}}$ [kHz]	$L_{\text{VYPOČTENÁ}}$ [mH]	Chyba [%]
0,101	8,68	164,9	0,107	6,26
0,2	5,5	150,6	0,203	1,53
0,5	7,12	84	0,504	0,84
0,75	7,12	68,8	0,752	0,21
1	7,12	59,4	1,008	0,83
2	9,69	36	2,017	0,85
4	9,69	25,46	4,033	0,82
5	9,69	22,8	5,029	0,57
7,1	21,9	12,9	6,951	-2,11
8,5	21,9	11,6	8,596	1,13
10	15,6	12,75	9,988	-0,12
12	15,6	11,6	12,067	0,56
20	15,6	9,03	19,913	-0,43
50	21,9	4,8	50,201	0,40
100	21,9	3,4	100,055	0,05
500	21,9	1,508	508,620	1,72

Tabulka 3. Hodnoty pro Maxwellův-wienův můstek

L _{MĚŘENÁ} [mH]	R _{MĚŘENÝ} [Ω]	R ₂ [Ω]	R ₃ [kΩ]	R ₄ [kΩ]	C ₄ [nF]	L _{VÝPOČÍTANÁ} [mH]	R _{VÝPOČÍTANÝ} [Ω]	CHYBA _L [%]	CHYBA _R [%]
0,0083	0,976	2,03	5,265	21,734	0,688	0,00735	0,492	-11,41	-49,61
0,0153	0,873	2,06	2,77	11,984	2,56	0,01461	0,476	-4,52	-45,46
0,0256	0,94	2,06	5,269	18,979	2,38	0,02583	0,572	0,91	-39,16
0,0451	1,04	2,06	2,253	6,987	10,11	0,04692	0,664	4,04	-36,13
0,101	0,87	2,06	5,27	22,139	10,16	0,11030	0,490	9,21	-43,64
0,202	0,99	2,03	5,271	17,572	20,2	0,21614	0,609	7,00	-38,49
0,505	1,096	1,94	2,66	4,587	105,9	0,54649	1,125	8,22	2,65
1,001	1,61	5,3	1,71	7,396	117,33	1,06336	1,225	6,23	-23,89
1,998	2,11	2,06	1,87	2,234	545	2,09945	1,724	5,08	-18,28
5	4,4	134,7	2,1	70,557	17,7	5,00680	4,009	0,14	-8,88
6,99	5,19	142,3	1,88	64,32	28,3	7,57093	4,159	8,31	-19,86
10,02	3,37	3,3	3,13	2,942	1050	10,84545	3,511	8,24	4,18
21	4,98	110	1,817	55,74	100	19,98700	3,586	-4,82	-28,00
39,2	6,77	111,7	5,275	116,61	68,1	40,12571	5,053	2,36	-25,36
100,1	11	196,5	5,26	143,5	98	101,29182	7,203	1,19	-34,52
400	17,5	3400	5,21	2092,5	22,1	391,47940	8,465	-2,13	-51,63