

**ZAPÁDOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**

**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA ELEKTROENERGETIKY A EKOLOGIE**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Výpočetní analýza chlazení elektrického zařízení**

**2015**

**Bc.Vojtěch Hříbal**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2014/2015

**ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**  
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Vojtěch HRÍBAL**  
Osobní číslo: **E12N0115P**  
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Elektroenergetika**  
Název tématu: **Výpočetní analýza chlazení elektrického zařízení**  
Zadávající katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Vypracujte teoretický úvod orientovaný na problematiku oteplení proudové dráhy elektrického zařízení a metod výpočtu oteplení.
2. Vytvořte geometrický a výpočetní model pro zadané elektrické zařízení, proveďte numerický výpočet.
3. Analyzujte a vyhodnoťte výsledky výpočtů.
4. Navrhněte opatření vedoucí ke zlepšení chlazení zadaného elektrického zařízení.

Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**

Rozsah pracovní zprávy: **30 - 40 stran**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Rada, J. : Elektrotepelná technika, 1. vyd. Praha, SNTL, 1985
2. Uživatelský manuál a dokumentace ANSYS FLUENT/CFX

Vedoucí diplomové práce:

**Ing. Jan Sedláček, Ph.D.**

Nové technologie - výzkumné centrum


Datum zadání diplomové práce: **15. října 2014**

Termín odevzdání diplomové práce: **11. května 2015**

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.

děkan



  
Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.

vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2014

# **Výpočetní analýza chlazení elektrického zařízení**

## **Anotace**

Předkládaná diplomová práce se zabývá výpočetní analýzou chlazení indukčního ohřevu. V teoretickém úvodu mé diplomové práce popisují tři možnosti sdílení tepla – konvekcí, kondukcí a radiací. Druhou teoretickou kapitolou je oteplení proudové dráhy a chlazení. Dále teoreticky popisují numerické metody výpočtu. Pro samotný numerický výpočet v programu ANSYS Fluent jsem navrhl indukční ohříváčku oceli pro tváření za tepla. Výsledky byly zpracované do tabulky a oteplení bylo větší, než jsou přípustné hodnoty. Proto bylo navrženo opatření pro lepší chlazení indukčního ohřevu.

## **Annotation**

This thesis deals with a computing analysis of the cooling system of induction heating. In the theoretical part of my thesis, I describe three ways of heat sharing - convection, conduction and radiation. The second theoretical chapter is about warming up of the current line and cooling down. Then I theoretically describe numeric methods of the calculation. For the numeric calculation itself, in program ANSYS Fluent, I designed an induction heater for heat steel shaping. The results were processed into a chart and the warming was higher than acceptable values. Therefore I suggested steps for better cooling of induction heating.

## **Klíčová slova**

chlazení elektrického zařízení, oteplení proudové dráhy, sdílení tepla, indukční ohřev, laminární proudění, turbulentní proudění, Reynoldsovo číslo

## **Key words**

cooling system of electric appliance, warming of current line, heat sharing, induction heating, laminar current, turbulent current, Reynold`s number

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma:

**Výpočetní analýza chlazení elektrického zařízení**

vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucího diplomové práce za použití pramenů uvedených v příložené bibliografii. Použitý software byl legálně pořízen.

V Plzni dne 10. května 2015

.....

## *Poděkování*

*Chtěl bych poděkovat panu Ing. Janu Sedláčkovi Ph.D., vedoucímu mé diplomové práce, za průběžné, metodické vedení při řešení zadané problematiky a pomoc při řešení problémů. Dále bych rád poděkoval ostatním zaměstnancům Západočeské univerzity v Plzni za získání všech odborných znalostí, které mi předali během studia. A v neposlední řadě bych chtěl poděkovat svým rodičům za podporu ve studiu.*

# Obsah

1.	Úvod.....	9
1.1	Sdílení tepla.....	9
1.1.1	Šíření tepla vedením.....	11
1.1.2	Šíření tepla prouděním.....	12
1.1.3	Šíření tepla sáláním.....	14
1.2	Oteplení proudové dráhy.....	15
1.2.1	Oteplení proudové dráhy v ustáleném stavu.....	17
2	Metody pro výpočet oteplení.....	19
2.1	Analytické metody.....	19
2.2	Numerický výpočet.....	19
2.2.1	Metoda tepelné sítě.....	21
3	Předmět výpočtu.....	22
3.1	Popis indukční ohřívачky.....	22
3.2	Princip indukčního ohřevu.....	23
3.5	Chlazení indukční ohřívачky.....	30
4	Numerický výpočet oteplení cívky induktoru.....	30
4.2	Stanovení okrajových podmínek.....	33
4.3	Výsledek výpočtu v programu FLUENT.....	36
5	Opatření pro lepší chlazení.....	38
6	Závěr.....	39
	Použitá literatura.....	40
	Přílohy.....	41
	Tabulka č.1 Určení $P(x)$ a $Q(x)$ [9].....	41
	Tabulka č.2 Hodnoty součinitele $\alpha$ .....	42
	Tabulka č.3 Hodnoty součinitele $F$ [9].....	42

## Seznam použitých symbolů, značek a zkratk

$R[\Omega]$	- odpor proudové dráhy
$I[A]$	- procházející proud
$\alpha_0[W/m^2.K]$	- součinitel přestupu tepla do okolí
$A[m^2]$	- ochlazovací plocha úseku
$\Delta\vartheta[K]$	- okamžité oteplení tělesa
$C[J/m^3.K]$	- objemová tepelná kapacita
$V[m^3]$	- objem objektu
$\Delta E_{\text{vstupující}}[J]$	- tepelná energie vstupující do systému
$\Delta E_{\text{generovaná}}[J]$	- tepelná energie generovaná v systému
$\Delta E_{\text{vystupující}}[J]$	- tepelná energie vystupující ze systému
$\Delta E_{\text{vnitřní}}[J]$	- změna vnitřní energie systému
$v_k[m.s^{-1}]$	- mezní rychlost změny laminárního na turbulentní
$h[m]$	- charakteristický rozměr profilu (např. šířka, průměr)
$\nu[m^2.s^{-1}]$	- kinetická viskozita tekutin
$N_U$	- Nusseltovo číslo
$G_r$	- Grashoffovo číslo
$P_r$	- Prandtlovo číslo
$\alpha_k[W.m^{-2}.K^{-1}]$	- součinitel přestupu tepla
$g[m.s^{-2}]$	- tíhové zrychlení
$\beta[K^{-1}]$	- objemový součinitel teplotní roztažnosti tekutin
$c[J.Kg^{-1}.K^{-1}]$	- měrná tepelná jímavost (hmotnostní)
$\eta[Pa.s]$	- dynamická viskozita
$h[m]$	- charakteristický rozměr chlazeného útvaru
$\lambda[W.m^{-1}.K^{-1}]$	- měrná tepelná vodivost



## 1. Úvod

Chlazení a odvod tepla u elektrických zařízení a strojů jsou v současné době stěžejními problémy při návrhu a konstruování těchto zařízení. Obecně se dá říci, že dnes známe principy výroby, přenosu a rozvodu elektrické energie a také známe principy přeměn elektrické energie např. na mechanickou, zde se už zásadní objevy asi nedají očekávat. Ale jeden ze zásadních problémů je, jak správně zvolit ventilační systém elektrického zařízení pro odvod tepla ze zařízení. Myslím, že existuje celá řada potenciálních produktů, která zatím nebyla realizovaná jen z důvodu, že konstruktér nevyřešil kompromis mezi výkonem stroje, jeho velikostí a poměrově energetickou spotřebou zařízení. Konstruktér se musí vypořádat s celou řadou problémů. Nesmí se například přesáhnout povolené tepelné hodnoty izolace, které v opačném případě rychle stárne, musí vyřešit přenos tepla z elektrických zařízení na mechanické části stroje např. ložiska. Se vzrůstající teplotou vodiče a jeho ohmického odporu vzrůstají Joulovy ztráty atd.

Abychom navrhli vhodný ventilační systém, který bude funkční při všech režimech zařízení, je třeba toto řešit již v elektromagnetickém návrhu stroje nebo zařízení a tepelně ventilační návrh by měl být základní součástí nových strojů a elektrických zařízení. Pro tento návrh jsou vhodné modelovací a početní systémy. Já jsem pro řešení diplomové práce počítal v programu ANSYS Fluent.

Tepelné výpočty jsou velmi složitou operací s mnoha okrajovými podmínkami. Teplo vzniká ve stroji, je závislé na provozních stavech, teplotě okolí a dále odvádění tepla je závislé na rychlosti a způsobu proudění chladícího prostředí.

Ve své diplomové práci se budu zabývat problematikou spojenou s indukčním ohřevem a jeho chlazením samotné cívky. Indukční ohřev je nejčastěji používaným typem ohřevu v průmyslových závodech. Předmět výpočtu bude reprezentovat samotnou cívku induktoru s ohledem na fyzikální podstatu.

### 1.1 Sdílení tepla

Teplo se šíří vždy z místa o vyšší teplotě do míst s nižší teplotou a to nevratně, tento děj je způsoben 2. větou termodynamickou. Jsou tři základní způsoby šíření tepla:

- a) Vedením (kondukcí) – většinou v tuhých tělesech

- b) Prouděním (konvekci) – v kapalinách nebo v plynech
- c) Sáláním (radiací) – v průrazném prostředí

Nastane-li nový stav, jedno prostředí se zahřívá jinak než druhé, vzniká uvnitř nebo okolo prostředí proudění.

Vedením se šíří teplo především v tělesech tuhých. Za určitých okolností i v prostředí tekutém a plynném, zabráníme-li současnému sdílení tepla prouděním. Jako příklad můžeme uvést zahřívání vody v hrnci, je-li zdroj tepla přiložen k povrchu hladiny. Tento jev také zabraňuje promrznutí vodních nádrží, protože voda má největší měrnou hmotnost při  $+4^{\circ}\text{C}$ .

Šíření tepla v tuhém tělese se uskutečňuje předáváním pohybové energie sousedním částicím - atomům nebo molekulám. Je to nejpomalejší způsob šíření tepla, avšak v tuhých látkách jediný možný.

Rychlost šíření tepla vedením, to je množství převedeného tepla za jednotku času, závisí na fyzikálních vlastnostech prostředí. V tuhých tělesech je rychlost šíření tepla vedením vždy značně vyšší než v prostředí tekutém a plynném, kde jednotlivé molekuly jsou lehce pohyblivé, jsou málo vzájemně vázaná a jsou ve větší vzájemné vzdálenosti.

V tekutinách a plynech, díky pohyblivosti částic, nastává vlivem rozdílné teploty částic jejich přemísťování, teplé lehčí částice stoupají vzhůru. Přitom se přenáší s částicemi i jejich zásoba tepelné energie. Proto označujeme tento způsob šíření prouděním - konvekci tepla. Je-li proudění vyvoláno pouze rozdílem teplot zahřátých částic, mluvíme o proudění přirozeném. Při umělém (nuceném) proudění se uvádí prostředí do pohybu uměle čerpadlem, ventilátorem, atd.

Třetí způsob šíření tepla je sálání, záření tepelnými paprsky. Může nastat jen v průrazném prostředí. Každý povrch, který má teplotu vyšší než je absolutní teplota  $-273,15^{\circ}\text{C}$ , vyzařuje energii tepelného záření, která se šíří všemi směry. Dopadne-li toto záření na neprůrazný povrch, je částečně pohlceno, záření se mění v teplo, zahřívá povrch. Část dopadajícího záření se od povrchu odráží.[4]

### 1.1.1 Šíření tepla vedením

Šíření tepla vedením je jeden ze způsobů šíření tepla v pevných tělesech. Pro výpočet uvažujeme homogenní prostředí, jehož vlastnosti jsou všude stejné, což umožňuje zjednodušení výpočtu. Zkoumané teplotní pole je část předmětu, kde hledáme množinu okamžitých teplot všech bodů. Protože teplotní pole je spojitě, jsou teoreticky dva teplotní body nekonečně blízko sebe a ve zkoumaném prostoru je jich teoreticky nekonečně mnoho.

Nekonečně blízké body mají z tohoto důvodu nekonečně blízkou teplotu. Teplotní pole s rozdílnými teplotami můžeme popsat obecným vztahem pro neustálený vztah:

$$\vartheta = f(x, y, z, t) \quad (1.1)$$

Pokud předpokládáme, že v teplotním poli není rozdíl teplot - mezi všemi body je stejná teplota, platí výraz:

$$\vartheta = f(x, y, z) \quad (1.2)$$

U rovné desky nekonečných rozměrů, která odděluje od sebe prostředí o různých teplotách a umožňuje šíření tepla, předpokládáme, že vedení tepla – tepelný tok - postupuje v kolmém a stejném směru na desku. Tento předpoklad umožňuje zjednodušit rovnici tepelného toku na:

$$\vartheta = f(x, t) \text{ pro neustálený stav a } \vartheta = f(x) \text{ pro ustálený vztah} \quad (1.3)$$

Izotermické plochy jsou plochy, které mají ve všech svých bodech stejnou teplotu a záleží na jejich geometrickém tvaru:

rovné stěny = rovnoběžné plochy

kulové stěny = soustředné koule

válcové stěny = souosé válce

Největší rozdíl teploty je kolmý k izotermické ploše. Na kolmici nastává největší teplotní spád, který nazýváme gradient a značí se *grad*  $\vartheta$ . Je to limitní hodnota poměru změny teploty a změny normály.

$$\text{grad } \vartheta = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta n} \vec{n}_0 = \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \vec{n}_0 [\text{°C} \cdot \text{m}^{-1}] \quad \text{kde } \vec{n}_0 \text{ je jednotkový vektor ve směru normály} \quad (1.4)$$

Teplotní spád je vektor a je kolmý k izotermické ploše a má směr normály. Kladný označuje směr růstu teplot od nižší k vyšší teplotě. Množina těchto teplotních gradientů tvoří vektorové pole a existence tohoto pole tvoří šíření tepla v daném objemu. Je-li rozdíl teplot nulový potom  $grad \vartheta = 0$ .

Fourierový zákon udává závislost mezi tepelným tokem a teplotním spádem – gradientem

$$d\bar{Q} = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} dA dt \quad [Ws] \quad (1.5)$$

$dQ$  množství tepla, které projde kolmo elementární ploškou  $dA$  izotermické plochy za čas  $dt$  Je závislý na použitém materiálu – jeho vlastnosti udává součinitel  $\alpha$  a na rozdílu teplot  $grad\theta$ .

$\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti prostředí (měrná tepelná vodivost). Znaménko mínus v předchozím vzorci značí, že tepelný tok jde vždy od teploty vyšší k nižší, to je obráceně než je směr gradientu  $\vartheta$ . Protože  $grad\vartheta$  je vektor, je i tepelný tok  $dQ$  vektor. [4]

Rozměr měrné vodivosti  $\lambda$ :

$$[\lambda] = \left[ \frac{dQ}{dA \cdot dt \cdot grad\vartheta} \right] = [Jm^2s^{-1}K^{-1}m^1] = [Wm^{-1}K^{-1}] \quad (1.6)$$

### 1.1.2 Šíření tepla prouděním

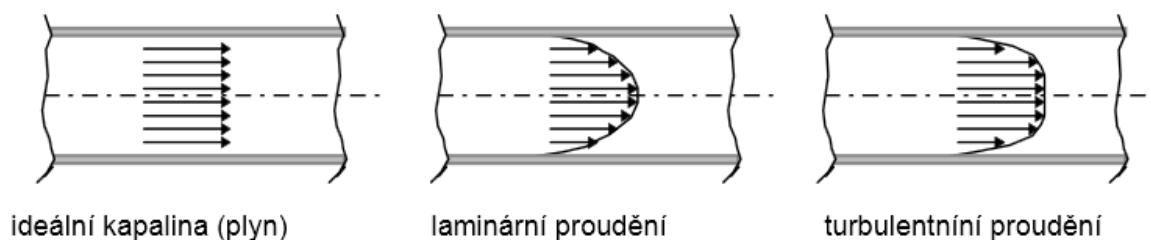
Teplo na rozhraní mezi tělesem a ovzduším se přenáší radiací nebo konvekcí, tedy prouděním. Při přenosu konvekcí má značný podíl přenosu tekutiny popřípadě plyny. V proudění tekutin rozeznáváme dva druhy proudění – laminární a turbulentní. Při laminárním proudění se jednotlivé částice pohybují rovnoběžně s proudem tekutiny, přičemž rychlost vrstvy těsně u stěny se téměř nepohybují, tloušťka těchto vrstev závisí na rychlosti proudění. Naopak při turbulentním proudění se pohyb částic chová chaoticky, až na tenkou vrstvu těsně u stěny, tzn. hraniční vrstva. Rychlost u stěn je tedy nulová, avšak nárůst je strmější při poměrně malé změně rychlosti: rychlost proudění je největší v ose proudění, stejně jako u laminárního. Rozdíl mezi turbulentním a laminárním proudění popisuje tzv. Reynoldsovo číslo:

$$Re = \frac{v_k h}{\nu} \quad (1.7)$$

Kde  $v_k$  - mezní rychlost změny laminárního na turbulentní  $[m \cdot s^{-1}]$

$h$	- charakteristický rozměr profile (např. šířka, průměr)	[m]
$\nu$	- kinematická viskozita tekutin	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]

Přítom hraniční hodnota mezi turbulentním a laminárním prouděním je hodnota  $Re = 2320$ , menší než tato hodnota je laminární a nad hodnotu  $Re = 4000$  je turbulentní. V oblasti mezi  $2320 < Re < 4000$  je tzv. přechodová oblast mezi laminárním a turbulentním prouděním



Obr. 1 - Porovnání ideálního plynu s oběma typy proudění (šipky ukazují směr toku kapaliny)[3]

Druh proudění určuje fyzikální podstatu přestupu tepla ve směru kolmém ke směru proudění. Při laminárním stavu se teplo přenáší pouze vedením, zatímco u turbulentního proudění probíhá přenos tepla pouze tenkou vrstvou hraniční vrstvy u stěny. Protože u turbulentního proudění se neustále promíchávají částice tekutiny a tím pádem probíhá intenzivnější přenos tepla. Přenos tepla v turbulentním stavu tedy řídí odpor tenké vrstvy.

Zvážením teoretických úvah a experimentálních výsledků se dospělo k obecnému vztahu

$$\frac{\alpha_k h}{\lambda} = c_k \left( \frac{g \beta \Delta \vartheta h^3 \eta c}{\nu^2 \lambda} \right)^\alpha \quad (1.8)$$

$$N_U = c_k (G_r \cdot P_r)^\alpha \quad (1.9)$$

Kde	$N_U$	- Nusseltovo číslo	
	$G_r$	- Grashoffovo číslo	
	$P_r$	- Prandtlovo číslo	
	$\alpha_k$	- součinitel přestupu tepla	[W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
	$g$	- tíhové zrychlení	[m.s <sup>-2</sup> ]
	$\beta$	- objemový součinitel teplotní roztažnosti tekutin	[K <sup>-1</sup> ]

$c$	- měrná tepelná jímavost (hmotnostní)	$[\text{J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
$\eta$	- dynamická viskozita	$[\text{Pa.s}]$
$h$	- charakteristický rozměr chlazeného útvaru	$[\text{m}]$
$\lambda$	- měrná tepelná vodivost	$[\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
$v = \eta/m$		

Pro většinu technických chladiv (voda, vzduch, transf. olej) a obvyklé rozsahy teplot se explicitně vyjádří hodnota  $\alpha_k$ .

	$\vartheta_2$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	$\alpha_k$ [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]
Svislá rovná stěna	15 - 85	$4,01.\Delta\vartheta^{0,13}$
	85 - 150	$2,38.\Delta\vartheta^{0,25}$
Vodorovná rovná stěna (horní povrch)	15 - 150	$2,50.\Delta\vartheta^{0,25}$
Vodorovná rovná stěna (spodní povrch)	15-150	$1,31.\Delta\vartheta^{0,25}$
	$V_{20}$ [ $\text{m.s}^{-1}$ ]	$\alpha_k$ [ $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]
Svislá stěna s nuceným prouděním	< 5	5,82 + $3,95.v_{20}$
	> 5	$7,14.v_{20}^{0,78}$

Tab. 1 - součinitel přestupu tepla v závislosti na prostoru, teplotě a rychlosti. [4]

### 1.1.3 Šíření tepla sáláním

Všechna tělesa, mající vyšší teplotu než absolutní nulu, vyzařují z povrchu tepelnou energii. Šíří se v průzračném prostředí formou elektromagnetického vlnění všemi směry. Při průchodu z jednoho do druhého se šíří podle zákonů geometrické optiky. Každé těleso, které se nachází v průzračném prostředí, vyzařuje nebo přijímá tepelnou energii z jiných těles. To se potom chladí nebo ohřívá podle toho, jaká energie převažuje.

Hlavním zdrojem sálání je elektromagnetické vlnění, o něco větší než viditelné spektrum, tedy infračervené záření. Přenášený výkon sálání se počítá podle přeneseného tepelného toku podle zákona:

$$\phi_s = \sigma_\varepsilon E_s A (\theta^4) \quad (1.10)$$

Kde	$\phi_s$	- Tepelný tok	[W]
	$\sigma_\varepsilon$	- Stefan-Boltzmanova konstanta	- $57 \cdot 10^{-9}$ [Wm <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup> ]
	$E_s$	- poměrný součinitel sálání povrch	[-]
	A	- plocha vyzařovaného tělesa	[m <sup>2</sup> ]
	$\Theta$	- Teplota tělesa	[K]

Stefan/Boltzmanova konstanta je součinitel sálání absolutně černého tělesa. Odvození vyzařovacího zákona se pokoušel Wien v roce 1897, ale nedosáhl úplného výsledku. Dospěl avšak ke vztahu závislosti vlnová délka-teplota, tzv. Weinův vztah:

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{\theta} \quad (1.11)$$

Kde	$\lambda_{max}$	- vlnová délka vyzařovaného tělesa	[ $\mu$ m]
	$\Theta$	- teplota tělesa	[K]

Tento vztah udává, že těleso při nízké teplotě vyzařuje pouze záření dlouhovlnné, infračervené. S rostoucí teplotou se vlnová délka zmenšuje a barva tělesa se zbarvuje do červena, do oranžova až do bíla v závislosti na teplotě až do viditelného spektra.

## 1.2 Oteplení proudové dráhy

Změny elektromagnetického pole jsou v látkách spojeny s pohybem částic, které nesou elektrický náboj. Přitom dochází k interakci těchto částic s atomy prostředí, v pevných látkách s atomy krystalické mříže. Při této interakci předávají částice část své kinetické energie do okolí, zvyšuje se teplota látky. Jedná se tedy o přeměnu energie elektromagnetického pole v kinetickou energii tepelného pohybu atomů a molekul látky.

V souladu s dřívější fluidovou teorií tepla, kdy teplo bylo považováno za fluidum, mluvíme o množství tepla, proudění tepla. V makroskopickém pojetí zejména pevné látky tento model stále vyhovuje, proto se vybudovaný teoretický aparát stále používá.

Obecně vzato, v elektrizačních systémech vytváříme obvykle elektromagnetickou indukci elektrické pole, abychom jinde přeměnu el. energie pole v kinetickou energii mechanického pohybu těles využili ke konání práce. Na energii, přeměněnou přitom v teplo, tj. na energii neuspořádaného pohybu elementárních částic, pohlížíme jako na ztráty – mluví se o ztrátách.

#### Přehled ztrát

- pohyb elektronu ve vodičích vede na jouleovy ztráty
- střídavé magnetické pole indukuje vířivé proudy ve vodičích → ztráty vířivými proudy
- střídavé magnetické pole působí natáčení magnetických dipólů v magnetikách → hysterezní ztráty
- střídavé elektrické pole působí natáčení elektrických dipólů v dielektrikách → dielektrické ztráty
- Ztráty urychlování částic, nesoucí el. náboj, elektrickým polem → ztráty výboji (neúplnými, korónou)

Při změně elektromagnetického pole dochází k pohybu částic přenášející elektrický náboj a dochází k interakci těchto částic s atomy prostředí. Tato interakce předává část svojí energie do okolí v tepelné energii. Nebo-li, prochází-li vodičem o určité rezistivitě elektrický proud, vzniká ve vodiči v každém časovém úseku  $dt$  ztrátové teplo v závislosti na velikosti proudu a odporu. Toto teplo se dělíme na dvě složky. Jedna složka se odvádí do okolí (chlazení) ve stejném časovém úseku  $dt$  a druhá složka se v tělesu ukládá v závislosti na objemu a měrné tepelné kapacitě. Vždy musíme dodržet zákon zachování energie a u proudové dráhy musíme uvažovat všechny energie vstupující a vystupující [2]. Obecně můžeme tyto energie popsat takto:

$$\Delta E_{vstupující} + \Delta E_{generovaná} = \Delta E_{vystupující} + \Delta E_{vnitřní} \quad (1.12)$$

kde

$\Delta E_{vstupující}$	- tepelná energie vstupující do systému (např. sluneční záření)	[J]
$\Delta E_{generovaná}$	- tepelná energie generovaná v systému (např. Jouleovy ztráty)	[J]
$\Delta E_{vystupující}$	- tepelná energie vystupující ze systému (chlazení)	[J]
$\Delta E_{vnitřní}$	- změna vnitřní energie systému (akumulování energie)	[J]



Při výpočtu oteplení elektrického zařízení a zejména proudové dráhy rozložíme zkoumaný objekt na jednotlivé elementy o daném průřezu  $S$  a délky  $l$ . A sledujeme oteplení proudové dráhy při konstantním proudu.[8]

### 1.2.1 Oteplení proudové dráhy v ustáleném stavu

Pro popsání proudové dráhy v ustáleném stavu použijeme rovnici (1.12). Příklad si ukážeme na elektrickém vodiči. Tepelnou energii vstupující, kterou počítáme například při oteplení venkovního vedení, zanedbáváme.

$$RI^2 dt = \alpha_0 A \Delta\vartheta dt + cV d\vartheta \quad (1.13)$$

kde

R	- odpor proudové dráhy	[ $\Omega$ ]
I	- procházející proud	[A]
$\alpha_0$	- součinitel přestupu tepla do okolí	[W/m <sup>2</sup> .K]
A	- ochlazovací plocha úseku	[m <sup>2</sup> ]
$\Delta\vartheta$	- okamžité oteplení tělesa	[K]
c	- objemová tepelná kapacita	[J/m <sup>3</sup> .K]
V	- objem objektu	[m <sup>3</sup> ]

Rovnici řešíme separací proměnných

$$dt = \frac{cV}{RI^2 - \alpha_0 A \Delta\vartheta} d\vartheta \rightarrow t = -\frac{cV}{\alpha_0 A} \ln[RI^2 - \alpha_0 A \Delta\vartheta] + K \quad (1.14)$$

Integrační konstantu  $K$  stanovíme z počátečních podmínek: v okamžiku  $t = 0$  je oteplení  $\Delta\vartheta = 0$

$$K = \frac{cV}{\alpha_0 A} \ln RI^2 \quad (1.15)$$

Výsledné řešení rovnice je:

$$t = -\frac{cV}{\alpha_0 A} \ln \left( 1 - \frac{\alpha_0 A}{RI^2} \Delta\vartheta \right) \quad (1.16)$$

Rovnici antilogaritmujeme a dostaneme vztah explicitní okamžité oteplení:

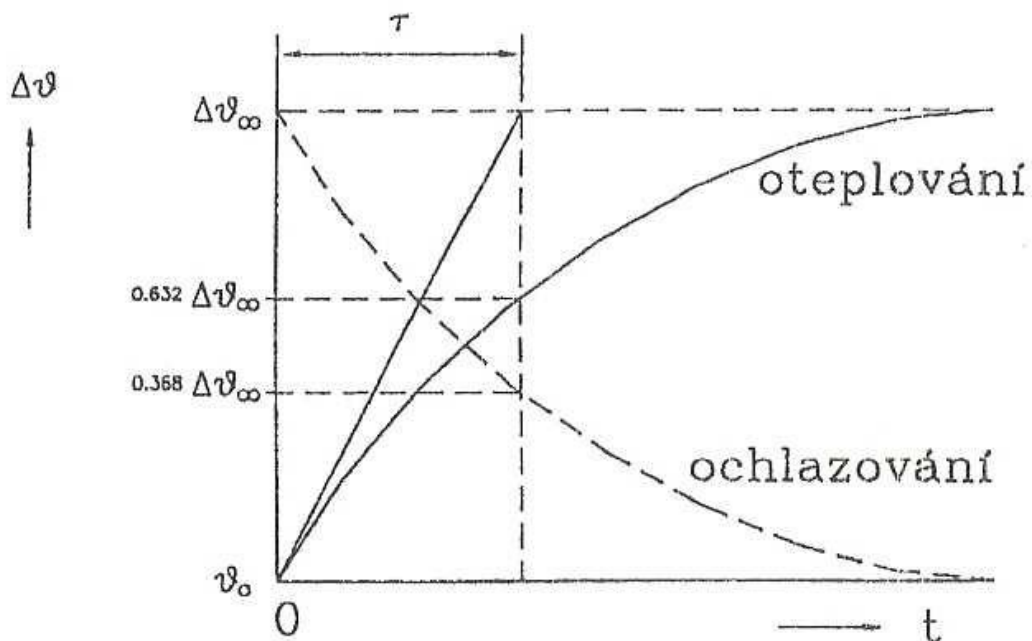
$$\Delta\vartheta = -\frac{RI^2}{\alpha_0 A} \ln\left(1 - e^{\frac{\alpha_0 A}{cV}t}\right) = \Delta\vartheta_\infty \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (1.17)$$

Přitom jsme zavedli označení

$$\Delta\vartheta_\infty = \frac{RI^2}{\alpha_0 A}; \quad \tau = \frac{cV}{\alpha_0 A} \quad (1.18)$$

Kde  $\Delta\vartheta_\infty$  - oteplení vodiče při dosažení ustáleného stavu

$\tau$  - je časová konstanta ohřevu vodiče, viz. grafický průběh teploty na obr.1



Obr. 2 - Průběh oteplení vodiče při průchodu proudu v závislosti na čase [8]

Jelikož obecně  $\alpha_0 = \alpha_0(\vartheta)$ ,  $c = c(\vartheta)$ , je třeba připomenout, že uvedená časová konstanta není neproměnnou v pravém slova smyslu.[8]

### 1.2.2 Krátkodobé oteplení proudové dráhy

Vodičem procházející konstantní proud se ohřeje na teplotu vyšší, než teplota okolí, se po vypnutí proudu začne ochlazovat. Tento stav můžeme popsat rovnicí vycházející z 1.12.

$$0 = \alpha_0 A \Delta\vartheta dt + cV dt \quad (1.19)$$

kde tepelná energie generovaná ve vodiči je nulová

$$t = -\frac{cV}{\alpha_0 A} \ln \Delta\vartheta + cV \Delta\vartheta \quad (1.20)$$

Při počáteční podmínce  $t = 0, \Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{max}$  dostaneme

$$B = \frac{cV}{\alpha_0} \ln \Delta\vartheta_{max} \quad (1.21)$$

$$t = -\frac{cV}{\alpha_0 A} \ln \frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta_{max}} \quad (1.22)$$

Explicitním vyjádření dostaneme okamžitou teplotu vodiče (křivka ochlazení v grafu, obr.2)

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{max} e^{-\frac{\alpha_0 A}{cV} t} = \Delta\vartheta_{max} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad \tau = \frac{cV}{\alpha_0 A} \quad (1.23)$$

## 2 Metody pro výpočet oteplení

### 2.1 Analytické metody

Analytickou metodou můžeme řešit jednoduchý výpočet. Je to základní aparát pro výpočet oteplení. Postup výpočtu zanedbává dynamické změny a používá časté zjednodušení. Analytický výpočet používáme například při návrhu elektrického vedení.

$$\Delta\vartheta = \frac{RI_n^2}{\alpha_0 A} \quad (2.1)$$

$$\Delta\vartheta = \frac{RI_k^2}{c_m m \cdot t} \quad (2.2)$$

### 2.2 Numerický výpočet

Počítačové modelování je v dnešní době velmi vhodný prostředek při zkoumání objektů, nejen z hlediska oteplení nebo proudění v objektech. Numerické modelování má v porovnání s reálným měřením několik výhod, jako například relativně nízké náklady na vytvoření modelu, možnost modifikace modelu (změna rozměru geometrie, změna materiálů apod.). Je možné zkoumat charakteristické vlastnosti v místech modelu, kde to reálným měřením není možné. Další velkou předností je získání výsledku za zlomek času experimentu. I přes tyto přednosti počítačové simulace dochází k zavedení chyby do experimentu, který ale

nesouvisí s vlastním výpočtem, ale s diskretizací reálného problému. To může být například nemožnost přesného geometrického detailu při diskretizaci problému – především hardwarových prostředí. Tady je potřeba zhodnotit, zda-li je každý geometrický detail potřeba či nikoliv. Dále musíme počítat, že definujeme pouze přibližné nastavování materiálových konstant. [6]

Sdílení tepla popisujeme diferenciálními rovnicemi. Proto není možné počítat analyticky a je nutné použít numerické metody výpočtu. Pro řešení parciálních diferenciálních rovnic se používají metody konečných prvků: metoda konečných diferencí, metoda hraničních prvků nebo například metody typu Monte Carlo. Výpočetní oblast diskretizujeme a pro jednotlivé elementy sítě vytvoříme soustavu algebraických rovnic. Sestavením těchto rovnic získáme systém matic, který je dále řešen danou výpočetní metodou. [10]

Diferenční metoda je nejstarší všeobecně známou metodou řešení diferenciálních rovnic. Spočívá v nahrazení derivací podíly použitými Taylorova rozvoje, odvozením diferenčních rovnic a jejich řešení.

Metoda konečných objemů spočívá stručně řečeno ve třech základních bodech:

1. Dělení oblastí na diskrétní objemy užitím obecné křivočaré sítě
2. Bilancování neznámých veličin v individuálních konečných objemech a diskretizace
3. Numerické řešení diskretizovaných rovnic

Fluent definuje diskrétní konečné objemy užitím non-staggered schématu, kdy všechny proměnné jsou uchovávány ve středech konečných objemů.

V současné době se začíná prosazovat v řešení proudění také metoda konečných prvků, která spočívá v těchto bodech:

- Násobení diferenciálních rovnic bázovými funkcemi
- Dělení oblastí na trojúhelníkové nebo čtyřúhelníkové prvky ve dvourozměrné oblasti a čtyřstěny resp. šestistěny ve trojrozměrné oblasti
- Integrace přes konečné elementy založená na variačním principu
- Minimalizace reziduálů

Metoda tepelné sítě patří převážně mezi jednorozměrné úlohy a vede na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic. V ustáleném stavu vede na algebraické rovnice a lze použít analytickou metodu výpočtu.

### 2.2.1 Metoda tepelné sítě

Elektrické zařízení si můžeme představit jako soubor těles, z nichž v některých vzniká teplo. Toto teplo pak přestupuje z místa vzniku přes sousední tělesa až na rozhraní mezi zařízením a ovzduší. Soubor těles, které jsou různě propojeny a tvoří elektrické zařízení a mají různá teplotní vodivosti, uniká teplo nejen přes teplotní spád, ale i do okolí jeho povrchem. Proto nelze jednoduše určit teplotní tok.

Metodou řešení těchto složitějších zařízení je rozložení na jednotlivé dílce použitím metody tepelných obvodů, při nichž se užívají podobné postupy jako při řešení elektrických obvodů. Skládáním jednotlivých dílů tepelných zdrojů a odporů získáme tepelnou síť a až pak vyřešením celé sítě získáme oteplení jednotlivých dílů.

Elektrická zařízení jako jsou například transformátory nebo motory, mají charakter mřížový. U elektrických přístrojů jako jsou například odpojovače, počítáme spíše s jednořadovou sítí, neboť můžeme z důvodu vzdálenosti u jednotlivých fází vliv ostatních prvků zanedbat. Proudovou dráhu rozdělujeme na jednotlivé díly a nahradíme vhodným schématem. Jednotlivá schémata seskládáme do sítě a řešíme jako celek. Výsledkem je oteplení uzlů, které respektují spojení dílců proudové dráhy.[3]

#### Elektrické děje

Elektrický náboj

$$dQ = -\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\delta\varphi}{\delta n} \cdot S \, dt$$

Elektrický proud

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\delta\varphi}{\delta n} \cdot S$$

Hustota elektrického proudu

$$j = \frac{I}{S} = -\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\delta\varphi}{\delta n}$$

Elektrická vodivost

#### Tepelné děje

Množství tepla

$$Q = -\lambda \cdot \frac{\delta\vartheta}{\delta n} \cdot S \, dt \quad \vartheta_{12} \lambda \phi \Delta$$

Tepelný tok

$$\phi = -\lambda \cdot \frac{\delta\vartheta}{\delta n} \cdot S$$

Hustota tepelného toku

$$\phi_0 = \frac{\phi}{S} = -\lambda \cdot \frac{\delta\vartheta}{\delta n}$$

Tepelná vodivost

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$\lambda = \frac{1}{\varrho}$$

Rozdíl potenciálů (úbytek napětí)

$$U = \varphi^1 - \varphi^2$$

Rozdíl teplot

$$\Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$$

Ohmův zákon pro homogenní vodič

$$R = \varrho \frac{l}{S}$$

Ohmův zákon pro tepelný tok

$$R_t = \frac{1}{\lambda} * \frac{\delta}{S}$$

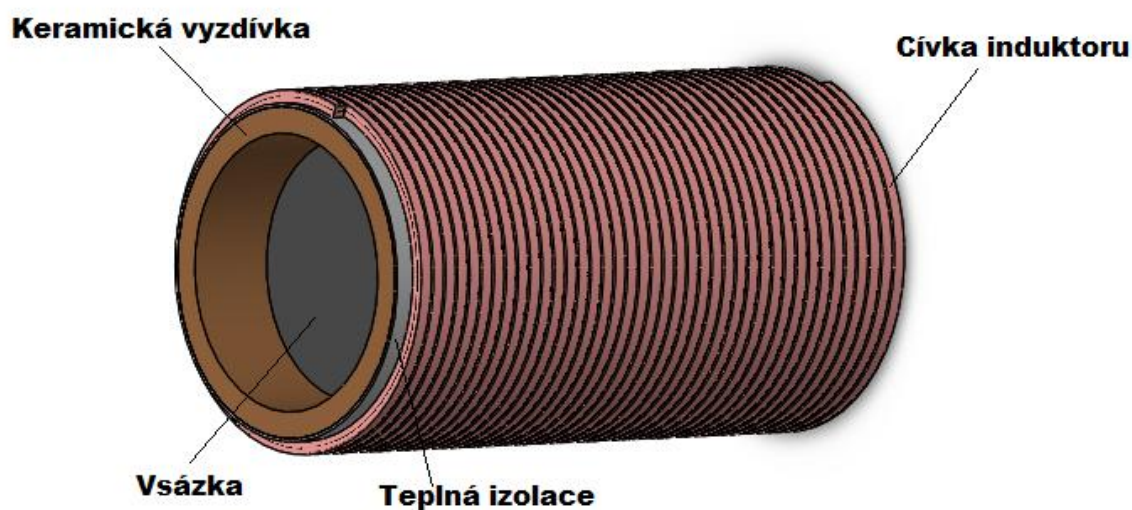
### 3 Předmět výpočtu

Ve výrobních závodech, kde se zpracovávají součásti kováním nebo lisováním za tepla je potřeba rovnoměrného prohřátí materiálu v celém objemu. Teplota, na kterou musíme zahřát profil pro kování za tepla je u oceli 1150°C až 1250°C. V dřívějších dobách se používalo k prohřátí oceli palivo, jako je například koksově uhlí, práškové uhlí, zemní plyn, nafta nebo také dřevěné uhlí, které můžeme vidět v některých rodinných kovárnách ještě dnes. Rovnoměrné prohřátí v celém objemu však trvá dlouho a během tohoto procesu dochází k oxidaci na povrchu materiálu. Několik procent materiálu na povrchu se zničí. Oproti tomu prohřívání indukčním ohřevem je osově symetrický, a protože teplo vzniká přímo v materiálu, trvá prohřátí velmi krátkou dobu, takže prakticky nedochází k oxidaci. Indukční ohřev se vyplácí zejména v sériové výrobě.

#### 3.1 Popis indukční ohříváčky

Indukční ohřívací zařízení má obvykle válcový tvar a často je situovaný v horizontální poloze. Hlavní součástí je induktor, obvykle o délce jednoho metru. Jeho průměr se volí podle průměru vsázky, tloušťce vyzdívky a izolace. Konstrukčně je indukční ohříváčka řešena tak, že lze vyměnit samotnou cívku induktoru během několika málo hodin a měnit tím parametry ohřevu. Ve velké sériové výrobě jsou ohříváčky konstruovány tak, aby ohřev byl kontinuální a nedocházelo ke zbytečným teplotním skokům na celém zařízení. Omezují se vlivy teplotní roztažnosti materiálů. V praxi to znamená, že do cívky induktoru z jedné strany jsou

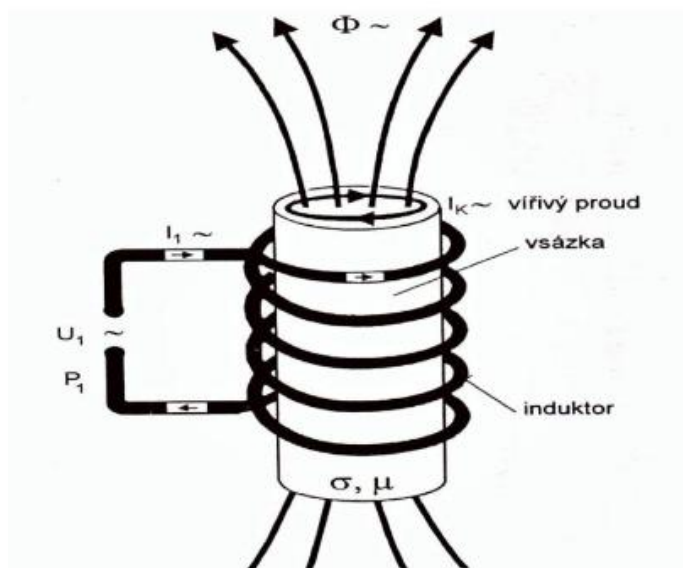
podavačem podávány studené vývalky a na druhé straně je vysunut již ohřátý vývalek na požadovanou teplotu. Celý proces je automatizovaný.



Obr. 3 Schématické uspořádání indukční ohříváčky

### 3.2 Princip indukčního ohřevu

Indukční zařízení, které je znázorněno na obr. 4, se skládá z cívky (induktoru), zdroje střídavého proudu a z ohřivaného předmětu (vsázky). Prochází-li střídavý proud rovinným induktorem, potom vzniká v jeho okolí rovinné elektromagnetické vlnění. Průchodem proudu válcovou cívkou vznikne uvnitř válcové elektromagnetické vlnění. V předmětu, který se nachází uvnitř induktoru, se indukuje napětí, jež má za následek vznik vířivých proudů. Tyto proudy se ve vodivém předmětu uzavírají a vzniklý ztrátový výkon ohřívá vsázku. Indukční zařízení si lze představit jako transformátor, kde cívka je primární stranou a vsázka sekundární.



Obr. 4 - Princip indukčního ohřevu

Induktor je koncová část zdroje, jímž protéká střídavý proud generovaný měničem kmitočtu a v jeho okolí se vytváří elektromagnetické pole. Induktor bývá vyroben z dutého měděného vodiče, jímž protéká chladicí kapalina. Pro dosažení co největší účinnosti ohřevu je potřeba, aby induktor byl co nejbližší ohřivanému tělesu. Proto podle tvaru ohřivaného materiálu se používají různé induktoři.

Účinnost indukčního ohřevu závisí na vhodném impedančním přizpůsobení induktoru a na zvoleném tvaru. Nachází-li se induktor blízko roztavené vsázky, potom hrozí jeho přehřátí. [1]

### 3.3 Výpočet elektrické indukční ohříváčky

Předmět výpočtu je elektrická indukční ohříváčka kovových vývalků o průměru 500 mm. Teplotu vývalku chceme ohřát na teplotu 1200°C. Střední měrný odpor železa  $\rho_2 = 1,1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ . Použitý generátor o výkonu  $P_g = 600 \text{ kW}$  s frekvencí  $f = 50 \text{ Hz}$  a napětím  $U_g = 400 \text{ V}$ . Elektrickou a tepelnou účinnost odhadneme  $\eta_e = 0,75$ ,  $\eta_t = 0,84$ .

Na ohřátí 1 kg oceli z 20°C na 1200°C je třeba teoreticky dodat 0,228 kWh/kg skutečnou energii se započítáním účinností se spočítá měrná spotřeba středofrekvenční energie na 1 kg oceli:

$$W_s = \frac{0,228}{\eta_e \cdot \eta_t} = \frac{0,228}{0,75 \cdot 0,84} = 0,362 \text{ kWh/kg} \quad (3.1)$$



Výkonem 600 kW lze prohřát za 1 hodinu množství  $G$

$$G = \frac{P_G}{W_s} = \frac{600}{0,362} = 1657,45 \text{ kg/h} \quad (3.2)$$

Za čas  $t = 30$  minut lze prohřát množství  $G_t$

$$G_t = G \cdot \frac{t}{60} = 1657,45 \cdot \frac{30}{60} = 828,73 \text{ kg} \quad (3.3)$$

Toto množství oceli udává délku vsázky  $l_2$ . měrná hmotnost uvažované žhavé oceli  $s = 7750 \text{ kg/m}^3$

$$G_t = \pi \left( \frac{d_2}{2} \right)^2 \cdot l_2 \cdot s \quad (3.4)$$

Je-li  $s$  měrná hmotnost prohřátého válce,  $d_2$  průměr vývalku, je délka  $l_2$  vsázky rovna:

$$l_2 = \frac{G_t}{\pi \left( \frac{d_2}{2} \right)^2 s} = \frac{828,73}{\pi \cdot 0,2^2 \cdot 7750} = 0,8509 \text{ m} \quad (3.5)$$

Známe-li průměr a délku vsázky, určíme vnitřní průměr a délku cívky. Průměr cívky nemá být o mnoho větší než průměr vsázky, protože se tím zhoršuje elektrická vazba obou obvodů a tím i elektrická účinnost přenosu energie a cívky do vsázky. Žhavé kusy nemohou přímo sálat na stěnu cívky, protože by se snižovala tepelná účinnost. Mezi vsázkou a cívkou se proto vkládá keramická izolační vrstva o tloušťce  $t_i$  asi 1 až 5 cm. Vnitřní průměr cívky je potom:

$$d_1 = d_2 + 2t_i + 2t_v = 0,4 + 2 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,005 = 0,51 \text{ m} \quad (3.6)$$

Délku cívky se volí podle vztahu:

$$l_1 = l_2 + 2,5 \frac{d_1 - d_2}{2} = 0,8509 + 2,5 \frac{0,51 - 0,4}{2} = 0,9884 \text{ m} \quad (3.7)$$

Jakmile známe rozměry vsázky a cívky, nahradíme jejich prostorovým rozložením proudu dvěma souosými válci nulové tloušťky. Jejich rozměry jsou:

$$a_1 = 5,033 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{\frac{\rho_1}{f}} = 5,033 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-8}}{50}} = 0,01 \text{ m} \quad (3.8)$$

$$d_c = d_1 + a_1 = 0,51 + 0,01 = 0,52 \text{ m} \quad (3.9)$$

Z tabulky 2 v příloze vyhledáme součinitel  $\alpha_l$

$$\alpha_1 = f\left(\frac{d_c}{l_1}\right) = f\left(\frac{0,52}{0,988}\right) = f(0,526) = 0,81 \quad (3.10)$$

Určíme vlastní indukčnost a odpor

$$L_1 = \mu_0 \pi \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \frac{\alpha_1}{l_1} N_1^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \pi \left(\frac{0,52}{2}\right)^2 \frac{0,81}{0,9884} N_1^2 = 2,187 \cdot 10^{-7} N_1^2 \text{ H} \quad (3.11)$$

$$\omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2,187 \cdot 10^{-7} N_1^2 = 6,8708 \cdot 10^{-5} N_1^2 \Omega \quad (3.12)$$

$$R_1 = \rho_1 \frac{\pi d_c N_1^2}{a_1 \left(l_1 - \frac{U_g}{15000}\right)} = 2 \cdot 10^{-8} \frac{\pi \cdot 0,52}{0,01 \left(0,9884 - \frac{400}{15000}\right)} N_1^2 = 3,397 \cdot 10^{-6} N_1^2 \Omega \quad (3.13)$$

Určíme náhradní průměr vsázky, její vlastní indukčnost a vlastní odpor

Hloubka vniku:

$$a_2 = 5,033 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{\frac{\rho_1}{f}} = 5,033 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{1,1 \cdot 10^{-6}}{50}} = 0,0746 \text{ m} \quad (3.14)$$

Argument:

$$x_2 = \frac{r_2 \sqrt{2}}{a_2} = \frac{0,2 \sqrt{2}}{0,0746} = 3,788 \quad (3.15)$$

Funkce  $P(x_2)$  a  $Q(x_2)$  odečteme z tabulky 1 přílohy

$$P(x_2) = 0,5785 \quad Q(x_2) = 0,718$$

Dosadíme do rovnice

$$Y^2(x_2) = \left\{ 1 + \left[ \frac{2 \cdot P(x_2)}{x_2 - 2 \cdot Q(x_2)} \right]^2 \right\} = \left[ 1 + \left( \frac{2,0,5785}{3,788 - 2,0,718} \right)^2 \right] = 1,2419 \quad (3.16)$$

$$Y(x_2) = \sqrt{1,2419} = 1,113 \quad (3.17)$$

Z funkce  $Y(x_2)$  vypočteme náhradní poloměr  $r_n$ :

$$r_n = r_2 \sqrt{1 - \frac{2}{x_2} Q(x_2) \cdot Y(x_2)} = 0,2 \sqrt{1 - \frac{2}{3,788} 0,718 \cdot 1,113} = 0,1754 \text{ m} \quad (3.18)$$

Z tabulky 2 přílohy vyhledáme součinitel  $\alpha_2$ :

$$\alpha_2 = f\left(\frac{d_v}{l_2}\right) = f\left(\frac{0,3254}{0,8509}\right) = f(0,3824) = 0,8564 \quad (3.19)$$

Známe-li  $r_n$   $\alpha_2$  můžeme vypočítat vlastní indukčnost  $L_n$ :

$$L_n = \mu_0 \pi (r_n)^2 \frac{\alpha_2}{l_2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \pi 0,1754^2 \frac{0,8564}{0,8509} = 1,222 \cdot 10^{-7} \text{ H} \quad (3.20)$$

$$\omega L_n = 2\pi f L_n = 2\pi 50 \cdot 1,222 \cdot 10^{-7} = 3,8405 \cdot 10^{-5} \Omega \quad (3.21)$$

$$R_n = \frac{R_{n1}}{l_2} = \rho_2 2\pi x_2 P(x_2) \frac{Y^2(x_2)}{l_2} = 1,1 \cdot 10^{-6} 2\pi \cdot 3,788 \cdot 0,578 \frac{1,113^2}{0,8509} = 2,205 \cdot 10^{-5} \Omega \quad (3.22)$$

Jakost obvodu náhradního válce

$$Q_n = \frac{\omega L_n}{R_n} = \frac{3,8405 \cdot 10^{-5}}{2,205 \cdot 10^{-5}} = 1,741 \quad (3.22)$$

Dalším krokem spočítáme převodní poměr, pro který musíme znát funkci

$F\left(\frac{d_c}{l_1}, \frac{d_v}{l_2}, \frac{l_1}{l_2}\right)$ , kterou odečteme z tabulky 3 přílohy:

$$F\left(\frac{0,52}{0,988}, \frac{0,3254}{0,8509}, \frac{0,988}{0,8509}\right) = F(0,526; 0,3824; 1,16) = 0,6997 \quad (3.23)$$

$$p = \frac{F}{Y(x_2)\alpha_2} N_1 = \frac{0,69971}{1,113 \cdot 0,85646} N_1 = 0,5388 N_1 \quad (3.24)$$

Určení konstant  $k_1$  a  $k_2$  :

$$k_1 = \frac{\omega L_1}{N_1^2} - \frac{p^2}{N_1^2} \omega L_n = 6,8408 \cdot 10^{-5} - 0,5388 \cdot 3,8405 \cdot 10^{-5} = 4,8015 \cdot 10^{-5} \quad (3.25)$$

$$k_2 = \frac{R_1}{N_1^2} + \frac{p^2}{N_1^2} R_n = 3,397 \cdot 10^{-6} + 0,5388 \cdot 2,205 \cdot 10^{-5} = 1,527 \cdot 10^{-5} \quad (3.26)$$

$$k_1^2 + k_2^2 = (4,8015 \cdot 10^{-5})^2 + (1,527 \cdot 10^{-5})^2 = 2,538 \cdot 10^{-9} \quad (3.27)$$

Z konstant  $k_1$  a  $k_2$  určíme hledané počet závitů a proud cívky:

$$N_1^2 = \frac{k_2}{k_1^2 + k_2^2} \cdot \frac{U_g^2}{P_c} = \frac{1,527 \cdot 10^{-5}}{2,538 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{400^2}{582000} = 1653 \text{ z}^2 \quad (3.28)$$

$$N_1 = 40,6 \text{ závitů} \quad (3.29)$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{k_2} \cdot \frac{P_c}{U_g} = \frac{\sqrt{2,538 \cdot 10^{-9}}}{1,527 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{582000}{400} = 4800 \text{ A} \quad (3.30)$$

$P_c$  je příkon indukční ohříváčky se započítáním ztrát na přívodním vedení.

Ze vztahů 3.11 a 3.13 vypočteme indukčnost a odpor

$$L_1 = 3,615 \cdot 10^{-4} \text{ H} \quad (3.31)$$

$$R_1 = 5,615 \cdot 10^{-3} \text{ } \Omega \quad (3.32)$$

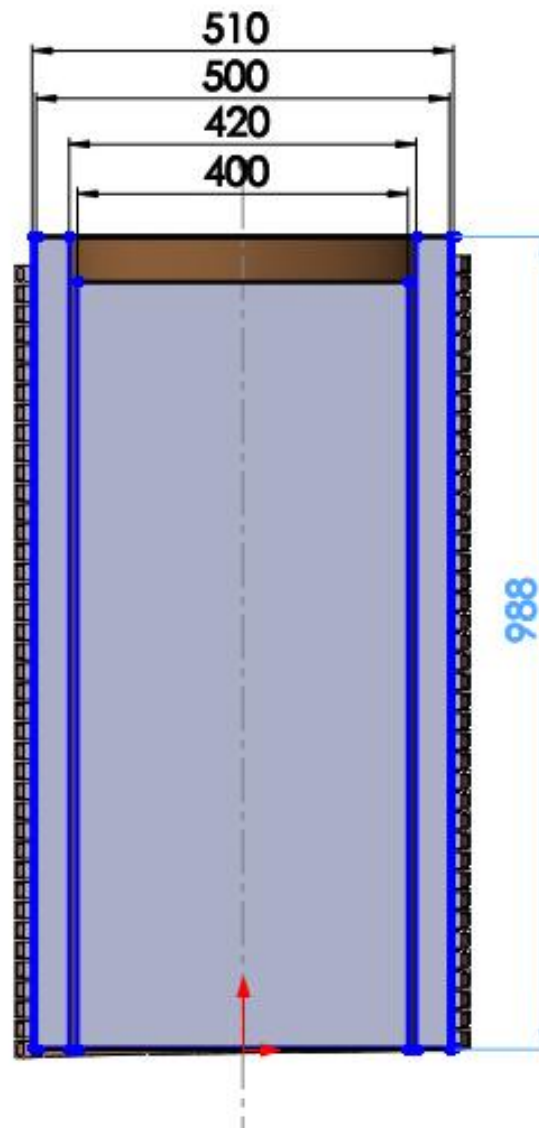
Z vypočteného proudu a odporu spočítáme činné ztráty v samotném induktoru

$$P_Z = R_1 I_1^2 = 5,615 \cdot 10^{-3} \cdot 4800^2 = 129369,6 \text{ W} \quad (3.33)$$

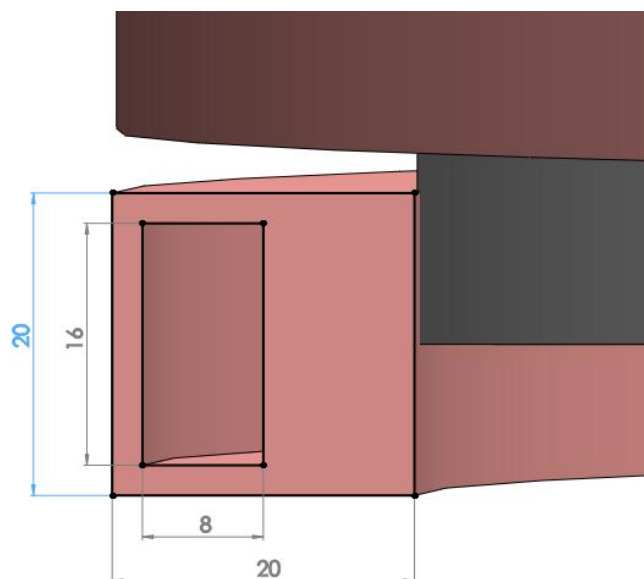
### 3.4 Vytvoření geometrie ohříváčky

Dle vypočtených parametrů sestavíme konstrukční řešení indukční ohříváčky. Vytvořený model jsem navrhoval dle dostupných informací z literatury. Nejdůležitější parametr celého induktoru je správný tvar měděného profilu. Zvolený rozměr cívky induktoru jsem volil dle dostupnost materiálu na našem trhu. Pro správnou funkci je nutné zachovat

tloušťku aktivní stěny v závislosti na vypočítané hloubce vniku. V tomto případě jsem navrhl dva navařené profily k sobě. Jeden profil je obdélníkového průřezu o velikosti 8 x 20 mm a jeden profil čtvercového průřezu s dutým čtvercovým profilem („jackl“) 20 x 20 a tloušťka stěny 2 mm. Svařením na sebe dosáhneme tloušťky aktivní stěny 10 mm.



Obr.5 Konstrukční uspořádání modelu indukční ohříváčky



Obr. 6 Detail navrhovaného profilu cívky induktoru

### 3.5 Chlazení indukční ohříváčky

Každý tepelný proces, který vytváří určitou tepelnou práci, také produkuje tepelné ztráty. Tyto ztráty musíme odvést a co nejvíce minimalizovat. K odvodu tepla v elektrotechnických zařízeních se nejčastěji využívá vzduch, voda, vodík nebo v případě velkých transformátorů olej. K chlazení indukčních pecí a ohříváček se používá voda pro její velkou schopnost odvést teplo. Oteplení vody a tedy i induktoru nesmí přesáhnout 60 °C, aby v některých místech nevznikla pára, která by znemožnila průtok vody a zničení induktoru. Chladicí voda u indukčních zařízení musí odvést až 25 % příkonu a dále teplo, které projde stěnou kelímku. Rychlost chladicí vody se používá v rozsahu od 1 m/s do 2 m/s. Chlazení by mělo fungovat za každé situace i v poruchovém stavu z důvodu bezpečnosti a k zamezení ekonomických škod.

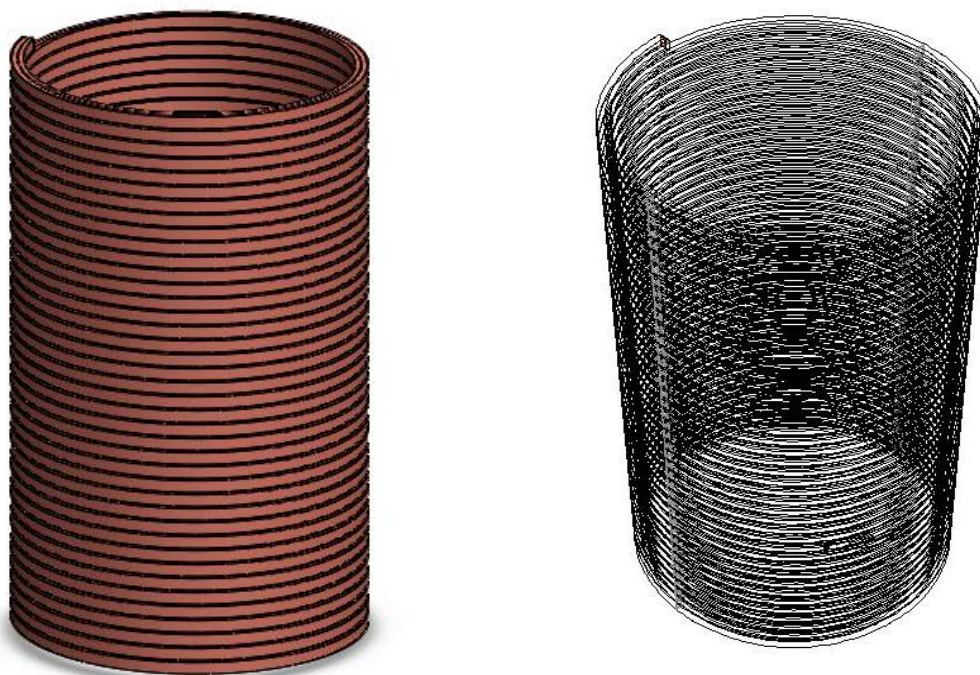
## 4 Numerický výpočet oteplení cívky induktoru

Největším podílem na odvodu tepla z indukční ohříváčky budou joulovy ztráty v cívice induktoru. Prvním krokem je sestavení geometrie v programu Solidworks (Obr. 6). Připravený model naimportujeme do programu DesignModeler, po upravení a vyhlazení některých objektů můžeme postoupit ke tvorbě sítě. Tvorba sítě určuje přesnost měření

výsledku. Použitím příliš malých rozměrů sítě docílíme poměrně dobrých výsledků, avšak velkou výpočetní a časovou náročnost. Síť je nutno volit s ohledem na fyzikální skutečnost a přizpůsobovat tomu velikosti prvků. Velký důraz na přesnost a velikost prvků je kapalina a také rozměry buněk na rozhraní pevná látka – kapalina. V našem případě je důležitý vnitřní objem induktoru, kde protéká chladicí voda. Buňky blízko u stěny jsou vytvořeny z tenkovrstvých buněk a směrem ke středu se buňky zvětšují. Délka buněk ve směru otáčení cívky je řešena delšími prvky. Toho můžeme dosáhnout z důvodu celkové délky, která je řádově o dvě místa větší. Velikost buněk v pevné látce můžeme použít velikostně stejné.

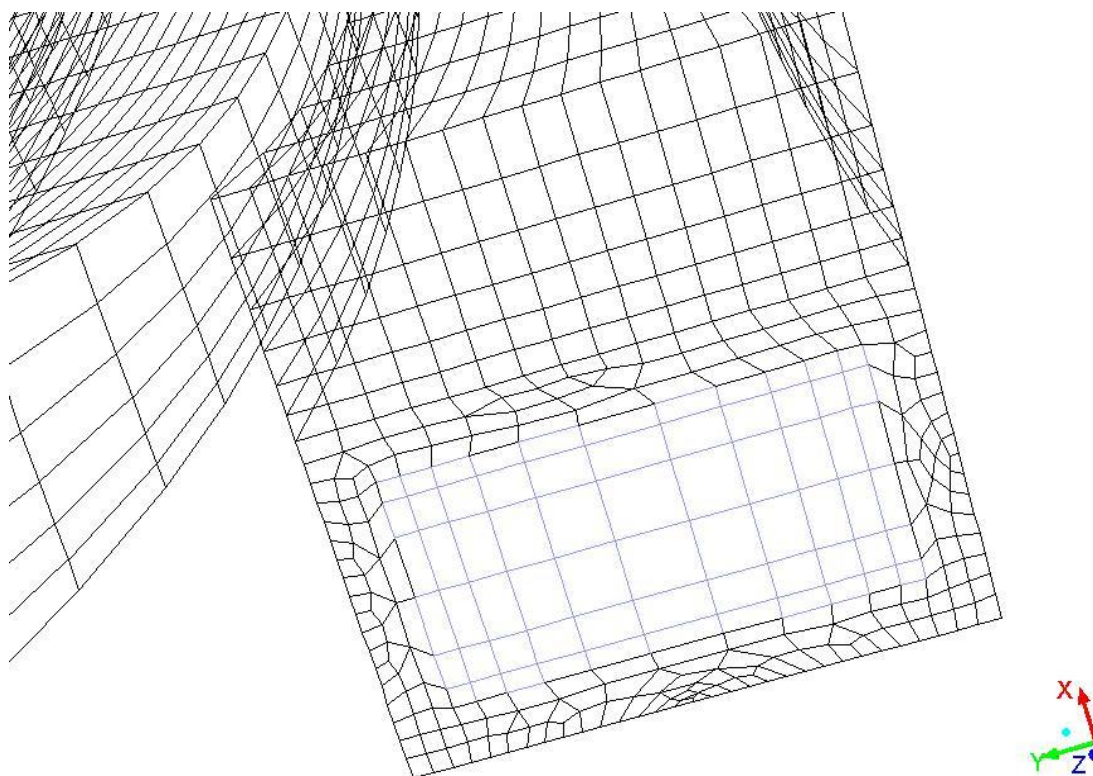
#### 4.1 Vytvoření geometrie a sítě

Geometrie a následně vytvořená síť hraje velkou roli při přesnosti výpočtu, jak již bylo řečeno. Pro usnadnění časové náročnosti výpočtu jsem vytvořil model pouze samotné cívky a zanedbal jsem geometrii tepelné izolace, keramické vyzdívký a vsázky. Další důvod zjednodušení a počítání samotného induktoru musím brát v potaz fakt, že návrh vstupních parametrů ( $P$ ,  $U$ ,  $f$ ,  $m$ ) indukčního ohřevu jsem volil dle vlastního uvážení bez předešlých zkušeností. V případě, že výsledky výpočtu a oteplení induktoru budou v reálných číslech, můžeme vytvořit podrobnější model s uvažováním celého systému a započítáním okolního vzduchu.



Obr. 7 Model cívky induktoru z programu Solidworks a již vysítovaný model ve Fluentu

Návrh modelu pro numerický výpočet jsem vycházel z vypočtených parametrů v kapitole 3.2. Vytvořený model v programu Solidworks jsem naimportoval do programu ANSYS DesignModeler, kde jsem nastavil názvy jednotlivých geometrií důležitých pro nastavení okrajových podmínek v programu Fluent. V dalším kroku se přechází k samotnému vytvoření sítě v programu ANSYS Meshing. Tvorbou sítě jsem začínal s vytvořením rozměrů buněk na rozhraní voda měď na čele profilu induktoru. Pro přesnější výpočet bylo nutné zahustit síť v oblasti vody směrem k mědi (mezní vrstva). Velikost jednotlivých buněk na čele mědi může být konstantní. Funkcí „Face sizing“ jsem zvolil velikost buňky 1mm. Další zvolená funkce na čele induktoru byla „Mapped Face Meshing“ pro správně rozložení buněk. Po nastavení sítě na čele induktoru a vody (obr. 8) byla zvolena „Sweep“ metoda na celém objemu cívky a vody. Zmíněná metoda nám vytvoří stejné vrstvy na sobě jdoucí podle čela induktoru a vody, kterou jsme nastavili. Důležitým parametrem je fyzikální preference tvorby sítě v defaultním nastavení. To znamená, že změníme parametr na CFD – Fluent. Po vytvoření sítě vyexportujeme do souboru a následně na importujeme do Fluentu, kde nastavíme okrajové podmínky a spustíme samotný výpočet.



Obr. 8 Síť čela induktoru a vody



## 4.2 Stanovení okrajových podmínek

Ve výpočtu samotného induktoru je potřeba zohlednit přestup tepla do okolí – do vzduchu. K tomu je nutné znát součinitel přestupu tepla  $\alpha_k$ . K výpočtu použijeme vzorec z tabulky 1.

Vnější svislá stěna induktoru

$$\alpha_{k1} = 4,01 \cdot \Delta\vartheta^{0,13} = 4,01 * 30^{0,13} = 6,25 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \quad (4.1)$$

Vodorovná stěna induktoru

$$\alpha_{k2} = 21,31 \Delta\vartheta^{0,25} = 1,31 * 30^{0,25} = 3,06 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \quad (4.2)$$

Další parametr pro numerický výpočet jsou měrné tepelné ztráty na cívce induktoru. Pro stanovení je nutno znát objem mědi a celkové ztráty na cívce induktoru. Objem měděné cívky spočítáme z profilu a délky cívky.

$$V_c = S_{as} l_{40zc} = 2,72 \cdot 10^{-4} * 65,97 = 0,01794 \text{ m}^3 \quad (4.3)$$

$$l_{40zc} = (d_1 + \frac{a_1}{2}) \pi N_1 = (0,52 + 0,005) \pi 40 = 65,97 \text{ m} \quad (4.4)$$

$$S_{as} = S_{med} - S_{vody} = 0,02^2 - (0,016 * 0,008) = 2,72 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad (4.5)$$

Měrné tepelné ztráty na celém objemu induktoru vlivem průchodu elektrického proudu

$$q_{joul} = \frac{P_{ztr}}{V_c} = \frac{129369,6}{0,01794} = 7211237 \text{ W} / \text{m}^3 \quad (4.6)$$

Další tepelné ztráty jsou stěnou indukční ohřívачky. Je-li vývalek ohříván na teplotu kování tzn. 1200°C, projde stěnou kelímku tepelná energie do cívky induktoru. Ztráty určíme podle výrazu[9]:

$$Q_1 = \frac{\pi(\vartheta_{p2} - \vartheta_{p1})l_2}{\left(\frac{1}{\alpha_2 d_2} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d'}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_1}{d'} + \frac{1}{\alpha_1 d_1}\right)} \quad (4.7)$$

Kde	$Q_1$	- množství tepla, které projde přes vyzdívku a izolaci	[W]
	$\vartheta_{p2}$	- teplota vývalku	[°C]
	$\vartheta_{p1}$	- teplota chladící vody v cívce	[°C]
	$l_2$	- délka vývalku (rovnice 3.5)	[m]

$d_2, d'$	- vnitřní a vnější průměr keramické vyzdívky	[m]
$d'd_1$	- vnitřní a vnější průměr izolační vrstvi Silcapan	[m]
$\alpha_2$	- součinitel přestupu tepla mezi rožhaveným vývalkem a vnitřním povrchem keramické vyzdívky	$[\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{°C}^{-1}]$
$\alpha_1$	- součinitel přestupu tepla mezi měděnou stěnou cívky a tekoucí chladicí vodou	
$\lambda_2$	- tepelná vodivost keramické vyzdívky	$[\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}]$
$\lambda_1$	- tepelná vodivost Silcapanu	$[\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}]$

$$Q_1 = \frac{\pi(1200 - 60) * 0,8509}{\frac{1}{2326*0,4} + \frac{1}{2*1,341} \ln\left(\frac{0,51}{0,4}\right) + \frac{1}{2*0,034} \ln\left(\frac{0,52}{0,51}\right) + \frac{1}{1163*0,52}} = 8043,5 \text{ W}$$

	hustota $[\text{kg}/\text{m}^3]$	$c_p$ $[\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}]$	vodivost $[\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}]$
Silcapan	310	1050	0,034

Tab. 3 Vlastnosti tepelného izolantu Silcapan

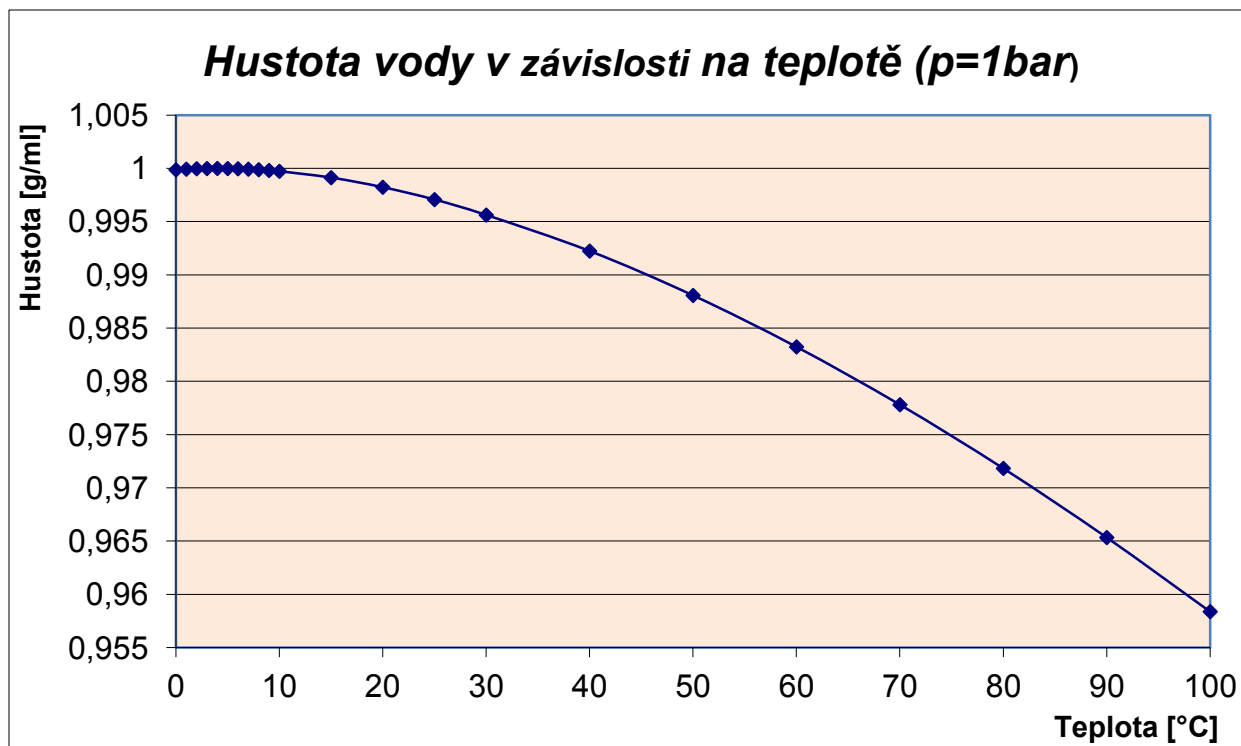
Z množství tepla, které projde stěnou keramiky a izolace musíme určit měrné teplo, které je odvedeno chladicí vodou.

$$q_{tepel} = \frac{Q_1}{V_c} = \frac{8043,5}{0,01794} = 448355,63 \text{ W}/\text{m}^3 \quad (4.8)$$

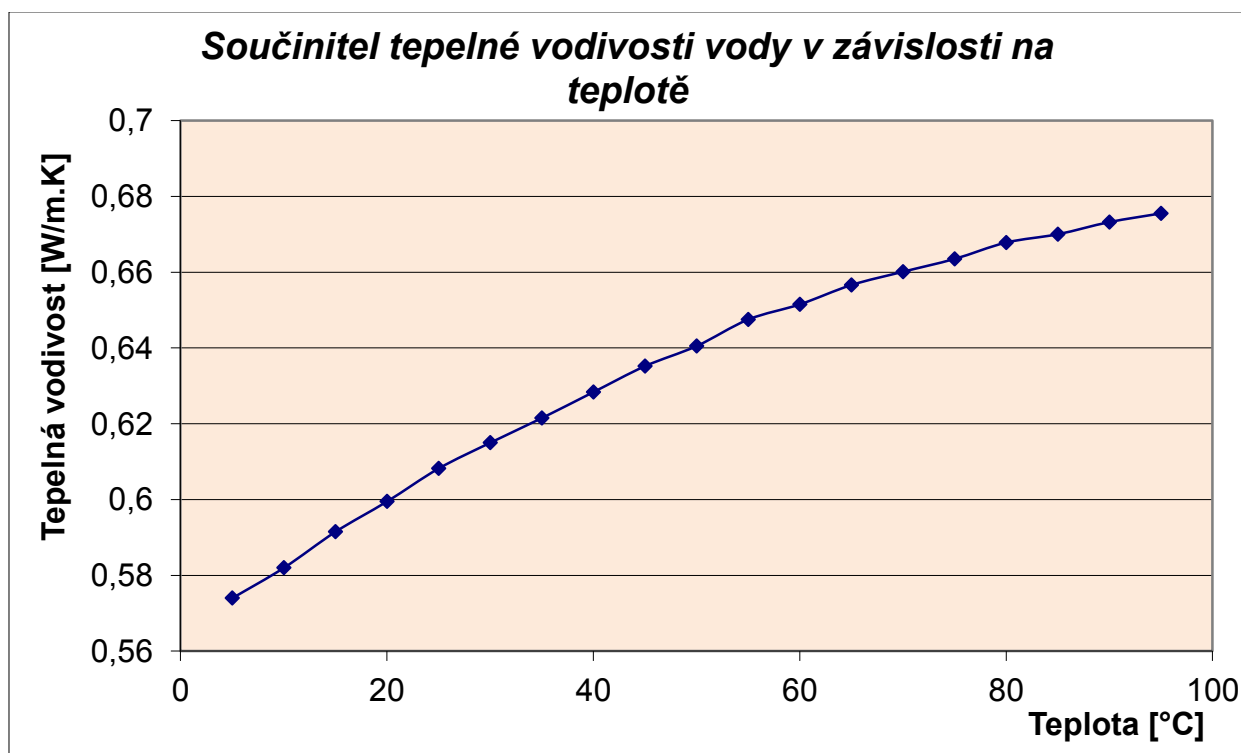
Celkový měrný ztrátový výkon, který musíme odvést chladicí kapalinou je součet  $q_{tepel}$  a  $q_{joul}$ .

$$q_{vody} = q_{tepel} + q_{joul} = 7211237 + 448356 = 7659593 \text{ W}/\text{m}^3 \quad (4.9)$$

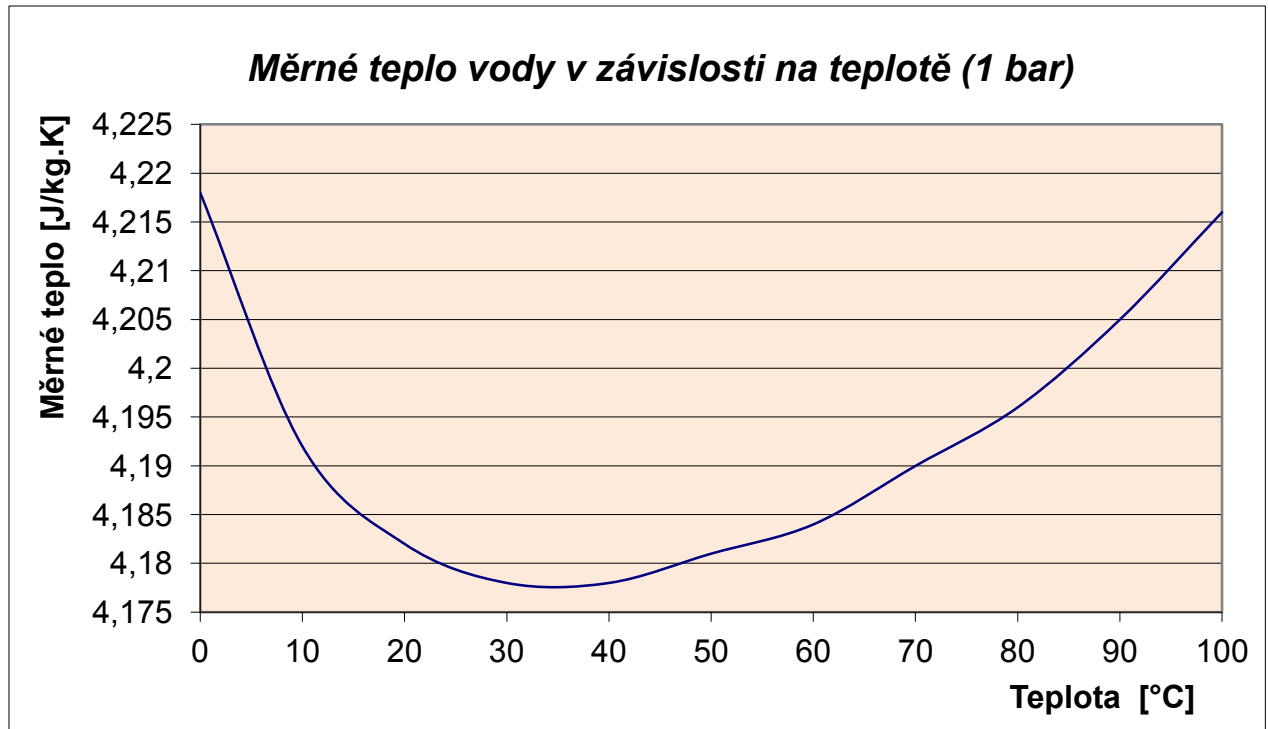
Jako chladicí medium byla zvolena voda. Její fyzikální vlastnosti nejsou konstantní. Proto do výpočtu ve Fluentu zadávám 12 hodnot z každého grafu ukazující fyzikální chování vody. Teplota vstupní vody je 20°C. Do programu Fluent zadáváme teplotu v Kelvinech tzn. 293,16 K.



Obr. 9 - Grafické znázornění hustoty vody v závislosti na teplotě



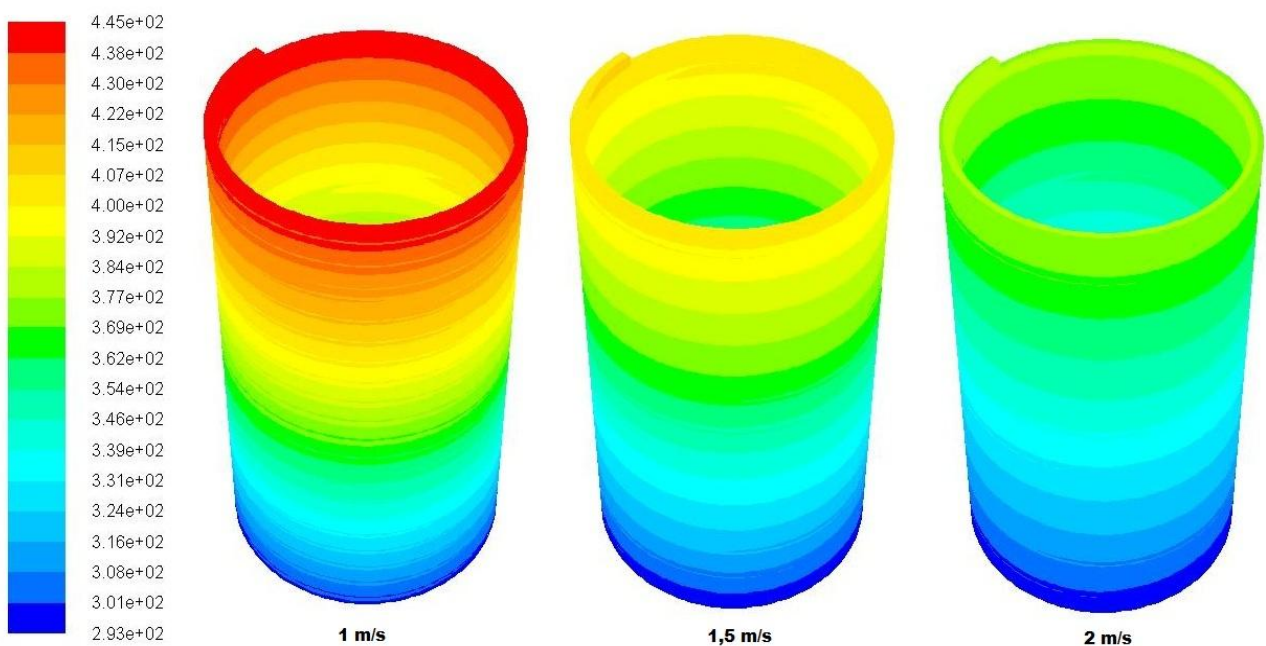
Obr. 10 - Grafické znázornění tepelné vodivosti v závislosti na teplotě



Obr.11 - Grafické znázornění tepelné kapacity vody v závislosti na teplotě

### 4.3 Výsledek výpočtu v programu FLUENT

Výsledky výpočtu z programu Fluent na obrázku 12 ukazují oteplení cívky induktoru. Stupnice ukazuje teplotu v Kelvinech. Levý obrázek ukazuje oteplení 172 °C při rychlosti chladicí vody 1 m/s. Při této rychlosti vody je výsledné oteplení na výstupu 117 °C a při 2 m/s je 97 °C.



Obr. 12 Výsledky výpočtu oteplení cívky induktoru. (stupnice v K)

Rychlost vody [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	1	1,5	2	2,5	3
Teplota vody na výstupu [K]	445	390	370	353	343
Teplota vody na výstupu [ $^{\circ}\text{C}$ ]	171,84	116,84	96,84	79,84	69,84

Tabulka 4. Výsledky výpočtu oteplení v závislosti na rychlosti proudění

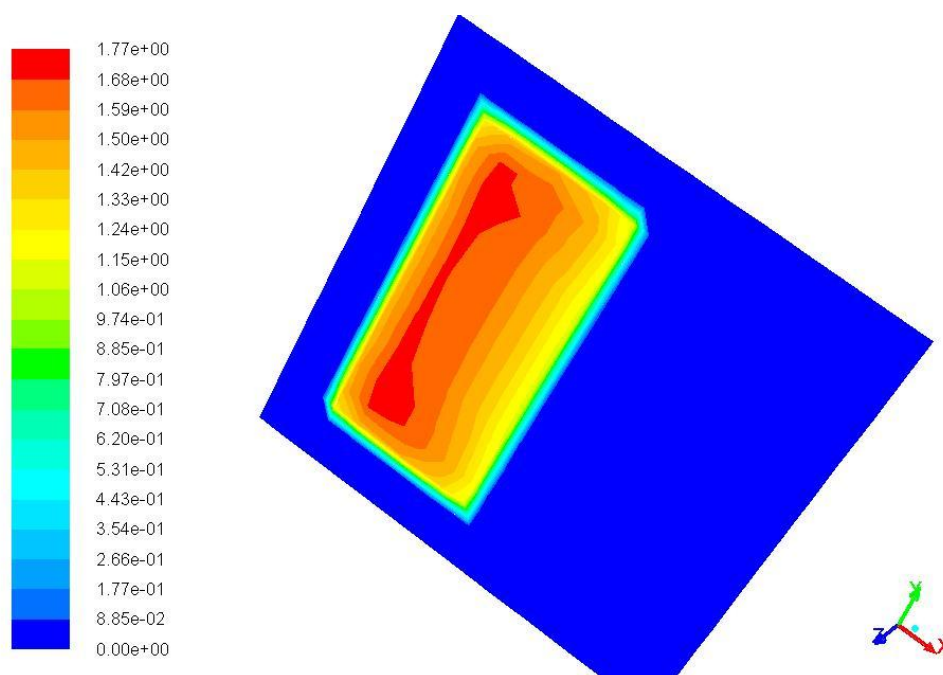
Podle teoretického rozboru by neměla chladicí voda na výstupu z induktoru přesáhnout  $60^{\circ}\text{C}$ . Výpočet jsem ještě rozšířil a navýšil rychlost proudění kapaliny na 2,5 a 3 m/s. U tohoto měření vyšlo oteplení  $80^{\circ}\text{C}$  a  $70^{\circ}\text{C}$ , jak je vidět v tabulce. Další navyšování rychlosti jsem již neprováděl.

Podle výsledku výpočtu nelze navrhované konstrukční řešení takto provozovat a je nutné upravit parametry induktoru.

Při použití současného konstrukčního návrhu lze pouze snížit příkon dodávaný ze zdroje. V dalším kroku jsem provedl výpočet při ztrátovém výkonu 105 kW, to znamená, že měrný ztrátový výkon bude  $6\text{ MW}/\text{m}^3$ . Výsledky výpočtu ukazuje následující tabulka:

Rychlost vody [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	1	1,5	2
Teplota vody na výstupu [K]	408	370	349
Teplota vody na výstupu [ $^{\circ}\text{C}$ ]	134,84	96,84	75,84

Tabulka 5. Oteplení induktoru při sníženém výkonu



Obr. 13 Ukázka rychlosti proudění vody

## 5 Opatření pro lepší chlazení

Jestliže chceme, aby oteplení cívky nepřesáhlo 60 °C, musíme učinit opatření pro lepší odvod tepla. Kromě změny parametrů na vstupu chladicí kapaliny máme několik možností.

Jako první možnost jsem uvažoval změnu proudění okolo ohřívačky. Změna z přirozeného proudění na nucené při rychlosti 10 m/s, jsem provedl krátký výpočet se změnou okrajové podmínky  $\alpha_{kl}$  při měrných ztrátách 7,65 MW/m<sup>3</sup> a rychlost chladicí vody 2 m/s. Změnu jsem provedl podle tabulky 1 a součinitel přestupu tepla do okolí jsem navýšil na 40 W/m<sup>2</sup>.K. Výsledek výpočtu ukázal ochlazení při simulaci nuceného proudění pouze o pět stupňů, ze 97°C na 92°C. Toto oteplení je stále nepřijatelné a některé typy indukčních ohřívaček ani nelze takto řešit z důvodu konstrukčního uspořádání celé linky.

Následující varianty počítají z navýšení množství chladicí vody uvnitř induktoru. Vstupní rychlost nejde zvyšovat do nekonečna a podle teoretických předpokladů se často používají rychlosti do 2m/s. Proto jsou brány v potaz pouze možnosti navýšení průtoku objemem změnou průřezu, nikoliv rychlostí nebo varianta rozdělení do dvou chladících okruhů. Rozdělení do dvou okruhů by znamenalo nejmenší zásah do již navrhovaného konstrukčního řešení a uprostřed cívky by se konstrukčním zásahem odvedla teplá voda a ve stejném místě by se přivedla studená. Tím by se spotřebovalo dvojnásobné množství vody a snížilo oteplení cívky.

V tomto kroku návrhu by nejlepším řešením byla změna průřezu induktoru a zejména průřez pro vodu. Induktor má v současném návrhu průřez na vodu o velikosti 8 x 16 mm. Zvětšením průřezu na 16 x 16 mm by se snížilo značného oteplení.

V neposlední řadě nesmím zapomenout na primární snížení ztrát a změnit parametry navrhovaného ohřevu. Na to, abych snížil Joulovy ztráty, potřebuji při daném výkonu snížit proud. To dosáhnu korekcí napájecího napětí a změnou počtu závitů.

## 6 Závěr

Na úvod diplomové práce popisují tři základní principy sdílení tepla, oteplení proudové dráhy v ustáleném čase a krátkodobé oteplení proudové dráhy. Stěžejní práce je zaměřena na numerický výpočet v programu ANSYS Fluent a proto jsem teoreticky popsal některé principy metod výpočtů.

Jako předmět výpočtu jsem si zvolil indukční ohřev ocelových vývalků pro zpracování za tepla. V kapitole jsem popsal ve stručnosti princip samotného ohřevu a podle dostupné literatury jsem navrhl a hlavně spočítal vlastní indukční ohříváčku. Zvolené vstupní parametry ( $U_g$ ,  $P_g$ ) do výpočtu jsem volil podle vlastního uvážení.

Podle vypočítaných parametrů jsem navrhl geometrický model a následně vytvořil síť pro samotný výpočet ve Fluentu. Před spuštěním výpočtu bylo nutné nastavit okrajové podmínky a materiálové vlastnosti. Model byl z důvodu velké časové a hardwarové náročnosti zjednodušen a byl vytvořen pouze model samotného induktoru bez uvažování vnějších okolního vzduchu, vyzdívky a izolace. Tyto okolní vlivy byly spočítány a nahrazeny v okrajových podmínkách. Je na uvážení, zda přesnost tohoto postupu je dostatečná. V případě většího časového prostoru bych vytvořil kompletní model i s uvažováním okolního vzduchu a prostupem tepla z ohřívajícího objektu na cívku induktoru skrze stěnu.

Výsledky výpočtu z programu Fluent jsem vytvořil tabulkové a obrázkové oteplení induktoru. Výpočty jsem prováděl při různých rychlostech vstupní chladící vody. V teoretickém úvodě se udává, že u indukčních zařízení chlazení vodou se rychlost vody pohybuje od 1 do 2 m/s. V mém navrženém modelu jsem nedosáhl požadovaného oteplení do 60°C. V důsledku nedostatečného ochlazování induktoru je nutné provést změny v modelu.

V poslední části navrhuji opatření pro lepší chlazení a odvod tepla, aby cívka induktoru byla lépe chlazená.

## Použitá literatura

- [1] Milka, J. Bakalářská práce - Energetický problém indukčních tepelných zařízení, VUT Brno 2011
- [2] Sedláček, J. přednášky předmětu elektrické přístroje v SE, 2014
- [3] Havelka, O. a kolektiv: Elektrické přístroje, Praha, SNTL 1985
- [4] Langer, E.: Elektrotepelná technika I+II, VŠSE Plzeň 1974
- [5] Langer, E.: Elektrotepelná technika V, VŠSE Plzeň 1975
- [6] Kubík, Z.: Disertační práce – Numerické řešení účinnosti stínění, ZČU Plzeň 2012
- [7] Kozoubková, M.: Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX, VŠB Ostrava 2008
- [8] Rusňák, Š.; Řezáček, P.: Elektrické přístroje I, ZČU Plzeň 2003
- [9] Langer, E., Kožený J.: Elektrotepelná zařízení indukční, VŠSE Plzeň 1982
- [10] Knödl, P. Diplomová práce: Analýza oteplení proudové dráhy odpojovače VVN, ZČU Plzeň 2013



## Přílohy

Tabulka č.1 Určení  $P(x)$  a  $Q(x)$  [9]

x	P (x)	Q (x)	x	P (x)	Q (x)
0,10	0,00006	0,05000	4,20	0,58848	0,71206
0,20	0,00050	0,10000	4,40	0,59250	0,71093
0,30	0,00169	0,14997	4,60	0,59639	0,71037
0,40	0,00400	0,19989	4,80	0,60022	0,71016
0,50	0,00780	0,24968	5,00	0,60400	0,71014
0,60	0,01345	0,29919	5,20	0,60769	0,71019
0,70	0,02129	0,34826	5,40	0,61127	0,71024
0,80	0,03163	0,39663	5,60	0,61471	0,71025
0,90	0,04472	0,44397	5,80	0,61799	0,71022
1,00	0,06076	0,48988	6,00	0,62109	0,71014
1,10	0,07984	0,53392	6,20	0,62401	0,71003
1,20	0,10196	0,57558	6,40	0,62674	0,70989
1,30	0,12696	0,61435	6,60	0,62929	0,70973
1,40	0,15457	0,64971	6,80	0,63169	0,70957
1,50	0,18436	0,68122	7,00	0,63393	0,70941
1,60	0,21580	0,70854	7,20	0,63603	0,70926
1,70	0,24826	0,73144	7,40	0,63800	0,70912
1,80	0,28104	0,74986	7,60	0,63987	0,70899
1,90	0,31347	0,76389	7,80	0,64163	0,70888
2,00	0,34490	0,77378	8,00	0,64329	0,70877
2,10	0,37477	0,77991	8,20	0,64488	0,70868
2,20	0,40264	0,78276	8,40	0,64638	0,70859
2,30	0,42820	0,78286	8,60	0,64782	0,70852
2,40	0,45127	0,78078	8,80	0,64919	0,70845
2,50	0,47179	0,77704	9,00	0,65049	0,70838
2,60	0,48980	0,77213	9,20	0,65174	0,70832
2,70	0,50542	0,76650	9,40	0,65294	0,70827
2,80	0,51884	0,76050	9,60	0,65409	0,70822
2,90	0,53027	0,75443	9,80	0,65519	0,70817
3,00	0,53994	0,74852	10,00	0,65624	0,70813
3,10	0,54810	0,74291	12,00	0,66483	0,70780
3,20	0,55496	0,73774	14,00	0,67095	0,70761
3,30	0,56074	0,73306	16,00	0,67551	0,70748
3,40	0,56562	0,72890	18,00	0,67906	0,70740
3,50	0,56979	0,72526	20,00	0,68189	0,70735
3,60	0,57338	0,72215	22,00	0,68420	0,70730
3,70	0,57652	0,71951	24,00	0,68611	0,70726
3,80	0,57931	0,71731	26,00	0,68772	0,70726
3,90	0,58184	0,71522	28,00	0,68917	0,70728
4,00	0,58418	0,71408	30,00	0,69044	0,70717

Tabulka č.2 Hodnoty součinitele  $\alpha$

d	alfa	alfa	alfa	alfa	alfa
0,00	1,000000	0,54	0,806046	1,20	0,6475
0,02	0,991562	0,56	0,800125	1,25	0,6381
0,04	0,983223	0,58	0,794285	1,30	0,6290
0,06	0,974985	0,60	0,788525	1,35	0,6201
0,08	0,966846	0,62	0,782843	1,40	0,6115
0,10	0,958807	0,64	0,777240	1,45	0,6031
0,12	0,950867	0,66	0,771713	1,50	0,5950
0,14	0,943026	0,68	0,766262	1,55	0,5871
0,16	0,935284	0,70	0,760885	1,60	0,5795
0,18	0,927639	0,72	0,755582	1,65	0,5721
0,20	0,920093	0,74	0,750350	1,70	0,5649
0,22	0,912643	0,76	0,745190	1,75	0,5579
0,24	0,905290	0,78	0,740100	1,80	0,5511
0,26	0,898033	0,80	0,735079	1,85	0,5444
0,28	0,890871	0,82	0,730126	1,90	0,5379
0,30	0,883803	0,84	0,725239	1,95	0,5316
0,32	0,876829	0,86	0,720418	2,00	0,5255
0,34	0,869948	0,88	0,715662	2,10	0,5137
0,36	0,863159	0,90	0,710969	2,20	0,5025
0,38	0,856461	0,92	0,706339	2,30	0,4918
0,40	0,849853	0,94	0,701770	2,40	0,4816
0,42	0,843335	0,96	0,697262	2,50	0,4719
0,44	0,836905	0,98	0,692813	3,00	0,4292
0,46	0,830563	1,00	0,688423	3,50	0,3944
0,48	0,824307	1,05	0,677700	4,00	0,3654
0,50	0,818136	1,10	0,667300	5,00	0,3198
0,52	0,812049	1,15	0,657300	10,00	0,2033

Tabulka č.3 Hodnoty součinitele F [9]

dc	dv	l1lomenoI2								
		0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
0,1	0,08	1,22001	1,09103	0,98551	0,89803	0,82451	0,70810	0,62027	0,55172	0,49677
	0,10	1,22022	1,09112	0,98557	0,89807	0,82454	0,70812	0,62028	0,55172	0,49677
	0,12	1,22041	1,09123	0,98564	0,89811	0,82457	0,70813	0,62028	0,55173	0,49677
0,2	0,16	1,14452	1,03935	0,94757	0,86862	0,80074	0,69110	0,60707	0,54091	0,48759
	0,18	1,14553	1,03994	0,94793	0,86886	0,80090	0,69119	0,60712	0,54094	0,48761
	0,20	1,14666	1,04060	0,94834	0,86913	0,80108	0,69128	0,60717	0,54098	0,48763
	0,22	1,14790	1,04132	0,94879	0,86942	0,80128	0,69138	0,60723	0,54101	0,48766
	0,24	1,14926	1,04211	0,94928	0,86974	0,80150	0,69150	0,60730	0,54105	0,48769
0,3	0,26	1,05756	0,97680	0,89964	0,83013	0,76872	0,66720	0,58797	0,52496	0,47387
	0,28	1,06400	0,97846	0,90068	0,83081	0,76918	0,66744	0,58811	0,52505	0,47393
	0,30	1,06343	0,98023	0,90179	0,83154	0,76969	0,66770	0,58826	0,52515	0,47399
	0,32	1,06665	0,98212	0,90296	0,83232	0,77022	0,66798	0,58843	0,52525	0,47406

	0,34	1,07006	0,98411	0,90421	0,83314	0,77078	0,66828	0,58860	0,52536	0,47413
0,4	0,32	0,97837	0,91585	0,85042	0,78896	0,73335	0,63959	0,56527	0,50565	0,45702
	0,36	0,98763	0,92131	0,85386	0,79124	0,73493	0,64043	0,56577	0,50596	0,45723
	0,40	0,99786	0,92735	0,85766	0,79377	0,73668	0,64136	0,56632	0,50631	0,45747
	0,44	1,00901	0,93394	0,86182	0,79653	0,73860	0,64238	0,56692	0,50670	0,45773
	0,48	1,02105	0,94105	0,86631	0,79952	0,74067	0,64349	0,56758	0,50712	0,45801
0,5	0,40	0,92510	0,86862	0,80854	0,75158	0,69971	0,61167	0,54146	0,48489	0,43863
	0,45	0,94053	0,87783	0,81442	0,75552	0,70247	0,61317	0,54236	0,48548	0,43902
	0,50	0,95747	0,88797	0,82088	0,75987	0,70552	0,61482	0,54335	0,48612	0,43946
	0,55	0,97581	0,89896	0,82791	0,76460	0,70884	0,61663	0,54444	0,48683	0,43995
	0,60	0,99546	0,91075	0,83546	0,76969	0,71242	0,61859	0,54562	0,48759	0,44047
0,6	0,55	0,88143	0,88143	0,82671	0,71574	0,66674	0,58352	0,51702	0,46334	0,41936
	0,60	0,89782	0,83667	0,77605	0,72013	0,70552	0,58524	0,51808	0,46404	0,41984
	0,65	0,91561	0,84748	0,78306	0,72492	0,70884	0,58714	0,51924	0,46480	0,42037
	0,70	0,93469	0,85911	0,79061	0,73007	0,71242	0,58919	0,52049	0,46562	0,42095
	0,75	0,95497	0,87149	0,79866	0,73558	0,71624	0,59138	0,52184	0,46651	0,42156
	0,80	0,97631	0,88455	0,80718	0,74142	0,72029	0,59382	0,52328	0,46747	0,42223
0,7	0,55	0,86387	0,80125	0,74159	0,68743	0,63913	0,55825	0,49422	0,44273	0,40064
	0,60	0,88091	0,81183	0,74857	0,69228	0,64263	0,56025	0,49546	0,44357	0,40122
	0,65	0,89907	0,82313	0,75605	0,69747	0,64638	0,56239	0,49681	0,44446	0,40185
	0,70	0,91825	0,83509	0,76398	0,70299	0,65038	0,56968	0,50139	0,44543	0,40253
	0,75	0,93835	0,84766	0,77234	0,70862	0,65460	0,56712	0,49970	0,44645	0,40325
	0,80	0,95926	0,86078	0,78108	0,71494	0,65905	0,56968	0,50139	0,44754	0,40402
0,8	0,65	0,84910	0,77889	0,71641	0,66158	0,61360	0,53445	0,47245	0,42288	0,38247
	0,70	0,86542	0,78930	0,72345	0,66657	0,61726	0,53660	0,47383	0,42381	0,38313
	0,75	0,88261	0,80030	0,73090	0,67185	0,62115	0,53889	0,47529	0,42480	0,38384
	0,80	0,90059	0,81183	0,73874	0,67742	0,62525	0,54131	0,47684	0,42586	0,38459
	0,85	0,91927	0,82385	0,74693	0,68326	0,62956	0,54386	0,47847	0,42697	0,38538
	0,90	0,93857	0,83632	0,75545	0,68934	0,63406	0,54653	0,48019	0,42815	0,38622
0,9	0,70	0,81812	0,74756	0,68600	0,63257	0,58611	0,50990	0,45045	0,40302	0,36441
	0,75	0,83237	0,75690	0,69247	0,63724	0,58959	0,51199	0,45181	0,40395	0,36508
	0,80	0,84735	0,76675	0,69930	0,64217	0,59328	0,51422	0,45325	0,40495	0,36579
	0,85	0,86302	0,77709	0,70648	0,64738	0,59717	0,51657	0,45479	0,40600	0,36655
	0,90	0,87934	0,78787	0,71400	0,65283	0,60126	0,51904	0,45640	0,40712	0,36735
	0,95	0,89623	0,79908	0,72183	0,65952	0,60554	0,52163	0,45809	0,40829	0,36819
	1,00	0,91365	0,81068	0,72995	0,66444	0,60999	0,52434	0,45987	0,40951	0,36908
	1,05	0,93153	0,82264	0,73836	0,67056	0,61461	0,52718	0,46172	0,41079	0,37000
1,0	0,80	0,79991	0,72584	0,66305	0,60947	0,56342	0,48868	0,43090	0,38506	0,34787
	0,85	0,81289	0,73462	0,66927	0,61405	0,56689	0,49081	0,43231	0,38603	0,34857
	0,90	0,82649	0,74384	0,67581	0,61887	0,57054	0,49306	0,43380	0,38707	0,34932
	0,95	0,84070	0,75349	0,68267	0,62393	0,57439	0,49544	0,43536	0,38816	0,35011
	1,00	0,85548	0,76355	0,68984	0,62922	0,57841	0,49792	0,43701	0,38930	0,35094
	1,05	0,87080	0,77401	0,69731	0,63475	0,58261	0,50052	0,43873	0,39050	0,35181
	1,10	0,88663	0,78484	0,70506	0,64049	0,58699	0,50324	0,44053	0,39176	0,35272
	1,15	0,90293	0,79604	0,71309	0,64645	0,59153	0,50606	0,44241	0,39307	0,35367

