

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

Katedra elektroenergetiky a ekologie

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Přenos energie v systému induktor - vsázka při tavení
materiálů ve studeném kelímku**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Vladimír VOLF**
Osobní číslo: **E13N0089P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektroenergetika**
Název tématu: **Přenos energie v systému induktor - vsázka při tavení materiálů ve studeném kelímku**
Zadávací katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Popište stručně účel tavení materiálů ve studeném kelímku.
2. Uveďte fyzikální principy tavení elektricky vodivých materiálů v indukční kelímkové peci a ve studeném kelímku.
3. Uveďte princip tavení elektricky nevodivých materiálů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku.
4. Proveďte úvahu o podmínkách efektivního tavení ve studeném kelímku.
5. Vyhodnoťte studený kelímek kritériem 3E a vyslovte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**
Rozsah pracovní zprávy: **30 - 40 stran**
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**
Seznam odborné literatury:


Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.**
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: **15. října 2014**
Termín odevzdání diplomové práce: **11. května 2015**


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2014

Přenos energie v systému induktor - vsázka při tavení materiálů ve studeném kelímku

Anotace

Předkládaná diplomová práce se zabývá problematikou přenosu energie ve studeném kelímku z induktoru do vsázky. V první kapitole vysvětluje základní pojmy v oblasti indukčního ohřevu a indukčního tavení. Další kapitola je zaměřena na zařízení pro indukční ohřev. Dále se tato práce zabývá problematikou samotného studeného kelímku, možnostmi jeho využití a principy tavení vodivých a nevodivých materiálů.

Hlavním cílem práce je vytvoření 3D modelu v programu ANSYS. V práci je vytvořen 3D model studeného kelímku pro tavení titanu a je porovnáván vliv velikosti segmentů na přenos energie v kelímku.

Na závěr je metoda studeného kelímku zhodnocena energetickým, ekonomickým a ekologickým kritériem. Jsou zde také uvedeny přednosti pro praktické aplikace.

Klíčová slova

Indukční tavení, Poyntingův vektor, hloubka vniku, kanálková pec, kelímková pec, levitační tavení, kelímek s integrovaným induktorem, segmentový kelímek, tavení vodivých materiálů, tavení nevodivých materiálů, startovací fáze, kritérium 3E, ANSYS

Energy transfer in system inductor - load during the melting of materials in a cold crucible

Abstract

The presented thesis is focused on the transfer of energy in a cold crucible between inductor and load. The first chapter is explaining the basic concepts of induction heating and induction melting. Next chapter is aimed at induction heating apparatus. This thesis is focused on usage of cold crucible for melting conductive and nonconductive materials.

Main objective of this thesis is creating a 3D model in ANSYS. In thesis is created 3D model of cold crucible for melting titanium and compared effect of segment size and transmission of energy in the crucible.

Finally the cold crucible is evaluated by aspects of energy, economy and ecology. It also lists the advantages for practical applications.

Key words

Induction melting, Poynting vector, depth of penetration, canal furnace, crucible furnace, levitation melting, crucible with integrated inductor, segment crucible, melting of conductive materials, melting of non-conductive materials, the starting phase, 3E evaluation, ANSYS

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....
podpis

V Plzni dne 4.5.2015

Bc. Vladimír Volf

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce Prof. Ing. Jiřímu Koženému CSc. a konzultantovi Ing. Stanislavovi Jiřincovi za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

OBSAH	8
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ	11
ÚVOD	12
1 TEORIE ELEKTROMAGNETICKÉ POLE	13
1.1 MAXWELLOVY ROVNICE	13
1.2 ODVOZENÍ VLNOVÝCH ROVNIC [8]	14
1.2.1 Odvození rovnice vlnění pro intenzitu E v nevodivém prostředí:	14
1.2.2 Odvození rovnice vlnění pro složku H ve vodivém prostředí:	15
1.3 HLOUBKA VNIKU	16
1.4 POYNTINGŮV ZÁŘIVÝ VEKTOR [8]	17
1.5 ELEKTRODYNAMICKÝ POTENCIÁL	19
1.6 PODMÍNKY NA ROZHRANÍ	21
1.7 OKRAJOVÉ PODMÍNKY	21
1.7.1 Neumannova podmínka	21
1.7.2 Dirichletova podmínka	21
2 INDUKČNÍ OHŘEV	22
2.1 PROCESY V KOVECH ŘÍZENÉ ELEKTROMAGNETICKÝM POLEM	23
2.2 ELEKTROMAGNETICKÉ MÍCHÁNÍ	24
3 ZAŘÍZENÍ PRO INDUKČNÍ OHŘEV	25
3.1 KELÍMKOVÉ PECE	25
3.2 KANÁLKOVÉ PECE	26
3.3 LEVITAČNÍ TAVENÍ	27
4 STUDENÝ KELÍMEK	28
4.1 TAVENÍ VE STUDENÉM KELÍMKU	28
4.2 KONSTRUKČNÍ PŘEVODENÍ STUDENÉHO KELÍMKU	29
4.2.1 Studený kelímek s integrovaným induktorem	29
4.2.2 Segmentový studený kelímek	30
4.3 TAVENÍ ELEKTRICKY NEVODIVÝCH MATERIÁLŮ	31
4.3.1 Startovací fáze	31

4.3.2	<i>Proces tuhnutí</i>	31
4.4	TAVENÍ ELEKTRICKY VODIVÝCH MATERIÁLŮ	34
4.4.1	<i>Tavení titanu</i>	34
5	NUMERICKÝ MODEL	35
5.1	VYTVÁŘENÍ MODELU	35
5.1.1	<i>Geometrie modelu</i>	36
5.1.2	<i>„Element typ“ a materiálové parametry</i>	37
5.1.3	<i>Síťování modelu</i>	37
5.1.4	<i>Okrajové podmínky a řešení</i>	39
5.1.5	<i>Post-processing</i>	40
6	VÝSLEDKY ŘEŠENÍ	41
6.1	VÝSLEDKY S PEVNÝM INDUKTOREM	41
6.1.1	<i>Rozložení intenzity magnetického pole</i>	43
6.1.2	<i>Rozložení Jouleových ztrát</i>	44
6.1.3	<i>Rozložení vektorů proudové hustoty</i>	44
6.1.4	<i>Závěr</i>	45
6.2	VÝSLEDKY S POHYBLIVÝM INDUKTOREM.....	46
6.2.1	<i>Závěr</i>	48
7	HODNOCENÍ KRITÉRIEM 3E	49
7.1	ENERGETICKÉ HODNOCENÍ	49
7.2	EKONOMICKÉ HODNOCENÍ.....	50
7.3	EKOLOGICKÉ HODNOCENÍ.....	51
8	ZÁVĚRY PRO PRAXI	52
	ZÁVĚR	53
	SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	55
	POUŽITÝ SOFTWARE	56
	PŘÍLOHY	1

Seznam použitých symbolů a zkratk

Název	Značka	Rozměr
permeabilita	μ	H/m
permeabilita vakua	μ_0	H/m
relativní permeabilita	μ_r	-
permitivita	ε	F/m
permitivita vakua	ε_0	F/m
relativní permitivita	ε_r	-
intenzita magnetického pole	\mathbf{H}	A/m
intenzita elektrického pole	\mathbf{E}	V/m
vnucená intenzita elektrického pole	\mathbf{E}_v	V/m
elektrická indukce	\mathbf{D}	C/m ²
magnetická indukce	\mathbf{B}	T
proudová hustota	\mathbf{J}	A/m ²
vnucená proudová hustota	\mathbf{J}_v	A/m ²
vektorový mag. potenciál	\mathbf{A}	Wb/m
elektrický indukční tok	ψ	C
magnetický indukční tok	ϕ	Wb
proud	I	A
napětí	U	V
elektrická vodivost	γ	S/m
objemová hustota náboje	ρ	C/m ³
operátor nabla	∇	-
Laplaceův operátor	Δ	-
rychlost šíření vlny prostředím	v	m/s
rychlost světla ve vakuu	c	m/s
hloubka vniku na induk. proudů	a	m
rezistivita	ρ_e	$\Omega \cdot m$
frekvence	f	Hz
Poyntingův zářivý vektor	\mathbf{N}	W/m ²
magnetická energie	W_m	J
elektrická energie	W_e	J
úhlová frekvence	ω	rad/s
elektrický potenciál	φ	V
hustota plošného proudu	K_N	A/m

Seznam použitých obrázků

<i>Obr. 1.1: Vzájemná orientace vektorů H, E, N [1]</i>	18
<i>Obr. 2.1: Princip indukčního zařízení [1]</i>	22
<i>Obr. 2.2: Základní princip magnetohydrodynamiky kovů [3]</i>	23
<i>Obr. 3.1: Konstrukční uspořádání kelímkové pece [1]</i>	25
<i>Obr. 3.2: Konstrukční uspořádání kanálkové pece [1]</i>	26
<i>Obr. 3.3: Levitační tavení soustavou induktorů [3]</i>	27
<i>Obr. 4.1: Řez studeným kelímkem [3]</i>	28
<i>Obr. 4.2: Kelímkem s integrovaným induktorem [12]</i>	29
<i>Obr. 4.3: Segmentový studený kelímkem [9]</i>	30
<i>Obr. 4.4: Princip směrového tuhnutí [16]</i>	32
<i>Obr. 4.5: Princip zařízení na tažení křemíku [18]</i>	33
<i>Obr. 4.6: Zařízení pro tavení titanu [15]</i>	34
<i>Obr. 5.1: Geometrie nejmenší části kelímku</i>	36
<i>Obr. 5.2: Geometrie kelímku</i>	36
<i>Obr. 5.3: Model připravený k meshování</i>	37
<i>Obr. 5.4: Vymeshovaná vsázka</i>	38
<i>Obr. 5.5: Detail meshe induktoru</i>	38
<i>Obr. 5.6: Vymeshované části kelímku</i>	38
<i>Obr. 5.7: Mesh celého modelu</i>	38
<i>Obr. 5.8: Okrajové podmínky modelu</i>	39
<i>Obr. 5.9: Rozložení intenzity magnetického pole H [A/m]</i>	40
<i>Obr. 6.1: Znázornění řešeného problému</i>	41
<i>Obr. 6.2: Závislost celkových ztrát na počtu segmentů</i>	42
<i>Obr. 6.3: Podíl jednotlivých částí na ztrátách v závislosti na počtu segmentů</i>	43
<i>Obr. 6.4: Rozložení intenzity magnetického pole [A/m]</i>	43
<i>Obr. 6.5: Rozložení Jouleových ztrát [W/m^3]</i>	44
<i>Obr. 6.6: Rozložení vektorů proudové hustoty [A/m^2]</i>	44
<i>Obr. 6.7: Rozložení vektorů proudové hustoty [A/m^2] v části modelu</i>	45
<i>Obr. 6.8: Znázornění původně řešeného problému</i>	46
<i>Obr. 6.9: Závislost celkových ztrát na počtu segmentů - proměnlivá vzdálenost induktoru</i>	47
<i>Obr. 6.10: Podíl jednotlivých částí na ztrátách - proměnlivá vzdálenost induktoru</i>	47
<i>Obr. 7.1: Provázanost aspektů v hodnocení 3E</i>	49
<i>Obr. 8.1: CORIUM ve studeném kelímku [24]</i>	52

Úvod

V dnešní době se neustále zvyšuje využití indukčních ohřevů, ale běžně používané klasické indukční pece dosahují teplot maximálně 2000 °C, protože při vyšších teplotách se nadměrně opotřebovává keramický kelímek a docházelo by i ke kontaminaci vsázky. Pro dnešní technologie, vědu a průmysl je ale zapotřebí nové, ať už žárovečné materiály, nové materiály s vysokou teplotou tavení nebo extrémně čisté materiály pro letecký průmysl. Díky konstrukčnímu uspořádání studeného kelímku dochází ke ztuhnutí tenké vrstvy na okraji kelímku a nedochází ke kontaminaci vsázky. V kelímku lze dosáhnout teplot až 3000 °C. Takto vysoká teplota je obrovskou výhodou, protože výsledný materiál je velmi čistý a kvalitní.

V naší zemi je tato technologie poměrně nová, ale ve světě existuje již od 50. let. Nejvíce se touto technologií na experimentální úrovni zabývají univerzity v Hannoveru a Petrohradu. Zařízení se studeným kelímek jsou vždy individuální záležitost, takže se navrhuje přímo na konkrétní problém, liší se konstrukčním uspořádáním a je určena pro speciální aplikace. Především se používá pro tavení vysoce reaktivních materiálů, jako je například titan. Dále se tato technologie používá pro elektricky nevodivé materiály. Velmi významnou roli hraje při zatavování radioaktivních odpadů do skleněných matric - vitrifikace.

V první části diplomové práce je uvedena nutná teorie pro indukční ohřev, jako jsou Maxwellovy a vlnové rovnice, hloubka vniku, Poyntingův zářivý vektor a okrajové podmínky. Další část je zaměřena na samotný indukční ohřev, elektromagnetické míchání, levitační tavení a také klasické kelímkové a kanálkové pece používané v indukčním ohřevu.

Následuje samotný studený kelímek, kde je popsána jeho konstrukce, ať už kelímku segmentového nebo s integrovaným induktorem. Jsou zde uvedeny i možnosti aplikace této technologie a to tavení elektricky vodivých materiálů a nevodivých materiálů včetně nutné startovací fáze a také výsledné krystalizace materiálu.

Cílem této práce je vytvoření numerického modelu segmentového studeného kelímku, se segmentem čtvercového průřezu, pro tavení titanu. Tento model jsem vytvářel v programu využívající metodu konečných prvků ANSYS. Následně jsem se zabýval hlubším prozkoumáním vlivu velikosti hrany segmentu na přenášené množství energie do vsázky a také na ztráty v jednotlivých komponentech kelímku a to pro různý počet segmentů. Pro porovnání jsou zde uvedeny i výsledky s jiným konstrukčním uspořádáním studeného kelímku. Nakonec jsem studený kelímek zhodnotil kritériem 3E a také uvedl praktické aplikace.

1 Teorie elektromagnetické pole

1.1 Maxwellovy rovnice

Maxwellovy rovnice tvoří základ makroskopické elektrodynamiky a popisují elektromagnetické pole v každém bodě prostoru nebo oblasti. Tyto rovnice popsal v roce 1826 skotský fyzik a matematik James Clerk Maxwell. Dají se zapsat v integrálním nebo diferenciálním tvaru. V integrálním tvaru popisují elektromagnetické pole v jisté oblasti a v diferenciálním tvaru v určitém bodu této oblasti. [6]

První Maxwellova rovnice - zákon celkového proudu - Ampérův zákon

Integrální tvar:

$$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = \mathbf{I} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (1.1)$$

Diferenciální tvar:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.2)$$

Druhá Maxwellova rovnice - Faradayův indukční zákon

Integrální tvar:

$$\oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1.3)$$

Diferenciální tvar:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Třetí Maxwellova rovnice - Gaussův zákon elektrostatiky

Integrální tvar:

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \quad (1.7)$$

Diferenciální tvar:

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (1.8)$$

Čtvrtá Maxwellova rovnice - zákon kontinuity indukčního toku

Integrální tvar:

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (1.9)$$

Diferenciální tvar:

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (1.10)$$

1.2 Odvození vlnových rovnic [8]

1.2.1 Odvození rovnice vlnění pro intenzitu \mathbf{E} v nevodivém prostředí:

Derivací rovnice (1.2) podle času a dosazení do rovnice (1.4)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \mathbf{H}) = \text{rot } \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.11)$$

Z rovnice (1.4)

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \text{rot } \mathbf{E} \quad (1.12)$$

Rotace rovnice (1.12)

$$\text{rot } \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \text{rot } \text{rot } \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.13)$$

$$\text{rot } \text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.14)$$

Použitím rovnice

$$\text{rot } \text{rot } \mathbf{E} = \text{grad } \text{div } \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.15)$$

Protože $\text{div } \mathbf{E} = 0$, bude

$$\text{rot } \text{rot } \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.16)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right] [V/cm] \quad (1.18)$$

Analogicky pro složku magnetickou

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right] [A/cm] \quad (1.19)$$

Rovnice vlnění (1.18) a (1.19) pro elektrickou a magnetickou složku mají na levé straně druhou derivaci vektoru \mathbf{E} a \mathbf{H} podle času a na pravé straně mají Laplaceův operátor stejného vektoru. Součinitel na pravé straně značí čtverec postupné rychlosti šíření v nevodivém prostředí, ta je dána vztahem (1.20).

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \quad (1.20)$$

1.2.2 Odvození rovnice vlnění pro složku H ve vodivém prostředí:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} \quad (1.21)$$

Z rovnice (1.12) určíme E a dosadíme do (1.4)

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \operatorname{rot} \mathbf{H} \quad (1.22)$$

Rotace rovnice (1.22)

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.23)$$

Použitím rovnice

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1.24)$$

Protože $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$, bude

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\nabla^2 \mathbf{H} \quad (1.25)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \mu_0 \mu_r} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right] [A/cm] \quad (1.27)$$

Pro složku elektrickou

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \mu_0 \mu_r} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right] [V/cm] \quad (1.28)$$

V polárním souřadnicovém systému má Laplaceův operátor tvar

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.29)$$

Uvažuje-li se osově symetrický válec, pak intenzita \mathbf{H} nezávisí na úhlu natočení ϕ , ani na souřadnici z

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} + \left(\frac{\omega}{v} \right)^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.31)$$

označí-li se součinitel při \mathbf{H} znakem k^2 a rovnice se tímto součinitelem vydělí

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial (rk)^2} + \frac{1}{(rk)} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial (rk)} + \mathbf{H} = 0 \quad (1.32)$$

$$\mathbf{H} = C_1 J_0(kr) + C_2 N_0(kr) \quad (1.33)$$

Rovnice (1.32) je Besselova rovnice, která popisuje vlnění přes intenzitu magnetického pole osově symetrické úlohy.

[6], [8]

1.3 Hloubka vniku

Hloubka, ve které klesne hustota proudu na hodnotu $1/e = 0,368$, se nazývá hloubka vniku a , je dána výrazem rovnicí (1.34)

$$a = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}} [m] \quad (1.34)$$

Úpravou rovnice (1.29)

$$a = 503 \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}} [mm] \quad (1.35)$$

Ze vztahu (1.35) je vidět, že čím je vyšší frekvence, tím je hloubka vniku a menší.

Od povrchu materiálu do hloubky vniku a se vyvine 86,5% celkového tepla, do hloubky $2a$ 98,2% a do hloubky $3a$ se vyvine 99,7% celkového tepla. Volbou vhodné frekvence lze dosáhnout například toho, že se ohřeje pouze tenká vrstva na povrchu, naopak při nízké frekvenci se ohřeje celá vsázka. Toho lze využít například při povrchových úpravách kovů, jako je kalení.

Aby se vsázka rovnoměrně prohřála, je ekonomicky výhodné volit parametry, aby průměr vsázky byl *3,5krát* větší než hloubka vniku a . Pro indukční ohřev se v praxi používají frekvence od 50 Hz do několika MHz. Napájení indukčních zařízení je provedeno pomocí tyristorových, tranzistorových, elektronkových frekvenčních měničů nebo dříve používaných rotačních měničů.

[2], [5]

1.4 Poyntingův zářivý vektor [8]

Poyntingův zářivý vektor N [W/m^2] určuje hustotu a směr toku elektromagnetické energie v prostoru. Při odvozování Poyntingova vektoru se vychází z definice množství elektromagnetické energie v jednotkovém objemu prostoru. Hledaný zářivý vektor je roven zápornému časovému úbytku celkového množství energie v uvažovaném objemu V . Množství magnetické a elektrické energie v daném objemu V je dáno výrazy (1.36) a (1.37).

$$W_m = \frac{1}{2} \int_0^V \mathbf{B} \mathbf{H} dV = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \int_0^V \mathbf{H}^2 dV \quad (1.36)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_0^V \mathbf{D} \mathbf{E} dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \int_0^V \mathbf{E}^2 dV \quad (1.37)$$

Vektory \mathbf{B} a \mathbf{D} značí magnetickou a elektrickou indukci.

Úbytek energie za jednotku času v daném objemu V bude dán výrazy 1.38 a 1.39

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = - \int_0^V \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \mathbf{H}^2 \right\} dV \quad (1.38)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = - \int_0^V \left\{ \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right\} dV \quad (1.39)$$

Z 1. a 2. Maxwellovy rovnice si vyjádříme výrazy

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} - \gamma \mathbf{E} \quad (1.40)$$

$$\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (1.41)$$

Výrazy (1.40) a (1.41) dosadíme do rovnice (1.39)

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = \int_0^V \{ \gamma \mathbf{E}^2 + (\nabla \times \mathbf{E}) \mathbf{H} - (\nabla \times \mathbf{H}) \mathbf{E} \} dV \quad (1.42)$$

Výraz (1.42) můžeme přepsat do tvaru

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = \int_0^V \{ \gamma \mathbf{E}^2 + \text{div } \mathbf{E} \times \mathbf{H} \} dV \quad (1.43)$$

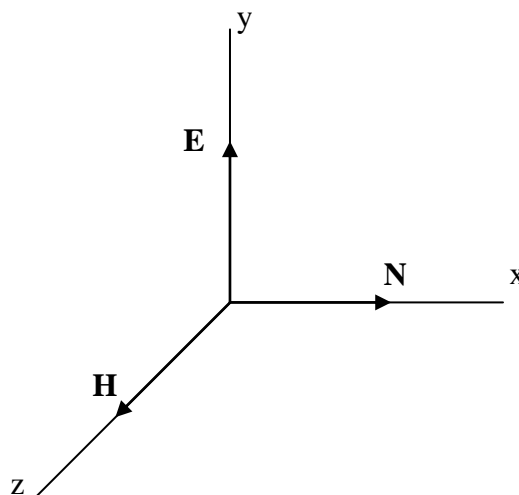
Podle Gaussovy - Ostrogradského poučky nahradíme objemový integrál integrálem plošným

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = \int_0^V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \oint_V \mathbf{E} \times \mathbf{H} dA = \int_0^V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \oint_A \mathbf{N} dA \quad (1.44)$$

Výraz (1.44) určuje úbytek elektromagnetické energie za jednotku času v uvažovaném objemu V . První člen na pravé straně rovnice udává množství elektromagnetické energie, která se v tomto objemu za jednotku času přemění v teplo. Druhý člen udává množství elektromagnetické energie, které z objemu vystoupí povrchem za časovou jednotku. Množství energie, které je vyzařováno plochou, je hledaný Poyntingův zářivý vektor.

$$\mathbf{N} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (1.45)$$

Tok energie se děje ve směru \mathbf{N} . Hustota toku energie je množství energie, které proteče za časovou jednotku, jednotkovou plochou kolmou ke směru šíření. Obecně je zářivý vektor \mathbf{N} určen vektorovým součinem vektorů \mathbf{E} a \mathbf{H} v uvažovaném místě a jeho velikost je dána plochou rovnoběžníku, který je určen vektory \mathbf{E} a \mathbf{H} . Směr vektoru \mathbf{N} je kolmý k ploše tohoto rovnoběžníku. Znázornění vektorů je vidět na *Obr. 1.1* [8]



Obr. 1.1: Vzájemná orientace vektorů \mathbf{H} , \mathbf{E} , \mathbf{N} [1]

1.5 Elektrodynamický potenciál

Při definování potenciálových veličin je výhodné vycházet ze čtvrté Maxwellovy rovnice (1.10). Z této rovnice plyne, že vektorové pole magnetické indukce je nezářivé. Pro popis tohoto pole se používá vektorový potenciál \mathbf{A} , který je definován následujícím vztahem. [8]

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.46)$$

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A} \quad (1.47)$$

Dosadí-li se tento vztah do druhé maxwellovy rovnice (1.4)

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\operatorname{rot}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (1.48)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + \operatorname{rot}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.49)$$

$$\operatorname{rot}\left(\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (1.50)$$

Výraz v závorce v rovnici (1.50) má nulovou rotaci, takže ho lze vyjádřit jako gradient skalárního potenciálu ϕ .

$$\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad}\phi \quad (1.51)$$

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (1.52)$$

Materiálové vztahy

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \quad (1.53)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (1.54)$$

$$\mathbf{J} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_v) = \gamma\mathbf{E} + \mathbf{J}_v \quad (1.55)$$

Dosazením rovnic (1.47) a (1.52) do první (1.2) a třetí (1.8) Maxwellovy rovnice se získá rovnice (1.56), která popisuje elektromagnetické pole pouze na základě potenciálů \mathbf{A} a ϕ .

$$\operatorname{rot}\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A} + \gamma\left(\operatorname{grad}\phi + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right) + \varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left(\operatorname{grad}\phi + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right) = \mathbf{J}_v \quad (1.56)$$

$$\operatorname{div}\left(\varepsilon\left(\operatorname{grad}\phi + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right)\right) = -\rho \quad (1.57)$$

Uvažuje-li se kvazistacionární pole, lze zanedbat Maxwellův proud a je-li ε homogenní a izotropní potom

$$\operatorname{div}\left(\operatorname{grad} \varphi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.58)$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \varphi) + \operatorname{div}\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.59)$$

$$\Delta \varphi + \left(\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \mathbf{A}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.60)$$

Jestli se bude předpokládat, že $\rho=0$ v celém prostoru a použije se Coulombova kalibrační podmínka $\operatorname{div} \mathbf{A}=0$

$$\Delta \varphi + \left(\frac{\partial}{\partial t} 0\right) = 0 \quad (1.61)$$

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \gamma \left(\operatorname{grad} 0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) + 0 = \mathbf{J}_v \quad (1.62)$$

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_v \quad (1.63)$$

Rovnice (1.63) se nechá ještě dále upravit, ale pro řešení s nelineární permeabilitou je výhodnější tvar bez úprav.

Upravená rovnice pro kvazi-stacionární pole s konstantní permeabilitou

$$-\Delta \mathbf{A} + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mu \mathbf{J}_v \quad (1.64)$$

Upravená rovnice pro stacionární pole s konstantní permeabilitou

$$-\Delta \mathbf{A} = \mu \mathbf{J}_v \quad (1.65)$$

1.6 Podmínky na rozhraní

Celý počítaný model se obvykle skládá z více oblastí, které mají různé materiálové vlastnosti. Hranice sousedních oblastí s různými materiálovými vlastnostmi nelze považovat za regulární body a neplatí na nich odvozené diferenciální rovnice. Pro tyto hranice platí

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 \quad (1.66)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \operatorname{rot}_t \mathbf{A}_1 - \frac{1}{\mu_2} \operatorname{rot}_t \mathbf{A}_2 = K_N \quad (1.67)$$

Z tohoto důvodu musíme u těchto modelů zadávat také podmínky pro body tvořící hranici Γ u počítaného modelu. Běžně používanými okrajovými podmínkami jsou Neumannova a Dirichletova okrajová podmínka. [8]

1.7 Okrajové podmínky

1.7.1 Neumannova podmínka

Neumannova podmínka udává derivaci \mathbf{A} podle vnější normály hranice.

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}}(\Gamma, t) = f(\Gamma, t)$$

f - požadovaná hodnota derivace dle vnější normály

Tato podmínka určuje velikost tečné složky vektoru \mathbf{B} , je-li tato podmínka rovna nule, má vektor $\mathbf{B}(\Gamma, t)$ směr normály k hranici. Toho lze využít u symetrických úloh, je-li známo, že siločáry budou hranicí procházet v kolmém směru. [8]

1.7.2 Dirichletova podmínka

Dirichletova podmínka udává přímo velikost počítané veličiny v každém bodě hranice Γ .

$$\mathbf{A}(\Gamma, t) = \mathbf{A}_\Gamma(\Gamma, t) \quad (1.67)$$

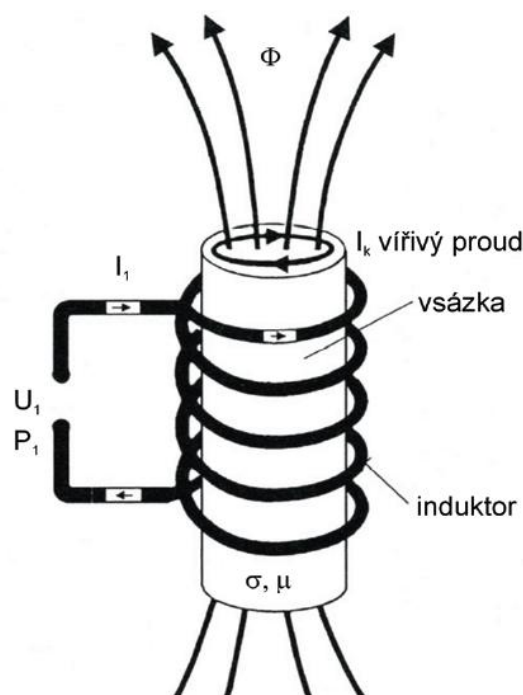
\mathbf{A} - neznáma hodnota vektorového potenciálu

\mathbf{A}_Γ - zadaná hodnota vektorového potenciálu pro body hranice Γ

Tato podmínka také určuje derivaci vektorového potenciálu v kterémkoli směru tečném k hranici Γ , tím také určuje i normálovou složku rotace \mathbf{A} , což je normálová složka magnetické indukce. Pomocí Dirichletovy podmínky lze zadat požadovanou hodnotu normálové magnetické indukce \mathbf{B}_N . Zadáme-li \mathbf{A}_Γ jako konstantní na určité části hranice, pak bude \mathbf{B}_N na této části nulové. Lze toho využít hlavně u symetrických modelů, je-li hranice totožná se siločárou. [8]

2 Indukční ohřev

Indukční ohřev materiálů je pokroková technologie, která se využívá v různých oblastech průmyslu. Mezi hlavní výhody indukčního ohřevu patří možnost řízení intenzity ohřevu a rozložení teploty. Další výhodou je, že nejsou při ohřevu ohroženy povrchové vrstvy jako při ohřevu plamenem a nevznikají žádné produkty spalování, které mohou být toxické. Indukční zařízení je v podstatě vzduchový transformátor. Primární stranu tvoří cívka, kterou prochází střídavý proud, a sekundární stranu tvoří vsázka, která představuje závit nakrátko a přijímá elektromagnetické vlnění vyzařené cívkou. [1], [5]



Obr. 2.1: Princip indukčního zařízení [1]

Důležitou součástí každého zařízení pro indukční ohřev je induktor, obvykle bývá zhotoven z dutého měděného vodiče, kterým protéká chladicí kapalina. Induktor může být lineární, plochý nebo válcový. Geometrické uspořádání induktoru musí být takové, aby zaručovalo co nejtěsnější elektromagnetickou indukční vazbu. Pro co nejlepší uspořádání může být induktor doplněn nástavci z plechů nebo feritu. [2]

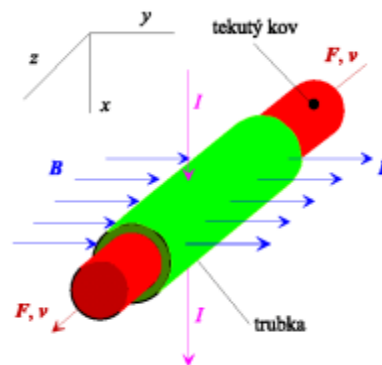
2.1 Procesy v kovech řízené elektromagnetickým polem

Ve dvacátých letech minulého století se začaly zkoumat možnosti řízení či ovlivňování procesů v tekutých kovech. Živelný rozvoj v této oblasti nastal v padesátých a šedesátých letech a byly položeny základy technologií, jako je dávkování, odlévání, míchání a přečerpávání tekutých kovů. Ve všech těchto případech se však jednalo o zpracovávání menšího množství materiálu, i tak byla zařízení velmi nákladná a nepříliš efektivní.

V osmdesátých letech bylo pro zmíněné procesy přijato označení magnetohydrodynamika.

V současné době se zmíněné procesy (odlévání, míchání, čerpání) používají při výrobě oceli, hliníku a jiných technických kovů. Jiné procesy, jako je levitační tavení, jsou však stále finančně náročné a jsou spíše pro speciální použití.

Základní princip magnetohydrodynamiky kovů je znázorněn na Obr. 2.2



Obr. 2.2: Základní princip magnetohydrodynamiky kovů [3]

Magnetohydrodynamické jevy v tekutých kovech jsou způsobeny vnějším, zpravidla prostorově či časově proměnným elektromagnetickým polem, jeho rozložení je popsáno Maxwellovými rovnicemi. V elektricky vodivé tavenině se indukují vířivé proudy, které následně vyvolávají Jouleovy ztráty a oteplení. Průběh oteplení je popsán Fourierovou-Kirchhoffovou rovnicí. Všechny výše zmíněné rovnice jsou parciální diferenciální, většinou nelineární a nestacionární a jsou spřázeny pomocí funkcí teplotně závislých parametrů (elektrická a tepelná vodivost, měrná hmotnost, magnetická permeabilita, měrné teplo, apod.) Jednoznačnost rovnic musí být zajištěna okrajovými podmínkami, ale jejich stanovení není jednoduché. Pro řešení okrajových podmínek se používají výpočetní programy, jako je ANSYS nebo FLUENT, které dokážou řešit i trojrozměrné modely. [3], [4]

2.2 Elektromagnetické míchání

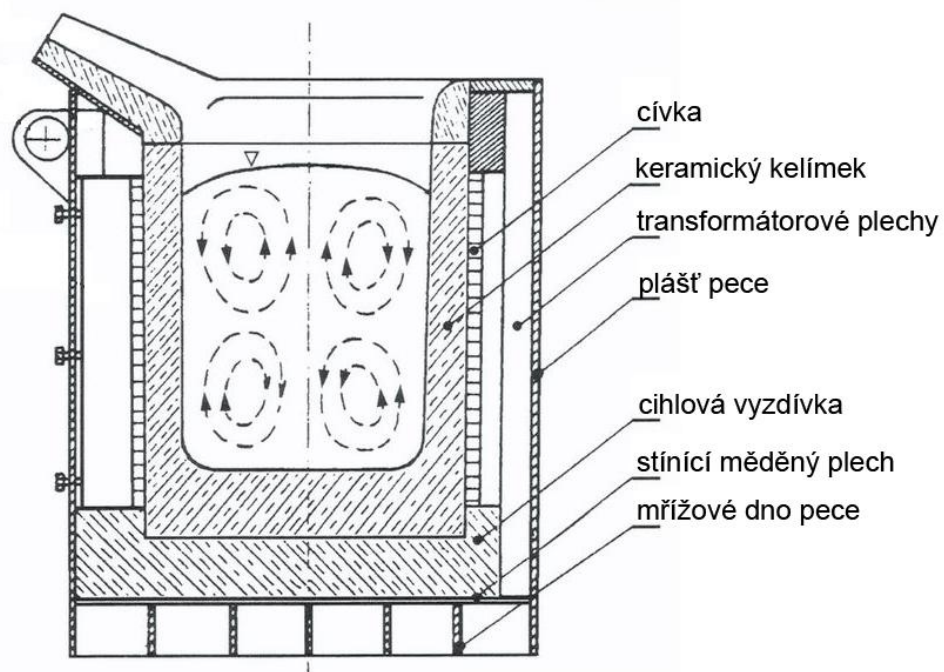
Elektromagnetické míchání se v dnešní době používá k homogenizaci různých kovových slitin i čistých kovů během odlévání, kdy pohyb taveniny pozitivně ovlivňuje metalurgickou strukturu odlitku. Kovy se v dnešní době odlévají především spojitým nebo částečně spojitým způsobem. Tento způsob spočívá v tažení ingotu z chladnoucí taveniny, která se průběžně doplňuje ze zásobníku. U kovů, jako je měď nebo hliník, má tavení tvar polokoule, u oceli má tvar kužele délky i několik metrů.

Během tuhnutí materiálů vznikají nepříznivé jevy, protože legury mají tendenci vytěšňovat se z legovaného kovu, což vede k nehomogenní struktuře odlitku. V povrchových vrstvách díky tomu vznikají bubliny, které obsahují oxid uhelnatý. Vnitřní bubliny vznikají díky smršťování materiálu během chladnutí. Všechny uvedené nežádoucí jevy lze potlačit mícháním. Elektromagnetické míchání lze přirovnat k principu indukčního motoru, kdy otáčející se magnetické pole je vytvořeno cívkami a tavenina potom působí jako rotor a proudí v obvodovém směru. Další způsobem je míchání taveniny střídavým polem generovaným induktorem. [3], [4]

3 Zařízení pro indukční ohřev

3.1 Kelímkové pece

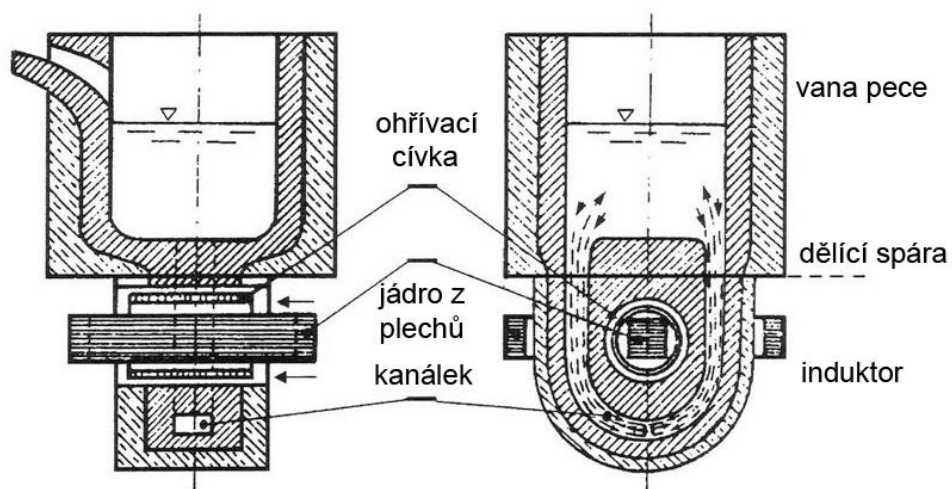
Konstrukčně se kelímková pec sestává z keramického kelímku, který je ovinut cívkou. Tato cívka bývá tvořena dutým měděným vodičem obdélníkového průřezu, který je chlazen vodou. Vodičem prochází proud zvýšeného nebo síťového kmitočtu. Aby se díky magnetické indukci nezažhřivaly i okolní nosné konstrukce, je potřeba opatřit pec stínícím pláštěm z vodivého materiálu nebo transformátorovými plechy. Tento druh kelímkových pecí se používá k výrobě kvalitních ocelí a speciálních slitin. Kelímková pec je znázorněna na *Obr. 3.1.* [1]



Obr. 3.1: Konstrukční uspořádání kelímkové pece [1]

3.2 Kanálkové pece

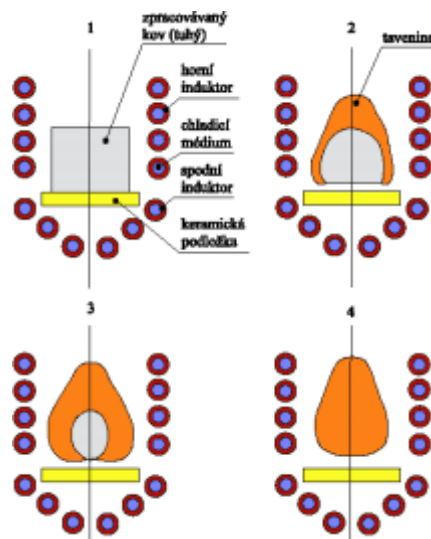
Indukční kanálková pec je transformátor s uzavřeným železným jádrem, kde primární cívka je připojená na síť a sekundární stranu tvoří roztavený kov v kanálku. Tyto pece se používají na tavení mědi, hliníku a jejich slitin. Při odlévání se v peci ponechává asi třetina vsázky, která zaplňuje kanálek a dno pece. U tohoto druhu pecí teplo vzniká jen ve vsázce, která se nachází v kanálku. Vsázka je z kanálku vytlačována působením elektrodynamického tlaku, je-li kanálek svislý, pomáhá pronikání kovu z kanálu i rozdíl teplot. Nevýhodou této pece je například nutnost při prvním tavení vlévat již roztavený materiál, další nevýhodou je udržování pece na pracovní teplotě. Kanálková pec je znázorněna na *Obr. 3.2.* [1]



Obr. 3.2: Konstrukční uspořádání kanálkové pece [1]

3.3 Levitační tavení

Tato technologie je velmi podobná tavení ve studeném kelímku a využívá se především v menších měřítkách (kilogramy až desítky kilogramů). Tato technologie se využívá pro slitiny obsahující hliník, titan, zirkon a pro kosmický, letecký a lékařský průmysl. Při levitačním tavení je možné použít velké množství konfigurací cívek. Na *Obr. 3.3* je znázorněna konfigurace se dvěma cívkami, kde dolní cívka zajišťuje především levitaci a horní cívka ohřev. Na obrázku jsou rovněž zachyceny jednotlivé fáze tavení.



Obr. 3.3: Levitační tavení soustavou induktorů [3]

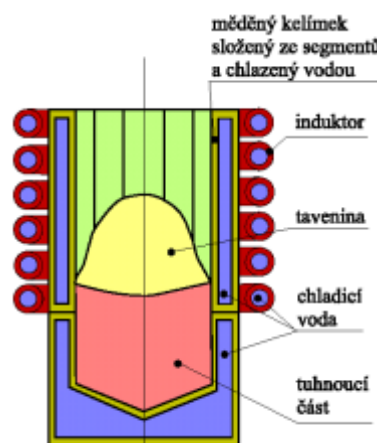
Uspořádání na *Obr. 3.3* je osově symetrické, má však jednu podstatnou nevýhodu, a to, že levitační síly působí jen ve vnějších vrstvách taveniny a v blízkosti osy jsou v podstatě nulové, proto lze zpracovávat jen malé množství materiálu. [3], [7]

4 Studený kelímek

4.1 Tavení ve studeném kelímku

Stejně jako levitační tavení je i tato technologie velmi progresivní a použití je podobné s touto technologií. Levitační tavení i tavení ve studeném kelímku má mnoho společných znaků, proto se k jejich simulaci přistupuje na základě podobných modelů.

Hlavní výhodou tavení ve studeném kelímku je, že roztavený kov nepříjde do styku s kelímkem a neznečistí ho, protože vzniká tenká vrstva tuhého kovu po stranách kelímku. Během ohřevu dochází v tavenině k pohybu částic, tím lze připravovat i velice čisté a homogenní slitiny a také řídit velké množství parametrů slitin. Další výhodou je nepřítomnost škodlivých plynů a kyslíku, protože tavení probíhá ve vakuu nebo inertní atmosféře. Řez studeným kelímkem je znázorněn na *Obr. 4.1*.



Obr. 4.1: Řez studeným kelímkem [3]

Existuje však velké množství materiálů, které nelze touto technologií zpracovávat. Jde především o slitiny, které obsahují větší množství zlata, stříbra nebo mědi a také vysoce reaktivní kovy (Sb, Mg). [3], [7]

4.2 Konstrukční provedení studeného kelímku

Studený kelímek se skládá většinou z dutých měděných dílů, kolem kterých jsou umístěny závity induktoru, kterým prochází střídavý proud o frekvenci 90 kHz až 5 MHz. Elektromagnetické pole indukuje ve vsázce vířivé proudy, které se uzavírají přímo uvnitř vsázky a ohřívají ji. Měděné díly nádoby kelímku jsou stejně jako induktor vnitřně chlazeny vodou. Díky chlazení vzniká na okraji kelímku ztuhlá vrstva materiálu, tzv. skull. Pracovní teplota kelímku a ztuhlé vrstvy se pohybuje okolo 100 °C, i když teplota uvnitř kelímku dosahuje až 3000 °C. V dnešní době se používají dva druhy studených kelímků, a to s integrovaným induktorem a segmentový studený kelímek. [11], [12]

4.2.1 Studený kelímek s integrovaným induktorem

U tohoto typu studeného kelímku je kelímek přímo tvořen jedním závitem cívky, tento závit je intenzivně chlazen vodou stejně tak jako dno kelímku. Je-li potřeba, je možné umístit více segmentů nad sebe, toho se využívá především pro tavení špatně elektricky vodivých materiálů. Tímto způsobem se zpracovávají oxidy, keramika a sklo, u kterých je teplota tání vyšší než 2000°C. Díky intenzivnímu chlazení induktoru, který zároveň tvoří kelímek, vzniká po obvodu vsázky tenká ztuhlá vrstva taveného materiálu. Tento typ studeného kelímku má vyšší energetickou účinnost a nižší ztráty. Nevýhodou této konstrukce je nemožnost oddělení induktoru od samotného kelímku. [11], [12]

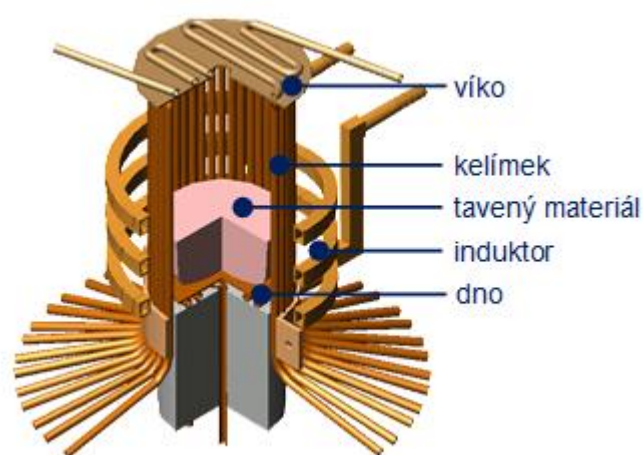


Obr. 4.2: Kelímek s integrovaným induktorem [12]

4.2.2 Segmentový studený kelímek

Konstrukčně je tento kelímek tvořen z měděných segmentů, které jsou intenzivně chlazené vodou. Tvar těchto segmentů je obdélníkový nebo kruhový a ve spodní části jsou tyto segmenty napojeny na přívodní a zpětné potrubí, které slouží k přívodu a odvodu vody. Induktor bývá zhotovený z dutého měděného vodiče, který je také intenzivně chlazený vodou a má zpravidla více než jeden závit. Dno kelímku je zhotoveno z mědi s integrovaným chladičím systémem. Mezera mezi segmenty bývá okolo 1 mm, protože menší mezeru je možné jen těžko konstrukčně vyřešit, avšak tato velikost stačí k tomu, aby se tavenina nedostala přes segmenty k induktoru. Tvar segmentů nemá vliv na funkčnost kelímku, ale jelikož je konstrukčně technicky náročné vyrobít vodiče obdélníkového průřezu, tak bývají segmenty převážně kruhového průřezu. Z důvodu působení velkých tlaků uvnitř kelímku je vhodné, aby tloušťka stěny segmentů byla minimálně 1,5 mm a vnitřní průměr by neměl být menší než 4 mm.

V praxi se běžně používají kelímky, které mají i několik desítek segmentů. Segmentový studený kelímek je vhodný pro tavení oxidů a elektricky vodivé vsázky. Při tavení špatně elektricky vodivých materiálů se dosahuje energetické účinnosti až 95%. Při tavení elektricky nevodivých materiálů je problém s nastartováním tavení, protože tyto materiály nelze indukčně ohřívat od pokojové teploty a je nutné nějakým způsobem tavení nastartovat. Nastartování se řeší pomocí přidáním takového materiálu, který lze roztavit za daných počátečních podmínek. Od roztaveného startovacího materiálu se začne tavit celá vsázka. [7], [9], [10]



Obr. 4.3: Segmentový studený kelímek [9]

4.3 Tavení elektricky nevodivých materiálů

Doposud popisované metody byly použitelné pouze u kovových, lépe řečeno elektricky vodivých materiálů. Studený kelímek se používá především pro tavení materiálů se špatnou elektrickou vodivostí, jako je například sklo nebo oxidy kovů. Tyto materiály nelze ohřívat indukčně přímo z pokojové teploty, proto je nutné jejich teplotu nejprve zvýšit.

4.3.1 Startovací fáze

První možností zvýšení teploty vsázky je přidání startovacího materiálu, který lze indukčně ohřívat z pokojové teploty. Nevýhodou této metody je možnost kontaminace vsázky startovacím materiálem, je proto nutné startovací materiál volit dle chemického sloučení vsázky. Ideálním příkladem je například jako startovací materiál použít zinek při tavení oxidu zirkoničitého.

Druhou možností je materiál, který se po natavení vsázky vyjme, nastává však problém při vyjímání materiálu, jelikož tavení probíhá ve vakuu nebo v inertní atmosféře. V některých případech je možné použít i materiál, který vsázku ovlivní a přidává se ho jen malé množství, nebo když na jeho přítomnosti nezáleží, například vitrifikace jaderných odpadů.

Třetí možností ohřevu vsázky je přímý ohřev vsázky plamenem, negativní vlastností této metody jsou spaliny hořáku, které mohou opět způsobit znečištění vsázky. Dalším druhem ohřevu může být ohřev pomocí laseru, elektrického oblouku, odporový ohřev.

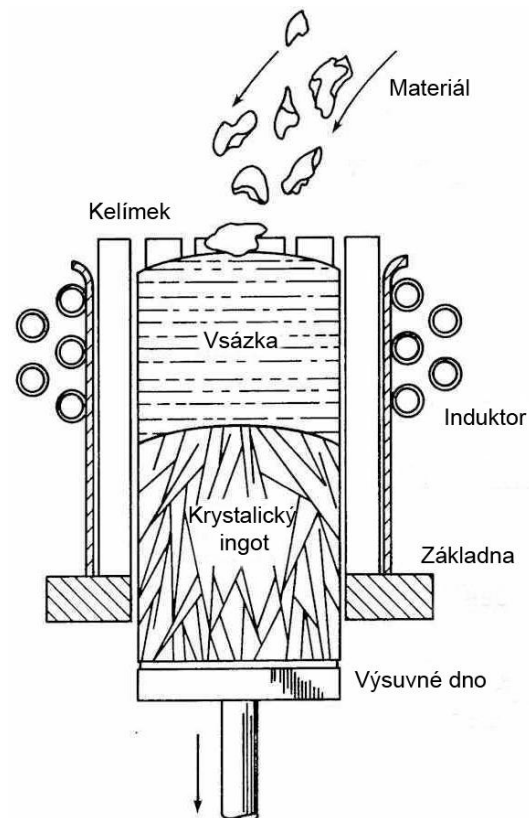
[11], [12], [15]

4.3.2 Proces tuhnutí

Po roztavení materiálu a dosažení požadovaných hodnot, nastává fáze ochlazování, která může probíhat několika způsoby. Po přímém odpojení zdroje, nebo po postupném snížení výkonu zdroje nastává proces krystalizace. Nejčastějšími způsoby krystalizace jsou metoda směrového tuhnutí a Czochralského metoda.

4.3.2.1 Směrové tuhnutí

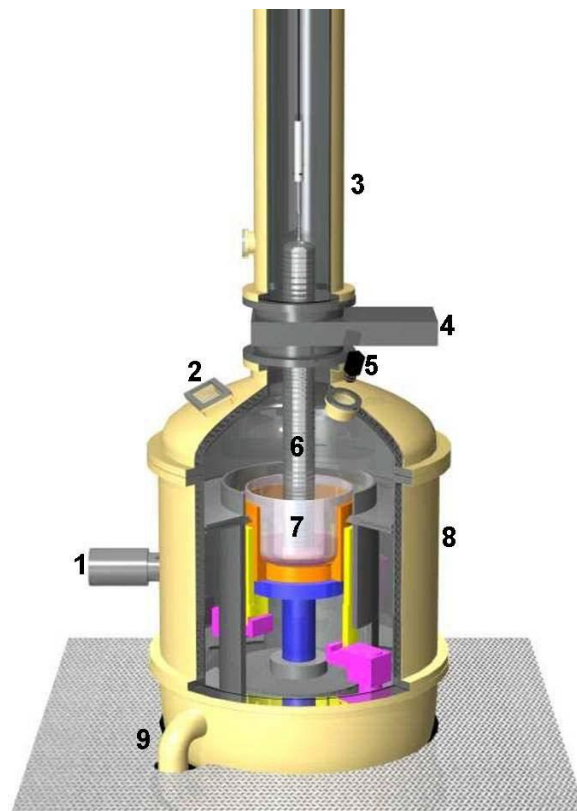
V 80. letech minulého století společnost Siliconsultant objevila a patentovala technologii směrového tuhnutí pro křemík. Tento způsob tuhnutí křemíku je velmi efektivní, a to díky snadnému přenosu tepla do studeného prostředí. Nevýhodou je ale menší velikost zrn z důvodu rychlého ochlazení. Největší předností této technologie je výsledná čistota křemíku. Na Obr. 4.4 je znázorněn princip této metody. [16]



Obr. 4.4: Princip směrového tuhnutí [16]

4.3.2.2 Czochralského metoda

Tato metoda spočívá v tažení monokrystalického křemíku z předem připraveného polykrystalického křemíku o čistotě řádově ppm. Pro tažení se využívají zařízení, tzv. „tažičky“ (pullery). Toto zařízení se skládá z křemenného kelímku, který je podepřen ještě kelímkem grafitovým. Dalšími součástmi je přívod a odvod inertní atmosféry a také nezbytný ohřev. Dále toto zařízení obsahuje mechanismus zajišťující tažení křemíku, to může být zajištěno lankem nebo hřídelí. Princip tažičky je znázorněn na *Obr. 4.5.* [17], [18]



Obr. 4.5: Princip zařízení na tažení křemíku [18]

Popis *Obr. 4.5:*

1 - spodní pyrometr	4 - oddělovací klapka	7 - křemenný kelímek
2 - průzor do tažičky	5 - horní pyrometr	8 - dolní procesní komora
3 - horní komora	6 - tažený krystal	9 - odtaž plyných zplodin

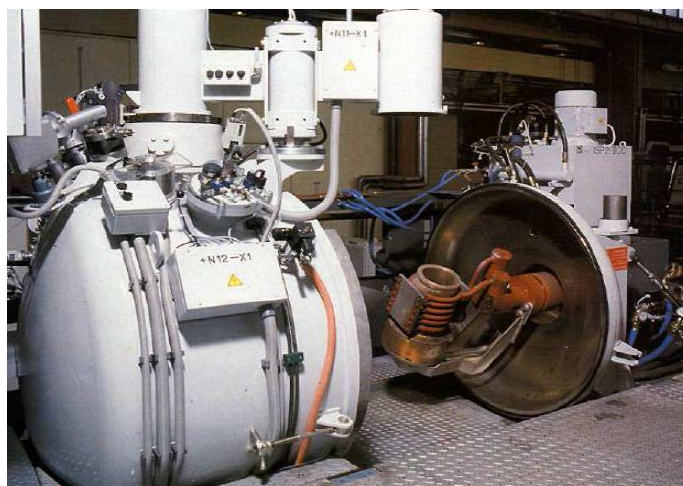
4.4 Tavení elektricky vodivých materiálů

V případě tavení elektricky vodivých materiálů odpadá náročná startovací fáze, a to díky dostatečné konduktivitě při pokojové teplotě a tedy možnosti naindukování vířivých proudů do vsázky. Při tavení feromagnetických materiálů a jejich sloučenin, je nutné počítat s Curieovým bodem, kdy klesá permeabilita na hodnotu permeability vakua, dále je také nutné sledovat závislost měrného odporu. Obě tyto vlastnosti ovlivňují hloubku vniku a se zvětšující se hloubkou vniku by mohlo dojít k průžařnosti vsázky.

Konstrukčně se pro tavení elektricky vodivých materiálů více hodí kelímek segmentový. Pro tavení se používají nižší frekvence napájecího napětí než u tavení elektricky nevodivých materiálů, tyto frekvence se pohybují od 10 do 30 kHz, elektrická účinnost je také nižší ($\eta < 0,5$). Z důvodu čistoty a kvality výsledného materiálu se většina materiálů taví v ochranné atmosféře nebo ve vakuu. [12], [15]

4.4.1 Tavení titanu

Nejčastěji se pomocí studeného kelímku taví titan, který má jedinečné vlastnosti, které umožňují použití v určitých aplikacích, kde nelze použít jiné kovy. Jeho hlavní výhodou je vysoká pevnost v poměru k jeho hmotnosti. Slitiny titanu se využívají v lékařství, letectví a automobilovém průmyslu. Díky jeho odolnosti proti korozi je také využíván v chemickém průmyslu. Nevýhodou použití titanu je jeho vysoká cena odlitků, která je mnohdy i několikrát vyšší než u odlitků z nerezové oceli.



Obr. 4.6: Zařízení pro tavení titanu [15]

Dříve byl titan taven v klasickém keramickém kelímku, kde ale docházelo, díky jeho reaktivnosti s kyslíkem a dusíkem, ke zvyšování obsahu těchto prvků a následné křehkosti výsledného produktu. V dnešní době se taví především ve vakuu a odlévá se do speciálních nereaktivních forem, které jsou také velmi finančně nákladné (slitiny zirkonia, thoria a yttria). Zařízení na tavení titanu ve vakuu je na *Obr. 4.6*.

Tavení titanu ve studeném kelímku umožňuje snadné legování, protože materiál může být přidán přímo do taveniny a nabízí vysokou homogenitu slitin díky magnetickému míchání. Ve výsledku je tavení titanu pomocí studeného kelímku i levnější a kvalitnější než tavení ve vakuu. [19]

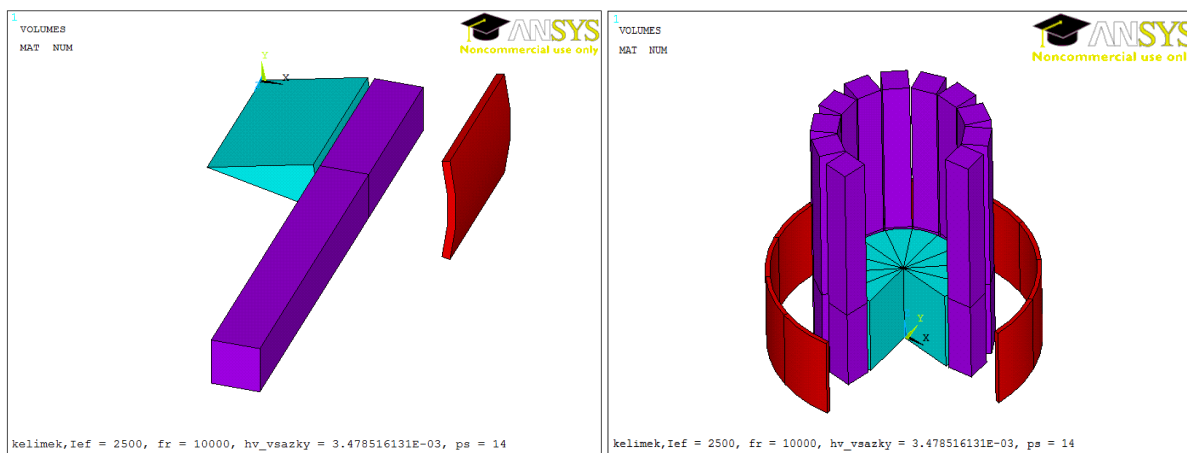
5 Numerický model

Pro vytvoření 3D numerického modelu jsem využil komplexní program využívající metodu konečných prvků ANSYS. Program ANSYS umožňuje řešení termodynamiky, proudění, elektrostatiky, akustiky a elektromagnetických polí. V programu je možné zadávat příkazy dvěma různými způsoby. Prvním z nich je využití prostředí programu a jako druhý způsob lze využít příkazy v programovacím jazyce APDL (ANSYS Parametric Design Language). Nejlepším způsobem je kombinace obou těchto způsobů, kdy se operace provede v interaktivním prostředí a APDL příkaz se zkopíruje do libovolného textového editoru, kde je následně možné provádět úpravy jednotlivých příkazů a vracet se k již provedeným příkazům. [21]

5.1 Vytváření modelu

Konstrukce segmentového kelímku je známá již řadu let, ale ideální provedení je stále aktuální otázka. V mém modelu se zabývám vlivem velikosti segmentů čtvercového průřezu na ztráty v jednotlivých částech studeného kelímku. Model jsem vytvářel jako plně parametrický, ale v mém případě uvažuji nejen konstantní poloměr a výšku vsázky, ale také výšku induktoru a segmentů. Měnil jsem tedy jen počet segmentů a tím se měnila i jejich velikost.

Úlohu je nutno řešit jako 3D problém a s ohledem na náročnost výpočtu je nutné zvolit co nejmenší část kelímku. Tato část se sestává z výseče, ve které je jen jeden segment a potřebná část vsázky a induktoru. Dno kelímku jsem zanedbal, protože vliv dna není příliš velký a díky jeho vypuštění z řešení jsem mohl nejmenší část kelímku zmenšit na polovinu. Nejmenší část studeného kelímku je vidět na *Obr. 5.1*. Geometrie obou řešených problémů jsou uvedeny na *Obr. 6.1* a *Obr. 6.8*



Obr. 5.1: Geometrie nejmenší části kelímku

Obr. 5.2: Geometrie kelímku

5.1.1 Geometrie modelu

Před vytvářením geometrie je nutné zadat konstanty a materiálové parametry, které jsou uvedeny v *Tab. 5.1*. Tyto materiálové vlastnosti byly získány z materiálové databáze uvedené v literatuře [23].

část modelu	materiál	μ_r [-]	γ [Sm^{-1}]	proud [kA]	frekvence [kHz]
induktor	měď	1	$57e^6$	2,5	10
vsázka	titan - pevné skupenství	1	$2,093e^6$	-	-
segment	měď	1	$57e^6$	-	-

Tab. 5.1: Materiálové parametry

Dále je nutné zadat také všechny příslušné konstanty, které budou potřeba při výpočtu a vytváření geometrie. V *Tab. 5.2* jsou uvedeny hodnoty geometrie kelímku, ze kterých se dle zadaných výpočtů vypočítají zbývající hodnoty pro vytvoření geometrie. Tyto hodnoty vycházejí z obdobných reálných zařízení pracujících ve světě.

geometrický díl	označení	velikost
počet segmentů	ps	8 - 64 [-]
poloměr vsázky	rk	2,65 [cm]
velikost mezery mezi segmenty	vmms	0,05 [cm]
vzdálenost segment - vsázka	vzsv	0,1 [cm]
vzdálenost induktor - segment	vzis	1 [cm]

Tab. 5.2: Hodnoty pro geometrii kelímku

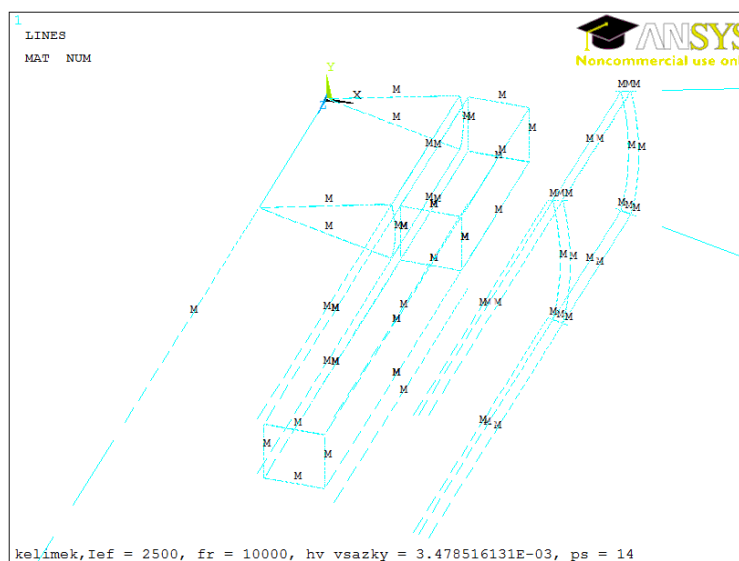
Po provedení všech výpočtů je vytvořena geometrie. Okolí kelímku je vytvořeno pomocí kulové výseče o poloměru 2 m. Následuje krok, kdy se všechny oblasti spojí a vytvoří se tak potřebné díly kelímku. Poté jsou objemy očíslovány pro jejich případný výběr pomocí čísla. Geometrie pro 14 segmentů je vidět na *Obr. 5.2*.

5.1.2 „Element typ“ a materiálové parametry

Knihovna programu ANSYS obsahuje velké množství různých „element typů“, které udávají, o jaký problém se jedná. V mém případě jsem musel použít 3D element typ pro řešení magnetického pole SOLID 236. Následným krokem je vybrání jednotlivých objemů a přiřazení příslušného element typu a materiálových vlastností, které jsou uvedeny v *Tab. 5.1*.

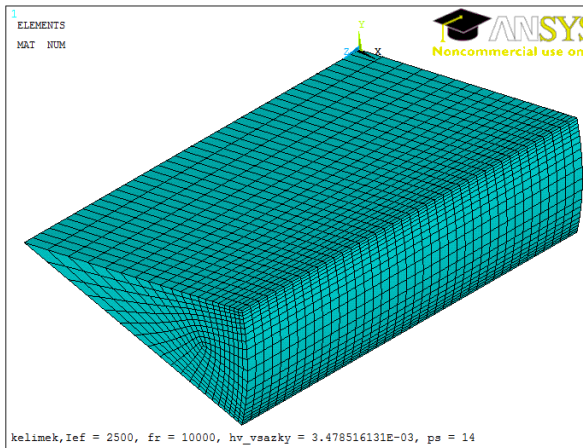
5.1.3 Sít'ování modelu

Dalším krokem je příprava modelu na diskretizaci. Jedná se o rozdělení modelu na mnoho malých prvků (elementů), protože jsou mnohem lépe matematicky popsitelné. Rohy elementů jsou uzlové body, ve kterých se určují neznámé veličiny. Někdy se tomuto kroku říká sít'ování (meshing). Tento krok hraje velmi významnou roli při následném výpočtu.

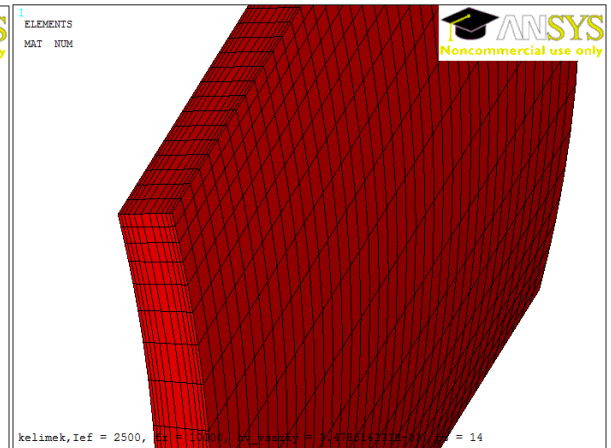


Obr. 5.3: Model připravený k meshování

Jestliže se zvolí malý počet elementů, je výpočet velmi nepřesný. Naopak velmi velké množství elementů vede ke zvýšení časové náročnosti výpočtu. Proto je nutné volit optimální počet elementů na hloubku vniku, v mém případě jsem volil adaptivní mesh - postupné zvětšování velikosti elementu směrem do středu objemu.

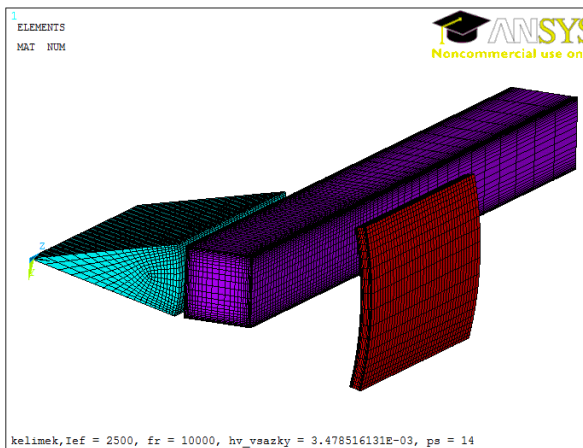


Obr. 5.4: Vymeshovaná vsázka

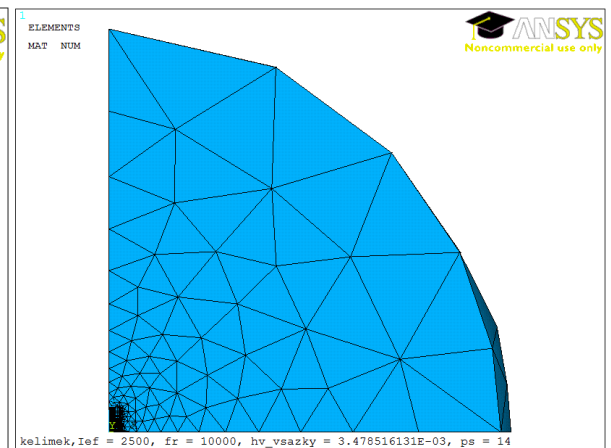


Obr. 5.5: Detail meshe induktoru

Poté následuje samotné meshování, pro které jsem používal tři různé druhy - adaptivní mapped meshing - pro pravidelné tvary, sweep a free mesh. Free meshing používám pro nepravidelné tvary, obsahuje čtyřstěny a je časově náročný, protože si program volí sám velikosti hran elementů. Ukázky vymeshovaného modelu jsou vidět na Obr. 5.4 až Obr. 5.7.



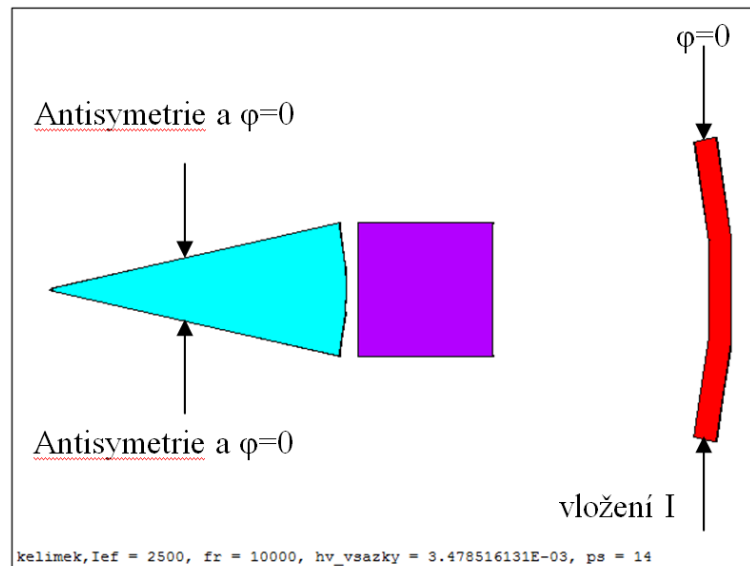
Obr. 5.6: Vymeshované části kelímku



Obr. 5.7: Mesh celého modelu

5.1.4 Okrajové podmínky a řešení

Po vymeshování modelu následuje spojení všech uzlů v induktoru a nastavení potenciálu. Poté je do induktoru vložen proud 2,5 kA a díky spojeným uzlům je proud rovnoměrně rozložen.



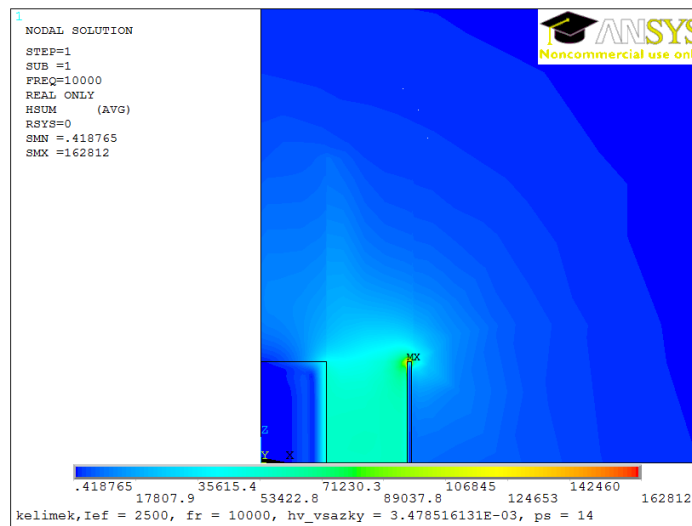
Obr. 5.8: Okrajové podmínky modelu

Dalším krokem je nastavení okrajových podmínek na rozhraní. Podmínky na rozhraní jsou znázorněny na *Obr. 5.8*. Na ose souměrnosti je zadána podmínka symetrie a na obou stranách modelu je podmínka antisymetrie. Dirichletova okrajová podmínka $A = 0$ je na vnějším okolí modelu. Na obou stranách vsázky a na jedné straně induktoru je nastaven nulový potenciál $\varphi = 0$ a na druhé straně induktoru je vložen proud.

Když jsou nastaveny okrajové podmínky, je už jen vybrána harmonická analýza a nastavena požadovaná frekvence.

5.1.5 Post-processing

Po provedení výpočtů je možné celý model i s parametry uložit nebo pokračovat v další práci s modelem. Po ukončení výpočtu je potřeba zobrazit výsledky. Pro zobrazování výsledků je v programu ANSYS dostupná funkce post-proces. Je možné zobrazit grafické výsledky jak vektorové, tak konturové, a to intenzitu magnetického pole H , magnetickou indukci B , Joulovy ztráty a proudovou hustotu. V programu je možné zobrazovat mnoho dalších veličin, které jsem ale pro svoji práci nevyužíval. Díky použití element typu 236 nelze zobrazit magnetický vektorový potenciál. Grafické výsledky lze zobrazovat v jakékoli části modelu samostatně nebo v celkovém modelu. Je také možné nechat si vypsat hodnotu Jouleových ztrát v části modelu, což pro řešení mého problému bylo to nejdůležitější. Ukázka grafického zobrazení z programu ANSYS je vidět na *Obr. 5.9*.

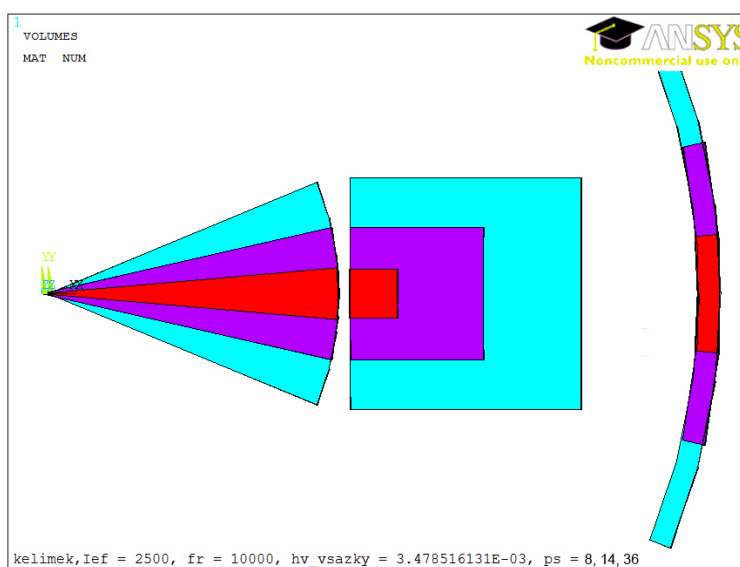


Obr. 5.9: Rozložení intenzity magnetického pole H [A/m]

6 Výsledky řešení

6.1 Výsledky s pevným induktorem

V mém modelu jsem se zabýval vlivem změny velikosti hrany čtvercového segmentu na ztráty v jednotlivých částech kelímku. Měnila se tedy pouze velikost hrany segmentu, poloměr vsázky a vzdálenost induktoru od vsázky byly konstantní. Frekvence zůstávala konstantní 10 kHz a proud byl též konstantní 2,5 kA na polovinu induktoru. Uvažoval jsem počet segmentů kelímku od 8 do 64 a do počtu segmentů 36 jsem postupoval s krokem 2 segmentů. Na *Obr. 6.1* je vidět rozdíl geometrie pro 8, 14 a 36 segmentů.

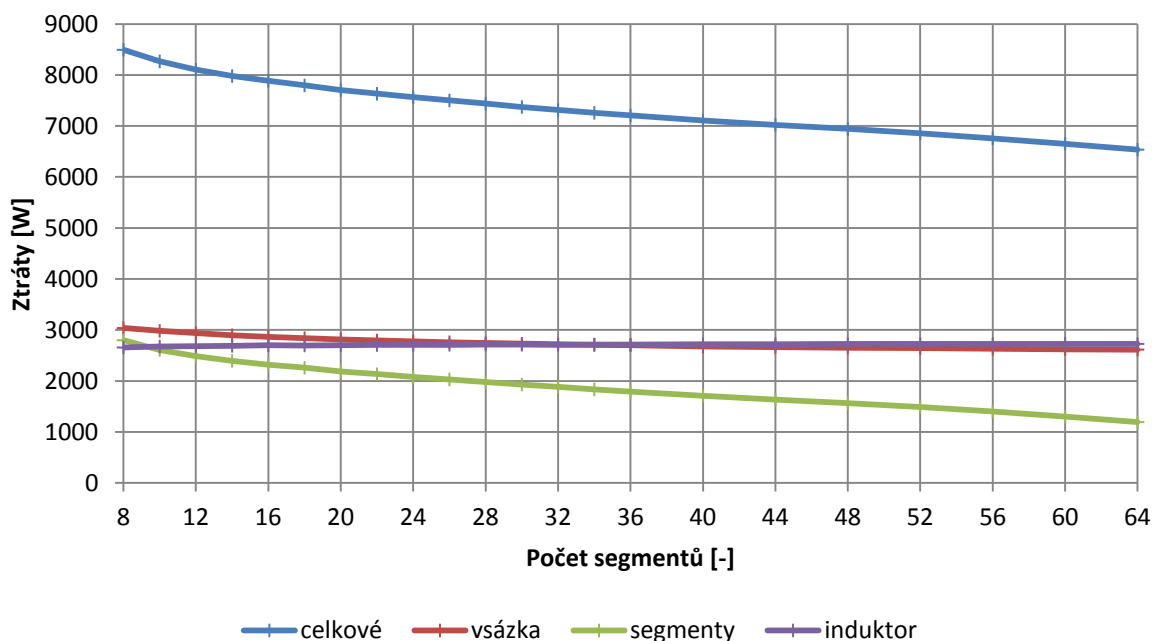


Obr. 6.1: Znázornění řešeného problému

Nad 36 segmentů jsem postupoval po 4 segmentech, jedná se spíše jen o ilustrativní výpočty, protože při počtu segmentů nad 36 je hloubka vniku pro 10 kHz větší než polovina hrany segmentu a zároveň je z konstrukčního hlediska nemožné vytvořit tak malý segment s otvorem na chladicí médium. V mém modelu jsem ovšem chlazení neuvažoval, proto mám segment z plného materiálu. Neuvažování chlazení vyřešilo i problém s meshováním dutiny segmentu, protože při meshování dutiny narůstal počet elementů a tedy i doba potřebná k vyřešení modelu.

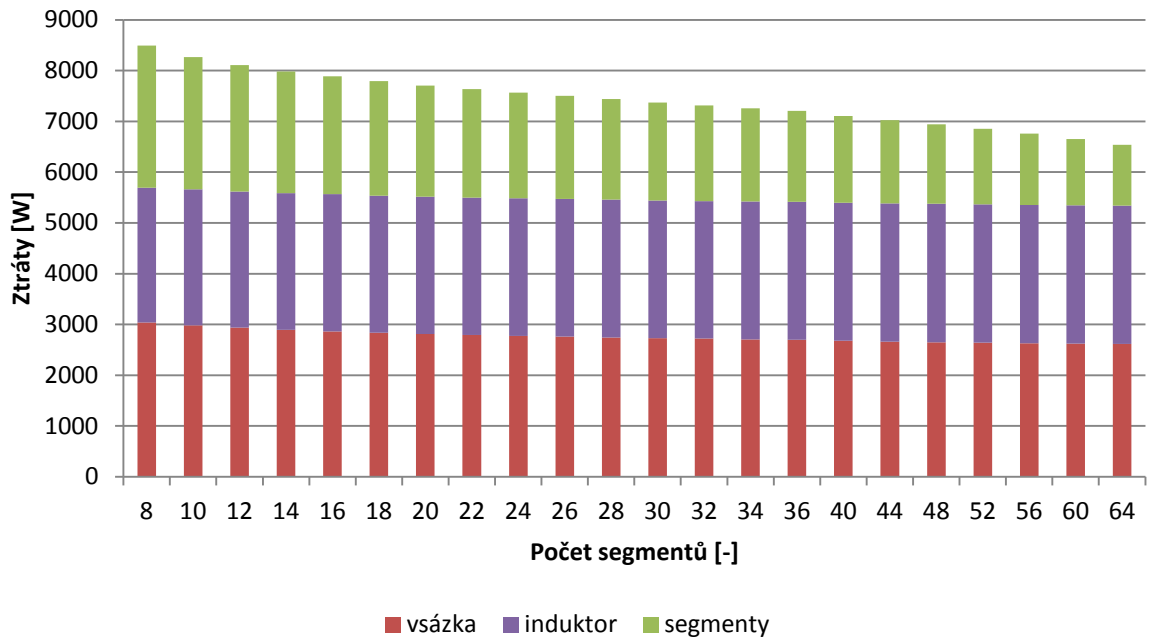
Každé proběhnutí zdrojového kódu trvalo podle počtu segmentů od 0,5 hodiny do 3,5 hodiny. K řešení jsem využíval počítač s dvoujádrovým procesorem o taktovací frekvenci 2,8 GHz, 4GB RAM a třemi pevnými disky. Následně jsem vždy ukládal grafické výsledky reálných hodnot všech potřebných veličin a odečítal jsem Joulovy ztráty v induktoru, segmentu a vsázce. Abych porovnával ztráty v celém kelímku, musel jsem odečtené ztráty z numerických simulací vynásobit počtem segmentů a pro kompletnost ještě zdvojnásobit z důvodu polovičního řezu kelímku. Nejdůležitější grafická řešení jsou uvedena v následujících kapitolách a zbylá grafická řešení jsou uvedena v **Příloha B**.

Geometrie problému je znázorněna na *Obr. 6.1*, z obrázku je patrné, jaké rozměry zůstávají konstantní. Výsledky ztrát, které jsem odečítal, jsou uvedeny v **Příloha A Tabulka I** a *Tabulka II*, a jsou zanesené do grafu, který je vidět na *Obr. 6.2*. Z tohoto obrázku je patrné, že při zvyšování počtu segmentů klesaly celkové ztráty v celém kelímku. Ztráty v induktoru a ve vsázce zůstávaly prakticky konstantní, snižovaly se pouze ztráty v segmentech.



Obr. 6.2: Závislost celkových ztrát na počtu segmentů

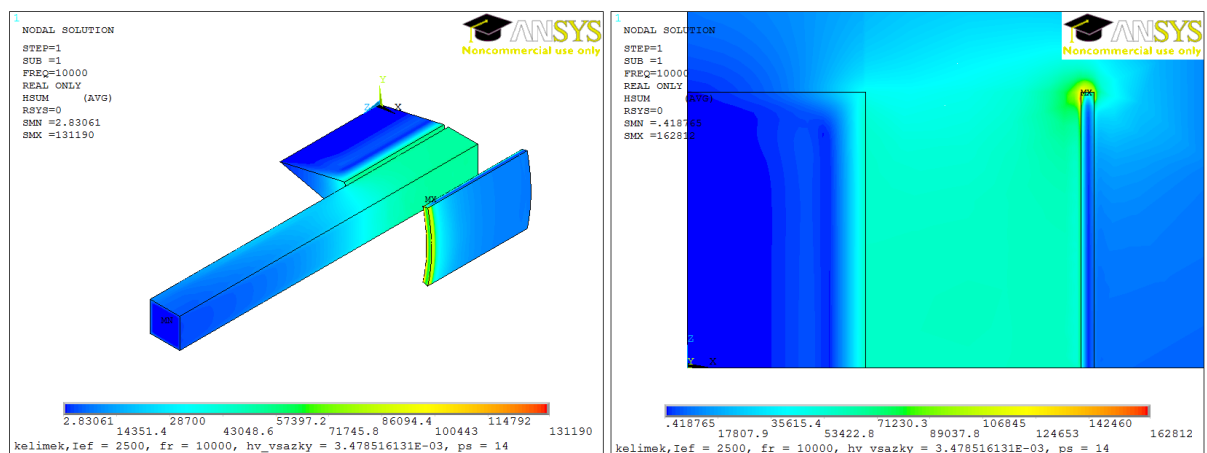
Pro lepší porovnání složek celkových ztrát ještě uvádím graf na *Obr. 6.3*. Z obrázku je zřetelnější, že ztráty ve vsázce a induktoru jsou po celou dobu téměř konstantní. Pouze ztráty v segmentech se snižují při zvětšujícím se počtu segmentů.



Obr. 6.3: Podíl jednotlivých částí na ztrátách v závislosti na počtu segmentů

6.1.1 Rozložení intenzity magnetického pole

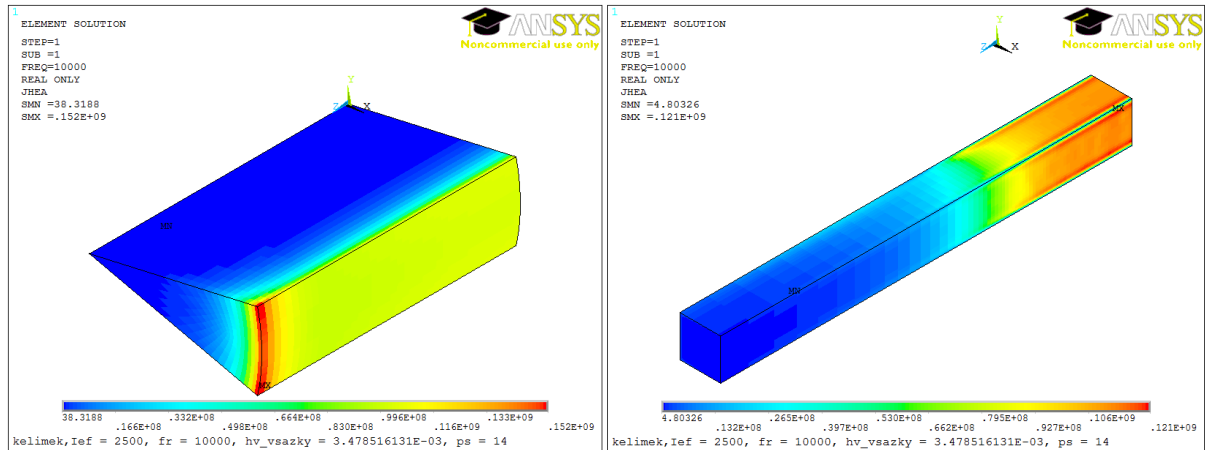
Na Obr. 6.4 je vidět rozložení intenzity magnetického pole. V levé části obrázku je vidět rozložení ve vsázce, segmentu a induktoru, okolí bylo v tomto případě odebráno. V pravé části obrázku je vidět detail rozložení intenzity v okolí segmentu mezi vsázkou a induktorem.



Obr. 6.4: Rozložení intenzity magnetického pole [A/m]

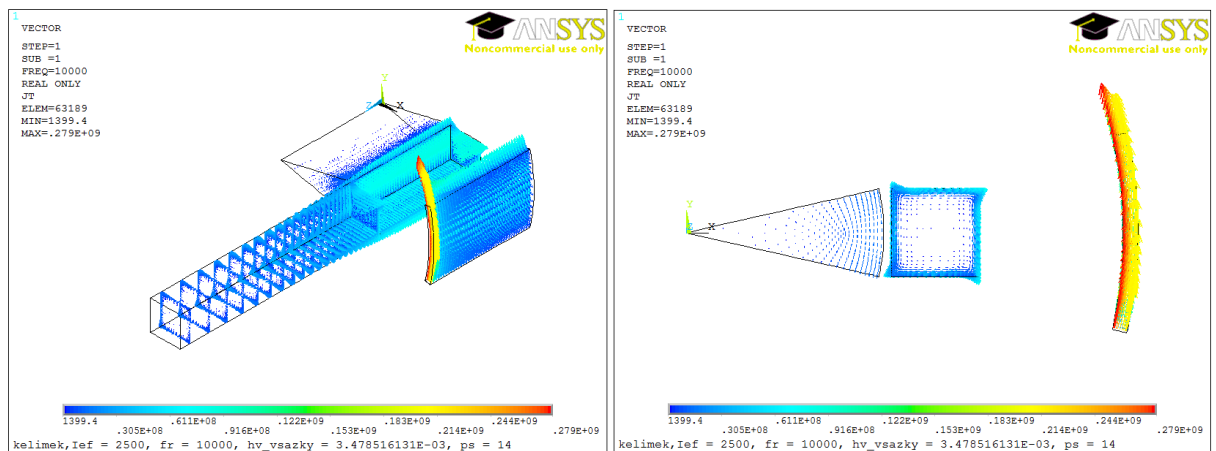
6.1.2 Rozložení Jouleových ztrát

Obr. 6.5 zobrazuje rozložení Jouleových ztrát ve vsázce a v segmentu. Je patrné, že většina ztrát v segmentu vzniká v horní části induktoru (symetricky také v jeho spodní části) a ztráty ve vsázce vznikají pouze v povrchových vrstvách.



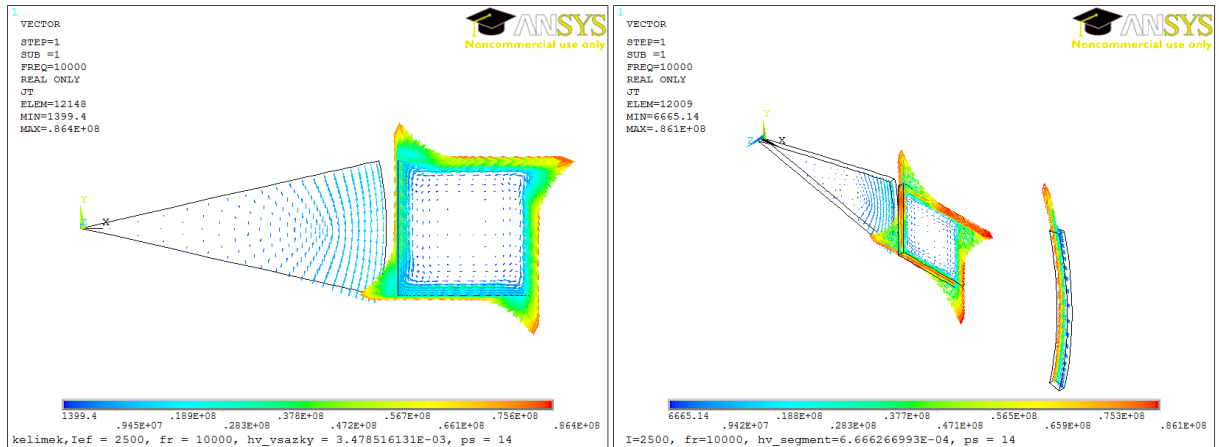
Obr. 6.5: Rozložení Jouleových ztrát [W/m^3]

6.1.3 Rozložení vektorů proudové hustoty



Obr. 6.6: Rozložení vektorů proudové hustoty [A/m^2]

Rozložení proudové intenzity v celém modelu bez okolí je vidět na Obr. 6.6. Největší proudová hustota je v krajní části induktoru. V levé části Obr. 6.7 jsem pro porovnání odebral induktor a vektory proudové hustoty vykreslil pouze ve vsázce a segmentu. Je vidět, že maximální hodnota proudové hustoty na okraji induktoru změnila celkové měřítko a barevné odlišení. Pro eliminaci tohoto jevu jsem vybral z modelu pouze řez o velikosti několika milimetrů, který je vidět v pravé části Obr. 6.7.



Obr. 6.7: Rozložení vektorů proudové hustoty [A/m^2] v části modelu

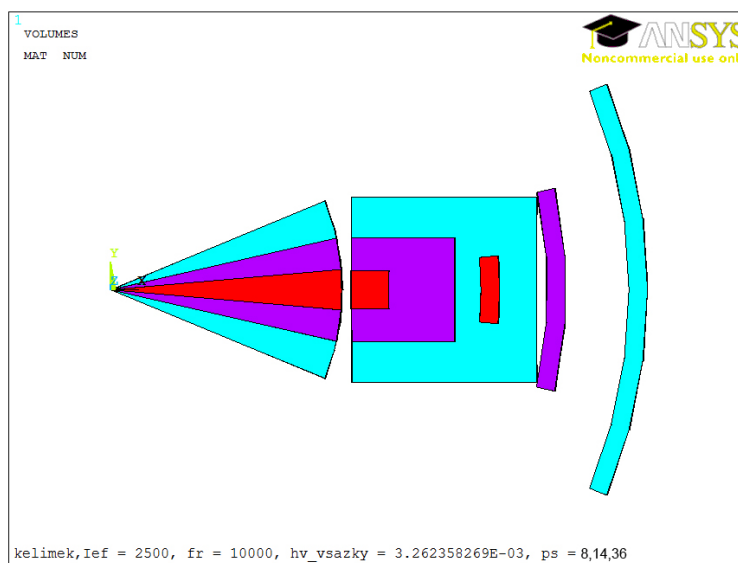
6.1.4 Závěr

V této části diplomové práce jsem řešil závislost ztrát v jednotlivých částech kelímku v závislosti na velikosti hrany segmentu. Poloměr vsázky a vzdálenost induktoru od vsázky zůstávaly konstantní, geometrie tohoto problému je vidět na *Obr. 6.1*. Řešení jsem porovnával pro počet segmentů od 8 do 64, avšak při počtu segmentů nad 36 je řešení pouze teoretické, protože pro průměr vsázky 5,3 cm je nemožné vyrobit segmenty s chladícím otvorem tak malé a navíc hloubka vniku v tomto případě je větší než polovina hrany segmentu. Po vytvoření geometrie a nastavení všech příslušných parametrů meshování jsem postupně propočítával model pro různý počet segmentů, na konci jsem vždy odečítal ztráty v jednotlivých částech kelímku a vynášel do grafů. Z grafů je patrné, že ztráty v induktoru jsou téměř konstantní. Tato skutečnost je dána konstantní velikostí induktoru a ztráty jsou tudíž také konstantní. Ztráty ve vsázce se zprvu mírně sniží. Největší změna velikosti ztrát nastává u segmentů, kdy pro celý měřený rozsah tyto ztráty klesají. Tím, že klesají ztráty v segmentech, klesají i celkové ztráty, což má pozitivní vliv na energetickou účinnost kelímku.

Dalšími výsledky z jednotlivých simulací bylo grafické řešení. Část grafického řešení pro 14 segmentů je vidět v *kap. 6.1.1 - kap. 6.1.3*. Zbylá grafická řešení jsou uvedena v **Příloha B** na *Obrázek I - Obrázek XI*. Pro porovnání je na *Obrázek IV - Obrázek VI* uvedeno porovnání jouleových ztrát pro model s 8, 14 a 36 segmenty. Kvůli lepšímu znázornění těchto ztrát je vybrána jen polovina modelu.

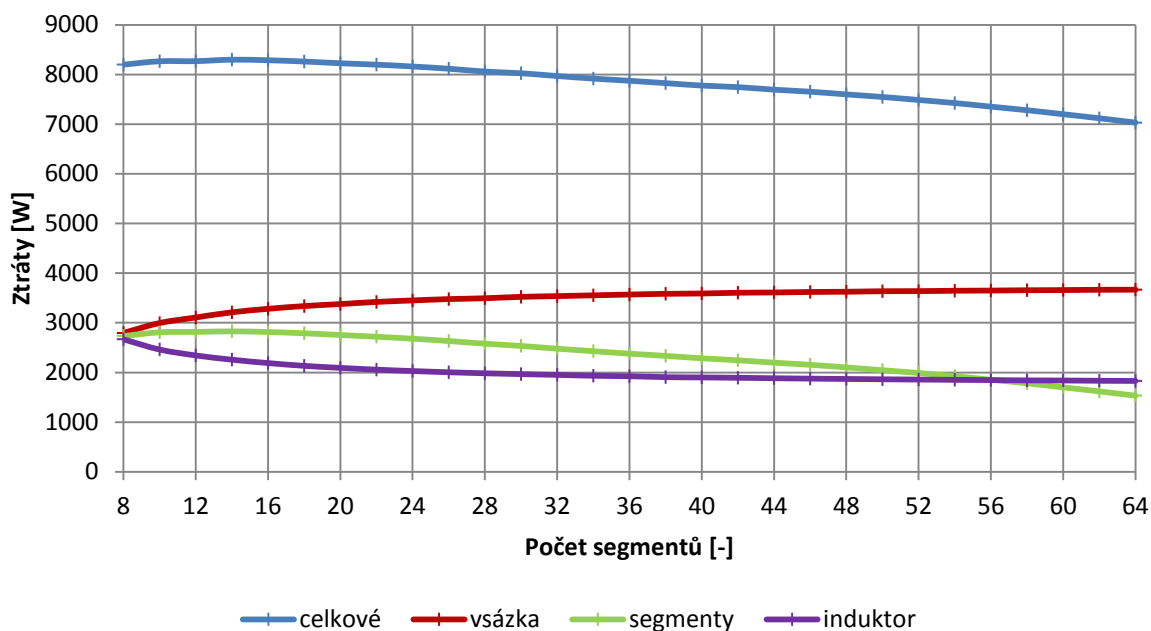
6.2 Výsledky s pohyblivým induktorem

Díky chybě v geometrii modelu, které jsem se všiml až po vykreslení příslušných grafů, jsem nejprve uvažoval konstantní vzdálenost induktoru od segmentu. V tomto případě se tedy měnila jak velikost hrany segmentu, tak vzdálenost induktoru od vsázky. Pro porovnání zde proto uvádím i tyto výsledky. Znázornění této geometrie pro 8, 14 a 36 segmentů je uvedeno na *Obr. 6.8*. Stejně jako v případě pevného induktoru jsem uvažoval plný segment, frekvenci 10 kHz a proud 2,5 kA. Hodnoty nad 36 segmentů jsou opět pouze pro teoretické porovnání.



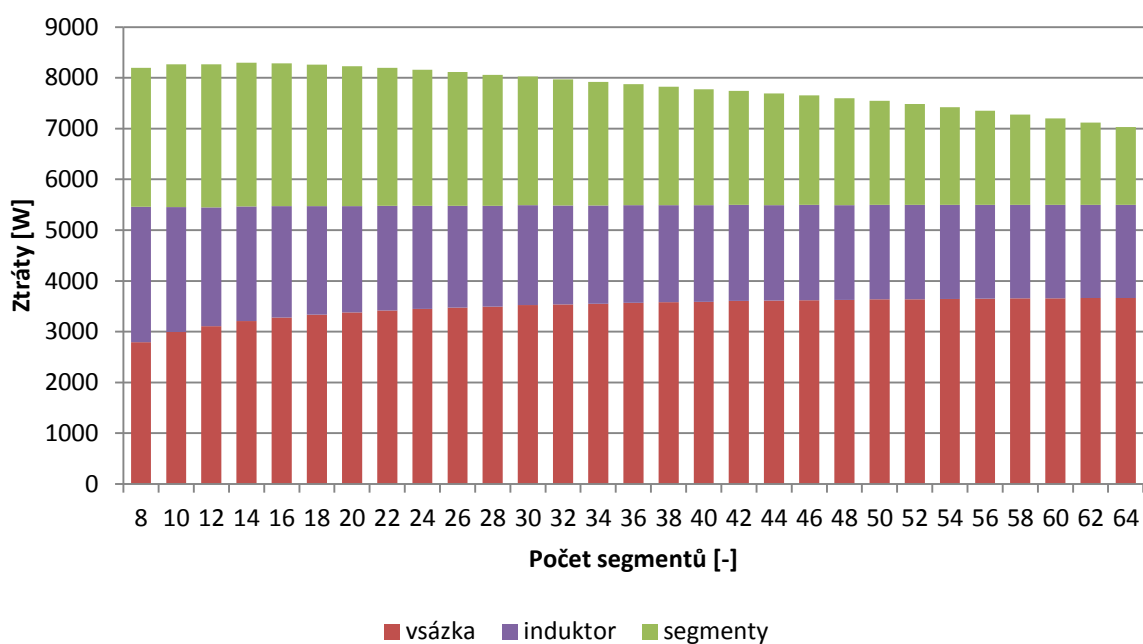
Obr. 6.8: Znázornění původně řešeného problému

V **Příloha A Tabulka III** jsou uvedeny hodnoty pro původní řešení, kdy byla fixní vzdálenost induktoru od segmentu, tudíž se i se změnou velikosti hrany segmentu měnila i vzdálenost induktoru od vsázky. Znázornění geometrie je uvedeno na *Obr. 6.8*. Závislost ztrát na počtu segmentů je znázorněna na *Obr. 6.9*. Pro lepší znázornění ztrát je uveden *Obr. 6.10.*, kde je porovnání jednotlivých složek ztrát jako v předchozím případě.



Obr. 6.9: Závislost celkových ztrát na počtu segmentů - proměnlivá vzdálenost induktoru

V tomto případě je vidět, že se ztráty ve vsázce zvětšují s narůstajícím počtem segmentů. Zároveň se ale snižují ztráty v segmentech, jako v předchozím případě. Ztráty v induktoru zprvu klesnou a poté se ustálí na konstantní hodnotě. Toto řešení uvádím pouze jako porovnání, protože se mění příliš mnoho parametrů a to nebylo předmětem mého zkoumání.



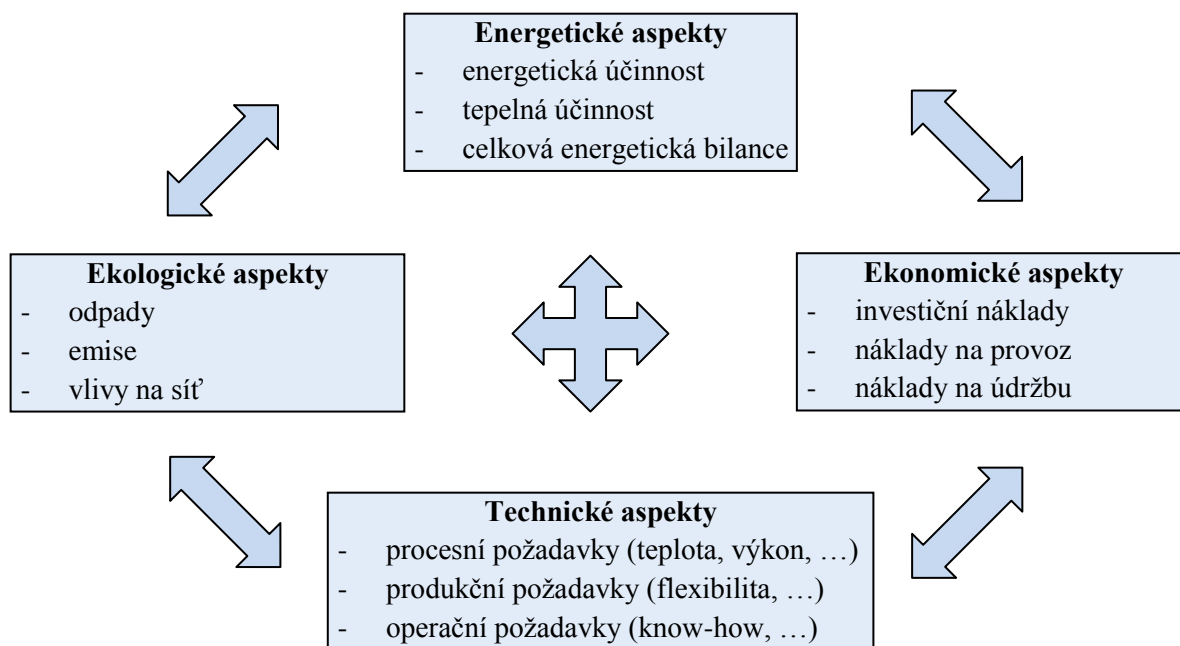
Obr. 6.10: Podíl jednotlivých částí na ztrátách - proměnlivá vzdálenost induktoru

6.2.1 Závěr

Tato část diplomové práce vznikla prakticky díky chybě v geometrii modelu, ale pro porovnání výsledků jsem uznal za vhodné přidat sem i toto řešení. Stejně jako v předchozím případě se měnila velikost hrany segmentu, ale konstantní zůstával poloměr vsázky a vzdálenost induktoru od hrany segmentu, tudíž s měnící se velikostí segmentu se měnila i vzdálenost induktoru od vsázky. Geometrie je znázorněna na *Obr. 6.8*. Porovnával jsem opět řešení pro 8 až 64 segmentů, nad 36 segmentů je řešení opět pouze pro představu vývoje výsledků. Po vypočítání a odečtení potřebných hodnot jsem sestrojil grafy. Z grafů je vidět, že celkové ztráty nejprve mírně vzrostou a poté klesají jako v předchozím případě. Ztráty v induktoru nejprve klesají, poté se ustálí na konstantní hodnotě. U vsázky se naopak ztráty mírně zvýší a poté se ustálí. Ztráty v segmentech opět klesají jako v předchozím případě.

7 Hodnocení kritériem 3E

Při návrhu indukčních zařízení pro tavení materiálů je třeba brát ohledy na energetické, ekonomické a ekologické hodnocení. U tavicích zařízení, která používají studený kelímek, je také nutné zohlednit technické aspekty. Technickými aspekty, které musíme řešit, je například výkon do vsázky, frekvenci zdroje, u elektricky nevodivých materiálů je nutné zhodnotit i startovací fázi, proces tuhnutí, výrobní kapacitu, operační náročnost, pro velmi čisté materiály i speciální atmosféru, kvalitu výstupního výrobku nebo speciální zařízení a formy. Provázanost aspektů při hodnocení kritériem 3E jsou vidět na *Obr. 7.1*.



Obr. 7.1: Provázanost aspektů v hodnocení 3E

7.1 Energetické hodnocení

U segmentového studeného kelímku i kelímku s integrovaným induktorem lze dosahovat velmi vysokých energetických účinností, a to až 95%. Problém je ale klesající účinnost kelímku s rostoucí konduktivitou vsázky, z tohoto důvodu jsou studené kelímky nevhodné pro tavení dobře elektricky vodivých materiálů, jako je například měď a hliník. Proto se kelímek pro vodivé materiály používá pouze ve zvláštních případech, například pro tavení čistého titanu.

Nejčastěji se tedy studené kelímky používají pro tavení elektricky nevodivých materiálů, jako jsou skla a oxidy kovů. Při tomto procesu lze dosahovat velmi vysokých účinností, avšak nastává zde problém se startovací fází. Nejvýhodnější startovací metodou je

přidání kovu do vsázky, to lze ale využít jen u tavení oxidů kovů. U skel se nejčastěji používá startovací fáze pomocí plynových hořáků, které působí na povrch vsázky. Nevýhodou tohoto způsobu startování tavby je možná kontaminace plamenem a také velká energetická náročnost z důvodu dlouhé doby potřebné k zahřátí povrchu vsázky. Další metodou nastartování tavby je použití elektricky vodivého kroužku, který se po dosažení požadované konduktivity vyjme, u tohoto způsobu je nutné vyřešit problém právě včasného vyjmutí kroužku ze vsázky. Je také nutné zajistit správnou energetickou bilanci, musíme kompenzovat ztráty do stěn, dna a povrchem vsázky, aby tavenina nezatuhla a nedošlo k nežádoucí krystalizaci. Z tohoto důvodu potřebujeme dostatečnou rezervu výkonu zdroje.

Tepelná účinnost studeného kelímku závisí na velikosti samotného kelímku, ale většinou tato účinnost nebývá větší než 40%. Tato účinnost je tedy značně menší než u klasického tavení v indukčních pecích. Při tavení elektricky nevodivých materiálů se kombinuje vysoká energetická a nízká tepelná účinnost. Celková účinnost studeného kelímku se pak pohybuje od 7 do 40%. U tavení elektricky vodivých materiálů je energetická účinnost malá, takže celková účinnost je mizivá, na druhou stranu ale odpadá nutnost startovací fáze.

K energetickému hodnocení je nutné taky uvažovat generátory střídavého proudu. Dříve používané elektronkové měly malou účinnost, moderní tranzistorové generátory dosahují účinnosti až 95%, je zde limitující frekvence a maximální přenášený výkon, proto se v některých aplikacích používají generátory elektronkové.

7.2 Ekonomické hodnocení

Technologie studeného kelímku je u nás poměrně nová technologie, z tohoto důvodu je nutná spolupráce se zahraničními univerzitami, které mají s touto technologií zkušenosti. Špičkami v oboru studeného kelímku jsou univerzity v Hannoveru - Německo a v Petrohradu - Rusko. Díky tomu, že se jedná o novou technologii, je z ekonomického hlediska složité porovnávat náklady s klasickými indukčními zařízeními, protože se bude vždy jednat o specifický problém s individuálními požadavky.

Obecně jsou pořizovací náklady velmi vysoké, ať už se jedná o drahý generátor střídavého proudu, složitý chladicí systém nebo i nákladná startovací fáze při tavení elektricky nevodivých materiálů. Varianta s elektronkovým generátorem je sice levnější, ale oproti tranzistorovému generátoru je dražší na údržbu a má malou účinnost. U segmentového kelímku je navíc technologicky náročné vyrobit jiné tvary segmentů než trubkové. Pro nevodivé materiály se ještě pro větší účinnost odizolován každý segment zvlášť naprašováním tenké vrstvy oxidu. Nejsložitější je výroba kelímku s integrovaným induktorem, je ale nutné

brát v úvahu, že se kelímek neopotřebovává jako u klasických indukčních pecí.

Pro snížení ekonomické náročnosti, například u startovací fáze, je vhodné použití softwarových programů pro nasimulování potřebných parametrů. Dalším zvýšením ekonomické náročnosti je nutnost použití inertní atmosféry při tavení vysoce reaktivních materiálů, jako je například titan.

7.3 Ekologické hodnocení

Ekologické aspekty tavení ve studeném kelímku jsou stejné jako u klasického tavení v indukčních pecích. Nevznikají spaliny jako u plynových pecí a jedná se o poměrně tiché tavení, takže obsluha pracuje v tichém a příjemném prostředí. Jde o technologii, která je náročná na operátora. Při poklesu výkonu nám může vsázka zatuhnout, ale naopak s nárůstem výkonu může dojít k proražení vrstvy „skull“ a dojde k poškození kelímku, vytečení taveniny a kontaminace okolí kelímku. Při tavení slitiny TiAl může dojít při velkém množství Al ve vsázce dokonce k explozi. Tento problém může nastat i při vzniku krusty na povrchu vsázky, protože se pod krustou hromadí páry a nemohou unikát.

Při tavení nevodivých materiálů se z kelímku na konci procesu vyjme celý zkrystalizovaný ingot, po kterém zbude v kelímku pouze kosmetická vrstva materiálu, která se nemusí odstraňovat. Po tavení elektricky vodivých materiálů zůstává v kelímku krusta, která se musí mechanicky odstranit, pokud se ovšem taví stejný materiál, odstraňovat se nemusí. Tato krusta je v podstatě odpad, který lze následně využít při další tavbě. Čistota taveného materiálu není způsobena jen vrstvou „skull“, ale také odpařováním příměsí. Jedná se vždy pouze o stopové množství, které není závadné.

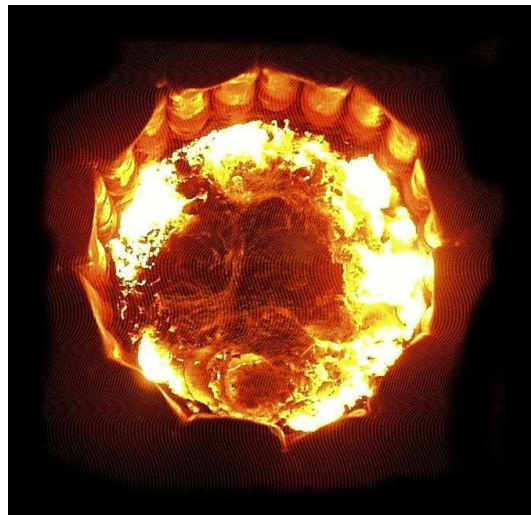
Pro napájení studených kelímků se používají polovodičové generátory a tak vznikají vyšší harmonické, které mají negativní vliv na napájecí síť. U elektronkových zdrojů není vznik harmonických tak velký, jsou ale složitější na údržbu a díky pracovnímu napětí až 10kV jsou i nebezpečnější. Pro kompenzaci vyšších harmonických se používají například aktivní filtry.

8 Závěry pro praxi

Studený kelímek spojuje výhody klasického indukčního tavení a přináší i řadu dalších výhod. Na rozdíl od klasických indukčních pecí se neopotřebává kelímek, který je velmi ekonomicky nákladný. Je možno dosahovat vysokých teplot až 3000 °C a lze tuto technologii využívat jak pro elektricky vodivé, tak pro elektricky nevodivé materiály. Nejvíce se studený kelímek používá pro elektricky nevodivé materiály, protože lze dosáhnout velmi vysoké energetické účinnosti, ale je nutné vyřešit problém se startovací fází. Pro vodivé materiály se tato technologie používá pouze ve výjimečných případech, jako je například tavení titanu. Díky ztuhlé vrstvě „skull“ je výsledný materiál velmi čistý a kvalitní, protože se taví sám v sobě. Další výhodou je působení elektromagnetických a Archimédových sil, kdy dochází k víření a k homogenizaci výsledného materiálu. Proces ohřevu je velmi rychlý a vhodnou volbou frekvence můžeme ovlivnit rozložení tepla ve vsázce.

V době jaderné energetiky vidím největší uplatnění při vitrifikaci jaderných odpadů, kdy se jaderný odpad zatavuje do skleněných nebo keramických matric. Následně pak může být skladován v hlubinných úložištích po tisíce let.

Další využitím je zkoumání nestandardních stavů jaderných elektráren. Při havárii lehkovodního reaktoru jaderné elektrárny dojde k roztavení primární zóny a smícháním s ostatními materiály vznikají prvky na bázi CORIA.



Obr. 8.1: CORIUM ve studeném kelímku [24]

Protože se jedná o novou technologii, jde při každé realizaci nejčastěji o individuální problém, a tím je i tato technologie drahá, jak na pořízení, tak na údržbu a provoz. Je ale možné procesy simulovat, zjistit například, jak uspořádat startovací materiál, a tím ušetřit část nákladů.

Závěr

Cílem této diplomové práce bylo zkoumání přenosu energie v systému induktor - vsázka ve studeném kelímku. Konkrétně jsem se zabýval vlivem velikosti hrany segmentu na ztráty v jednotlivých částech studeného kelímku. Celá práce je rozdělena do několika částí.

V první části se věnuji teorii elektromagnetického pole, která je potřebná pro pochopení principu indukčních zařízení. Jsou zde uvedeny základní Maxwellovy rovnice, z nich je odvozeno vlnění pro vodivé i nevodivé prostředí. Nedílnou součástí principu indukčních zařízení je také hloubka vniku a Poyntingův zářivý vektor. Dále jsem zde zmínil také okrajové podmínky, které jsou důležité pro tvorbu modelů. Je zde popsán princip indukčního ohřevu a procesy v tekutých kovech řízené elektromagnetickým polem. V této části jsem se také věnoval elektromagnetickému míchání, které se používá pro homogenizaci roztaveného materiálu a také se uplatňuje ve studeném kelímku. Nakonec jsou zde zmíněna klasická indukční zařízení, především kelímkové a kanálkové indukční pece.

Čtvrtá kapitola je věnována samotnému studenému kelímku. Nejprve jsem uvedl princip tavení ve studeném kelímku a dva druhy konstrukce kelímku. Prvním druhem kelímku je kelímek s integrovaným induktorem, kdy je samotný kelímek tvořen jednozávitovým induktorem, který je intenzivně chlazen. Nevýhodou této konstrukce je nemožnost oddělení induktoru a kelímku. Druhým druhem je segmentový studený kelímek. V tomto případě je kelímek tvořen dokola uspořádanými segmenty, které jsou intenzivně chlazené stejně tak, jako induktor, který má několik závitů a je oddělený od segmentů. V praxi se používají kelímky, které mají i několik desítek segmentů a výhodou tohoto uspořádání je možnost odseparování kelímku a induktoru.

Studený kelímek se hodí pro tavení elektricky vodivých i nevodivých materiálů. Nejčastěji se ovšem využívá pro tavení elektricky nevodivých materiálů, kdy se dosahuje velmi vysoké energetické účinnosti, a to až 95%. Nevýhodou je nutnost nastartování samotné tavby, ale existuje řada možných řešení tohoto problému. Nejelegantnějším řešením je přidání částí kovu do oxidů. Dalším způsobem je vložení kroužku s vysokou teplotou tavení nebo působení tepelného zdroje, například hořáku, na povrch vsázky. Po nastartování tavby je nutné udržovat energetickou bilanci, aby nedošlo k předčasnému ztuhnutí a znehodnocení vsázky. Nedílnou součástí tavení je i správné ztuhnutí materiálu a vytvoření krystalů.

Pro tavení elektricky vodivých materiálů se studený kelímek používá pouze ve výjimečných případech, kdy požadujeme vysokou čistotu taveného materiálu, nebo když je materiál vysoce reaktivní. Nejčastěji se tato technologie využívá pro tavení titanu, který je

využíván v leteckém, automobilovém, chemickém nebo lékařském průmyslu.

V páté kapitole popisují tvorbu samotného modelu v programu ANSYS. Model byl navržený pomocí programovacího jazyka APDL a umožňuje provádět úpravy geometrie a materiálových vlastností jednotlivých částí. Je možné tedy provádět i různé varianty výpočtů. Této vlastnosti jsem využíval při propočítávání mého modelu, kdy jsem měnil počet segmentů a pomocí vzorců implementovaných do programu se dopočítávala celá geometrie a tudíž i velikost hrany segmentu. Počet segmentů jsem ve svém modelu měnil od 8 do 64, ovšem pro počet segmentů větší jak 36 se jednalo spíše o ilustrativní výpočty, protože je z praktického hlediska nemožné vyrobit segmenty, pro mnou uvažovaný průměr vsázky 5,3 cm, ještě s chlazením.

V této práci jsem řešil dvě varianty uspořádání studeného kelímku. První variantou je kelímek s pevnou vzdáleností mezi vsázkou a induktorem. Tato varianta je v mé práci klíčová, proto zde u tohoto problému uvádím i řadu grafických výsledků, ať už v přílohách nebo přímo v kapitole, která se zabývá tímto řešením. Ztráty ve všech částech kelímku v závislosti na počtu segmentů jsem vynesl do grafů. Z výsledků je patrná konstantní velikost ztrát v induktoru a ve vsázce i při zvětšujícím se počtu segmentů. Pouze ztráty v segmentech se s přibývajícím počtem segmentů snižují. Díky tomu se snižují i celkové ztráty celého kelímku. Druhou variantou byla geometrie s pevnou vzdáleností mezi hranou segmentu a induktorem. Díky velkému počtu měnících se parametrů je toto řešení jen pro porovnání.

Na závěr této práce jsem zhodnotil kelímek kritériem 3E. Toto kritérium zahrnuje hodnocení energetické, ekonomické a ekologické. Posledním úkolem práce bylo uvedení praktických závěrů pro praxi. V této kapitole jsem shrnul výhody a nevýhody tavení materiálů ve studeném kelímku a dále také praktické aplikace. Největší potenciál technologie studeného kelímku vidím ve vitifikaci jaderných odpadů a také ve zkoumání materiálových vlastností sloučenin na bázi CORIA. V neposlední řadě je potenciál kelímku i ve výrobě extrémně čistých reaktivních materiálů nebo vytváření krystalů oxidů kovů.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] HRADÍLEK, Zdeněk, Ilona LÁZNIČKOVÁ a Vladimír KRÁL. *Elektrotepelná technika*. Vyd. 1. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2011, 264 s. ISBN 978-80-01-04938-9.
- [2] ČERNÝ, Václav. Indukční ohřev (2). *Elektro*. 2002, č. 11.
- [3] DOLEŽEL, Ivo. Moderní průmyslové technologie založené na procesech v tekutých kovech řízených elektromagnetickým polem. [online]. [cit. 2015-01-20]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/elektro/casopis/tema/moderni-prumyslove-technologie-zalozene-na-procesech-v-tekutych-kovech-rizenych-elektromagnetickym-polem--14316>
- [4] ŠENBERGER, Jaroslav. Výroba nelegovaných a legovaných ocelí v elektrických indukčních pecích. [online]. [cit. 2015-01-25]. Dostupné z: http://www.zam.fme.vutbr.cz/~senberger/doc/prednaska_8.doc
- [5] ČERNÝ, Václav. Indukční ohřev (1). *Elektro*. 2002, č. 10.
- [6] RAIDA, Zbyněk. Maxwellovy rovnice a jejich řešení. [online] [cit. 2014-10-15] Dostupné z: http://www.urel.feec.vutbr.cz/~raida/beva/lecture/lect_00.pdf
- [7] ROT, D a KOŽENÝ, J. Modelování startu tavby oxidů kovů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku. *Electroscope*. [online]. 2010 [cit. 2015-01-10]. ISSN 1802-4564. Dostupné z: http://147.228.94.30/images/PDF/Rocnik2010/Cislo4_2010/r4c4c1.pdf
- [8] LANGER, Emil. *Teorie Indukčního a Dielektrického Tepla*. Praha: Československá akademie věd, 1964.
- [9] Laboratoř studených kelímků. [online]. [cit. 2015-03-18]. Dostupné z: <http://susen2020.cz/vyzkum/vyhled-2015-infrastruktura-projektu-susen/laborator-studenych-kelimku/>
- [10] Consarc Engineering Limited - Induction Skull Melting [online]. 2002 [cit. 2014-12-29]. Dostupné z: http://www.consarceng.com/pages/product_induction_skull_melting.html
- [11] KOŽENÝ, Jiří, David ROT a Stanislav JIŘINEC. *EPE 2013*. Modelování startovací fáze tavby SiO₂ elektromagnetickou indukcí v studeném kelímku.
- [12] JANDA, M. Přednosti tavení materiálů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku. Plzeň, 2011. 60 s. Diplomová práce. ZČU, Fakulta elektrotechnická.
- [13] KOŽENÝ, Jiří, David ROT a Stanislav JIŘINEC. 2013. Modelování startu tavby oxidů kovů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku

- [14] Induction skull melting furnaces. [online]. [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: <http://www.consarc.com/brochures/ism.pdf>
- [15] JIŘINEC, S. Přenos elektrické energie do vsázky při tavení ve studeném kelímku. Plzeň, 2014, 49 s. SDZ. ZČU, Fakulta elektrotechnická.
- [16] Electromagnetic Casting. [online]. [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: <http://www.siliconsultant.com/EMC.htm>
- [17] Materiálová věda. [online]. [cit. 2015-02-20]. Dostupné z: <http://materialovaveda.blogspot.cz/2011/07/kde-se-bere-monokrystalicky-kremik.html>
- [18] LORENC, M., J. ŠIK a L. VÁLEK. Technologie růstu monokrystalů křemíku Czochralského metodou. [online]. [cit. 2015-03-25]. Dostupné z: http://silicon.euweb.cz/LORENC_CZSi.pdf
- [19] REED, Scott. Induction Skull Melting Offers Ti Investment Casting Benefits. *Industrial Heating*. 2001 [online]. [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: http://www.industrialheating.com/Articles/Feature_Article/a8f55bf8fbbb7010VgnVCM100000f932a8c0
- [20] KOŽENÝ, Jiří, David ROT a Stanislav JIŘINEC. EPE 2015: Electrical efficiency of induction furnace with cold crucible via different segments width
- [21] ANSYS, HELP
- [22] ROT, D, KOŽENÝ, J., POZNYAK, I., JIŘINEC, S. a KŘESINA, M. Power losses in induction furnace with cold crucible with different segments shape. *Electroscope*. [online]. 2014 [cit. 2015-04-10]. ISSN 1802-4564. Dostupné z: http://147.228.94.30/images/Rocnik2014/Cislo1_2014/r8c2c4.pdf
- [23] *Material property data* [online]. [cit. 2015-04-15]. Dostupné z: <http://www.matweb.com/>
- [24] SUSEN. *Laboratoř studených kelímků* [online.] 2015 [cit. 2015-04-25]. Dostupné z: <http://susen2020.cz/vyzkum/vyhled-2015-infrastruktura-projektu-susen/laborator-studenych-kelimku/>

Použitý software

ANSYS v14.0

Přílohy

Příloha A - Všechny odečtené a dopočítané hodnoty

(ps) počet segmentů	Jedna polovina výšeče kelímku - z ANSYSU					počet elementů
	ztráty [W]					
	celkové	vs. + seg.	vsázka	segment	induktor	
8	530,883	364,833	189,877	174,956	166,05	175943
10	413,367	279,541	149,136	130,405	133,826	146468
12	337,735	225,948	122,368	103,58	111,787	138966
14	284,987	188,985	103,475	85,51	96,002	127656
16	246,423	162,033	89,525	72,508	84,39	125176
18	216,534	141,64	78,894	62,746	74,894	122567
20	192,613	125,079	70,353	54,726	67,534	123208
22	173,468	111,992	63,509	48,483	61,476	121417
24	157,599	101,171	57,841	43,33	56,428	118617
26	144,237	92,122	53,09	39,032	52,115	116438
28	132,82	84,397	49,032	35,365	48,423	115498
30	122,885	77,693	45,524	32,169	45,192	117998
32	114,268	71,956	42,521	29,435	42,312	119614
34	106,732	66,822	39,826	26,996	39,91	115866
36	100,082	62,378	37,486	24,892	37,704	109831
40	88,816	54,838	33,475	21,363	33,978	106421
44	79,801	48,868	30,271	18,597	30,933	97940
48	72,309	43,931	27,615	16,316	28,378	95913
52	65,912	39,724	25,4	14,324	26,188	99162
56	60,341	36,025	23,496	12,529	24,316	95700
60	55,423	32,71	21,854	10,856	22,713	95187
64	51,062	29,759	20,436	9,323	21,303	90350

Tabulka I: Hodnoty odečítané přímo z programu ANSYS

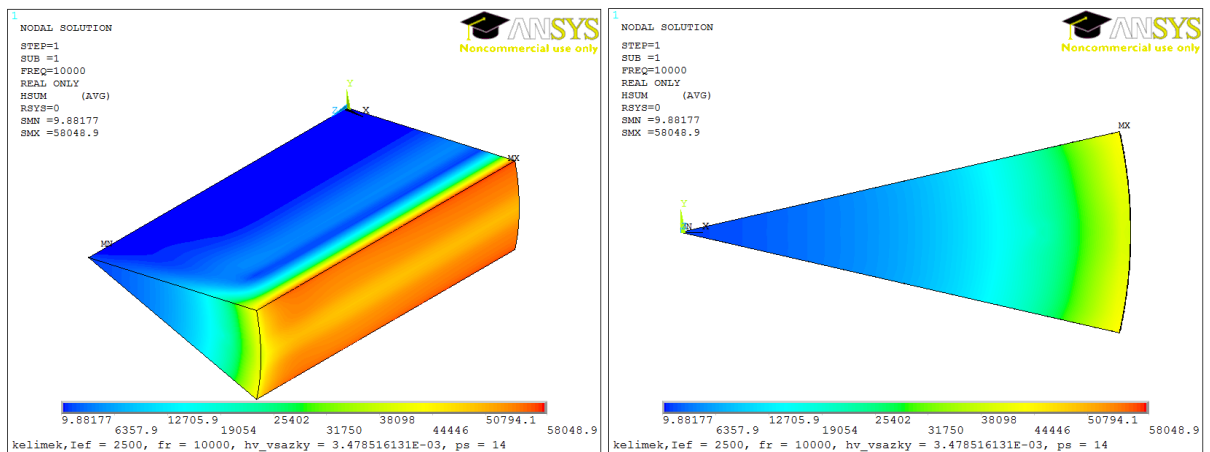
(ps) počet segmentů	Celý kelímek				
	ztráty [W]				
	celkové	vs. + seg.	vsázka	segmenty	induktor
8	8494,128	5837,328	3038,032	2799,296	2656,8
10	8267,34	5590,82	2982,72	2608,1	2676,52
12	8105,64	5422,752	2936,832	2485,92	2682,888
14	7979,636	5291,58	2897,3	2394,28	2688,056
16	7885,536	5185,056	2864,8	2320,256	2700,48
18	7795,224	5099,04	2840,184	2258,856	2696,184
20	7704,52	5003,16	2814,12	2189,04	2701,36
22	7632,592	4927,648	2794,396	2133,252	2704,944
24	7564,752	4856,208	2776,368	2079,84	2708,544
26	7500,324	4790,344	2760,68	2029,664	2709,98
28	7437,92	4726,232	2745,792	1980,44	2711,688
30	7373,1	4661,58	2731,44	1930,14	2711,52
32	7313,152	4605,184	2721,344	1883,84	2707,968
34	7257,776	4543,896	2708,168	1835,728	2713,88
36	7205,904	4491,216	2698,992	1792,224	2714,688
40	7105,28	4387,04	2678	1709,04	2718,24
44	7022,488	4300,384	2663,848	1636,536	2722,104
48	6941,664	4217,376	2651,04	1566,336	2724,288
52	6854,848	4131,296	2641,6	1489,696	2723,552
56	6758,192	4034,8	2631,552	1403,248	2723,392
60	6650,76	3925,2	2622,48	1302,72	2725,56
64	6535,936	3809,152	2615,808	1193,344	2726,784

Tabulka II: Hodnoty dopočítané pro celý kelímek

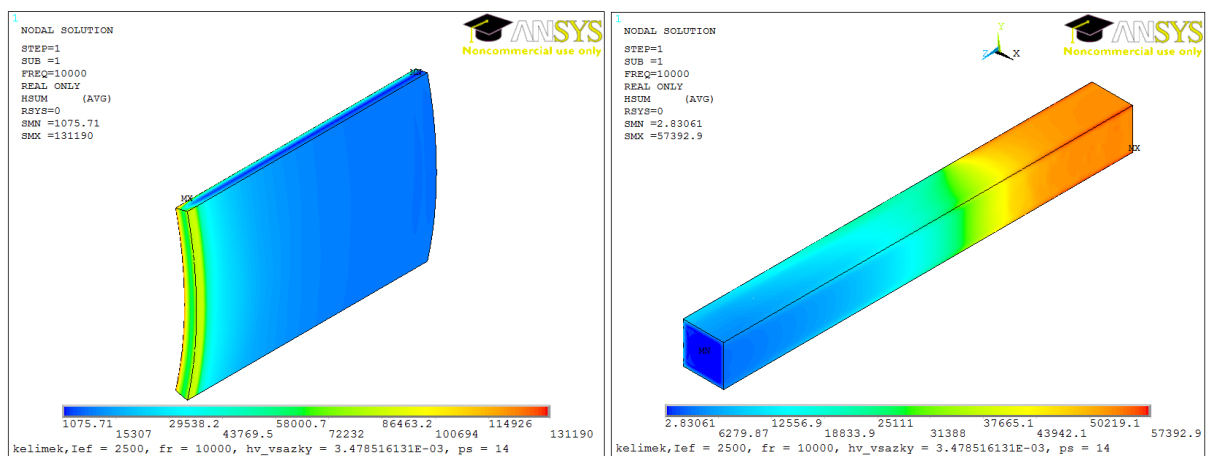
(ps) počet segmentů	Celý kelímek				
	ztráty [W]				
	celkové	vs. + seg.	vsázka	segmenty	induktor
8	8198,816	5530,576	2793,696	2736,88	2668,24
10	8266,24	5803,72	2993,2	2810,52	2462,52
12	8268,576	5924,76	3105,6	2819,16	2343,816
14	8298,528	6040,44	3209,808	2830,632	2258,088
16	8286,944	6097,376	3280,32	2817,056	2189,568
18	8261,136	6127,02	3335,868	2791,152	2134,116
20	8226,48	6133,4	3376,84	2756,56	2093,08
22	8198,168	6141,256	3419,416	2721,84	2056,912
24	8161,248	6132,096	3450	2682,096	2029,152
26	8115,9	6111,716	3476,668	2635,048	2004,184
28	8059,52	6075,384	3493,84	2581,544	1984,136
30	8025,24	6058,14	3522,18	2535,96	1967,1
32	7968,896	6017,728	3536,96	2480,768	1951,168
34	7916,968	5983,252	3553	2430,252	1933,716
36	7873,2	5949	3568,68	2380,32	1924,2
38	7825,34	5919,716	3583,704	2336,012	1905,624
40	7776,56	5876,4	3589,76	2286,64	1900,16
42	7744,8	5851,776	3605,196	2246,58	1893,024
44	7693,84	5809,76	3610,64	2199,12	1884,08
46	7652,56	5776,404	3620,844	2155,56	1876,156
48	7598,112	5728,8	3625,536	2103,264	1869,312
50	7545,9	5683	3635,6	2047,4	1862,9
52	7485,816	5628,584	3637,92	1990,664	1857,232
54	7423,596	5571,72	3645,324	1926,396	1851,876
56	7351,456	5504,352	3649,408	1854,944	1847,104
58	7278,884	5437,732	3655,624	1782,108	1841,152
60	7198,8	5360,4	3659,04	1701,36	1838,4
62	7116,98	5284,136	3665,192	1618,944	1832,844
64	7029,632	5200	3666,304	1533,696	1829,632

Tabulka III: Hodnoty pro pohyblivý segment i induktor

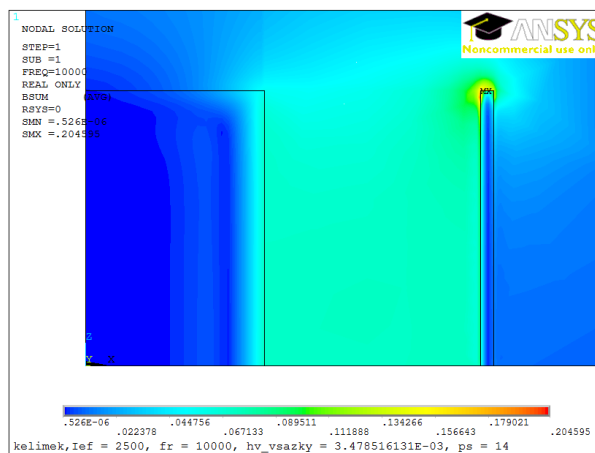
Příloha B - Grafické výsledky z programu ANSYS



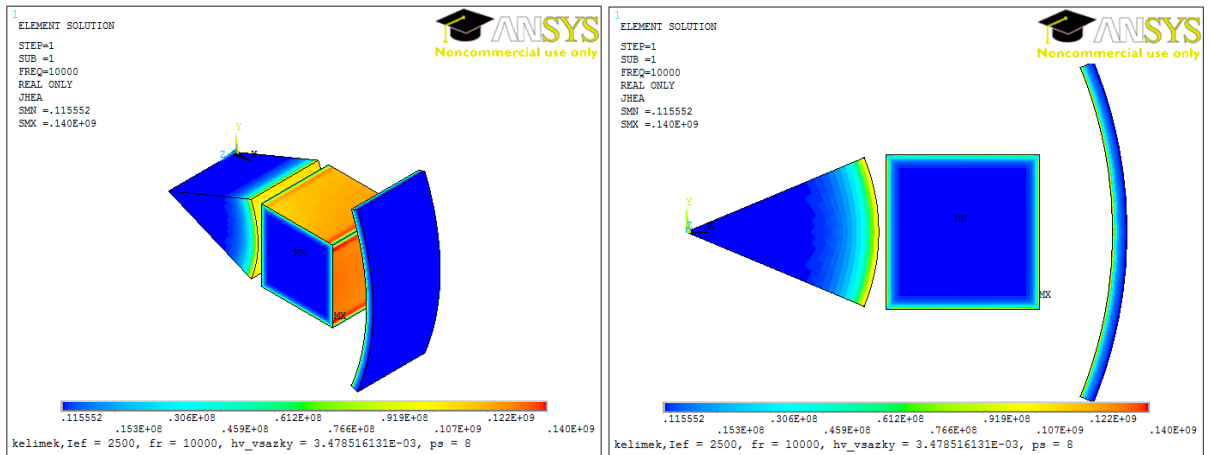
Obrázek I: Intenzita magnetického pole [A/m] ve vsázce



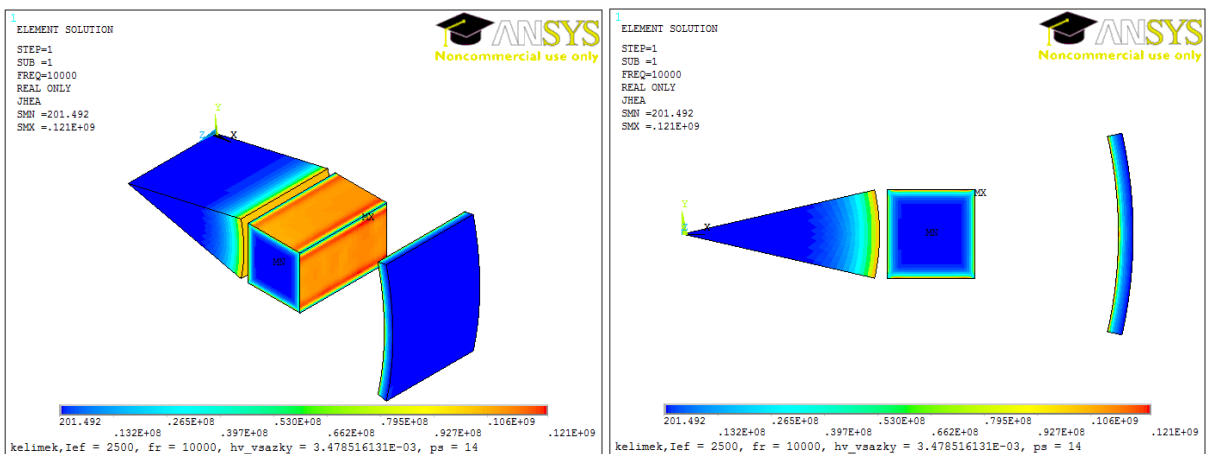
Obrázek II: Intenzita magnetického pole [A/m] v induktoru a segmentu



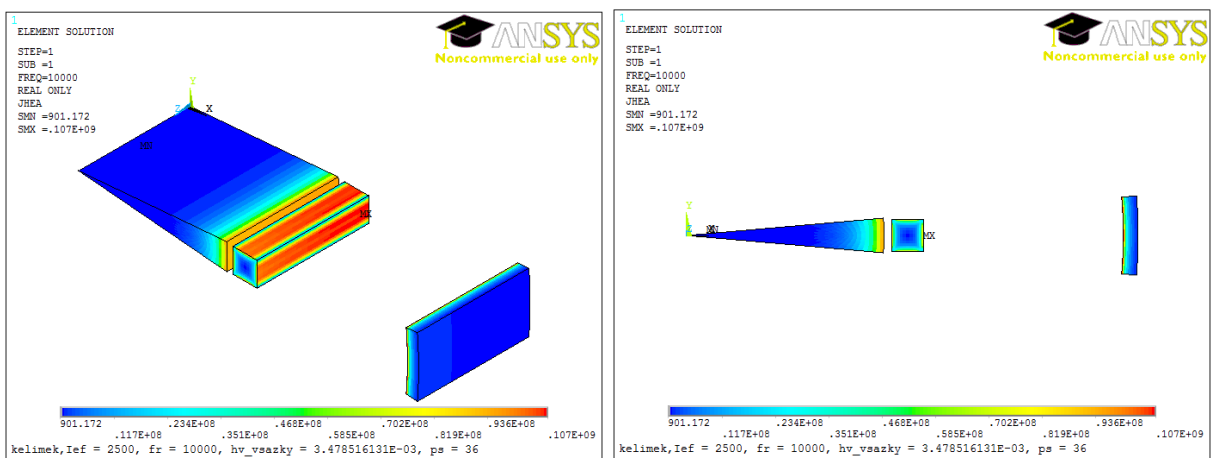
Obrázek III: Magnetická indukce [T] v části modelu



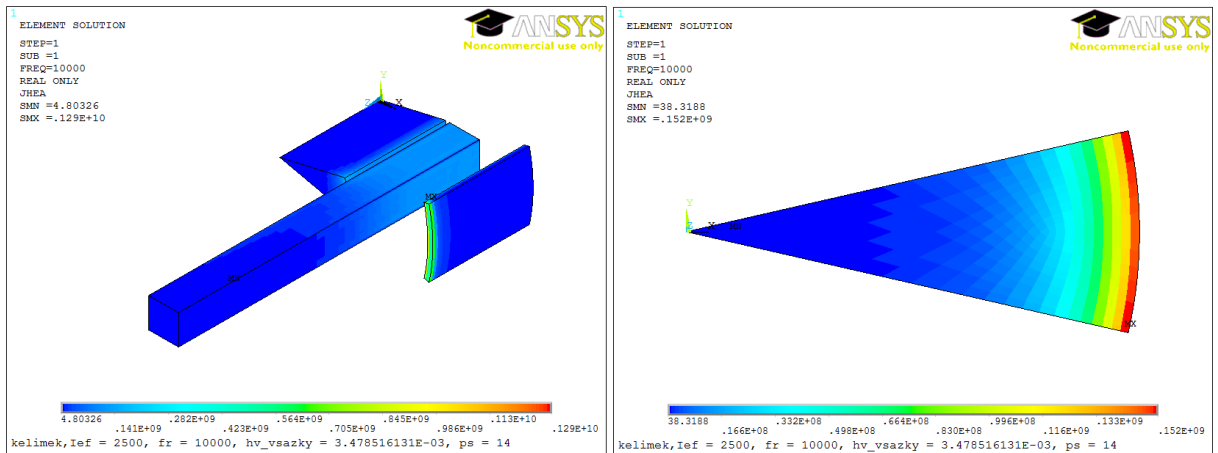
Obrázek IV: Jouleovy ztráty [W/m^3] v řezu modelu s 8 segmenty



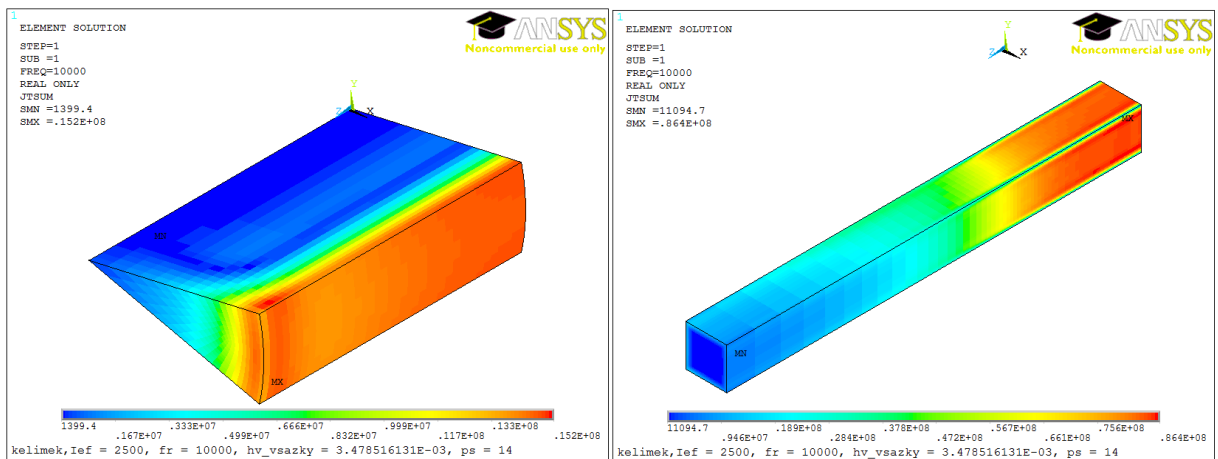
Obrázek V: Jouleovy ztráty [W/m^3] v řezu modelu se 14 segmenty



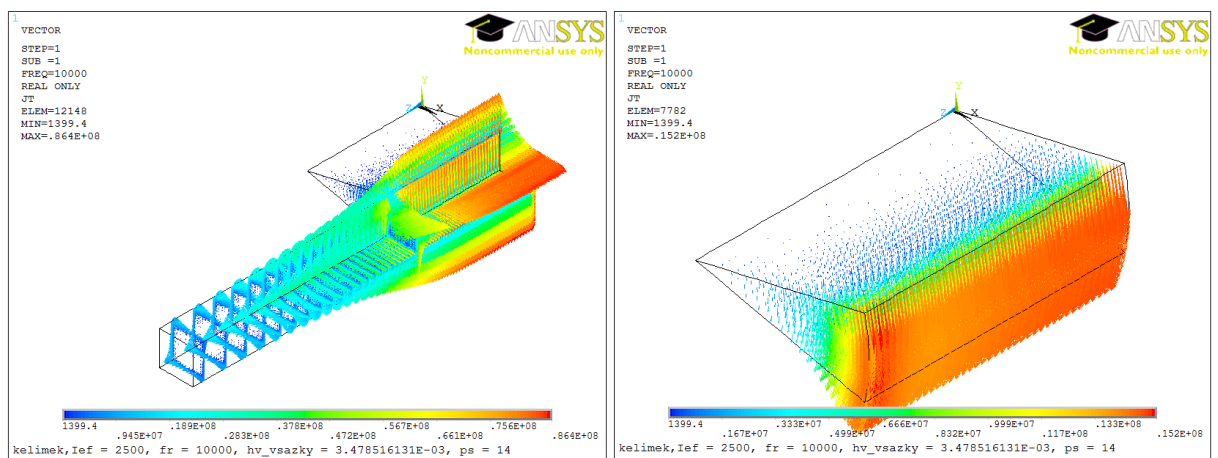
Obrázek VI: Jouleovy ztráty [W/m^3] v řezu modelu s 36 segmenty



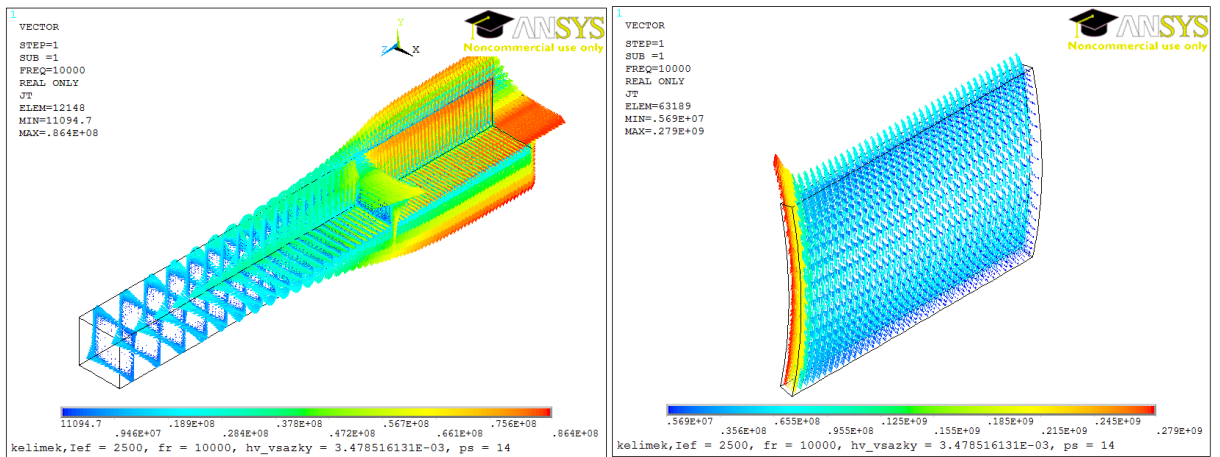
Obrázek VII: Rozložení Jouleových ztrát [W/m^3] v celém modelu a ve vsázce



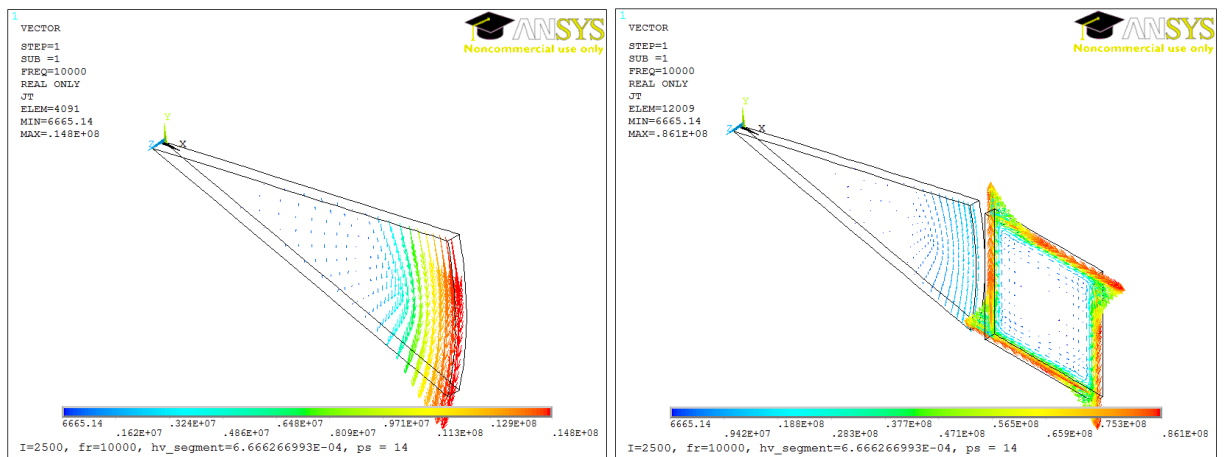
Obrázek VIII: Proudová hustota [A/m^2] ve vsázce a v segmentu



Obrázek IX: Vektory proudové hustoty [A/m^2] ve vsázce a v segmentu



Obrázek X: Vektory proudové hustoty [A/m^2] v segmentu a induktoru



Obrázek XI: Vektory proudové hustoty [A/m^2] v řezu vsázky a segmentu