

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Pasivní elektrické filtry RC, RL a LC

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická

Akademický rok: 2014/2015

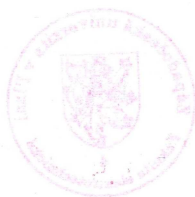
ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Tadeáš KYNČL**
Osobní číslo: **E12B0118P**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komerční elektrotechnika**
Název tématu: **Pasivní elektrické filtry RC, RL a LC**
Zadávající katedra: **Katedra technologií a měření**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Základní typy pasivních frekvenčních elektrických filtrů a princip jejich funkce.
2. Analýza RC, RL a LC filtrů, jejich frekvenční charakteristiky.
3. Parametry filtrů, jejich výpočet a měření.
4. Realizace pasivního el. filtru typu dolní propust a pásmová propust, porovnání naměřených a vypočtených charakteristických hodnot.



Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**

Rozsah pracovní zprávy: **20 - 30 stran**

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.

Vedoucí bakalářské práce:

Doc. Ing. Jiří Kotlan, CSc.

Katedra teoretické elektrotechniky

Datum zadání bakalářské práce: **15. října 2014**

Termín odevzdání bakalářské práce: **8. června 2015**

Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan



Doc. Ing. Vlastimil Skočil, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2014

Abstrakt

Tato práce se zabývá problematikou pasivních elektrických filtrů, jejich vlastnostmi, frekvenčními charakteristikami, měřením a porovnáním praxe s teorií. V první části práce jsou uvedeny informace o filtrech, v druhé části pak jejich návrh, měření a simulace. Závěr práce srovnává teoretické předpoklady s naměřenou praktickou částí.

Klíčová slova

Filtr, rezistor, induktor, kapacitor, charakteristika, frekvence, kmitočet, fáze, obvod

Abstract

This thesis is about passive electrical filters, their features, frequency characteristics, measuring of their properties and comparison of the theory with the practice. In the first part of the thesis there are information about electrical filters, while the second part consists of the design of specific circuits, their measuring and also the computer simulations. The conclusion of the thesis is focused on comparing the theoretical assumptions and hypotheses with the actual readings gathered from measuring.

Key words

Filter, resistor, inductor, capacitor, chart, frequency, phase, circuit

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 21. 5. 2015

Tadeáš Kynčl

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce Doc. Ing. Jiřímu Kotlanovi, CSc. za cenné odborné rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

Úvod	11
1 O kmitočtových filtrech	12
1.1 Použití filtrů	12
1.2 Realizace filtrů	13
1.3 Vlastnosti RC a RLC filtrů	14
1.4 Druhy filtrů	14
1.4.1 Selektivní filtry	14
1.4.2 Korekční filtry	17
1.4.3 Fázovací obvody	18
1.5 RC a RL články 1. řádu	18
1.5.1 Dolní propust 1. řádu	20
1.5.2 Horní propust 1. řádu	21
1.6 RC články 2. řádu	23
1.6.1 Dolní propust 2. řádu	23
1.6.2 Horní propust 2. řádu	26
1.6.3 Shrnutí propustí 2. řádu	27
1.6.4 Pásmová propust 2. řádu	28
1.6.5 Pásmová zádrž 2. řádu	30
1.7 Zobelovy LC filtry	31
1.7.1 Zobelovy filtry typu k	32
1.7.2 Zobelovy filtry typu m jako půlčlánky	34
2 Návrh filtru, praktické měření a simulace	36
2.1 RC dolní propust 1. řádu	36
2.1.1 Návrh RC dolní propusti 1. řádu	36
2.1.2 Měření RC dolní propusti 1. řádu	37
2.1.3 Simulace RC dolní propusti 1. řádu	40
2.2 Dolní propust 2. řádu s RL a RC článkem	41
2.2.1 Návrh dolní propusti 2. řádu	41
2.2.2 Měření dolní propusti 2. řádu	41
2.2.3 Simulace dolní propusti 2. řádu	43

2.3	RC pásmová propust 2. řádu	43
2.3.1	Návrh RC pásmové propusti 2. řádu	44
2.3.2	Měření RC pásmové propusti 2. řádu	44
2.3.3	Simulace RC pásmové propusti 2. řádu	46
3	Závěr	47
	Reference	49
	Přílohy	51
	Příloha 1 - Tabulka naměřených hodnot frekvenčních charakteristik RC filtru typu dolní propust 1. řádu	51
	Příloha 2 - Tabulka naměřených hodnot frekvenčních charakteristik RC filtru typu dolní propust 2. řádu	52
	Příloha 3 - Tabulka naměřených hodnot frekvenčních charakteristik RC filtru typu pásmová propust 2. řádu	53
	Příloha 4 - Naměřené frekvenční charakteristiky RC filtru typu dolní propust 1. řádu	54
	Příloha 5 - Naměřené frekvenční charakteristiky RC filtru typu dolní propust 2. řádu	55
	Příloha 6 - Naměřené frekvenční charakteristiky RC filtru typu pásmová pro- pust 2. řádu	56
	Příloha 7 - Naměřená Nyquistova a amplitudová frekvenční charakteristika RC filtru typu dolní propust 1. řádu	57
	Příloha 8 - Naměřená Nyquistova, amplitudová a fázová frekvenční charakte- ristika RC filtru typu dolní propust 2. řádu	57
	Příloha 9 - Naměřená Nyquistova a amplitudová frekvenční charakteristika RC filtru typu pásmová propust 2. řádu	58

Seznam symbolů a zkratek

Zkratka	Význam
A	přenos
B	šířka pásma
C	kapacita
DP	dolní propust
f	kmitočet (frekvence)
HP	horní propust
L	indukčnost
PP	pásmová propust
PRO	paralelní rezonanční obvod
PZ	pásmová zadrž
Q	činitel jakosti
R	elektrický odpor
SRO	sériový rezonanční obvod
U	elektrické napětí
U	fázor elektrického napětí
X	reaktance
φ	fázový posuv (fáze)
ω	kruhová frekvence
ω_0	mezní kruhová frekvence
ω_s	střední kruhová frekvence

Úvod

Cílem této bakalářské práce je vytvoření přehledu základních typů jednodušších pasivních frekvenčních elektrických filtrů. Součástí tohoto přehledu je vysvětlení principu funkce filtrů a uvedení parametrů spolu s jejich výpočty a měřením. V práci jsou také uvedeny typické frekvenční charakteristiky jednotlivých filtrů.

Na realizaci pasivních elektrických filtrů typu dolní a pásmová propust jsou ověřeny teoretické předpoklady uvedené v první části práce. Mimo měření těchto realizovaných článků je provedena i simulace za účelem získání frekvenčních charakteristik.

Závěr práce shrnuje výsledky měření spolu s výsledky simulací. Jsou zde porovnány naměřené a teoretické charakteristické hodnoty pasivních elektrických filtrů.

1 O kmitočtových filtrech

Pasivní elektrické filtry jsou lineární elektrické obvody, jejichž uplatnění se nachází v mnoha oblastech a oborech elektrotechniky a elektroniky. Využívají se pro selekci frekvenčních složek signálu, který filtry prochází. Dojde k tomu, že určité frekvenční složky filtrem procházejí, tzn. filtr tuto frekvenční oblast propouští (odtud propustné pásmo), a jiné frekvenční složky neprocházejí, tzn. filtr tuto frekvenční oblast potlačuje, zadržuje či nepropouští (odtud nepropustné pásmo). Takovéto vlastnosti se velmi často vyjadřují amplitudovou kmitočtovou (frekvenční) charakteristikou. Jedná se o závislost velikosti většinou napěťového přenosu na kmitočtu. [1]

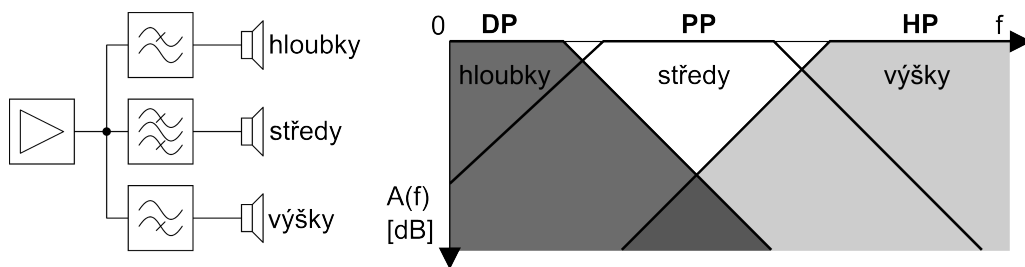
1.1 Použití filtrů

Jak již bylo zmíněno v úvodu, uplatnění elektrických filtrů je opravdu široké. Velmi častými oblastmi jsou radiotechnika, elektroakustika, měřicí technika, regulační technika, ale například i silnoproudá elektrotechnika.

V případě radiotechniky se filtry používají pro selekci přijímaných signálů ve vstupních obvodech přijímačů a v jejich mezifrekvenčních filtrech. Filtry v podobě horních a dolních propustí se používají jako výhybky pro rozdělení frekvenčních pásem v anténních obvodech a předzesilovačích, v podobě pásmových zádrží jako člen pro potlačení rušících signálů apod. [2]

V oblasti elektroakustiky mají uplatnění například jako korekční filtry, což mohou být nastavitelné korektory hloubek, výšek, pásmové korektory apod. Další druhy filtrů nalezneme v systémech pro omezení šumu (např. Dolby). Filtry v podobě různých propustí se používají jako kmitočtové výhybky pro reproduktorové soustavy. Obrázek č. 1 zobrazuje právě takové použití. Lze jimi také upravovat barvu zvuku a realizovat s nimi zvláštní zvukové efekty. [1]

V měřicí technice se jedná o filtry pro výběr měřeného kmitočtového pásma. Najdeme je v selektivních voltmetrech, měřicích harmonického zkreslení (i jiných typů zkreslení) a v dalších měřicích přístrojích, umožňujících nám selektivní měření.



Obrázek 1: Kmitočtová výhybka pro reproduktorovou soustavu [1]

1.2 Realizace filtrů

Ač se v této práci budu zabývat výhradně pasivními filtry, pro zajímavost uvedu ve zkratce základní tři skupiny realizace dle [1].

1. Realizace z diskrétních prvků

Jak již název napovídá, tyto filtry se skládají z odporů, kondenzátorů, cívek apod. Jedná se o velmi levnou (pro jednotlivce) a jednoduchou variantu.

2. Realizace jako integrovaný blok

Zde jde většinou o menší, lépe zpracovanou a levnější (pro větší odběr) variantu z důvodu sériovosti výroby. Nevýhodou je, že si poté jednotlivec nemůže upravit filtr dle svých potřeb a musí dodržovat podmínky zapojení dané výrobcem.

3. Realizace s číslicovými filtry

Jednoduše řečeno je signál číslicově zpracováván, přičemž se právě číslicová interpretace signálu matematicky upravuje tak, aby výsledný signál odpovídal stejným vlastnostem (či lepším) jako při průchodu pasivním filtrem. Určitým omezením je pak prostředí číslicového zpracování signálu (převodníky, počítač, programové vybavení...) a rychlost výpočtu počítače a vzorkování, což se pak odráží v použitelném kmitočtovém pásmu filtru.

Při výběru tedy záleží na podmínkách úlohy a možnostech uživatele.

1.3 Vlastnosti RC a RLC filtrů

Jedná se o filtry z diskretních prvků a jak již bylo zmíněno, vynikají svou jednoduchostí, dostupností a nízkou cenou. Bohužel nízká cena se odráží v parametrech. Pro praktické využití se používají jen RC filtry prvního a druhého řádu, které mají nízký činitel jakosti ($Q < 0,5$). Vyšší řády RC filtrů se používají jen výjimečně. RLC filtry nám umožňují vytvořit teoreticky libovolný typ filtru. Omezení zde plynou z použití cívek. Například pro nízké kmitočty jsou zapotřebí velké hodnoty indukčnosti L a cívky jsou tak rozměrné, drahé a ztrátové (malý činitel jakosti Q). Použití je obecně omezeno vlastními ztrátami cívek a kondenzátorů, ale také tolerancí a stabilitou jejich hodnot pro filtry typu propust a zádrž s malou relativní šířkou pásma. Právě z těchto důvodů jsou tyto filtry používány v kmitočtovém rozsahu 100kHz-300MHz, pro nižší kmitočty jen výjimečně, pro vyšší kmitočty se pak projevují parazitní vlastnosti prvků. [1]

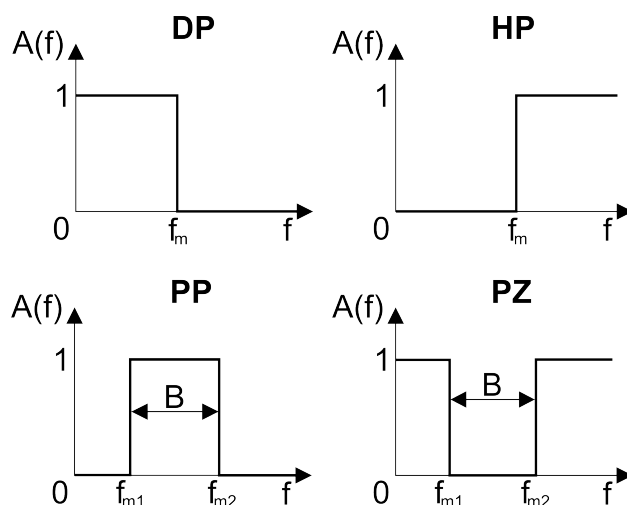
1.4 Druhy filtrů

Filtry lze dělit z mnoha hledisek a vlastností. Podle funkce filtru a tvaru kmitočtových charakteristik je můžeme rozdělit do tří základních skupin dle [1]: selektivní filtry, korekční filtry a fázovací obvody.

1.4.1 Selektivní filtry

V tomto případě se jedná o filtry, jejichž úkolem je potlačení přenosu určitých kmitočtových složek signálu, které se nacházejí v nepropustném pásmu. Dle rozmístění propustného a nepropustného pásma rozlišujeme filtry následovně:

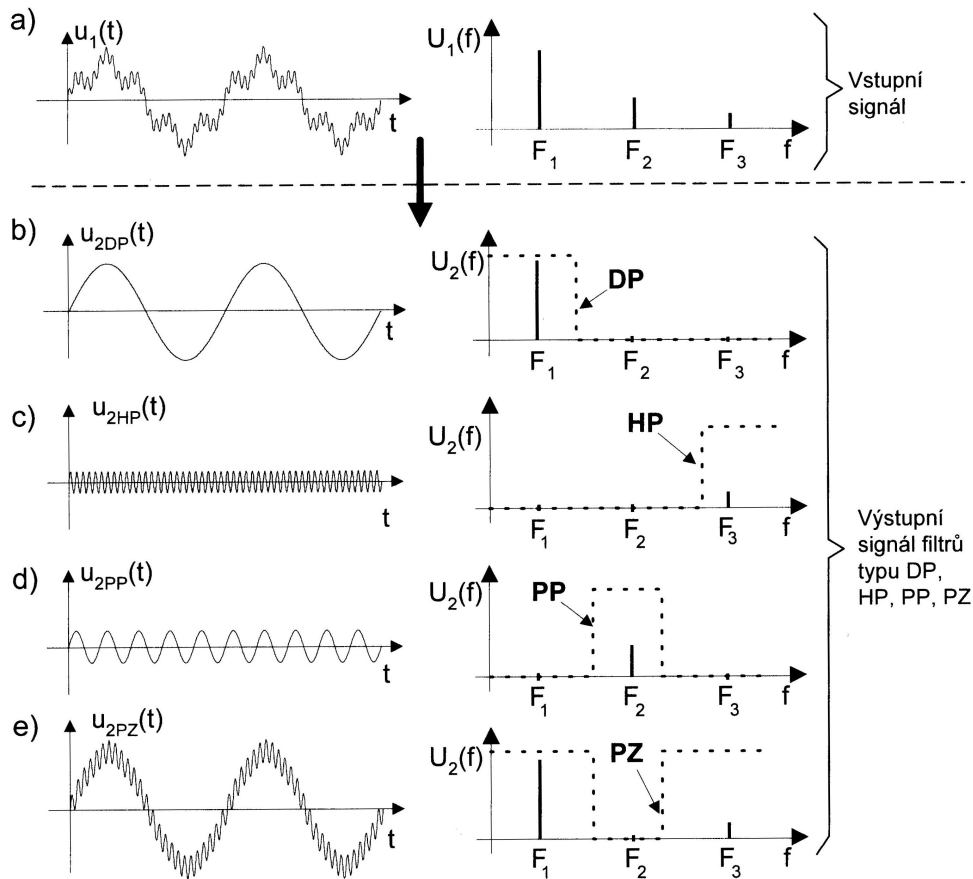
1. **dolní propust**, zkráceně DP, propouští kmitočtové složky signálu nižší, než je mezní kmitočet f_m ,
2. **horní propust**, zkráceně HP, propouští kmitočtové složky signálu vyšší, než je mezní kmitočet f_m ,
3. **pásmová propust**, zkráceně PP, propouští kmitočtové složky signálu v rozsahu od dolního mezního kmitočtu f_{m1} do horního mezního kmitočtu f_{m2} ,
4. **pásmová zádrž**, zkráceně PZ, nepropouští kmitočtové složky signálu v rozsahu od dolního mezního kmitočtu f_{m1} do horního mezního kmitočtu f_{m2} .



Obrázek 2: Ideální přenosové charakteristiky základních selektivních filtrů [3]

Na výše uvedených charakteristikách vidíme, že v ideálním případě je přenos filtru v propustném pásmu konstantní (např. $A = 1$) a v nepropustném pásmu nulový. Pro objasnění funkce a použití selektivních filtrů uvedu ještě obrázek č. 3, který názorně ukazuje působení jednotlivých typů filtrů na procházející signál.

Jelikož se v práci zabývám převážně selektivními filtry, je nutné se předem zmínit také o **činiteli jakosti** filtru Q . Jedná se o jeden z hlavních parametrů selektivních filtrů. Vyjadřuje míru strmosti přechodu filtru z propustné do nepropustné oblasti a naopak. To znamená, že v případě pásmových propustí a zádrží je jakousi mírou šířky propustného (zádržného) pásma. Nejvyšší hodnota činitele jakosti, kterou lze dosáhnout filtry RC, je $Q = 0,5$. V případě LC filtrů může být reálný činitel jakosti mnohokrát větší. Za použití bezeztrátových induktorů a kapacitorů by měl činitel jakosti LC filtrů nekonečně velkou hodnotu. [5]



Obrázek 3: Příklad průchodu neharmonického signálu základními typy filtrů: a) časový průběh vstupního signálu a jeho amplitudové spektrum, b-e) časové průběhy výstupních signálů a jejich spektra po průchodu filtry (převzato z [1])

Již na obrázku č. 2 je vidět význam dalšího důležitého parametru selektivních filtrů - šířky pásma **B**. Nejčastější definice, která je také používána v praxi, říká, že v propustném pásmu je útlum signálu menší, než 3dB a šířka propustného pásma B je pak dána rozdílem kmitočtů, při kterých je útlum signálu roven 3dB. Pro správné pochopení uvádím obrázek č. 4, který zobrazuje amplitudovou frekvenční charakteristiku v decibelech. Amplitudový přenos v decibelech lze vypočítat vztahem:

$$A(f)_{dB} = 20 \cdot \log(|\mathbf{A}|) = 20 \cdot \log\left(\frac{U_2}{U_1}\right) [dB]. \quad (1)$$

S amplitudovým přenosem souvisí i útlum. Ten je pak dán vztahem:

$$b_0(f)_{dB} = 20 \cdot \log(|\mathbf{A}^{-1}|) = 20 \cdot \log\left(\frac{U_1}{U_2}\right) [dB]. \quad (2)$$

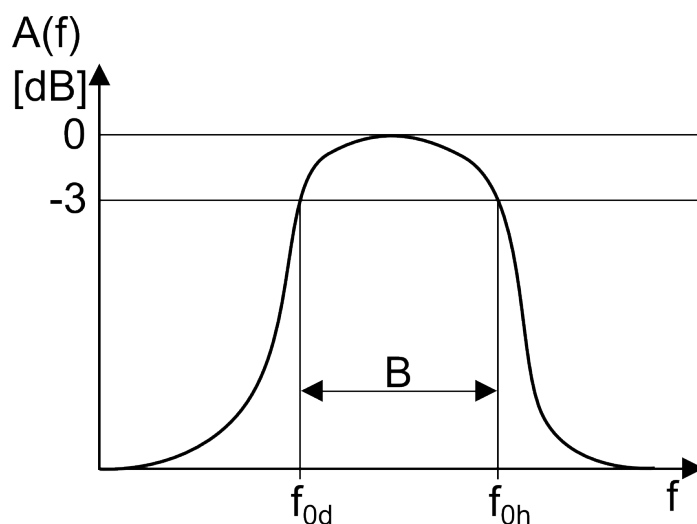
Útlum 3dB odpovídá amplitudovému přenosu $A(f_0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, což je přibližně 70,7% vstupního signálu na výstupu. Pro ověření předchozích vztahů uvádím výpočet útlumu:

$$b_0(f_0)_{dB} = 20 \cdot \log(\sqrt{2}) = 10 \cdot \log(2) \doteq 3dB.$$

Vztahy $A(f_0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ a $b_0(f_0)_{dB} = 3dB$ slouží k výpočtu mezní frekvence f_0 , která ohraničuje propustné pásmo filtru.

V některých oblastech, podle použití, však může být hranice útlumu různá. V této práci budu uvažovat:

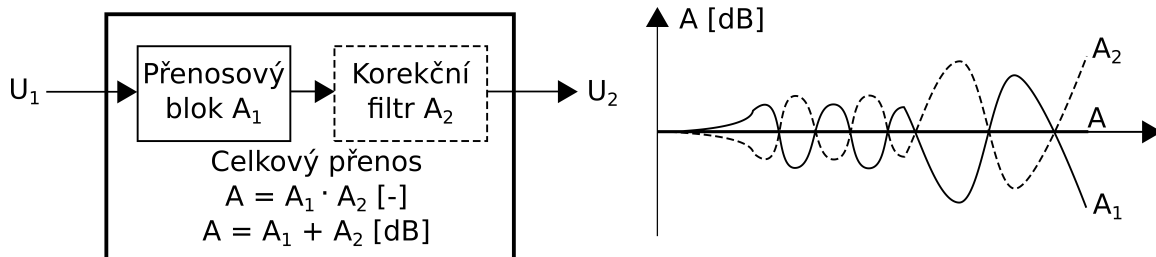
$$B = f_{0h} - f_{0d} [Hz]. \quad (3)$$



Obrázek 4: Určení šířky propustného pásma B

1.4.2 Korekční filtry

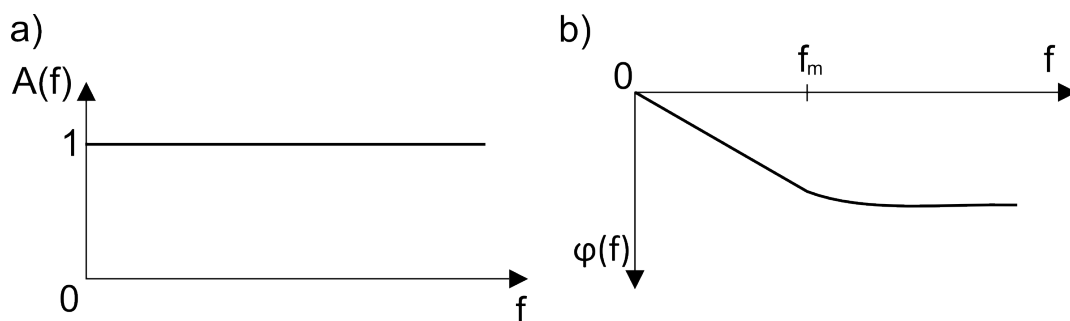
Korekční filtry se využívají pro svoji kmitočtovou závislost přenosu tak, že korigují přenos jiných bloků přenosového řetězce, aby výsledný přenos celé soustavy byl v požadovaném frekvenčním pásmu konstantní. Pro pochopení je nejlepší příklad na obrázku č. 5. Vyjádření přenosů je v logaritmické míře [dB] a výsledný součet dílčích přenosů je konstantní.



Obrázek 5: Použití korekčního filtru A_2 pro korekci přenosu bloku A_1 - výsledný přenos A je konstantní [1]

1.4.3 Fázovací obvody

V případě fázovacích obvodů je jejich přenosová kmitočtová charakteristika kmitočtově nezávislá (všepropustné obvody - allpass). Pracuje se zde s fázovou kmitočtovou charakteristikou, která vyjadřuje frekvenční závislost rozdílu fázového posunutí mezi vstupním a výstupním signálem. Uplatnění najdou v oblastech, kde vyžadujeme různý fázový (časový) posuv v závislosti na kmitočtu signálu. Využívají se pro korekci fázových kmitočtových charakteristik (podobně jako korekční filtry pro korekci přenosových kmitočtových charakteristik) nebo jako zpožďovací články. Obrázek č. 6 zobrazuje příklady kmitočtových charakteristik zpožďovacích obvodů.

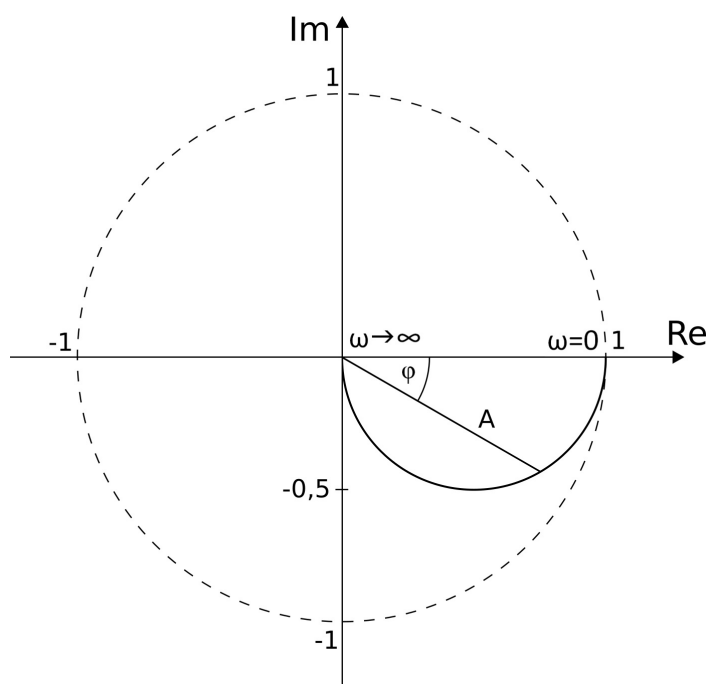


Obrázek 6: Kmitočtové charakteristiky zpožďovacího obvodu: a) přenosová, b) fázová [1]

1.5 RC a RL články 1. řádu

V této části se podrobněji zaměřím na selektivní filtry 1. řádu. U každého typu uvedu jeho kmitočtové charakteristiky a výpočet přenosu.

Úvodem zmíním ještě jeden typ frekvenční charakteristiky, jejíž průběh lze odvodit pomocí amplitudové (modulové) a fázové frekvenční charakteristiky. Jedná se o frekvenční závislost komplexního přenosu $\mathbf{A} = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1}$, tzv. Nyquistovu frekvenční charakteristiku nebo jinými slovy také hodograf. Jde o křivku v komplexní rovině, jejíž body odpovídají konkrétním hodnotám frekvence. Vzdálenost určitého bodu křivky od počátku pak určuje modul přenosu. Úhel mezi reálnou osou a spojnici tohoto bodu s počátkem určuje fázi přenosu. Zároveň také platí, že Nyquistova frekvenční charakteristika pasivních obvodů (vyjma rezonančních) leží uvnitř jednotkové kružnice. [4]

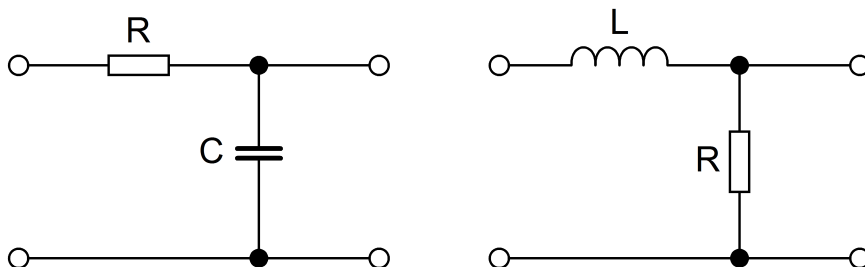


Obrázek 7: Nyquistova frekvenční charakteristika dolní propusti 1. řádu [4]

Z Nyquistovy frekvenční charakteristiky dolní propusti 1. řádu (obrázek č. 7) lze určit, že průběh fázové charakteristiky bude v intervalu $\langle 0^\circ ; -90^\circ \rangle$ a průběh přenosové charakteristiky v intervalu $\langle 0 ; 1 \rangle$. Nyquistova charakteristika horní propusti má obdobný průběh s tím rozdílem, že je půlkružnice zrcadlově převrácena do kladné poloviny imaginární osy. V případě pásmové propusti se teoreticky vytvoří kružnice celá, jelikož se jedná o spojení horní a dolní propusti.

1.5.1 Dolní propust 1. řádu

Dolní propust lze jednoduše realizovat dvěma způsoby. Zapojením RC, kdy je v podélné větvi rezistor a příčné větvi kapacitor, či zapojením RL, kdy je v podélné větvi induktor a v příčné větvi rezistor - viz. obrázek č. 8.



Obrázek 8: Možnosti zapojení filtru typu dolní propust

Mezní kmitočet lze odvodit z podmínky $A(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$, což odpovídá uvedenému útlumu 3dB. Normovaný tvar komplexního přenosu má pak podobu:

$$\mathbf{A}(j\omega_0) = \frac{1}{1 + j\omega_0\tau} = \frac{1}{1 + j}. \quad (4)$$

Jelikož RC i RL článek tvoří při výstupu naprázdno napěťový dělič, můžeme určit vztah pro komplexní přenos jako poměr fázorů výstupního a vstupního napětí. Pro RC článek můžeme psát:

$$\mathbf{A}(j\omega) = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega CR + 1} = \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_0} + 1} = \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}. \quad (5)$$

Pro RL článek pak platí vztah:

$$\mathbf{A}(j\omega) = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{1}{R + j\omega L} \cdot R = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}. \quad (6)$$

Ze vztahů (5) a (6) dostáváme výpočet mezní kruhové frekvence:

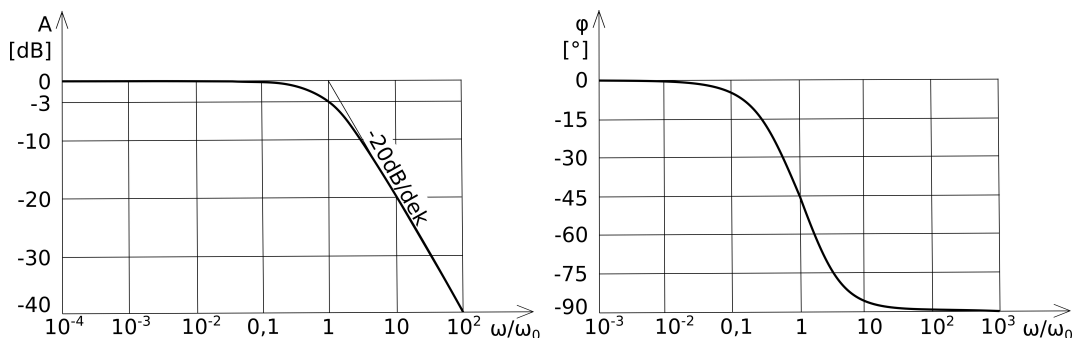
$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R \cdot C} = \frac{R}{L} \quad [5]. \quad (7)$$

V závislosti na kmitočtu signálu lze odvodit ještě vztah pro amplitudový přenos a fázi:

$$A(\omega) = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega^2 + \omega_0^2}} \quad [5], \quad (8)$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{-\omega}{\omega_0} \quad [5]. \quad (9)$$

Ze vztahu (8) vidíme, že je přenos při $\omega = 0$ roven jedné, tedy 0dB.



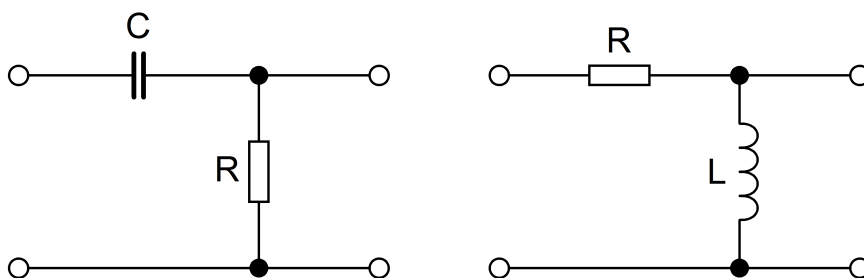
Obrázek 9: Amplitudová charakteristika v dB a fázová charakteristika článku typu dolní propust [5]

Závěrem k dolním propustem 1. řádu uvedu bodově několik základních vlastností, které vycházejí z předchozího textu:

- útlum filtru při mezním kmitočtu ω_0 je roven 3dB, což znamená zmenšení přenosu $A(\omega_0) = \frac{A(\omega = 0)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, jelikož je přenos při $\omega = 0$ maximální, tedy $A(0) = 1$
- při nízkých kmitočtech je fázový posuv filtru nulový, při mezním kmitočtu odpovídá -45° a při kmitočtech $\omega \rightarrow \infty$ dosahuje -90°
- strmota přenosové charakteristiky se v oblasti $\omega > \omega_0$ asymptoticky blíží -20dB/dek neboli -6dB/oktávu a v oblasti $\omega < \omega_0$ se blíží k nule
- v časové oblasti má dolní propust charakteristiku integračního článku

1.5.2 Horní propust 1. řádu

Horní propust, stejně jako dolní, lze opět realizovat dvěma způsoby zapojení RC a RL. V prvním případě je v podélné větvi kondenzátor a v příčné větvi rezistor, v druhém případě je v podélné větvi rezistor a v příčné větvi cívka.



Obrázek 10: Možnosti zapojení filtru typu horní propust

Stejně jako u dolní propusti 1. řádu, i zde tvoří RC a RL článek v případě výstupu naprázdno napěťový dělič. Pro komplexní přenos RC článku tedy můžeme psát:

$$\mathbf{A}(j\omega) = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_0}{j\omega}} = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_0}. \quad (10)$$

Pro RL článek pak platí odvození:

$$\mathbf{A}(j\omega) = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{1}{\frac{R}{j\omega L} + 1} = \frac{1}{\frac{\omega_0}{j\omega} + 1} = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_0}. \quad (11)$$

Mezní kmitočet lze opět odvodit z podmínky $A(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$. Výpočet mezní kruhové frekvence je analogický.

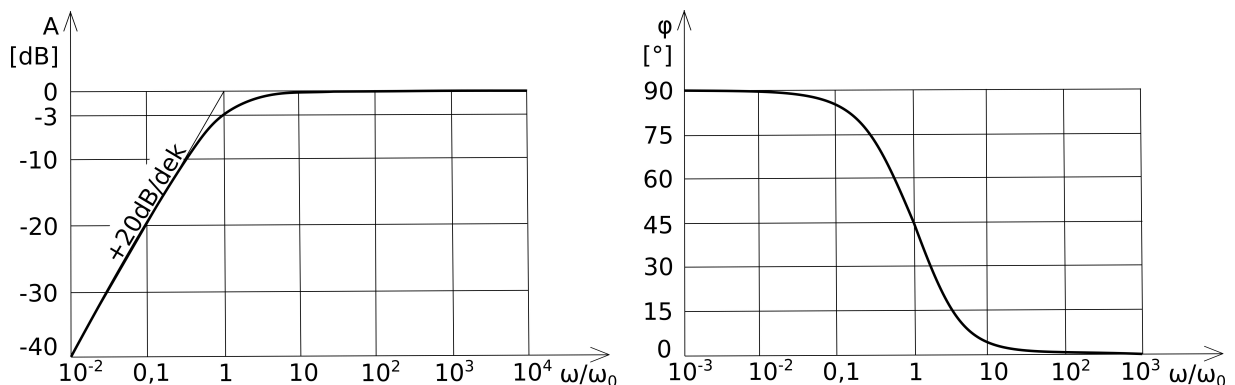
$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R \cdot C} = \frac{R}{L} \quad [5]. \quad (12)$$

Výsledné vztahy pro amplitudový přenos a fázi článku typu horní propust jsou:

$$A(\omega) = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad [5], \quad (13)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega_0}{\omega} \quad [5]. \quad (14)$$

Na obrázku č. 11 jsou uvedeny kmitočtové charakteristiky horní propusti 1. řádu.



Obrázek 11: Amplitudová charakteristika v dB a fázová charakteristika článku typu horní propust [5]

Na závěr opět uvedu bodově základní vlastnosti horních propustí:

- útlum filtru při mezním kmitočtu ω_0 je roven 3dB
- fázový posuv je při $\omega \rightarrow \infty$ nulový, při mezním kmitočtu ω_0 se rovná hodnotě $+45^\circ$ a s dalším zmenšováním kmitočtu se zvětšuje k hodnotě $+90^\circ$
- strmost přenosové charakteristiky se v oblasti $\omega < \omega_0$ asymptoticky blíží $+20\text{dB/dek}$ neboli $+6\text{dB/oktávu}$, v oblasti $\omega > \omega_0$ se pak blíží k nule
- v časové oblasti má horní propust charakteristiku derivačního článku

1.6 RC články 2. řádu

V případě RC filtrů 2. řádu obsahuje zapojení minimálně dva rezistory a dva kondenzátory. Lze s nimi realizovat hlavní typy filtrů - dolní, horní a pásmovou propust a pásmovou zádrž. Hlavními parametry jsou zde mezní kruhová frekvence ω_0 a činitel jakosti Q . Pro RC filtry platí, že činitel jakosti je vždy $Q < 0,5$.

1.6.1 Dolní propust 2. řádu

Na obrázku č. 12 můžeme pozorovat zapojení dolnopropustního filtru 2. řádu jak bez oddělovacího členu, tak s oddělovacím členem, který má přenos $A_u = 1$. Ideální oddělovací obvod musí splňovat podmínku nekonečně velkého vstupního odporu a nulového výstupního odporu. Jelikož je filtr druhého řádu tvořen kaskádním spojením dvou stejných filtrů prvního řádu, výsledný komplexní přenos určíme vynásobením komplexních přenosů jednotlivých filtrů:

$$\mathbf{A}(j\omega) = \frac{1}{j\omega CR + 1} \cdot \frac{1}{j\omega CR + 1} = \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_0} + 1} \cdot \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_0} + 1} = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2j\omega \cdot \omega_0 + \omega_0^2}. \quad (15)$$

Po provedení substituce $p = j\omega$ dostaneme:

$$\mathbf{A}(p) = \frac{\omega_0}{p + \omega_0} \cdot \frac{\omega_0}{p + \omega_0} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2p\omega_0 + \omega_0^2}. \quad (16)$$

Lze také odvodit obecný vztah pro přenos dolní propusti 2. řádu:

$$\mathbf{A}(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + \frac{p\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad [5], \quad (17)$$

kde Q je již zmíněný činitel jakosti filtru.

Pokud porovnáme vztahy (12) a (13), můžeme odvodit činitel jakosti pro zapojení s oddělovacím členem, jelikož platí, že $2\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow Q = \frac{1}{2}$.

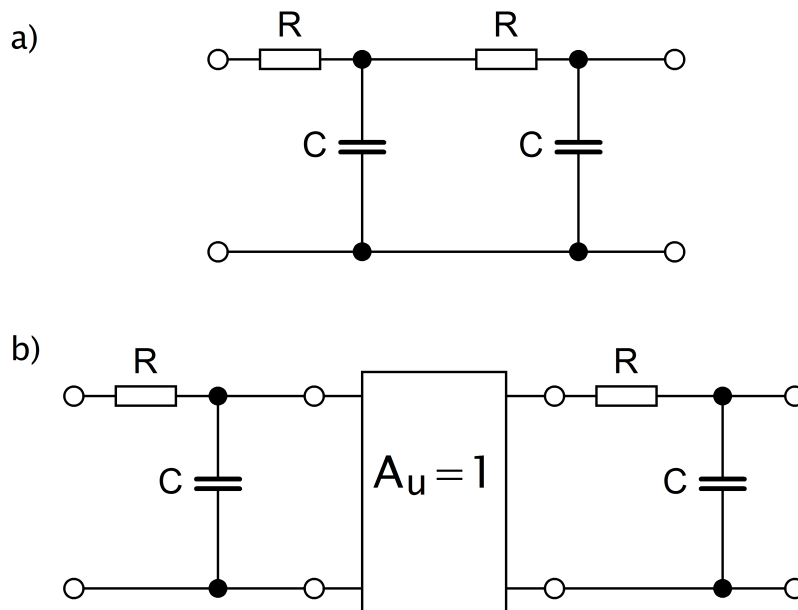
Pro úplnost uvedu ještě činitel jakosti pro zapojení bez oddělovacího členu $Q = \frac{1}{3}$ a vztah pro přenos:

$$\mathbf{A}(p) = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_0}\right)^2 + \frac{p}{\omega_0}} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 3p\omega_0 + \omega_0^2} \quad [5]. \quad (18)$$

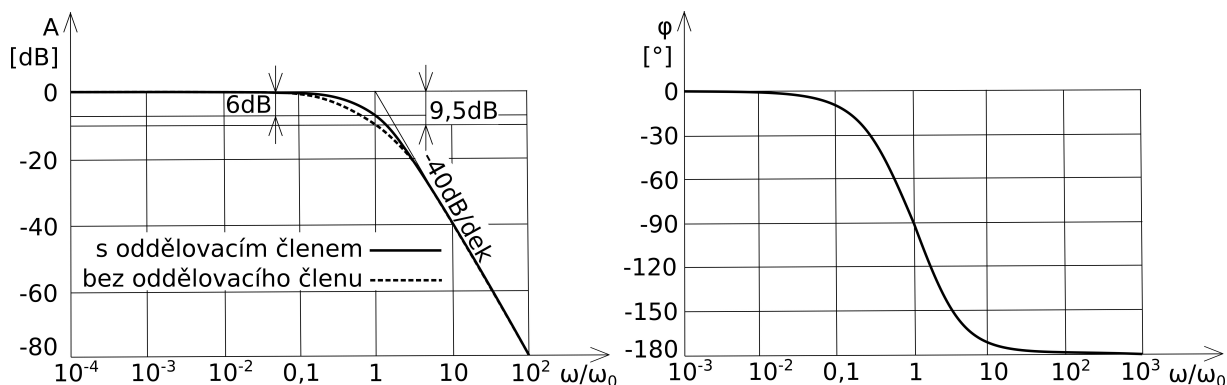
Důležitým parametrem pro filtry 2. řádu je také již zmíněný činitel jakosti Q , který vyjadřuje míru strmosti přechodu filtru z propustné do nepropustné oblasti a naopak. Velikost činitele jakosti Q závisí na poměru hodnot rezistorů $\frac{R_2}{R_1}$ a kapacitorů $\frac{C_2}{C_1}$ v případě filtrů tvořených kaskádním spojením dvou RC dolních propustí 1. řádu s různými hodnotami R a C . Zvyšováním těchto poměrů dosáhneme zlepšení charakteristik, přesněji tedy větší strmosti přenosové charakteristiky. Dle vztahu (19), který vyjadřuje přenos obecné dolní propusti, lze odvodit vztah pro velikost Q .

$$\mathbf{A}(p) = \frac{R_1 C_1 R_2 C_2}{p^2 + p \cdot \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} + R_1 C_1 R_2 C_2} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + \frac{p\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad [5] \quad (19)$$

Na obrázku č. 13 můžeme pozorovat průběhy charakteristik a jejich rozdíly oproti charakteristikám článků prvního řádu. Strmost amplitudové charakteristiky filtru druhého řádu se v závěrné oblasti asymptoticky blíží -40dB/dek . Průběh fázové charakteristiky je pak v intervalu $\langle 0^\circ ; -180^\circ \rangle$.



Obrázek 12: Zapojení filtru 2. řádu typu dolní propust se stejnými hodnotami rezistorů a kapacitorů: a) bez oddělovacího členu, b) s oddělovacím členem



Obrázek 13: Amplitudová charakteristika v dB a fázová charakteristika dolní propusti 2.řádu [5]

Odvození vztahu pro velikost činitele jakosti Q:

Nejprve definujeme označení rezistorů a kapacitorů následovně: $R_1 = R, C_1 = C, R_2 = nR, C_2 = mC$. Z toho vyplývá, že $n = \frac{R_2}{R_1}, m = \frac{C_2}{C_1}$.

Porovnáním vztahu (16) pro přenos obecné dolní propusti lze určit:

$$\frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{Q \cdot \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \Rightarrow$$

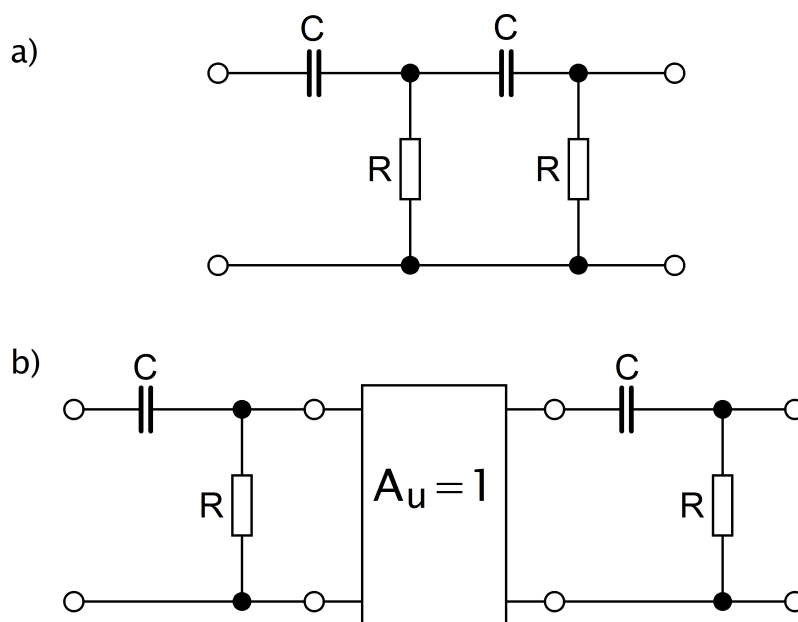
$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} = \sqrt{\frac{1}{nm}} + \sqrt{nm} + \sqrt{\frac{m}{n}} \quad [5] \quad (20)$$

Pro výsledný vztah dostáváme:

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2} = \frac{\sqrt{nm}}{1 + nm + m}. \quad [5] \quad (21)$$

1.6.2 Horní propust 2. řádu

Stejně jako v případě dolní propusti 2. řádu je horní propust 2. řádu kaskádním spojením dvou stejných filtrů 1. řádu. Filtr opět může být realizován bez nebo s oddělovacím členem.



Obrázek 14: Zapojení filtru 2. řádu typu horní propust se stejnými hodnotami rezistorů a kapacitorů: a) bez oddělovacího členu, b) s oddělovacím členem

Vztah pro komplexní přenos filtru tvořeného kaskádním spojením dvou RC horních propustí 1. řádu s různými hodnotami R a C je:

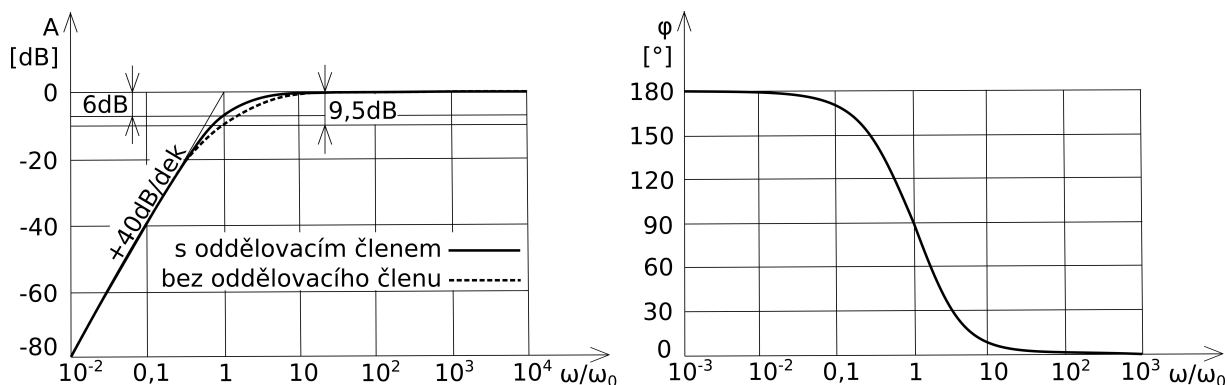
$$\begin{aligned} \mathbf{A}(j\omega) &= \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + j\omega \cdot \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \\ &= \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) \cdot \omega_0^2 + \omega_0^2} \quad [5] \end{aligned} \quad (22)$$

Po provedení substituce $p = j\omega$ a $\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$ je rovnice ve tvaru:

$$\mathbf{A}(p) = \frac{p^2}{p^2 + p \cdot (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) \cdot \omega_0^2 + \omega_0^2} = \frac{p^2}{p^2 + p \cdot \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (23)$$

S pomocí této rovnice dojdeme ke stejným vztahům pro výpočet velikosti činitele jakosti Q jako v předchozí subkapitole. Jedná se o rovnice (20) a (21).

Na závěr ještě uvádím i kmitočtové charakteristiky horní propusti 2. řádu. Na amplitudové frekvenční charakteristice lze opět pozorovat v závěrné oblasti strmost asymptoticky se blížící 40dB/dek. Průběh fázové frekvenční charakteristiky je nyní v intervalu $\langle 180^\circ ; 0^\circ \rangle$.



Obrázek 15: Amplitudová charakteristika v dB a fázová charakteristika horní propusti 2. řádu [5])

1.6.3 Shrnutí propustí 2. řádu

Základním poznatkem u filtrů druhého řádu je dvojnásobná strmost přenosové charakteristiky v závěrné oblasti oproti filtrům prvního řádu. To lze pozorovat na uvedených obrázcích amplitudových charakteristik.

Při praktickém návrhu filtrů volíme jako první velikost kapacitoru C. Pro tuto volbu lze využít následujícího vztahu:

$$C \cong 3 \cdot \frac{10^{-7}}{\sqrt{f_0}} [F; Hz] \quad [5]. \quad (24)$$

Střední kruhovou frekvenci propustného pásma lze určit výpočtem:

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \sqrt{\omega_{0d} \cdot \omega_{0h}} \text{ [rad/s]}, \quad (25)$$

kde ω_{0d} je určena větší z časových konstant $R_1 C_1$, $R_2 C_2$ a ω_{0h} je určena menší z uvedených časových konstant. Stejně tak platí i vztah pro střední kmitočet:

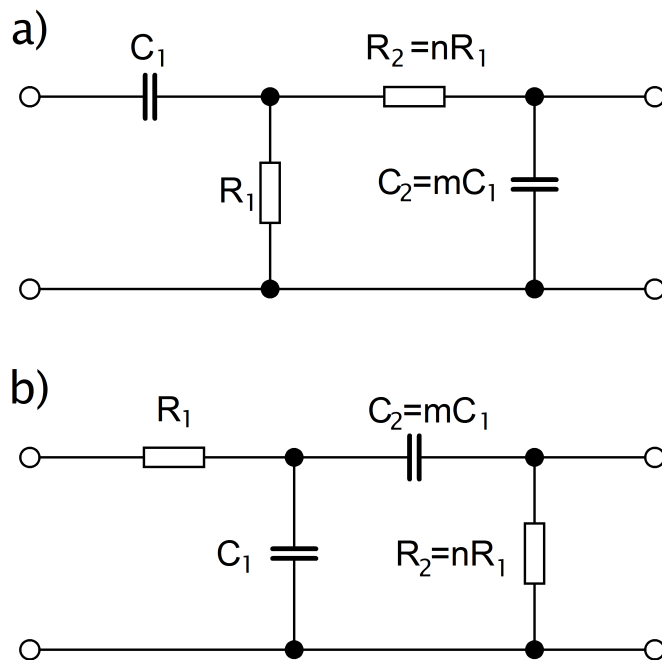
$$f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \sqrt{f_{0d} \cdot f_{0h}} \text{ [Hz]}. \quad (26)$$

Pro dosažení hodnoty $Q > \frac{1}{3}$ je nutné zvětšit poměr hodnot kapacitorů a rezistorů. Nejvyšší možné hodnoty činitele jakosti $Q = 0,5$ lze dosáhnout použitím oddělovacího členu.

V případě RC filtru typu dolní propust je možné kompenzovat velikost vnitřního odporu zdroje signálu tak, že vstupní odpor filtru R_1 zmenšíme o velikost vnitřního odporu zdroje R_i . V případě horní propusti je možné kompenzovat velikost vstupního odporu následujícího stupně, jelikož s ním její výstupní odpor tvoří paralelní kombinaci. [5]

1.6.4 Pásmová propust 2. řádu

Zapojení pásmové propusti 2. řádu je velice jednoduché. Jedná se o spojení dolní a horní propusti 1. řádu. Na pořadí zapojení integračního a derivačního článku nezáleží. Obrázek č. 16 zobrazuje dvě základní varianty zapojení pásmové propusti 2. řádu.



Obrázek 16: Zapojení pásmové propusti RC 2. řádu: a) první derivační, druhý integrační článek, b) první integrační, druhý derivační článek

Z hlediska zapojení je vhodnější zvolit zapojení s integračním článkem na vstupu, jelikož umožňuje upravit vstupní odpor filtru k vnitřnímu odporu zdroje a stejně tak výstupní odpor filtru ke vstupnímu odporu zátěže.

Vztah pro přenos pásmové propusti druhého řádu:

$$\begin{aligned} A(p) &= \frac{p \cdot a}{p^2 + p \cdot \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \frac{p \cdot a}{p^2 + p \cdot \frac{\omega_s}{Q} + \omega_s^2} = \\ &= \frac{p \cdot a}{p^2 + p \cdot \frac{1 + mn + m}{mn R_1 C_1} + \frac{1}{mn \cdot (R_1 C_1)^2}} \quad [5], \end{aligned} \quad (27)$$

kde $\omega_s = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$, $Q = \frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2} = \frac{\sqrt{mn}}{1 + mn + m}$, a kde pro variantu a) dle obrázku č. 16 $a = \frac{1}{R_2 C_2} = \frac{1}{nm R_1 C_1}$ a pro variantu b) $a = \frac{1}{R_1 C_1}$. [5]

Mezní kruhové frekvence definující propustné pásmo filtru lze vypočítat dle vztahů:

$$a) \quad \omega_{0d} = \frac{1}{R_1 C_1}, \omega_{0h} = \frac{1}{R_2 C_2},$$

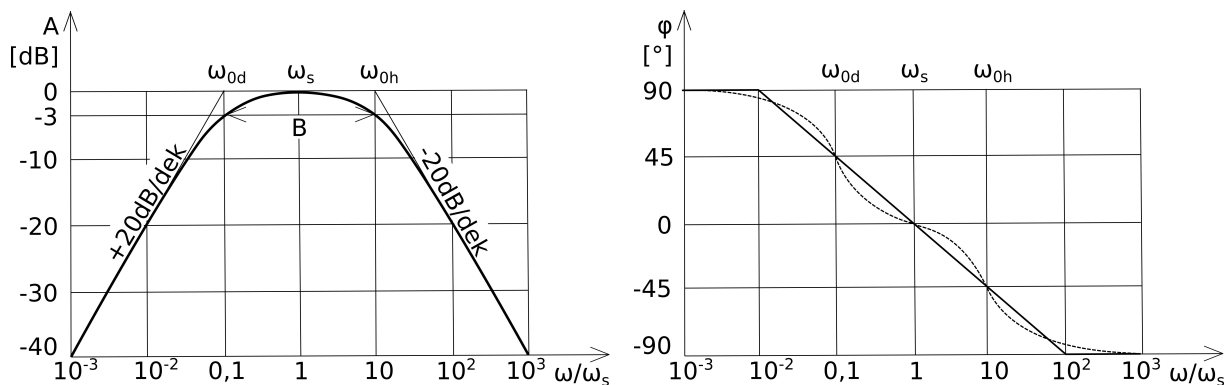
$$b) \quad \omega_{0d} = \frac{1}{R_2 C_2}, \omega_{0h} = \frac{1}{R_1 C_1}.$$

Právě při těchto frekvencích je útlum filtru roven 3dB a tím je dána šířka propustného pásma B, kterou lze určit:

$$B = \omega_{0h} - \omega_{0d} = \frac{\omega_s}{Q} [\text{rad/s}], \quad (28)$$

$$B = f_{0h} - f_{0d} [\text{Hz}]. \quad (29)$$

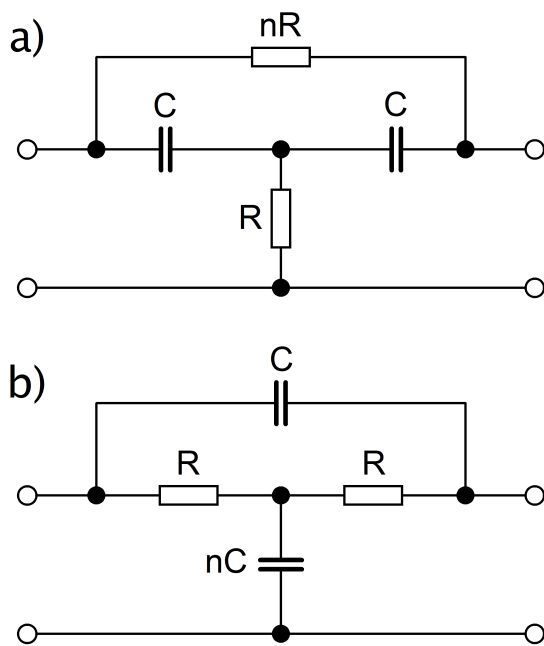
Obrázek č. 17 zobrazuje kmitočtové charakteristiky pásmové propusti. Lze vypočítat, že strmost amplitudové charakteristiky se v nepropustné oblasti asymptoticky blíží $\pm 20 \text{ dB/dek}$. Fázová charakteristika je součtem fázových charakteristik dolní propusti a horní propusti 1. řádu. Průběh se proto mění od $+90^\circ$ do -90° a při ω_0 je fázový posuv nulový.



Obrázek 17: Amplitudová charakteristika v dB a fázová charakteristika pásmové propusti 2. řádu [5]

1.6.5 Pásmová zádrž 2. řádu

Existuje několik variant realizace pásmové zádrže. V této práci se budu zabývat pásmovou zádrží s přemostěným T článkem (anglicky bridged T-network).

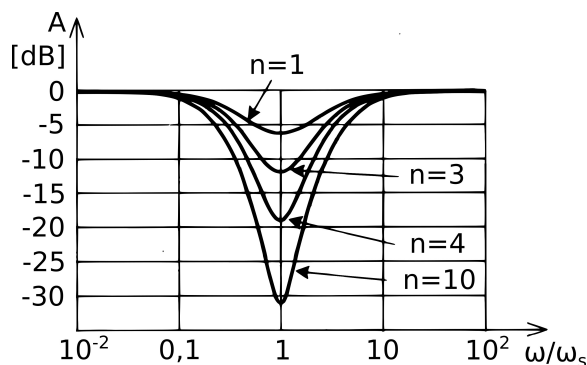


Obrázek 18: Schéma zapojení pásmové zádrže 2. řádu

Důležitým parametrem pro přemostěný T článek je poměr hodnot kapacit kondenzátorů (nebo odporů rezistorů), který je označen písmenem n . Tento poměr má vliv na činitele jakosti filtru Q , a tím i na amplitudovou a fázovou charakteristiku filtru. Na obrázku č. 19 lze pozorovat, že se zvětšováním poměrů n dochází ke zvětšování potlačení na střední kruhové frekvenci ω_s a ke zmenšování činitele jakosti filtru Q .

Vztah pro amplitudový přenos pásmové zádrže s přemostěným T článkem má tvar:

$$A(p) = \frac{p^2 \cdot nR^2C^2 + p \cdot 2CR + 1}{p^2 \cdot nR^2C^2 + p(2+n)RC + 1} = \frac{p^2 + \frac{2p}{nRC} + \frac{1}{nR^2C^2}}{p^2 + \frac{p(2+n)}{nRC} + \frac{1}{nR^2C^2}} \quad [5] \quad (30)$$



Obrázek 19: Amplitudová charakteristika v dB pásmové zádrže 2. řádu [5]

Poznámka: Pokud je přemostujícím prvkem kondenzátor, je vhodné volit stejné hodnoty rezistorů. Stejně tak naopak, pokud je přemostujícím prvkem rezistor, je vhodné volit stejné hodnoty kondenzátorů.

1.7 Zobelovy LC filtry

V případě Zobelových filtrů se jedná o čistě reaktanční články. To znamená, že jsou složeny pouze z induktorů a kapacitorů. Články jsou ve tvaru čtyřpólů typu T, Π nebo Γ. Opět existuje několik variant realizace filtrů, v práci se budu zabývat Zobelovými filtry typu k a typu m. [6] Mimo RC filtrů jsou i pasivní LC filtry hojně využívány v oboru filtrace signálů. Jelikož je zřejmý pokrok v technologiích a technologických procesech, realizují se pasivní LC filtry stále pro vyšší frekvence. [7] Následující tabulka zobrazuje základní přehled realizací filtrů a jejich typických pracovních oblastí.

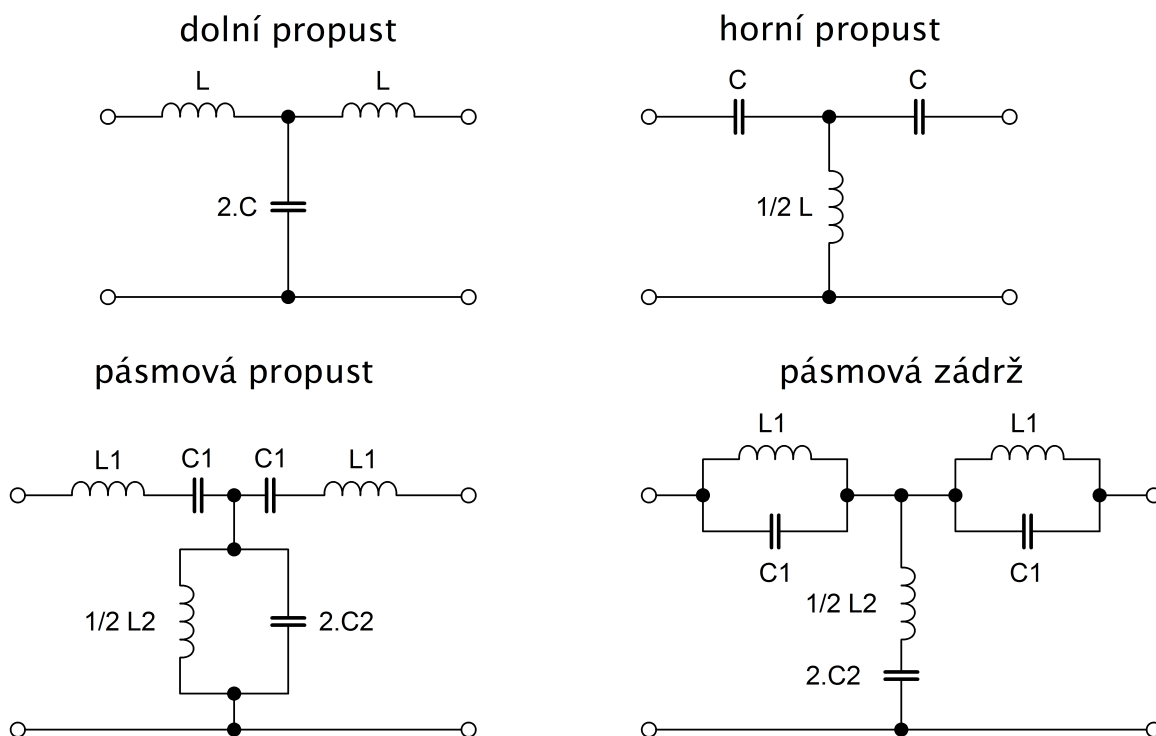
typ filtru	kmitočtová oblast
RC	libovolná
LC reaktanční	⟨ 10 ³ Hz ; 10 ² MHz ⟩
elektromechanické	⟨ stovky kHz ⟩
krystalové	⟨ 10 ⁴ Hz ; 10 ² MHz ⟩
PAV (s povrchovou akustickou vlnou)	⟨ 10 MHz ; 1 GHz ⟩

Tabulka 1: Pracovní oblasti pasivních filtrů [7]

1.7.1 Zobelovy filtry typu k

Základní výhodou Zobelových filtrů typu k je monotónní růst útlumu v nepropustném pásmu. Za nevýhody lze považovat malou strmost růstu útlumu a velkou kmitočtovou závislost impedance filtru v propustném pásmu. Obrázek č. 20 zobrazuje možná schémata zapojení článků.

Princip funkce dolní propusti je takový, že při zvyšování frekvence roste i reaktance X_L podélné indukčnosti, zatímco reaktance X_C příčné kapacity klesá a uzavírá tím proud. U horní propusti je tomu naopak, kdy se zvyšující se frekvencí klesá podélná reaktance X_C a propojuje vstup s výstupem, zatímco příčná reaktance X_L roste. Pro pásmové propusti a zádrže jsou použity sériové a paralelní rezonanční obvody (v opačném zapojení). V případě pásmové propusti má při rezonanční kruhové frekvenci ω_r SRO nulovou impedanci, zatímco PRO nekonečně velkou. Signál tedy prochází ze vstupu na výstup přes SRO. U pásmové zádrže je tomu naopak. [8]



Obrázek 20: Schémata zapojení Zobelových filtrů typu k

V případě dolnoproputního či hornoproputního Zobelovo filtru se při mezní kruhové frekvenci $\omega_r = \omega_0 = 2\pi f_0$ rovná odpor R (vstupní a výstupní odpor filtru) reaktanci induktoru $X_L = \omega_0 L$, respektive reaktanci kapacitoru $X_C = \frac{1}{\omega_0 C}$. [8]

Lze tedy odvodit vztahy pro hodnoty pro L a C:

$$R = X_L = X_C$$

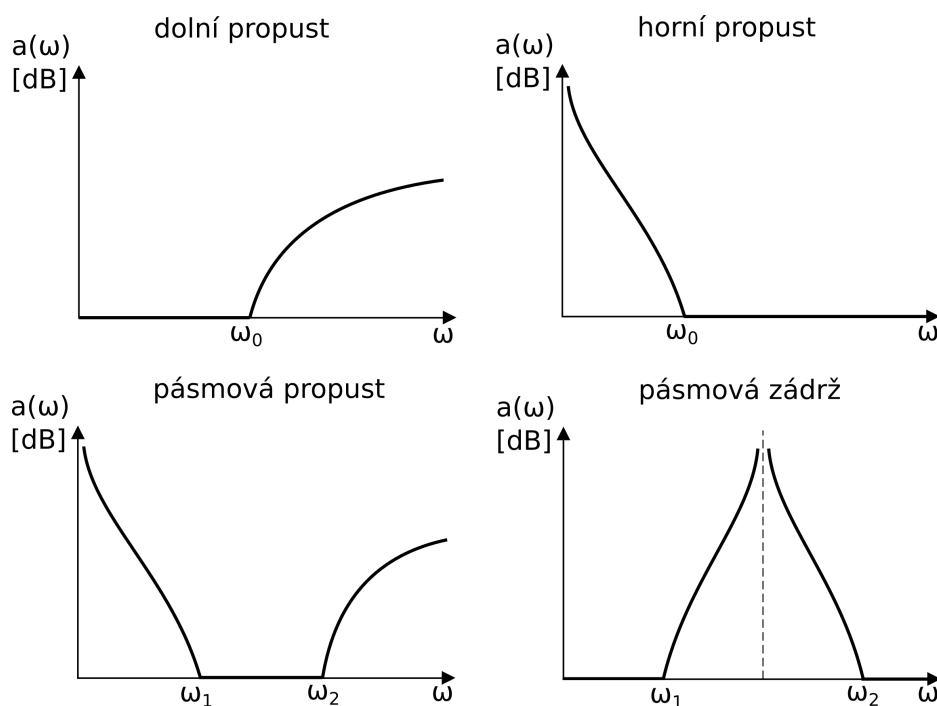
$$R = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\Rightarrow L = \frac{R}{\omega_0}, C = \frac{1}{R \cdot \omega_0} \quad [8] \quad (31)$$

U pásmových propustí a zádrží potom platí pro výpočet hodnot prvků:

$$L_1 = \frac{R}{\Delta\omega}, L_2 = \frac{R\Delta\omega}{\omega_s^2}, C_1 = \frac{\Delta\omega}{R\omega_s^2}, C_2 = \frac{1}{R\Delta\omega}, \quad [8] \quad (32)$$

kde $\Delta\omega$ je šířka propustného, respektive zádržného pásma (B), lze ji vypočítat $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ a kde $\omega_s = \omega_r$ je již zmíněná geometrická střední kruhová frekvence, kterou lze vypočítat $\omega_s = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}$.



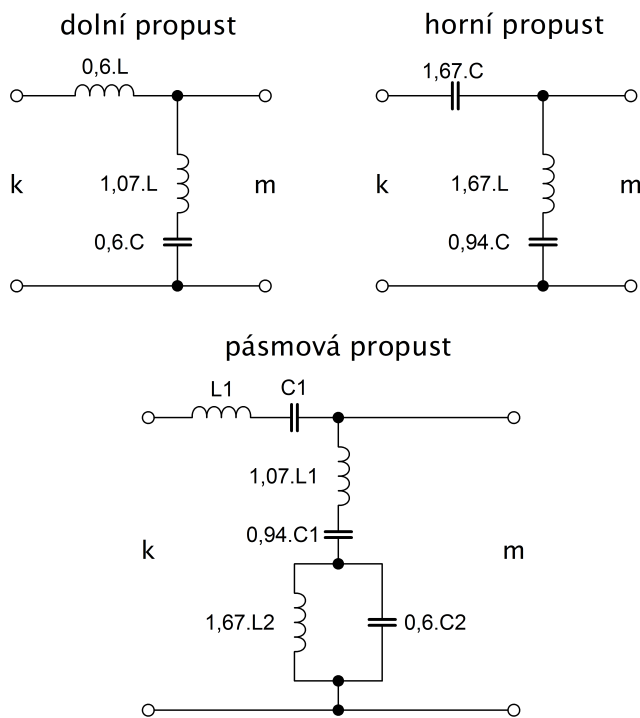
Obrázek 21: Útlumové frekvenční charakteristiky Zobelových filtrů typu k [6]

Hlavní výhodou použití Zobelových LC filtrů typu k je jejich jednoduchost a nízká pořizovací cena. Fakt, že jsou kondenzátory cenově dostupnější než cívky, ovlivňuje postup návrhu filtru. Nevýhodou u těchto filtrů může být například relativně malá strmost

útlumové (přenosové) frekvenční charakteristiky. Strmost lze sice zvýšit kaskádním spojením několika článků, přidávání dalších článků však zhoršuje přenosové vlastnosti filtru v propustném pásmu a zvyšuje pořizovací náklady. Proto se do kaskády zapojují většinou maximálně tři články. Další nevýhodou je frekvenční závislost vlnové impedance. Ta způsobuje, že filtr není impedančně přizpůsoben zátěži a dochází k nežádoucím odrazům. [6]

1.7.2 Zobelovy filtry typu m jako půlčlánky

Pro potlačení některých nedostatků Zobelových filtrů typu k je nutné provést určité úpravy. Právě po těchto úpravách se jedná o Zobelovy filtry typu m, které výrazněji využívají vlastností sériových a paralelních LC dvojpólů. Stejně jako filtry typu k jsou i filtry typu m symetrické reaktanční dvojbrany ve tvaru T a Π či nesymetrické dvojbrany tvaru Γ . Pro dosažení lepších parametrů (větší strmost útlumové (přenosové) charakteristiky a impedanční přizpůsobení) se Zobelovy filtry skládají z článků typu k a půlčlánků typu m. Na obrázku č. 22 jsou zobrazena schémata zapojení takovýchto půlčlánků, kdy hodnoty prvků odpovídají $m=0,6$ a písmena k a m značí stranu připojení daného článku. Jedná se o půlčlánky m 1. druhu. Po záměně sériových rezonančních obvodů za paralelní a naopak vzniká půlčlánek typu m 2. druhu. [8]



Obrázek 22: Schémata zapojení Zobelových filtrů typu m jako půlčlánků

Vztahy pro výpočet hodnot obvodových prvků článku m jsou stejné jako v předchozí subkapitole o člancích typu k.

Rezonanční obvody, které jsou použity v uvedených filtrech, umožňují velkou strmost útlumové (přenosové) charakteristiky v okolí rezonanční frekvence, jelikož právě při rezonanční frekvenci dochází ke zkratu, což způsobí nekonečně velký útlum. Procházející signál se tedy uzavře a téměř vůbec nejde do zátěže na výstupu. V případě zmíněného rezonančního kmitočtu je impedance sériového rezonančního obvodu nulová, tudíž je celková impedance článku dána pouze podélnou větví. Mimo rezonanční kmitočet však narůstá impedance sériového rezonančního obvodu a tím i celková impedance článku. [8]

V tabulce č. 2 je uvedeno srovnání charakteristických vlastností a obtížnosti Zobelových LC filtrů.

	filtry typu k	filtry typu m
tlumení v blízkosti ω_0	malé	velké
tlumení pro $\omega \rightarrow \infty$	velké	malé
vlnová imedance v propustném pásmu	silně závisí na ω	téměř nezávisí na ω
výpočet filtru	snadný	snadný
realizace filtru	jednoduchá	složitější

Tabulka 2: Porovnání Zobelových LC filtrů typu k a typu m [6]

2 Návrh filtru, praktické měření a simulace

V této části práce popíšu návrh filtrů a výpočty teoretických charakteristických hodnot filtrů. Pro výsledné porovnání také uvedu simulace frekvenčních charakteristik filtrů a jejich skutečné naměřené průběhy.

2.1 RC dolní propust 1. řádu

2.1.1 Návrh RC dolní propusti 1. řádu

Prvním krokem při návrhu selektivního filtru je určení mezního kmitočtu, který odděluje propustné pásmo od nepropustného pásma. Vzhledem k oblasti použití lze zvolit vhodný řád filtru, který bude vyhovovat požadavkům (například strmost amplitudové frekvenční charakteristiky). Toho dosáhneme pomocí spojení několika filtrů 1. řádu.

Nechť je dáno, že navrhovaný filtr bude dolní propust 1. řádu a bude navržený pro mezní kmitočet

$$f_0 = 400 \text{ Hz}.$$

Vzhledem k tomu, že počet hodnot kapacit ve výrobních řadách kondenzátorů je menší než počet hodnot odporů v řadách rezistorů, volí se jako první právě hodnota kapacity kondenzátoru. Tu lze navrhnout dle vztahu (24):

$$C \cong 3 \cdot \frac{10^{-7}}{\sqrt{f_0}} = 3 \cdot \frac{10^{-7}}{\sqrt{400}} = 15 \cdot 10^{-9} \text{ F}.$$

Nejbližší možná realizace této hodnoty z dostupných součástek při měření je:

$$C = 13,3 \text{ nF}.$$

Dalším krokem je stanovení hodnoty odporu rezistoru. Ze vztahu (7) dostáváme vzorec pro výpočet této hodnoty:

$$R = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}} = 29,92 \cdot 10^3 \Omega.$$

Vzhledem k dispozičním možnostem součástek lze nejbližší hodnoty dosáhnout sériovým spojením rezistorů o hodnotách odporů $10 \text{ k}\Omega$ a $20 \text{ k}\Omega$. Výsledná hodnota odporu je:

$$R = (10 + 20) \cdot 10^3 = 30 \text{ k}\Omega.$$

Navržený kmitočet je tedy dán prvky $R = 30k\Omega$ a $C = 13,3nF$. Vztah pro mezní kmitočet ověřuje správnost návrhu:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}} = 398,88Hz.$$

Každá součástka má však dle elektrotechnické řady určitou toleranci hodnoty. To znamená, že i hodnoty použitých prvků mají svoje odchylky.

2.1.2 Měření RC dolní propusti 1. řádu

Po navržení hodnot prvků filtru následuje samotná realizace. Pro měření byla použita RC stanice, která umožňuje komunikaci s výpočetní technikou a tím zaznamenání a uložení naměřených hodnot a průběhů frekvenčních charakteristik. Tabulky naměřených hodnot jsou přiloženy v přílohách spolu s vykreslenými grafy.

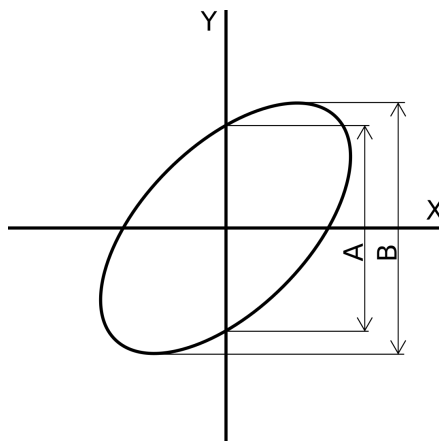
Existuje několik metod pro měření frekvenčních charakteristik. Mnou použitá metoda je automatizovanou formou metody "bod po bodu". Ta spočívá v postupném odečítání hodnot amplitudy napětí na vstupu a výstupu filtru pro různé hodnoty kmitočtu. Výslednou hodnotu přenosu v decibelech pak dostaneme pomocí vztahu (1):

$$A[dB] = 20 \cdot \log \frac{U_2}{U_1}.$$

Pro zjištění funkce filtru lze také využít spektrálního analyzátoru, což je přístroj umožňující zobrazení spektra měřeného signálu ve frekvenční oblasti. Výstupem spektrálního analyzátoru je tedy velikost složek diskrétního spektra či průběh spektrální hustoty amplitud spojitého spektra signálu. [9]

S využitím osciloskopu v režimu X-Y, kdy jsou na stínítku zobrazovány Lissajousovy obrazce, je možno metodou "bod po bodu" zjistit i fázový posuv signálů. Následující obrázek naznačuje princip tohoto měření. Hodnoty fázového posuvu se opět měří pro několik různých hodnot kmitočtu. Hodnotu fázového posuvu vypočítáme následovně:

$$\varphi = \arcsin \frac{A}{B} \quad [10]. \quad (33)$$

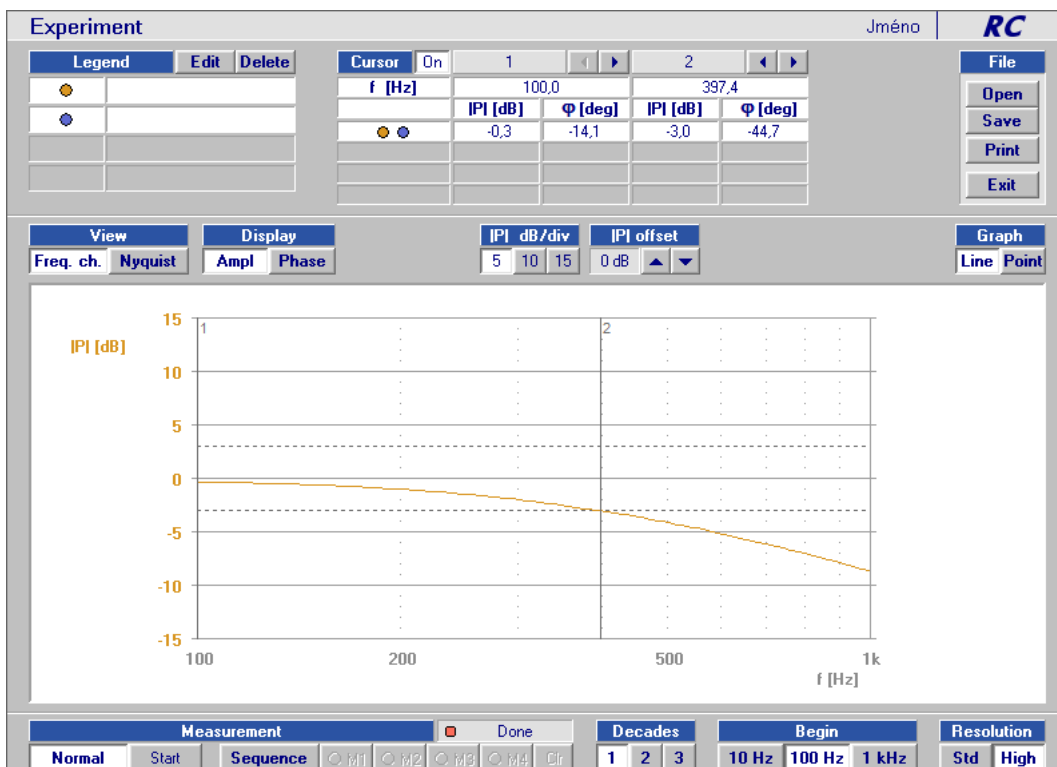


Obrázek 23: Měření fázového posuvu pomocí osciloskopu v režimu X-Y [10]

Obrázky č. 24 a č. 25 zobrazují prakticky naměřené průběhy frekvenčních charakteristik navrženého filtru. Z amplitudové frekvenční charakteristiky lze určit strmost. Jelikož je část charakteristiky v intervalu $\langle 1000 \text{ Hz} ; 10000 \text{ Hz} \rangle$ téměř konstantní, je možné strmost určit odečtením hodnot přenosu pro krajní hodnoty tohoto intervalu. Získáme tak výslednou strmost v decibelech na dekádu.

$$S = A_{10kHz} - A_{1kHz} = -28,032 - (-8,668) = -19,364 \text{ dB/dek}$$

Lepší přehlednost poskytují tabulky naměřených hodnot a vykreslené grafy, které jsou uvedené v přílohách práce.



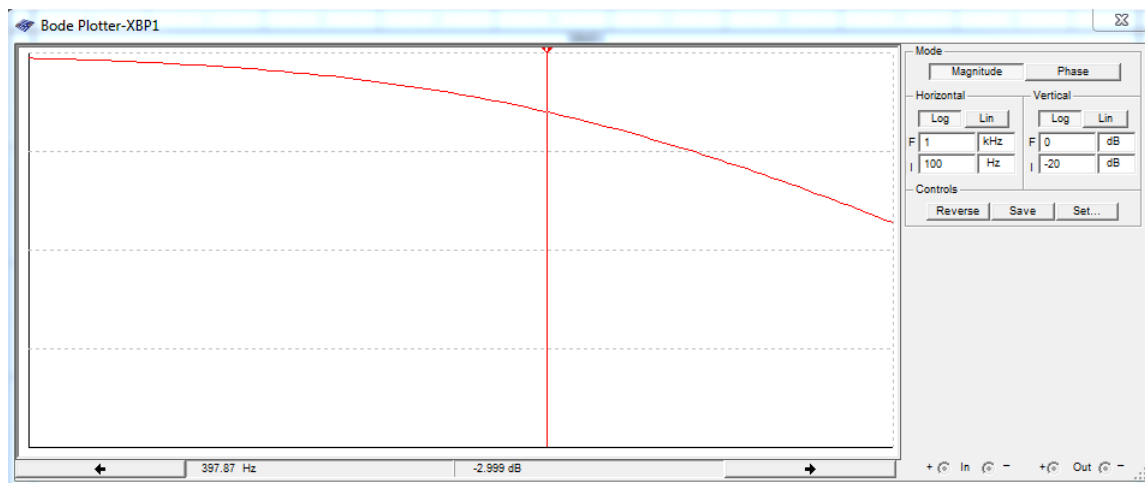
Obrázek 24: Naměřená přenosová frekvenční charakteristika DP 1. řádu



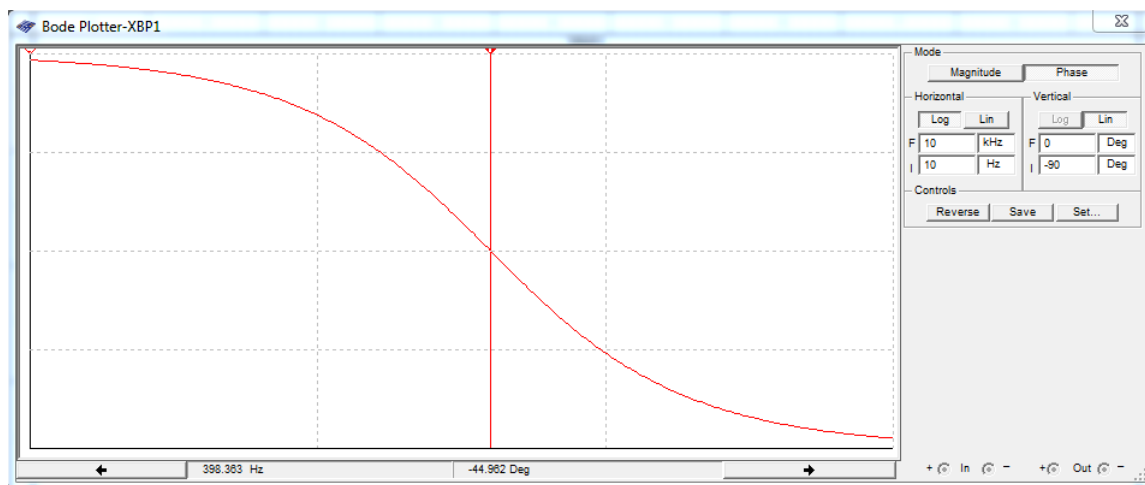
Obrázek 25: Naměřená fázová frekvenční charakteristika DP 1. řádu

2.1.3 Simulace RC dolní propusti 1. řádu

Pro simulaci obvodů jsem zvolil program Multisim 9.0, ve kterém lze po sestavení prvků obvodu zobrazit frekvenční charakteristiky pomocí nástroje Bode Plotter.



Obrázek 26: Nasimulovaná přenosová frekvenční charakteristika DP 1. řádu



Obrázek 27: Nasimulovaná fázová frekvenční charakteristika DP 1. řádu

2.2 Dolní propust 2. řádu s RL a RC článkem

V tomto případě je filtr realizovaný jako spojení RL a RC článku, které jsou oba navrženy pro stejný mezní kmitočet.

2.2.1 Návrh dolní propusti 2. řádu

Vzhledem k dostupnému vybavení pasivními prvky pro RC stanici jsem zvolil následující hodnoty:

$$f_0 = 300\text{Hz}, L = 1\text{H}, C = 13,3\text{nF}.$$

Postup výpočtu hodnoty odporu rezistoru RC článku je stejný jako v předchozím případě. Hodnotu odporu rezistoru v RL článku dostaneme rovněž pomocí vztahu (7).

$$R_{RC} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}} = 39888\Omega,$$

$$R_{RL} = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 1 = 1885\Omega.$$

Nejbližší možné hodnoty dostupných součástek jsou:

$$R_{RC} = 40\text{k}\Omega \Rightarrow f_{0RC} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{RC} \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 40000 \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}} = 299\text{Hz},$$

$$R_{RL} = 2\text{k}\Omega \Rightarrow f_{0RL} = \frac{R_{RL}}{2 \cdot \pi \cdot L} = \frac{2000}{2 \cdot \pi \cdot 1} = 318\text{Hz}.$$

Jak je vidět z výpočtů, mezní kmitočet spojených článků se vzhledem k zaokrouhlení hodnot odporů liší. Tento minimální rozdíl však neovlivní funkci filtru. Navíc se musí brát v úvahu i tolerance hodnot daných součástek.

2.2.2 Měření dolní propusti 2. řádu

Měřicí metody jsou shodné s již uvedenými metodami v subkapitole 2.1.2. Na obrázcích č. 28 a č. 29 jsou zobrazeny průběhy naměřených frekvenčních charakteristik.

Jelikož není naměřená amplitudová charakteristika lineární v intervalu alespoň jedné dekády, je nutné hodnotu strmosti dopočítat složitěji. K tomu jsem využil aproximační křivku, kterou jsem vykreslil v programu Microsoft Office Excel 2007. Tato aproximační křivka má rovnici $y = -17,3 \ln(x) + 98,62$. Z té lze poté určit strmost křivky na dekádu:

$$S = -17,3 \ln(10000) + 98,62 - (-17,3 \ln(1000) + 98,62) \doteq -39,8\text{dB/dek}.$$



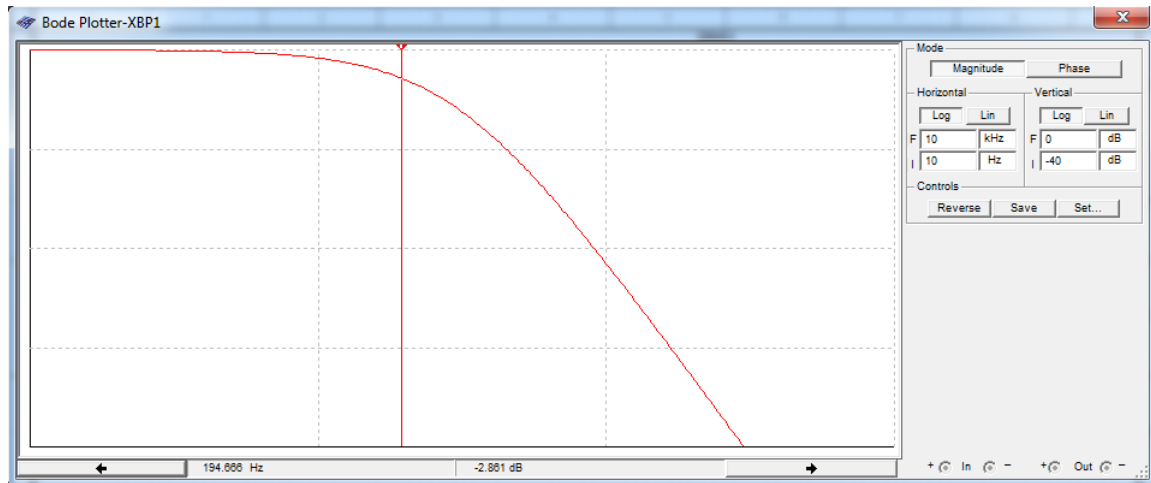
Obrázek 28: Naměřená přenosová frekvenční charakteristika DP 2. řádu



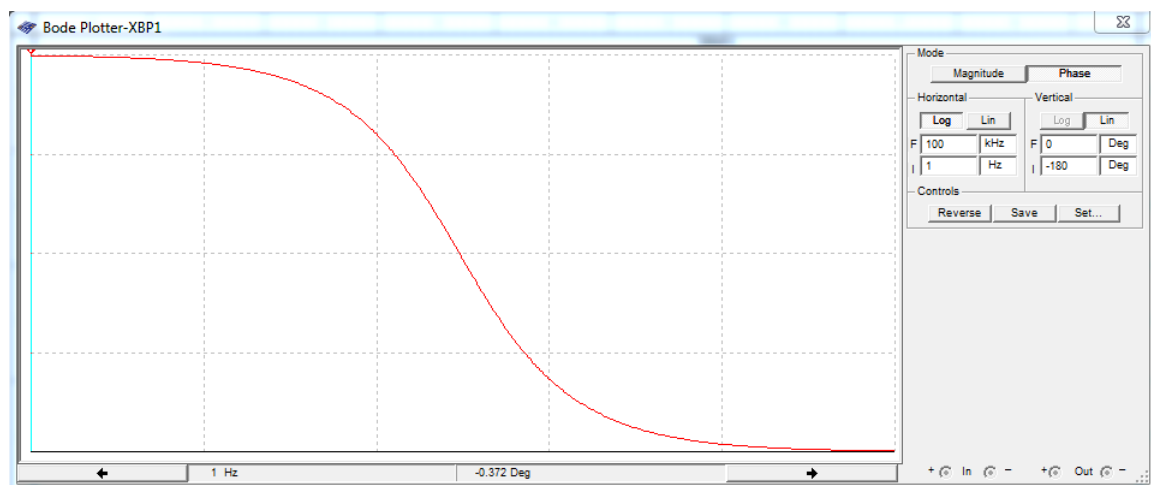
Obrázek 29: Naměřená fázová frekvenční charakteristika DP 2. řádu

2.2.3 Simulace dolní propusti 2. řádu

Na obrázcích č. 30 a č. 31 jsou uvedeny výstřižky obrazovky nástroje Bode-Plotter.



Obrázek 30: Nasimulovaná přenosová frekvenční charakteristika DP 2. řádu



Obrázek 31: Nasimulovaná fázová frekvenční charakteristika DP 2. řádu

2.3 RC pásmová propust 2. řádu

Realizovaná pásmová propust je složena ze dvou RC filtrů - dolní a horní propusti. Složením amplitudových frekvenčních charakteristik obou článků dostáváme požadovaný tvar charakteristiky pásmové propusti.

2.3.1 Návrh RC pásmové propusti 2. řádu

Aby bylo možné provést měření na RC stanici, je nutno navrhnout pásmovou propust v intervalu kmitočtů $\langle 10 \text{ Hz} ; 10\text{kHz} \rangle$. Proto volím hodnoty mezních kmitočtů:

$$f_{0d} = 400\text{Hz}, f_{0h} = 2000\text{Hz}.$$

Výpočty v návrhu se shodují s výpočty v předchozích subkapitolách.

$$C_d = 13,3\text{nF}, C_h = 1\text{nF}$$

$$R_d = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}} = 29916\Omega,$$

$$R_h = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 2000 \cdot 10^{-9}} = 79577\Omega.$$

Ověření mezních kmitočtů článků s použitými hodnotami pasivních prvků:

$$R_d = 30\text{k}\Omega \Rightarrow f_{0d} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_d \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 30000 \cdot 13,3 \cdot 10^{-9}} = 399\text{Hz},$$

$$R_h = 83,333\text{k}\Omega \Rightarrow f_{0h} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_h \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 83333 \cdot 10^{-9}} = 1909\text{Hz},$$

$$\Rightarrow B = f_{0h} - f_{0d} = 1909 - 399 = 1510\text{Hz},$$

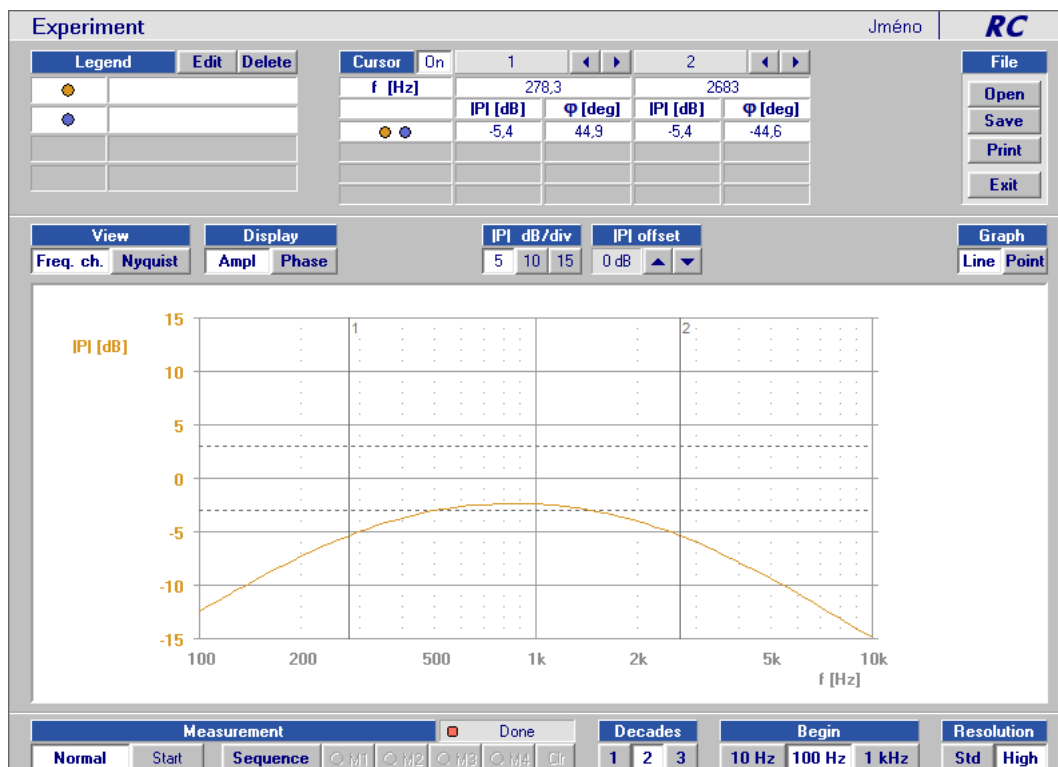
$$\Rightarrow f_s = \sqrt{f_{0d} \cdot f_{0h}} = \sqrt{399 \cdot 1909} = 873\text{Hz}.$$

2.3.2 Měření RC pásmové propusti 2. řádu

Jelikož proces měření je opět shodný, uvedu jen naměřené kmitočtové charakteristiky a určení strmosti amplitudové charakteristiky. Stejně jako u dolní propusti 2. řádu není naměřená amplitudová charakteristika lineární alespoň v jedné dekádě. Proto jsem stejným postupem zjistil rovnice aproximačních křivek charakteristiky. Pro část horní propusti má rovnice tvar $y = 7,445\ln(x) - 46,71$ a pro část dolní propusti $y = -7,99\ln(x) + 58,77$. Tyto rovnice lze opět pozorovat na grafu v příloze.

$$S_{HP} = 7,445\ln(100) - 46,71 - (7,445\ln(10) - 46,71) \doteq 17\text{dB/dek}$$

$$S_{DP} = -7,99\ln(100000) + 58,77 - (-7,99\ln(10000) + 58,77) \doteq -18,4\text{dB/dek}$$



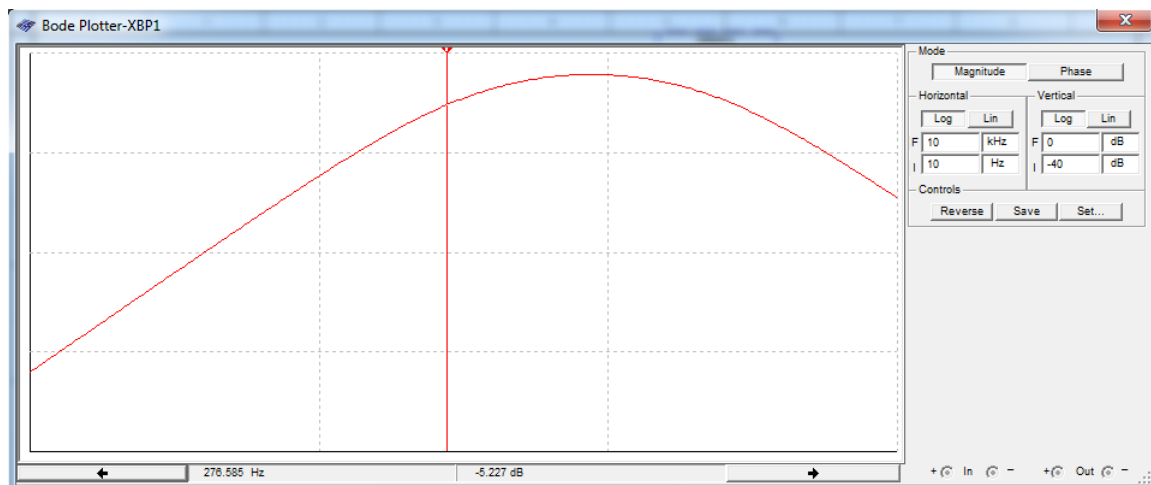
Obrázek 32: Naměřená přenosová frekvenční charakteristika PP 2. řádu



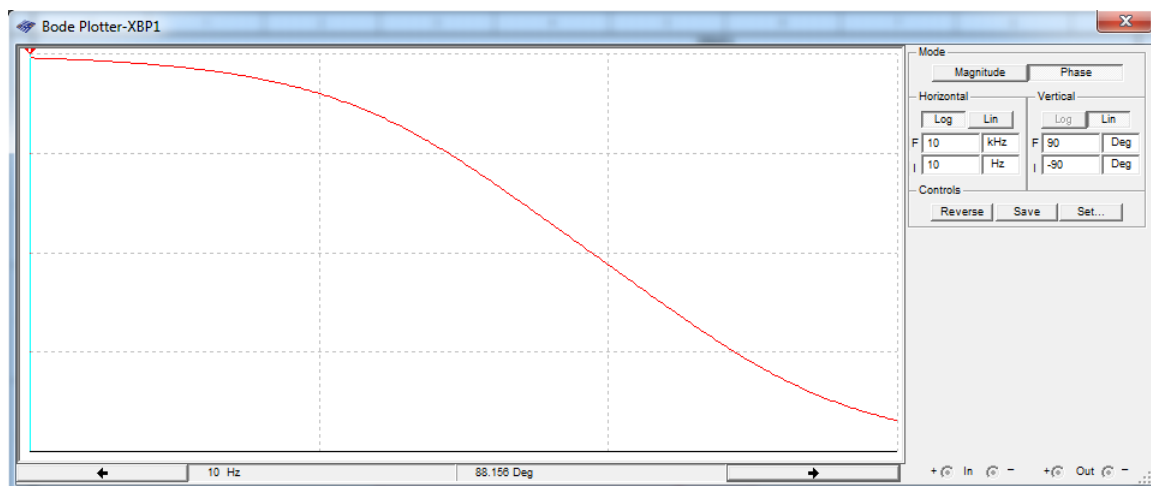
Obrázek 33: Naměřená fázová frekvenční charakteristika PP 2. řádu

2.3.3 Simulace RC pásmové propusti 2. řádu

Na obrázcích č. 34 a č. 35 jsou zachyceny průběhy frekvenčních charakteristik pomocí nástroje Bode-Plotter.



Obrázek 34: Nasimulovaná přenosová frekvenční charakteristika PP 2. řádu



Obrázek 35: Nasimulovaná fázová frekvenční charakteristika PP 2. řádu

3 Závěr

Na naměřených frekvenčních charakteristikách pasivních frekvenčních elektrických filtrů lze potvrdit teoretické předpoklady uvedené v teoretické části práce. Při samotném měření byly kladeny omezující bariéry ve formě malých dispozičních možností hodnot pasivních prvků. Dalším omezením při měření byl frekvenční rozsah RC stanice, který umožňoval měřit frekvenční charakteristiky v intervalu kmitočtů $\langle 10 \text{ Hz} ; 10 \text{ kHz} \rangle$ a intervalu přenosu $\langle -45 \text{ dB} ; 45 \text{ dB} \rangle$. To však nemělo na ověření charakteristických hodnot vliv.

V případě dolní propusti 1. řádu lze na naměřené amplitudové charakteristice pozorovat minimální vliv pasivních prvků na útlum článku v propustné oblasti. Z naměřených hodnot můžeme zjistit, že při mezním kmitočtu $f_0 = 400 \text{ Hz}$ odpovídá amplitudový přenos článku $A = -3,066 \text{ dB}$. To potvrzuje teoretický předpoklad. Stejně tak teorii odpovídá i vypočtená strmost amplitudové frekvenční charakteristiky v záporné oblasti, která je dle výpočtu $S = -19,364 \text{ dB/dek}$. Naměřená fázová frekvenční charakteristika má průběh od $\varphi = 0^\circ$ do $\varphi = -90^\circ$, pro mezní kmitočet pak ověřuje hodnotu $\varphi = -45^\circ$. Měření je potvrzeno i nasimulovanými průběhy, které jsou shodné.

U amplitudové frekvenční charakteristiky dolní propusti 2. řádu je na první pohled vidět rozdíl ve strmosti oproti dolní propusti 1. řádu. Spojení dvou propustí 1. řádu potvrdilo dvojnásobnou strmost. Ta je dle výpočtu z rovnice aproximační křivky $S = -39,8 \text{ dB/dek}$, což se minimálně liší od teoretické hodnoty strmosti -40 dB/dek . Měřený filtr byl navržen pro hodnotu mezního kmitočtu $f_0 = 300 \text{ Hz}$, které odpovídá amplitudový přenos v decibelech $A = -6 \text{ dB}$. To je vzhledem k dvojnásobné strmosti odpovídající. Pokud bychom chtěli dodržet kritérium, při kterém je mezní frekvence dána útlumem článku 3 dB , museli bychom složit filtr z jiných dílčích článků s útlumem při ω_0 přibližně $1,5 \text{ dB}$. Z důvodu přítomnosti více pasivních prvků se již také projevuje větší útlum v propustné oblasti. Změnu lze pozorovat i na naměřené fázové frekvenční charakteristice, která má v tomto případě průběh od $\varphi = 0^\circ$ do $\varphi = -180^\circ$, což je také způsobeno spojením dvou dolních propustí 1. řádu. Pro mezní kmitočet je hodnota fázového posuvu přibližně $\varphi = -90^\circ$. Simulace frekvenčních charakteristik opět ověřuje správnost naměřených průběhů.

Jako poslední je v práci uvedeno měření pásmové propusti 2. řádu, která je kombinací RC dolní a horní propusti. Zde je již značný útlum i v propustné oblasti. Z tabulek naměřených hodnot můžeme vyčíst, že nejmenší naměřený útlum je pro hodnotu $f = 842,11\text{Hz}$. V té je amplitudový přenos roven $A = -2,351\text{dB}$. Tento útlum je nutné zohlednit při výpočtu šířky propustného pásma, jelikož v tomto případě neplatí, že je propustné pásmo definované útlumem 3dB , nýbrž $5,4\text{dB}$. Poté je propustné pásmo dáno intervalem $\langle 278\text{ Hz} ; 2683\text{ Hz} \rangle$, z toho šířka propustného pásma $B = 2405\text{Hz}$. Tyto naměřené hodnoty se liší od vypočtených, což může být způsobeno tolerancí hodnot pasivních prvků. Minimálně se liší i simulované průběhy. Na fázové frekvenční charakteristice lze potvrdit, že je propust vytvořena spojením dolní a horní propusti, jelikož má průběh od $\varphi = 90^\circ$ do $\varphi = -90^\circ$ a při mezním kmitočtu prochází nulou.

Reference

- [1] HÁJEK, Karel. *Kmitočtové filtry*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2002, 535 s., ISBN 80-730-0023-7.
- [2] HLOUŠEK, Petr. *Rychlost přenosu informace a rádiové přijímače* [online]. Plzeň, 2012 [cit. 2015-03-02]. Dostupné z: https://courseware.zcu.cz/wps/PA_Courseware/DownloadDokumentu?id=101937.
Prezentace a výklad. Západočeská univerzita v Plzni.
- [3] DOLEČEK, Jaroslav. *Moderní učebnice elektroniky 4. díl*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2006, 296 s. ISBN 80-7300-185-3.
- [4] MÁŠA, Pavel. *Frekvenční charakteristiky* [online]. Praha, 2009 [cit. 2015-04-15]. Dostupné z: <http://amber.feld.cvut.cz/vyu/eo2/files/lectures/P11.pdf>.
Prezentace k přednášce. ČVUT v Praze.
- [5] DOLEČEK, Jaroslav. *Moderní učebnice elektroniky 6. díl*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2009, 271 s. ISBN 978-80-7300-240-4.
- [6] MAYER, Daniel. *Teorie elektrických filtrů*. 1. vyd. Plzeň: VŠSE v Plzni, 1971, 48 s.
- [7] MARTINEK, Pravoslav, Petr BOREŠ a Jiří HOSPODKA. *Elektrické filtry*. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-010-2765-1.
- [8] BRTNÍK, Bohumil. *Analogové soustavy*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2013, 175 s. ISBN 978-80-7300-490-3.
- [9] SROVNAL, Vilém a kol. *Elektrotechnická měření: Měřicí přístroje: pro SPŠ elektrotechnické*. Vyd. 1. Praha: Informatorium, 2008. 140 s. ISBN 978-80-7333-062-0.
- [10] TŮMOVÁ, Olga. *Elektrická měření: Měřicí metody*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005, 216 s. ISBN 80-704-3412-0.
- [11] BEZDĚK, Miloslav. *Elektronika I*. 1. vyd. České Budějovice: Kopp, 2002, 272 s. ISBN 80-7232-171-4.

- [12] KESL, Jan. *Elektronika I: Analogová technika*. 2., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2007, 144 s. ISBN 978-80-7300-143-8.
- [13] GAJDOŠÍK, Libor. *Návrh analogových filtrů*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2013. ISBN 978-807-3004-682.
- [14] TKOTZ, Klaus. *Příručka pro elektrotechnika*. 2. dopl. vyd. Praha: Europa-Sobotáles, 2006, 623 s. ISBN 80-867-0613-3.
- [15] KOTLAN, Jiří. *Úvod do elektrotechniky*. Plzeň, 2007. Učební texty. Západočeská univerzita v Plzni.
- [16] SUCHÁNEK, Tomáš. *Kmitočtový filtr*. [online]. Brno, 2009 [cit. 2015-02-10]. Dostupné z:
http://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=17738.
Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Ladislav Káňa.
- [17] ŠANTA, František. *Měření pasivních dvoubranů*. Plzeň, 2007. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce Jiří Švarný.

Příloha 1 - Tabulka naměřených hodnot frekvenčních charakteristik RC filtru typu dolní propust 1. řádu

Dolní propust 1. řádu								
f [Hz]	A [dB]	φ [°]	f [Hz]	A [dB]	φ [°]	f [Hz]	A [dB]	φ [°]
10,00	-0,055	-1,397	172,97	-0,795	-23,416	2000,00	-14,219	-78,689
10,56	-0,059	-1,483	182,86	-0,884	-24,590	2133,33	-14,753	-79,402
11,00	-0,052	-1,569	190,48	-0,944	-25,508	2285,71	-15,335	-80,043
11,63	-0,057	-1,663	198,76	-1,020	-26,441	2461,54	-15,960	-80,783
12,45	-0,057	-1,786	209,15	-1,105	-27,602	2666,67	-16,627	-81,482
13,15	-0,059	-1,870	220,69	-1,211	-29,058	2758,62	-16,934	-81,654
13,89	-0,060	-2,013	237,04	-1,371	-30,701	2962,96	-17,533	-82,329
14,68	-0,060	-2,114	250,00	-1,494	-32,012	3076,92	-17,869	-82,494
15,50	-0,060	-2,256	262,30	-1,614	-33,271	3200,00	-18,203	-82,824
16,39	-0,059	-2,353	273,50	-1,722	-34,345	3333,33	-18,540	-83,230
17,53	-0,061	-2,502	288,29	-1,872	-35,829	3478,26	-18,903	-83,529
18,78	-0,063	-2,681	296,30	-1,955	-36,535	3636,36	-19,293	-83,854
19,84	-0,061	-2,814	307,69	-2,074	-37,655	3809,52	-19,692	-84,189
20,96	-0,068	-2,988	320,00	-2,212	-38,757	4000,00	-20,110	-84,397
22,44	-0,069	-3,186	336,84	-2,386	-40,164	4210,53	-20,530	-84,674
23,37	-0,069	-3,358	355,56	-2,591	-41,685	4444,44	-21,023	-84,963
24,69	-0,066	-3,510	376,47	-2,810	-43,317	4705,88	-21,498	-85,285
25,74	-0,073	-3,699	400,00	-3,066	-44,937	5000,00	-22,023	-85,464
27,19	-0,079	-3,869	421,05	-3,293	-46,509	5333,33	-22,587	-85,946
28,32	-0,076	-4,049	444,44	-3,562	-48,059	5714,29	-23,185	-86,242
29,93	-0,080	-4,253	470,59	-3,841	-49,673	6153,85	-23,832	-86,505
32,03	-0,085	-4,562	500,00	-4,150	-51,360	6666,67	-24,518	-86,786
33,86	-0,087	-4,829	533,33	-4,508	-53,148	7272,73	-25,269	-87,073
35,75	-0,088	-5,133	561,40	-4,789	-54,502	8000,00	-26,088	-87,351
37,25	-0,075	-5,331	581,82	-5,007	-55,495	8888,89	-27,001	-88,031
39,36	-0,085	-5,503	615,38	-5,327	-56,989	10000,00	-28,032	-88,412
41,56	-0,094	-5,825	640,00	-5,592	-58,066			
44,51	-0,087	-6,494	666,67	-5,838	-59,068			
47,06	-0,135	-6,837	695,65	-6,118	-60,108			
49,69	-0,142	-6,961	727,27	-6,397	-61,199			
51,78	-0,147	-7,502	761,90	-6,727	-62,356			
54,79	-0,129	-7,987	800,00	-7,058	-63,446			
56,24	-0,146	-8,134	842,11	-7,410	-64,623			
59,37	-0,136	-8,670	888,89	-7,803	-65,797			
63,62	-0,149	-9,018	914,29	-8,001	-66,383			
66,25	-0,186	-9,556	941,18	-8,216	-66,983			
70,02	-0,184	-9,834	969,70	-8,441	-67,583			
73,90	-0,201	-10,461	1000,00	-8,668	-68,195			
79,21	-0,230	-11,180	1032,26	-8,912	-68,792			
83,77	-0,255	-11,781	1066,67	-9,163	-69,452			
89,64	-0,255	-12,655	1103,45	-9,418	-70,052			
93,29	-0,284	-13,262	1142,86	-9,690	-70,682			
100,00	-0,313	-14,020	1230,77	-10,270	-71,952			
102,89	-0,333	-14,415	1280,00	-10,583	-72,595			
108,47	-0,358	-15,137	1333,33	-10,901	-73,266			
114,70	-0,403	-16,034	1391,30	-11,241	-73,937			
122,61	-0,444	-17,099	1454,55	-11,597	-74,580			
129,55	-0,479	-18,004	1523,81	-11,979	-75,235			
137,34	-0,537	-18,964	1600,00	-12,377	-75,936			
142,86	-0,570	-19,690	1684,21	-12,800	-76,597			
150,94	-0,632	-20,694	1777,78	-13,252	-77,305			
161,62	-0,704	-22,036	1882,35	-13,716	-77,953			

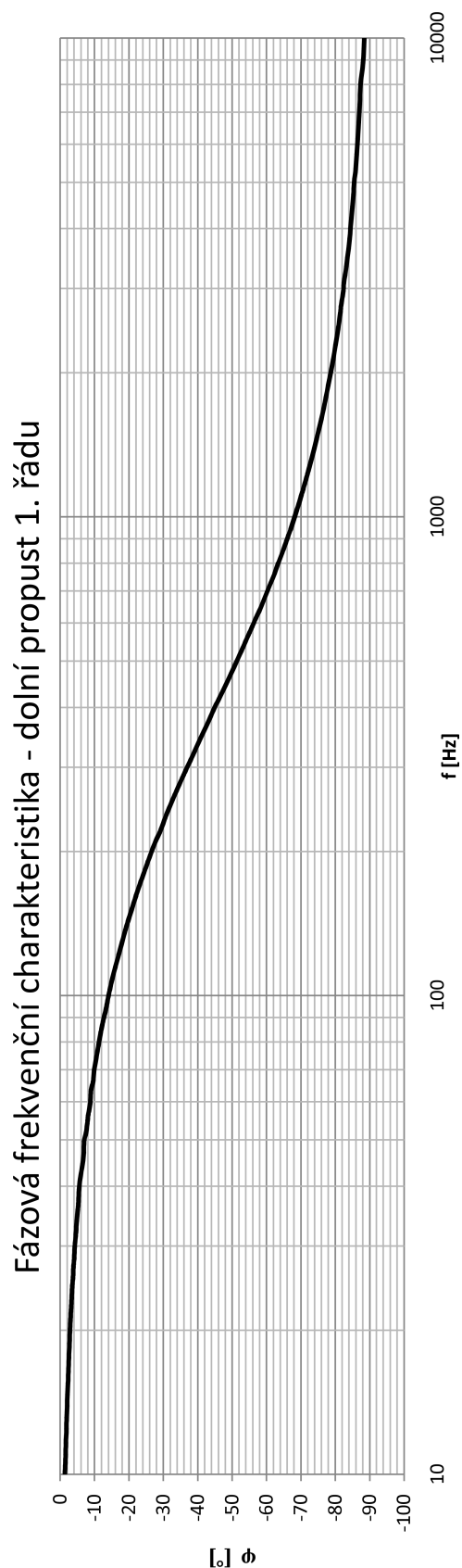
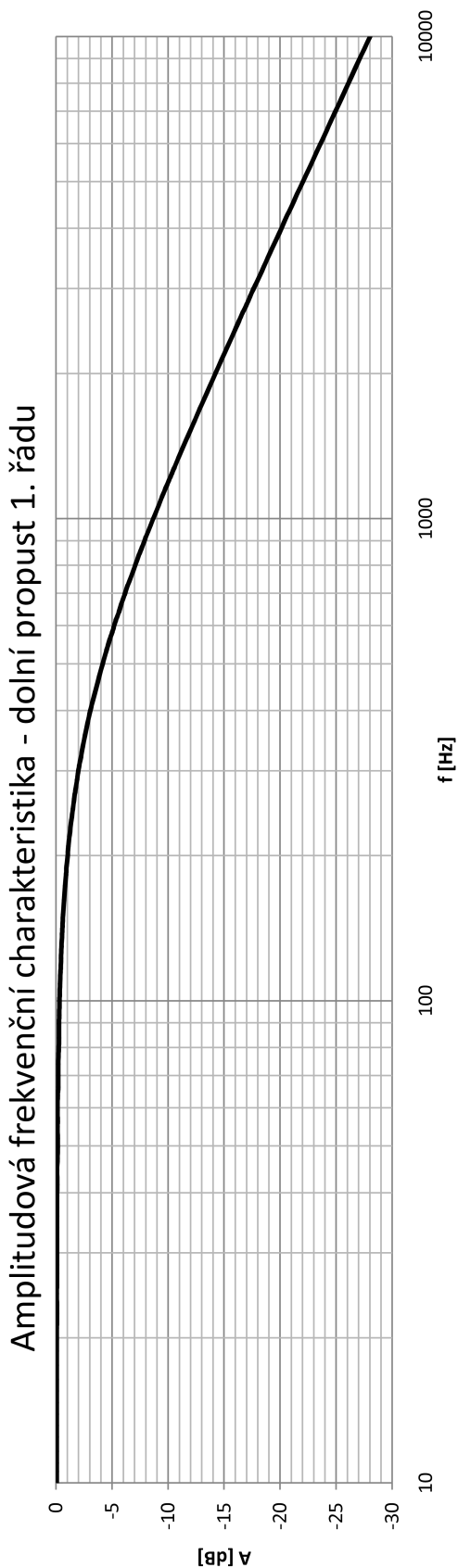
Příloha 2 - Tabulka naměřených hodnot frekvenčních charakteristik RC filtru typu dolní propust 2. řádu

Dolní propust 2. řádu								
f [Hz]	A [dB]	φ [°]	f [Hz]	A [dB]	φ [°]	f [Hz]	A [dB]	φ [°]
10,00	-0,227	-3,667	172,97	-2,503	-58,521	2000,00	-33,274	-162,951
10,56	-0,228	-3,858	182,86	-2,739	-61,325	2133,33	-34,399	-164,019
11,00	-0,226	-4,030	190,48	-2,915	-63,417	2285,71	-35,588	-165,003
11,63	-0,227	-4,287	198,76	-3,140	-65,662	2461,54	-36,909	-166,195
12,45	-0,225	-4,583	209,15	-3,405	-68,389	2666,67	-38,347	-167,183
13,15	-0,230	-4,819	220,69	-3,712	-71,395	2758,62	-38,964	-167,800
13,89	-0,232	-5,108	237,04	-4,155	-75,385	2962,96	-40,211	-168,483
14,68	-0,234	-5,402	250,00	-4,503	-78,400	3076,92	-40,925	-169,077
15,50	-0,232	-5,683	262,30	-4,844	-81,137	3200,00	-41,665	-169,544
16,39	-0,240	-6,021	273,50	-5,152	-83,586	3333,33	-42,401	-169,833
17,53	-0,242	-6,418	288,29	-5,576	-86,617	3478,26	-43,192	-170,426
18,78	-0,250	-6,850	296,30	-5,808	-88,222	3636,36	-44,009	-170,724
19,84	-0,249	-7,276	307,69	-6,131	-90,468	3809,52	-44,883	-171,174
20,96	-0,254	-7,669	320,00	-6,480	-92,836			
22,44	-0,260	-8,265	336,84	-6,976	-95,840			
23,37	-0,265	-8,547	355,56	-7,513	-98,955			
24,69	-0,268	-9,038	376,47	-8,092	-102,253			
25,74	-0,264	-9,446	400,00	-8,756	-105,742			
27,19	-0,283	-9,937	421,05	-9,331	-108,531			
28,32	-0,281	-10,365	444,44	-9,970	-111,477			
29,93	-0,286	-10,952	470,59	-10,657	-114,636			
32,03	-0,305	-11,727	500,00	-11,422	-117,793			
33,86	-0,312	-12,395	533,33	-12,266	-121,041			
35,75	-0,333	-13,081	561,40	-12,952	-123,536			
37,25	-0,339	-13,640	581,82	-13,439	-125,283			
39,36	-0,350	-14,483	615,38	-14,227	-127,874			
41,56	-0,350	-15,320	640,00	-14,788	-129,700			
44,51	-0,406	-16,135	666,67	-15,364	-131,451			
47,06	-0,375	-17,191	695,65	-15,994	-133,279			
49,69	-0,412	-17,939	727,27	-16,642	-135,128			
51,78	-0,469	-18,750	761,90	-17,347	-137,002			
54,79	-0,488	-20,116	800,00	-18,099	-138,933			
56,24	-0,512	-20,486	842,11	-18,893	-140,832			
59,37	-0,531	-21,719	888,89	-19,735	-142,765			
63,62	-0,554	-23,242	914,29	-20,194	-143,758			
66,25	-0,595	-24,053	941,18	-20,633	-144,649			
70,02	-0,617	-25,420	969,70	-21,110	-145,621			
73,90	-0,679	-26,659	1000,00	-21,618	-146,635			
79,21	-0,740	-28,562	1032,26	-22,119	-147,639			
83,77	-0,818	-30,208	1066,67	-22,664	-148,606			
89,64	-0,904	-32,297	1103,45	-23,214	-149,617			
93,29	-0,940	-33,274	1142,86	-23,779	-150,615			
100,00	-1,044	-35,745	1230,77	-25,026	-152,657			
102,89	-1,094	-36,674	1280,00	-25,678	-153,699			
108,47	-1,168	-38,529	1333,33	-26,337	-154,696			
114,70	-1,274	-40,528	1391,30	-27,068	-155,751			
122,61	-1,420	-43,145	1454,55	-27,811	-156,761			
129,55	-1,549	-45,466	1523,81	-28,607	-157,772			
137,34	-1,720	-47,908	1600,00	-29,433	-158,782			
142,86	-1,822	-49,621	1684,21	-30,307	-159,858			
150,94	-1,997	-51,968	1777,78	-31,232	-160,845			
161,62	-2,236	-55,252	1882,35	-32,201	-161,910			

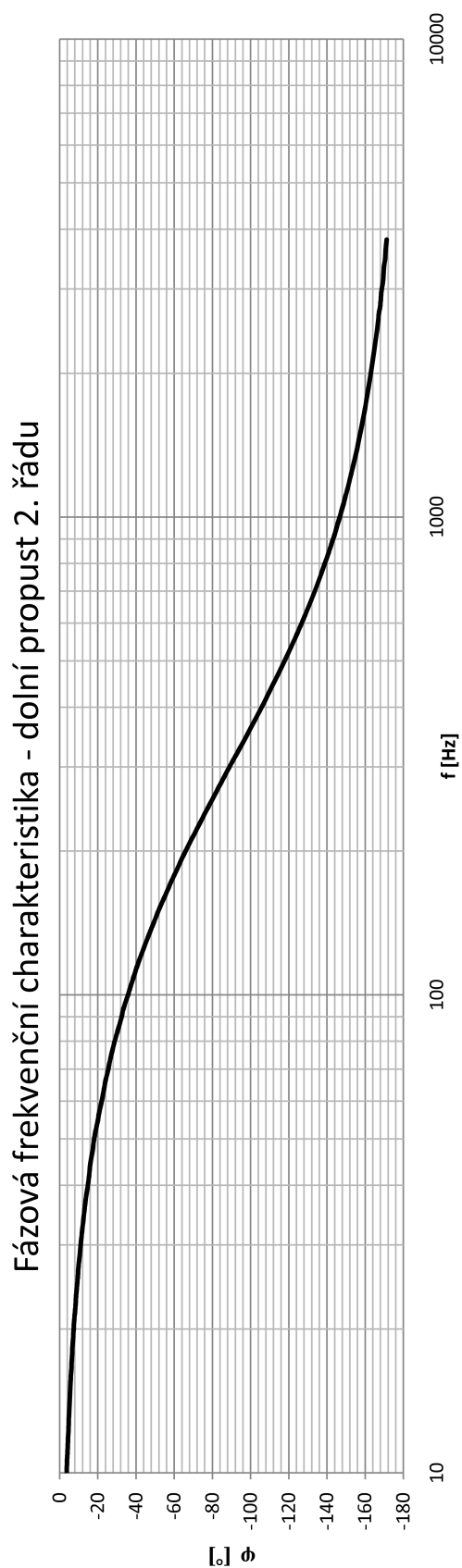
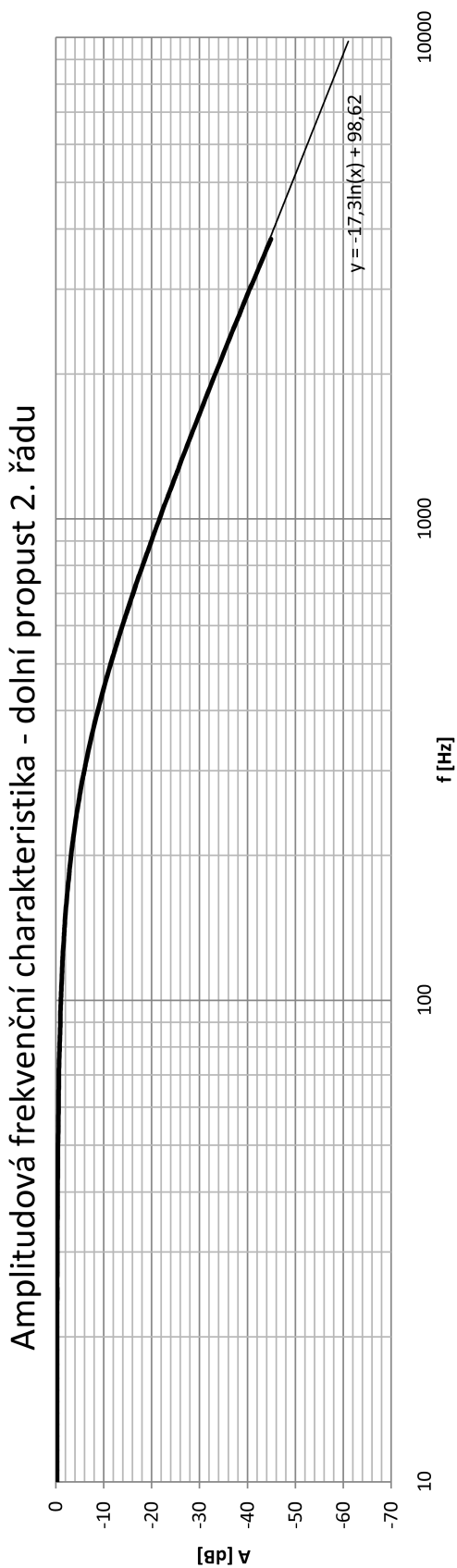
Příloha 3 - Tabulka naměřených hodnot frekvenčních charakteristik RC filtru typu pásmová propust 2. řádu

Pásmová propust 2. řádu					
f [Hz]	A [dB]	φ [°]	f [Hz]	A [dB]	φ [°]
100,00	-12,443	71,774	914,29	-2,376	-2,125
102,89	-12,245	71,046	941,18	-2,384	-3,445
106,67	-11,940	70,622	969,70	-2,405	-4,607
109,59	-11,781	70,700	1000,00	-2,408	-5,846
113,48	-11,553	69,380	1032,26	-2,429	-7,164
116,79	-11,230	69,025	1066,67	-2,469	-8,481
121,67	-10,911	68,208	1103,45	-2,494	-9,906
125,00	-10,800	67,709	1142,86	-2,546	-11,316
129,55	-10,487	67,083	1185,19	-2,594	-12,772
134,45	-10,193	65,802	1230,77	-2,653	-14,359
139,74	-9,922	65,309	1280,00	-2,722	-15,905
146,79	-9,547	63,925	1333,33	-2,794	-17,588
151,66	-9,307	63,354	1391,30	-2,890	-19,286
156,86	-9,038	62,390	1454,55	-2,984	-21,112
164,95	-8,669	61,044	1523,81	-3,104	-23,013
173,91	-8,279	59,757	1600,00	-3,247	-24,947
186,05	-7,805	57,764	1684,21	-3,393	-26,983
192,77	-7,563	56,855	1777,78	-3,570	-29,112
200,00	-7,357	55,561	1882,35	-3,768	-31,361
210,53	-7,020	54,132	2000,00	-4,006	-33,700
223,78	-6,659	52,273	2133,33	-4,266	-36,170
235,29	-6,335	50,573	2285,71	-4,579	-38,745
250,00	-5,970	48,652	2461,54	-4,935	-41,480
258,06	-5,801	47,550	2500,00	-5,025	-41,972
266,67	-5,614	46,427	2580,65	-5,172	-43,144
280,70	-5,309	44,656	2666,67	-5,346	-44,269
296,30	-5,017	42,814	2758,62	-5,526	-45,540
316,83	-4,712	40,360	2857,14	-5,723	-46,675
329,90	-4,517	38,764	2962,96	-5,936	-47,839
336,84	-4,420	38,003	3076,92	-6,157	-49,013
355,56	-4,217	36,041	3200,00	-6,392	-50,351
376,47	-3,947	33,781	3333,33	-6,639	-51,606
400,00	-3,745	31,310	3478,26	-6,905	-52,956
415,58	-3,612	29,821	3636,36	-7,199	-54,354
444,44	-3,395	27,108	3809,52	-7,511	-55,558
470,59	-3,236	24,824	4000,00	-7,825	-56,956
500,00	-3,049	22,468	4210,53	-8,184	-58,385
524,59	-2,914	20,563	4444,44	-8,559	-59,804
542,37	-2,851	19,184	4705,88	-8,975	-61,289
571,43	-2,762	17,068	5000,00	-9,419	-62,643
603,77	-2,634	14,843	5333,33	-9,901	-64,278
640,00	-2,581	12,231	5714,29	-10,414	-65,769
666,67	-2,496	10,898	6153,85	-10,997	-67,263
680,85	-2,489	9,867	6666,67	-11,627	-68,759
695,65	-2,485	9,018	7272,73	-12,327	-70,221
727,27	-2,419	7,222	8000,00	-13,075	-71,720
761,90	-2,395	5,253	8888,89	-13,944	-73,516
800,00	-2,391	3,303	10000,00	-14,928	-75,031
820,51	-2,370	2,085			
842,11	-2,351	1,296			
864,86	-2,370	0,142			
888,89	-2,375	-1,034			

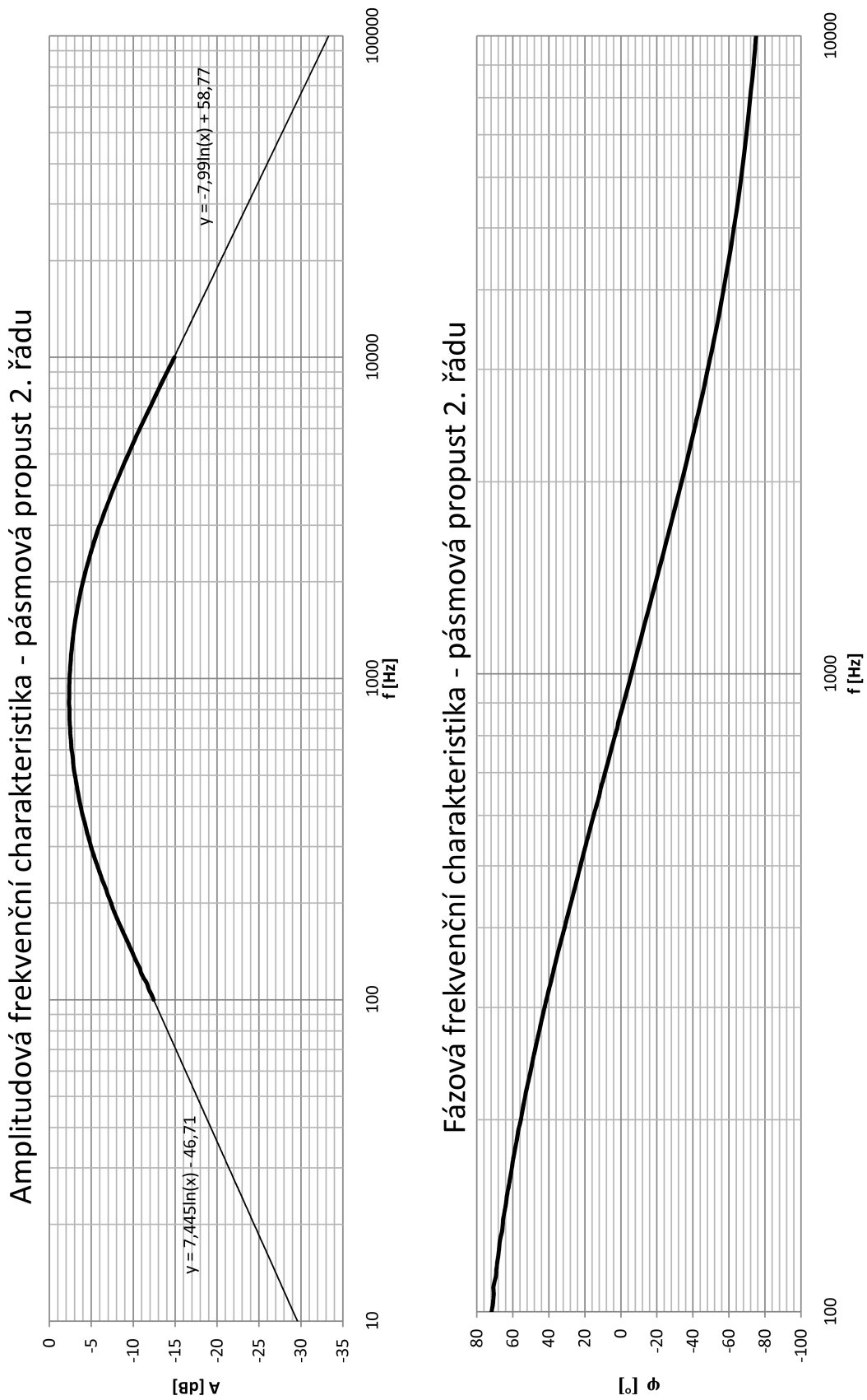
Příloha 4 - Naměřené frekvenční charakteristiky RC filtru typu dolní propust 1. řádu



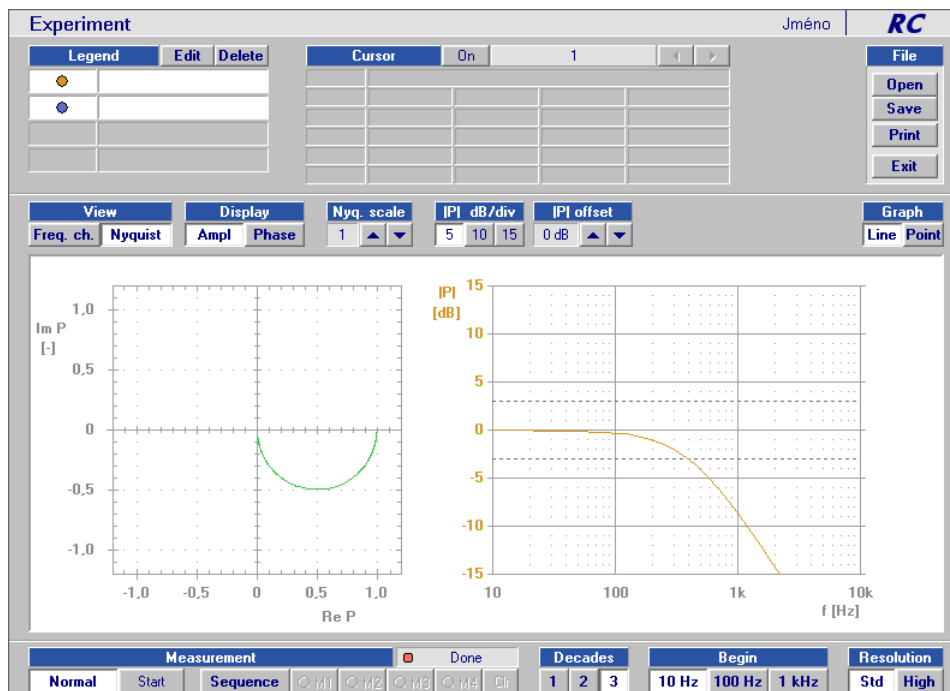
Příloha 5 - Naměřené frekvenční charakteristiky RC filtru typu dolní propust 2. řádu



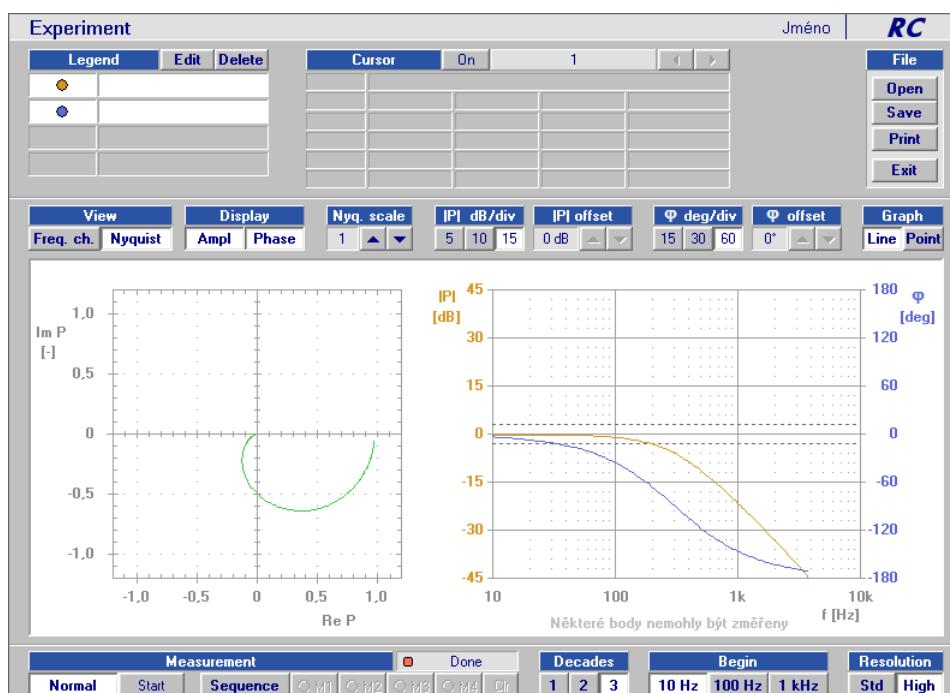
Příloha 6 - Naměřené frekvenční charakteristiky RC filtru typu pásmová propust 2. řádu



Příloha 7 - Naměřená Nyquistova a amplitudová frekvenční charakteristika RC filtru typu dolní propust 1. řádu



Příloha 8 - Naměřená Nyquistova, amplitudová a fázová frekvenční charakteristika RC filtru typu dolní propust 2. řádu



Příloha 9 - Naměřená Nyquistova a amplitudová frekvenční charakteristika RC filtru typu pásmová propust 2. řádu

