

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
**FAKULTA STROJNÍ**

Studijní program: B 2301 Strojní inženýrství  
Studijní zaměření: Stavba energetických strojů a zařízení

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Zmapování proudového pole kapaliny proudící v trubici  
pomocí CFD výpočtu

Autor: **Tomáš Klíma**  
Vedoucí práce: **Ing. Zdeněk JÚZA, Ph.D., MBA**  
Odborný konzultant: **Ing. Michal DOSTÁL**

Akademický rok 2014/2015





## **Prohlášení o autorství**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

V Plzni dne: .....

.....

podpis autora

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Zdeňku Jůzovi, Ph.D., MBA, za odborné vedení a věcné připomínky při psaní této práce. Také bych rád poděkoval za trpělivost, ochotu a cenné rady při konzultacích panu Ing. Michalu Dostálovi z firmy Škoda JS a.s.

# ANOTAČNÍ LIST BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

<b>AUTOR</b>	<b>Příjmení</b> Klíma	<b>Jméno</b> Tomáš	
<b>STUDIJNÍ OBOR</b>	2301R016 „Stavba energetických strojů a zařízení“		
<b>VEDOUCÍ PRÁCE</b>	<b>Příjmení (včetně titulů)</b> Ing. Jůza, Ph.D., MBA	<b>Jméno</b> Zdeněk	
<b>PRACOVIŠTĚ</b>	ZČU - FST - KKE		
<b>DRUH PRÁCE</b>	<b>DIPLOMOVÁ</b>	<b>BAKALÁŘSKÁ</b>	<b>Nehodící se škrtněte</b>
<b>NÁZEV PRÁCE</b>	Zmapování proudového pole kapaliny proudící v trubici pomocí CFD výpočtu		

<b>FAKULTA</b>	strojní	<b>KATEDRA</b>	KKE	<b>ROK ODEVZD.</b>	2015
----------------	---------	----------------	-----	--------------------	------

## POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

<b>CELKEM</b>	48	<b>TEXTOVÁ ČÁST</b>	45	<b>GRAFICKÁ ČÁST</b>	3
---------------	----	---------------------	----	----------------------	---

<b>STRUČNÝ POPIS (MAX 10 ŘÁDEK)</b>  <b>ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL POZNATKY A PŘÍNOSY</b>	Následující práce se zabývá problematikou proudění tekutin a CFD modelování. Poté se zaměřuje na konkrétní úlohu a zjištění rychlostního profilu kapaliny proudící v trubici pomocí software Ansys Fluent. Výpočet byl proveden pro laminární i turbulentní proudění. Byly porovnány výsledky jednotlivých turbulentních modelů. Na závěr práce jsou výsledky výpočtu porovnány s experimentálně zjištěnými rychlostními profily pomocí metody PIV.
<b>KLÍČOVÁ SLOVA</b>  <b>ZPRAVIDLA JEDNOSLOVNÉ POJMY, KTERÉ VYSTIHUJÍ PODSTATU PRÁCE</b>	CFD, Ansys, Fluent , proudění, rychlost, rychlostní profil, numerická simulace, experiment, PIV

## SUMMARY OF BACHELOR SHEET

<b>AUTHOR</b>	<b>Surname</b> Klíma	<b>Name</b> Tomáš	
<b>FIELD OF STUDY</b>	2301R016 „Design of Power Machines and Equipment”		
<b>SUPERVISOR</b>	<b>Surname (Inclusive of Degrees)</b> Ing. Jůza, Ph.D., MBA	<b>Name</b> Zdeněk	
<b>INSTITUTION</b>	ZČU – FST – KKE		
<b>TYPE OF WORK</b>	<b>DIPLOMA</b>	<b>BACHELOR</b>	<b>Delete when not applicable</b>
<b>TITLE OF THE WORK</b>	Mapping the flow field of fluid flowing in the tube by a CFD calculation		

<b>FACULTY</b>	Mechanical Engineering	<b>DEPARTMENT</b>	Power System Engineering	<b>SUBMITTED IN</b>	2015
----------------	------------------------	-------------------	--------------------------	---------------------	------

### NUMBER OF PAGES (A4 and eq. A4)

<b>TOTALLY</b>	48	<b>TEXT PART</b>	45	<b>GRAPHICAL PART</b>	3
----------------	----	------------------	----	-----------------------	---

<b>BRIEF DESCRIPTION</b> <b>TOPIC, GOAL, RESULTS AND CONTRIBUTIONS</b>	<p>This thesis deals with the issue of a fluid flow and CFD modeling. Then it focuses on a specific task – the detection of the velocity profile of fluid flowing in the tube by Ansys Fluent software. The calculation was made for both laminar and turbulent flows. There is a comparison of various turbulent models. In conclusion, the results of the calculation are compared with experimentally detected velocity profiles by the PIV method.</p>
<b>KEY WORDS</b>	<p>CFD, Ansys, Fluent, flow, velocity, velocity profile, numerical simulation, experiment, PIV</p>

## Obsah

Seznam použitých veličin.....	10
1 Úvod .....	12
2 CFD program ANSYS/FLUENT .....	13
2.1 Co je CFD? .....	13
2.2 CFD Software .....	13
2.3 ANSYS Fluent .....	13
3 Proudění tekutin.....	15
3.1 Základní rovnice .....	15
3.1.1 Rovnice kontinuity (zákon zachování hmoty).....	15
3.1.2 Pohybová rovnice (druhý Newtonův zákon).....	15
3.1.3 Energetická rovnice (zákon zachování energie).....	15
3.2 Rozdělení proudění .....	16
3.2.1 Dle vazkosti .....	16
3.2.2 Dle stlačitelnosti .....	16
3.2.3 Dle časové závislosti .....	16
3.2.4 Dle geometrického uspořádání .....	17
3.2.5 Dle druhu funkčních částí tekutiny.....	17
3.3 Proudění skutečných tekutin .....	18
3.3.1 Řešení laminární proudění v kruhovém potrubí .....	19
3.4 Teorie podobnosti .....	21
3.4.1 Odvození Reynoldsova čísla .....	21
4 CFD modelování .....	23
4.1 Numerické metody řešení .....	23
4.1.1 Metoda konečných objemů (MKO).....	23
4.2 Matematické modelování turbulence.....	23
4.3 Boussinesquova hypotéza .....	25
4.3.1 Nularovnicový model .....	25
4.3.2 Jednorovnicový model.....	25
4.3.3 Dvourovnicový model .....	26
4.3.4 Víceroovnicové.....	26
4.4 Reynoldsův napěťový model (Reynolds stress model-RSM).....	26
4.5 Postup při řešení úlohy .....	27
4.5.1 Preprocessing.....	27
5 Výpočetní model .....	34
5.1 Geometrie.....	34



5.2	Výpočetní síť .....	34
5.3	Použité konstanty a základní rozměry .....	36
5.4	Použité modely a okrajové podmínky .....	36
6	Výsledky výpočtu .....	38
6.1	Laminární model.....	38
6.1.1	Re=1200 .....	38
6.1.2	Re=1500 .....	39
6.1.3	Re=1700 .....	39
6.1.4	Re=2000 .....	40
6.1.5	Re=3000 .....	40
6.2	Turbulentní model.....	41
6.2.1	Re=3000 .....	41
6.2.2	Re=5000 .....	43
6.2.3	Re=10000 .....	44
6.3	Porovnání výpočtu a experimentu .....	46
6.4	Citlivostní analýza .....	49
7	Závěr.....	53
	Seznam použitých zdrojů.....	54
	Seznam obrázků.....	55
	Seznam tabulek.....	56

## Seznam použitých veličin

Značka veličiny	Jednotka veličiny	Název veličiny
$w$	$[m/s]$	Rychlost
$\mathbf{w}$	$[m/s]$	Vektor rychlosti
$t$	$[s]$	Čas
$S$	$[m^2]$	Obsah
$\rho$	$[kg/m^3]$	Hustota
$V$	$[m^3]$	Objem
$\dot{V}$	$[m^3/s]$	Objemový tok
$p$	$[Pa]$	Tlak
$i$		Index vektoru
$k, l$		Sčítací indexy
$x, y, z$		Souřadnice
$e$	$[J/kg]$	Měrná celková energie
$u$	$[J/kg]$	Měrná vnitřní energie
$h$	$[J/kg]$	Měrná entalpie
$q$	$[J/kg]$	Měrné teplo
$\tau$	$[Pa]$	Smykové napětí
$\eta$	$[Pa \cdot s]$	Dynamická viskozita
$\nu$	$[m^2/s]$	Kinematická viskozita
$Re$	$[-]$	Reynoldsovo číslo
$D$	$[m]$	Průměr
$r$	$[m]$	Poloměr
$L$	$[m]$	Délka

$F$	$[N]$	Síla
$\mathbf{F}$	$[N]$	Vektor síly
$g$	$[m/s^2]$	Gravitační zrychlení
$R$	$[m/s^2]$	Vnější setrvačné zrychlení
$k$	$[m^2s^{-2}]$	Turbulentní kinetická energie
$\varepsilon$	$[m^2s^{-3}]$	Rychlost disipace kinetické energie turbulence
$\omega$	$[s^{-1}]$	Měrná disipace kinetické energie turbulence

## 1 Úvod

Nejen stálý rozvoj výpočetní techniky, ale i cenová dostupnost CFD programů jsou důsledkem toho, že numerické simulace mají dnes větší zastoupení při výpočtech proudění tekutin než v minulosti. CFD modelování nám umožňuje predikovat chování tekutin v námi zadané úloze. V mnoha případech dokáže nahradit jak časově, tak cenově nákladnější sestavení experimentálního zařízení, které již dnes slouží hlavně k ověření numerických simulací. Lepší dostupnost CFD programů neznamená, že provádění numerických simulací a získání smysluplných výsledků je snadným úkolem.

Následující text se zabývá problematikou proudění tekutin a CFD modelováním, jelikož znalosti těchto odvětví jsou podmínkou dosažení správných výsledků. Cílem práce je stanovení rychlostního profilu ve válcové trubici pro různé hodnoty rychlosti, respektive Reynoldsova čísla. Jsou sledovány vývoje rychlostních profilů v závislosti na vzdálenosti od vstupu a také výsledné rychlostní profily. K numerické simulaci proudění v trubici je použit software Ansys Fluent společnosti Ansys, Inc. V této práci je popsán celý proces CFD modelování. Na závěr jsou uvedeny výsledky numerické simulace proudění pro laminární a turbulentní proudění. Pro turbulentní proudění byly použity matematické modely programu Ansys Fluent:  $k-\varepsilon$  – standard, realizable, RNG a  $k-\omega$  – standard, SST. Výsledné rychlostní profily jsou následně porovnány s výsledky získanými na experimentálním zařízení PIV metodou, které jsou uvedeny v odkazované literatuře. [1]

## 2 CFD program ANSYS/FLUENT

### 2.1 Co je CFD?

CFD (zkratka z anglického „*Computational Fluid Dynamics*“) je disciplína zabývající se výpočty v dynamice tekutin. Je to počítačová simulace procesů, která využívá pohybové rovnice a rovnice kontinuity mechaniky tekutin. Tyto simulace umožňují komplexní řešení úloh proudícího média (nejčastěji vody nebo vzduchu), se zahrnutím turbulentního proudění, sdílení tepla, spalování, vícefázového proudění apod. [2], [3]

### 2.2 CFD Software

Existuje mnoho softwarů zabývajících se CFD výpočty (např.: ANSYS Fluent, ANSYS CFX, NumecaFINE, OpenFOAM, STAR-CD a jiné). Velmi často jsou tyto programy používány pro návrh nového zařízení, ale také pro kontrolu nebo úpravu stávajícího zařízení. Výsledkem výpočtů jsou informace, které umožňují získat představu o chování média uvnitř zařízení, rozložení rychlostního pole, zjištění tlakových ztrát, lokální či globální sdílení tepla apod. [2] Modelování CFD je velmi rozšířený obor. Dnes by se jen těžko našlo průmyslové odvětví, ve kterém by tento obor neměl své využití. V praxi lze modelování využít v mnoha oborech. [4]

- Energetický průmysl            Jaderná energetika  
  Větrná, vodní energetika  
  Turbinářský průmysl
- Letecký průmysl                Aerodynamika
- Automobilový průmysl        Aerodynamika  
  Spalovací procesy v motoru  
  Klimatizace
- Stavební průmysl                Vytápění  
  Klimatizace
- Bio-mechanika                 Oběh krve  
  Dýchací soustava
- Apod.

### 2.3 ANSYS Fluent

Program Ansys Fluent je jedním z nejčastěji využívaných programů pro CFD simulace. Představuje komplexní program pro simulaci problémů spojených s prouděním tekutin. Výhodou programů společnosti ANSYS je umožnění jak přípravy geometrie, výpočetní sítě, zadání a provedení výpočtu, tak i vyhodnocení výsledků. Dříve se pro přípravu geometrie a výpočetní sítě používal program Gambit, dnes se používá program ICEM CFD, nebo také dvojice programů importovaných v balíku Ansys, programy DesignModeler a Meshing. Po získání výsledků proudící tekutiny je možno přenést informace (např.: tlak na stěnu, rozložení teploty na stěně) do pevnostní analýzy programu

Ansys Mechanical, který pracuje na základě metody konečných prvků (FEM). Fluent umožňuje modelování širokého spektra úloh:

- laminární a turbulentní proudění;
- nestlačitelné a stlačitelné tekutiny;
- vícefázové proudění;
- sdílení tepla;
- spalovací procesy;
- chemické procesy;
- apod.

### 3 Proudění tekutin

#### 3.1 Základní rovnice

Všechny výpočty CFD programů vycházejí ze tří základních rovnic proudění, které popisují základní fyzikální principy. Tato část nebude věnována odvození rovnic, rovnice zde budou pouze uvedeny. Odvození není cílem práce a můžeme jej najít v odkazované literatuře. [5]

##### 3.1.1 Rovnice kontinuity (zákon zachování hmoty)

Základní myšlenkou této rovnice je bilance hmoty proudící tekutiny. Průtočná hmotnost, která vtéká do elementárního hranolu o objemu  $dV$  a ploše  $dS$ , se musí rovnat úbytku hmotnosti v objemu způsobeném časovou změnou  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ .

$$\iint \rho \mathbf{w} dt d\mathbf{S} = - \iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dt dV \quad (1)$$

Po převedení plošného integrálu na objemový dostaneme dva stejné objemové integrály, jejichž součet se musí rovnat nule. Z toho vyplývá, že se musí rovnat nule jejich integranty, a tak dostáváme konečnou podobu rovnice kontinuity pro stlačitelné proudění:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w_k)}{\partial k} = 0 \quad (2)$$

##### 3.1.2 Pohybová rovnice (druhý Newtonův zákon)

Tato rovnice vychází z druhého Newtonova zákona.

$$m \frac{d\mathbf{w}}{dt} = \sum_1^N \mathbf{F}_i \quad (3)$$

Postupnými úpravami a dosazeními se dostaneme ke konečnému tvaru pohybové, jinak také nazývané Navier-Stokesovy, rovnice:

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_k \frac{\partial w_i}{\partial k} = R_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial i} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial k^2} + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial i} \left( \frac{\partial w_k}{\partial k} \right) \quad (4)$$

Všechny členy v rovnici (4) jsou zrychleními. Na pravé straně lze vidět místní zrychlení a vnitřní setrvačné zrychlení. Pravá strana obsahuje vnější setrvačné zrychlení dané vnějšími účinky, zrychlení od tlakových sil. Poslední dva členy vyjadřují zrychlení od třecích sil, přičemž předposlední člen platí pouze pro stlačitelné proudění.

##### 3.1.3 Energetická rovnice (zákon zachování energie)

Energetická bilanční rovnice vychází ze dvou základních předpokladů:

- Energie 1 kg látky se rovná součtu vnitřní a kinetické energie.

$$e = u + \frac{w^2}{2} = h + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \quad (5)$$

- Přírůstek energie se rovná součtu tepelného toku do objemu a velikosti práce objemových a plošných sil.

$$\Delta E = w_{objem} + w_{plošné} + Q + Q_v \quad (6)$$

$$\Delta E = \iiint \rho de dV \quad (7)$$

Po vyjádření rovnice (6), zderivování rovnice (5) a následném vložení do rovnice (7) dostaneme konečný tvar energetické bilanční rovnice (8).

$$\frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \frac{\tau_{kl}}{\rho} \frac{\partial w_k}{\partial k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} + \frac{q_v}{\rho} \quad (8)$$

Na levé straně je možné vidět změnu energie 1 kg za jednotku času a na pravé straně jsou příčiny této změny, kterými jsou disipace kinetické energie, difuze tepla povrchem do okolí a produkce tepla.

## 3.2 Rozdělení proudění

Proudění můžeme rozdělit dle několika základních hledisek.

### 3.2.1 Dle vazkosti

- Nevazká proudění: při vysokých rychlostech
- Vazká proudění:

- Newtonovská  $\tau = \eta \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)$
- Nenevtonovská  $\tau = \tau_0 + k \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)^n$

### 3.2.2 Dle stlačitelnosti

- Nestlačitelná proudění: Platí pro kapaliny při běžných stlačeních a plyny při rychlostech mnohonásobně menších než rychlost zvuku. [5]
- Stlačitelné proudění: Platí pro kapaliny při velkých stlačeních a plyny při rychlostech blízcích se rychlosti zvuku. [5]

### 3.2.3 Dle časové závislosti

- Ustálené proudění (stacionární): Proudění časově nezávislé  
 $\left( \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \right)$ . [5]
- Neustálené proudění (nestacionární): Proudění, u něhož jsou veličiny závislé na čase  
 $(v = v(t), \frac{\partial v}{\partial t} \neq 0)$ . [5]

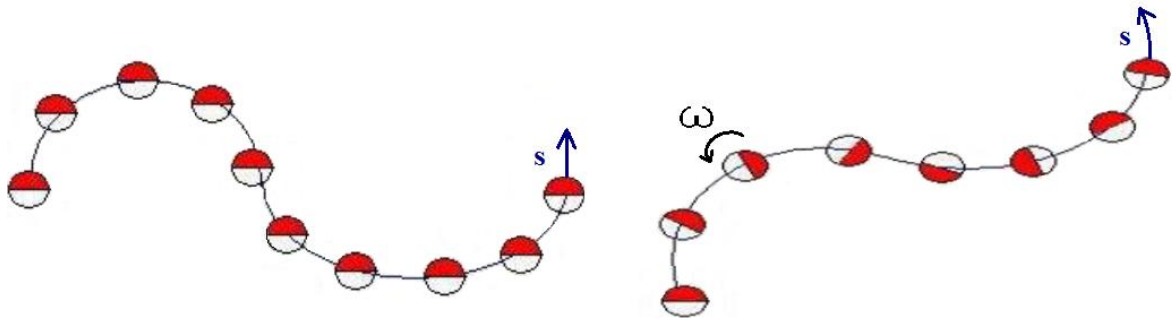


### 3.2.4 Dle geometrického uspořádání

- Proudění třírozměrné (prostorové): Všechny veličiny jsou určeny polohou v prostoru  
 $v = v(x, y, z)$ . [5]
- Proudění dvourozměrné (rovinné): Všechny veličiny jsou určeny polohou v rovině  
 $v = v(x, y)$ . [5]
- Proudění jednorozměrné: Proudění po křivce  $s$   
 $v = v(s)$ . [5]

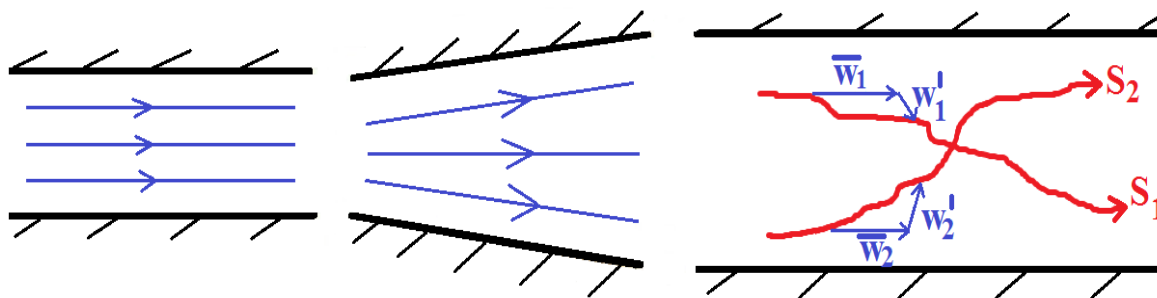
### 3.2.5 Dle druhu funkčních částí tekutiny

- Modelové částice (ideální tekutina):
  - Nevířivé proudění: Částice se neotáčejí kolem vlastní osy, konají jen translační pohyb (viz obr. 1). [5]
  - Vířivé proudění: Částice konají nejen translační, ale i rotační pohyby (viz obr. 1). [5]



Obrázek 1 – Nevířivé proudění (vlevo), vířivé proudění (vpravo) [6]

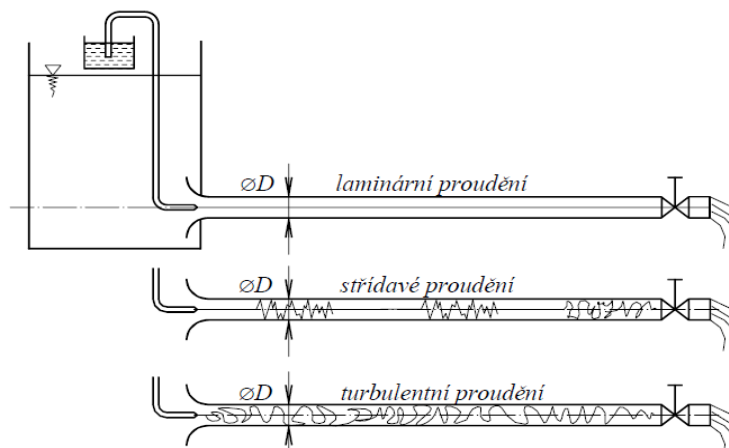
- Reálné částice (reálná tekutina):
  - Laminární proudění: Částice se pohybují ve vrstvách, aniž by se přemísťovaly po průřezu. Hybnost se přenáší hlavně molekulami (viz obr. 2). [5]
  - Turbulentní proudění: Hybnost se přenáší molárními částicemi, z nichž jsou složeny nahodilé turbulentní víry. Částice se přemísťují po průřezu (viz obr. 2). [5]



Obrázek 2 – Laminární proudění (vlevo), turbulentní proudění (vpravo)

### 3.3 Proudění skutečných tekutin

Následující kapitola se bude zabývat pouze prouděním reálných tekutin. Existenci proudění reálné tekutiny nám může názorně ukázat experiment, jenž provedl Osborne Reynolds ve druhé polovině 19. století. K vodní nádrži je připojeno skleněné potrubí kruhového tvaru s pečlivě tvarovanou vstupní částí. Do proudící tekutiny v kruhovém potrubí je přiváděna tenkou trubičkou obarvená tekutina. [5]

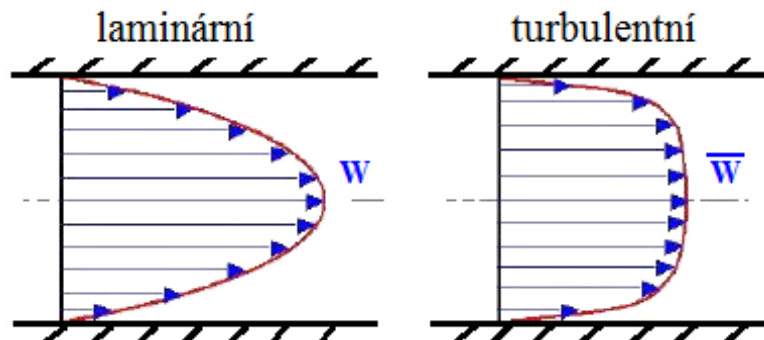


Obrázek 3 – Reynoldsův experiment [5]

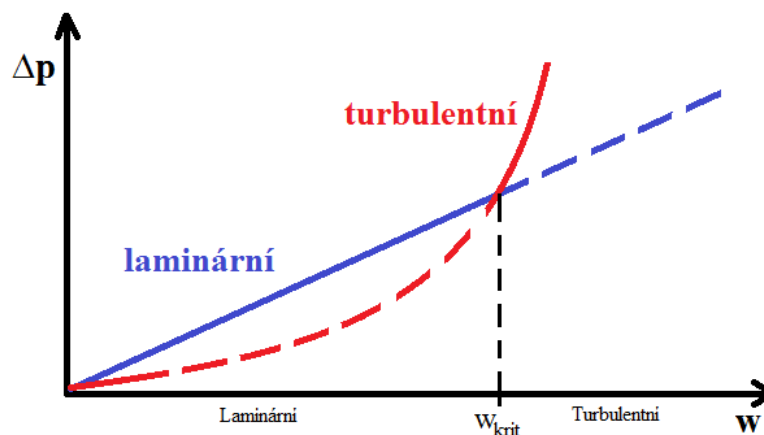
Při malých průtocích a rychlostech se obarvený proud tekutiny drží uprostřed trubky. Pohyb kapaliny probíhá v soustavě rovnoběžných válcových vrstev. Vrstvy se po sobě posouvají a vzniká tak parabolický rychlostní profil. Proudění je laminární. [5]

Při zvyšování průtoku přes určitou mez se střídá proudění laminární s prouděním turbulentním vyznačujícím se intenzivním promícháváním kapaliny a rozmícháváním barviva. Při dalším zvyšování rychlosti proudění se střídání laminárního a turbulentního proudění mění. Laminární úseky se zkracují a turbulentní úseky se prodlužují. [5], [3]

Zvětší-li se rychlost nad svou kritickou hodnotu, stává se proudění jen turbulentním. Rychlostní profil se z laminárního parabolického mění na turbulentní, které se vyznačuje plochou částí ve středu trubice a velkou strmostí u stěn (viz obr. 4). Profil je výslednicí intenzivního přenosu hybnosti od promíchávání vírů a molárních částic, jež vyrovnává rychlosti uprostřed trubice. Čím větší je přenos hybnosti, tím větší je rychlostní spád při stěně trubice. Velký spád znamená vysoké třecí napětí, kde se kinetická energie přeměňuje na teplo. Ztráta kinetické energie se projevuje v poklesu tlaku  $\Delta p$  (viz obr. 5). [5]



Obrázek 4 – Rychlostní profily [6]



Obrázek 5 – Závislost tlakových ztrát na rychlosti proudění

Bylo zjištěno, že typ proudění (laminární, přechodové, turbulentní) závisí na střední rychlosti  $w_s$ , na průměru potrubí  $D$  a na kinematické vazkosti  $\nu$  v proudící tekutině. Tyto tři veličiny jsou zásadní pro výpočet bezrozměrného Reynoldsova čísla, které je odvozeno dále v kapitole 3.4. [5]

$$Re = \frac{w_s D}{\nu} \quad [-] \quad (9)$$

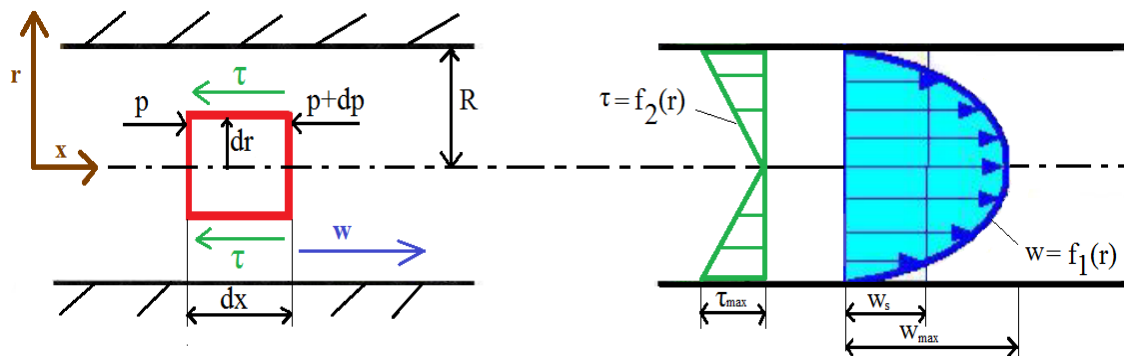
Reynoldsovo číslo vyjadřuje poměr setrvačných a třecích sil a určuje typ proudění. Pokud je  $Re \leq 2320$ , může být proudění jen laminární. I kdybychom třeba uměle vyvolali turbulentní režim, nemůže se trvale udržet, jelikož třecí síly převládají nad setrvačnými. Kritické Reynoldsovo číslo pro kruhové potrubí má hodnotu  $Re_k = 2320$ . Tato hodnota udává konec laminárního proudění a začátek přechodové oblasti proudění. [5]

V intervalu  $2320 < Re < 4000$  je možné dosáhnout jak laminárního, tak turbulentního proudění. Je to oblast přechodného proudění. V této oblasti rozhodují o typu proudění podmínky, jako jsou například drsnost povrchu, možné vibrace a také usměrnění proudu. Nad oblastí přechodného proudění je oblast pouze vzniku turbulentního proudu.

### 3.3.1 Řešení laminárního proudění v kruhovém potrubí

Laminární proudění je mnohem jednodušší než turbulentní. V praxi se vyskytuje pouze tam, kde jsou malé rozměry kanálů, malá průtočná rychlost nebo vysoká viskozita tekutiny. Nejjednodušší případy laminárního proudění se řeší analyticky, kdy se využívá

Newtonova vztahu pro smykové napětí (10). Složitější případy jsou řešeny integrací Navier-Stokesových rovnic nebo numerickými metodami. V kruhovém potrubí jsme zvolili elementární objem o poloměru  $r$  a šířce  $dx$ . Na tento objem působí plošné tlakové síly ( $F_{p1}, F_{p2}$ ) a třecí síly ( $F_t$ ). Působící síly musí být v rovnováze. Dosazením rovnic (11) a (12) do (13) a předpokladem, že  $dp/dx = p_z/L$ , získáme při vyjádření smykového napětí rovnicí (14), kterou následně vložíme do Newtonova vztahu (10) a provedeme integraci (15). [6]



Obrázek 6 – Laminární proudění v trubici [6]

$$\tau = \eta \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \quad (10)$$

$$F_{p1} = p\pi r^2; F_{p2} = (p + dp)\pi r^2 \quad (11)$$

$$F_t = \tau 2\pi r dx \quad (12)$$

$$F_{p1} - F_{p2} - F_t = 0 \quad (13)$$

$$\tau = -\frac{1}{2} \frac{dp}{dx} r = -\frac{1}{2} \frac{p_z}{L} r \quad (14)$$

$$w = -\frac{1}{4} \frac{p_z}{\eta L} r^2 + C \quad (15)$$

Integrační konstantu  $C$  určíme z okrajové podmínky pro stěnu potrubí, kde je rychlost proudící kapaliny nulová. Podmínku  $w\left(\frac{d}{2}\right) = 0$  dosadíme do (15) a dostaneme integrační konstantu ve tvaru (16), kterou následně dosadíme zpět do (15) a získáme obecný tvar pro velikost rychlosti laminárního proudu v kruhovém potrubí (17). [6]

$$C = \frac{1}{16} \frac{p_z}{\eta L} d^2 \quad (16)$$

$$w = \frac{1}{4} \frac{p_z}{\eta L} \left( \left( \frac{d}{2} \right)^2 - r^2 \right) \quad (17)$$

Nejvyšší rychlost je v ose potrubí, tedy při podmínce: ( $w(0) = w_{\max}$ ). [6]

$$w_{max} = \frac{1}{16} \frac{p_z}{\eta L} d^2 \quad (18)$$

Grafické znázornění rychlostního profilu v prostoru je rotační paraboloid, v řezu kvadratická parabola (viz obr. 6). Průtok trubicí  $\dot{V}$  [ $m^3/s$ ] je možné určit pomocí součtu elementárních množství, protékajících mezikružními elementární šířky  $dr$  o ploše  $2\pi r dr$ . [6]

$$\dot{V} = \iiint w dS = \int_0^{\frac{d}{2}} 2\pi r w dr = \frac{\pi}{2\eta} \frac{p_z}{L} \int_0^{\frac{d}{2}} \left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 - r^2 \right] r dr = \frac{\pi}{128} \frac{p_z d^4}{\eta L} \quad (19)$$

Rovnici (19) vyjadřuje Hagen-Poiseuilleův zákon, pomocí kterého se dá určit střední rychlost, pokud porovnáme  $\dot{V}$  vyjádřené střední rychlostí a vyjádřené pomocí Hagen-Poiseuilleova zákona. [6]

$$\dot{V} = \frac{\pi d^2}{4} w_s = \frac{\pi}{128} \frac{p_z d^4}{\eta L} \rightarrow w_s = \frac{1}{32} \frac{p_z}{\eta L} d^2 = \frac{w_{max}}{2} \quad (20)$$

Výše uvedené vztahy platí, je-li profil vyvinutý, což je dále od vstupu. Vzdálenost, na níž se vyvíjí rychlostní profil, se nazývá rozběhová dráha laminárního proudu ( $x_r$ ). Tuto vzdálenost popisují dva rozdílné vzorce: Bousinesquův (21) a Schillerův (22). [6]

$$\frac{x_r}{D} \geq 0,065 Re \quad (21)$$

$$\frac{x_r}{D} \geq 0,025 Re \quad (22)$$

### 3.4 Teorie podobnosti

Podobnost je v mechanice tekutin hojně využívána. Je drahé, někdy dokonce i nemožné propočítat velká a složitá technická díla a díky teorii podobnosti se dají vlastnosti ověřit na mnohem menším fyzikálním modelu. Tyto výsledky jsou přenositelné na mnohonásobně větší dílo. Je důležité vědět, jak má model vypadat, co při testech měřit, jak vyhodnocovat měření, aby se daly výsledky použít a měly co největší obecnou platnost. Odpověď na tyto otázky dává právě teorie podobnosti. [5]

Základem teorie podobnosti je kritérium podobnosti. Kritériem podobnosti můžeme chápat jako bezrozměrnou veličinu, kterou získáme seskupením geometrických, fyzikálních a kinematických veličin do poměru. Bezrozměrných veličin se dá vytvořit mnoho, ale kritérium podobnosti je taková bezrozměrná veličina, jež má hlubší fyzikální význam, tj. poměr například sil, zrychlení, energií apod. Existují také simplex, což jsou jednoduchá kritéria, která jsou poměrem pouze dvou veličin. Takovýto simplex můžeme najít například u potrubí, kde se určuje poměr délky a průměru potrubí ( $L/D$ ). [5]

#### 3.4.1 Odvození Reynoldsova čísla

Kapitola bude názornou ukázkou odvození kritéria podobnosti. Reynoldsovo číslo je jedno z nejčastěji používaných kritérií podobnosti a můžeme ho získat z Navier-Stokesovy

rovnice. Zkrátíme ji o poslední člen, jelikož má v teorii podobnosti stejný význam jako člen předposlední. Rovnici budeme aplikovat na proudění v kanálu, kde známe vstupní parametry  $w_0, \rho_0, \nu_0, g_0$ , délku kanálu  $l_0$ , celkovou změnu tlaku na ní  $\Delta p_0$  a čas potřebný k protečení kanálem  $\Delta t_0$ . Poté si určíme jeden obecný bod, kde jsou parametry  $w, \rho, \nu, g$ , ve vzdálenosti  $l$  od vstupu v okamžiku  $t$ . [5]

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_k \frac{\partial w_i}{\partial k} = R_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial i} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial k^2} \quad (23)$$

Zavedeme bezrozměrné parametry:

$$\frac{w}{w_0} = c_w; \frac{t}{\Delta t_0} = c_t; \frac{l}{l_0} = c_l; \frac{g}{g_0} = c_g; \frac{\rho}{\rho_0} = c_\rho; \frac{\nu}{\nu_0} = c_\nu; \frac{p}{\Delta p_0} = c_p \quad (24)$$

Pomocí bezrozměrných parametrů (11) vyjádříme Navier-Stokesovu rovnici (10):

$$\frac{w_0}{\Delta t_0} \frac{\partial c_{wi}}{\partial c_t} + \frac{w_0^2}{l_0} c_{wk} \frac{\partial c_{wi}}{\partial c_l} = \frac{g_0}{(3)} c_g - \frac{\Delta p_0}{\rho_0 l_0} \frac{1}{c_\rho} \frac{\partial c_p}{\partial c_l} + \frac{\nu_0 w_0}{l_0^2} c_\nu \frac{\partial^2 c_{wi}}{\partial c_l^2} \quad (25)$$

Vyjádříme-li poměr čísel (2) a (5) z rovnice (25), získáme Reynoldsovo číslo udávající poměr setrvačných a třecích sil.

$$\frac{w_0^2 l_0^2}{l_0 \nu_0 w_0} = \frac{w_0 l_0}{\nu_0} \rightarrow \frac{w l}{\nu} = Re \quad (26)$$

Z rovnice (25) můžeme získat další kritéria podobnosti, jimiž jsou například Strouhalovo číslo, Freudeho číslo, Eulerovo číslo apod. Tato čísla můžeme najít v odkazované literatuře. [5]

## 4 CFD modelování

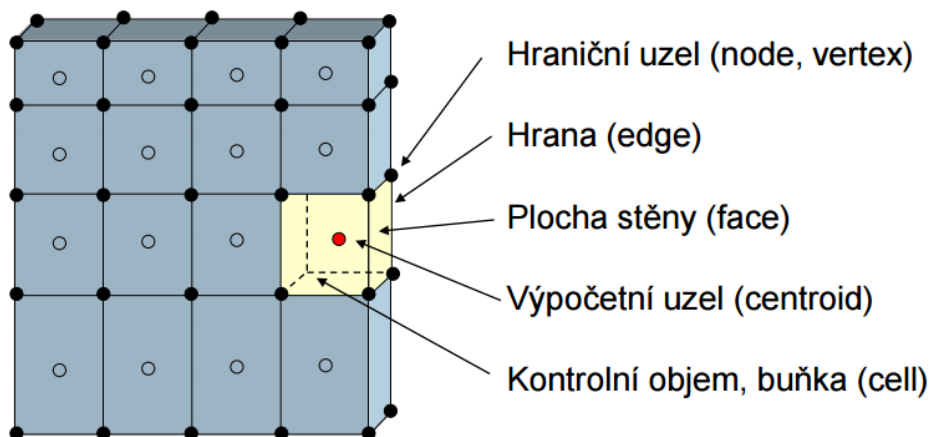
### 4.1 Numerické metody řešení

K řešení parciálních diferenciálních rovnic, které jsou uvedeny v kapitole 3.1, lze využít analytické řešení pouze u velmi jednoduchých úloh, v ostatních případech musí být použity numerické metody řešení. Mezi nejčastěji používané metody řešení parciálních diferenciálních rovnic patří:

- Metoda konečných diferencí
- Metoda konečných prvků – využívána hlavně při pevnostních výpočtech
- Metoda konečných objemů – nejčastěji využívaná metoda v CFD

#### 4.1.1 Metoda konečných objemů (MKO)

Základem MKO je rozdělení řešené oblasti na konečný počet nepřekrývajících se kontrolních objemů pomocí sítě. Základní rovnice (kapitola 3.1) popisující spojité prostředí jsou diskretizovány do soustavy algebraických rovnic s připojením okrajových podmínek. Diskretizací je třeba chápat náhradu parciálních diferenciálních rovnic algebraickými rovnicemi. Hodnoty složek rychlostí a ostatních veličin jsou ve výpočetních uzlech, které jsou v geometrických středech konečných objemů. Hodnoty veličin na hranicích objemů se získávají interpolací. Přenos informací probíhá přes hranice objemu a vypočítá se jako suma integrálů přes jednotlivé plochy. Výsledkem je soubor lineárních algebraických rovnic, jedna pro každý objem. Hlavní výhody MKO jsou v tom, že má menší nároky na paměť a vyšší rychlost než jiné numerické metody při řešení náročných úloh (velké výpočetní sítě, vysoké rychlosti proudění, turbulentní proudění,...). Velkou výhodou je možnost použití nejen strukturované sítě, ale také sítě nestrukturované. [7]

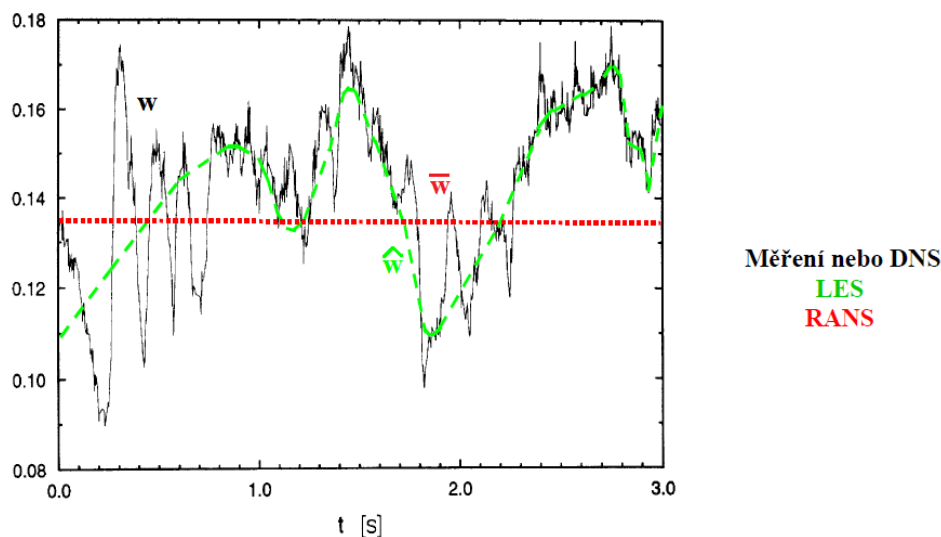


Obrázek 7 – MKO – výpočetní síť – terminologie [7]

### 4.2 Matematické modelování turbulence

Turbulentním prouděním nazýváme takové proudění, jehož proměnné vykazují chaotické změny jak v prostoru, tak i v čase. Turbulentní proudění se skládá z velkých prostorových struktur – turbulentních vírů (*angl. eddies*). Velké víry obsahují energii a postupně se rozpadají na menší a menší. Proces rozpadání je nakonec ukončen disipací (rozpadem) kinetické energie nejmenších vírů na teplo. [8]

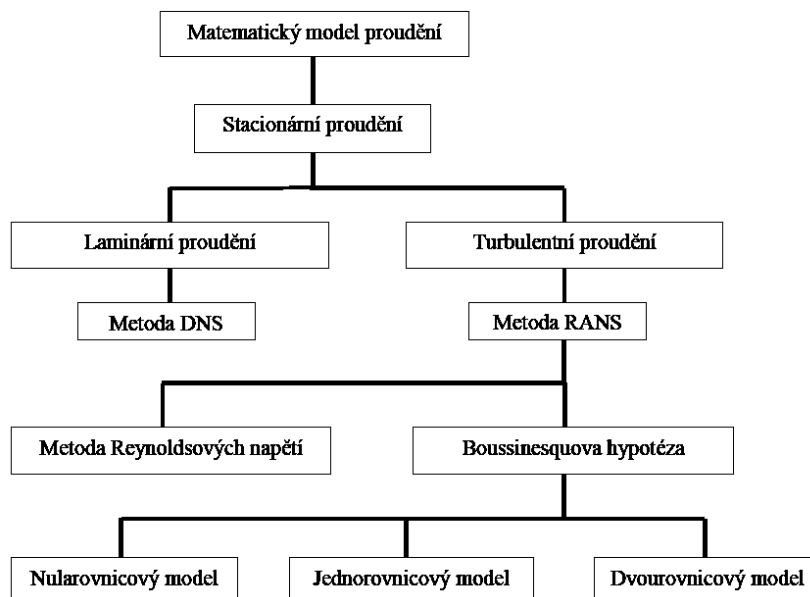
Modelování turbulentního proudění je stále ve stádiu vývoje v souvislosti s rostoucím rozvojem v oblasti matematiky a výpočetní techniky. Samotná turbulence není dodnes plně vyřešený jev, a proto se kvůli složitosti musí používat zjednodušené modely. Doposud nebyl vytvořen jediný univerzální model turbulence. Naopak existuje velká řada modelů, každý vhodný pro určitou úlohu. Pro numerickou simulaci existují tři základní přístupy modelování proudění. [9]



Obrázek 8 – Metody modelování turbulence [9]

- **Metoda přímé simulace (DNS – Direct Numerical Simulation)** je velice náročná na kapacitu a výkon počítače z důvodu jemné sítě a velmi krátkého časového kroku. Velikost výpočetního elementu musí být tak velká jako minimální velikost vírů před jejich rozpadem na teplo, což vede k velkému nárůstu objemu dat. Tato metoda řeší přímo základní soustavu rovnic bez jakéhokoliv zjednodušení, také proto je řešení srovnatelné s experimentem. Ansys Fluent nedokáže řešit úlohu metodou DNS. [9], [10]
- **Metoda velkých vírů (LES – Large Eddy Simulation)** řeší na rozdíl od DNS pouze velké víry, které dokáže výpočetní síť zachytit. Výpočetní síť tedy může být hrubší a časový krok delší než u DNS. Malé víry, které se málo podílejí na transportních jevech, ale jejich prostřednictvím dochází k disipaci energie, jsou reprezentovány tzv. subgridními modely a jsou eliminovány pomocí filtrace turbulentního pole. [9], [10]
- **Metoda RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equation)** je nejčastějším nástrojem inženýrských úloh turbulentního proudění. Jsou využívány pro jejich výpočetní rychlost a většinou dostatečnou přesnost řešení. Jak je již v názvu patrné, metoda je založena na časovém středování veličin turbulentního proudění a na časovém středování základních rovnic. Metody RANS tedy rozdělují okamžité hodnoty veličin na časově středovanou složku a flukuační složku. [9], [10]





Obrázek 9 – rozdělení matematických modelů proudění

Metoda RANS je nejpoužívanější metodou řešení. Základním a největším problémem je výskyt Reynoldsových napětí, tedy dalších šesti neznámých v středovaných Navie-Stokesových rovnicích. Soustava rovnic tak není uzavřená jako u laminárního proudění. K této soustavě je zapotřebí připojit další rovnice a empirické vztahy, které společně s pohybovými rovnicemi vytvářejí model turbulence. Základní rozdělení modelů turbulence lze vidět na obrázku 9. [9]

### 4.3 Boussinesquova hypotéza

Tato metoda hledá podobnost v laminárním proudění, konkrétně v Newtonově vztahu pro smykové napětí (27). Hypotéza předpokládá, že tenzor smykových napětí (šest nezávislých napětí) lze nahradit jednou veličinou – turbulentní viskozitou. [9]

$$\tau = \eta \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \quad (27)$$

$$\tau_{ij} = \tau_t = \eta_t \left( \frac{\partial \overline{w_x}}{\partial y} \right) \quad (28)$$

#### 4.3.1 Nularovnicový model

Jedná se o velmi jednoduchý model, který nepoužívá žádné parciální diferenciální rovnice, a kde výpočet turbulentní viskozity je proveden pomocí turbulentního rychlostního a délkového měřítka. Jelikož model obsahuje mnoho zjednodušení, není doporučován pro technické výpočty. [9]

#### 4.3.2 Jednorovnicový model

Spallart-Allmaras obsahuje jednu diferenciální rovnici pro rychlostní turbulentní měřítka neboli turbulentní kinetickou energii  $k[m^2s^{-2}]$ . Byl vyvinut speciálně pro letecké aplikace. [9]

### 4.3.3 Dvourovnicový model

**Standard k- $\varepsilon$  (SKE)** – určuje turbulentní viskozitu pomocí dvou rovnic pro  $k$  a  $\varepsilon$ . Jak je již napsáno výše, první diferenciální rovnice je rovnice pro turbulentní kinetickou energii turbulence  $k[m^2s^{-2}]$ . Druhá rovnice, popisující rozpad a zákon turbulentních vírů, je rovnice pro rychlost disipace kinetické energie turbulence  $\varepsilon[m^2s^{-3}]$ . Obě tyto rovnice lze odvodit z Navier-Stokesových rovnic. Tento model je velmi využívaným modelem v technické praxi. Je vhodné pro proudění s vysokým Reynoldsovým číslem. Využívá se tedy pouze pro plně turbulentní proudění. [9]

**RNG k- $\varepsilon$  (RNG)** – je určitou modifikací předchozího modelu. Modifikace se týká empirických konstant, které jsou zavedeny pro řešení rovnice rychlosti disipace kinetické energie turbulence. V tomto modelu jsou konstanty řešeny iteračním procesem, tím sice model neodstraní základní nedostatky, ale přináší zlepšení a zpřesnění výpočtu. [9]

**Realizable k- $\varepsilon$  (RKE)** – má dvě odlišnosti od SKE. Model RKE obsahuje jinou formulaci pro turbulentní viskozitu a jiné transportní rovnice pro  $\varepsilon$ . Ve srovnání s SKE dosahuje tento model dobrých výsledků pro proudění zahrnující otáčení, mezní vrstvy s vysokým nepříznivým gradientem tlaku, recirkulace... [10]

**Standard k- $\omega$  (SKW)** – vznikal paralelně se vznikem k- $\varepsilon$ . Je to také dvourovnicový model, tedy připojuje další dvě diferenciální rovnice. Zůstává zde rovnice pro kinetickou energii turbulence  $k$ , jen místo rovnice pro  $\varepsilon$  se připojí rovnice pro měrnou disipaci kinetické energie turbulence ( $\omega = \varepsilon/k [s^{-1}]$ ). Tento turbulentní model je vhodný pro nízká Reynoldsova čísla a pro úlohy přechodného proudění. V blízkosti stěny má velmi dobrou přesnost, ta ale klesá se vzdáleností od stěny ve volném proudě, což je přesně naopak než u modelu k- $\varepsilon$ . [9], [10], [4]

**SST k- $\omega$  (SSTKW)** – je opět modifikací základního modelu a obsahuje modifikovanou diferenciální rovnici pro  $\omega$ . Byl vyvinut proto, aby propojil model k- $\omega$ , který dosahuje dobré přesnosti u stěny s k- $\varepsilon$  s dobrou přesností ve volném proudě. Propojení modelů se získá použitím váhové funkce. [10], [9]

### 4.3.4 Víceroznicové

**k-kl- $\omega$  Transition model** – je třírovnicový model. Jeho použití je hlavně pro predikci vývoje mezní vrstvy a přechodu z laminárního do turbulentního proudění.

**SST Transition model** – spojuje model SST k- $\omega$  s dalšími dvěma rovnicemi. Používá se podobně jako předchozí model pro přechodné proudění.

## 4.4 Reynoldsův napětíový model (Reynolds stress model-RSM)

Reynolds stress model patří také do modelů RANS, nepředpokládá však, že tenzor smykových napětí lze nahradit turbulentní viskozitou, tudíž tento model obsahuje šest rovnic k řešení smykových napětí. Těchto šest rovnic je doplněno o rovnici disipace, která napomáhá stabilitě řešení. I přesto, že je model náročnější a méně zjednodušený, než modely založené na turbulentní viskozitě, nejsou výsledky RSM výrazněji přesnější a je využíván spíše výjimečně [9].

## 4.5 Postup při řešení úlohy

Každé řešení úlohy můžeme rozdělit na dílčí části:

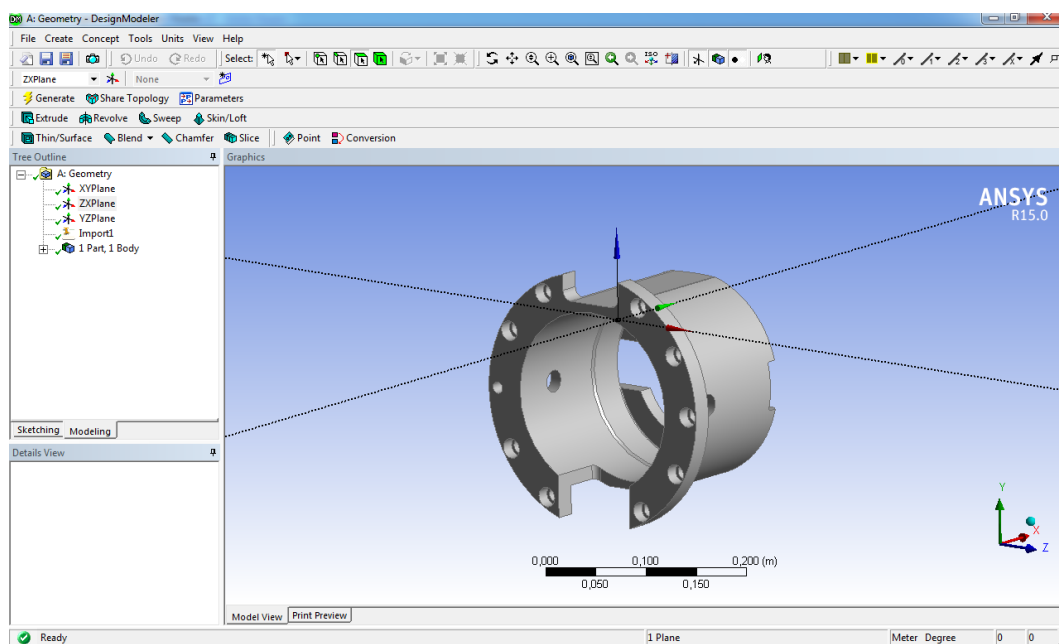
- Preprocessing
  - Tvorba geometrie
  - Vytvoření sítě
  - Nastavení okrajových a počátečních podmínek
  - Nastavení řešiče
- Processing
  - Samotné numerické řešení
- Postprocessing
  - Zpracování výsledků
  - Návrh možných úprav
  - Tvoření grafů, tabulek, animací

### 4.5.1 Preprocessing

Existují komplexní programy, které umožňují téměř celý preprocessing v jednom prostředí. Takto funguje například ICEM CFD nebo Gambit, ve kterém lze tvořit geometrie, dále pak definovat výpočetní síť pomocí různých prvků a v neposlední řadě umožňuje definovat oblasti, kde se vyskytují okrajové podmínky k následnému numerickému výpočtu v programu ANSYS Fluent. Preprocessing je bez pochyb nejdůležitější část, je to vlastně příprava úlohy k řešení.

#### 4.5.1.1 Tvorba geometrie

Jak již bylo výše napsáno, geometrie (2D i 3D) se může vytvořit spolu s ostatními kroky v jednom prostředí. Máme-li geometrii vytvořenou v některém ze standardních CAD systémů, které jsou podporovány společností Ansys (Autodesk Inventor, Catia, NX, Solid Edge, ...), je snadné tuto již vytvořenou geometrii importovat. Na tvorbu geometrie lze využít také program ze základního balíku Ansysu, program DesignModeler (viz obr. 10).

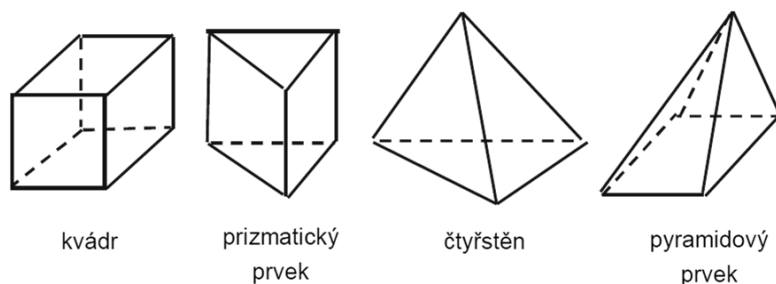


Obrázek 10 – Ansys DesignModeler – vytvořená 3D geometrie

#### 4.5.1.2 Síť, tvorba sítě

Síť je vlastně rozdělení výpočtové oblasti na dílčí na sebe navazující 2D buňky v dvojdimenzionálním prostoru, nebo 3D buňky v 3D prostoru. Výpočtová oblast pokrytá výpočtovou sítí je základ matematického modelování. Matematickým modelem je myšlen systém matematických vztahů, který je aplikován na konkrétní problém. V matematickém modelování platí několik zásad, které je nutno dodržovat, jelikož výpočet úlohy založený na řešení parciálních diferenciálních rovnic je limitován výkonem počítačové techniky. Zásady zní:

- výpočet je o to náročnější, čím více rovnic je zahrnuto v matematickém modelu,
- výpočet je o to náročnější, čím více má výpočtová oblast buněk (jemnost sítě),
- výpočet je náročnější, čím méně kvalitní je síť výpočtové oblasti. [8]

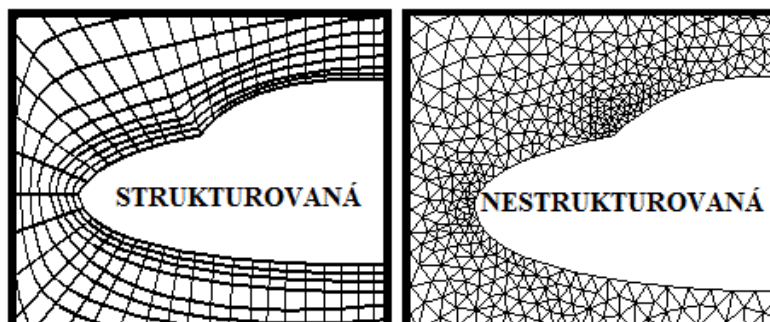


Obrázek 11 – Prvky 3D sítě [8]

Počet buněk patří k hlavním limitujícím faktorům současného matematického modelování. V reálných úlohách se může počet buněk vyšplhat až k několika desítkám či stovkám milionů. Tento počet je potřeba minimalizovat na určité minimum. Zredukování nesmí být prováděno na úkor kvality sítě. To by bylo kontraproduktivní. Buňky (elementy) by měly mít přiměřenou velikost a počet, aby dokázaly v dostatečné míře a s potřebnou přesností zachytit modelovaný jev. Používá se zhušťování sítě v místech, která jsou z hlediska proudění tekutin důležitá pro výpočet nebo zajímavá z hlediska řešitele. Naopak řidší síť se používá v místech ostatních. Zhušťování buněk by mělo být plynulé, neměla by zde být velká skoková změna, jelikož by úloha nemusela konvergovat k výsledku nebo by mohly být výsledky v dané výpočtové oblasti chybné. [8]

Vytvoření kvalitní sítě není pouze o znalostech jedince, ale také o jeho zkušenostech. Můžeme rozlišit dva základní typy sítě. [9]

- **Strukturovaná síť**- Tento typ sítě se používá u jednodušší geometrie a využívá čtyřúhelníkové prvky ve 2D a šestistěnné prvky ve 3D. Mezi výhody tohoto typu sítě patří především snadné generování a lepší konvergence. Pokud to není nezbytné, je snaha pokrývat řešenou oblast strukturovanou sítí.
- **Nestrukturovaná síť**- Tato síť je hojně využívána v CFD výpočtech, především v místech složité geometrie. Umožňuje snadné zhušťování sítě v místech, kde je to zapotřebí. Naopak zvyšuje počet elementů oproti strukturované síti. Tento typ sítě typicky využívá trojúhelníkové elementy ve 2D a čtyřstěny ve 3D.



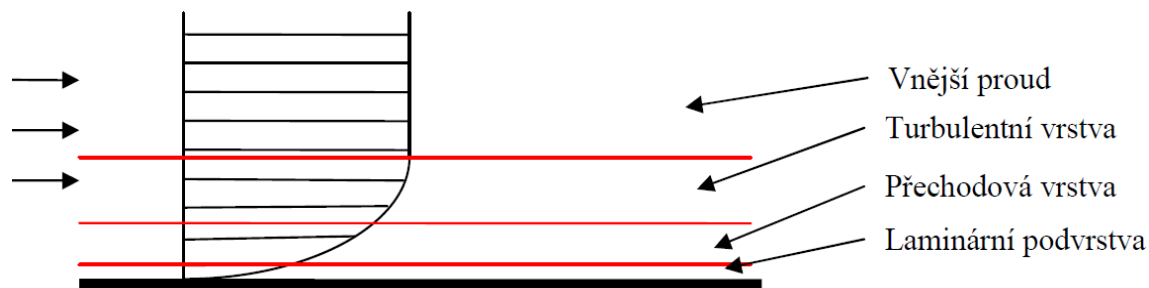
Obrázek 12 – Typy výpočtových sítí [11]

Použití nestrukturované sítě umožňuje vytvořit zhuštěnou síť jen v oblastech, ve kterých chceme, tím se snižují nároky na výpočetní techniku, jelikož mohou detailně řešit jen důležité oblasti. Další dělení sítí je podle použitých elementů. [9]

- Uniformní síť – Obsahuje pouze elementy jednoho typu, například pouze kvádry.
- Hybridní síť – Obsahuje elementy různých typů.

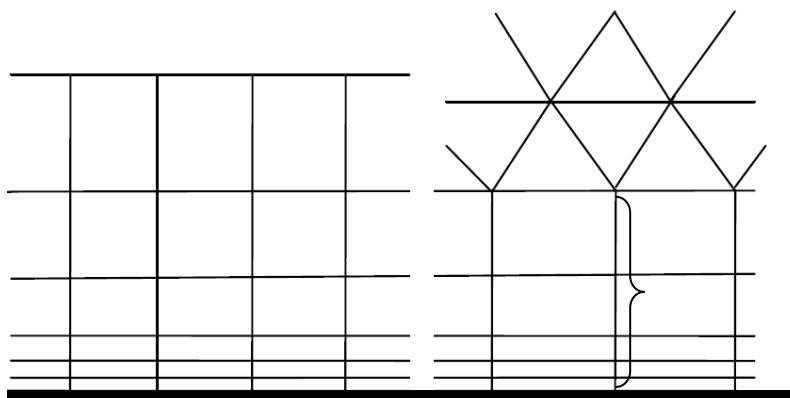
Zvláštním případem je zhušťování buněk v mezní vrstvě, v blízkosti stěny, které má za úkol zachytit u stěny velké změny fyzikálních veličin.

U hybridní sítě lze prvky kombinovat, čímž se získá optimální síť. V okolí stěny se používají čtyřúhelníky a kvádry (pro výpočet jsou z hlediska přesnosti optimální) a v ostatních oblastech, kde se nevyskytuje mezní vrstva (nedochází k velkým gradientům veličin), se používají ostatní prvky, které zajistí snadnou změnu hustoty sítě. [8]



Obrázek 13 – Oblast mezní vrstvy- rozdělení [9]

**Mezní vrstva** je oblast v blízkosti stěny, ve které dochází k velkým gradientům veličin. Tato oblast je složena ze tří vrstev. První vrstva, nejbliže ke stěně, se nazývá laminární podvrstva. Zde je proudění pouze laminární. Vnější část mezní vrstvy je označována jako turbulentní vrstva. Mezi laminární podvrstvou a turbulentní vrstvou je přechodová vrstva. Aby bylo možné u stěny zachytit velké změny fyzikálních veličin, musí se prvky v blízkosti stěny zjemnit. Při tvorbě mezní vrstvy je tedy důležitá velikost prvního elementu u stěny a velikosti růstového faktoru. Růstový faktor je číslo udávající kolikanásobně je následující element větší, nejčastěji se volí v rozmezí (1,2-1,3). [9]

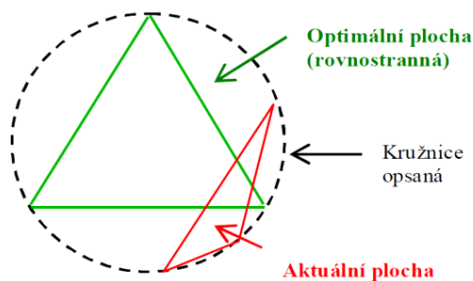


Obrázek 14 – Ukázka vytvoření sítě v mezní vrstvě

Důležitým parametrem výpočetní sítě je kvalita sítě, jež se posuzuje z několika hledisek:

- podle velikosti buněk (s ohledem na přesnost výpočtu a na modelovaný děj),
- podle vhodnosti uspořádání buněk v prostoru s ohledem na konkrétní úlohu (zhuštění na místech zajímavých nebo důležitých z hlediska proudění),
- podle kvality buněk (Skewness – nesouměrnost, Aspect Ratio – poměr hran (ploch) prvků, atd). [8]

Jedním z nejdůležitějších kritérií je pro posouzení kvality buňky zkosení (skewness), kdy se posuzuje tvar buňky vzhledem k ideálnímu pravidelnému tvaru. Pokud je buňka nějak zdeformovaná, zhoršuje se její kvalita. Obecně se kvalita buňky vyjadřuje bezrozměrným číslem v intervalu 0 (nejlepší) až 1 (nevyhovující). Toto bezrozměrné číslo se nazývá „míra zkosení buňky“ (angl.: *skewness measure*). [8]

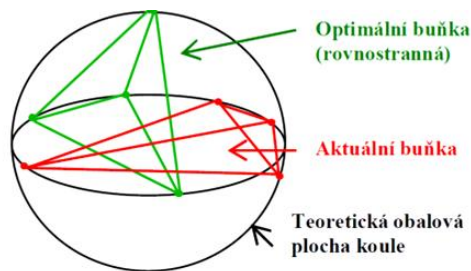


Obrázek 15 – Princip posuzování kvality 2D buňky pro trojúhelníkové prvky (angl.: tri) [8]

Pro určení kvality 2D trojúhelníkové buňky, resp. míry zkosení buňky slouží následující vztah:

$$Skewness\ measure(TRI) = \frac{S_{optimal} - S_{real}}{S_{optimal}},$$

kde  $S_{optimal}$  představuje plochu optimální buňky (v tomto případě plochu rovnostranného trojúhelníku) a  $S_{real}$  představuje plochu aktuálně posuzované trojúhelníkové buňky (viz obr. 15). [8]



Obrázek 16 – Princip posuzování kvality 3D buněk pro čtyřstěny (angl.: tet) [8]

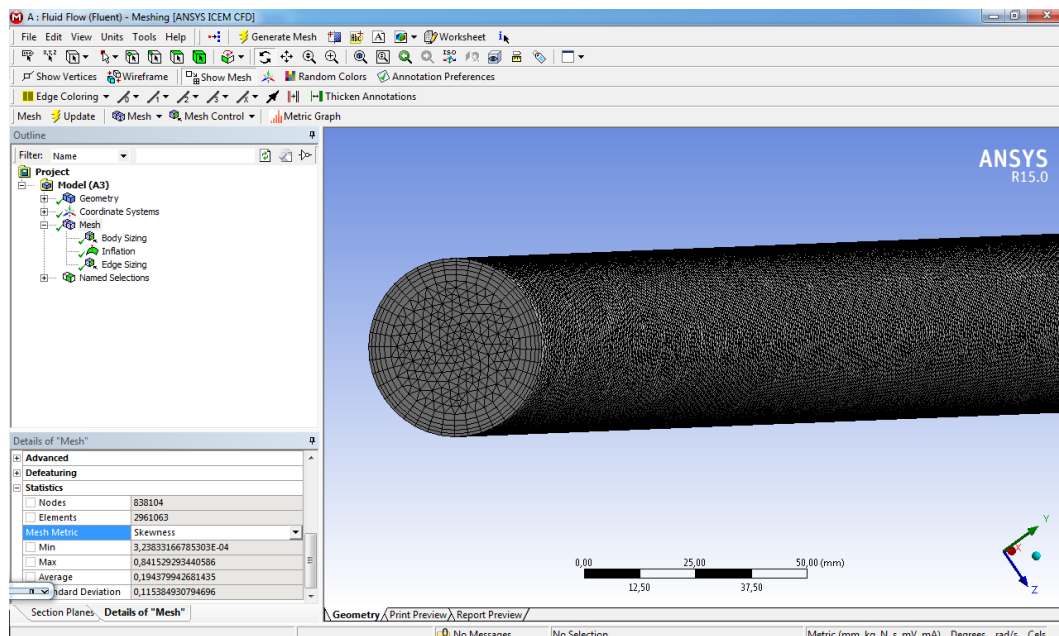
Pro určení kvality 3D buňky tvaru čtyřstěnu, resp. míry zkosení buňky platí obdobný vztah:

$$Skewness\ measure(TET) = \frac{V_{optimal} - V_{real}}{V_{optimal}},$$

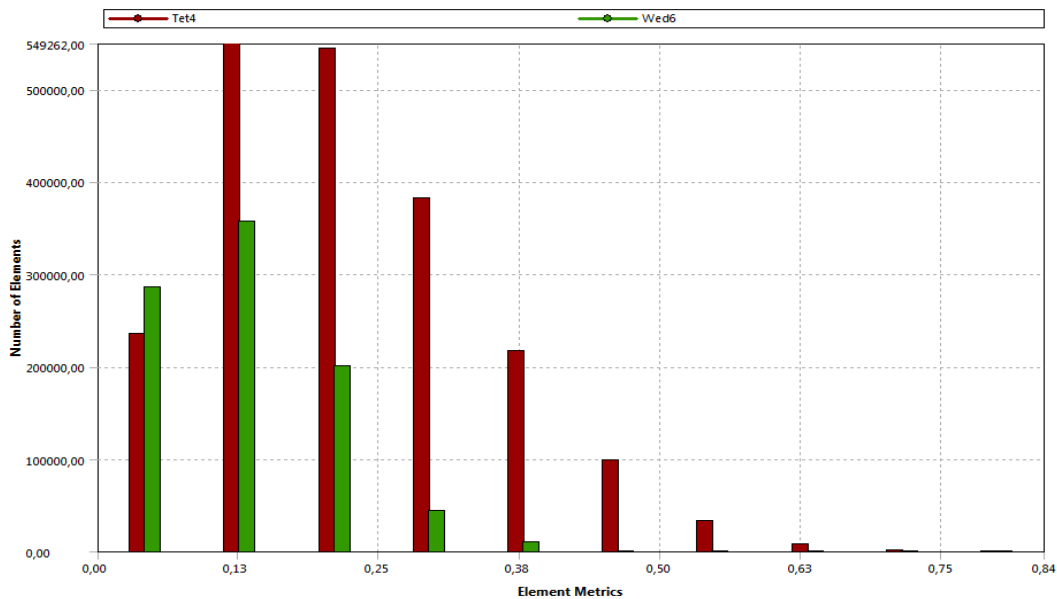
kde  $V_{optimal}$  je optimální objem buňky (v tomto případě objem rovnostranného čtyřstěnu) a  $V_{real}$  je objem aktuálně posuzované buňky (viz obr. 16). Výsledná hodnota by neměla přesáhnout hodnotu 0,94, jinak se musí buňka nebo schéma sítě upravit. [8]

V prostředí Ansys Meshing lze v položce „statistics“ zkontrolovat kvalitu sítě příkazem „Mesh Metric“. Můžeme zde posoudit kvalitu několika způsoby (Aspect ratio, Element quality, Skewness, ...).

Na obrázku 18 je graf posouzení kvality buněk pomocí skewness. Je patrné, že většina buněk se nachází v oblasti (0 až 0,5) a nejméně kvalitní buňka má hodnotu 0,84. I přesto, že hodnota není nad číslem 0,94, bylo by dobré pokusit se o snížení hodnot skewness u těchto buněk, jelikož by mohly být překážkou k dobré konvergenci výpočtu.



Obrázek 17 – Ansys Meshing- vytvořená síť se zahrnutím mezní vrstvy



Obrázek 18 – Graf posouzení kvality buněk – Skewness

#### 4.5.1.3 Definování okrajových podmínek

Okrajové podmínky jsou nezbytné pro řešení parciálních diferenciálních rovnic. Udávají chování na hranicích dané úlohy. Okrajové podmínky nemusí být pouze konstantní veličiny, ale mohou být také definované funkcí, tabulkou apod. [8]

**Vstupní okrajová podmínka (INLET)** představuje plochu nebo plochy v trojrozměrném prostoru, kterými vstupuje do oblastí tekutina. Vstupní okrajová podmínka může být dělena několika způsoby podle toho, jaká veličina je na vstupu definována. [9]

- Rychlost
- Hmotnostní tok
- Tlak

Na vstupu je také nutné definovat **turbulentní veličiny**, které ovlivňují budoucí řešení a musí se zadat bez ohledu na typ turbulentního modelu. [9]

- Intenzita turbulence – Zadává se v procentech spolu s poměrem turbulentní a molekulové viskozity nebo spolu s délkovým měřítkem turbulence. Nejčastějším délkovým měřítkem turbulence je hydraulický průměr vstupní oblasti.
- Hodnota turbulentní kinetické energie  $k$  a rychlost disipace  $\varepsilon$ .
- Nulový gradient – Pokud je proudění plně turbulentní.

**Výstupní okrajová podmínka (OUTLET)** představuje, tak jako vstupní okrajová podmínka, plochu nebo plochy v trojrozměrném prostoru, kterými ale naopak tekutina vystupuje. [9]

- Tlak

Na výstupu se také musí zadat turbulentní veličiny kvůli možnému výskytu zpětného proudění.



Dalšími okrajovými podmínkami jsou **podmínky na stěně**. [8]

- Pohybující se, nepohybující se stěna
- Hladká, drsná
- S třením, bez tření

**Podmínka symetrie** představuje pomyslnou souměrnost simulace. Může být zadána, pokud mají všechny veličiny nulové normálové gradienty a je zde nulová rychlost ve směru normály.

**Periodické podmínky** se používají tam, kde se geometrie periodicky opakuje.

- Rotačního typu
- Translačního typu

**Kombinace okrajových podmínek** – Okrajové podmínky vstupu a výstupu lze kombinovat jen a pouze v určitých kombinacích, aby byla dodržena stabilita výpočtu. V následující tabulce (tabulka 1) jsou uvedeny základní možné kombinace podmínky vstupu a výstupu. [9]

Tabulka 1 – Kombinace okrajových podmínek vstupu a výstupu

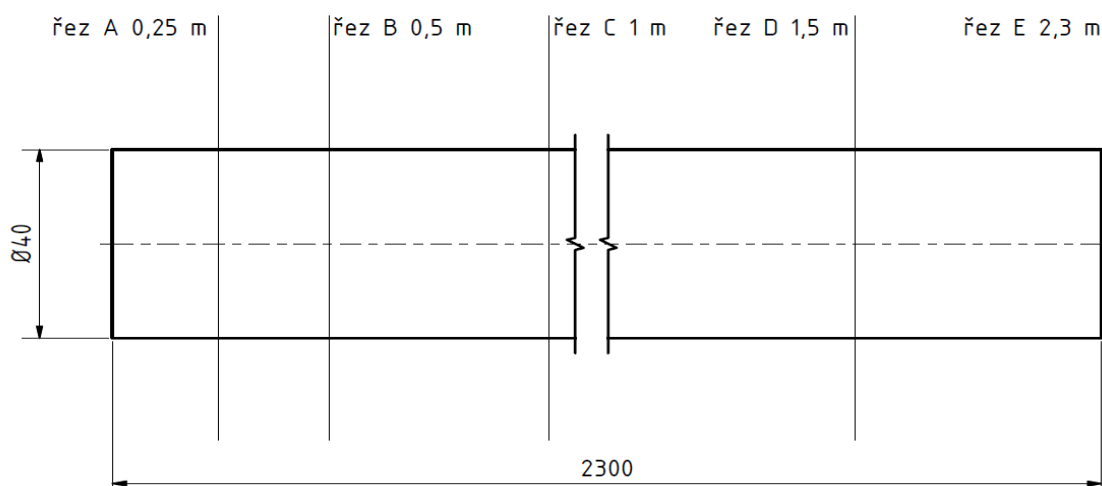
Tekutina	Vstup (INLET)	Výstup (OUTLET)
Nestlačitelná tekutina $\rho = \text{konst.}$	Rychlost	Statický tlak
	Statický tlak	Statický tlak
	Celkový tlak	Statický tlak
	Hmotnostní tok	Statický tlak
Stlačitelná tekutina $\rho \neq \text{konst.}$	Hmotnostní tok	Statický tlak
	Celkový tlak	Statický tlak

## 5 Výpočetní model

K vytvoření geometrie a výpočetní sítě byl zvolen program ICFM CFD. Odtud byl následně soubor exportován do programu Ansys Fluent, kde byl proveden a vyhodnocen výpočet.

### 5.1 Geometrie

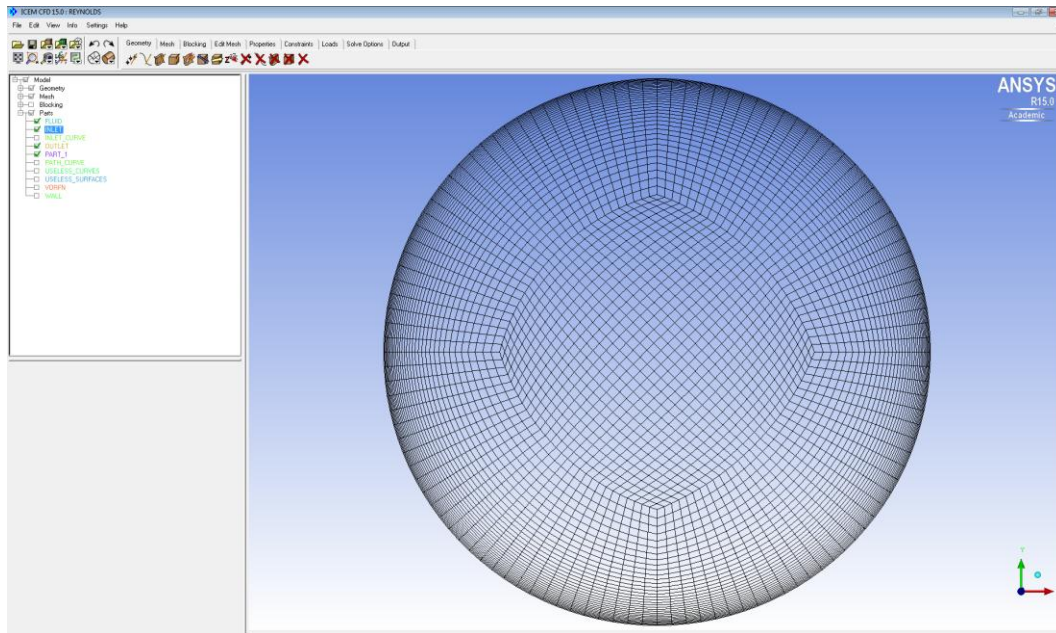
Geometrie byla vytvořena na základě rozměrů trubice umístěné na experimentálním zařízení. Rozměry trubice jsou vidět na obrázku 19. Jsou zde také vidět řezy trubice, na nichž byl sledován vývoj rychlostního profilu.



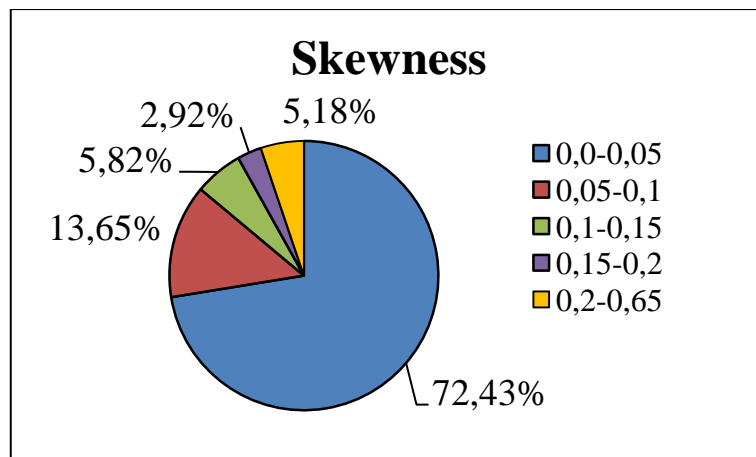
Obrázek 19 – Rozměry a řezy kruhové trubice

### 5.2 Výpočetní síť

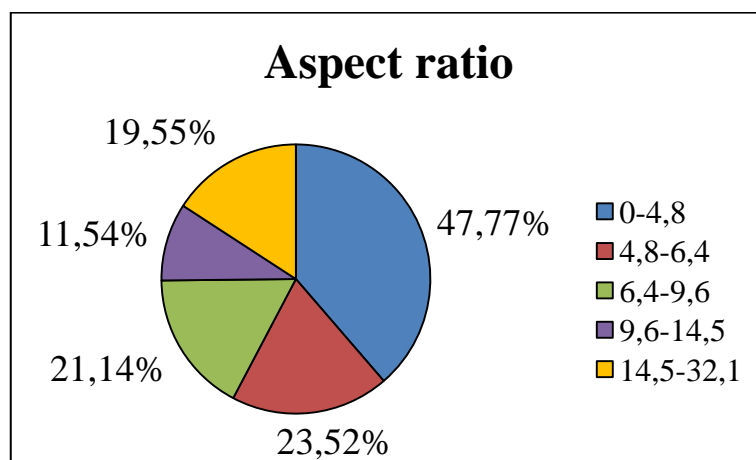
Výsledná výpočetní síť (viz obr. 20) obsahuje téměř 9,5 milionů buněk (přesně 9 404 787). Je sestavena pomocí hexagonálních (šestistěnných) elementů do tzv. O-grid. První buňka v mezní vrstvě je o velikosti 0,05 mm. Byla provedena analýza kvality buněk z hledisek *skewness* a *aspect ratio*. Výsledky analýzy jsou uvedeny v grafech (viz obr. 21 a obr. 22). Je patrné, že vytvořená výpočetní síť je z těchto hledisek posouzení kvality sítě velmi kvalitní, jelikož hodnoty zkosení buněk (*skewness*) jsou menší než 0,65 a více než 75% buněk dosahuje hodnoty menší než 10 u posouzení sítě z hlediska poměru stran buněk (*aspect ratio*). Po výpočtu byly zjištěny maximální hodnoty  $y^+$  na stěně trubky. Dosahovaly hodnot menších než dva ( $y^+ < 2$ ). Konvergenční kritéria byla nastavena na hodnotu  $1 \cdot 10^{-5}$ . Každý z použitých modelů dosahoval ustáleného výsledků při jiném počtu iterací. Výpočet s použitím turbulentního  $k-\omega$  standard dosáhl konvergence při nejvyšším počtu iterací (přibližně 1200) a naopak nejmenší počet iterací byl zapotřebí u turbulentního modelu  $k-\varepsilon$  standard (přibližně 500). Průběh konvergence a výsledné hodnoty  $y^+$  všech výpočtů jsou k nalezení na příloženém CD.



Obrázek 20 – Vytvořená výpočetní síť – pohled na vstupní část trubice



Obrázek 21 – Posouzení kvality buněk – skewness



Obrázek 22 – Posouzení kvality buněk – aspect ratio

### 5.3 Použité konstanty a základní rozměry

V tabulce 2 jsou uvedeny základní konstanty, které jsou zapotřebí k určení střední rychlosti pro dané Reynoldsovo číslo. Je patrné, že dynamická i kinematická viskozita se příliš s teplotou nemění, ale silně ovlivňují výpočet vstupní rychlosti pro nízká Reynoldsova čísla. Pro výpočet byly zvoleny vlastnosti vody pro teplotu 18°C.

Tabulka 2 – Vlastnosti vody v závislosti na teplotě [12]

Proudící médium	Voda		
Teplota [°C]	17	18	19
Hustota [m <sup>3</sup> ]	998,8	998,6	998,4
Dynamická viskozita [Pa·s]	1,08 · 10 <sup>-3</sup>	1,053 · 10 <sup>-3</sup>	1,027 · 10 <sup>-3</sup>
Kinematická viskozita [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	1,08 · 10 <sup>-6</sup>	1,06 · 10 <sup>-6</sup>	1,03 · 10 <sup>-6</sup>
Průměr trubice [m]	0,04		

### 5.4 Použité modely a okrajové podmínky

Pro výpočet laminárního proudění byl použit laminární viskózní model a pro výpočet turbulentního proudění byly použity následující turbulentní modely: k-ε – standard, realizable, RNG a k-ω – standard, SST, popsané v kapitole 4.3. Pro všechny turbulentní modely byly použity stejné okrajové podmínky, aby bylo možné tyto modely vzájemně porovnávat. Bylo zapotřebí vypočítat střední rychlosti pro dané Reynoldsovo číslo. Z rovnice pro Reynoldsovo bezrozměrné číslo, uvedené v kapitole 3.3, je možno vyjádřit střední rychlost proudění, viz rovnice (29). Tato rychlost definuje vstupní okrajovou podmínkou.

$$Re = \frac{w_s \cdot D}{\nu} \rightarrow w_s = \frac{Re \cdot \nu}{D} \quad (29)$$

Tabulka 3 – Výpočet střední rychlosti a okrajové podmínky

	Laminární model					Turbulentní modely		
Reynoldsovo číslo [–]	1200	1500	1700	2000	3000	3000	5000	10000
Kin. viskozita [m <sup>2</sup> /s]	1,06 · 10 <sup>-6</sup>							
Průměr trubice [m]	0,04							
Vstupní rychlost [m/s]	0,0318	0,03975	0,04505	0,053	0,0795	0,0795	0,1325	0,265
Výstupní tlak [MPa]	0							
Inten. turbulence [%]	–					5		
Hydraulický průměr [m]	–					0,04		

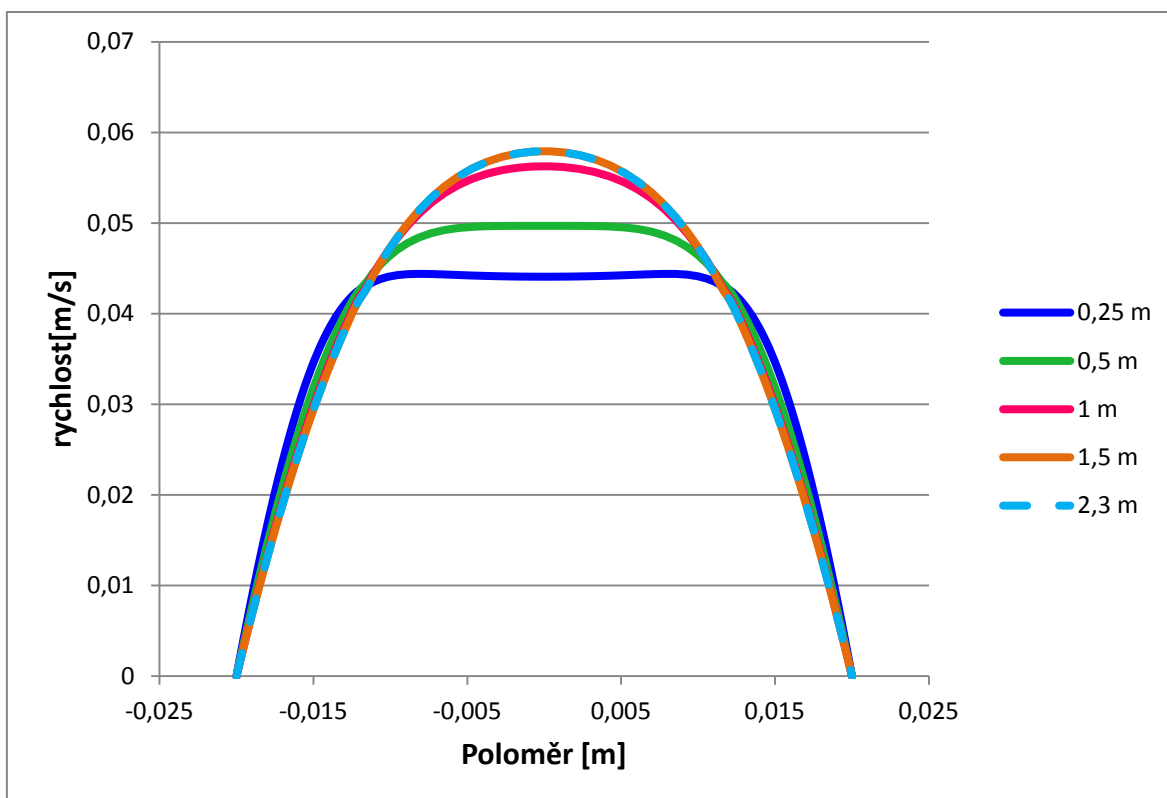
Výstupní podmínkou je podmínka tlaku. Je zde definován jako *gauge pressure*, který udává rozdíl absolutního a atmosférického tlaku. U turbulentních modelů je také nutné definovat turbulentní veličiny na vstupu a výstupu. V úloze popsané v této práci byla zadána intenzita turbulence spolu s délkovým měřítkem turbulence, v tomto případě hydraulickým průměrem. Všechny okrajové podmínky pro dané Reynoldsovo číslo jsou uvedeny v tabulce 3.

## 6 Výsledky výpočtu

### 6.1 Laminární model

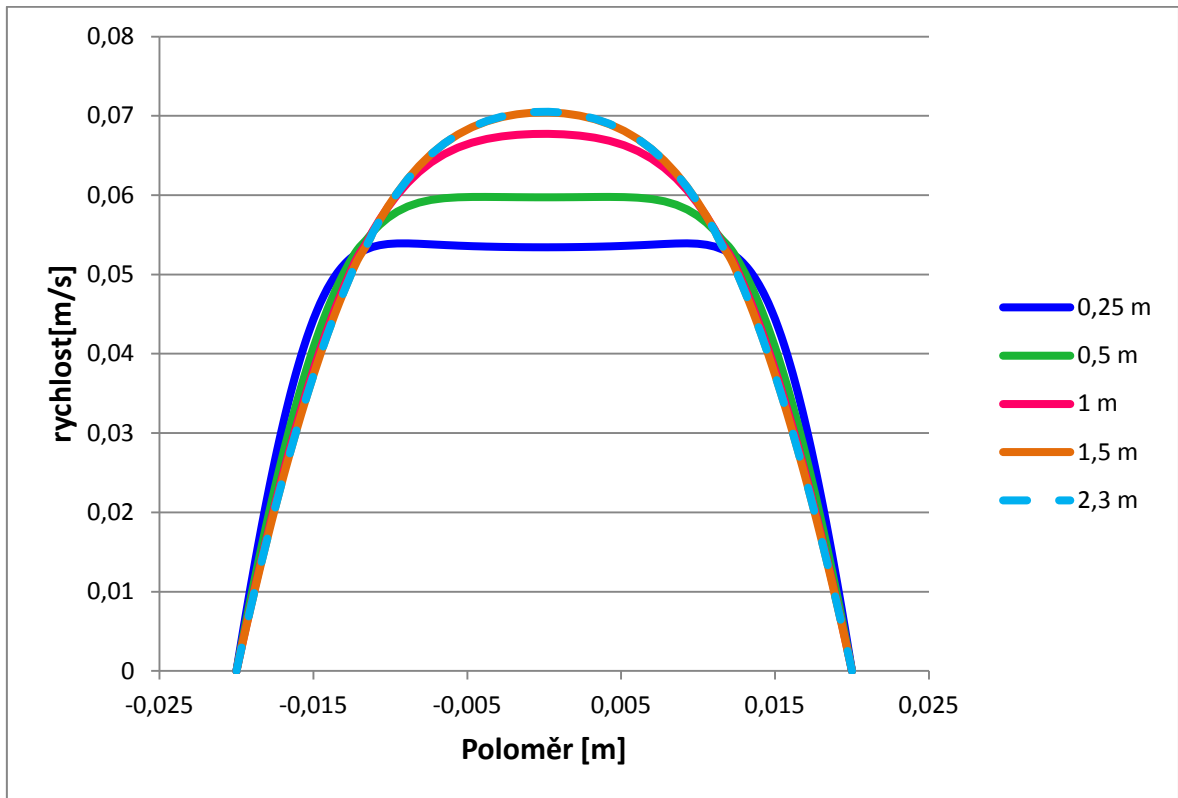
V této kapitole jsou výsledky provedeného výpočtu pro laminární proudění, kde je sledován vývin laminárního rychlostního profilu a také konečný tvar rychlostního profilu. Výpočet byl proveden pro různá Reynoldsova čísla. Níže jsou uvedeny výsledky výpočtů rychlostního profilu. Z obrázků je patrné, že ve vzdálenosti 1,5 metru od vstupu do trubice již lze nalézt vyvinutý laminární rychlostní profil, což je téměř čtyřicetinasobek průměru potrubí. Je zde také vidět změna tvaru laminárního rychlostního profilu. Se zvyšující se rychlostí se vytváří plochá část ve střední části proudu.

#### 6.1.1 $Re=1200$



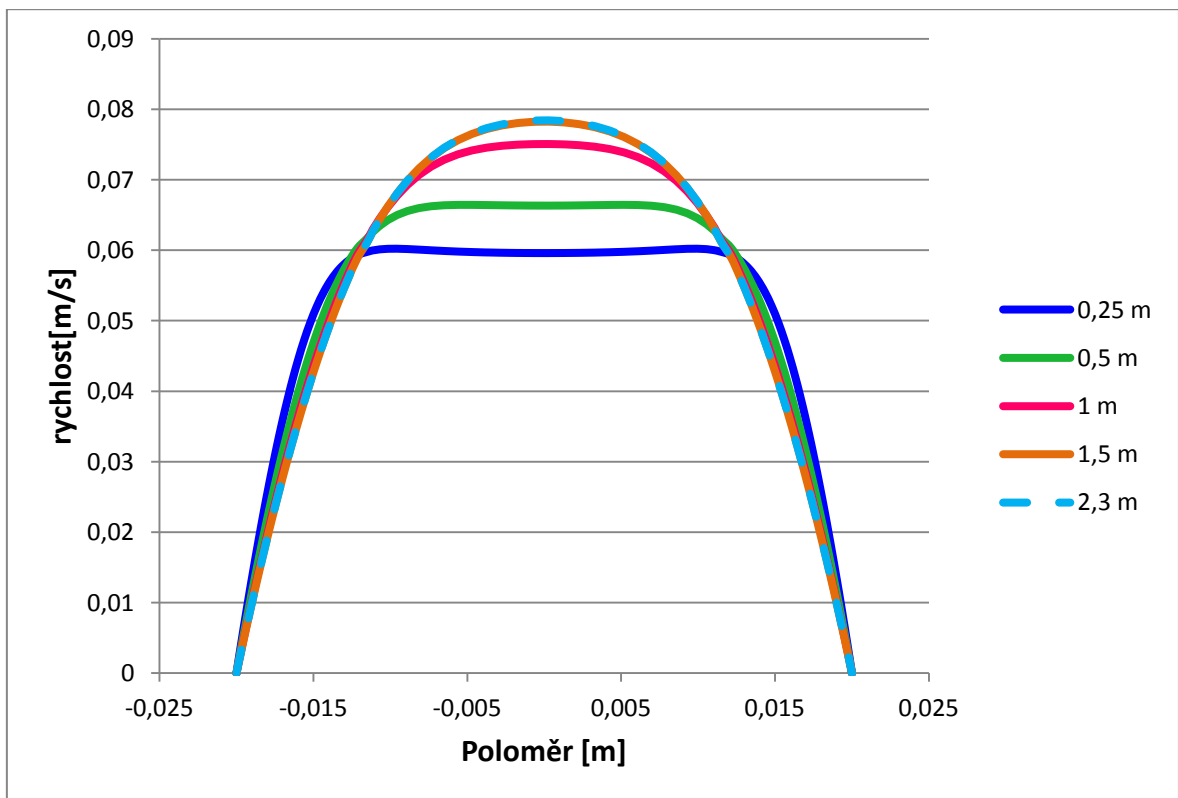
Obrázek 23 – Laminární rychlostní profil pro  $Re=1200$

### 6.1.2 Re=1500



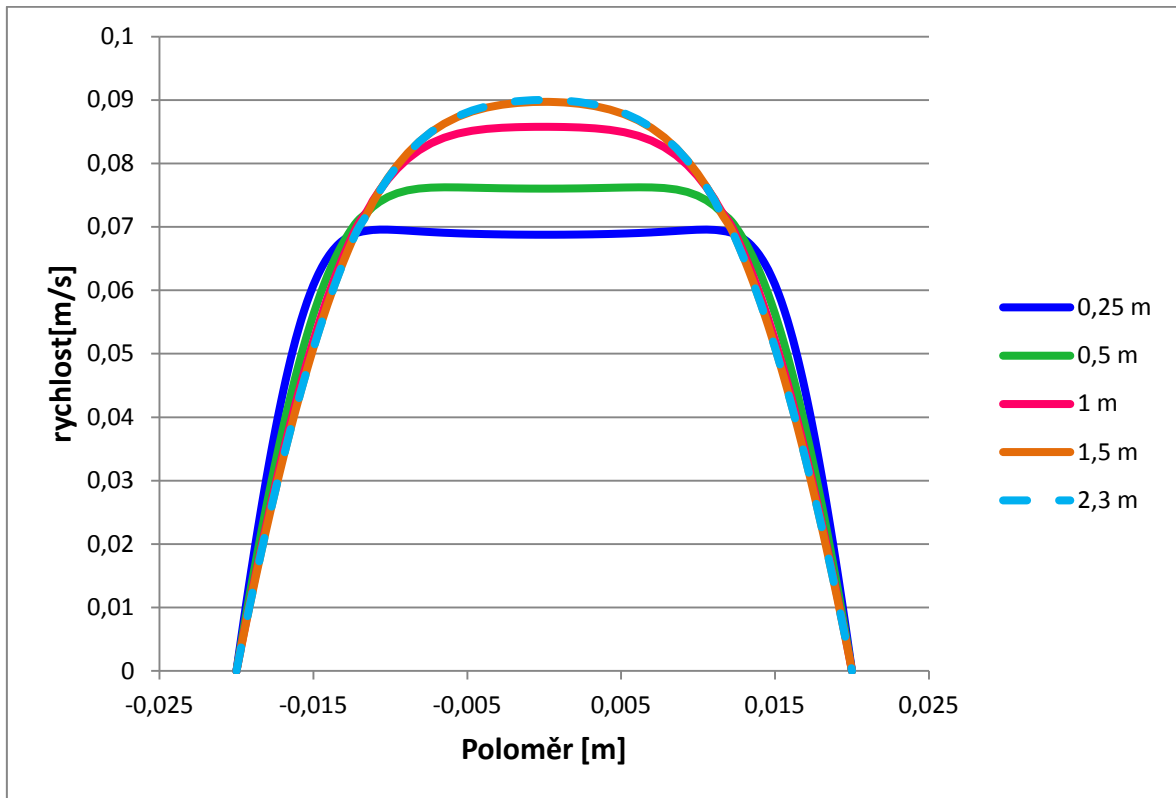
Obrázek 24 – Laminární rychlostní profil pro  $Re=1500$

### 6.1.3 Re=1700



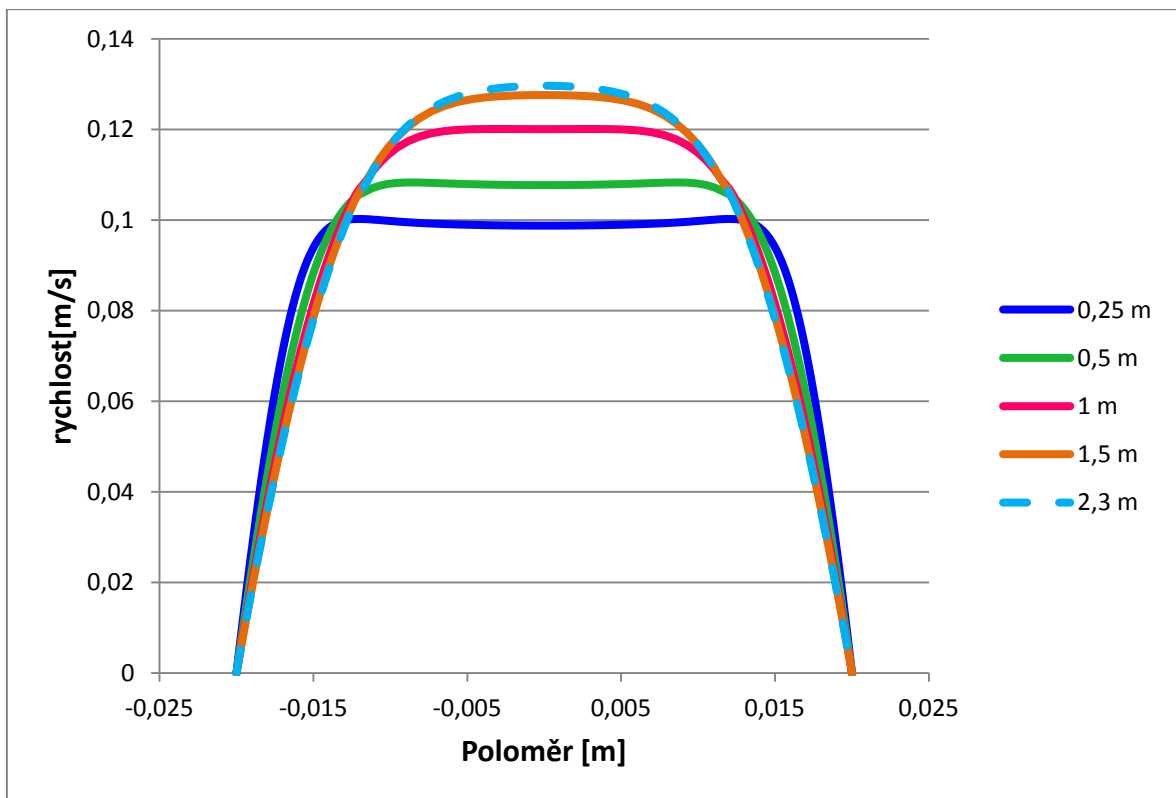
Obrázek 25 – Laminární rychlostní profil pro  $Re=1700$

### 6.1.4 Re=2000



Obrázek 26 – Laminární rychlostní profil pro  $Re=2000$

### 6.1.5 Re=3000



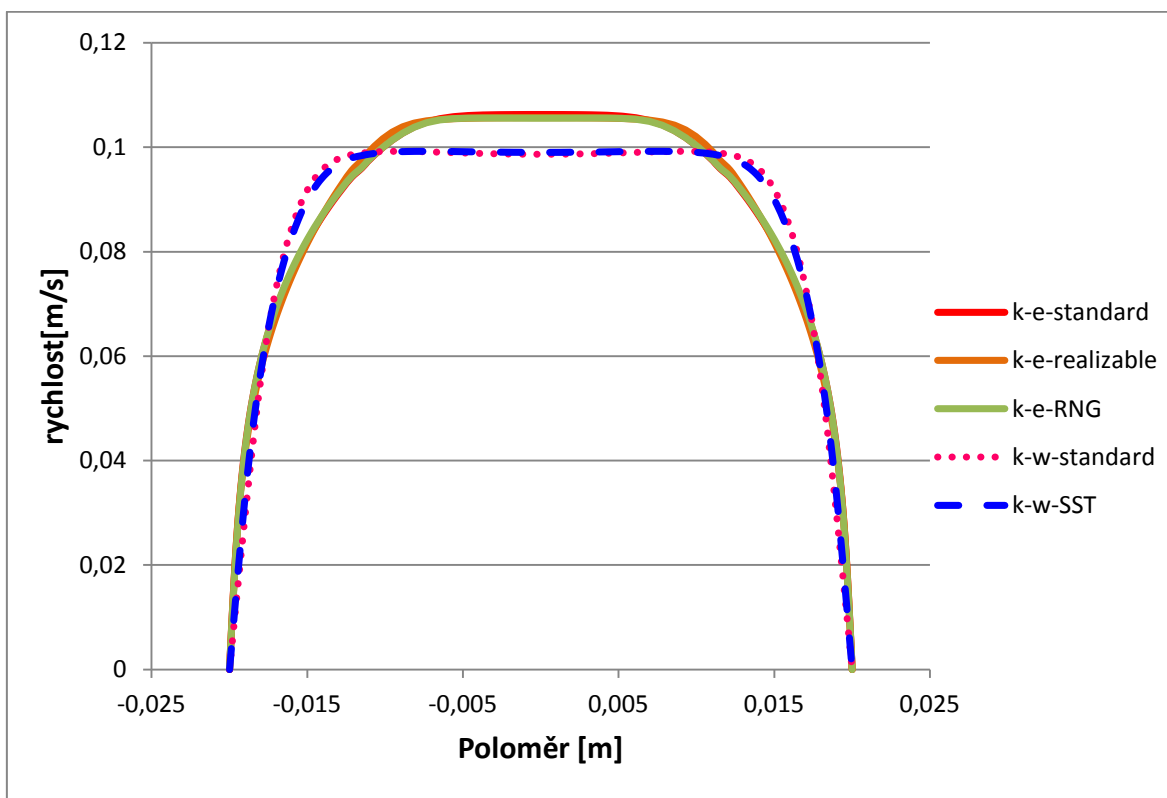
Obrázek 27 – Laminární rychlostní profil pro  $Re=3000$



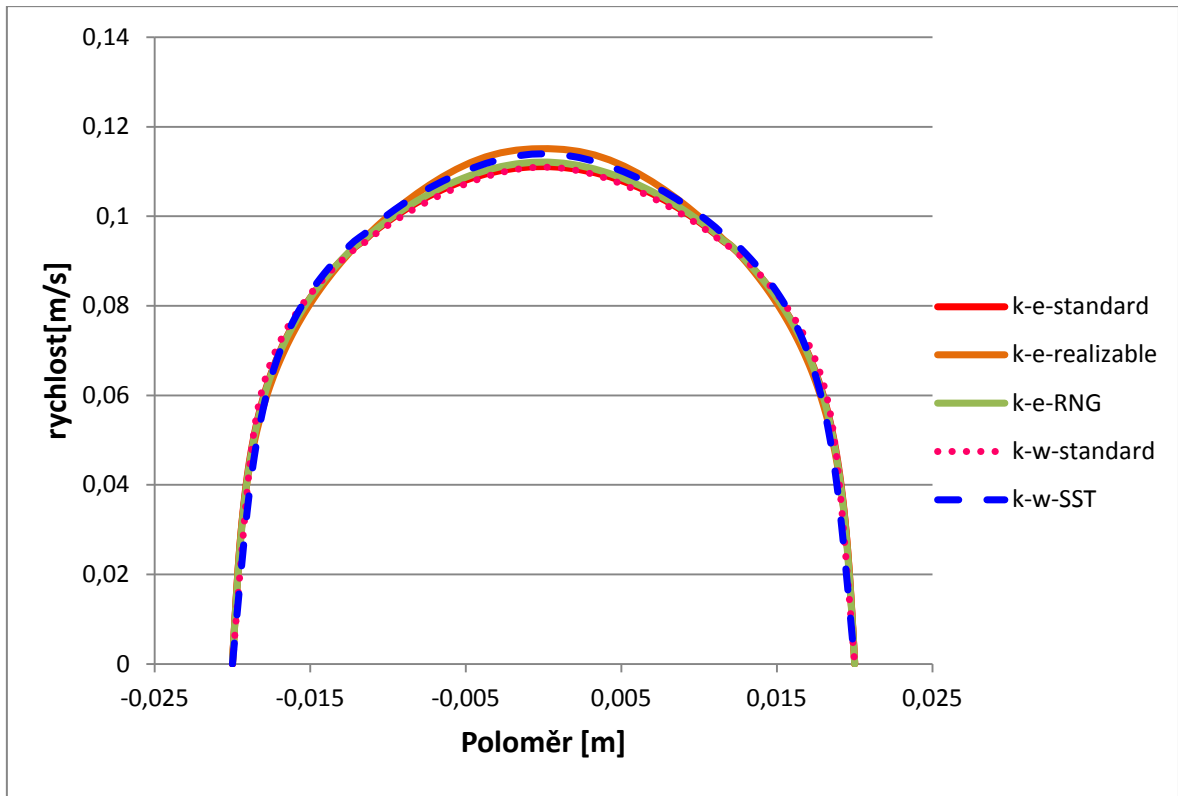
## 6.2 Turbulentní model

Níže jsou uvedeny výsledky výpočtu turbulentních modelů pro jednotlivé řezy v trubce a jednotlivá Reynoldsova čísla. Z obrázků je patrné, že rychlostní profily jednotlivých modelů jsou značně rozdílné. Lišily se i výpočetní časy každého z modelů. Nejlepší výsledky by měly být při použití modelu  $k-\omega$  SST, který spojuje lepší výsledky ve volném proudu modelu  $k-\varepsilon$  a lepší výsledky u stěny standardního modelu  $k-\omega$ . Turbulentní rychlostní profil se vyznačuje velkou strmostí u stěny trubice a plochou částí uprostřed, která se projeví hlavně u vyšších Reynoldsových čísel. Vzdálenost, na které lze nalézt vyvinutý turbulentní rychlostní profil je blíže vstupnímu průřezu než u laminárního rychlostního profilu.

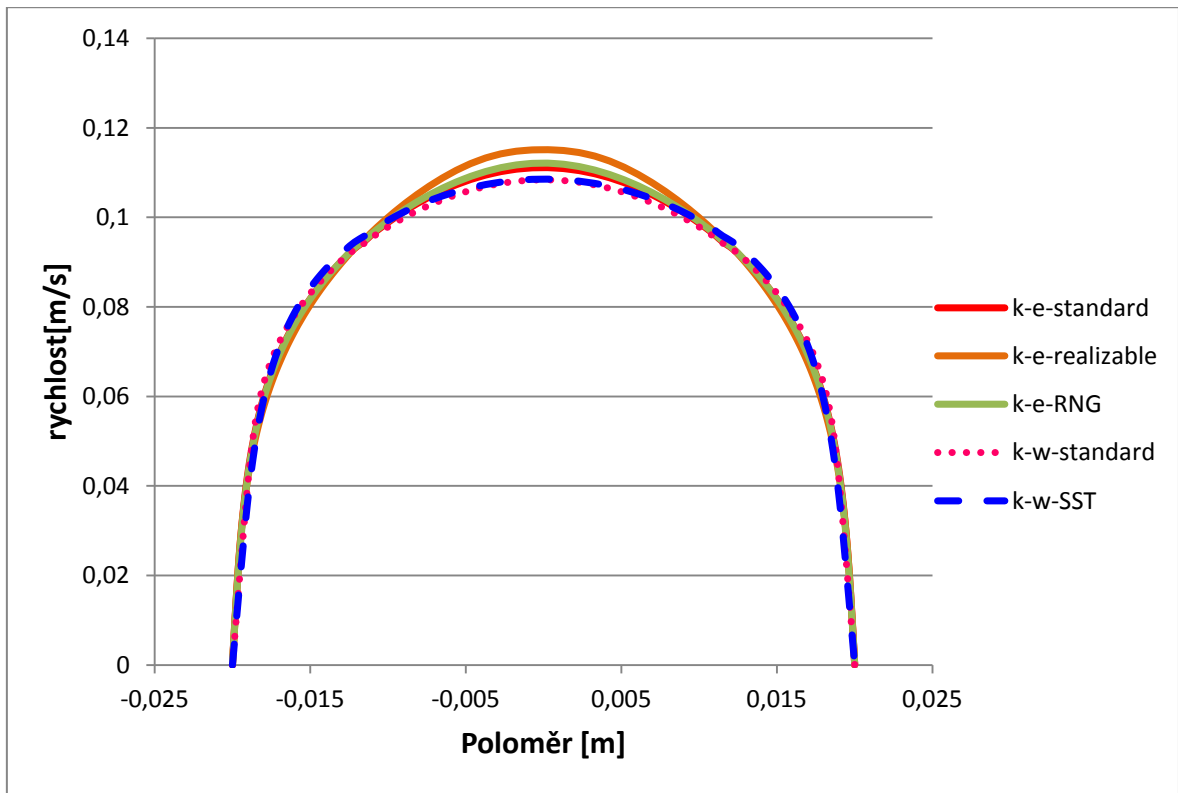
### 6.2.1 $Re=3000$



Obrázek 28 – Rychlostní profil  $Re=3000$ ,  $0,25\text{ m}$

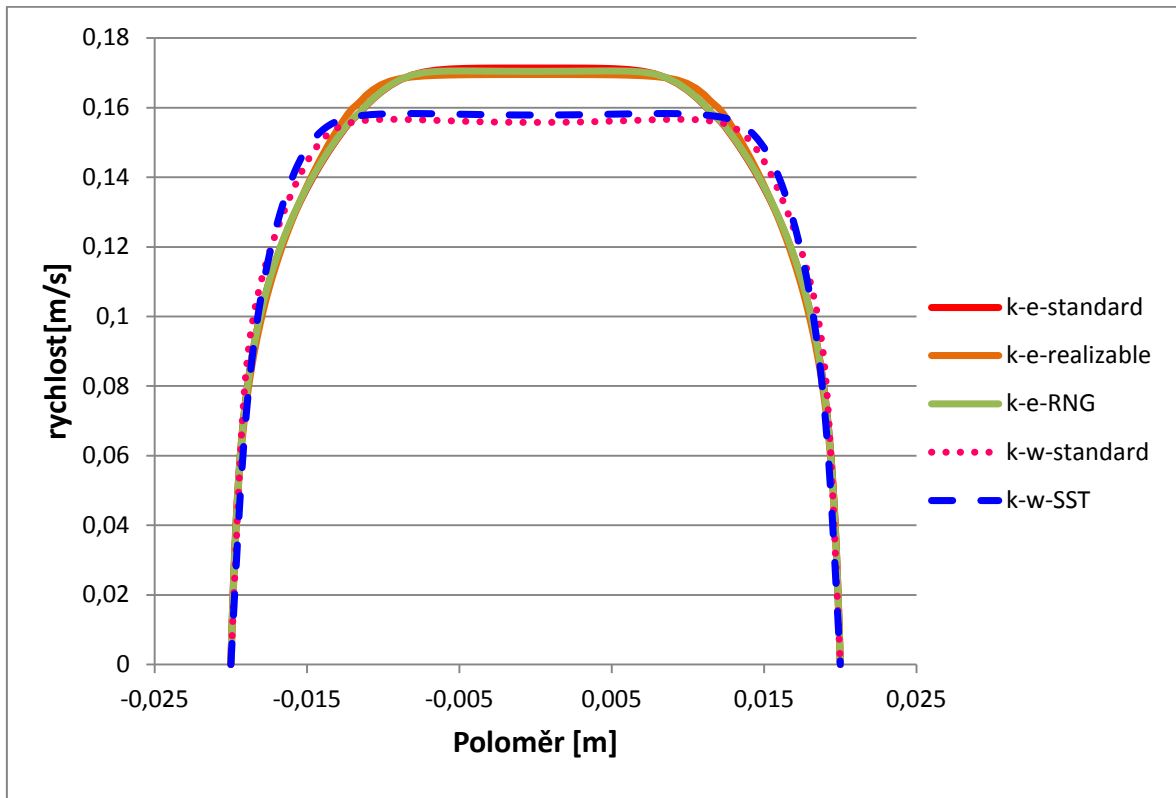


Obrázek 29 – Rychlostní profil  $Re=3000$ , 1 m

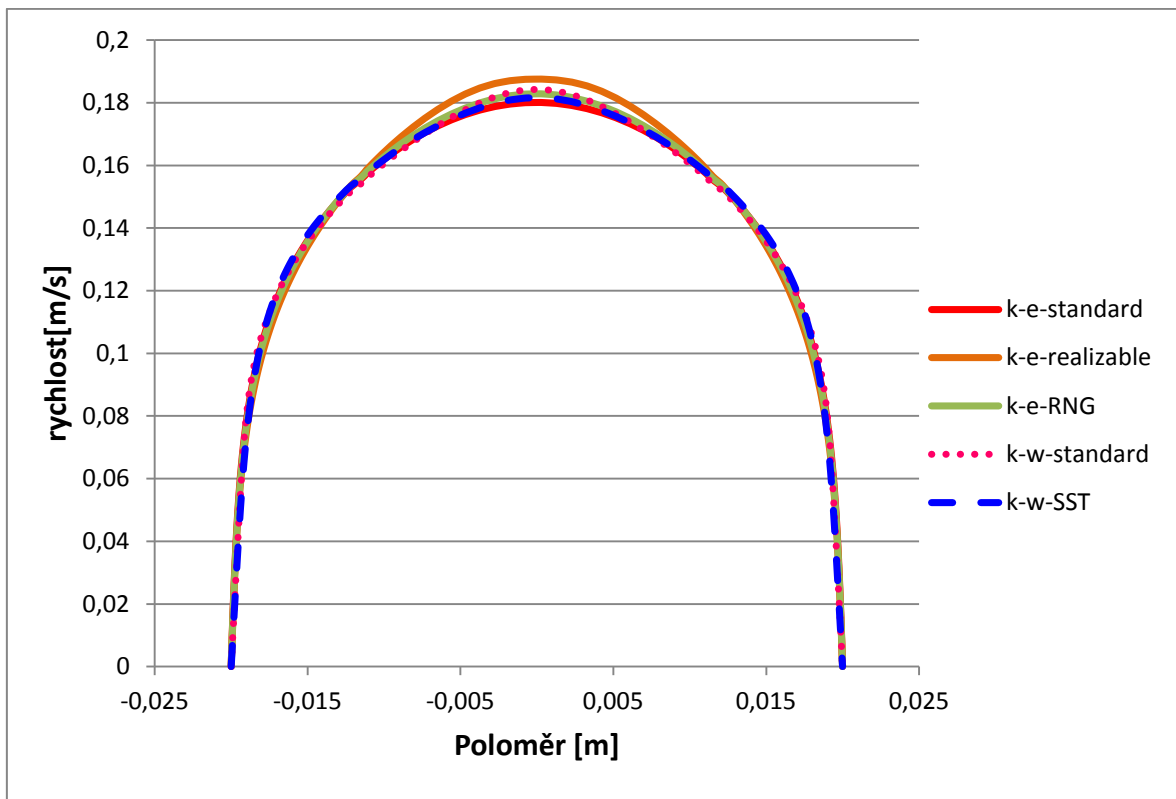


Obrázek 30 – Rychlostní profil  $Re=3000$ , 2,3 m

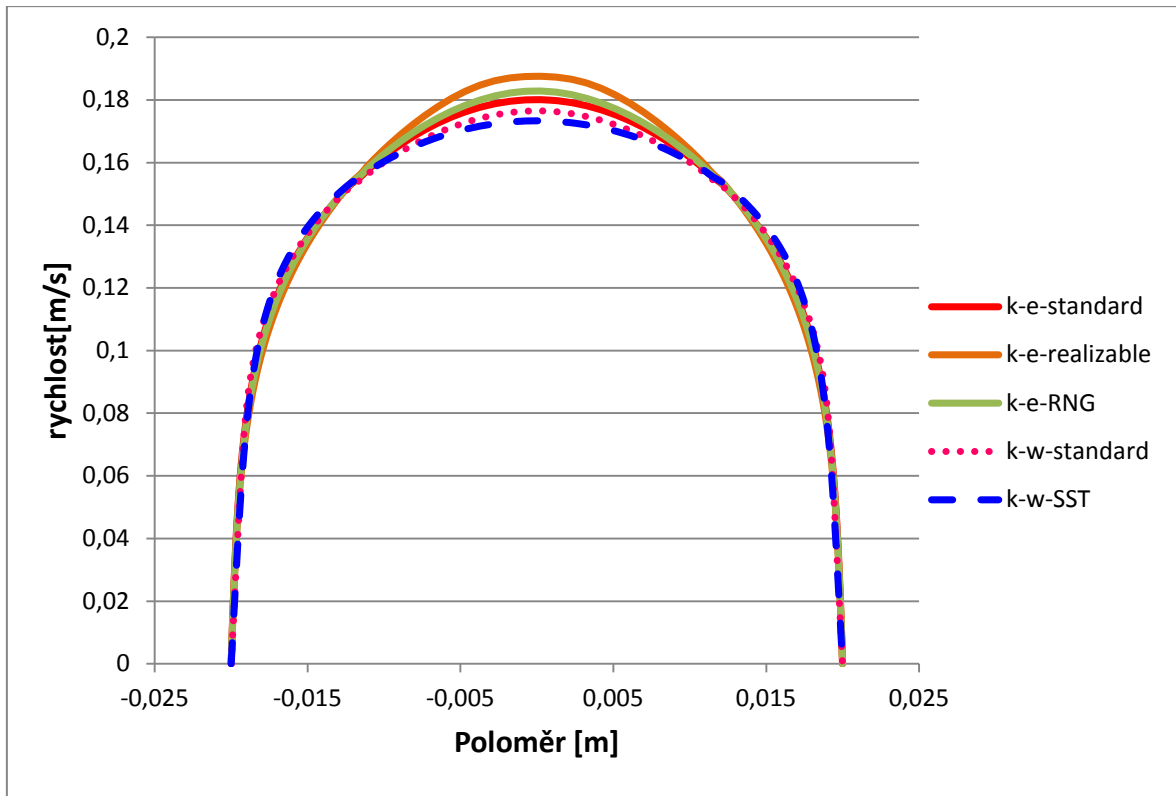
### 6.2.2 Re=5000



Obrázek 31 – Rychlostní profil Re=5000, 0,25 m

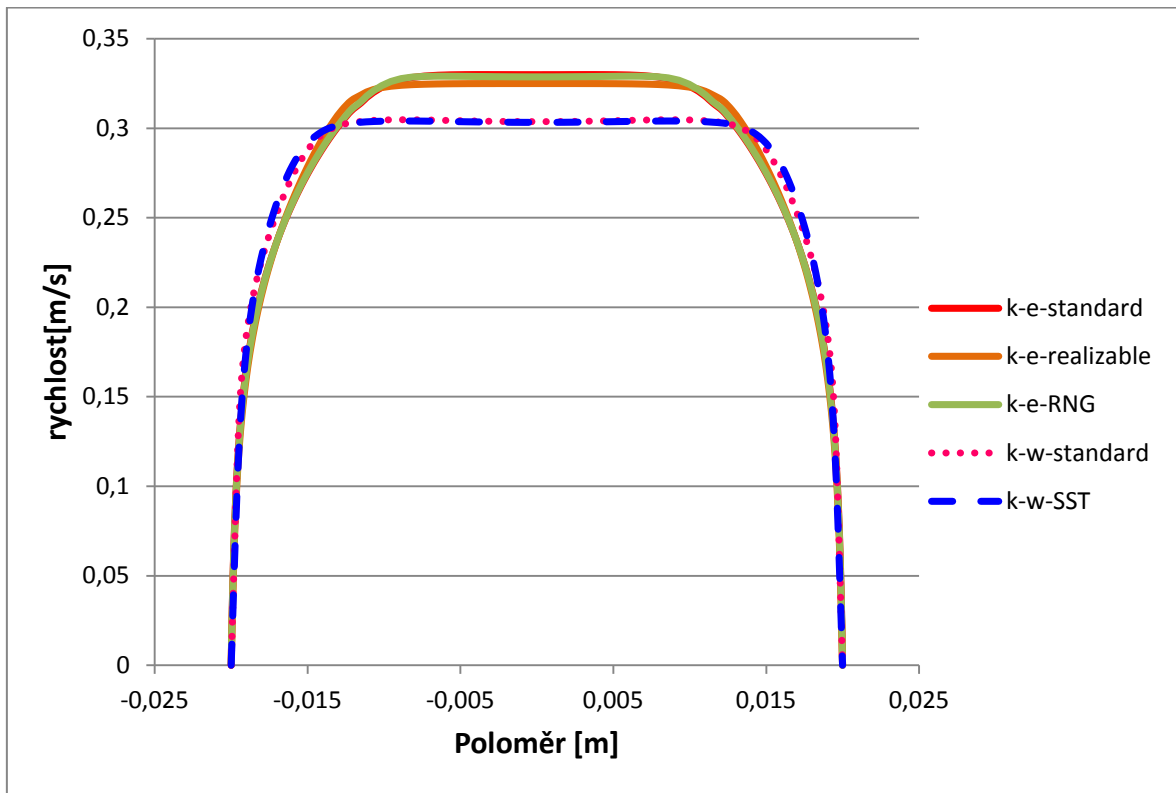


Obrázek 32 – Rychlostní profil Re=5000, 1 m

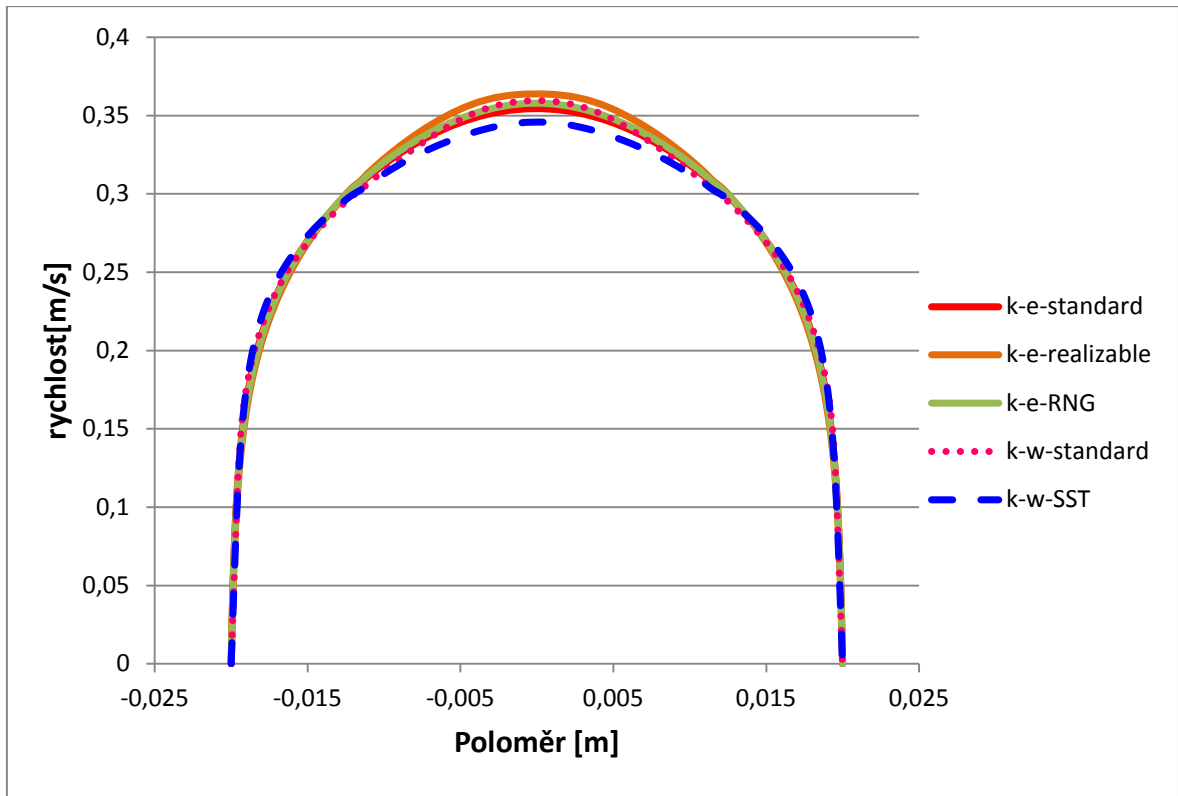


Obrázek 33 – Rychlostní profil  $Re=5000$ , 2,3 m

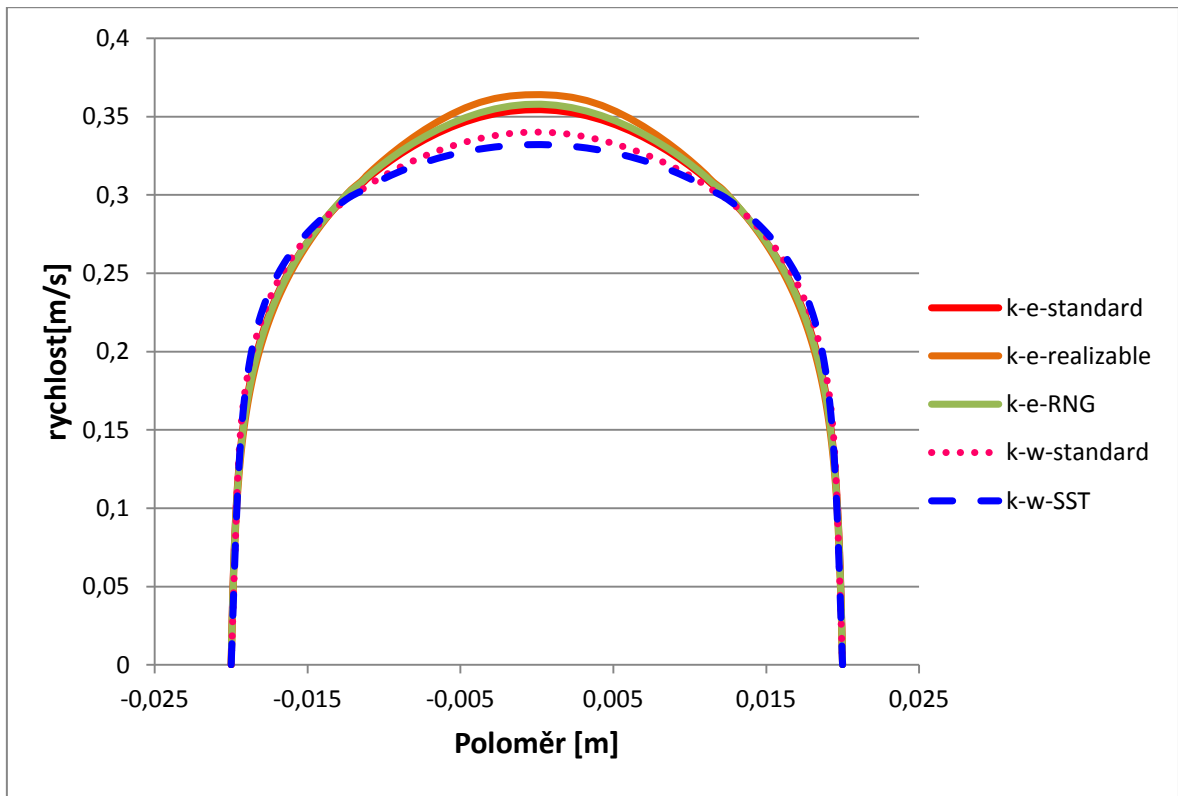
### 6.2.3 $Re=10000$



Obrázek 34 – Rychlostní profil  $Re=10000$ , 0,25 m



Obrázek 35 – Rychlostní profil  $Re=10000$ , 1 m



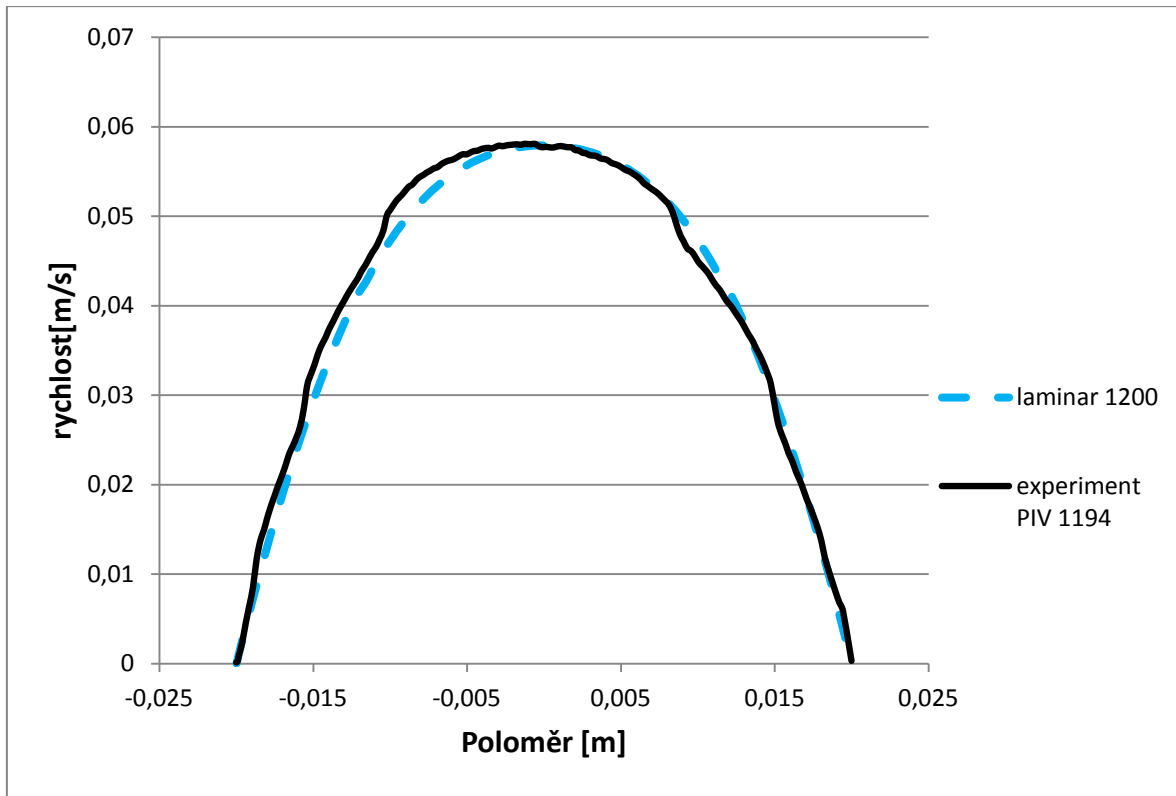
Obrázek 36 – Rychlostní profil  $Re=10000$ , 2,3 m

### 6.3 Porovnání výpočtu a experimentu

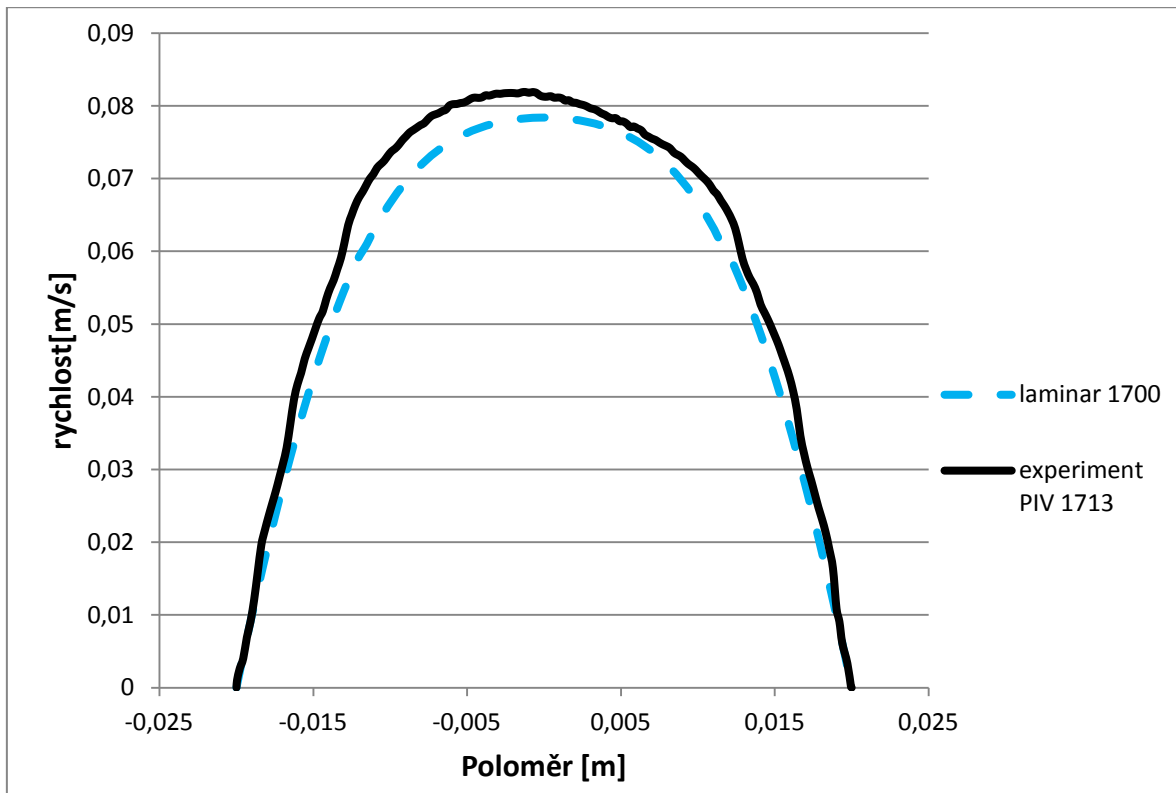
Tato kapitola se věnuje porovnání CFD výpočtů a výsledků naměřených metodou PIV na experimentálním zařízení umístěném v laboratoři Katedry energetických strojů a zařízení na Západočeské univerzitě v Plzni. Měření a výsledky jsou sepsány v odkazované literatuře. [1]

Výsledky obou metod zjištění rychlostního pole jsou porovnány níže na obrázcích 37-41. K porovnání jsou použity výsledky pro Reynoldsova čísla: 1200, 1700, 3000, 5000, 10000. Jelikož není možné v intervalu  $2320 < Re < 4000$  definovat, zda je proudění laminární nebo turbulentní, bylo zapotřebí provést výpočet s použitím laminárního i turbulentního modelu. Při výpočtu pomocí CFD programu byly použity okrajové podmínky, které jsou uvedeny v tabulce 3 v kapitole 5.4, tudíž pro proudící vodu o teplotě 18°C. Ve skutečnosti je to průměrná teplota vody, při které probíhalo měření. Výpočet Reynoldsova čísla u experimentu byl závislý na kinematické viskozitě (dané teplotou), dále také na metodě („kýblové metodě“), která byla použita pro zjištění střední rychlosti proudící vody. Regulace a metoda měření rychlosti neumožňovala naprosto přesné nastavení Reynoldsova čísla. Naopak u numerického výpočtu bylo nejprve zvoleno Reynoldsovo číslo, pro které pak byla zvolena střední rychlost k určení vstupní okrajové podmínky (viz kapitola 5.4).

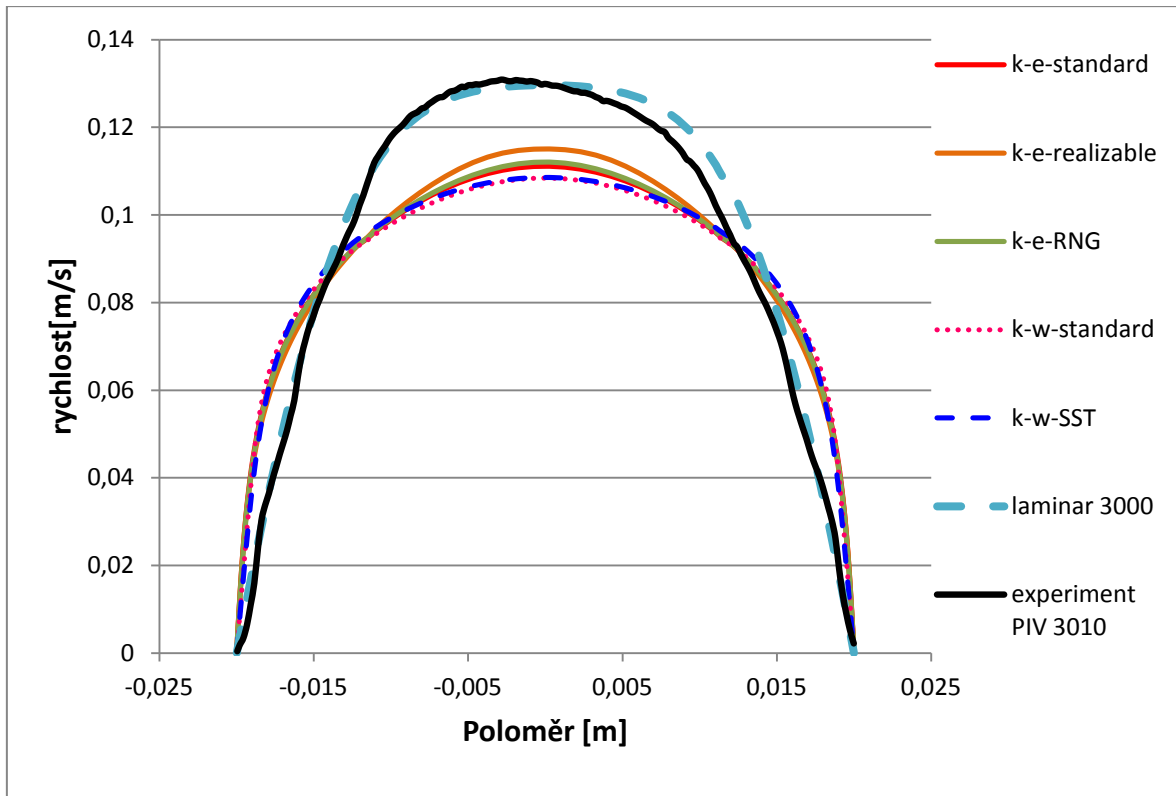
Z níže uvedených obrázků je patrné, že experimentálně zjištěné rychlostní profily jsou poněkud „odkloněné“ od osy trubice. To je nejspíše zapříčiněno trubicí, respektive jejími optickými vlastnostmi a malými nerovnostmi, které jsou poté přenášeny do snímané roviny. Na obrázku 38 lze vidět, že maximální rychlost i rychlostní profil se liší více než u ostatních profilů. Odchylka bude nejspíše důsledkem chyby, která vznikla při zjištění střední rychlosti „kýblovou metodou“, a tak vznikla i chyba při výpočtu Reynoldsova čísla, které je pravděpodobně ve skutečnosti větší než 1713. Porovnáním výpočtu a měření bylo také zjištěno, že bylo při  $Re=3000$  dosaženo stále laminárního proudění (viz obr. 39). Při porovnání hodnot pro  $Re=5000$  a 10000 je vidět, že experimentálně zjištěný rychlostní profil je již plně turbulentní. Nejlepší výsledky měl vůči reálně naměřenému rychlostnímu profilu model  $k-\omega$  SST, který prostřednictvím váhové funkce spojuje model  $k-\epsilon$  a  $k-\omega$ .



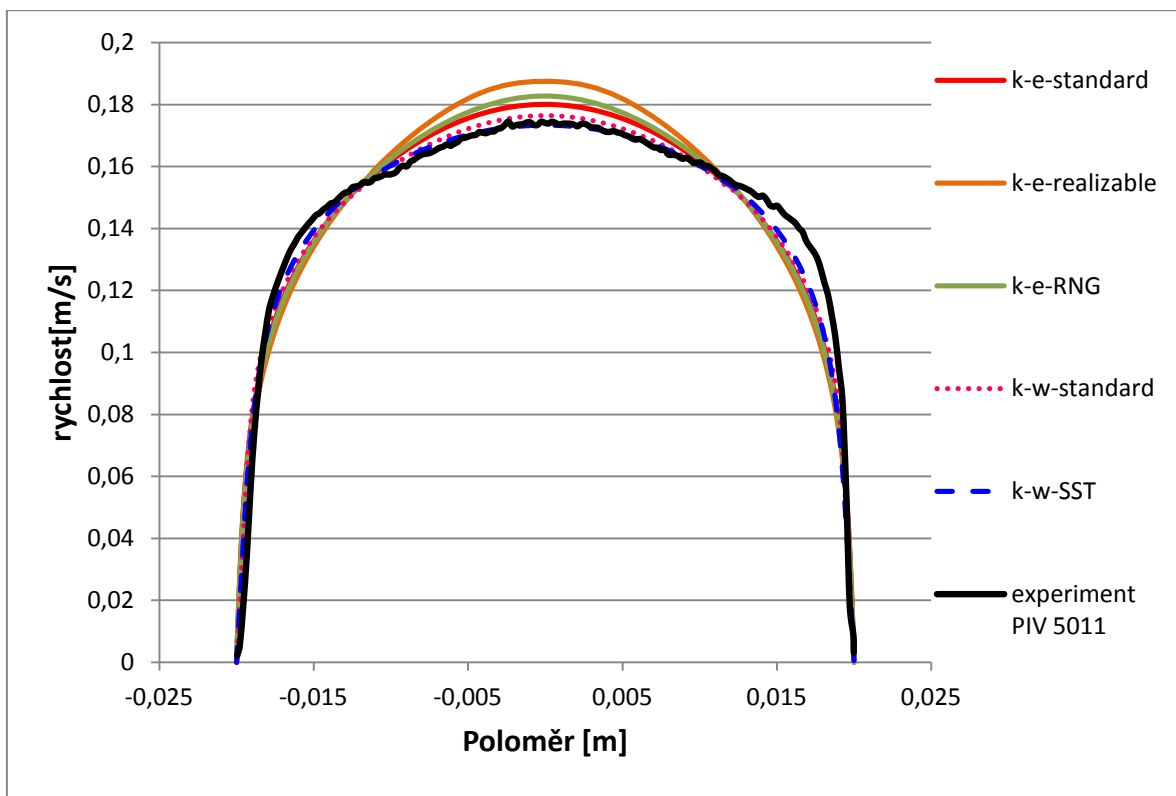
Obrázek 37 – Porovnání výpočtu a experimentu,  $Re=1200$



Obrázek 38 – Porovnání výpočtu a experimentu,  $Re=1700$

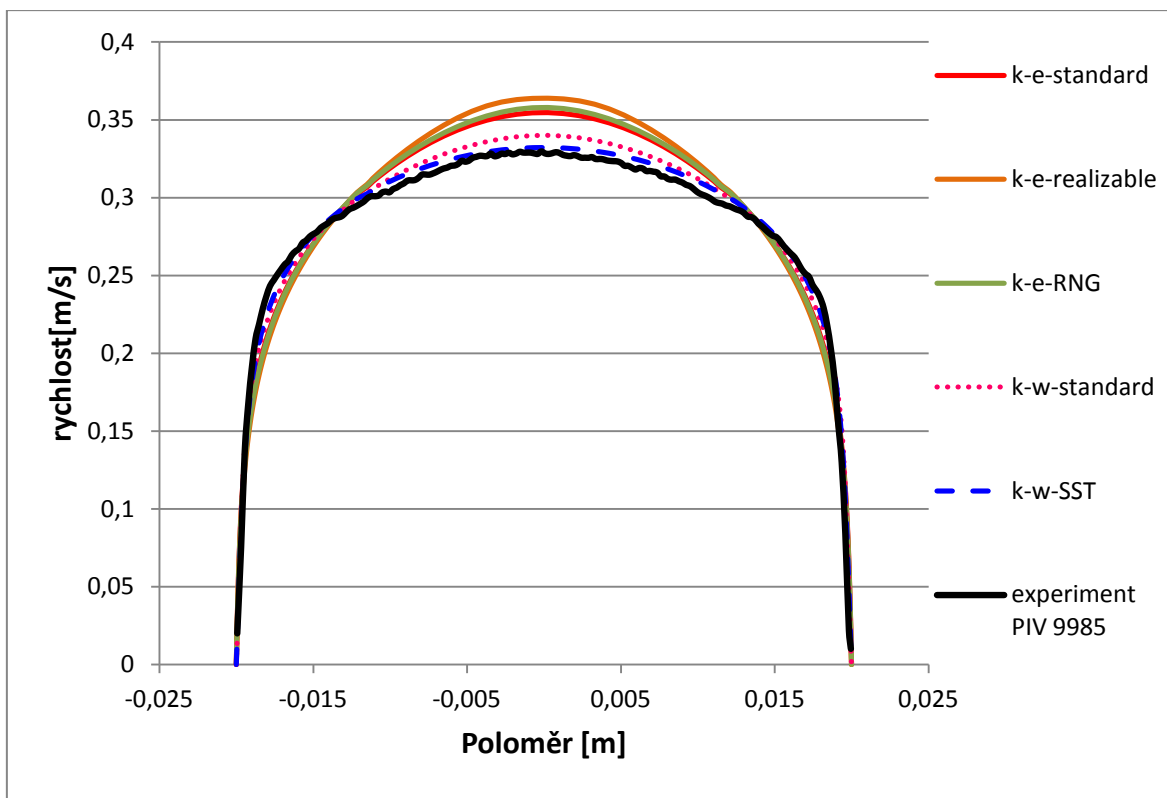


Obrázek 39 – Porovnání výpočtu a experimentu,  $Re=3000$



Obrázek 40 – Porovnání výpočtu a experimentu,  $Re=5000$

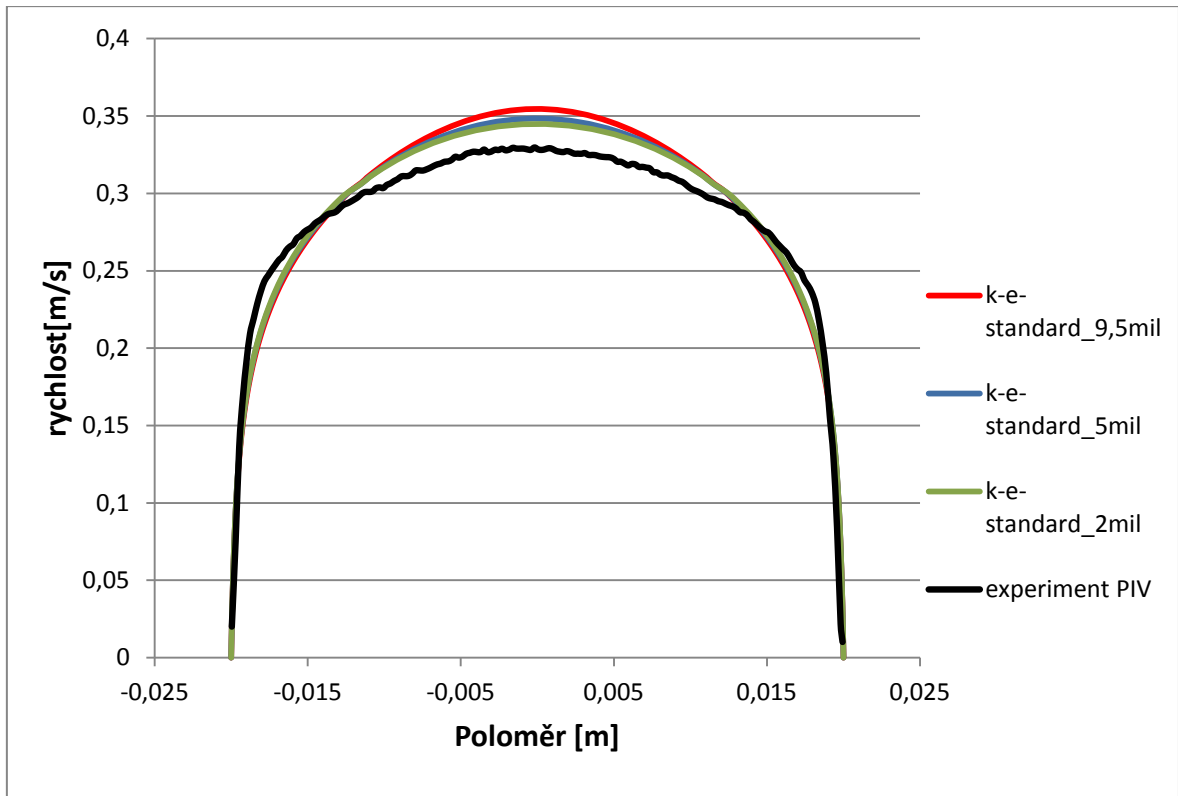




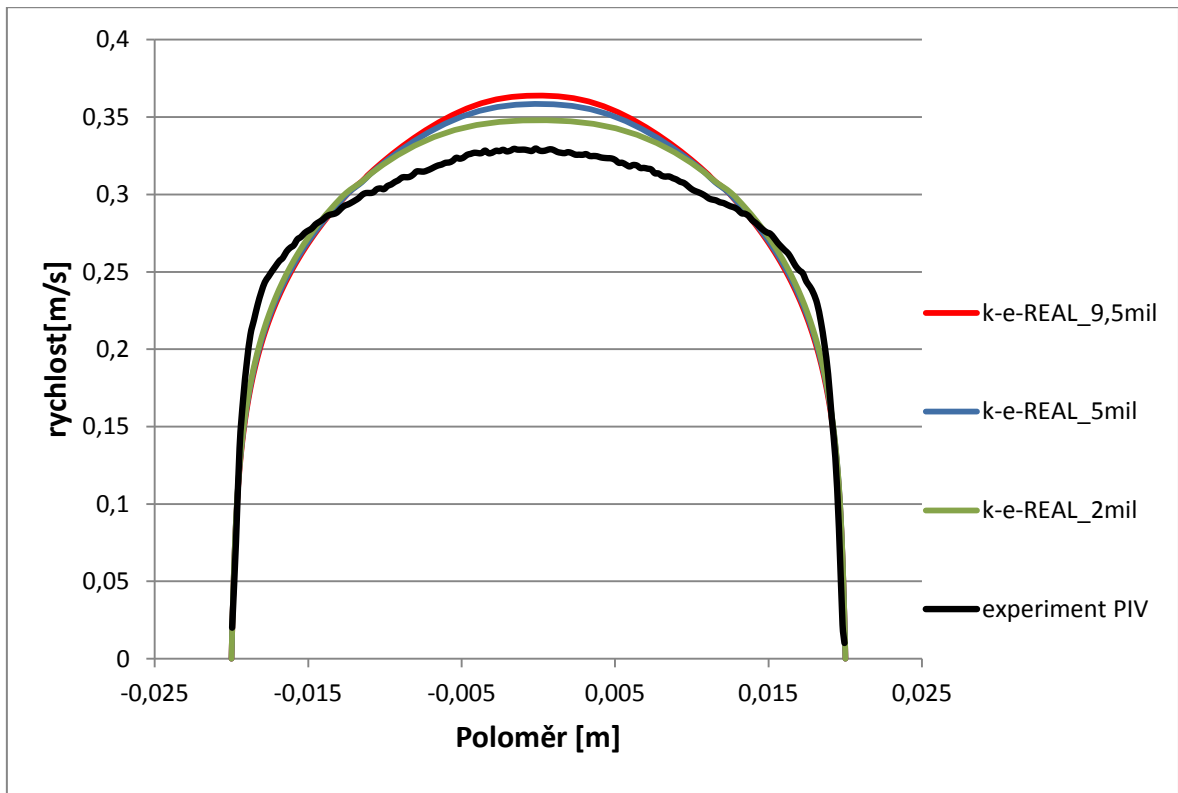
Obrázek 41 – Porovnání výpočtu a experimentu,  $Re=10000$

## 6.4 Citlivostní analýza

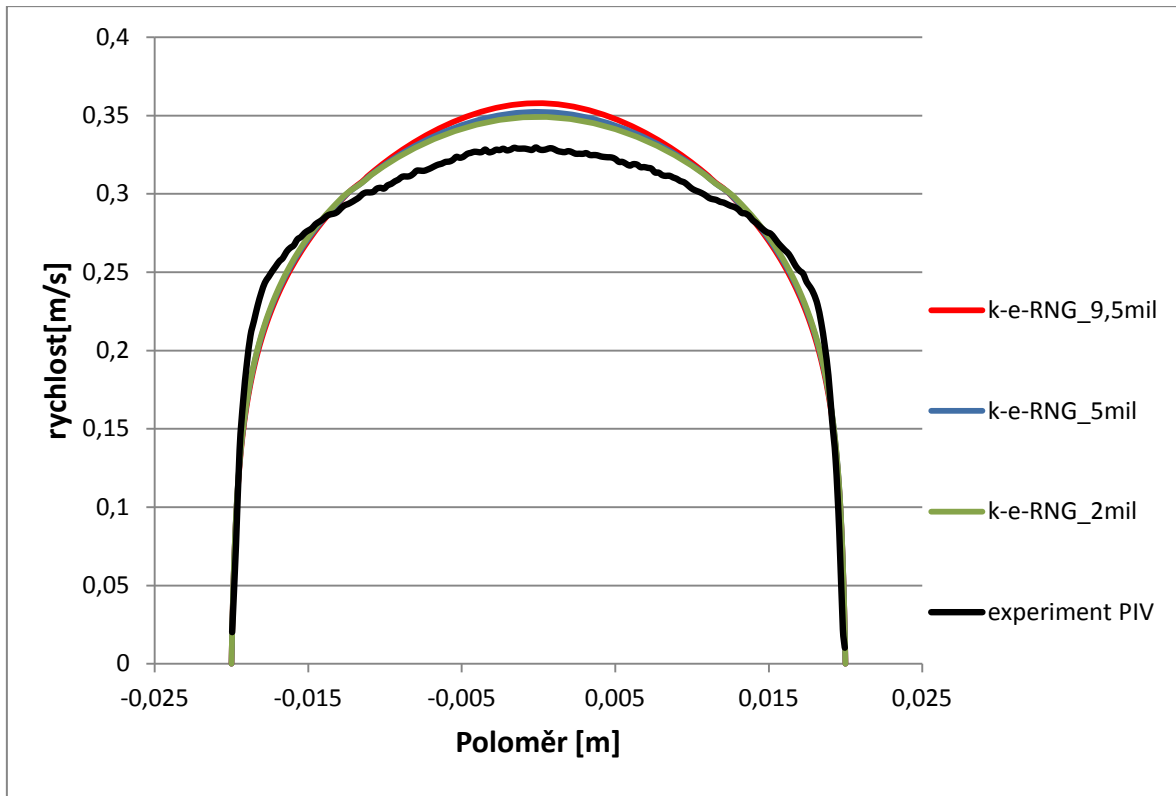
Byl proveden výpočet k porovnání výsledků s vytvořenou sítí obsahující téměř 9,5 milionu buněk a se sítěmi obsahujícími cca 5 milionů a 2 miliony elementů. Byly porovnány všechny turbulentní modely pro  $Re=10000$  ve vzdálenosti 2,3 metru od vstupu do trubice. K citlivostním výpočtům je navíc v obrázcích zobrazen i výsledek experimentálně zjištěného rychlostního profilu. Opět je zde vidět, že skutečně naměřený rychlostní profil se nejvíce podobá výpočtu, při kterém byl použit model k- $\omega$  SST. Také lze pozorovat, že tento model je nejvíce odolný z hlediska velikosti výpočetní sítě.



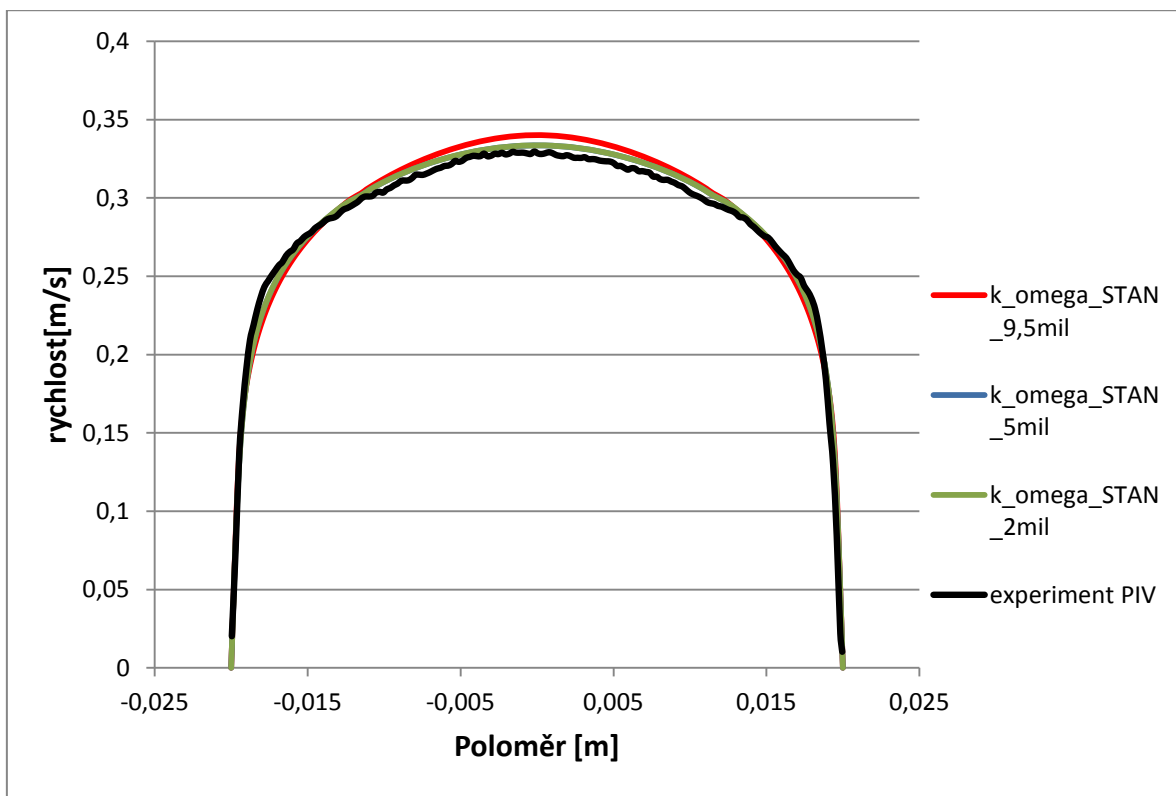
Obrázek 42 – Citlivostní analýza modelu  $k-\epsilon$ -standard



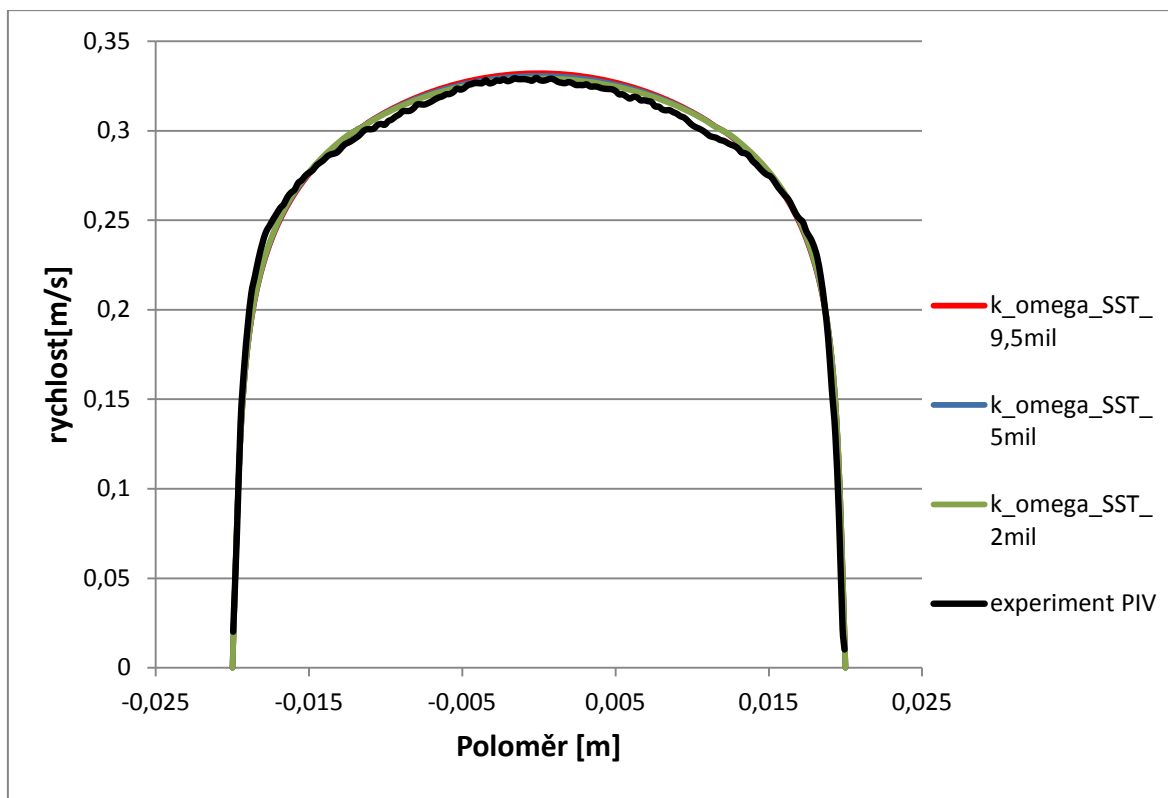
Obrázek 43 – Citlivostní analýza modelu  $k-\epsilon$ -realizable



Obrázek 44 – Citlivostní analýza modelu k-ε-RNG



Obrázek 45 – Citlivostní analýza modelu k-ω-standard



Obrázek 46 – Citlivostní analýza modelu  $k-\omega$ -SST

## 7 Závěr

Cílem práce bylo nalezení rychlostního profilu proudící vody v trubici. Byl proveden výpočet jak pro laminární proudění, tak pro turbulentní proudění. U laminárního rychlostního profilu bylo zjištěno, že rychlostní profil je parabolický a se zvyšující se rychlostí se vytváří plochá část ve středu trubice. Turbulentní rychlostní profil se vyznačuje velkou strmostí u stěn trubky a rovnou částí ve středu trubice, jež se projevuje především při vyšších rychlostech. Použitím pěti různých turbulentních modelů programu Ansys Fluent byly nalezeny odlišné rychlostní profily.

Bylo také provedeno porovnání rychlostních profilů zjištěných dvěma různými metodami, CFD výpočtem a experimentem (metodou PIV). Velký rozdíl byl při stanovení Reynoldsova čísla obou metod. Při numerické simulaci bylo Reynoldsovo číslo zvoleno a byla z něj následně vypočtena vstupní okrajová podmínka. Naopak u experimentu byl zjištěn „kýblovou metodou“ objemový průtok a poté střední rychlost. Změřena musela být také aktuální teplota proudící vody, aby bylo možné určit přesné vlastnosti vody pro danou teplotu. Z těchto zjištěných hodnot bylo pak možné vypočítat hodnotu Reynoldsova čísla.

Při porovnání rychlostních profilů obou metod bylo zjištěno, že při Reynoldsově čísle ( $Re=3000$ ) bylo ještě dosaženo laminárního proudění. Dále bylo potvrzeno, že nejlepší výsledky měl v porovnání s experimentem výpočet turbulentního proudění s použitím modelu  $k-\omega$  SST. Později se ukázalo, že tento model je také nejméně citlivý na velikost výpočetní sítě.

Současný a stálý vývoj numerických simulací je pochopitelný, jelikož je to ekonomická úspora oproti experimentu. Při zpracování této konkrétní úlohy bylo zjištěno, že navržení, výroba, sestavení a následné provedení experimentu je mnohonásobně ekonomicky náročnější než vypracování stejné úlohy pomocí CFD výpočtu, a proto také dnes slouží experiment především k ověření numerických simulací.

Tato práce slouží k získání nových poznatků z oblasti proudění tekutin a CFD výpočtů, jež jsou nedílnou součástí dosažení korektních výsledků. Dosažené výsledky a poznatky plynoucí z této práce poslouží při řešení budoucích úloh ve spolupráci s firmou Škoda JS a.s., kde se bude sledovat pomocí CFD modelování obtékání skutečné komponenty.

## Seznam použitých zdrojů

1. KLAVÍK, P. *Zmapování proudového pole kapaliny proudící v trubici pomocí laserové anemometrie (metodou PIV)*. Plzeň: 2015. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Katedra energetických strojů a zařízení.
2. TechSoft Engineering. *Proudění-TechSoft Engineering* [online]. 2014 [cit. 2014-Listopad-12]. Dostupné z: <http://www.techsoft-eng.cz/ansys-2/proudeni/>
3. HORÁKOVÁ, K. V. HONZEJK a F. LEMFELD. *Manuál pro výuku numerických metod..* Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2010.
4. JOCH, L. *Modelování proudění v rotačních strojích*. Brno: 2010. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Ústav energetiky.
5. LINHART, J. *Mechanika Tekutin I. 2.* vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2009. ISBN 978-80-7043-766-7.
6. JANALÍK, J. a P. ŠTÁVA. *Mechanika tekutin..* Ostrava: Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava, 2002. ISBN 80-248-0038-1.
7. Ústav chemického inženýrství. *Vysoká škola chemicko-technologická v Praze* [online]. [cit. 2015-Březen-30]. Dostupné z: [https://vscht.cz/uchi/ped/cfd/cfd.metoda\\_konecných\\_objemu.pdf](https://vscht.cz/uchi/ped/cfd/cfd.metoda_konecných_objemu.pdf)
8. KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění tekutin, FLUENT, CFX..* Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2008.
9. BLEJCHAŘ, T. *Turbulence- Modelování proudění - CFX..* Ostrava: VŠB- Technická univerzita Ostrava, 2010.
10. ANSYS. *Turbulence Modeling- Lecture 6.* 2010. Přednáška. Ansys, Inc. Proprietary.
11. CLUCAS, J. a W. PAM. *FAST User Guide* [online]. 1993, verze 1.1a [cit. 2015-Červen-20]. Dostupné z: [https://www.nas.nasa.gov/Software/FAST/RND-93-010.walotka-clucas/htmldocs/chp\\_16.surferu.html](https://www.nas.nasa.gov/Software/FAST/RND-93-010.walotka-clucas/htmldocs/chp_16.surferu.html)
12. Viscopedia - A free encyclopedia for viscosity. *Viscopedia* [online]. 2015 [cit. 2015-Červen-10]. Dostupné z: <http://www.viscopedia.com/viscosity-tables/substances/water/>

## Seznam obrázků

Obrázek 1 – Nevířivé proudění (vlevo), vířivé proudění (vpravo) [6].....	17
Obrázek 2 – Laminární proudění (vlevo), turbulentní proudění (vpravo).....	18
Obrázek 3 – Reynoldsův experiment [5].....	18
Obrázek 4 – Rychlostní profily [6].....	19
Obrázek 5 – Závislost tlakových ztrát na rychlosti proudění .....	19
Obrázek 6 – Laminární proudění v trubici [6].....	20
Obrázek 7 – MKO – výpočetní síť – terminologie [7].....	23
Obrázek 8 – Metody modelování turbulence [9].....	24
Obrázek 9 – rozdělení matematických modelů proudění .....	25
Obrázek 10 – Ansys DesignModeler – vytvořená 3D geometrie.....	27
Obrázek 11 – Prvky 3D sítě [8].....	28
Obrázek 12 – Typy výpočtových sítí [11].....	29
Obrázek 13 – Oblast mezní vrstvy- rozdělení [9].....	29
Obrázek 14 – Ukázka vytvoření sítě v mezní vrstvě .....	30
Obrázek 15 – Princip posuzování kvality 2D buňky pro trojúhelníkové prvky [8].....	30
Obrázek 16 – Princip posuzování kvality 3D buněk pro čtyřstěny [8].....	31
Obrázek 17 – Ansys Meshing- vytvořená síť se zahrnutím mezní vrstvy.....	31
Obrázek 18 – Graf posouzení kvality buněk – Skewness .....	32
Obrázek 19 – Rozměry a řezy kruhové trubice .....	34
Obrázek 20 – Vytvořená výpočetní síť – pohled na vstupní část trubice.....	35
Obrázek 21 – Posouzení kvality buněk – skewness .....	35
Obrázek 22 – Posouzení kvality buněk – aspect ratio .....	35
Obrázek 23 – Laminární rychlostní profil pro $Re=1200$ .....	38
Obrázek 24 – Laminární rychlostní profil pro $Re=1500$ .....	39
Obrázek 25 – Laminární rychlostní profil pro $Re=1700$ .....	39
Obrázek 26 – Laminární rychlostní profil pro $Re=2000$ .....	40
Obrázek 27 – Laminární rychlostní profil pro $Re=3000$ .....	40
Obrázek 28 – Rychlostní profil $Re=3000$ , 0,25 m.....	41
Obrázek 29 – Rychlostní profil $Re=3000$ , 1 m.....	42
Obrázek 30 – Rychlostní profil $Re=3000$ , 2,3 m.....	42
Obrázek 31 – Rychlostní profil $Re=5000$ , 0,25 m.....	43
Obrázek 32 – Rychlostní profil $Re=5000$ , 1 m.....	43
Obrázek 33 – Rychlostní profil $Re=5000$ , 2,3 m.....	44
Obrázek 34 – Rychlostní profil $Re=10000$ , 0,25 m.....	44
Obrázek 35 – Rychlostní profil $Re=10000$ , 1 m.....	45
Obrázek 36 – Rychlostní profil $Re=10000$ , 2,3 m.....	45
Obrázek 37 – Porovnání výpočtu a experimentu, $Re=1200$ .....	47
Obrázek 38 – Porovnání výpočtu a experimentu, $Re=1700$ .....	47
Obrázek 39 – Porovnání výpočtu a experimentu, $Re=3000$ .....	48
Obrázek 40 – Porovnání výpočtu a experimentu, $Re=5000$ .....	48
Obrázek 41 – Porovnání výpočtu a experimentu, $Re=10000$ .....	49
Obrázek 42 – Citlivostní analýza modelu k- $\epsilon$ -standard.....	50
Obrázek 43 – Citlivostní analýza modelu k- $\epsilon$ -realizable.....	50
Obrázek 44 – Citlivostní analýza modelu k- $\epsilon$ -RNG.....	51
Obrázek 45 – Citlivostní analýza modelu k- $\omega$ -standard.....	51
Obrázek 46 – Citlivostní analýza modelu k- $\omega$ -SST .....	52

## Seznam tabulek

Tabulka 1 – Kombinace okrajových podmínek vstupu a výstupu .....	33
Tabulka 2 – Vlastnosti vody v závislosti na teplotě [12] .....	36
Tabulka 3 – Výpočet střední rychlosti a okrajové podmínky.....	36