

## Optimalizace kontaktních parametrů multibody systému

Bc. Jan Špička<sup>1</sup>, Ing. Luděk Hynčík, Ph.D.<sup>2</sup>

### Úvod

Kontakt těles je komplexní fenomén objevující se v mnoha různých odvětvích, jako je dynamika, biomechanika, robotika a další. S rostoucími nároky průmyslu na virtuální prototyping nastává potřeba korektního modelování kontaktu a kontaktních sil mezi tělesy. Ze znalosti kontaktní mechaniky lze predikovat přenos sil a ponárazové chování těles, čímž lze optimalizovat následný děj.

Multi-body přístup je metoda popisu mechanických systémů, kdy jsou jednotlivá tělesa modelována jako tuhá a propojená vazbami. S využitím metod multi-body systémů lze rychle a efektivně popisovat chování vázaných mechanických systémů. S ohledem na předpoklad tuhosti je zde modelování kontaktu a optimalizace kontaktních parametrů klíčovým aspektem úspěšného modelu.

### Metoda

V posledních letech se stále běžněji užívají tzv. spojité modely kontaktních sil, kde je síla explicitně definována jako funkce penetrace těles, případně rychlosti penetrace. Základní typy modelů jsou:

- Hertzův model

$$F_n = k\delta^n \quad (1)$$

- Spring-dashpot model

$$F_n = k\delta + b\dot{\delta} \quad (2)$$

- Model s nelineárním tlumením

$$F_n = k\delta^n + b\delta^p\dot{\delta}^q, \quad (3)$$

kde  $k$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $q$  a  $n$  jsou konstanty. Obvykle se volí  $p = n = \frac{3}{2}$  a  $q = 1$ . Určení výše zmíněných konstant  $k$  a  $b$  je složité a nejednoznačné a závisí na materiálu a geometrii těles. Existuje několik možných vyjádření těchto parametrů, avšak vždy jen pro speciální případ. Obecný vzorec pro výpočet těchto konstant neexistuje. Jednou z možností, jak daný model naladit, je srovnání s experimentem. Variací daných parametrů lze pak docílit dobré shody simulace

<sup>1</sup> student navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Mechanika, specializace Biomechanika, e-mail: spicka@students.zcu.cz

<sup>2</sup> Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: hyncik@ntc.zcu.cz

s experimentem a tím získat hodnoty parametrů pro daný model. Tento proces se nazývá numerická optimalizace. Jedná se o složitý matematický aparát, jehož princip zde nebude podrobněji rozebírán.

Z dostupného zdroje Machado (2011), byl pro optimalizaci zvolen příklad tzv. "bouncing ball", tedy míčku puštěného z počáteční výšky volným pádem. Míček následně dopadne na tuhou podložku a odrazí se. Výška výstupu je závislá na kontaktních parametrech daného silového modelu. Aplikací Lagrangeových rovnic prvního druhu byla odvozena pohybová rovnice míčku

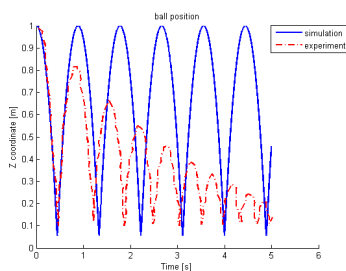
$$M\ddot{q} = f, \quad (4)$$

kde  $M$  je matice tuhosti,  $\ddot{q}$  představuje vektor složek zrychlení a  $f$  je vektor zobecněných sil. Na pravé straně rovnice figuruje pouze gravitace, avšak v případě kontaktu se zde objeví normálová kontaktní síla  $F = F(\delta, \dot{\delta})$ .

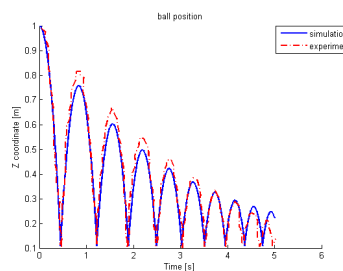
V každém časovém kroku je spočtena vzdálenost mezi kuličkou a zemí. Záporná vzdálenost indikuje kontakt a následně je spočtena působící kontaktní síla. Pro výpočet byl využit software *MATLAB* pro simulaci pohybu, výpočtu kontaktní síly a rozdílu mezi experimentem a simulací. Software *optiSlang* pak řídí variaci vstupních parametrů. Odvození pohybové rovnice, výpočty sil a problém s podmínkou kontaktu jsou diskutovány v prezentaci.

## Výsledky

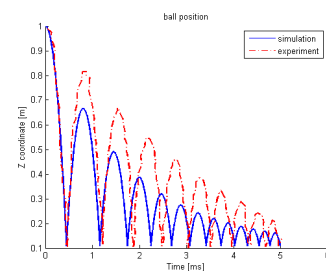
Obrázky 1, 2 a 3 ukazují výsledky optimalizace (naladění konstant) pro výše uvedené kontaktní modely.



**Obrázek 1:** Hertzův model



**Obrázek 2:** SD model



**Obrázek 3:** NL model

## Literatura

Hajžman, M. and Polach, P., 2007. Application of stabilization techniques in the dynamic analysis of multibody systems. *Applied and Computational Mechanics*, Vol. 1. pp 479-488.

Machado, M. F. and Flores, P., 2011. A novel continuous contact force model for multibody dynamics. *Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2011*.

## Poděkování

Práce vznikla za podpory interního grantového projektu SGS-2013-026.