

## Modelování výnosových křivek České republiky, Německa a Rakouska

Bc. Diana Študentová<sup>1</sup>

### 1 Úvod

Cílem práce je především bližší seznámení s problematikou spotových výnosových křivek a s vybranými metodami jejich konstrukce. Z pohledu metod je zde rozpracováno několik interpolačních i extrapoláčních postupů. Praktická část se zabývá generováním výnosové křivky pro ukázková data z České republiky, Německa a Rakouska.

### 2 Vybrané metody konstrukce křivek

Časová struktura úrokových měr, nebo také výnosová křivka, vyjadřuje vztah mezi výnosem aktiva a jeho splatností. Výnosové křivky se sestavují z různých derivátů, například ze swapů nebo státních dluhopisů a dělí se z hlediska zobrazovaných úrokových měr na forwardové a spotové. Tato práce se zaměřila na spotové výnosové křivky sestavené ze státních dluhopisů.

Cílem práce je namodelovat a porovnat křivky České republiky, Německa a Rakouska. Modely byly nasimulovány v software MATLAB a MAPLE. Tvary modelů jsou následující (extrapolační modely dle Nelson, Siegel (1987) a interpolační modely dle Málek a kol. (2007))

- **Nelson-Sieglův model**  $i(n) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{n}{\tau}}}{\tau}\right) + \beta_2 \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{n}{\tau}}}{\tau} - e^{-\frac{n}{\tau}}\right)$ ,
- **Svenssonův model**  $i(n) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{n}{\tau_1}}}{\tau_1}\right) + \beta_2 \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{n}{\tau_1}}}{\tau_1} - e^{-\frac{n}{\tau_1}}\right) + \beta_3 \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{n}{\tau_2}}}{\tau_2} - e^{-\frac{n}{\tau_2}}\right)$ ,
- **Gompertzův trend**  $\ln(i^*) = \gamma + \alpha\beta^n \quad (\beta > 0)$ ,
- **Lineárně-logaritmický trend**  $i^* = \ln(n) \cdot a + b$  ,
- **Polynom**  $i^* = a_0 + a_1n + a_2n^2 + \dots + a_dn^d + \varepsilon$ ,
- **Kubický splajn s uzly**  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$  ,  $i^* = \sum_{i=0}^3 a_i n^i + \frac{1}{3!} \sum_{p=1}^{n-1} b_p \cdot \max(n - \epsilon_p, 0)$ .

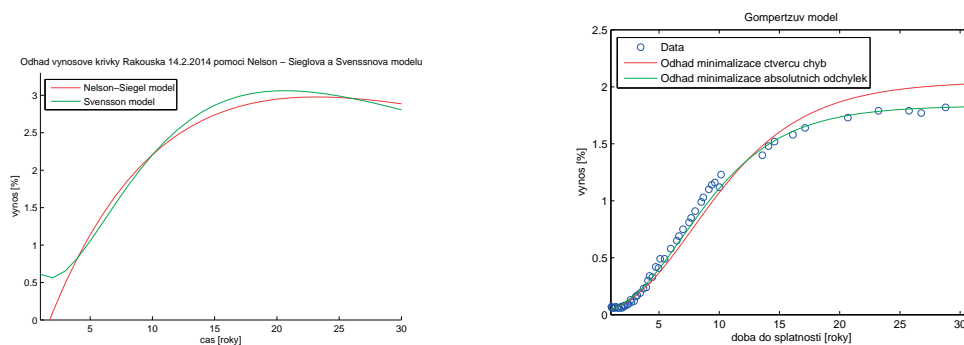
Interpolační křivky byly vzájemně porovnávány pomocí dvou minimalizačních funkcí, které minimalizují čtverce chyb a absolutní hodnoty chyb odvozeného modelu a naměřených výnosů v bodech splatnosti.

Stejně tak pro extrapoláční modely existuje minimalizační funkce, která minimalizuje rozdíl tržní ceny dluhopisu a současné hodnoty plateb plynoucích z vlastnictví dluhopisu. Tyto platby jsou označovány jako kuponové platby. V den splatnosti dluhopisu se musí dále uvažovat výplata nominální hodnoty dluhopisu.

<sup>1</sup> studentka navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Finanční informatika a statistika, specializace Aplikovaná statistika a finance, e-mail: studentd@students.zcu.cz

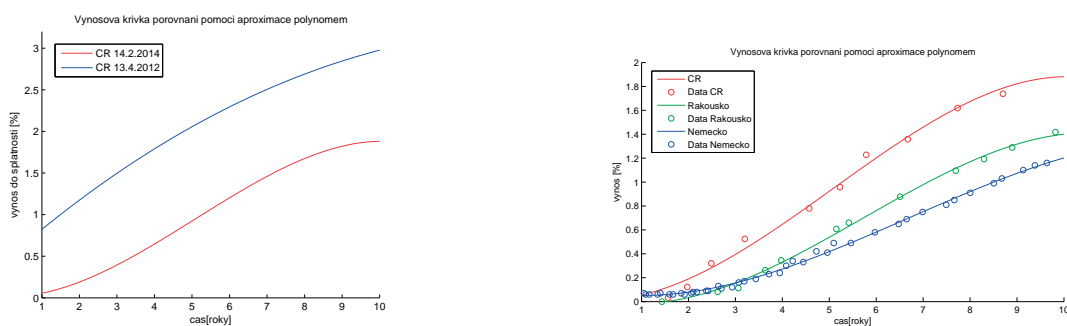
### 3 Závěr a výsledky

Na obrázku č.1 je vlevo zobrazena namodelovaná výnosová křivka Rakouska pomocí Nelson-Siegelova (červeně) a Svenssonova modelu (zeleně). Dále je zde zobrazena výnosová křivka Německa pomocí aproximace Gompertzovým trendem. Obě křivky jsou aktuální k datu 14.2.2014.



**Obrázek 1:** Výnosová křivka Rakouska a Německa

Obrázek č.2 nalevo ilustruje porovnání krátkého a středního konce výnosových křivek České republiky s datem vypořádání 14.2.2014 (červeně) a 13.4.2012 (modře). V průběhu času se výnosy českých dluhopisů snížili o více jak půl procentního bodu u střednědobých splatností. Důvodem může být menší ekonomická krize v roce 2012. Dále lze z pravé části obrázku vypořizovat porovnání krátkého a středního konce výnosových křivek všech tří států s datem vypořádání 14.2.2014. Nejvyspělejším státem (ze tří vybraných) je Německo, jehož výnosy jsou nejnižší z důvodu nejmenšího rizika nesplacení. Rakousko má však také velmi zdravou a vyspělou ekonomiku, zejména díky rozvoji bankovního a pojišťovnického sektoru.



**Obrázek 2:** Porovnání křivek.

### Literatura

Nelson, Ch., Siegel, A., 1987. Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*. Vol.60. pp 473-489.

Málek, J., Radová, J., Šterba, F., 2007. Konstrukce výnosové křivky pomocí vládních dluhopisů v České republice. *Politická ekonomie*. Vol.6. pp 792-807.