

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA ELEKTROENERGETIKY A EKOLOGIE**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Optimalizace tvaru segmentů u studeného kelímku pro
tavení oxidů kovů**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2015/2016

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Petr SOUČEK**
Osobní číslo: **E14N0073P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektroenergetika**
Název tématu: **Optimalizace tvaru segmentů u studeného kelímku pro tavení oxidů kovů**
Zadávací katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Uveďte potřebnou teorii pro řešení elektromagnetického pole studeného kelímku.
2. Uveďte teorie studených kelímků.
3. Zpracujte problematiku optimalizace studených kelímků používaných při tavení oxidů kovů.
4. Pomocí matematického modelu proveďte vyhodnocení vlivu tvaru segmentu na účinnost studeného kelímku.
5. Uveďte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah kvalifikační práce: 40 - 60 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. Langer, E.: Teorie indukčního a dielektrického tepla, Praha, Academia, 1979
2. Nacke, B., Baake, E.: Induktives Erwärmen
3. Kudryash, M.: Experimental investigation of induction melting in cold crucible
4. Dötsch, E.: Induktives Schmelzen und warmhalten
5. Internet

Vedoucí diplomové práce: Ing. David Rot, Ph.D.


Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: 15. října 2015

Termín odevzdání diplomové práce: 16. května 2016


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2015

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce je zaměřena na optimalizaci a zhodnocení vlivu tvaru segmentů studeného kelímku na jeho účinnosti.

Klíčová slova

Elektromagnetické pole, Maxwellovy rovnice, vlnové rovnice, Poyntingův vektor, kelímkové pece, studený kelímek, optimalizace segmentů, účinnost indukční pece, numerický model.

Abstract

The final theses is focused on an optimization and evaluation of segment shape influence on efficiency of cold crucible.

Key words

Electromagnetic field, Maxwell equations, wave equations, Poyting's vector, induction furnace, cold crucible, segment optimisation, efficiency of induction furnace, numerical model.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....
podpis

V Plzni dne 9.5.2016

Bc. Petr Souček

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing Davidu Rotovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

Seznam symbolů a zkratk	9
1. Úvod	11
2. Elektromagnetické pole	12
2.1. Maxwellovy rovnice [3, 16, 17]	12
2.2. Vlnové rovnice elektromagnetického vlnění [4, 5, 10, 16, 18]	12
2.2.1. Vlnové rovnice ve válcovém uspořádání	13
2.2.2. Vlnové rovnice ve vodivém prostředí	14
2.2.3. Vlnové rovnice v nevodivém prostředí	15
2.3. Poytingův vektor [5, 19]	16
3. Kelímkové pece	18
3.1. Historie a konstrukční uspořádání [5, 13, 20, 21, 22]	18
3.1.1. Studený kelímek	19
3.1.2. Tavení nevodivých materiálů	22
3.2. Princip funkce studeného kelímku [25]	24
4. Optimalizace segmentů	26
4.1. Segmentový studený kelímek [5, 10, 12, 13, 15]	26
4.2. Matematický model [13, 16, 23]	27
4.3. Okrajové podmínky [13, 16, 23]	29
4.4. Mesh [23, 24]	31
4.5. Výpočet velikosti modelu [3, 14]	33
4.5.1. Kruhový průřez chladícího segmentu	35
4.5.2. Čtvercový průřez chladícího segmentu	38
4.5.3. Trapezoidní chladící segment	40
4.6. Elektrické parametry [3, 14]	44
4.7. Výsledky optimalizace	46
5. Závěr	52
Použitá literatura	53

Seznam symbolů a zkratk

H	Intenzita elektromagnetického pole [$A \cdot m^{-1}$]
J	Proudová hustota [$A \cdot m^{-2}$]
D	Elektrostatická indukce [$C \cdot m^{-2}$]
E	Intenzita elektrostatického pole [$V \cdot m^{-1}$]
B	Elektromagnetická indukce [T]
N	Poyntingův vektor [$W \cdot m^{-2}$]
I	Elektrický proud [A]
W	Energie [J]
A	Vektorový potenciál [$Wb \cdot m^{-1}$]
Q	Elektrický náboj [C]
S	Plocha [m^2]
Q	Teplo [J]
c	Rychlost světla [$m \cdot s^{-1}$]
a	Hloubka pronikání [m]
v	Rychlost [$m \cdot s^{-1}$]
f	Frekvence [Hz]
Φ	Magnetický tok [Wb]
λ	Vlnová délka [m]
λ_t	Tepelná vodivost [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
T	Termodynamická teplota [K]
ϵ_0	Permitivita vákua [$F \cdot m^{-1}$]
μ_0	Permeabilita vakua [$H \cdot m^{-1}$]
γ	Vodivost[S]
ρ	Objemová hustota náboje [$C \cdot m^{-3}$]
ω	Úhlová rychlost [$rad \cdot s^{-1}$]
h	Výška [m]
r	Poloměr [m]
U	Napětí [V]
P	Činný výkon [W]
q	Tepelný tok [$W \cdot m^{-2}$]
η	Účinnost [%]
z	Zatěžovatel zdroje [-]
d	Průměr [m]

φ Úhel [°, rad]

1. Úvod

Již z historických dob bylo potřeba předávání tepla mezi materiály pro různé technologické účely. Jedním ze základních způsobů předávání elektrického tepla patří indukční ohřev.

Indukční ohřev je založen na principu elektromagnetické indukce. Pomocí proměnného elektromagnetického pole je přenášena energie od zdroje, v tomto případě induktoru umístěného okolo kelímku, do vsázky. Na základě indukčního zákona je do vsázky indukováno napětí, které vybudí proud. Následné Jouleovy ztráty způsobí ohřev vsázky. Elektromagnetické pole se šíří všemi směry od induktoru. Následkem je indukované napětí v konstrukčních a jiných částech indukční pece. Tato napětí, která se neindukují ve vsázce, způsobují pokles účinnosti systému.

Studený kelímek je speciální druh indukční kelímkové pece, ve které je kelímek přímo chlazen. Tento kelímek může být tvořen chladícími segmenty nebo induktorem samotným. Výhodou je, že vsázka nepříjde do kontaktu s jinými materiály, což umožňuje tavení velmi čistých materiálů.

Elektromagnetická energie postupuje směrem od induktoru ke vsázce, přičemž je utlumena v chladících segmentech. Množství ztrát může být ovlivněno tvarem, velikostí a uspořádáním chladícího systému. Právě optimalizace tvaru chladících segmentů na základě numerické simulace je předmětem této práce.

2. Elektromagnetické pole

2.1. Maxwellovy rovnice [3, 16, 17]

Elektromagnetické pole je popsáno časově závislými vektorovými rovnicemi. Tyto rovnice nazýváme Maxwellovými rovnicemi.

$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\Psi}{dt} \quad (2.1)$$

$$\oint_C \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2.2)$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \quad (2.3)$$

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (2.4)$$

$$\oint_S \mathbf{J} d\mathbf{S} = -\frac{dQ}{dt} \quad (2.5)$$

Maxwellovy rovnice lze pomocí Stokesovy a Gauss-Ostrogradského věty přepsat do diferenciálního tvaru.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (2.8)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2.9)$$

Elektromagnetická a elektrostatická indukce jsou závislé veličiny, které mohou být z rovnic odstraněny dosazením vztahů pro jejich výpočet z parametrů prostředí.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.11)$$

$$\operatorname{div} (\varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}) = \rho \quad (2.12)$$

$$\operatorname{div} (\mu_0 \mu_r \mathbf{H}) = 0 \quad (2.13)$$

2.2. Vlnové rovnice elektromagnetického vlnění [4, 5, 10, 16, 18]

Odvození vlnových rovnic vychází z první a druhé Maxwellovy rovnice. Princip odvození je stejný pro elektromagnetické i elektrické pole. Výsledný parametr je závislý na rovnici, ze které vyjdeme. Uvedený postup je pro magnetické pole, proto vycházíme z první Maxwellovy rovnice.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.14)$$

Výsledkem rotace první Maxwellovy rovnice je:

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{rot} (\gamma \mathbf{E}) + \operatorname{rot} \left(\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \gamma \operatorname{rot} \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial (\operatorname{rot} \mathbf{E})}{\partial t} \quad (2.15)$$

Následně bylo provedeno dosazení do rovnice 2.15 za $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ z druhé Maxwellovy rovnice.

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.16)$$

Z vektorové analýzy vyplývá že:

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (2.17)$$

Poté byla dosazena rovnice 2.17 do 2.16.

$$\operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.18)$$

Ze čtvrté Maxwellovy rovnice je zřejmé, že divergence intenzity elektromagnetického pole je nulová.

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Výsledkem aplikace analogického postupu na druhou Maxwellovu rovnici a při využití podmínky plynoucí ze třetí Maxwellovy rovnice je rovnice popisující elektrické pole.

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.20)$$

Rovnice pro nevodivé prostředí vzniknou dosazením podmínky $\gamma = 0$ do rovnic 2.19 a 2.20:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.21)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.22)$$

2.2.1. Vlnové rovnice ve válcovém uspořádání

V případě indukční kelímkové pece mluvíme o rotačním uspořádání. Proto je výhodné Laplaceův operátor vyjádřit pro cylindrické souřadnice, přičemž derivace podle osy Z a úhlu φ je nulová.

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.23)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \mathbf{H} = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} \left(r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \right) \quad (2.24)$$

Dosazením rovnice 2.21 do 2.24:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} \left(r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \right) = \mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.25)$$

Podobně pro rovnici 2.22.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} \left(r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} \right) = \mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.26)$$

Indukční zařízení je napájeno střídavým harmonickým proudem. Proto lze nahradit v rovnicích 2.19 a 2.20 vektory intenzit elektromagnetického a elektrického pole fázory vektorů. Pro jednoznačnost je přiložena tabulka značení:

Vektor	$\mathbf{B}, \mathbf{H}, \mathbf{E}, \mathbf{D}$
Fázor vektoru	$\bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{H}}, \bar{\mathbf{E}}, \bar{\mathbf{D}}$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} = j\omega\gamma\mu_o \mu_r \bar{\mathbf{H}} - \omega^2 \mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r \bar{\mathbf{H}} \quad (2.20)$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + \omega^2 \mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r \bar{\mathbf{H}} - j\omega\gamma\mu_o \mu_r \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (2.21)$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + (\omega^2 \mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r - j\omega\gamma\mu_o \mu_r) \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (2.22)$$

Člen v závorce v rovnici 2.22 nazýváme konstantou šíření.

$$k^2 = \omega^2 \mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r - j\omega\gamma\mu_o \mu_r \quad (2.23)$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + k^2 \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (2.24)$$

Obdobně pro intenzitu elektrického pole:

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{E}} + k^2 \bar{\mathbf{E}} = 0 \quad (2.25)$$

2.2.2. Vlnové rovnice ve vodivém prostředí

Konstanta šíření se skládá ze dvou částí. Pokud je vzata do úvahy frekvence, při které probíhají indukční ohřevy, tak platí podmínka:

$$\omega\varepsilon \ll \gamma \quad (2.26)$$

Konstantu šíření lze tedy přepsat na tvar:

$$k^2 = -j\omega\gamma\mu_o \mu_r \quad (2.26)$$

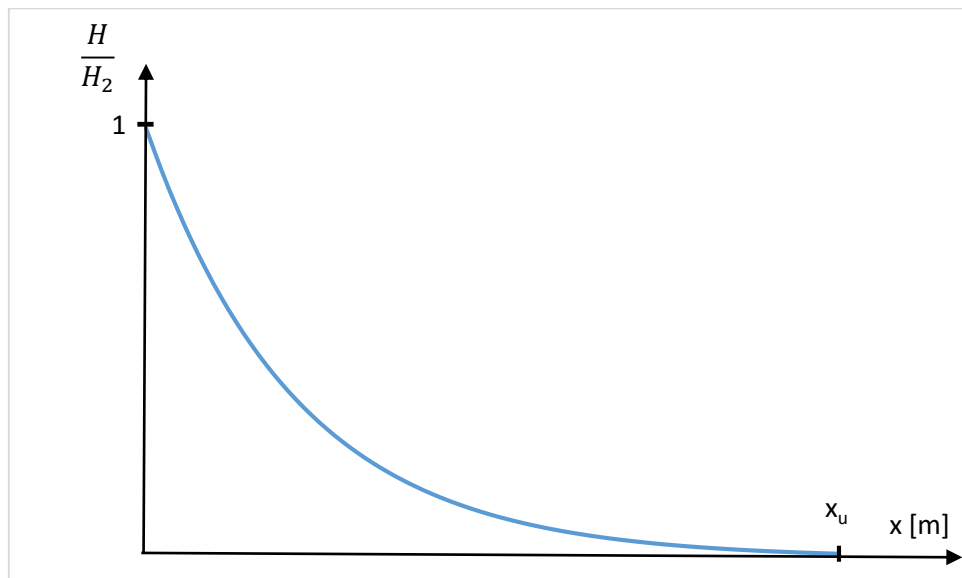
$$k_{1,2} = \pm\sqrt{j}\sqrt{\omega\gamma\mu_o \mu_r} \quad (2.27)$$

$$Re\{k\} = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_o \mu_r}{2}} = \frac{1}{a} \quad (2.28)$$

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_o \mu_r}} \quad (2.29)$$

Rovnice 2.29 definuje hloubku vniku naindukovaných proudů. Je to vzdálenost pod povrchem, kde proudová hustota poklesne na $\frac{1}{e}$ hodnoty na povrchu. Tato veličina je důležitá pro pochopení útlumu elektromagnetického pole ve vodivém prostředí. Vlnění dopadající na kolmou stěnu je exponenciálně utlumeno podle funkce:

$$\frac{H}{H_2} = e^{-\frac{x}{a}} \quad (2.30)$$



Obrázek 1: Útlum elektromagnetického pole

$$x_u = 2\pi a \text{ [m]} \quad (2.31)$$

, kde x_u je vzdálenost pod povrchem plochy, na kterou dopadá elektromagnetické záření, ve které dojde k útlumu.

2.2.3. Vlnové rovnice v nevodivém prostředí

Nevodivé prostředí je specifikováno podmínkou $\gamma = 0$, konstanta šíření má tedy tvar:

$$k^2 = \omega^2\mu_o \mu_r \epsilon_o \epsilon_r \quad (2.32)$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_o \mu_r \varepsilon_o \varepsilon_r} \quad (2.33)$$

Z tohoto vztahu lze definovat rychlost světla ve vakuu.

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow v = c = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\mu_o \varepsilon_o}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \varepsilon_o}} \quad (2.34)$$

2.3. Poytingův vektor [5, 19]

Okolo vodiče protékaného proudem se vytvoří elektromagnetické pole. Poyntingův zářivý vektor svým směrem a velikostí udává množství elektromagnetické energie vyzářené povrchem vodiče do okolí. Pro odvození vycházíme ze vztahů pro výpočet elektromagnetické energie:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{D} \mathbf{E} + \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \mathbf{H} = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{1}{2} \int_V \mathbf{E}^2 dV + \mu_o \mu_r \frac{1}{2} \int_V \mathbf{H}^2 dV \quad (2.35)$$

Při uvažování energie, která je do systému dodávána časově proměnnými veličinami, je potřeba intenzitu elektromagnetického a elektrického pole považovat za měnící se v čase. Výsledkem parciální derivace energie podle času je výkon:

$$P = - \frac{\partial W}{\partial t} = -\varepsilon_o \varepsilon_r \int_V \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} dV - \mu_o \mu_r \int_V \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} dV \quad (2.36)$$

Dosazením $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\text{rot } \mathbf{H} - \gamma \mathbf{E}}{\varepsilon_o \varepsilon_r}$ z první a $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{\text{rot } \mathbf{E}}{-\mu_o \mu_r}$ z druhé Maxwellovy rovnice:

$$P = - \int_V \mathbf{E} (\text{rot } \mathbf{H} - \gamma \mathbf{E}) dV + \int_V \mathbf{H} (\text{rot } \mathbf{E}) dV \quad (2.37)$$

Úpravou rovnice:

$$P = \int_V \mathbf{H} \text{rot } \mathbf{E} - \mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} + \gamma \mathbf{E}^2 dV \quad (2.38)$$

Pokud platí $\mathbf{H} \text{rot } \mathbf{E} - \mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} = \text{div} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})$, tak:

$$P = \int_V \gamma \mathbf{E}^2 + \text{div} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV \quad (2.39)$$

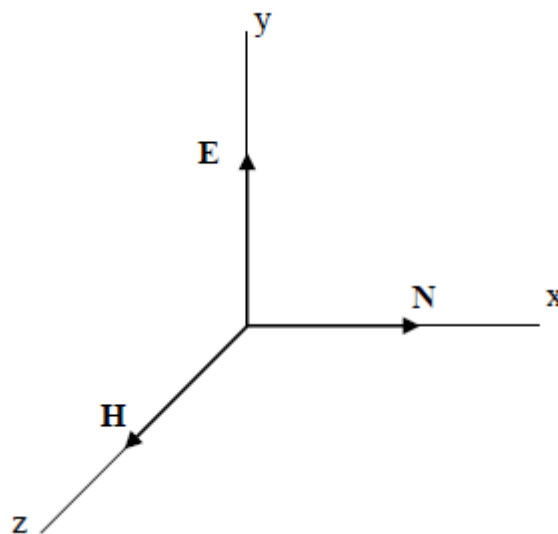
Druhý člen rovnice lze převést pomocí Gaussovy věty na plošný integrál:

$$\int_V \text{div} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV = \int_A (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dA = \int_A \mathbf{N} dA \quad (2.40)$$

První člen rovnice 2.39 je teplo uvolněné průchodem proudu. Druhá část rovnice $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ je Poyntingův vektor určující množství elektromagnetické energie vyzářené do okolí povrchem vodiče.

Poyntingův vektor z rovnice 2.40 je tedy:

$$\mathbf{N} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2.41)$$



Obrázek 2: Určení směru Poyntingova vektoru [5]

3. Kelímkové pece

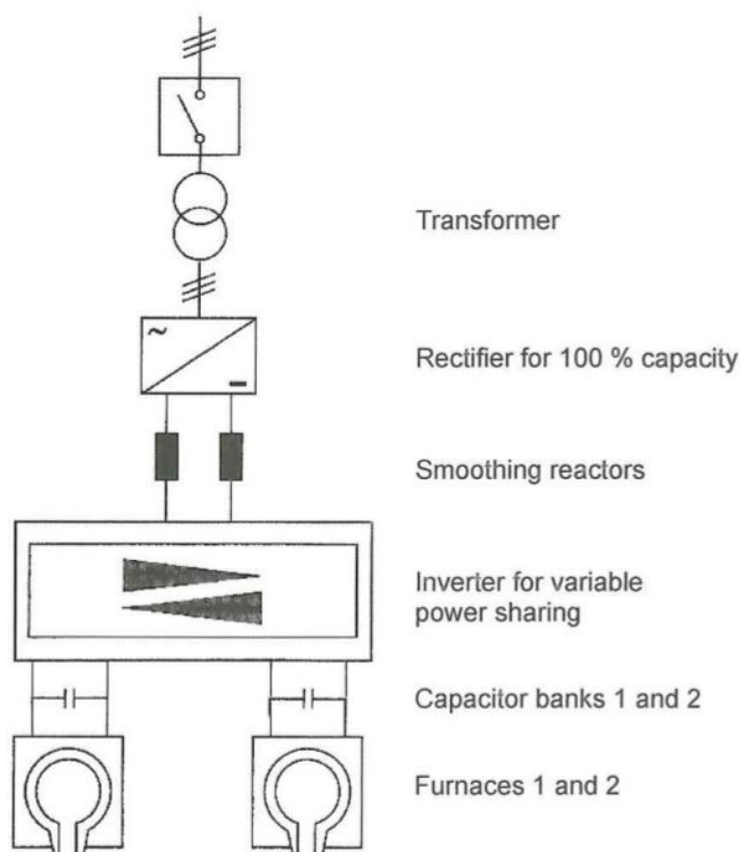
3.1. Historie a konstrukční uspořádání [5, 13, 20, 21, 22]

Technologie kelímkových pecí se začala více vyvíjet po druhé světové válce, kdy společnosti Otto Junker a Brown, Boweri & Cie (BBC) začaly s intenzivní studií nízkofrekvenčních kelímků (50, 60 Hz). Tyto první pece byly určeny pro výrobu litiny. Později se přešlo na výrobu lehkých kovů a ocelí. Počáteční výzkumy vypadaly velice slibně. U velkých kelímků bylo dosahováno uspokojivé účinnosti. Problém nastal u rozměrově menších kelímků, kde bylo potřeba vyšších frekvencí. To vedlo k vývoji statických magnetických měničů s výstupní frekvencí 150 Hz.

Na základě výsledků vývoje v oblasti vysokofrekvenčních zdrojů došlo k nárůstu použití kelímkových pecí. V padesátých letech dvacátého století firma BBC vybudovala, v tu dobu největší, areál kelímkových pecí na světě s příkonem 21 kW pro výrobu litiny, hliníku a magnesiových slitin v Michiganu, USA. S postupem doby a vývojem technologie v oblasti měničů se zvyšovaly příkony pecí a jejich účinnosti.

Další z oblastí, kde byly vyvíjeny kelímkové pece, bylo Švédsko, zde firma ASEA v roce 1961 vybudovala pec s příkonem 618 kW/t a pracovní frekvencí 600 Hz. Další vývoj firmy ASEA přinesl v roce 1969 nahrazení rotačních generátorů tyristorovými měniči. Následovalo vybudování kelímkových pecí s příkonem 18 kW pro produkci uhlíkových ocelí s použitím těchto nových zdrojů.

V Německu pokračovala firma ABB, která přišla s návrhem napájecího systému pro kelímkové pece, který byl schopen dodávat nezávisle kontrolovatelné napájení do dvou kelímků zároveň.



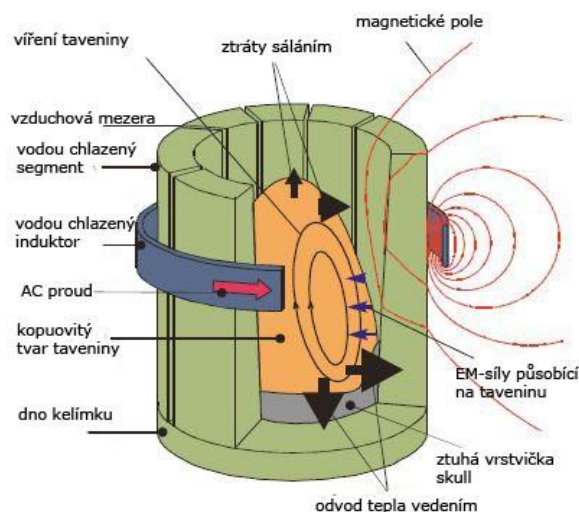
Obrázek 3: Tandemový koncept ABB [20]

Tento koncept umožňoval tavit materiál v jednom kelímku, zatímco druhý kelímek udržoval taveninu horkou pro další zpracování.

V roce 1954 Henry Rowan založil společnost Inductotherm. Díky technologickým a manažerským schopnostem firma rychle rostla a skupovala konkurenční firmy. V sedmdesátých letech se firma stala největším výrobcem indukčních pecí a příslušenství na světě. V nabídce měli systémy s příkonem 15 kW až 42 000 kW a nabízeli, jak samotné kelímkové pece, tak i systémy řízení a slévání.

3.1.1. Studený kelímek

Tavení vysoce reaktivních kovů, jako je titan, tantal, niobium nebo molybden, vedlo ke kontaminaci vsázky materiály, se kterými je kov v průběhu tavení v kontaktu. Proto se při zpracování těžko tavitelných kovů používá studený kelímek. Vsázka je v kontaktu s vodou chlazenými stěnami kelímku, což má za následek vytvoření tenké krusty na povrchu nazývané „skull“. Tato vrstva zabraňuje kontaminaci vsázky jinými materiály.

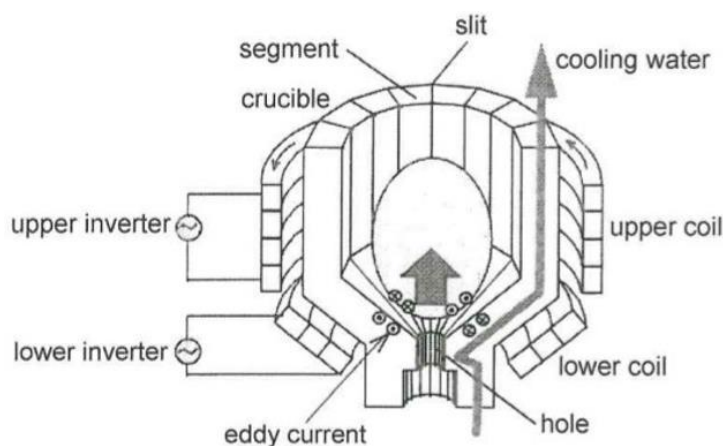


Obrázek 4: Studený kelímek [5]

Tento princip výroby kovů byl patentován firmou Siemens v roce 1931.

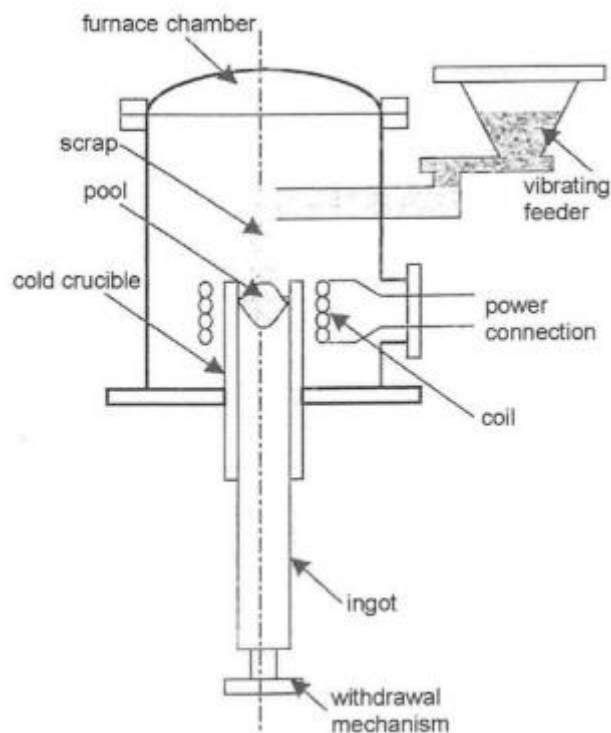
Od osmdesátých let dvacátého století bylo uskutečněno několik výzkumů v oblasti studených kelímků vědci v Moskvě, Rusku, v Grenoble, Francii a několika místech v Japonsku. Výsledky těchto výzkumů byly prezentovány v několika publikacích v průběhu devadesátých let a vedly ke zvýšení užívání studených kelímků v praxi. Následně také k rozšíření vyráběných materiálů o velmi čisté litiny a slitiny na bázi niklu.

Jednou z dalších používaných technologií ve studeném kelímku byla levitace. Tento systém se skládal ze dvou cívek. Vysokofrekvenční tavící cívky a nízkofrekvenční cívky zajišťující levitaci vsázky. Výhodou této metody tavby je snížení tepelných ztrát vedením přes dno kelímku. Pro správnou funkci musela být zajištěna stabilizace vsázky v kelímku vhodným designem.



Obrázek 5: Studený kelímek pro levitaci vsázky [20]

V případě průmyslového využití studených kelímků je potřeba zvýšit produkci a zjednodušit výrobní proces. Na základě této myšlenky, v kombinaci se studeným kelímkem, přišla firma CEZUS, Francie, které navrhla systém průběžné výroby polykrystalického křemíku pro solární panely.



Obrázek 6: Průběžná tavba ve studeném kelímku [20]

Ve studeném kelímku mohou být taveniny i nekovové materiály. Porovnání vlastností studeného kelímku při tavení kovových a nekovových materiálů je uvedeno v následující tabulce:

Tabulka 1: Porovnání parametrů tavby kovů a nekovů [20]

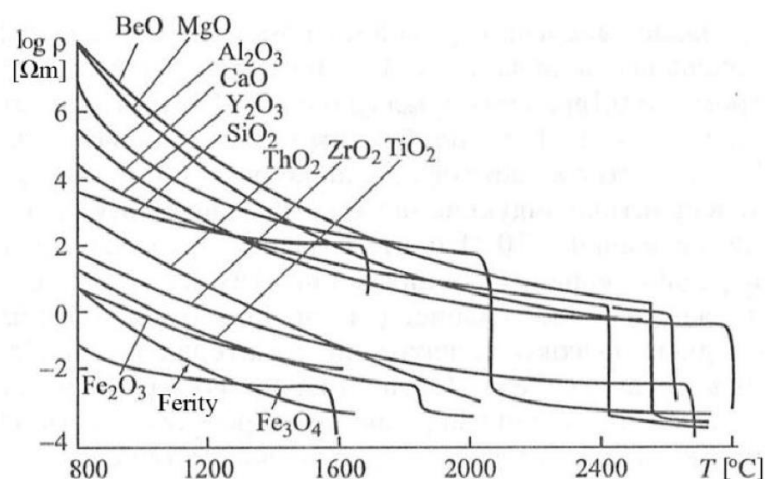
Parameter	Unit	Metals	Non-metals
Melting temperature	° C	Up to 3400	Up to 3880
Electric conductivity in molten state	1/Ωm	(1 – 5) x 10 ⁶	(0,4 – 5) x 10 ³
Frequency	kHz	0,05 – 10,0	440 – 5280
Specific energy consumption	kWh/kg	0,6 – 10,0	1.5 – 10
Heat flux to the crucible wall	kW/m ²	900 – 5000	100 – 1000
Thickness of skull	mm	Very small	2 –20
Electric efficiency of the inductor	%	5 – 7	85 – 90
Atmosphere		Protective gas	Air or protective gas
Starting material or heat source		Not required	Required
Magnetohydrodynamic effects		Strong	Low

Z tabulky je vidět, že tavba kovů je jednodušší záležitostí, zejména kvůli požadovaným frekvencím. Hloubka vniku uvedená v kapitole dvě, je díky vysoké vodivosti kovů malá, proto nepotřebujeme velikou frekvenci pro omezení průzažnosti vsázky. Jiná situace je však u oxidu kovů, u kterých musíme zajistit nejen startovací fázi na začátku procesu tavby, ale také velmi vysokou frekvenci. Vodivost oxidů kovů, například Al₂O₃ je v řádu desítek S m⁻¹. To klade vysoké nároky na napájecí zdroje, které musí být schopny dodávat vysoký výkon na vysokých frekvencích.

V případě nekovových materiálů je také veliký rozdíl v tloušťce krusty. Tento rozdíl má vliv na velikost tepelných ztrát do segmentů, jelikož tato vrstva slouží jako tepelný izolant, společně se vzduchovou mezerou.

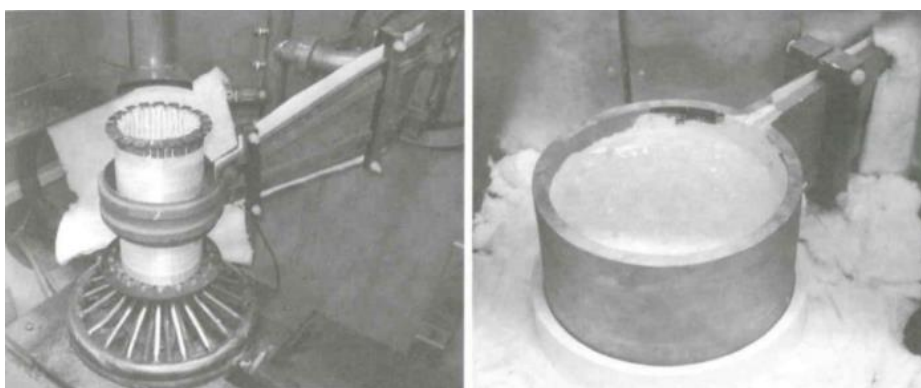
3.1.2. Tavení nevodivých materiálů

Technologie studených kelímků umožňuje tavbu nevodivých materiálů, jako jsou keramiky a skla. Pomocí startovací fáze je nejprve materiál ohříván na teplotu, při které se zvýší jeho elektrická vodivost a je nadále schopen se ohřívát bez dalších podpůrných prostředků. Startovací fáze může být provedena vložením vodivého materiálu z grafitu, nebo karbidu křemíku. Další možností je přimíchání malého množství kovu přímo do vsázky, nebo nastartování tavného procesu pomocí plynového hořáku.



Obrázek 7: Závislost odporu materiálu na teplotě

Studený kelímek lze rozlišit také podle konstrukce na segmentový kelímek nebo kelímek s integrovaným induktorem.



Obrázek 8: Segmentový kelímek (levá část obrázku), integrovaný induktor (pravá část) [20]

Po dostatečném ohřátí vsázky dojde k jejímu roztavení a vytvoření tenké vrstvy na povrchu, která izoluje vsázku od chladících segmentů. Energetická náročnost tohoto procesu je závislá na tloušťce krusty a vlastnostech taveného materiálu.

Pomocí zmíněných technologií a dalších patentů přišel v roce 1965 A.T. Chapman a G.W. Clark s novou technologií využívající řízené tuhnutí ve studeném kelímku. Podobná tavící zařízení následovala v Evropě, kde je představila francouzská firma J. Rebooux.

V Rusku výzkum probíhal na vědecké akademii v Moskvě a elektrotechnické univerzitě v Petrohradu, kde byl pomocí vysokofrekvenčního kelímkového zařízení

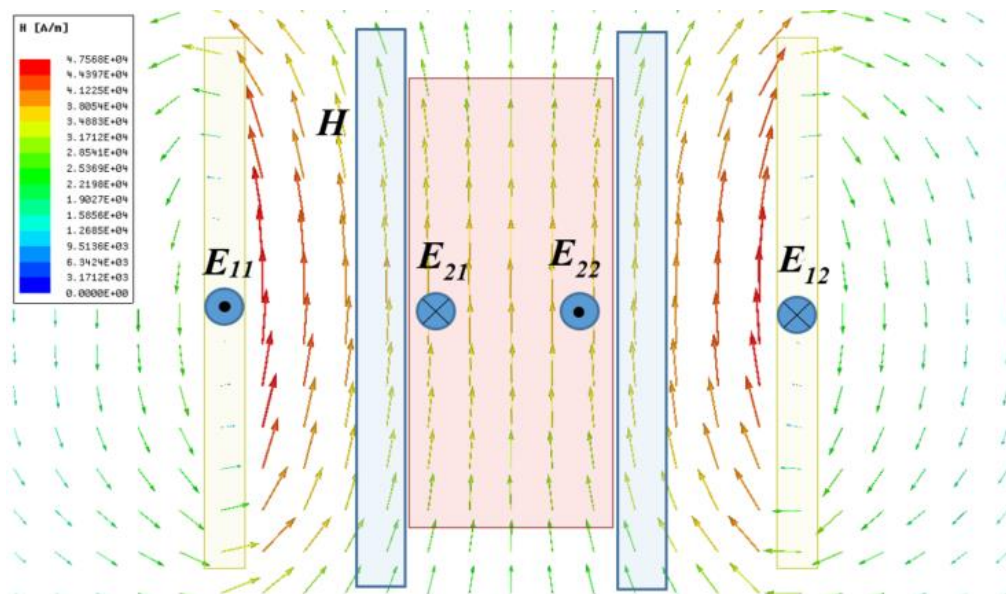
vytvořen první materiál pro využití v laserech. Na základě uskutečněného výzkumu byla také vytvořena technika produkce krystalů ZrO_2 . Tyto krystaly se nazývají Fianity a běžně se nevyskytují v přírodě. Mají velmi dobré tepelné a optické vlastnosti a jsou neobyčejně tvrdé.

V roce 1995 v Hannoveru byl postaven studený kelímek pro výrobu $ZrSiO_4$, který je základní látkou pro sanitární barviva. Kelímek měl kapacitu 950 kg a produkci 250 kg/h.

Studený kelímek lze také použít pro odbourávání radioaktivního materiálu. Na konci devadesátých let byly tyto kelímky používány ve Francii a dosahovali produkce 50 t/h. Roku 1999 francouzská společnost COGEMA postavila studený kelímek pro odbourávání radioaktivního materiálu v Koreji s rychlostí výroby 12 t/h. Největší zařízení pro odbourávání radioaktivního materiálu popsal A. Bonnetier. Mělo průměr 1,1 metru a mohlo být použito pro odbourávání 200 kg/h pevného materiálu nebo 80 l/h tekutiny. Bylo napájeno zdrojem o výkonu 600 kW a frekvenci 270 kHz.

3.2. Princip funkce studeného kelímku [25]

Vsázka studeného kelímku je ohřívána na základě elektromagnetické indukce. Do kruhového induktoru okolo studeného kelímku je implementován proud vnějším zdrojem. Tento vložený proud vybudí elektromagnetické pole v okolí cívky.



Obrázek 9: Princip přenosu energie do vsázky

Na základě intenzity elektrického pole, naindukované podle Faradayova zákona, začne vsázkou protékat proud. Velikost proudu je úměrná velikosti intenzity ve vsázce

a její vodivosti.

$$\oint_c \mathbf{E} dl = \frac{d}{dt} \oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.1)$$

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (3.2)$$

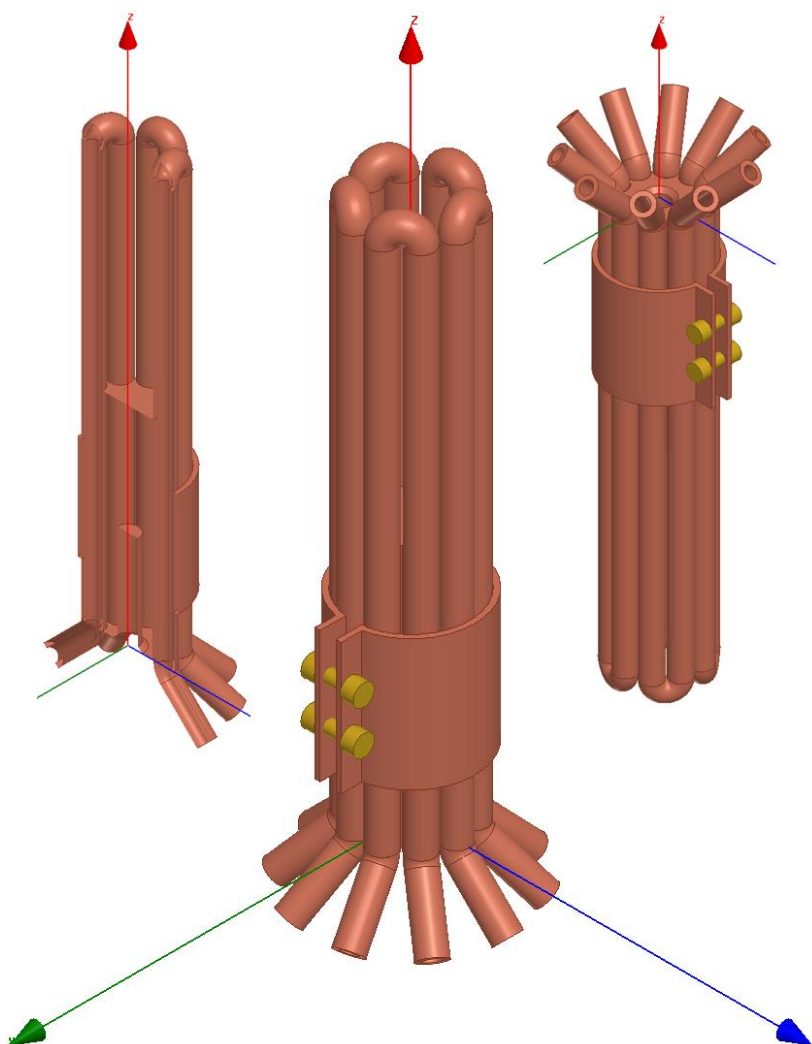
Proud ve vsázce má opačný směr k proudu v cívce, elektromagnetické pole tohoto naindukovaného proudu jde proti poli, které ho vyvolalo. Proudová hustota ve vsázce na základě Jouleových ztrát zahřívá vsázku.

4. Optimalizace segmentů

4.1. Segmentový studený kelímek [5, 10, 12, 13, 15]

Segmentový studený kelímek, na rozdíl od studeného kelímku s integrovaným induktorem, má chladicí segmenty jako samostatnou část zařízení. Chladicí segmenty jsou také v přímém kontaktu se dnem zařízení. Pro malé poloměry kelímků je voleno chlazení pouze dotykem dna s chladicími segmenty, které z něj díky přestupu tepla vedením odvádějí teplo.

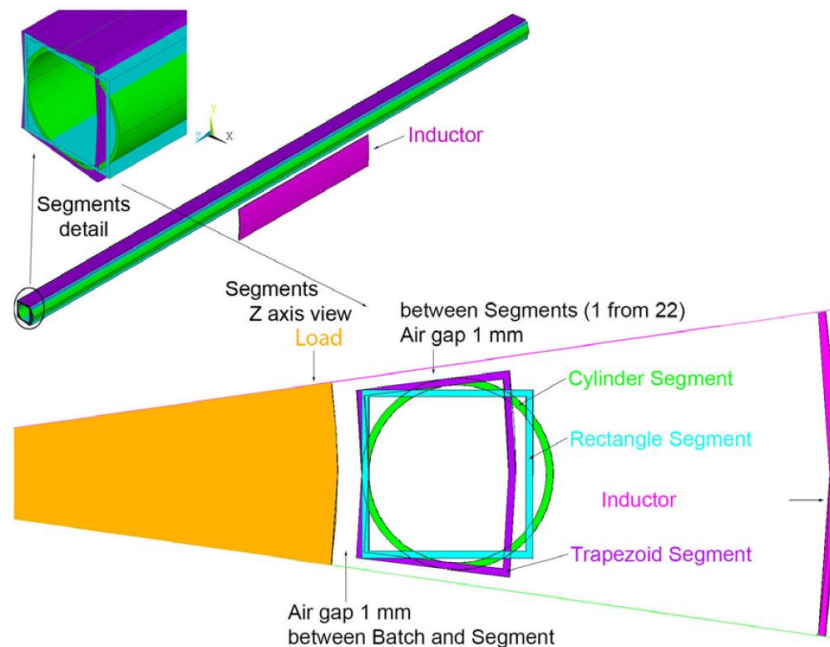
Chladicí segment je umístěn mezi cívkou a vsázkou, jeden segment se skládá ze dvou elementů spojených nátrubkem. Vzhledem k nízké teplotě elementů zajištěné chlazením se na povrchu vsázky vytvoří tenká krusta, díky které je vsázka držena v dutině kelímku a zajišťuje izolační vlastnosti pro získávání velmi čistých kovů.



Obrázek 10: Segmentový studený kelímek [26]

Elementy studeného kelímku se mohou lišit rozměry a tvarem. Ve většině případů je používán element kruhového průřezu, který je levný a dostupný. Můžeme se

však setkat i s čtvercovým, nebo trapezoidním průřezem. Jak bylo naznačeno výše, element je intenzivně protékán vodou o daném tlaku. Proto je nutné zajistit dostatečnou pevnost materiálu. Z tohoto důvodu je volena tloušťka stěny minimálně 1,5 mm. Tento rozměr se může pro různé kelímky lišit.



Obrázek 11: Porovnání tvarů chladících segmentů [15]

Elektromagnetické pole šířící se z induktoru je tedy utlumeno v těchto elementech. Při tavení oxidů kovů musí být použita vysoká frekvence, aby byla omezena hloubka vniku ve vsázce a vsázka se nechovala jako elektromagneticky průzařná. Vzhledem k požadavkům na dobrou tepelnou vodivost elementů je pro jejich výrobu využívána měď. Hloubka vniku pro měď při používaných frekvencích jednotek MHz je v řádu mikrometrů. Stěna chladícího elementu s tloušťkou 1,5 mm se tedy chová jako stěna velké tloušťky a elektromagnetické pole je v ní zcela utlumeno.

4.2. Matematický model [13, 16, 23]

Optimalizace chladící elementů je provedena pomocí numerického modelu v programu ANSYS Maxwell. Tento program využívá metodu konečných prvků pro stanovení řešení. Metoda konečných prvků rozděluje model na elementární části podle vnitřního algoritmu nebo pravidel stanovených uživatelem. Jako základní prvek je zvolen čtyřstěn, který je velikostí uzpůsoben pro dosažení výsledků s nastavenou energetickou chybou. Po definování čtyřstěnů jsou jednotlivé elementy umístěny do řídké maticové rovnice. Tato maticová rovnice je řešena pomocí následujících metod.

- Řídká Gausova eliminace (použitá v přímém řešiči).
- Neúplná metoda Choleského sdružených gradientů (iterační řešič).

Pro definování elektromagnetického pole je v rámci maticové rovnice řešen vektorový potenciál vycházející z definice:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (4.1)$$

Odvození rovnice magnetického potenciálu vychází z prvních dvou Maxwellových rovnic v diferenciálním tvaru.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4.2)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.3)$$

Přepisem rovnic 4.1 a 4.3 dostaneme rovnici pro celkovou intenzitu elektrického pole ve tvaru:

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{E}_v + \mathbf{E}_i \quad (4.4)$$

Vynásobením rovnice 4.4 vodivostí γ dostaneme:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_v - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_v + \mathbf{J}_i \quad (4.5)$$

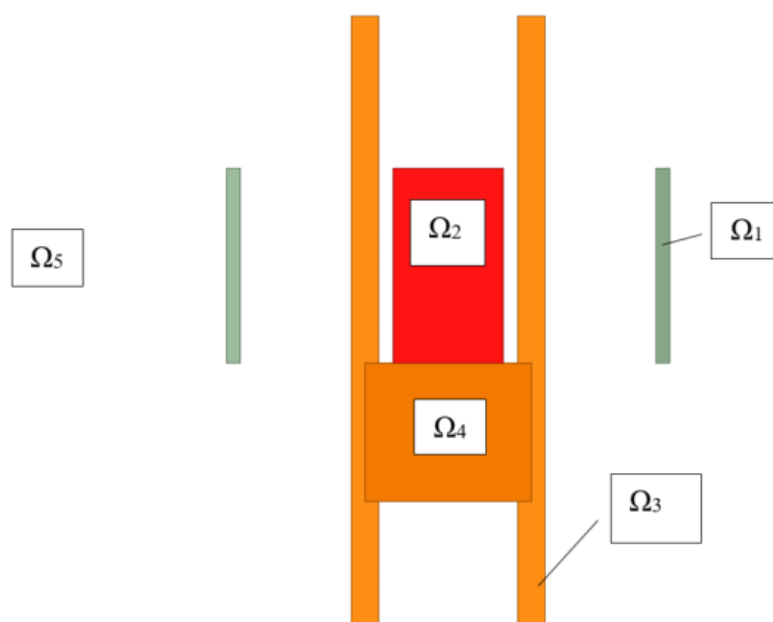
, kde \mathbf{J}_v značí proudovou hustotu danou vnějším zdrojem a \mathbf{J}_i je proudová hustota vířivých proudů. Pokud bychom uvažovali kvazistacionární pole, pak je možné v rovnici 4.2 zanedbat člen $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, který vyjadřuje Maxwellovy posuvné proudy. Dosazením rovnic 4.1 a 4.4 do 4.2 dostaneme:

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} = \gamma \mathbf{E}_v - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (4.6)$$

Pro zjednodušení lze předpokládat lineární prostředí a tedy $\mu = \text{konst.}$, rovnici lze dále upravit do tvaru:

$$\Delta \mathbf{A} = \mu \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mu \mathbf{J}_v \quad (4.7)$$

Rovnice 4.7 je řešena v jednotlivých prostředích následujícím způsobem:



Obrázek 12: Značení prostředí

Tabulka 2: Značení prostředí a řešená rovnice

Index	Prostředí	Řešená rovnice
1	Induktor	$\Delta A = \mu\gamma \frac{\partial A}{\partial t} - \mu J_V$
2	Vsázka	$\Delta A = \mu\gamma \frac{\partial A}{\partial t}$
3	Chladicí segmenty	$\Delta A = \mu\gamma \frac{\partial A}{\partial t}$
4	Dno kelímku	$\Delta A = \mu\gamma \frac{\partial A}{\partial t}$
5	Okolí	$\Delta A = 0$

4.3. Okrajové podmínky [13, 16, 23]

Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru jsou platné pouze v regulérních bodech prostoru. Z tohoto důvodu je nutné definovat vlastnosti elektromagnetického pole na rozhraní dvou prostředí s různými materiálovými vlastnostmi a na okraji modelu.

Pro vnitřní hranice jsou okrajové podmínky automaticky splněny díky podmínce

spojitosti magnetického vektorového potenciálu.

$$\mathbf{A}(\Gamma_{\Omega x}, t) = \mathbf{A}(\Gamma_{\Omega y}, t) \quad (4.8)$$

Dirichletova okrajová podmínka

Okrajová podmínka je nastavována na vnější rozhraní modelu. Tento druh podmínky určuje velikost vektorového potenciálu. Pro vnější okraj modelu je ve většině případů nastavená jako nulová. Určuje tedy poslední nulovou ekvipotenciálu.

$$\mathbf{A}(\Gamma_{\Omega}, t) = \mathbf{A}_{\Gamma_{\Omega}}(\Gamma_{\Omega}, t) \quad (4.9)$$

Neumannova okrajová podmínka

Tento druh podmínky je aplikován na vnější rozhraní a určuje změnu vektorového potenciálu ve směru normály.

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{n}}(\Gamma_{\Omega}, t) = f_{01}(\Gamma_{\Omega}, t) \quad (4.10)$$

Neumannova okrajová podmínka určuje, jak na dané hranici vypadají siločáry magnetického pole. Pokud je podmínka nulová, tak je siločára kolmá k hranici.

Podmínka symetrie

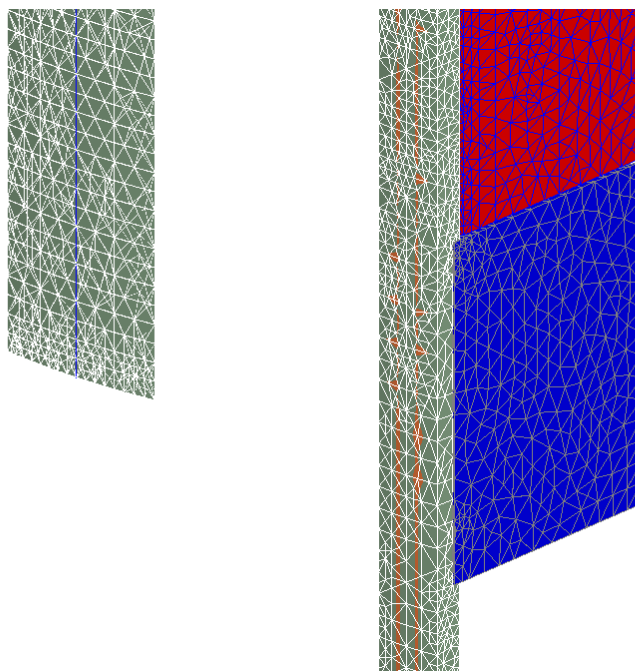
Tato podmínka je vhodná pro symetrické části modelu a určuje, že magnetický tok je tangenciální nebo normálový k ploše, na které je podmínka určena.

Program ANSYS Maxwell také pracuje s dalšími okrajovými podmínkami pro vložení externího magnetického pole nebo s izolační podmínkou nastavující nulou vodivost mezi dvě prostředí.

Okrajová podmínka na vnějším okraji prostředí byla nastavena na nulový vektorový potenciál. Symetrická plocha modelu byla nastavena na podmínku symetrie, přesněji podmínku tangenciálního směru magnetického toku.

4.4. Mesh [23, 24]

Program ANSYS Maxwell využívá metodu konečných prvků pro řešení Maxwellových rovnic. Pro získání algebraických rovnic je geometrie řešené úlohy rozčleněna do základních bloků, čtyřstěnů v případě trojrozměrné úlohy, nebo na trojúhelníkové bloky pro dvourozměrný model. Tímto procesem vznikne soustava uzlů a elementů.



Obrázek 13: Ukázka meshe

Program ANSYS Maxwell pro optimalizaci v rámci vlastního algoritmu využívá proces „Adaptivního síťování“. Tento proces porovnává rozdíly v počítané veličině v každém uzlu sítě. Podle velikosti změny mezi sousedními uzly určí, ve kterém směru musí dojít ke zhuštění, tak aby snížil energetickou chybu systému. Rozsah zhuštění je definován uživatelem v nastavení řešiče.

Další možností pro zadání zásad síťování je uživatelem definovaný počet a velikost elementů v prostředí. Z teorie elektromagnetického pole vyplývá, že vlnění je utlumené v hloubce jedné vlnové délky. V tomto prostoru pod povrchem objektu je tedy vhodné určit velikost elementů, což zajistí jemnější síť tam, kde dochází k největším změnám pole. Tento postup pouze pomáhá procesu „Adaptivního síťování“ a zmenšuje počet kroků zjemnění sítě před dosažením řešení s požadovanou chybou.

Jednou z možností, jak tyto parametry nastavit, je pomocí hloubky vniku (rovnice 2.29). Pomocí vstupních dat, tedy vodivosti, permeability přiřazeného materiálu

prostředí a frekvence napájecího proudu spočítá hloubku vniku a nastaví uživatelem zvolený počet elementů v této vzdálenosti pod povrchem. Určující parametr pro nastavení sítě byl směr šíření elektromagnetické energie do jednotlivých konstrukčních částí.

V modelu studeného kelímku byly tímto způsobem nastaveny následující části:

- Vsázka

V modelu studeného kelímku je vsázka reprezentována válcem. Elektromagnetické pole vstupuje přes plášť. Tato plocha je tedy vhodná pro uživatelské definování velikosti segmentů pomocí hloubky vniku.

- Segmenty

Na segmenty byly přiřazeny podmínky síťování na plášť, podstavy byly ponechány pro automatické síťování.

- Induktor

V případě induktoru je potřeba nastavit podmínky na vnitřní i vnější plochu pro správné spočtení ztrát v tomto prostředí.

- Dno

V této oblasti byla nastavena podmínka síťování pomocí hloubky vniku na plochu v mezeře mezi segmenty.

- Vnitřní nastavení

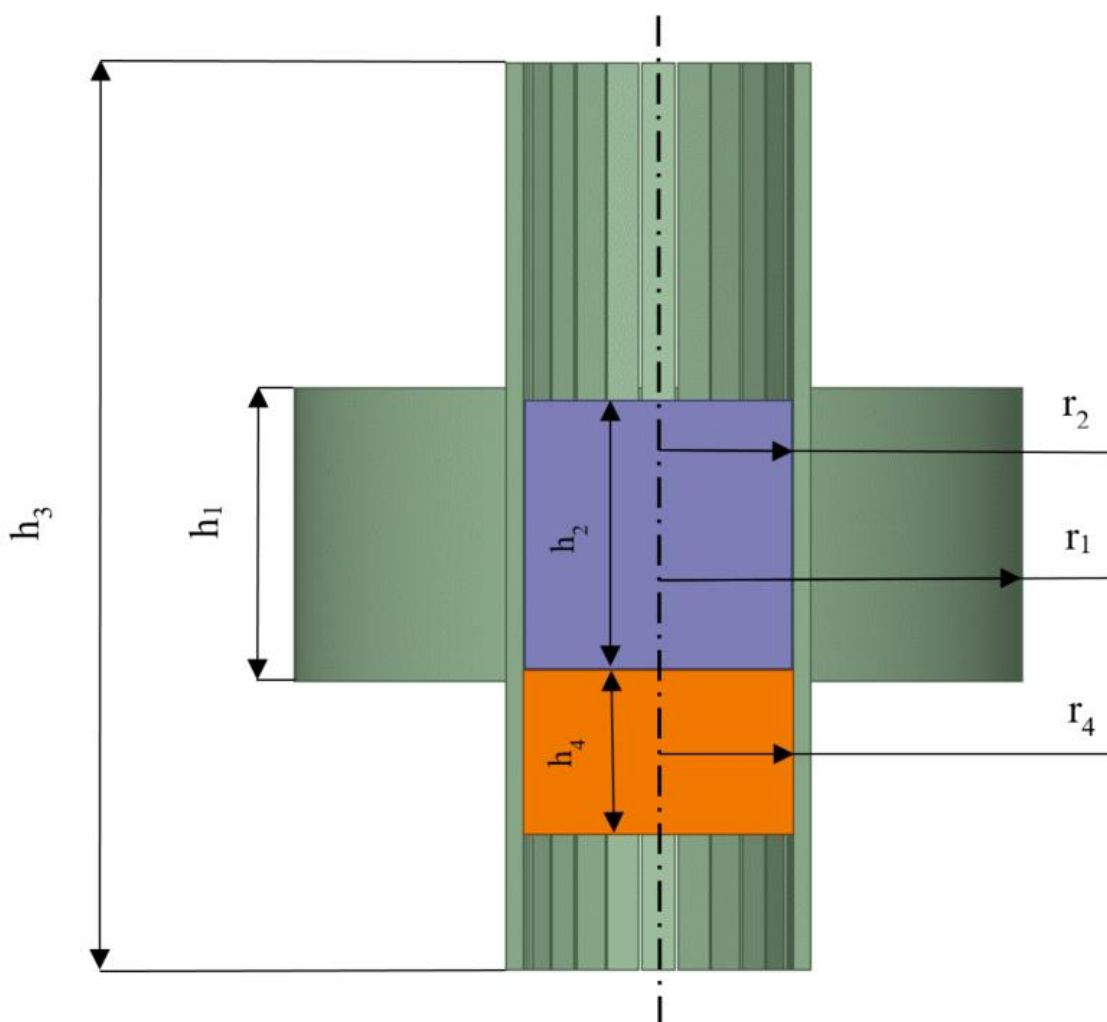
Pro zrovnoměnění sítě byla také nastavena maximální velikost hrany elementů ve dně, induktoru, segmentu a vsázce.

4.5. Výpočet velikosti modelu [3, 14]

Metodika výpočtu rozměrů studeného kelímku byla zvolena podle parametrů zdroje z dokumentace k instalovanému studenému kelímku ve Vědeckotechnickém parku v Plzni na Borských polích. Veličiny značené indexem jedna náleží induktoru, označení dva je pro vsázku a segmenty jsou značeny indexem tři. Dno kelímku má index čtyři.

Tabulka 3: Značení prostředí

Index	Prostředí
1	Induktor
2	Vsázka
3	Chladicí segmenty
4	Dno kelímku



Obrázek 14: Rozměry kelímku

Pro optimalizaci je uvažován elektrický zdroj a oxid hlinitý s následujícími parametry:

Tabulka 4: Vstupní parametry

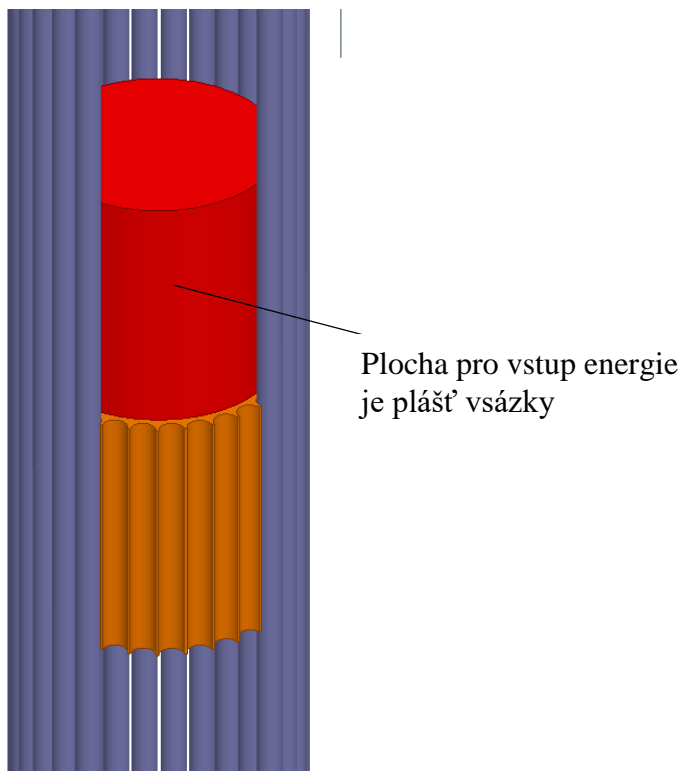
Vstupní napětí	$U_z = 3 \times 400 - 480 \text{ V}$
Vstupní frekvence	50/60 Hz
Nominální výkon zdroje	$S_z = 200 \text{ kVA}$
Frekvenční rozsah indukčního tavení	1,5 -2 MHz
Výstupní napětí zdroje	$U_{z2} = 0,5 - 10 \text{ kV}$
Potřebný tepelný tok pro roztavení Al_2O_3	$q_2 = 100-1000 \text{ kW m}^{-2}$
Vodivost Al_2O_3	$\gamma_2 = 66,6667 \text{ S m}^{-1}$

Zadaný tepelný tok pro roztavení Al_2O_3 určuje minimální množství energie, která musí být zdrojem přenesena do vsázky, aby došlo k roztavení. Z tohoto minimálního toku lze tedy vypočítat maximální rozměry kelímku. Pro výpočet není uvažován plný výkon zdroje, aby byl dostatečný prostor pro regulaci rychlosti tavení. Je také potřeba uvažovat jistou účinnost zařízení, abychom odhadli, kolik z energie zdroje je přeneseno v zařízení do vsázky. Uvedené parametry Al_2O_3 jsou pro teplotu materiálu 2300 °C. Při této teplotě je předpokládána účinnost zařízení 80–90 %. Z rozmezí tepelného toku byla zvolena hodnota 500 [kW m^{-2}]. Zdroj pracuje na principu dodávání energie do rezonančního obvodu (zpřesněno v kapitole 4.6). Z tohoto důvodu lze uvažovat maximální dodávaný sdružený výkon jako činný ($\cos \varphi = 1$).

$$S_z = P_z \quad (4.11)$$

$$S_2 = \frac{P_z \eta z}{q_2} = \frac{200 \cdot 0,85 \cdot 0,25}{500} = 8,16 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad (4.12)$$

, kde P_z značí uvedený výkon zdroje, η je účinnost přenosu energie zdroje do vsázky a z je poměrná hodnota určující zatížení zdroje. Vypočtená hodnota je velikost plochy vsázky, kterou vstupuje energie. V případě válcové vsázky jde o obal válce bez podstav. V Obrázku 15 by se jednalo o plochu rovnoběžnou s chladícími elementy v červeně označené vsázce.



Obrázek 15: Ohřívaná plocha

Pokud je známá velikost pláště válce, lze snadno dopočítat jeho poloměr. Pro optimální tavení je vhodné volit poměr výšky a šířky vsázky roven jedné.

$$\frac{h_2}{d_2} = 1 \quad (4.13)$$

$$d_2 = 2r_2 \quad (4.14)$$

$$S_2 = 2 \pi r_2 h_2 \quad (4.15)$$

Dosazením 4.13 a 4.14 do 4.15:

$$S_2 = 4 \pi r_2^2 \quad (4.16)$$

Následuje úprava vzorce 4.16 do tvaru:

$$r_2 = \sqrt{\frac{S_2}{4 \pi}} = \sqrt{\frac{8,16 \cdot 10^{-2}}{4 \pi}} = 8,06 \text{ cm} \quad (4.17)$$

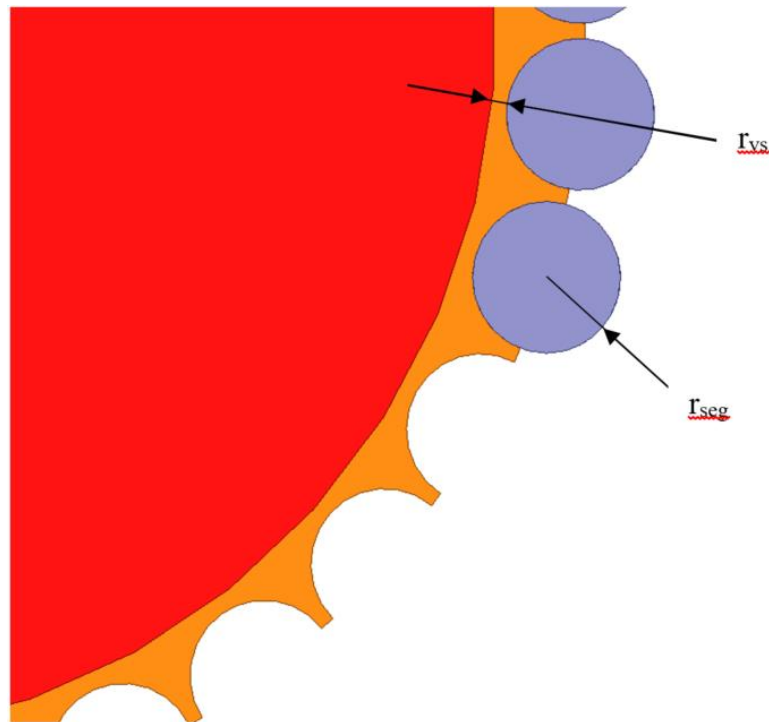
$$h_2 = d_2 = 2r_2 = 2 * 8,06 = 16,12 \text{ cm} \quad (4.18)$$

Dalším počítaným parametrem je tedy poloměr dna a umístění elementů chladících segmentů. Tento výpočet se bude pro jednotlivé druhy elementů lišit.

4.5.1. Kruhový průřez chladícího elementu

Mezera mezi elementy a vsázkou byla u všech druhů zvolena 1mm. Poloměr

dna však musí být navýšen o zapuštění elementů, které se liší pro jednotlivé kelímky. Z konstrukčních důvodů však nesmí překročit polovinu průměru. Vyříznutí dna je naznačeno v obrázku 16.



Obrázek 16: Výtřez dna

Poloměr dna je definován jako:

$$r_4 = r_2 + r_{vs} + r_{seg} = 8,06 + 0,1 + \frac{1}{2} = 8,66 \text{ cm} \quad (4.19)$$

, kde r_4 značí poloměr dna kelímku, r_2 je poloměr vsázky, r_{vs} je mezera mezi vsázkou a elementy a r_{seg} je poloměr elementu.

Dno kelímku slouží jako podstava pro vsázku, zároveň ale plní úlohu strukturální opory pro elementy, které jsou vloženy do vyfrézovaných otvorů a staženy jistícím pásem (viz obrázek 10, kapitola 4.1.). Pro malé kelímky není dno aktivně protékané chladivem. Chlazení je zde zajištěno pasivním přenesení tepla vedením do chladících elementů. Z těchto důvodů je nutná dostatečná výška. U malých pasivně chlazených kelímků se výška dna pohybuje okolo deseti centimetrů.

Z poloměru vsázky lze již spočítat výsledný počet chladících elementů a jejich pozici. Jak bylo naznačeno výše, pozice se bude lišit podle velikosti zapuštění. Výpočet je uvažován pro element s průměrem jednoho centimetru. Model studeného kelímku je rotačně symetrický okolo osy z. Radiální vzdálenost středu elementu od rotační osy je

shodná s poloměrem dna.

$$r_3 = r_4 = 8,66 \text{ cm} \quad (4.20)$$

Pokud známe poloměr kružnice, na které jsou umístěny chladící elementy, lze snadno dopočítat jejich množství z obvodu této kružnice.

$$O_{seg} = 2 \pi r_4 = 2 \pi 8,66 = 54,41 \text{ cm} \quad (4.21)$$

, kde O_{seg} je obvod kružnice, na které jsou umístěny elementy a r_4 je její poloměr.

$$P_{chl} = \frac{O_{seg}}{2 r_{seg} + l_{mez}} = \frac{54,41}{2 * 0,5 + 0,1} = 49,46 \sim 50 \quad (4.22)$$

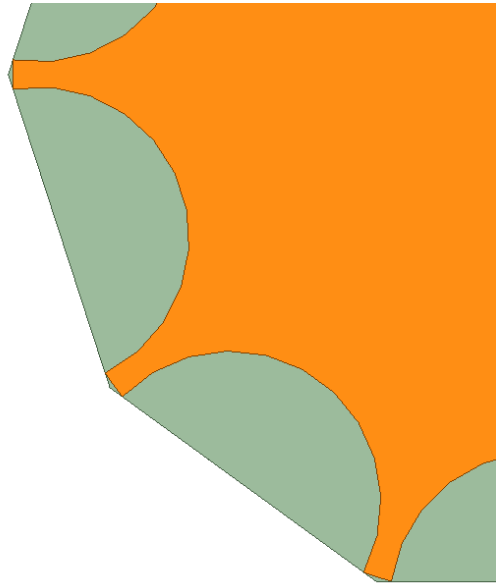
, kde P_{chl} je počet chladících elementů a l_{mez} je mezera mezi nimi stanovená na jeden milimetr. Počet chladících elementů byl zaokrouhlen na padesát, neboť jeden chladící segment se skládá ze dvou elementů spojených nátrubkem (viz kapitola 4.1.).

Tento počet chladících elementů je pro poloměr pět milimetrů. Pro optimalizaci jsou uvažovány změny rozměru následujícím způsobem:

Tabulka 5: Parametry optimalizace kruhového segmentu

r_{seg} [cm]	r_4 [cm]	P_{chl} [-]
0,5	8,66	49,46 ~ 50
0,6	8,76	42,33 ~ 42
0,7	8,86	37,11 ~ 38
0,8	8,96	33,12 ~ 34
0,9	9,06	29,96 ~ 30
1	9,16	27,4 ~ 28

Výpočet je však zatížen chybou. Na průměru elementu není počítáno s poloměrem zakřivení kružnice, na které leží, proto skutečná výsledná mezera mezi elementy není jeden milimetr. Rozměr mezery se bude měnit také s počtem, jelikož pro malé kelímky bude centimetr průměru představovat větší část obvodu kružnice.



Obrázek 17: Chyba výpočtu mezery

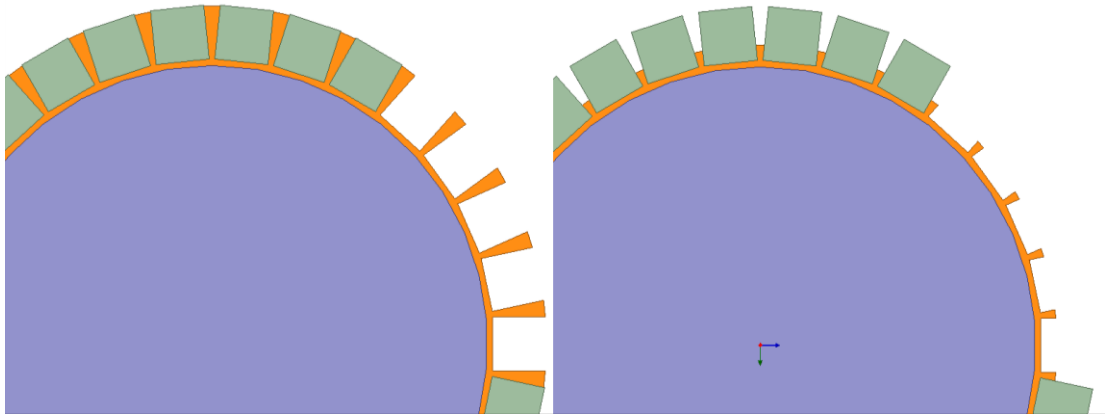
V obrázku vidíme, že počítaný obvod (obvod více stěny, kde počet stěn odpovídá počtu elementů), je jiný od obvodu kružnice, na které leží elementy. Chyba výpočtu je stanovena jako:

$$\delta = \frac{l_v - l_k}{l_v} 100 = \frac{l_v - 2 * \pi * r_3}{l_v} 100 = \frac{50 * 1,1 - 2 * \pi * 8,66}{50 * 1,1} 100 = 1,07\% \quad (4.23)$$

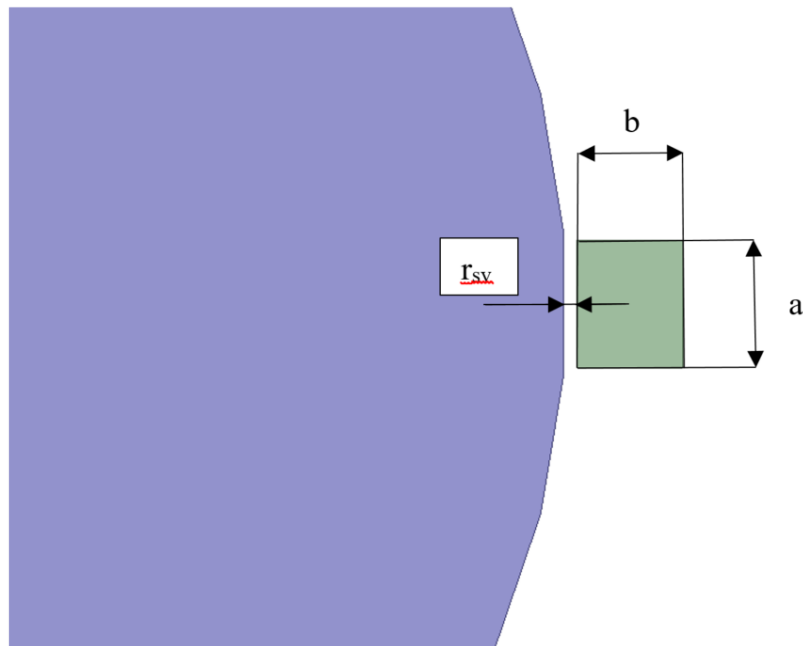
, kde δ značí chybu výpočtu, l_v je obvod více stěny a l_k označuje obvod kružnice, na které jsou umístěny elementy. Chyba ve skutečnosti není tvořena pouze rozdílem obvodů, ale také zaokrouhlením segmentů na celé sudé číslo ve vztahu 4.22.

4.5.2. Čtvercový průřez chladícího elementu

Stejně jako u kruhového elementu, i zde byla zvolena mezera mezi vsázkou a elementem jeden milimetr. Pro kruhový průřez bylo uvažováno zapuštění maximálně padesát procent. U čtvercového průřezu tato limitace neplatí. Z pohledu odvodu tepla z dna kelímku je výhodné úplné zapuštění do dna, tím se zvětší teplosměnná plocha a zlepší se tak odvod tepla. Pro výpočetní účely této práce bude uvažováno zapuštění 30 %.



Obrázek 18: Porovnání zapuštění elementů



Obrázek 19: Značení čtvercového elementu

$$r_3 = r_2 + r_{vs} = 8,06 + 0,1 = 8,16 \text{ cm} \quad (4.24)$$

, kde r_3 je poloměr kružnice na které leží element, r_2 značí poloměr vsázky a r_{sv} je mezera mezi vsázkou a elementy. Výpočet počtu elementů vychází z obvodu kružnice s poloměrem r_3 a obvodu více stěny tvořeného elementy a příslušnými mezerami.

$$O = 2 \pi r \quad (4.25)$$

$$P_{chl} = \frac{2 \pi r_3}{a + l_{mez}} = \frac{2 \pi 8,16}{1 + 0,1} = 46,61 \sim 46 \quad (4.26)$$

,kde P_{chl} značí počet elementů a l_{mez} je mezera mezi nimi. Jak bylo naznačeno výše, z konstrukčních důvodů je třeba jejich počet zaokrouhlit na celé sudé číslo.

Tento počet chladících elementů je pro rozměr a rovný jednomu centimetru. Pro

optimalizaci jsou uvažovány změny rozměru následujícím způsobem:

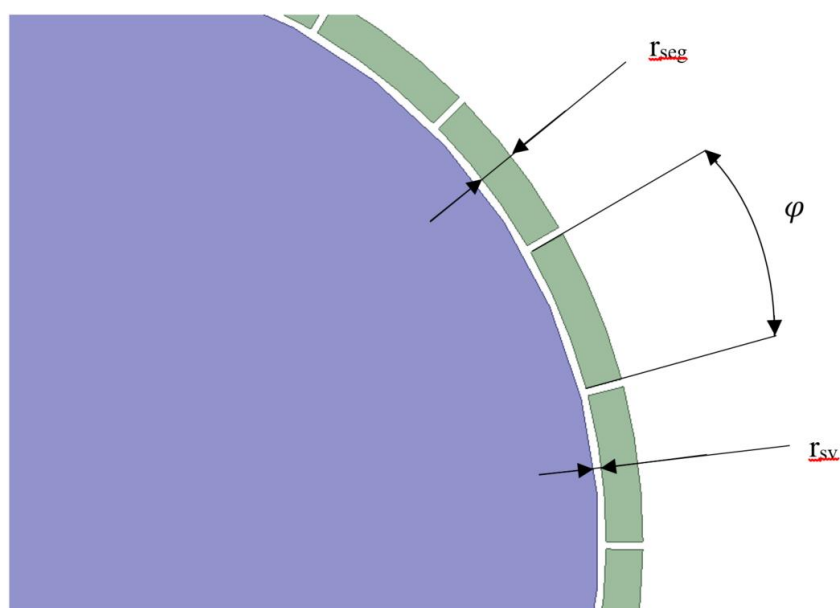
Tabulka 6: Parametry optimalizace čtvercového elementu

b [cm]	a [cm]	P_{chl} [-]
1	1,2	39,43~40
1	1,4	34,18~34
1	1,6	30,16~30
1	1,8	26,98~26
1	2	24,42~24

Rozměr „a“ byl měněn v poměru k „b“ po kroku dvaceti procent. Při optimalizaci nebyla uvažována změna rozměru „b“. Vzhledem ke směru šíření elektromagnetické energie není změna rozměru v radiálním směru zajímavá. Počet chladících elementů pro rozměry z Tabulka 6 byl určen analogicky k postupu uvedenému výše.

4.5.3. Trapezoidní chladící segment

Pro tento typ chlazení, stejně jako pro čtvercový průřez, není nutná limitace zapuštění elementu do dna. Výhodou trapezoidního průřezu oproti předchozím druhům je zajištění konstantní mezery mezi segmenty a vsázkou, což má za následek zrovnoměrnění teplotního pole v segmentech. Mezera mezi elementy a vsázkou je opět jeden milimetr, stejně jako mezera mezi elementy.



Obrázek 20: Rozměry trapezoidní element

Výpočet počtu trapezoidní elementů je stejný jako v případě čtvercového

průřezu.

$$r_3 = r_2 + r_{vs} = 8,06 + 0,1 = 8,16 \text{ cm} \quad (4.27)$$

, kde r_3 je poloměr kružnice na které leží elementy, r_2 značí poloměr vsázky a r_{sv} je mezera mezi vsázkou a elementem. U tohoto typu je počet závislý na úhlu φ , který element zabírá. Pro dobré srovnání byl zvolen úhel tak, aby počet vyšel stejně, jako v případě čtvercového průřezu. Výpočet vychází ze vztahu 4.26.

$$P_{chl} = \frac{2 \pi r_3}{a+l_{mez}} [-] \quad (4.28)$$

, kde místo rozměru a byl doplněn obvod vnitřní hrany trapezoidního elementu, ležícího na poloměru r_3 .

$$P_{chl} = \frac{2 \pi r_3}{\varphi r_3+l_{mez}} [-] \quad (4.29)$$

, kde φ [rad] je úhel který zabírá jeden element. Výsledný vztah pro určení tohoto úhlu je ve tvaru:

$$\varphi = \frac{2 \pi r_3 - l_{mez} P_{chl}}{P_{chl} r_3} = \frac{2 \pi 8,16 - 0,1 46}{46 8,16} = 12,46 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \quad (4.30)$$

$$\varphi = \varphi [\text{rad}] \frac{180}{\pi} = 0,1246 \frac{180}{\pi} = 7,12^\circ \quad (4.31)$$

Pro určení trendu ztrát v závislosti na úhlu φ byla provedena optimalizace po dvaceti procentech nárůstu původního úhlu.

Tabulka 7: Přehled parametrů trapezoidních elementů

φ [rad]	φ [°]	P_{chl} [-]
$14,95 \cdot 10^{-2}$	8,57	38,84 ~ 38
$17,44 \cdot 10^{-2}$	9,99	33,66 ~ 34
$19,94 \cdot 10^{-2}$	11,42	29,68 ~ 30
$22,43 \cdot 10^{-2}$	12,85	26,56 ~ 26
$24,92 \cdot 10^{-2}$	14,27	24,03 ~ 24

Induktor je zachován ve všech modelech konstantní. Poloměr induktoru byl zvolen podle dokumentace ke studenému kelímku.

$$r_1 = 22 \text{ cm} \quad (4.32)$$

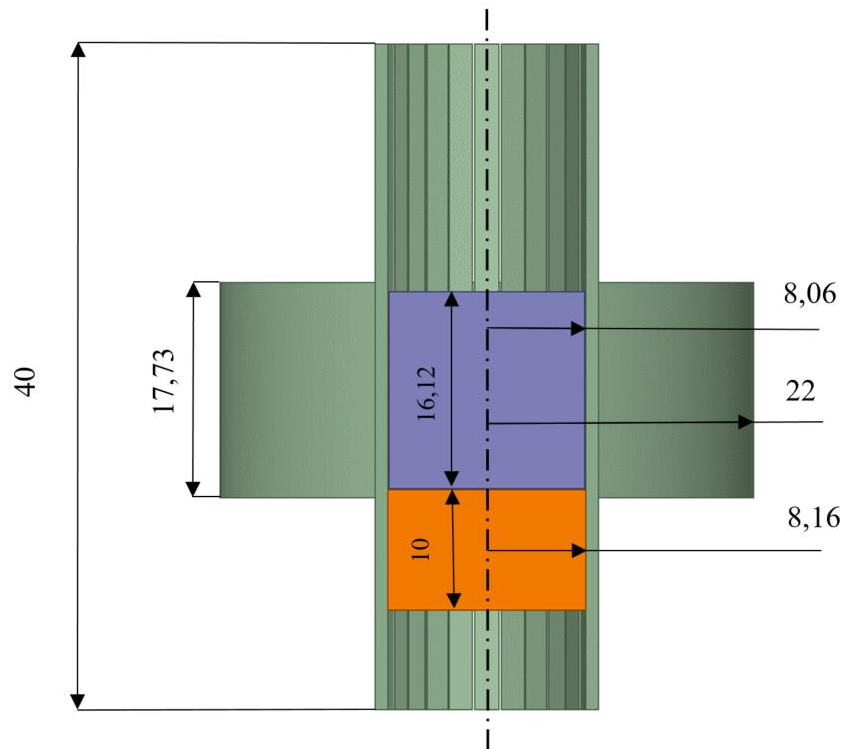
Tloušťka induktoru byla zvolena jako šestinásobek hloubky vniku.

$$x_1 = r_1 - 6 \sqrt{\frac{2}{2 \pi f \gamma \mu}} \quad (4.33)$$

, kde x_1 je tloušťka induktoru, r_1 je vnější poloměr induktoru, f značí frekvenci, γ je vodivost prostředí a μ označuje permeabilitu. Tato tloušťka induktoru zajistí správné spočtení Jouleových ztrát v induktoru.

Pro optimální funkci zařízení je vhodné zvolit výšku induktoru o deset procent větší, než je výška vsázky.

$$h_1 = 1,1 h_2 = 1,1 * 16,12 = 17,73 \text{ cm} \quad (4.34)$$



Obrázek 21: Výsledné rozměry [cm]

Struktura studeného kelímku byla umístěna do okolí ve tvaru koule. Poloměr koule byl zvolen dva metry. Při uvážení největších rozměrů kelímku v radiálním a axiálním směru jsou rozměry okolí:

$$\xi_a = \frac{r_o}{h_k} 100 = \frac{200}{40} 100 = 500 \% \quad (4.35)$$

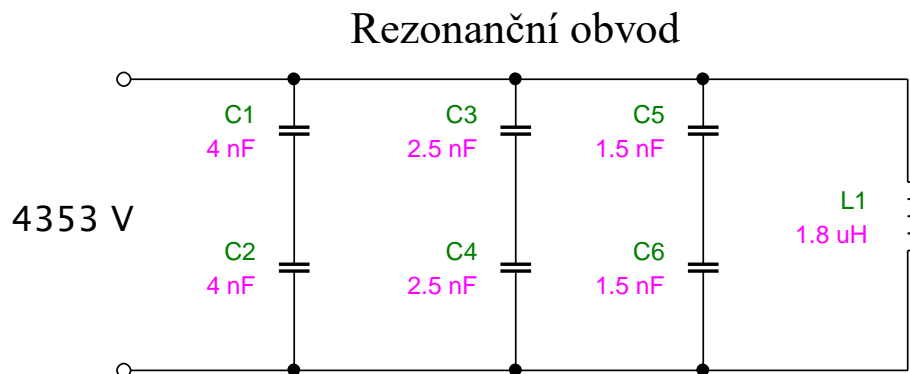
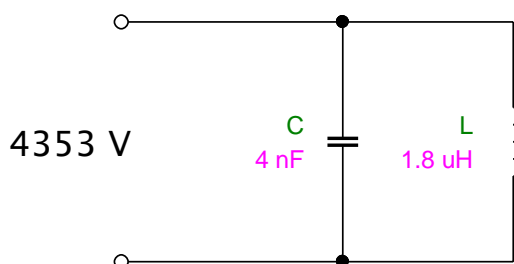
, kde ξ_a je poměr velikosti okolí k největšímu rozměru v axiálním směru, h_k je největší axiální rozměr kelímku a r_o je poloměr okolí.

Stejný výpočet lze provést pro radiální směr.

$$\xi_r = \frac{r_o}{r_k} 100 = \frac{200}{22} 100 = 909 \% \quad (4.36)$$

4.6. Elektrické parametry [3, 14]

Cívka studeného kelímku je zapojena na výstupu frekvenčního měniče v paralelní kombinaci s kondenzátory, které jsou navrženy tak, aby ve frekvenčním rozsahu zdroje docházelo k paralelní rezonanci. To umožňuje velké proudy cívkou, při malých napájecích proudech ze zdroje.

**Náhradní rezonanční obvod**

Obrázek 22: Schéma zapojení rezonančního obvodu induktoru

Pro určení proudu je nejprve nutné určit rezonanční frekvenci podle vztahu:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{4 \cdot 10^{-9} \cdot 1,8 \cdot 10^{-6}}} = 1,8756 \text{ MHz} \quad (4.37)$$

Pokud známe frekvenci, indukčnost a napětí, tak lze snadno dopočítat proud na cívce jako:

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{2\pi f_0 L} = \frac{4353}{2\pi \cdot 1,8756 \cdot 10^6 \cdot 1,8 \cdot 10^{-6}} = 205,2 \text{ A} \quad (4.38)$$

Rezonanční frekvence se dá měnit pomocí změny velikosti kapacit v paralelní kombinaci. Pro navrhovaný kelímek je vhodné použít nejvyšší frekvenci měniče, aby byl vylepšen parametr x_2 . Velikost indukčnosti cívky je dána, proto je potřeba spočítat velikost kapacity ze vztahu 4.37.

$$C = \frac{1}{2\pi f_0} \frac{2}{L} = \frac{1}{2\pi \cdot 1,8756 \cdot 10^6} \frac{2}{1,8 \cdot 10^{-6}} = 4,00025 \text{ nF} \quad (4.39)$$

$$I_l = \frac{U}{X_l} = \frac{U}{2\pi f_0 L} = \frac{4353}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1,8 \cdot 10^{-6}} = 192,44 \text{ A} \quad (4.40)$$

V modelu byl uvažovaný tří závitový induktor nahrazen jedno závitovým. Program také požaduje zadání maximální hodnoty proudu.

$$I_{lmax} = \sqrt{2} \cdot 3 I_l = \sqrt{2} \cdot 3 \cdot 192,44 \cong 1000 \text{ A} \quad (4.41)$$

Útlum elektromagnetického pole je vhodné posuzovat podle parametru x_2 .

$$a_2 = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \mu \gamma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 66,7}} = 4,36 \text{ cm} \quad (4.42)$$

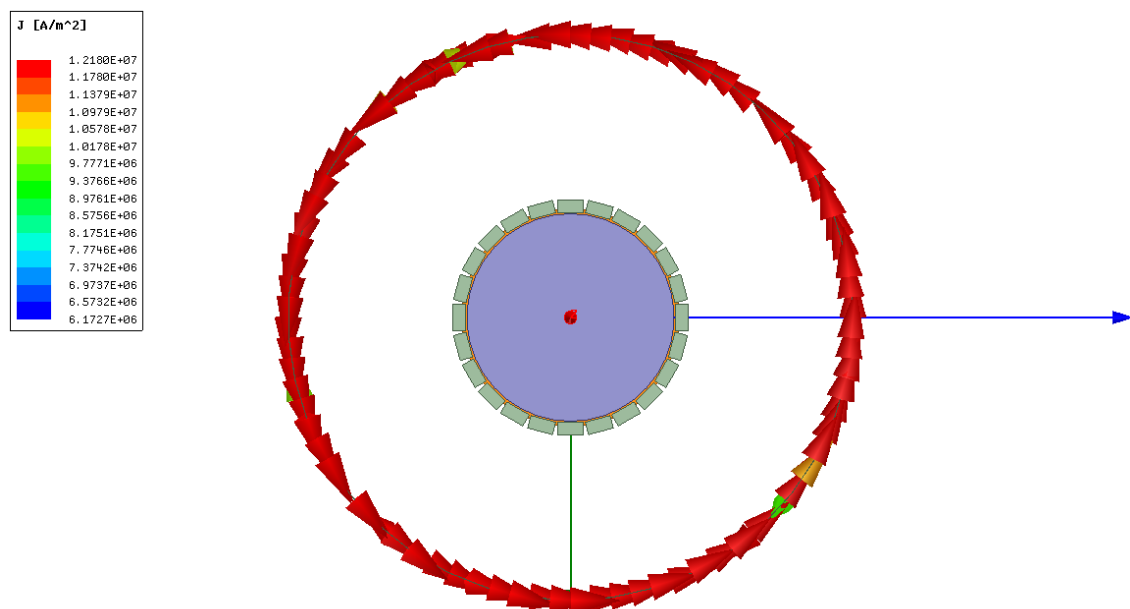
$$x_2 = \sqrt{2} \frac{r_2}{a_2} = \sqrt{2} \frac{8,06}{4,36} = 2,61 \quad (4.43)$$

Z hlediska tavení je optimální udržovat parametr x_2 v rozmezí 5-7. Používaný zdroj však není schopný dodat napájecí proud o dostatečné frekvenci pro kelímek navrhovaný v této práci. Pro větší kelímky je možné tento předpoklad dodržet, jak je vidět ze vztahu 4.43.

4.7. Výsledky optimalizace

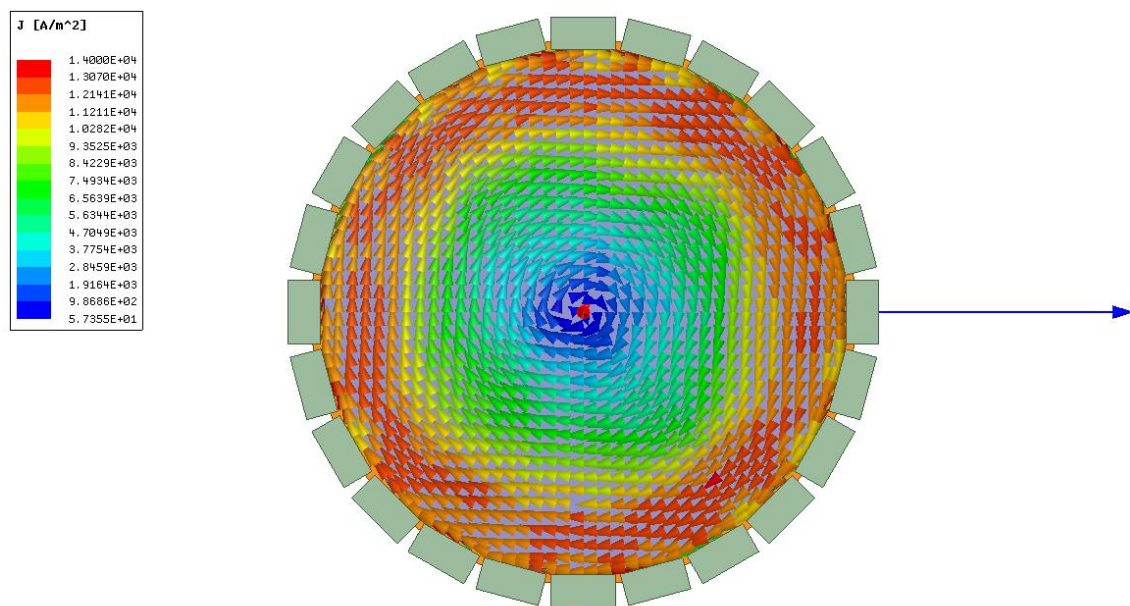
Podle výše uvedených rozměrů byly vytvořeny modely kelímků. Pro každý případ zvlášť proběhla numerická simulace.

Proud induktorem měl velikost a směr podle parametrů spočtených v kapitole 4.6..



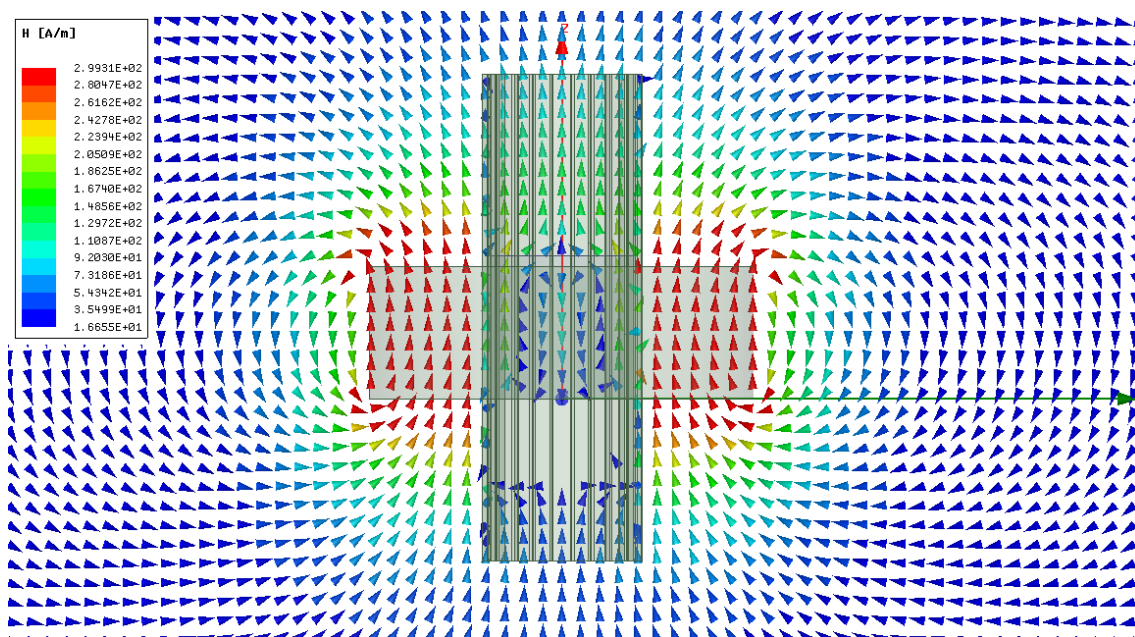
Obrázek 23: Proud induktorem

Jedním z nejjednodušších způsobů jak ověřit správnost simulace je podle směru proudu ve vsázce. Z teorie elektromagnetického pole vyplývá, že musí být opačný ke směru proudu v induktoru.



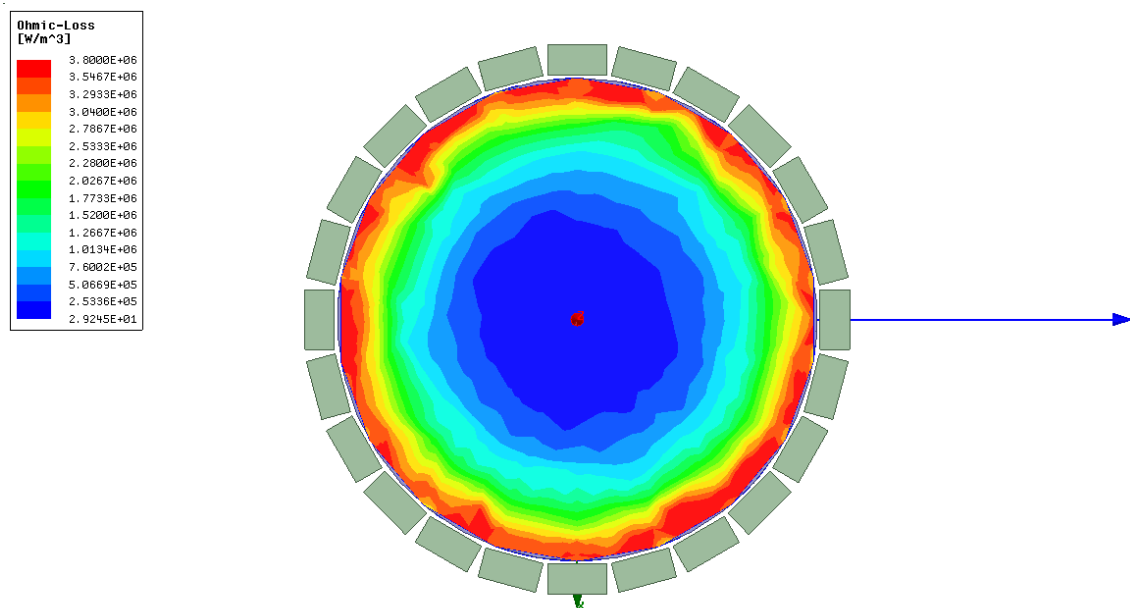
Obrázek 24: Proud ve vsázce

Další obrázek ukazuje intenzitu elektromagnetického pole v okolí kelímku, podle předpokladů byla největší v mezeře mezi induktorem a segmenty a dále se utlumovala směrem ke středu kelímku.



Obrázek 25: Intenzita elektromagnetického pole

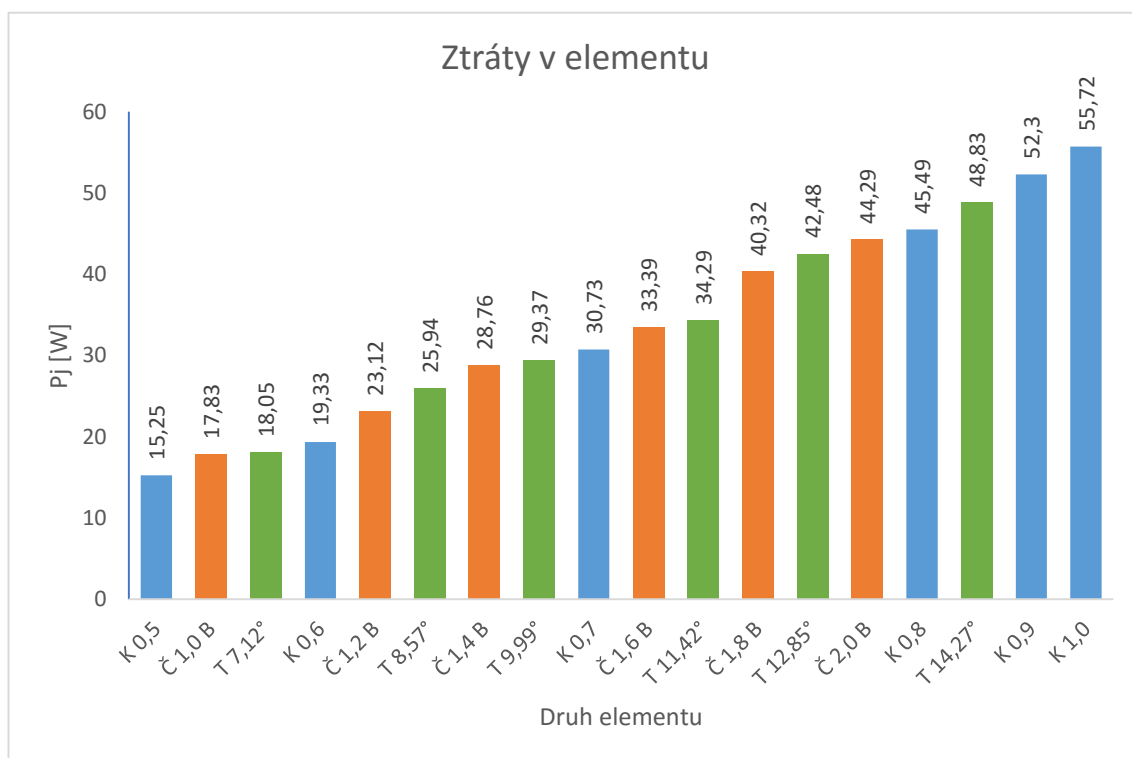
Následující obrázek zobrazuje rozložení Jouleových ztrát ve vsázce.



Obrázek 26: Rozložení ztrát ve vsázce

K největším Jouleovým ztrátám docházelo u povrchu vsázky, kde byla největší proudová hustota. Z povrchu do středu vsázky je tepelná energie přenášena vedením.

Pomocí výpočtového nástroje v programu ANSYS Maxwell byly následně určeny ztráty v jednotlivých typech elementů.



Obrázek 27: Ztráty v elementu

V Obrázek 27 jsou znázorněny velikosti ztrát v jednom elementu podle jeho druhu. Značení bylo provedeno následně:

- Č X.X B

je označení pro čtvercový element, kde X.X je poměr mezi stranou a a b , tak jak bylo naznačeno v kapitole 4.5.2.

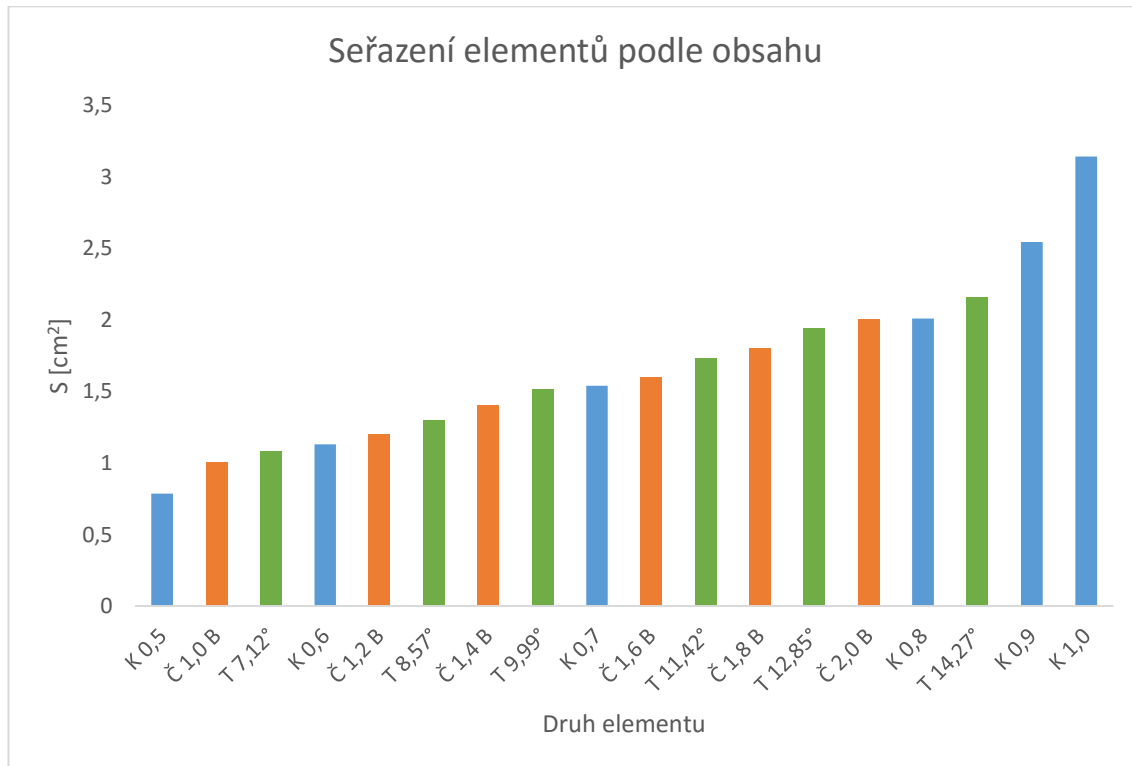
- T X.XX°

je označení pro trapezoidní element. Následné číslo ve formátu X.XX° značí, jaký úhel zabíral element. Popis výpočtu a velikostí trapezoidních je uveden v kapitole 4.5.3.

- K X,X

Je označení pro kruhový element, jeho poloměr je značen ve formátu X.X [cm]. Tabulka s rozměry je uvedena v kapitole 4.5.1.

Objem elementů se lišil na základě jejich rozměrů. Následující obrázek seřazuje elementy podle obsahu podstavy.



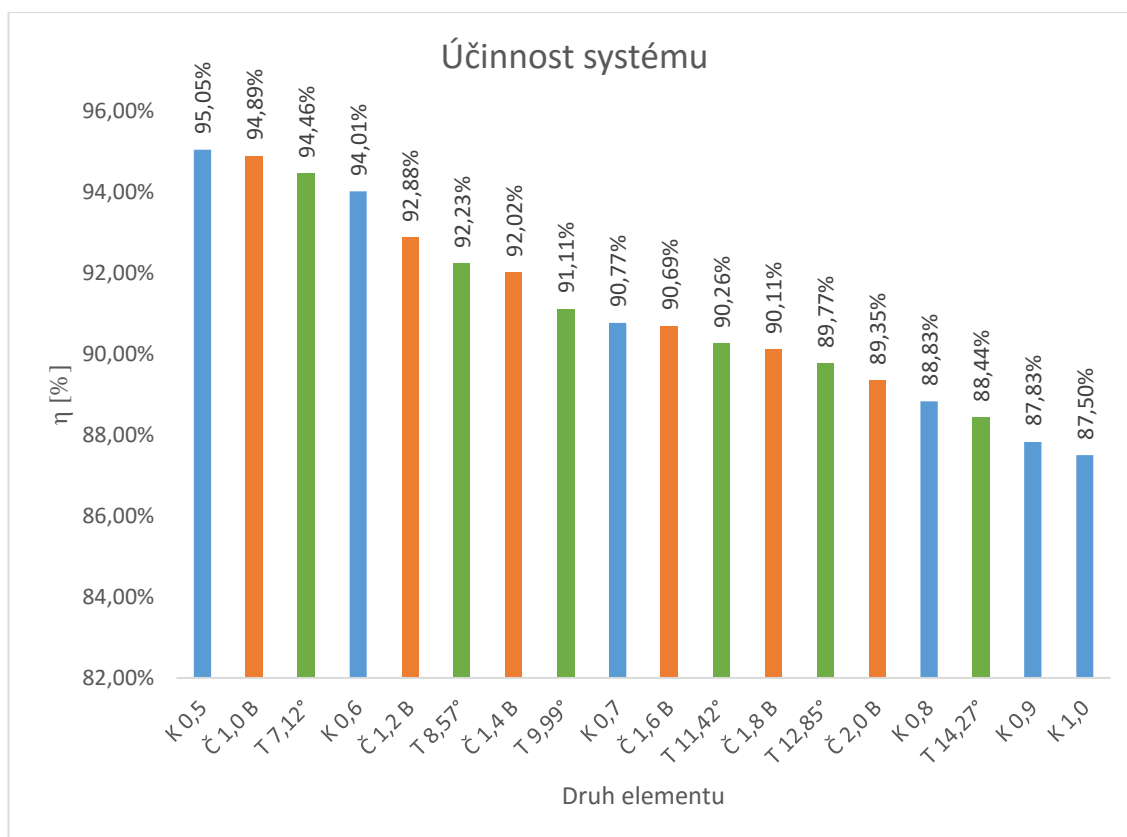
Obrázek 28. Plocha podstavy elementu

Počet elementů se pro jednotlivé druhy a jejich velikosti lišil, proto je nutné porovnat celkovou účinnost systému.

$$\eta = \frac{\Delta P_{vsazka}}{\Delta P_{celkové}} 100 = \frac{\Delta P_{vsazka}}{\Delta P_{induktor} + \Delta P_{segment} + \Delta P_{vsazka} + \Delta P_{dno}} 100 [\%] \quad (4.43)$$

Tabulka 8: Výsledky optimalizace

DRUH ELEMENTU	ZTRÁTY VE VSÁZCE [W]	CELKOVÉ ZTRÁTY [W]	ÚČINNOST SYSTÉMU [%]
K 0,5	29750	31556	94,28%
Č 1,0 B	29648	31450	94,27%
T 7,12°	29274	31134	94,03%
K 0,6	28583	30460	93,84%
Č 1,2 B	27492	29340	93,70%
T 8,57°	27073	29313	92,36%
Č 1,4 B	26639	28926	92,09%
T 9,99°	26216	28542	91,85%
K 0,7	25948	28470	91,14%
Č 1,6 B	25791	28372	90,90%
T 11,42°	25092	27672	90,68%
Č 1,8 B	24830	27440	90,49%
T 12,85°	24456	27060	90,38%
Č 2,0 B	23452	26068	89,96%
K 0,8	22978	25658	89,55%
T 14,27°	22462	25150	89,31%
K 0,9	21831	24504	89,09%
K 1,0	21280	23992	88,70%



Obrázek 29: Souhrn účinností pro jednotlivé elementy

5. Závěr

Výsledky optimalizace naznačují, že nejdůležitějším parametrem pro množství ztrát v elementu je jeho objem. V obrázcích 27 a 28 lze snadno rozpoznat rostoucí trend ztrát v závislosti na objemu elementu. Zajímavou souvislost lze také pozorovat v klesajících ztrátách ve vsázce s rostoucím objemem elementu. Tento pokles je způsoben větším naindukovaným proudem v elementu. Magnetické pole, vzniklé na základě této proudové hustoty, jde proti poli, které ho vyvolalo a zmenšuje tak proudovou hustotu ve vsázce, což má za následek menší Jouleovy ztráty. Na základě výsledků numerického modelu bych pro praxi doporučil využití elementů kruhového průřezu s co nejmenším poloměrem.

Jako další postup doporučuji verifikaci dat z numerického modelu. To by mohlo být provedeno kalorimetrickým měřením na prázdném modelu studeného kelímku. Změřené ztráty by bylo nutné přepočítat na jednotku objemu a porovnat s výsledky numerického modelování. V případě skutečného studeného kelímku se ztráty odvedené chladičem z elementů skládají z Jouleových ztrát, určených modelem a verifikovaných kalorimetricky, a ze ztrátového tepelného toku, jehož zdrojem je vsázka kelímku. Dalším zajímavým krokem by mohlo být porovnání velikosti tohoto toku v závislosti na tvaru elementu. Různá velikost mezery pro jednotlivé typy by mohla mít vliv na velikost ztrát.

Použitá literatura

- [1] SAZIMA, Miroslav, Vladimír KMONÍČEK a Jiří SCHNELLER. *TEPLO*. 1. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1989. ISBN 80-03-00043-2.
- [2] PŘÍHODA, Miroslav a RÉDR, Miroslav. *Sdílení tepla a proudění*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1998. 177 s. ISBN 80-7078-549-7.
- [3] LANGER, Emil. *Teorie indukčního a dielektrického tepla*. Praha: Academia, 1979. 319 s.
- [4] NETUŠIL, Michal. *Možnosti použití indukčního ohřevu při ohřevu nanočástic v roztocích*. Plzeň, 2015. Diplomová práce. ZČU. Vedoucí práce Ing. David Rot, Ph.D.
- [5] MATOUŠEK, Martin. *Možnosti uplatnění studeného kelímku při tavbě kovů*. Plzeň, 2015. Diplomová práce. ZČU. Vedoucí práce Ing. David Rot, Ph.D.
- [6] PŘÍHODA, Miroslav a RÉDR, Miroslav. *Sdílení tepla a proudění*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1998. 177 s. ISBN 80-7078-549-7.
- [7] RADA, Josef. *Elektrotepelná technika*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1985. 344 s.
- [8] Wienův posunovací zákon. [online]. [cit. 2015-03-17]. Dostupné z: <http://ottp.fme.vutbr.cz/~pavelek/optika/0203.htm>
- [9] Planckův zákon. *UFY-102/00, Teoretická fyzika* [online]. Univerzita Komenského v Bratislave: Bratislava, 2015 [cit. 2016-02-04]. Dostupné z: <http://alma.karlov.mff.cuni.cz/ufy102/Planckuv%20zakon.pdf>
- [10] PLACHÝ, Jan. *Možnosti použití studeného kelímku při tavbě oxidů kovů*. Plzeň, 2014. Diplomová práce. ZČU. Vedoucí práce Ing. David Rot, Ph.D.
- [11] JANDA, M. Přednosti tavení materiálů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku. Plzeň, 2011. 60 s. Diplomová práce. ZČU, Fakulta elektrotechnická.
- [12] Rot, D., Kožený, J. Modelování startu tavby oxidů kovů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku. *ElectroScope*, 2010, ISSN: 1802-4564
- [13] JIŘINEC, Stanislav. *Přenos elektrické energie do vsázky při tavení ve studeném kelímku*. Plzeň, 2015.
- [14] *INDUKTIO: Induction system with the cold crucible for melting metal oxides*. Ljubljana, 2015.
- [15] J. KOŽENÝ, I. POZNYAK, D. ROT a S. JIŘINEC. *Influence of the segments shape to cold crucible power losses*. St. Petersburg, Russia, , 7.
- [16] ROT, David. *Efektivní řešení sdružených problémů v elektrotepelné technice*. Plzeň, 2005. Diplomová práce. Západočeská Univerzita.
- [17] Maxwell's equations. *Maxwell's equations* [online]. [cit. 2016-04-14]. Dostupné z: <http://www.maxwells-equations.com>
- [18] The Wave Equation. *Maxwell's equation* [online]. [cit. 2016-04-14]. Dostupné z: <http://maxwells-equations.com/equations/wave.php>
- [19] Ph.ed.uk: Electromagnetic Energy and the Poynting Vector. *Maxwell's equation* [online]. [cit. 2016-04-14]. Dostupné z: <http://www2.ph.ed.ac.uk/~mevans/em/lec14.pdf>
- [20] MÜHLBAUER, A. *History of induction heating and melting*. Essen: Vulkan, c2008. ISBN 3802729463.
- [21] Veyer C. et Al (2011) "A Review of French Vitrification Industrial Achievements". Global 2011, Makuhari, Japan, Dec 11-16.
- [22] É. VERNAZ a J. BRUEZIÈRE. *History of Nuclear Waste Glass in France* [online]. , 7 [cit. 2016-04-21]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211812814010451>

- [23] *Školení ANSYS Maxwell: Přednášky*. Na Pankráci 26, Praha 4, 2015.
- [24] ANSYS Maxwell, HELP
- [25] FLEISCH, Daniel A. *A student's guide to Maxwell's equations*. New York: Cambridge University Press, 2008. ISBN 0521701473.
- [26] ROT, JIŘINEC, KOŽENÝ a POZNYAK. *Experimental design of the cold crucible*. 2016, , 4.