ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA EKONOMICKÁ

Bakalářská práce

Řešení dopravní úlohy v podniku

The solution to the transport role in the enterprise

Petra Třešňáková

Cheb 2016

Zadání BP – vložit originál až při svázání

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma

„Řešení dopravní úlohy v podniku"

vypracovala samostatně pod odborným dohledem vedoucího bakalářské práce
za použití pramenů uvedených v přiložené bibliografii.

V Chebu dne 25. 4. 2016 ……………………………

podpis autora

Poděkování

Tímto bych ráda poděkovala vedoucí bakalářské práce Mgr. Lence Gladavské, za cenné rady a podněty, které byly velmi nápomocné pro dokončení této práce.

Zároveň bych chtěla poděkovat Michalovi Šťastnému za poskytnuté poradenství a své rodině a přátelům za podporu a trpělivost.

Obsah

Úvod

Jedním z významných předpokladů konkurenceschopnosti podniku je optimalizace procesů jak směrem dovnitř tak i vně podniku. Úkolem každého podniku je přetvářet dostupné zdroje na požadované výrobky a služby. Odpovědnost za plnění cílů podniku nesou manažeři na různých úrovních řízení. Manažeři by měli dohlížet na optimální využití zdrojů podniku. Při řízení tito manažeři řeší stále složitější problémy, proto nebývá jednoduché rozhodovat pomocí tradičních metod. Každé špatné rozhodnutí může být pro podnik finančně i jinak fatální. Proto se manažeři stále častěji obrací na odborníky z oblasti plánování a optimalizace, protože sami neznají techniky a metody kvantitativního rozhodování. Vyřešení složitého problému většinou vyžaduje úzkou kooperaci mezi manažerem znalým problému ze všech stran a kvantitativního specialisty, který zná a umí využívat všechny dostupné nástroje k řešení problému. Oblast kvantitativního rozhodování je rozsáhlá a zahrnuje několik vědních disciplín, jednou z nich je i operační výzkum, který využívá pokročilých analytických metod pomáhajících při hledání a činění lepších rozhodnutí. Jednou z mnoha podkapitol operačního výzkumu je i lineární programování a jeho využití při řešení dopravních úloh v podniku, které jsou hlavním tématem této bakalářské práce.

Cíle práce

Cílem bakalářské práce je obecně charakterizovat dopravní úlohy a na příkladu reálného podniku zformulovat a vyřešit ekonomicko-matematický model. Pro tuto práci byla zvolena společnost K M K GRANIT, a.s., která se zabývá těžbou a prodejem živce, nerostné suroviny nezbytné pro výrobu v keramickém průmyslu.

Teoretická část práce se věnuje základním pojmům lineárního programování, jejichž znalost je potřebná pro pochopení ekonomicko-matematických modelů. Postup při sestavování obecného modelu bude vysvětlen v kapitole 1.2.1. Charakteristika dopravních úloh a metody, kterými se úlohy dají vyřešit, budou popsány v kapitolách 1.4 a 1.5. Teorie je čerpána z odborné literatury, především z knihy autorů Plevného a Žižky (2013), která názorně představuje problematiku lineárního programování. Práce je doplněna rešeršemi další odborné literatury a zdroji, zabývajícími se zvoleným tématem.

Ve druhé kapitole bude představena společnost K M K GRANIT, a.s. a bude popsán konkrétní praktický příklad dopravní úlohy. Protože si vedení zvolené společnosti nepřálo zveřejňovat skutečná data a informace, budou pro potřeby této práce upraveny. Dopravní úloha je ale formulována podle skutečného dopravního problému společnosti. Podnik vlastní dva těžební lomy, ze kterých rozváží živec k odběratelům. K rozvozu se používá kombinovaná přeprava, nákladní kamionová doprava a železniční. Pomocí matematického modelu a jeho vyřešením v prostředí MS Excel bude posouzen ekonomický přínos zamýšlené výstavby nového skladu a vzniku nových dopravních cest k odběratelům.

V poslední části práce bude pozornost věnována zhodnocení získaných výsledků a jejich využití v praxi.

1 Teoretické přístupy k řešení dopravní úlohy

Vzdělávání dnešních manažerů je zaměřeno na poskytování základních poznatků a dovedností z oblasti konstrukce modelů rozhodovacích procesů a jejich řešení širokou škálou matematických, statistických a jiných kvantitativních metod. Cílem tohoto vzdělávání je omezení intuitivního, náhodného, rozhodování a snaha o odstranění negativních důsledků subjektivního řešení problémů. (Gros, 2003)

Na analýzu různých typů rozhodovacích problému a koordinaci prováděných operací v rámci nějakého systému se zaměřuje vědní disciplína, která se nazývá Operační výzkum. Vznik této metody není jednoduché přesně datovat. Počátky vzniku operačního výzkumu jsou spojovány s nositeli Nobelovy ceny za ekonomii G. B. Dantzigem a L. Kantorovičem. Rozvoj disciplíny nastal během 2. světové války, kdy byly v anglo-amerických zemích vytvořeny speciální týmy pro řešení a analýzu složitých vojenských taktických a strategických operací. Odtud i odvozený název operační výzkum (OV). (Jablonský, 2007)

Na webu http://www.scienceofbetter.co.uk/ je k dispozici průvodce pro manažery firem, který uvádí 7 tvrzení, která mají firmě pomoci v rozhodování, zda využít metod operačního výzkumu:

- Management čelí složitému rozhodnutí. Management čelí více rozhodovacím faktorům než kolik je schopen vzít v potaz, a klíčovému operačnímu systému chybí „inteligence“. Odborníci OV umí analyzovat složité situace a aplikovat inteligenci do klíčových systémů a tak odhalit skutečně to nejlepší řešení.
- Management si není jistý, co je hlavním problémem. Manažeři vědí, že čelí nějakému problému, ale je náročné určit jaký konkrétní problém to je nebo které oblasti či projekty mají být upřednostněny.
- Management si není jistý možným výsledkem. Manažeři čelí nejistotám ohledně operačního prostředí a následků různých rozhodnutí. OV profesionál může navrhnout různé scénáře, provést analýzu „co když“ a určit možné výsledky a strategie.
- Organizace má problémy s postupy. Jeden nebo více organizačních postupů je poškozen nebo potřebuje pracovat lépe. Mnoho malých, každodenních

rozhodnutí není děláno dobře a to má dopad na celkový výsledek. OV profesionál může pomoci výrazně zlepšit tyto postupy a jejich výsledky.

- Management trápí rizika. Posuzování rizika nového projektu nebo kontraktu může být složité. OV profesionál může pomoci vyhodnotit rizika, což je klíčem k jejich zvládnutí. Může pomoci s plánováním, jak nejlépe vyvážit rizika v souvislosti s možným výnosem.
- Organizace nezískává ze svých dat maximum. Většina organizací pravděpodobně sleduje data své činnosti z mnoha stran a má tak množství dat, ale není si jista, která data využít jako podklad k rozhodování. OV profesionál s daty pracuje – umí vybrat ty nejcennější informace ze stávajících dat a navrhnout, která další data je vhodné sledovat, aby vzrostla jejich informační hodnota jako celku.
- Organizace potřebuje obstát v tvrdé konkurenci. Další organizace již pravděpodobně využívají operační výzkum k získání konkurenční výhody. Odborník na OV může pomoci udržet se na vrcholu pomocí nejnovějších metod a zpřístupnit důležité nové výhodné zdroje. (O. R. Executive Guide)

V následujících kapitolách budou popsány základní termíny používané v operačním výzkumu, podrobněji zaměřené na lineární programování a dopravní úlohy.

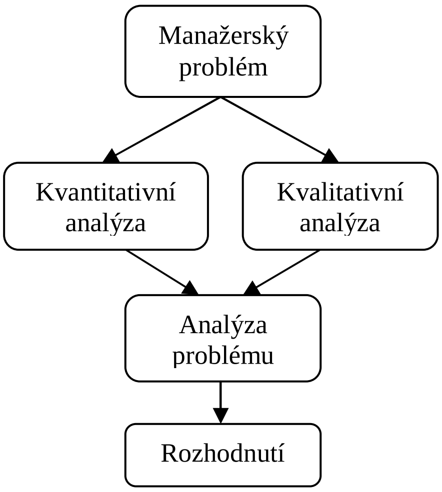
1.1 Rozhodovací proces

Rozhodování představuje jednu z nejdůležitějších aktivit, kterou vedoucí pracovníci (manažeři) v podniku vykonávají. Rozhodování se nejvíce uplatňuje v plánování, neboť jádro plánovacích procesů tvoří rozhodovací procesy. Nekvalitní rozhodování může mít za následek podnikatelský neúspěch. (Fotr, 2003). Rozhodovací proces (Obr. 1) je vymezen určitým rámcovým postupem. Řešení se odvíjí od identifikace problému, zjištění jeho příčin, cílů a řešení, až po vyhodnocení různých variant řešení.

Na vrcholu rozhodovacího procesu je **manažerský problém**. Problém obecně může být vymezen existencí diference mezi žádoucím stavem určité složky okolí rozhodovatele a stavem skutečným. Musí se jednat o diferenci nežádoucí, tj. skutečný stav musí být horší než stav žádoucí. Ve většině případů bývají žádoucí hodnoty určeny plánem, který je sestaven na základě kvantitativních ukazatelů. (Fotr, 2003).

K analýze manažerského problému může být využito dvou základních pohledů. Prvním je **kvalitativní analýza**, založená na manažerských zkušenostech, úsudku, znalostech, popřípadě intuici. Rozhodující roli zde hraje správný odhad manažera, protože vzhledem k nejasné definici všech vstupujících vlivů není možné použití přímých číselných propočtů. Naproti tomu **kvantitativní analýza** je založena na aplikaci matematických metod podložených konkrétními informacemi (daty) získanými například měřením. Na základě těchto dat může být sestaven kvantitativní model zkoumané reality a jeho použitím (řešením úlohy tímto modelem popsané) získat klíčové číselné hodnoty pro konečné rozhodnutí. (Plevný, 2013). Po vyhodnocení výsledků obou analýz (nebo jen jedné z nich) lze následně učinit vlastní **rozhodnutí**.

Obrázek 1 - Rozhodovací proces



Zpracováno podle (Wisniewski, 1996)

Obecný postup při zkoumání ekonomických problémů je následující. Prvním a nejobtížnějším krokem je formulování problému. „*Dobře formulovaný problém, tj. správně položená otázka, je již poloviční odpovědí.*“ Druhým krokem je sestavení modelu, tj. sestavení soustavy rovnic a nerovnic, které popisují daný problém. Následuje řešení modelu, tedy nalezení vhodné soustavy rovnic a nerovnic, která vyhovuje případným dalším požadavkům. Posledním krokem je interpretace výsledků a implementace řešení do praxe. Důležitý je správný výklad řešení, vyhodnocení, doporučení a uvedení výsledků do praxe. (Plevný 2013)

1.2 Terminologie lineárního programování

V předchozí části byl několikrát použit pojem model. Tato kapitola bude určena k vysvětlení tohoto pojmu a dalších úzce souvisejících výrazů.

Ekonomicko-matematický model je záměrně zjednodušený obraz reality, který nám má pomoci při jejím poznávání. Je to matematické schéma sloužící k popsání určité neprázdné, definované množiny prvků a vazeb, které jsou pro zkoumaný ekonomický problém podstatné. (Šubrt, 2003). Toto schéma ale musí být nejprve popsáno slovně, je potřeba důkladně poznat modelovaný systém ze všech stran a ujasnit si cíl, kterého má být dosaženo.

Vztahy z reálného systému jsou v modelu vyjadřovány formou matematických výrazových prostředků (funkcemi, soustavami rovnic a nerovnic). Pokud jsou funkce i rovnice a nerovnice tvořeny jen lineárními algebraickými výrazy potom model řeší úlohu lineárního programování (LP). **Lineární programování** je základem kvantitativní analýzy rozhodovacího procesu. Plevný (2013) uvádí několik důvodů, proč tomu tak je:

- velké množství typů a variant manažerských problémů je možné formulovat pomocí modelů LP,
- dostupnost počítačových programových prostředků pro řešení problémů formulovaných jako úlohy LP,
- vedle samotného výsledku řešení poskytují metody řešení LP i další informace, zajímavé pro řídící management,
- způsob myšlení, který je používán k sestavení modelu, je velmi užitečný při přemýšlení o vzniklých problémech a napomáhá i při intuitivním rozhodování.

Matematický model úlohy LP se obvykle skládá ze dvou částí – účelové funkce a omezujících podmínek. **Účelová funkce** je předem definované kritérium na množině všech přípustných řešení úlohy. Je to matematická funkce (1.1) vyjadřující závislost ovlivnitelných a neovlivnitelných vstupů. Cílem účelové funkce je nalezení správné kombinace těchto vstupů (**rozhodovacích proměnných**) tak, aby hodnota funkce byla minimální (nebo maximální). Rozhodovací proměnné jsou číselné hodnoty, které chceme řešením modelu definovat. Důležité je tyto proměnné jednoznačně určit slovním popisem, tedy přesně formulovat, co která proměnná v modelu znamená. Bez srozumitelného určení významu, by řešení modelu ztrácelo na významu.

Omezující podmínky jsou tvořeny soustavou rovnic a nerovnic (1.2) v lineárním tvaru a vyjadřují hraniční možnosti úlohy. Každá z rovnic (nerovnic) reprezentuje jedno omezení, například:

- maximální počet převezených osob je 20
- je potřeba vyrobit nejméně 5 výrobků daného typu
- kapacita skladu je přesně 1200t písku

Mezi omezující podmínky jsou řazeny i **obligátní podmínky** (1.3), které popisují samozřejmé předpoklady jako například nezáporné množství převáženého materiálu. Tyto podmínky vyjadřují definiční obor jednotlivých proměnných, bez jejich zadání by dosažené řešení mohlo být nereálné. Konkrétní **hodnoty** rozhodovacích proměnných, při kterých je dosažen požadovaný cíl, jsou potom **řešením** matematického modelu. (Plevný, 2013).

1.2.1 Obecný model úlohy LP

Plevný (2013) obecný model úlohy představuje takto:
minimalizujte (maximalizujte)

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \tag{1.1}$$

za podmínek

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \tag{1.2}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_j \geq 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{1.3}$$

kde: x_j je označení pro proměnnou, c_j značí koeficienty účelové funkce, a_{ij} koeficienty podmínek a b_i označuje hodnoty pravých stran podmínek. Počet omezení úlohy označuje *m*, počet definovaných proměnných *n*. Hodnotu účelové funkce označuje *z*. Přestože v podmínkách je použito znaménko rovnosti, může na jeho místě být i „ ≥ “ nebo „ ≤ “.

Sumační zápis modelu:

minimalizujte (maximalizujte)

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{1.1}$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad i = 1, 2, \ldots, m \tag{1.2}$$

$$x_j \geq 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{1.3}$$

Maticový zápis modelu:

minimalizujte (maximalizujte)

$$z = c^T x \tag{1.1}$$

za podmínek

$$A\,x = b \tag{1.2}$$

$$x \geq 0, \tag{1.3}$$

kde: x … n-složkový sloupcový vektor rozhodovacích proměnných modelu

c^T… n-složkový řádkový vektor koeficientů účelové funkce

A … matice koeficientů podmínek rozměru m krát n

b … m-složkový sloupcový vektor hodnot pravých stran podmínek.

1.3 Distribuční úlohy

Ve světě lineárního programování existuje několik základních typů úloh, které se vyznačují speciálními vlastnostmi (speciální struktura modelu, způsob řešení). Rozdělení úloh lineárního programování podle Plevného (2013):

- úloha plánování výroby

- dopravní úlohy
- přiřazovací problém
- směšovací problém
- řezný problém
- optimalizace portfolia

Mezi nejtypičtější úlohy lineárního programování patří distribuční úlohy, které jsou podle svého zaměření dále rozdělovány podle Jablonského (2007) následovně:

- dopravní problém
- kontejnerový dopravní problém
- přiřazovací problém
- okružní dopravní problém
- obecný dopravní problém

Naproti tomu Gros (2003) distribuční úlohy dělí na:

- klasické dopravní úlohy
- rozšířené dopravní úlohy
- přiřazovací úlohy

Vyjmenované úlohy se v praxi málokdy vyskytují samostatně, a proto je těžké vymezit hranice mezi jednotlivými typy úloh. Většina v praxi řešených reálných problémů je kombinací dvou i více typů úloh. Pro tuto práci je důležitý dopravní problém, proto bude popsán podrobněji.

Protože praktická část této práce se zabývá řešením dopravní úlohy s některými znaky přiřazovací úlohy, bude nyní přiřazovací úloha definována.

Přiřazovací úloha je vlastně speciálním typem dopravního problému, opět tu existuje dodavatelské a odběratelské místo a cílem je minimalizace nákladů na přepravu. Rozdíl je v tom, že požadavky odběratelů není možné dělit, tedy uspokojovat z vícera zdrojů najednou. Otázkou tedy není, *kolik* z daného zdroje odběratel dostane, ale zda vůbec z tohoto místa *bude nebo nebude zásoben*. Jinými slovy mezi dodavatelským místem i a odběrným místem j existuje právě jedna možná cesta, která se uskuteční nebo ne. Toto rozhodnutí je předmětem definice proměnné x_{ij} , která je vyjádřena **bivalentně**, tedy může nabývat pouze dvou hodnot - 0 v případě neuskutečnění cesty a 1 pokud se cesta uskuteční. V tomto případě splňuje proměnná x_{ij} také podmínku **celočíselnosti** (nemůže nabýt jiných než celočíselných hodnot). (Plevný, 2013)

1.4 Dopravní úloha

Ekonomický model

Při řešení dopravní úlohy je hlavním úkolem rozvržení dodávek homogenního zboží od m dodavatelů k n odběratelům. Pevně stanoveny jsou kapacity jednotlivých dodavatelů (a_i) a požadavky odběratelů (b_j). Pokud se nabídka dodavatele rovná požadavku odběratele, pak je úloha vyrovnaná (tzv. vybilancovaná). Pokud dojde k převisu nabídky nad poptávkou (nebo obráceně) je úloha nevyrovnaná a k jejímu vyřešení je zapotřebí doplnit fiktivního odběratele (nebo dodavatele), čímž se problém převede na vyrovnaný. Další neměnnou informací je cena přepravy za jednotku zboží od dodavatele k odběrateli, označovaná jako cenový koeficient c_{ij}. Tím jsou stanoveny všechny neřiditelné vstupy úlohy.

Pro získání řešení je ale zapotřebí ještě jeden druh vstupů do modelu a to jsou vstupy řiditelné. Jsou to rozhodovací proměnné, které mají přímý vliv na řešení modelu. V dopravní úloze to bývá velikost převáženého nákladu od dodavatele i k odběrateli j. V modelu bude velikost nákladu označována jako x_{ij}.

Cílem dopravní úlohy je minimalizovat celkové náklady (z) na přepravu x_{ij} při splnění všech požadavků odběratelů a vyčerpání kapacit dodavatelů. (Korda, 1967)

Matematicky lze tento cíl vyjádřit účelovou funkcí (2.1) a omezujícími podmínkami (2.2, 2.3, 2.4).

$$MIN\ z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{2.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i\ , \qquad i = 1, 2, \dots, m \tag{2.2}$$

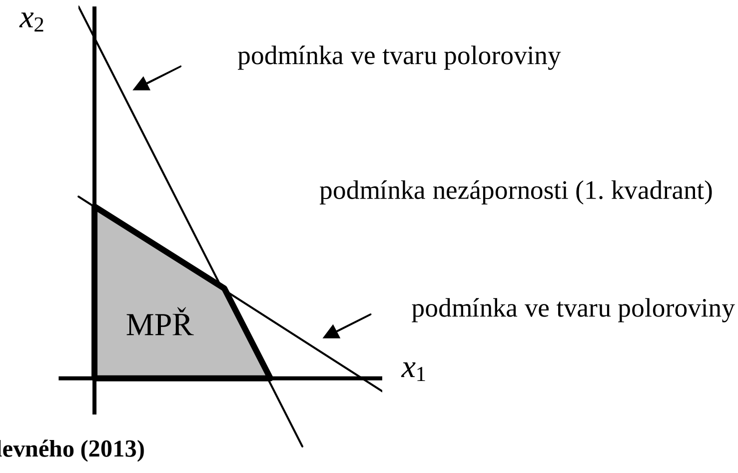
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j\ , \qquad j = 1, 2, \dots, n \tag{2.3}$$

$$x_{ij} \geq 0\ , \qquad i = 1, 2, \dots, m;\ j = 1, 2, \dots, n \tag{2.4}$$

Po sestavení modelu následuje jeho vyřešení – tedy získání konkrétních číselných hodnot. „*Řešením matematického modelu je právě ta kombinace číselných hodnot* *rozhodovacích proměnných, při které je získán požadovaný cílový stav.*“ (Plevný 2013, str. 17).

Existuje několik metod řešení a jednou z nich je i grafické znázornění úlohy, které je vhodné jen pro úlohy se dvěma proměnnými a které slouží spíše pro pochopení základních pojmů. Použití této metody bude demonstrováno na dvourozměrném modelu, tedy modelu obsahujícím právě dvě proměnné, avšak většina obecných zákonitostí platících pro dvourozměrné úlohy může být odvozena i pro úlohy vícerozměrné. Pokud model obsahuje jen dvě proměnné, je možné ho znázornit v kartézské souřadnicové soustavě v rovině. Na jednu osu budou nanášeny hodnoty proměnné x_1 a na druhou osu hodnoty proměnné x_2. Model se skládá z účelové funkce a omezujících podmínek, tyto podmínky budou při grafickém řešení znázorněny jako první. Pokud je podmínka ve tvaru rovnosti, bude do grafu zanesena jako přímka. Nerovnost bude vyjádřena polorovinou. Dalším krokem je zanesení podmínek obligátních, tedy podmínky nezápornosti. V případě dvou proměnných budou znázorněny dvě obligátní podmínky, pro každou neznámou jedna. Z obr. 2 lze vyčíst průnik výše zmíněných přímek a polorovin. Každý bod $[x_1,x_2]$ z této plochy včetně mezních bodů patří do množiny přípustných řešení. **Množina přípustných řešení (MPŘ)** *n-rozměrné* úlohy je množina všech *n*-tic reálných čísel, které vyhovují všem omezujícím podmínkám úlohy. (Plevný,2013)

Obrázek 2 - Množina přípustných řešení



Zpracováno podle Plevného (2013)

Účelová funkce pro dvourozměrnou úlohu má vždy tvar:

$$z(x_1 x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \tag{3.1}$$

Pro konkrétní hodnotu účelové funkce z je možné všechny body [x_1,x_2], pro které je hodnota účelové funkce rovna tomuto z znázornit jako **izoprofitovou přímku**. Z výrazu (3.1) vyplývá, že pokud bude vybrána jiná dvojice hodnot x_1 a x_2 z MPŘ, změní se hodnota levé strany a vznikne další izoprofitová přímka. Obě tyto přímky budou spolu rovnoběžné, protože mají shodnou směrnici. Při přechodu z jedné izoprofitové přímky do druhé se hodnota účelové funkce mění, zvyšuje se nebo snižuje.

Při řešení dopravní úlohy mohou být získána různě kvalitní řešení. Nejlepší variantou je nalezení **optimálního řešení**, tedy nejlepšího možného pro danou úlohu při dodržení všech omezujících podmínek. „*Optimální řešení dvourozměrné úlohy je dáno bodem na izoprofitové přímce účelové funkce, který leží v MPŘ, jestliže již nelze posunout izoprofitovou přímku účelové funkce požadovaným směrem.*“ (Plevný, 2013, str. 61) Méně kvalitním řešením je **přípustné řešení,** tedy řešení, které splňuje všechny omezující podmínky, ale není řešením optimálním. S ohledem na použitou metodu řešení může být dosaženo **dobrého** (přesnějšího) přípustného řešení nebo **libovolného** přípustného řešení. Typickým zástupcem libovolného přípustného řešení je rychle sestavený rozvozní plán, který bude akceptovat všechny požadavky zákazníka při nepřekročení objemu zdrojů bez ohledu na výši přepravních nákladů. Dobré přípustné řešení bude zohledňovat i nákladovou složku rozvozu. (Macek, 1995)

1.5 Metody řešení dopravní úlohy

Grafická metoda je relativně snadnou cestou k řešení modelu, ale v praxi se modely o dvou neznámých téměř nevyskytují. Nejznámější a nejpoužívanější metodou pro řešení lineárních modelů s více proměnnými je simplexová metoda, jejíž algoritmus využívá modul Řešitel v MS Excel. V kapitole 1.6 bude vysvětleno použití tohoto Řešitele, ale protože i tato metoda má omezené hranice použití, budou v dalších kapitolách vysvětleny i přibližné metody pro získání přípustného řešení modelu dopravní úlohy.

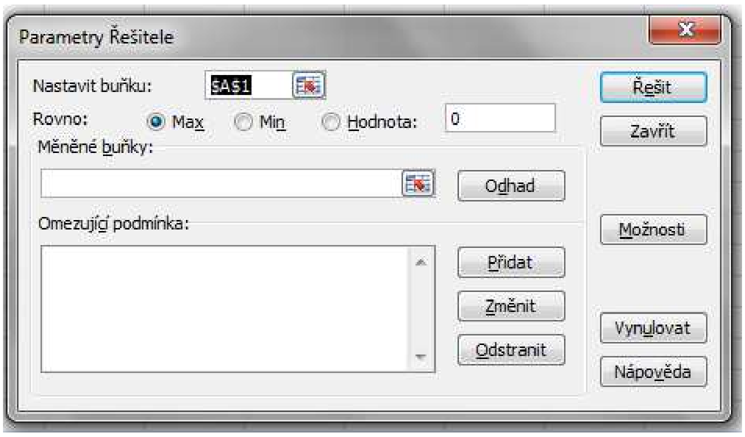
1.5.1 Řešitel v MS Excel 2007

Úlohy lineárního programování lze řešit v rozhraní MS Excel. Odkaz na tuto aplikaci lze najít na kartě *Data – Analýza*. Pokud tam Řešitel není, lze jej aktivovat v nabídce *Office* pomocí tlačítka *Možnosti aplikace Excel* a vybrat *Doplňky*. Mezi doplňky zaškrtnout Řešitel a potvrdit. Potom se Řešitel objeví na kartě *Data – Analýza*.

Postup použití Řešitele spočívá ve dvou krocích. Nejprve se do nového sešitu zadají všechny výrazy pro výpočet účelové funkce a omezujících podmínek. Je nutné vyhradit buňky pro optimalizované proměnné a pro koeficienty pravých stran podmínek. Při tvorbě účelové funkce a omezujících podmínek (levých stran) je vhodné použít matematickou funkci *SOUČIN. SKALÁRNÍ (oblast_a;oblast_b)*. V buňkách v oblasti *oblast_a* jsou koeficienty účelové funkce nebo koeficienty některého omezení. *Oblast_b* je oblast buněk, ve které jsou hodnoty proměnných, tzv. měněné buňky. Nejlépe je mít blok podmínek stejného typu (≥,=, ≤) pod sebou.

Následuje druhý krok, samotné spuštění a nastavení funkce Řešitel. Po kliknutí na pole Řešitel se objeví dialogové okno s nabídkou (obr. 3).

Obrázek 3 - Parametry Řešitele

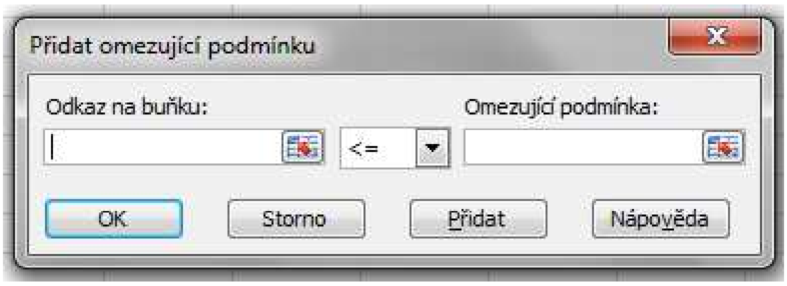


Vlastní zpracování, 2016

Nejprve je potřeba zadat označení buňky, ve které je zapsán vztah účelové funkce, do pole s označením *Nastavit buňku*. Následuje označení požadovaného extrému a vložení buněk, které obsahují hodnoty optimalizovaných proměnných, do řádku *Měněné buňky*.

Přes tlačítko přidat se otevře dialogové okno pro zadávání omezujících podmínek.

Obrázek 4 - Zadávání omezujících podmínek



Vlastní zpracování, 2016

Do levého pole se zadává odkaz na oblast, ve které jsou levé strany omezení stejného typu (např. ≤). Typ omezení bude ≤ (je stejný pro všechna omezení v oblasti). Do pravého pole se zadává oblast buněk, kde jsou pravé strany odpovídajících omezení. Toto je nutné provést pro jeden, dva nebo tři bloky (podle toho, kolik jich je v modelu použito). Tlačítkem *OK* se zadávání podmínek ukončí.

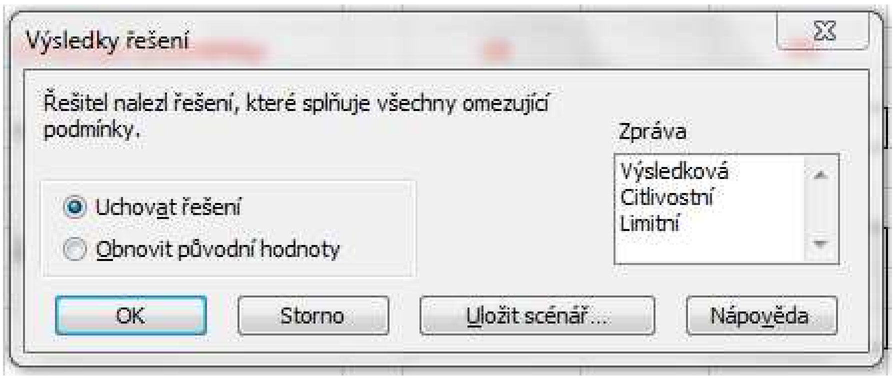
Podmínky nezápornosti a metoda řešení zadávaného modelu se upřesní pomocí tlačítka *Možnosti* (v okně Parametry řešitele napravo uprostřed), kde se zaškrtne přepínač *Nezáporná čísla*. Aby se model řešil metodami lineárního programování, musí se zaškrtnout také *Lineární model*.

Podmínky celočíselnosti či bivalence se zadávají ve stejném okně jako omezující podmínky. Do levého pole je zadán odkaz na oblast buněk, kde mají být hodnoty celočíselných či binárních proměnných. V rozbalovacím seznamu pro typ omezení jsou kromě ≥, = a ≤ také slova *celé* a *binární*. Po zvolení typu se objeví v pravém poli *celé_číslo* nebo *binární_číslo*.

Hodnoty pravých stran omezujících podmínek se nikdy nezadávají v řešiteli do pravého pole (*Omezující podmínka*), ale vždy je nutné mít je zadané v tabulce v sešitě a do pravého pole v dialogovém okně zadávat odkazy na buňky. Pokud se změní některá z hodnot, není potřeba kontrolovat nastavení Řešitele, pouze se změní výchozí data v tabulce.

Pro vyvolání optimálního řešení nyní stačí stisknout pole *Řešit* v prvním dialogovém okně. V případě úspěšného nalezení řešení se objeví výsledky přímo v tabulce, v buňkách vyhrazených pro proměnné a hodnotu účelové funkce. Řešitel také nabídne formy výstupů v podobě zobrazené na obr. 5.

Obrázek 5 - Výsledky řešení



Vlastní zpracování, 2016

Tvar klasických dopravních úloh umožňuje k nalezení řešení použít Řešitele, avšak jeho využití je vhodné pro úlohy malého až středního rozsahu. Gros (2003) uvádí, že úlohy s desítkami výchozích a řádově tisíci cílovými místy je lepší řešit pomocí modifikované simplexové metody, která je založena na iteračním zlepšování základního přípustného řešení. Toto základní řešení je možné získat několika přibližnými metodami, které budou představeny v následujících kapitolách. (Lauber, 1997.)

1.5.2 Metoda severozápadního rohu

Metoda severozápadního rohu získala své pojmenování podle postupu, který začíná v levém horním rohu tabulky (tedy v severozápadním rohu).

Princip metody spočívá ve vyplňování buněk ve směru zleva doprava a shora dolů, bez ohledu na výši přepravních nákladů uvedených v jednotlivých buňkách této tabulky. Postupně budou vyplněny všechny požadavky až do vyčerpání zdrojů v daném řádku. Po vyčerpání zdrojů z prvního řádku, bude postup zopakován v dalším řádku. Po vyčerpání všech dostupných zdrojů je metoda ukončena v pravém dolním rohu tabulky. Bude nalezeno přípustné řešení dopravního problému a bude možno vyčíslit náklady na přepravu jako součet hodnot buněk v řetězci, přeneseném do matice sazeb. Jako názorný příklad pro lepší pochopení poslouží následující tabulky č. 1 a č. 2.

Tabulka 1 - Matice jednicových sazeb

	Odběr. 1	Odběr. 2	Odběr. 3	Odběr. 4	Odběr. 5	Odběr. 6
Zák. 1	7	8	6	4	4	6
Zák. 2	5	3	2	5	2	4
Zák. 3	2	5	1	7	4	3
Zák. 4	4	5	1	7	5	1
Zák. 5	5	3	9	3	2	2

Zdroj: Vlastní zpracování, 2016

Tabulka 2 – řešení metodou SZ rohu

	Odběr. 1	Odběr. 2	Odběr. 3	Odběr. 4	Odběr. 5	Odběr. 6	Kapacita zdrojů
Zák. 1	50						50
Zák. 2	10	45	21				76
Zák. 3			99				99
Zák. 4				35			35
Zák. 5				12	20	87	119
Požadavky odběratelů	60	45	120	47	20	87	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2016

Výpočet přepravních nákladů – přenosem řetězce do matice:

50*7 + 10*5 + 45*3 + 21*2 + 99*1 + 35*7 + 12*3 + 20*2 + 87*2 = 1171

Metoda severozápadního rohu je sice jednoduchá, ale v praxi se využívá spíše jako metoda doplňující, protože nepřihlíží k výši přepravních nákladů. (Plevný, 2013)

1.5.3 Indexová metoda

Indexová metoda zohledňuje cenové ohodnocení jednotlivých polí v matici sazeb. Popisovaná metoda vychází z hypotézy, že je vhodné využívat trasy s nejnižším indexem, tedy s nejnižším cenovým ohodnocením.

Prvním krokem je vyhledání prvku s minimální hodnotou c_{ij} v matici sazeb. Druhým krokem je položení $x_{ij} = \min \{a_i, b_j\}$ v řádku i a sloupci j odpovídajícím nalezenému prvku c_{ij}. To znamená, že zboží bude převáženo, dokud kapacita zdroje nebude vyčerpána, nebo dokud nebudou uspokojeny požadavky zákazníka. Dále následuje úprava $a_i \leftarrow a_i - x_{ij}$, $b_j \leftarrow b_j - x_{ij}$, tj. snížení volné kapacity zdroje a zatím neuspokojených požadavků zákazníka o právě přepravované množství. Jedna z hodnot a_i nebo b_j musela být vynulována, proto se řádek (vyčerpána kapacita zdroje) nebo sloupec (uspokojen požadavek zákazníka) s touto nulovou hodnotou proškrtne a dále se v něm nehledá. Jsou-li všechny buňky z tabulky c_{ij} proškrtány, je metoda u konce a bylo nalezeno řešení. Pokud ne, je potřeba vrátit se na první řádek a opět vyhledat nejnižší prvek ze zbývajících a zopakovat celý postup až do vyškrtání všech polí. (Plevný, 2013)

Postup řešení je názorně vysvětlen v tab. 3.

Tabulka 3 - Indexová metoda - postup řešení

c_{ij}

2	1	3	4
6	2	6	1
7	3	3	3

první minimální prvek

Požadavky zákazníků

	x_{ij}	3	~~6~~ 1	4	5
kapacity zdrojů	~~5~~ 0		5		
	7				
	6				

c_{ij}

2	1	3	4
6	2	6	1
7	3	3	3

druhý minimální prvek

Požadavky zákazníků

	x_{ij}	3	~~6~~ 1	4	~~5~~ 0
kapacity zdrojů	~~5~~ 0		5		
	~~7~~ 2				5
	6				

c_{ij}

2	1	3	4
6	2	6	1
7	3	3	3

třetí minimální prvek

Požadavky zákazníků

	x_{ij}	3	~~6~~ ~~1~~ 0	4	~~5~~ 0
kapacity zdrojů	~~5~~ 0		5		
	~~7~~ ~~2~~ 1		1		5
	6				

c_{ij}

2	1	3	4
6	2	6	1
7	3	3	3

čtvrtý minimální prvek

Požadavky zákazníků

	x_{ij}	3	~~6~~ ~~1~~ 0	~~4~~ 0	~~5~~ 0
kapacity zdrojů	~~5~~ 0		5		
	~~7~~ ~~2~~ 1		1		5
	~~6~~ 2			4	

c_{ij}

2	1	3	4
6	2	6	1
7	3	3	3

pátý a šestý minimální prvek

Požadavky zákazníků

	x_{ij}	3	~~6~~ ~~1~~ 0	~~4~~ 0	~~5~~ 0
kapacity zdrojů	~~5~~ 0		5		
	~~7~~ ~~2~~ ~~1~~ 0	1	1		5
	~~6~~ ~~2~~ 0	2		4	

Zpracováno podle (Plevný, 2013)

Náklady podle přípustného řešení nalezeného indexovou metodou jsou vyjádřeny jako suma součinů požadavku zákazníka a hodnoty buňky z matice sazeb, tedy:

1*5 + 1*5 +2*1 + 3*4 + 6*1 + 7*2 = 44.

Ve většině případů by měla indexová metoda poskytovat lepší řešení než metoda severozápadního rohu. Záporem této metody je sledování nejlevnější cesty jen v daném momentu, což může na konci postupu vést k nutnosti použít i drahé přepravní cesty, jako tomu bylo u zvoleného příkladu v tab. 3. (Plevný, 2003)

1.5.4 Vogelova aproximační metoda

Vogelova aproximační metoda (VAM) je v principu podobná metodě indexové, ale pracuje lépe s indexy uvedenými v matici sazeb. Před zahájením samotného hledání nejnižšího prvku v řádku nebo sloupci, je potřeba zavést termín **diference**, kde diferencí je myšlen rozdíl mezi druhým nejnižším a nejnižším prvkem v příslušném řádku nebo sloupci. Prvním krokem k určení přípustného řešení je tedy výpočet diference a následné určení sloupce nebo řádku s nejvyšší diferenční hodnotou. V takto zvoleném řádku (sloupci) je potřeba určit prvek s nejnižší cenovou hodnotou (viz Tab. 4). Pro tento prvek je aplikována indexová metoda, tak jak byla popsána v podkapitole 3.2. Pokud jsou všechny sloupce a řádky v tabulce cij vyškrtány, bylo nalezeno přípustné řešení. Pokud v tabulce cij zbývají nevyužité indexy je potřeba určit nové diferenční hodnoty pro neproškrtané řádky (sloupce) a postup zopakovat. V případě, že některé diference budou shodné, je vhodné vybrat pole s nižší sazbou. V případě shody dvou a více sazeb, bude diference nulová. (Plevný, 1997)

Tabulka 4 - Určení nejvyšší diference a nejnižšího prvku

nejnižší prvek

3	2	4	5	3-2= **1**
7	3	7	2	3-2= **1**
8	4	4	4	4-4= **0**
7-3= **4**	3-2= **1**	4-4= **0**	4-2= **2**	

nejvyšší diference

Vlastní zpracování, 2016

2 Představení společnosti a definování konkrétního problému

V první části této kapitoly bude představena akciová společnost K M K GRANIT, a.s. Následovat bude definování konkrétního dopravního problému a formulace základních podmínek, které úlohu vymezují.

2.1 Představení společnosti

Obchodní název firmy: K M K GRANIT, a.s.

Sídlo: Krásno, Mírová 545, PSČ 35747

Identifikační číslo: 468 84 556

Právní forma: Akciová společnost založena společenskou smlouvou pěti společníků

Předmět podnikání:

- hornická činnost a činnost prováděná hornickým způsobem,
- zpracování kamene,
- provádění trhacích a ohňostrojných prací,
- montáž, opravy vyhrazených elektrických zařízení,
- činnost účetních poradců, vedení účetnictví, vedení daňové evidence,
- silniční motorová doprava – nákladní vnitrostátní provozovaná vozidly o největší povolené hmotnosti nad 3,5 tuny – nákladní mezinárodní provozovaná vozidly o největší povolené hmotnosti na 3,5 tuny,
- výroby, obchod a služby neuvedené v přílohách 1 až 3 živnostenského zákona,
- montáž, opravy, revize a zkoušky elektrických zařízení.

Základní kapitál: 2 000 000,- Kč

Obrázek 6 - živcový lom L1, Krásno

Zdroj: foto.mapy.cz

Společnost K M K GRANIT, a.s. se zabývá těžbou a úpravou surovin. Dobývací prostor a dobývací práva k těžbě sodno-draselných až draselno-sodných živců získala po svém založení v roce 1992. Z historického pohledu se jedná o nejmladší objevenou těženou surovinu v revíru, protože ložisko albiticko-aplitické žuly, která slouží jako živcová surovina, bylo objeveno až v 60. letech 20. století. Ložisko bylo pro těžbu otevřeno v roce 1967 Rudnými doly Příbram, závodem Stannum (poblíž Horního Slavkova). V rámci útlumu těžby rudného hornictví a probíhající privatizace v 90. letech byl tehdy ztrátový provoz nabídnut k prodeji a odkoupen společností K M K GRANIT, a.s.. (www.kmkgranit.cz)

V současnosti je hlavním produktem živcová surovina FKS 0-5, určená k využití zejména v keramickém, sklářském a porcelánovém průmyslu. Dle chemického složení se živec z ložiska v Krásně řadí do skupiny sodno-draselných živců s obsahem živcové substance 55 – 65 % a obsahem železa maximálně 0,60 %. Tato živcová surovina se používá jako tavivo a ostřivo keramických hmot bez požadavku na bílou barvu střepu. Živec je využíván při výrobě lisované glazované a slinuté dlažby rychlovýpalem, tažené kameninové dlažby, kameninových licích a točírenských hmot pro užitkovou a ozdobnou keramiku, dále jako doplňková surovina živcových směsí například pro výrobu sanitární keramiky. Využíván je také pro výrobu technického obalového skla. Celková roční produkce činí 150 – 200 tis. tun živce, z níž většina je exportován do Polska a Německa. (www.kmkgranit.cz)

V květnu 2007 se společnost K M K GRANIT, a.s. stala partnerem společnosti Czech Silicat, s.r.o., ve které vlastní 40% obchodního podílu. V tomto podniku je řešena otázka dalšího zpracování živcových směsí, jako je například příprava keramických směsí. Společnost Czech Silicat, s.r.o. sídlí v Horním Slavkově, vzdáleném jen několik kilometrů od partnerské firmy, což zlepšuje a usnadňuje spolupráci mezi podniky i dopravu vytěžené suroviny. (www.justice.cz)

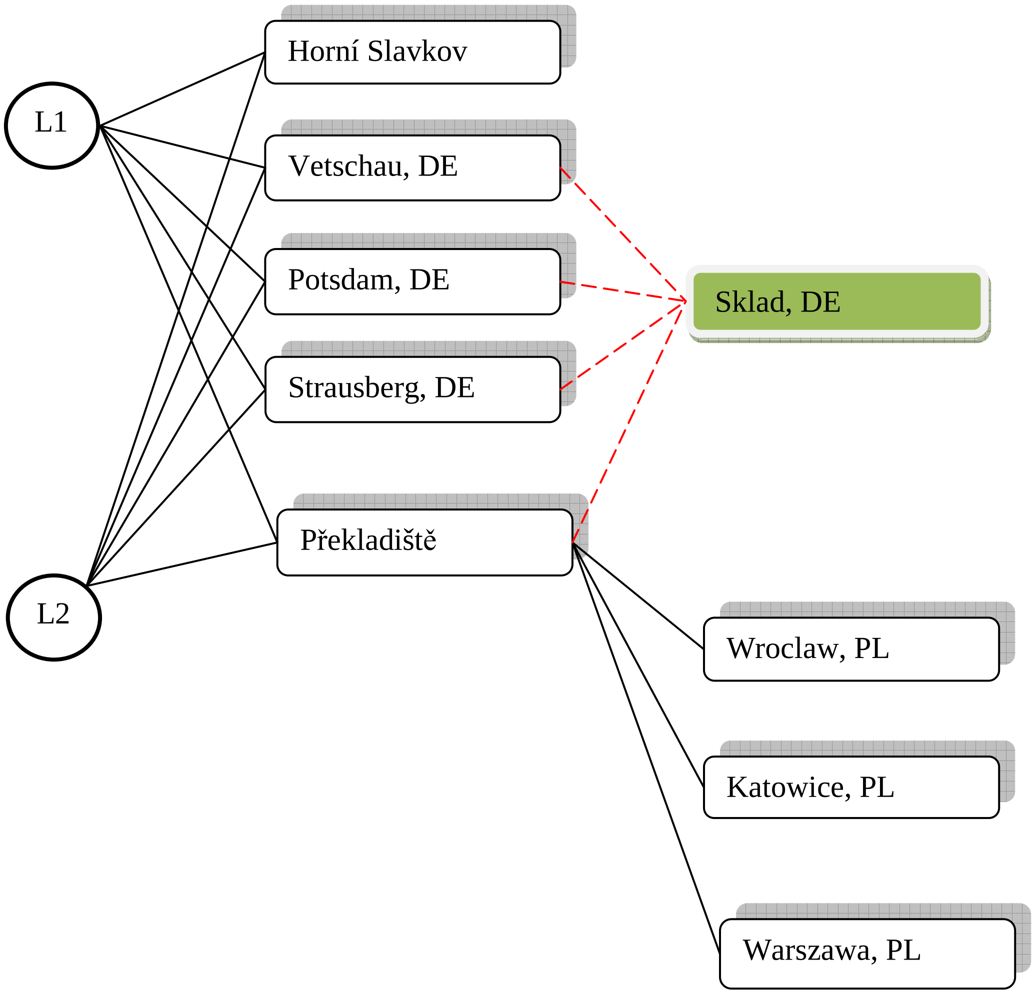
2.2 Definování konkrétního problému k vyřešení

Společnost K M K GRANIT, a.s. vlastní 2 těžební lomy, které jsou od sebe vzdáleny 4 km. Oba jsou lokalizovány v těsné blízkosti města Krásna, kde je i sídlo společnosti K M K GRANIT, a.s. Oba lomy jsou napojeny na dopravní infrastrukturu silnicí druhé a třetí třídy. V současné době společnost K M K GRANIT, a.s. používá k převážení vytěžené suroviny služby externího dopravce. Doprava se uskutečňuje nákladními vozy značky VOLVO FH13 480. Nosnost každého z nich je 27t materiálu. Vytěžená surovina je nákladními automobily rozvážena do 4 odběratelských míst (1x ČR, 3x Německo) a jednoho překladiště. Z překladiště pokračuje doprava po železnici ve vagonech s kapacitou 50 tun do dalších 3 odběratelských míst v Polsku.

Úkolem praktické části bakalářské práce je posoudit investiční záměr vedení společnosti, které uvažuje o stavbě skladu v Berlíně, kam by se vytěžený materiál vozil buď vlakem z překladiště v Chodově, ve vagónech o kapacitě 50 tun nebo nákladními automobily s kapacitou nákladu 27 tun. Ze skladu by se materiál rozvážel ke koncovým zákazníkům opět automobily značky Volvo, za stejných cenových i kapacitních podmínek. Plánovaná kapacita skladu je 1300 tun, investice byla vyčíslena na 1.250.000,- Kč.

Grafické znázornění problému společnosti K M K GRANIT, a.s. je zachyceno na obr. 7.

Obrázek 7 - Grafické znázornění problému



Vlastní zpracování, 2016

2.2.1 Odběrná místa

Vzdálenosti mezi jednotlivými uzly dopravní sítě byly vyhledány na portálu www.mapy.cz. Odběrná místa O1 – O9 mohou být zásobována z lomu L1 a lomu L2 silniční dopravou, odběrná místa O6 – O8 mohou být navíc zásobována z překladiště v Chodově železniční dopravou. V případě postavení skladu O9 by odběrná místa O2 – O4 mohla být zásobována z tohoto skladu silniční dopravou.

<u>O1 - Odběrné místo Horní Slavkov, CZ</u>

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 4 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 8 km.

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 4 * 28 = **112,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 8 * 28 = **224,- Kč**

Odběrné místo v Horním Slavkově je partnerskou společností firmy K M K GRANIT, a.s., využívá blízkosti zdroje a podle smluvní dohody požaduje týdenní dodávku ve výši 400 t přesně. Horní Slavkov může být označen za prioritní odběrné místo, které musí vždy dostat dodávku v celé výši.

O2 - Odběrné místo Vetschau, Německo

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 263 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 267 km.

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 263 * 28 = **7364,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 267 * 28 = **7476,- Kč**

Objednávka odběratele: 350 t týdně

O3 - Odběrné místo Potsdam, Německo

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 353 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 348 km.

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 353 * 28 = **9884,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 348 * 28 = **9744,- Kč**

Objednávka odběratele: 480 t týdně.

O4 - Odběrné místo Strausberg, Německo

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 382 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 377 km.

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 382 * 28 = **10696,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 377 * 28 = **10556,- Kč**

Objednávka odběratele: 300 t týdně

O6 - Odběrné místo Wroclaw, Polsko

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 453 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 457 km.

Vzdálenost od překladiště v Chodově je 575 km.

Průměrná cena za kilometr železnice je 20,- Kč.

Průměrné náklady na přepravu po železnici činí 575 * 20 = **11500,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 453 * 28 = **12684,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 457 * 28 = **12796,- Kč**

Objednávka odběratele: 720 t týdně

<u>O7 - Odběrné místo Katowice, Polsko</u>

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 597 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 592 km.

Vzdálenost od překladiště v Chodově je 657 km.

Průměrná cena za kilometr železnice je 20,- Kč.

Průměrné náklady na přepravu po železnici činí 657 * 20 = **13140,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 597 * 28 = **16716,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 592 * 28 = **16576,- Kč**

Objednávka odběratele: 735 t týdně

<u>O8 - Odběrné místo Warszawa, Polsko</u>

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 799 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 803 km.

Vzdálenost od překladiště v Chodově je 936 km.

Průměrná cena za kilometr železnice je 20,- Kč.

Průměrné náklady na přepravu po železnici činí 936 * 20 = **18720,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 799 * 28 = **22372,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 803 * 28 = **22484,- Kč**

Objednávka: 780t týdně

<u>O5 - Překladiště (Chodov, CZ)</u>

Vzdálenost od prvního lomu (L1) je 19 km, vzdálenost od druhého lomu (L2) je 23 km.

Průměrné náklady na přepravu z L1 činí 19 * 28 = **532,- Kč**

Průměrné náklady na přepravu z L2 činí 23 * 28 = **644,- Kč**

Překladiště si účtuje 250,- Kč za každou přeloženou tunu z auta na vlak. Vlak je vypravován jednou týdně v sobotu, materiál přivezený v průběhu celého týdne je uskladněn v prostorách překladiště o kapacitě 5000 tun.

<u>O9 - Uvažovaný sklad (Berlín, Německo)</u>

První uvažovanou možností je, že by sklad byl zásoben z překladiště v Chodově železniční přepravou uskutečňovanou vagony o kapacitě 50 t a ceně 1500,- Kč za jeden použitý vagón. Druhou variantou je zásobování skladu nákladními vozy s kapacitou 27 t. Sklad může být zásobován i kombinovaně, část materiálu po silnici, část po železnici.

Vzdálenost od odběrných míst v Německu a průměrná cena přepravy je následující:

Sklad – Vetschau: 105 km

průměrné náklady na přepravu: 105 * 28 = **2940,- Kč**

Sklad – Potsdam: 35 km

průměrné náklady na přepravu: 35 * 28 = **980,- Kč**

Sklad – Strausberg: 38 km

průměrné náklady na přepravu: 38 * 28 = **1064,- Kč**

Kapacita uvažovaného skladu je nejvýše 1300 tun živce.

2.2.2 Shrnutí neřiditelných vstupů a dalších omezení

Společnost vytěží ročně okolo 200 000 tun živce. Pro potřeby této práce bude zvolena kapacita lomů za plánovací období jednoho týdne. Lom 1 (L1) může za týden poskytnout nejvýše 2150 t, z lomu 2 (L2) může být vytěženo až 1700 t.

Pro přepravu po železnici jsou k dispozici vagony o kapacitě 50 tun, společnost využívá dlouholeté spolupráce s železničním přepravcem, cena za použití jednoho vagónu je smluvně stanovena na 1500,- Kč, cena kilometru na železnici 20,- Kč.

Po silnici je náklad přepravován nákladními automobily o nosnosti 27 tun. Cena za tunokilometr je stanovena na 28,- Kč. Dopravce v ceně neúčtuje nakládku, tu si společnost K M K GRANIT a.s. zajišťuje v lomech svépomocí, v překladišti je domluvena smluvně s železničním dopravcem a zpoplatněna 250,- Kč za tunu.

Tabulka 5 – Cena silniční přepravy v Kč/t

c_{ij}	LOM 1	LOM 2	Sklad Berlín
Horní Slavkov	112	224	
Vetschau	7364	7476	2940
Potsdam	9884	9744	980
Strausberg	10696	10556	1064
Překladiště Chodov	532	644	
Wroclaw	12684	12796	
Katowice	16716	16576	
Warszawa	22372	22484	
Sklad Berlín	9996	10164	

Tabulka 6 – Požadavky odběratelů a kapacity zdrojů v tunách

	Požadavky		Kapacita
Horní Slavkov	400	**Lom 1**	2150
Vetschau	350	**Lom 2**	1700
Potsdam	480	**Sklad**	1300
Strausberg	720	**Překladiště**	5000
Wroclaw	720		
Katowice	735		
Warszawa	780		

3 Řešení zadaného problému

3.1 Sestavení matematického modelu

Definování řiditelných vstupů - proměnných:

Prvním krokem při sestavení modelu je slovní definice proměnných, jinak by po vyřešení modelu nebylo zřejmé, co která hodnota znamená.

V matematickém modelu firmy K M K GRANIT, a.s. bude využito těchto proměnných:

x_{ij} … množství suroviny převezené z lomu *i* k odběrateli 1. úrovně *j (O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9),*

y_j … množství suroviny převezené po železnici z překladiště O5 k odběratelům (O6, O7, O8, O9),

v_j … počet 50 t vagonů potřebných pro přepravu mezi překladištěm O5 a odběrateli *j* (O6, O7, O8, O9), celočíselná proměnná,

u_j … počet převezených tun ze skladu O9 k odběratelům *j* (O2, O3, O4),

S … binární proměnná, která vyjadřuje rozhodnutí, zda sklad postavit nebo ne,

w_j … binární proměnná, která vyjadřuje, zda se cesta po železnici z překladiště O5 k odběratelům *j* (O6, O7, O8, O9) uskuteční nebo ne

t … vyjadřuje, kolikrát bude placen poplatek 250,-Kč za překládání nákladu z aut do vagonů, celočíselná proměnná

kde i = 1, 2 (lomy); j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (odběratelé); všechny proměnné jsou nezáporné

Celkem bude použito 35 proměnných. Dále v modelu vystupuje c_{ij} což je konstanta z matice sazeb pro silniční dopravu, d_j konstanta z matice sazeb pro železniční přepravu a další neřiditelné vstupy jako je kapacita lomů, požadavky odběratelů, kapacita automobilů, vagónů, skladu a překladiště.

Cíl prováděné analýzy:

Cílem této úlohy je rozhodnout o stavbě skladu a zásobovacích cestách s ohledem na minimální celkové náklady spojené s přepravou materiálu. Celkové náklady budou výsledkem sumy dílčích nákladů pro jednotlivé trasy, ceny za použité vagóny a ceny investice pro stavbu skladu.

Náklady pro jednotlivé trasy jsou počítány jako průměrná cena silniční přepravy na dané trase krát počet převážených tun na této trase.

Účelovou funkci, která bude toto vyjadřovat lze zapsat následovně:

Minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\, x_{ij} + 1500\, v_j + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} u_j c_{ij} + 1000000 * S + 250 * t + \sum_{j=1}^{m} d_j w_j \tag{4.1}$$

Funkční hodnota se bude při řešení výsledného modelu minimalizovat.

Omezující podmínky:

Ze zadání vyplývá, že při přepravě je nutno dodržet tato omezení:

- nepřesáhnout kapacitu lomů,
- splnit požadavky všech odběratelů,
- pro železniční trasy použít k přepravě vagóny s omezenou kapacitou 50t,
- kapacita uvažovaného skladu je 1300 tun,
- kapacita překladiště je 5000 tun
- do překladiště musí být doručeno tolik materiálu, aby mohli být pokryty objednávky z něj vyvážené
- pokud sklad nebude postaven, nemůže se z něj nic vyvážet
- do skladu (pokud bude postaven) musí být dovezeno tolik, aby to stačilo na pokrytí všech objednávek, které ze skladu budou expedovány

Kapacita lomů

První lom může poskytnout nejvýše 2.150 t živce a druhý lom nejvýše 1.700 t. Znamená to, že celkové množství převážené suroviny z každého lomu nesmí přesáhnout uvedené kapacity. Z prvního lomu se přepravuje množství x_{11} do Horního Slavkova, x_{12} do Vetschau, x_{13} do Potsdam, x_{14} do Strausberg a x_{15} do přepraviště v Chodově, x_{16} do Wroclavy, x_{17} do Katovic, x_{18} do Varšavy a x_{19} do skladu v Berlíně. Celkem se tedy z prvního lomu přepravuje $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19}$. Obdobně z druhého lomu $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29}$. Matematicky se výsledné kapacitní podmínky zapíší takto:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \leq 2150 \tag{4.2}$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} \leq 1700 \tag{4.3}$$

Požadavky odběratelů

Odběratelé O1, O2, O3, O4, O6, O7 a O8 požadují po řadě 400, 350, 480, 300, 720, 735 a 780 tun nerostné suroviny. To znamená, že celkové množství dovezené k odběrateli O1 musí být rovno 400 t. K odběrateli O1 se materiál může dostat jen z lomu 1 nebo jen z lomu 2 nebo část nákladu z lomu 1 a část z lomu 2. Tedy přivážené množství je rovno $x_{12} + x_{22}$. Pro odběratele O2, O3 a O4 to platí také, ale k těmto odběratelům se zboží může dopravit i ze skladu v Berlíně, proto požadavek těchto odběrných míst bude roven součtu materiálu dovezeného z lomů a součtu materiálu dovezeného ze skladu. Pro odběratele O2 tedy platí: $x_{12} + x_{22} + u_2 = 350$. Obdobně pro odběratele O3 a O4.

Pro odběratele O6, O7 a O8 je situace podobná, pouze se nebude uvažovat varianta kombinovaného svozu objednávky, protože materiál je odesílán z jednoho překladiště. Pro odběratele O6 tedy platí vztah $y_6 = 720$, pro odběratele O7 platí $y_7 = 735$ a pro odběratele O8 platí $y_8 = 780$.

Omezení pro překladiště

Pro odběrné místo O5, překladiště v Chodově, platí, že aby mohlo být něco vyvezeno, musí to být nejprve dovezeno. Tedy množství přivezená z obou lomů, musí být minimálně rovna součtu požadavků cílových odběrných míst O6, O7, O8, O9. Matematicky zapsáno takto: $x_{15} + x_{25} \geq y_6 + y_7 + y_8 + y_9$. Překladiště je také omezeno vlastní kapacitou, takže do něj může být převezeno jen maximálně 5000 tun, tedy

$x_{15} + x_{25} \leq 5000$. Další podmínkou týkající se překladiště je účtování poplatku za každých započatých 100 tun přeložených z auta na vlak. Počet těchto stotunových přeložení vyjadřuje proměnná t, takže množství živce přivezené z obou skladů bude rovno 100 násobku těchto přeložení: $x_{15}+ x_{25} = 100 * t$. Poslední podmínka, která má s překladištěm souvislost, je omezení kapacity vagónů. Vše co se z překladiště odváží k odběratelům O6, O7, O8 a O9, se musí umístit do těchto 50 t vagónů a za každý použitý musí být zaplaceno 1.500,- Kč bez ohledu na využití jeho kapacity. Z překladiště vedou po železnici čtyři trasy, pro model tedy bude použito čtyř podmínek, které zajistí splnění výše uvedeného omezení. Pro trasu k odběrateli O6 bude podmínka vypadat takto: $y_6 \leq 50 * v_6$, obdobně pro další tři trasy.

Dále ze zadání vyplývá, že za každý kilometr ujetý po železnici musí firma zaplatit 20,- Kč. Aby mohl model správně fungovat, je potřeba nadefinovat podmínku, která zaručí započítání nákladů za cesty po železnici do účelové funkce. K tomuto účelu poslouží binární proměnná w_j, která nabývá hodnoty 0 pro neuskutečněnou cestu a hodnoty 1 pro cestu uskutečněnou. Odběrné místo O6 požaduje dodávku 720 tun, pokud se celá objednávka doručí jen po železnici, pak platí $y_6 = 720 * w_6$, kde w_6 je rovno 1, ale je možné po železnici vézt jen část objednávky, takže $y_6 \leq 720 * w_{6.}$ Obdobně pro železniční cesty k odběrateli O7 a O8. Pro železniční cestu k odběrateli O9 platí malá úprava, a to že proměnná w_9 bude násobena součtem požadavků odběrných míst v Německu, protože po trase w_9 musí být převezeno dostatečné množství pro sklad, který bude zásobovat odběratele O2, O3 a O4. $y_9 \leq (350 + 480 + 300) * w_{9.}$

<u>Omezení pro sklad v Berlíně</u>

Do skladu vedou tři cesty, po silnici z lomů L1 a L2 a po železnici. Součet přivezeného materiálu po těchto cestách nesmí být větší než je kapacita skladu, a zároveň je potřeba zajistit podmínku, že pokud sklad nebude postaven, nemůže do něj být nic dovezeno ani z něj vyvezeno. K vytvoření těchto podmínek bude využito binární proměnné S, která nabývá jen dvou hodnot 1 a 0. Pokud sklad bude postaven, pak jeho kapacita bude 1300 * S, kde S bude rovno 1. Takto vyjádřenou kapacitu nesmí přesáhnout dovezené množství materiálu, $x_{19} + x_{29} + y_9 \leq 1300 * S$.

Pokud sklad bude existovat, může z něj být zajištěna distribuce materiálu k odběratelům O2, O3 a O4. V modelu bude toto tvrzení vyjádřeno jako $u_2 \leq 350 * S$; $u_3 \leq 480 * S$ a $u_4 \leq 300 * S$. Aby mohli být všichni odběratelé zásobovaní z tohoto skladu uspokojeni, musí být do skladu dovezeno dostatečné množství matriálu, tedy $x_{19} + x_{29} + y_9 \geq u_2 + u_3 + \mathrm{u}_4$.

Obligátní podmínky

Jako poslední podmínku nebo spíše předpoklad je potřeba zmínit nezápornost všech proměnných, které v modelu vystupují, protože bez této podmínky by model mohl počítat se záporným nebo nulovým množstvím převážených surovin. To by samozřejmě vedlo k optimálnímu řešení, ale hodnota účelové funkce by byla 0 a tedy by nedošlo k převozu žádných surovin. Tím by celá úloha ztratila na významu. Do modelu tedy budou doplněny podmínky $x_{\mathrm{ij}} \geq 0$; $y_{\mathrm{j}} \geq 0$; $u_{\mathrm{j}} \geq 0$; $v_{\mathrm{j}} \geq 0$.

3.2 Výsledný matematický model

minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\, x_{ij} + 1500\, v_j + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} u_j c_{ij} + 1000000 * S + 250 * t + \sum_{j=1}^{m} d_j w_j \tag{4.1}$$

za podmínek:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \leq 2150 \tag{4.2}$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} \leq 1700 \tag{4.3}$$

$$x_{11} + x_{21} = 400 \tag{4.4}$$

$$x_{12} + x_{22} + u_2 = 350 \tag{4.5}$$

$$x_{13} + x_{23} + u_3 = 480 \tag{4.6}$$

$$x_{14} + x_{24} + u_4 = 300 \tag{4.7}$$

$$x_{16} + x_{26} + y_6 = 720 \tag{4.8}$$

$$x_{17} + x_{17} + y_7 = 735 \tag{4.9}$$

$$x_{18} + x_{28} + y_8 = 780 \tag{4.10}$$

$$x_{15} + x_{25} \geq y_6 + y_7 + y_8 + y_9 \tag{4.11}$$

$$x_{19} + x_{29} + y_9 \leq 1300 * S \tag{4.12}$$

$$x_{19} + x_{29} + y_9 = u_2 + u_3 + u_4 \quad (4.13)$$
$$x_{15} + x_{25} \leq 5000 \quad (4.14)$$
$$y_6 \leq 50 * v_6 \quad (4.15)$$
$$y_7 \leq 50 * v_7 \quad (4.16)$$
$$y_8 \leq 50 * v_8 \quad (4.17)$$
$$y_9 \leq 50 * v_9 \quad (4.18)$$
$$u_2 \leq 350 * S \quad (4.19)$$
$$u_3 \leq 480 * S \quad (4.20)$$
$$u_4 \leq 300 * S \quad (4.21)$$
$$x_{15} + x_{25} \leq 100 * t \quad (4.22)$$
$$y_6 \leq 720 * w_6 \quad (4.23)$$
$$y_7 \leq 735 * w_7 \quad (4.24)$$
$$y_8 \leq 780 * w_8 \quad (4.25)$$
$$y_9 \leq (350 + 480 + 300) * w_9 \quad (4.26)$$
$$x_{ij} \geq 0 \quad (4.27)$$
$$y_j \geq 0 \quad (4.28)$$
$$u_j \geq 0 \quad (4.29)$$

$v_j \geq 0$, celočíselná proměnná (4.30)

$w_{\mathrm{j}} \geq 0$, binární proměnná (4.31)

$\mathrm{t} \geq 0$, celočíselná proměnná (4.32)

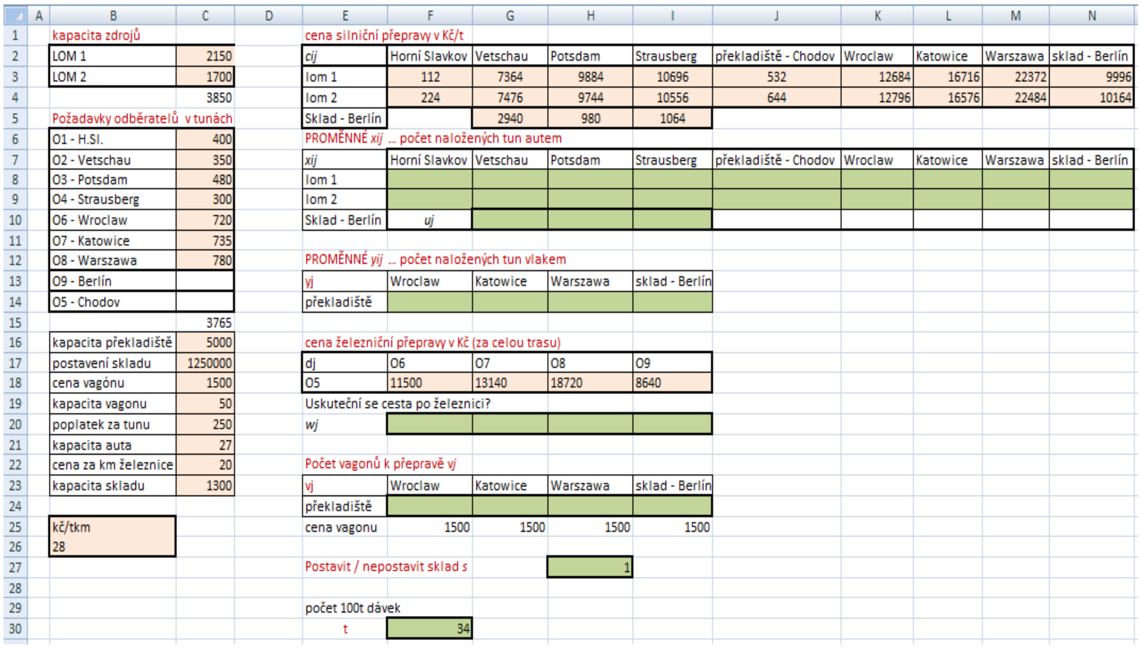
$S \geq 0$, binární proměnná (4.33)

4 Řešitel v MS Excel

Možnosti řešení úloh větších rozměrů je v MS Excel výrazně omezené. Horní mez pro počet proměnných modelu je stanovena na 200, limit pro počet omezujících podmínek je 600. Z toho je 400 rezervováno pro dolní a horní meze proměnných, ostatních omezujících podmínek včetně celočíselnosti může být tedy maximálně 200. Počet proměnných i podmínek řešené úlohy je mezi těmito limity, může být tedy využito modulu Řešitele k jejímu vyřešení.

Postup zpracování lineárních modelů je ve všech tabulkových kalkulátorech podobný. Nejprve je důležité zadat všechna vstupní data do označených buněk a určit buňky, které budou vyjadřovat jednotlivé proměnné. Na obr. 8 jsou zeleně vyznačeny buňky pro proměnné a růžově neřiditelné vstupy.

Obrázek 8 - řiditelné a neřiditelné vstupy



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		kapacita zdrojů			cena silniční přepravy v Kč/t									
2		LOM 1	2150		cij	Horní Slavkov	Vetschau	Potsdam	Strausberg	překladiště - Chodov	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín
3		LOM 2	1700		lom 1	112	7364	9884	10696	532	12684	16716	22372	9996
4			3850		lom 2	224	7476	9744	10556	644	12796	16576	22484	10164
5		Požadavky odběratelů v tunách			Sklad - Berlín		2940	980	1064					
6		O1 - H.Sl.	400		PROMĚNNÉ xij ... počet naložených tun autem									
7		O2 - Vetschau	350		xij	Horní Slavkov	Vetschau	Potsdam	Strausberg	překladiště - Chodov	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín
8		O3 - Potsdam	480		lom 1									
9		O4 - Strausberg	300		lom 2									
10		O6 - Wroclaw	720		Sklad - Berlín	uj								
11		O7 - Katowice	735											
12		O8 - Warszawa	780		PROMĚNNÉ yij ... počet naložených tun vlakem									
13		O9 - Berlín			yj	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín					
14		O5 - Chodov			překladiště									
15			3765											
16		kapacita překladiště	5000		cena železniční přepravy v Kč (za celou trasu)									
17		postavení skladu	1250000		dj	O6	O7	O8	O9					
18		cena vagónu	1500		O5	11500	13140	18720	8640					
19		kapacita vagonu	50		Uskuteční se cesta po železnici?									
20		poplatek za tunu	250		wj									
21		kapacita auta	27											
22		cena za km železnice	20		Počet vagonů k přepravě vj									
23		kapacita skladu	1300		vj	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín					
24					překladiště									
25		kč/tkm			cena vagonu	1500	1500	1500	1500					
26		28												
27					Postavit / nepostavit sklad s			1						
28														
29					počet 100t dávek									
30					t	34								

Zdroj: vlastní zpracování v MS Excel, 2016

Uspořádání buněk a vstupních dat je v podstatě libovolné, některé koeficienty jsou zadány do buněk přímo jako numerické hodnoty (požadavky odběratelů, kapacity skladů), pro jiné je použito jednoduchých vzorců, například násobení zadané vzdálenosti a ceny za tunokilometr. V matematickém modelu zadané úlohy bylo definováno 35 proměnných, pro které jsou vymezeny jednotlivé bloky buněk, například pro proměnné x_{ij} je připraven blok F8:N9.

Aby mohly být zadány jednotlivé omezující podmínky, musí pro ně být vymezen prostot zvlášť pro levou stranu podmínek, zvlášť pro pravou. Z vlastní zkušenosti autorka doporučuje podmínky seřadit do skupin co možná nejvíce podle znamének rovnosti a nerovnosti mezi levou a pravou stranou podmínky, usnadní to následné zadávání podmínek přímo do řešitele.

Dále byl model nadefinován do řešitele, tak jak je popsáno v kapitole 1.5.1. Řešitel vyhledal optimální řešení a doplnil číselné hodnoty do připravených buněk.

Obrázek 9 – Získané hodnoty proměnných

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
6	PROMĚNNÉ *xij* ... počet naložených tun autem									
7	*Xij*	Horní Slavkov	Vetschau	Potsdam	Strausberg	překladiště - Chodov	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín
8	lom 1	400	0	0	0	1750	0	0	0	0
9	lom 2	0	0	0	0	1615	0	0	0	0
10	Sklad - Berlín	Uj	350	480	300					

	E	F	G	H	I
15	PROMĚNNÉ *yij* ... počet naložených tun vlakem				
16	yj	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín
17	překladiště	720	735	780	1130
18		720	735	780	2235
19	cena železniční přepravy v Kč (za celou trasu)				
20	dj	O6	O7	O8	O9
21	O5	11500	13140	18720	8640
22	Uskuteční se cesta po železnici?				
23	w	1	1	1	1

	K	L	M	N	O
15	Počet vagonů k přepravě vj				
16	vj	Wroclaw	Katowice	Warszawa	sklad - Berlín
17	překladiště	15	15	16	23
18		1500	1500	1500	1500
19					
20	Postavit / nepostavit sklad *s*			1	
21					
22	počet 100t dávek				
23	t	34			

Zdroj: Vlastní zpracování v MS Excel, 2016

Po vyhledání optimálního řešení byla vygenerována výsledková zpráva, která shrnuje původní a vypočítané hodnoty účelové funkce a rozhodovacích proměnných. Podle optimálního řešení **je vhodné zamýšlený sklad v Berlíně postavit**. Celková cena všech přepravních nákladů na obsluhu všech odběratelů včetně investice do skladu dosáhne hodnoty 5.248.460,- Kč.

Tabulka 7- Výsledková zpráva

Nastavovaná buňka (Min)

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
$R$1	Hodnota účelové funkce	0	5248460

Měněné buňky

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
$F$8	lom 1 Horní Slavkov	0	400
$G$8	lom 1 Vetschau	0	0
$H$8	lom 1 Potsdam	0	0
$I$8	lom 1 Strausberg	0	0
$J$8	lom 1 překladiště – Chodov	0	1750
$K$8	lom 1 Wroclaw	0	0
$L$8	lom 1 Katowice	0	0
$M$8	lom 1 Warszawa	0	0
$N$8	lom 1 sklad – Berlín	0	0
$F$9	lom 2 Horní Slavkov	0	0
$G$9	lom 2 Vetschau	0	0
$H$9	lom 2 Potsdam	0	0
$I$9	lom 2 Strausberg	0	0
$J$9	lom 2 překladiště – Chodov	0	1615
$K$9	lom 2 Wroclaw	0	0
$L$9	lom 2 Katowice	0	0
$M$9	lom 2 Warszawa	0	0
$N$9	lom 2 sklad – Berlín	0	0
$G$10	Sklad - Berlín Vetschau	0	350
$H$10	Sklad - Berlín Potsdam	0	480
$I$10	Sklad - Berlín Strausberg	0	300
$F$17	překladiště Chodov Wroclaw	0	720
$G$17	překladiště Chodov Katowice	0	735
$H$17	překladiště Chodov Warszawa	0	780
$I$17	překladiště Chodov sklad - Berlín	0	1130
$F$23	w O6	0	1
$G$23	w O7	0	1
$H$23	w O8	0	1
$I$23	w O9	0	1
$L$17	překladiště Wroclaw	0	15
$M$17	překladiště Katowice	0	15
$N$17	překladiště Warszawa	0	16
$O$17	překladiště sklad – Berlín	0	23
$N$20	Postavit / nepostavit sklad	0	1
$L$23	počet 100t dávek k přeložení	0	34

Zdroj: 1 - Vlastní zpracování v MS Excel, 2016

Řešitel určil optimální distribuční trasy následovně:

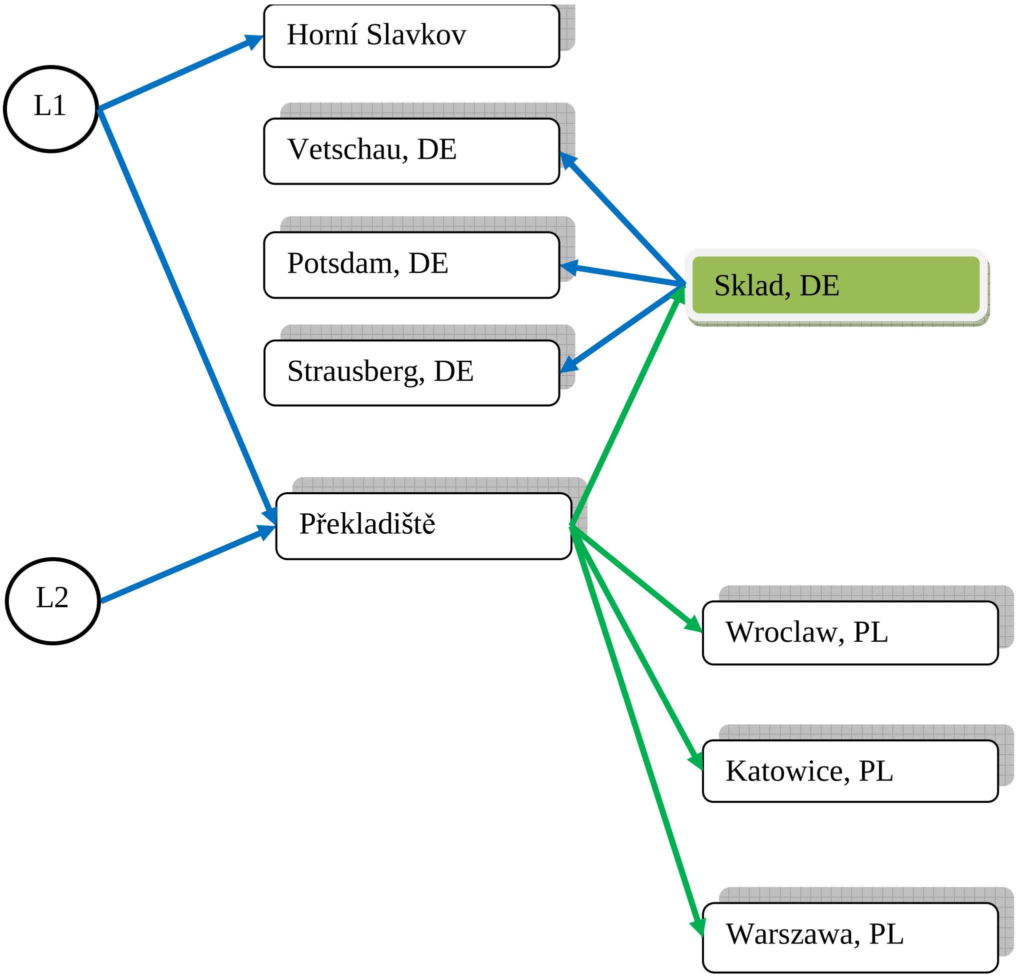
Z lomu L1 bude nákladními vozy zásobeno odběrné místo O1 v Horním Slavkově s požadavkem na 400 tun živce a zbytek kapacity lomu (1750 tun) bude převážen nákladními automobily do překladiště v Chodově. Tím je kapacita lomu L1 vyčerpána.

Z lomu L2 bude nákladními vozy odvezeno 1615 tun do překladiště v Chodově. V lomu L2 tedy zbude 85 nevyužitých tun, které mohou být uschovány jako rezerva pro objednávky v dalších týdnech.

Z překladiště v Chodově bude vlakem distribuováno 720 tun do Wroclavy (15 vagónů), 735 tun do Katovic (15 vagónů), 780 tun do Varšavy (16 vagónů) a 1130 tun do nově postaveného skladu v Berlíně (23 vagónů). Celkem bude v překladišti z nákladních aut na vlaky přeloženo 3365 tun, za což firma zaplatí 34 * 250,- Kč tedy 8.500,- Kč.

Všechna odběrná místa v Německu budou zásobována z nového skladu nákladní automobilovou dopravou.

Obrázek 10 - Nově definované trasy



Zdroj: Vlastní zpracování, 2016

Dále z výsledkové zprávy lze vyčíst informace týkající se omezujících podmínek. Jsou zde uvedeny konečné hodnoty levých stran omezujících podmínek a informace o stavu platnosti těchto podmínek. Pokud je uveden termín *Platí*, znamená to, že podmínka platí jako rovnice, termín *Neplatí* znamená *neplatí jako rovnice*, tedy podmínka platí jako ostrá nerovnost. V posledním sloupci jsou uvedeny odchylky hodnot pravých stran od výsledných hodnot levých stran, to znamená, že například podmínka v buňce Q3 byla splněna jako ostrá nerovnost s přebytkem 85 tun materiálu, tedy zdroj lom L2 nebyl plně vyčerpán. Podle odchylky u podmínky v buňce Q12 je zřejmé, že kapacita nového skladu není plně využita, tedy by mohla být navýšena některá z dodávek pro odběratele O2, O3 nebo O4. Stejně tak kapacita překladiště je více než dostačující. Podmínky Q16 až Q18 říkají, kolik volných tun ještě zbývá k úplnému naplnění použitých, tedy placených, vagónů na jednotlivých železničních cestách. Podmínka Q22 říká, že ještě může být z auta na vlak přeloženo 35 tun, aniž by se zvýšila cena za tuto překládku. Podmínky Q23 až Q26 potvrzují, že doprava mezi překladištěm v Chodově a odběrnými místy v Polsku (O6, O7, O8) se uskuteční po železnici, stejně tak doprava z překladiště do nového skladu v Berlíně.

Tabulka 8 – Výsledková zpráva – omezující podmínky

Omezující podmínky

Buňka	Název	Hodnota buňky	Vzorec	Stav	Odchylka
$Q$2	Kapacita lomu L1	2150	$Q$2<=$S$2	Platí	0
$Q$3	Kapacita lomu L2	1615	$Q$3<=$S$3	Neplatí	85
$Q$12	Kapacita skladu	1130	$Q$12<=$S$12	Neplatí	170
$Q$14	Kapacita překladiště	3365	$Q$14<=$S$14	Neplatí	1635
$Q$15	Počet tun z O5 do O6	720	$Q$15<=$S$15	Neplatí	30
$Q$16	Počet tun z O5 doO7	735	$Q$16<=$S$16	Neplatí	15
$Q$17	Počet tun z O5 do O8	780	$Q$17<=$S$17	Neplatí	20
$Q$18	Počet tun z O5 do O9	1130	$Q$18<=$S$18	Neplatí	20
$Q$19	Doprava ze skladu do O2	350	$Q$19<=$S$19	Platí	0
$Q$20	Doprava ze skladu do O3	480	$Q$20<=$S$20	Platí	0
$Q$21	Doprava ze skladu do O4	300	$Q$21<=$S$21	Platí	0
$Q$22	100t dávky pro přeložení	3365	$Q$22<=$S$22	Neplatí	35
$Q$23	Doprava vlakem do O6	720	$Q$23>=$S$23	Platí	0
$Q$24	Doprava vlakem do O7	735	$Q$24>=$S$24	Platí	0
$Q$25	Doprava vlakem do O8	780	$Q$25>=$S$25	Platí	0
$Q$26	Doprava vlakem do O9	1130	$Q$26>=$S$26	Platí	0

Zdroj: Vlastní zpracování v MS Excel, 2016

4.1 Postoptimalizační analýza

Jak uvádí Jablonský (2007), každý počítačový systém pro řešení úloh LP nabízí možnost vyvolat informace týkající se analýzy citlivosti optimálního řešení ve vztahu ke změnám pravých stran podmínek nebo ke změně koeficientů účelové funkce.

Analýza citlivosti řešení vzhledem ke složky pravé strany podmínky

V praxi se běžně stává, že se disponibilní množství zdrojů nebo celkové požadavky, uvedené v podmínkách modelu na pravé straně, změní. Může to být způsobeno ztrátou odběratele nebo nalezením nových zdrojů nebo naopak nečekanými opravami na strojích, takže dojde ke snížení plánované produkce. Aby při takovýchto změnách nebylo potřeba celý model formulovat znovu a celý ho počítat jako novou úlohu, je dobré vědět, jak přizpůsobit optimální řešení nastalým změnám. (Gál, 1968)

Plevný (2013) říká, že předpokladem pro fungování této analýzy je neměnnost více než jedné hodnoty v modelu. Tedy změnit se může jen hodnota pravé strany, všechna ostatní data v modelu jsou beze změny.

Citlivostní analýza pravých stran zkoumá, do jaké míry se mohou měnit hodnoty pravých stran podmínek, aniž by došlo ke změně optimálního řešení.

Při použití Řešitele je ale uživatel omezen použitím celočíselných proměnných. Pokud jsou v modelu tyto proměnné použity, není řešitel schopen generovat citlivostní analýzu s ohledem na použití jiné metody hledání optimálního řešení než v případě spojitých (neceločíselných) proměnných.

Analýza citlivosti řešení vzhledem ke změně koeficientu účelové funkce

Koeficienty vyjadřují v účelové funkci kritérium optimalizace, tedy hodnotící kritérium. Tato analýza odpovídá na otázku, v jakém rozsahu se může pohybovat hodnota sledovaného koeficientu účelové funkce tak, aby se nezměnilo optimální řešení. Opět je základní podmínkou předpoklad, že se bude měnit jen jeden koeficient a ostatní hodnoty zůstanou neměněné.

Na příkladu dopravního problému společnosti K M K GRANIT a.s. bude citlivostní analýza ukázána po vynechání podmínek celočíselnosti v modelu. Jak ukazuje nová výsledková zpráva, změnily se pouze výsledné hodnoty u proměnné $v_{j,}$ která představuje počet vagónů a hodnota proměnné *t*, která určuje počet stotunových přeložení materiálu. Všechny trasy pro dopravu materiálu, včetně splnění všech požadavků a dodržení všech kapacit, zůstaly bez změny. Ke změně samozřejmě došlo v hodnotě účelové funkce, což je dáno počítáním nákladů jen za část vagónu, což je v praxi nereálné. Pro demonstraci analýzy citlivosti, ale bude tento fakt potlačen.

Tabulka 9 - Výsledková zpráva pro spojité proměnné

Nastavovaná buňka (Min)

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
$R$1	HÚF	0	5245822,5

Měněné buňky

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
$L$17	překladiště Wroclaw	0	14,4
$M$17	překladiště Katowice	0	14,7
$N$17	překladiště Warszawa	0	15,6
$O$17	překladiště sklad – Berlín	0	22,6
$L$23	počet 100t přeložení	0	33,65

Zdroj: Vlastní zpracování v MS Excel, 2016

V první tabulce citlivostní zprávy je pro každou proměnnou uveden její název, hodnota, redukované náklady, cenový koeficient a interval stability pro tento koeficient, který je definovaný povoleným poklesem a vzrůstem. Tento interval stability určuje meze, ve kterých se může pohybovat koeficient, aniž by to vedlo ke změně optimálního řešení úlohy.

Druhá tabulka citlivostní analýzy obsahuje pro každou podmínku její název, hodnotu levé (konečná hodnota) a pravé (pravá strana podmínky) strany, hodnotu duální proměnné (stínové ceny) a interval stability pro hodnotu pravé strany ve formě povoleného vzrůstu a poklesu. Stínová cena uvádí, o kolik by se změnila optimální hodnota účelové funkce, pokud by se hodnota odpovídající pravé strany zvýšila o jednotku.

Tabulka 10 - Citlivostní analýza

Měněné buňky

Buňka	Název	Konečná hodnota	Snížené náklady	Cílový koeficient	Povolený nárůst	Povolený pokles
$F$8	lom 1 Horní Slavkov	400	0	112	0	1E+30
$G$8	lom 1 Vetschau	0	280	7364	1E+30	280,4254109
$H$8	lom 1 Potsdam	0	8332	9884	1E+30	8331,853982
$I$8	lom 1 Strausberg	0	9060	10696	1E+30	9059,853982
$J$8	lom 1 překladiště	1750	0	532	112	0
$I$23	cesta vlakem do O9	1	0	8640	316880,7143	8640
$L$17	překladiště Wroclaw	14,4	0	1500	605176,3889	1500
$M$17	překladiště Katowice	14,7	0	1500	794081,1224	1500
$N$17	překladiště Warszawa	15,6	0	1500	1089175	1500
$O$17	překladiště sklad	22,6	0	1500	14021,27054	1500
$N$20	Postavit / nepostavit sklad	1	0	1250000	98148,89381	1250000

Zdroj: Vlastní zpracování v MS Excel, 2016

Z uvedené tabulky lze vyčíst, že sklad by mohl stát i 1.348.148,- Kč a stále by se vyplatilo ho postavit a využívat jako zdrojový sklad pro zásobování odběratelů v Německu.

4.2 Doporučení s ohledem na optimální řešení

Vzhledem k nalezenému optimálnímu řešení je vhodné doporučit společnosti K M K Granit, a.s. stavbu nového skladu v Berlíně a upravit doručování objednaného materiálu k odběratelům cestami, které vyplývají z optimálního řešení zadané úlohy (viz obr. 10). Vzhledem k tomu, že společnost využívá externího dopravce, bylo by vhodné zvážit a propočítat efektivitu externí dopravy vůči dopravě vlastní. Jako vhodné metody k sestavení modelu a posouzení výhodnosti vlastní dopravy se nabízí okružní a rozvozní úlohy, které podrobně popisuje Fiala (2010).

Závěr

Cílem bakalářské práce bylo obecně definovat dopravních úloh, sestavit a vyřešit matematický model reálného systému. K tomuto účelu byla vybrána společnost K M K GRANIT, a.s., která se zabývá těžbou, zpracováním a prodejem živce a jeho směsí.

V první části práce byly vysvětleny základní pojmy týkající se lineárního programování. Byl vysvětlen postup při sestavování obecného matematického modelu úlohy lineárního programování. Dále byly popsány jednotlivé metody vhodné k řešení dopravních úloh. Bylo zjištěno a vysvětleno, že z přibližných metod je metoda severozápadního rohu prakticky nepoužitelná, protože její algoritmus udává pouze systém výběru obsazovaných buněk, ale už nebere v úvahu cenové koeficienty. Z této metody vychází Indexování metoda, která vede k lepší aproximaci optima, neboť již bere v úvahu cenové koeficienty, přesto je zde ještě prostor pro zlepšení. Toto zlepšení přináší Vogelova aproximační metoda. Její využití vede u dopravních problémů v řadě případů k optimálnímu řešení. Jako alternativa k těmto přibližným metodám byl představen doplněk Řešitel z prostředí tabulkového procesoru MS Excel 2007.

Druhá část práce se již věnovala vyřešení konkrétního problému společnosti K M K GRANIT, a.s. Úkolem bylo zhodnotit výhodnost investice ve výši 1.250.000,- Kč pro stavbu nového skladu v zahraničí, který by napojen na železniční dopravní síť. Nejprve byly definovány všechny neřiditelné vstupy, důležité pro správné posouzení a vyhodnocení tvořeného modelu. Dalším krokem bylo slovní definování všech omezujících podmínek, které tvořily hranice pro hledání optimálního řešení. Tato část byla pro autorku zřejmě nejtěžší z celé práce, protože bylo potřeba nahlížet na reálný systém z několika úhlů pohledu a nic neopomenout. Matematické definování samotných podmínek také nepatřilo k lehkým úkolům. Po sestavení výsledného matematického modelu byl tento zanesen do volného listu v MS Excel a vyřešen pomocí modulu Řešitel. Získané hodnoty byly interpretovány pomocí analýzy citlivosti na změnu pravých stran podmínek a změnu koeficientů účelové funkce.

S ohledem na získané optimální řešení považuje autorka stavbu nového skladu za přínosnou a investici ve výši 1.250.000,- Kč doporučuje. Vzhledem k tomu, že společnost využívá k dopravě materiálu po silnici nákladní vozy externího dopravce, bylo by vhodné zanalyzovat a vyhodnotit možnost vlastní dopravy, s ohledem na další snížení nákladů popřípadě zkvalitnění služeb pro zákazníky z ČR i Německa. K řešení tohoto problému by se dalo využít okružních a rozvozních úloh, které by určily přesný počet automobilů nutných k obsloužení všech odběratelských míst a splnění jejich požadavků.

Seznam tabulek

Seznam obrázků

Seznam zkratek

A	…	matice koeficientů podmínek rozměru m*n
a.s.	…	akciová společnost
a_{ij}	…	koeficient podmínek
b_i	…	m složkový sloupcový vektor hodnot pravých stran
c_{ij}	…	koeficient účelové funkce
C^T	…	n-složkový řádkový vektor koeficientů účelové funkce
d_j	…	koeficient ceny železniční přepravy
L1	…	lom 1
L2	…	lom 2
LP	…	lineární programování
m	…	počet omezení úlohy
MPŘ	…	množina přípustných řešení
n	…	počet definovaných proměnných
O1,…, O9	…	odběratel1, …, odběratel 9
OV	…	operační výzkum
S	…	binární proměnná, postavit / nepostavit sklad
t	…	celočíselná proměnná, počet 100t přeložení v překladišti
tkm	…	tunokilometr
VAM	…	Vogelova aproximační metoda
v_j	…	celočíselná proměnná, počet vagónů
w_j	…	binární proměnná, železniční cesta
x_{ij}	…	proměnná, počet převezených tun po silnici
y_j	…	proměnný, počet převezených tun po železnici
z	…	hodnota účelové funkce

Seznam literatury a zdrojů

FIALA, Petr a kol. *Operační výzkum: nové trendy*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2010. 239 s. ISBN 978-80-7431-036-2.

FOTR, Jiří, DĚDINA, Jiří a HRŮZOVÁ, Helena. *Manažerské rozhodování*. Vyd. 3., upr. a rozš. Praha: Ekopress, 2003. 250 s. ISBN 80-86119-69-6.

GÁL, Tomáš. *Úvod do lineárního programování*. 1. vyd. Praha: SZN, 1968. 185, [3] s. Ekonomika a plánování.

GROS, Ivan. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2003. 432 s. Expert. ISBN 80-247-0421-8.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. 323 s. ISBN 978-80-86946-44-3.

KORDA, Benedikt. *Matematické metody v ekonomii*. Vyd 1. Praha: SNTL, 1967. 600^s.

LAUBER, Josef a JABLONSKÝ, Josef. *Programy pro matematické modelování I*. 1. vyd. Praha: VŠE, 1997. 233 s. ISBN 80-7079-296-5.

MACEK, Jan a MAINZOVÁ, Eva. *Základní metody operační analýzy*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1995. 161 s. ISBN 80-7082-200-7.

PLEVNÝ, Miroslav a LUKÁŠ, Ladislav. *Operační výzkum*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2003. 191 s. ISBN 80-7043-240-3.

PLEVNÝ, Miroslav a ŽIŽKA, Miroslav. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita, 2010. 296 s. ISBN 978-80-7043-933-3.

PLEVNÝ, Miroslav. *Úvod do operačního výzkumu*. 1. vyd. Plzeň: ZČU, 1997. 137 s. ISBN 80-7082-369-0.

ŠUBRT, Tomáš a LANGROVÁ, Pavlína. *Systémová podpora projektů.* 1. vyd. Praha: ČZU v Praze, 2003. 194, ISBN 80-213-0996-2

WISNIEWSKI, Mik. *Metody manažerského rozhodování*. 1. vyd. Praha: Grada, 1996. 507 s. ISBN 80-7169-089-9.

foto.mapy.cz [cit.10.4.2016]. Dostupné z http://foto.mapy.cz/original?id=14966
www.justice.cz [cit.15.4.2016]. Dostupné z https://or.justice.cz/ias/ui/rejstrik-$firma?nazev=KMK+Granit
www.kmkgranit.cz [cit.2.4.2016]. Dostupné z http://www.kmkgranit.cz/189/vyrobni-program/
www.mapy.cz [cit.19.4.2016]. Dostupné z https://mapy.cz/zakladni?x=15.6252330&y=49.8022514&z=8
OR executive guide [cit.17.3.2016]. Dostupné z http://www.scienceofbetter.co.uk/or_executive_guide.pdf

Abstrakt

TŘEŠŇÁKOVÁ, Petra. *Řešení dopravní úlohy v podniku.* Bakalářská práce. Cheb: Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 51 s., 2016

Klíčová slova: lineární programování, matematický model, dopravní úloha, metoda SZ rohu, indexová metoda, Vogelova aproximační metoda, doplněk Řešitel

Bakalářská práce se zabývá definováním dopravních úloh lineárního programování a jejich využitím v praxi. Práce se skládá z teoretické a praktické části, je členěna do čtyř kapitol. První kapitola popisuje základní pojmy lineárního programování a teoretické přístupy k řešení dopravních úloh. Je zde vysvětleno sestavení obecného modelu LP a představeny metody řešení dopravních úloh jako jsou Indexová metoda a Vogelova aproximační metoda. Druhá kapitola představuje společnost KMK Granit a.s. a definuje zadání reálného dopravního problému. Ve třetí kapitole je sestaven matematický model úlohy, pomocí doplňku Řešitel v MS Excel je nalezeno a popsáno optimální řešení úlohy. Poslední kapitola je věnována vyhodnocení získaných dat a následným doporučením pro společnost.

Abstract AJ

TŘEŠŇÁKOVÁ, P. *The solution to the transport role in the enterprise.* Bachelor thesis. Cheb: The Faculty of Economics Univesity of West Bohemia in Pilsen, 51 p., 2016

Key words: linear programming, mathematical model, transportation problem, Northwest Corner Method, Least Cost Method, Vogel´s Approximation Method, complement Solver

The Bachelor´s thesis deals with defining transportation problem in linear programming and it´s application in practice. The thesis consists of the theoretical and practical part and it is segmented into four chapters. In the first chapter there are explained basic terms in linear programming as well as theoretical approaches to solving a transportation problem. There is described composition of general model LP and also presented methods of transportation problem solving like least Cost Method and Vogel ´s Approximation Method. The second chapter presents a selected company KMK Granit a.s. and defines assingnment of real transportation problem of this company. In the third chapter there is formed mathematic model of the problem which is solved with the aid of MS Excel complement Solver. There is also a description of the optimal solution. The last chapter is dedicated to evaluation of ascertained data and subsequent suggestions for the company.