

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Julie RAKOVCOVÁ**
Osobní číslo: **A12B0632P**
Studijní program: **B3918 Aplikované vědy a informatika**
Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**
Název tématu: **Návrh a implementace AHRS systému založeného na MEMS senzorech**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

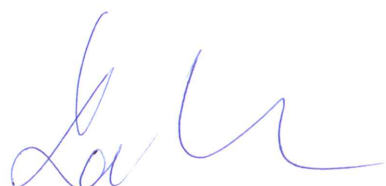
Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Seznamte se s principem fungování inerciálních senzorů.
2. Zpracujte přehled algoritmů používaných pro realizaci AHRS systémů.
3. Implementujte a otestujte vybrané algoritmy na vhodné HW platformě.

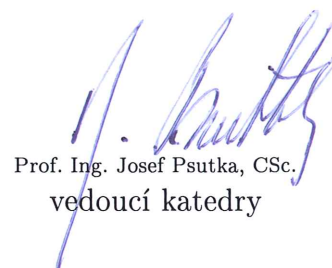
Rozsah grafických prací: **dle potřeby**
Rozsah kvalifikační práce: **30-40 stránek A4**
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**
Seznam odborné literatury:
Dodá vedoucí bakalářské práce.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Miroslav Flídr, Ph.D.**
Katedra kybernetiky

Datum zadání bakalářské práce: **1. listopadu 2015**
Termín odevzdání bakalářské práce: **13. května 2016**



Doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 30. října 2015

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....
podpis

Poděkování

Tímto bych ráda poděkovala vedoucímu bakalářské práce, Ing. Miroslavovi Flídrovi, Ph.D., za ochotné poskytnutí cenných rad, připomínek a odborné konzultace. A neméně děkuji za trpělivost, kterou se mnou během této práce měl.

Dále bych ráda poděkovala rodině a přátelům za jejich podporu během celého studia a děkuji své mamince za důvěru, kterou ve mě vždy vkládala.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a implementací AHRS systému, který je založen na MEMS senzorech. První část slouží k seznámení s pojmem MEMS, ve druhé části jsou popsány principy inerciálního navigačního systému a popis vlastností snímacích senzorů. Třetí část se zabývá vlastnostmi systému AHRS a typy jeho implementací. V závěru je popsán návrh a implementace AHRS systému založeného na komplementárním filtru v prostředí MATLAB.

Klíčová slova

AHRS, odhad polohy a směru, komplementární filtr, RK4

Abstract

This bachelor thesis deals with design and implementation of an AHRS which is based on MEMS Sensors. The first part serves as an introduction of the term MEMS, in the second part there is a description of inertial navigation system and characteristics of sensing sensors. The third part deals with characteristics of AHRS and with types of its implementation. The design and implementation of AHRS based on complementary filter in environment of MATLAB is described at the end of this work.

Keywords

AHRS, attitude and heading estimation, complementary filter, RK4

Obsah

Obsah	iv
1 Úvod	1
2 MEMS	2
3 Inerciální senzory a principy jejich funkce	5
3.1 Princip inerciálního navigačního systému	5
Inerciální platforma s Cardanovým závěsem	6
Inerciální platforma s pevnou montáží	7
Porovnání gimbalu a strapdown	8
3.2 IMU	9
3.3 Akcelerometry	10
Druhy akcelerometrů	10
Piezoelektrické akcelerometry (PE)	10
Piezorezistivní akcelerometry (PR)	11
Kapacitní akcelerometry	11
3.4 Gyroskopy	13
Druhy gyroskopů	13
Mechanické gyroskopy	14
Optické gyroskopy	14
MEMS gyroskopy	15
3.5 Magnetometry	16
Druhy magnetometrů	17
Skalární magnetometry	17
Vektorové magnetometry	17
MEMS magnetometry	18

4	AHRS	20
4.1	Matematické pozadí odhadu polohy	21
	DCM	21
	Eulerovy úhly	22
	Kvaterniony	23
4.2	Typy implementací AHRS	25
	Komplementární filtr	25
	Kalmanův filtr	27
	Model akcelerometru	28
	Model gyroskopu	28
	Fúze dat pomocí Kalmanova filtru	29
	Shrnutí vlastností komplementárního a Kalmanova filtru	30
5	Implementace a testování algoritmu založeném na komplementárním filtru	32
5.1	Zpracování dat z gyroskopu	33
	Metoda RK4	33
	Konverze	35
5.2	Zpracování dat z akcelerometru a magnetometru	36
	DCM	36
	Dolní propust	37
5.3	Komplementární filtr	40
	Eliminace nespojitosti	42
6	Závěr	47
	Literatura	48
	Seznam obrázků	52

Kapitola 1

Úvod

AHRS neboli systém sloužící k odhadu polohy a směru je avionický systém, jehož funkcí je měření polohových úhlů nazývaných roll, pitch a yaw. AHRS je mimo jiné klíčovou součástí řízení bezpilotních letounů. Dále se využívá v řízených střelách, vesmírných raketách, ale i v civilních a komerčních oblastech, například v letadlech.

Mezi obvykle používané senzory v AHRS patří akcelerometry, gyroskopy a magnetometry. V některých případech se využívají i další senzory, jako je například senzor snímání tlaku, který umožňuje určit nadmořskou výšku [1].

Cílem této práce je navrhnout a implementovat AHRS systém založený na MEMS senzorech. Pojem MEMS bude podrobněji vysvětlen v následující kapitole. Další část se bude zabývat seznámením s inerciálním navigačním systémem, typy jeho provedení a jejich vzájemným porovnáním. Dále budou detailněji popsány jednotlivé senzory, jejich vlastnosti, rozdělení a funkční principy. V kapitole AHRS bude popsána obecná struktura tohoto systému, jeho matematické pozadí a typy implementací. Následující kapitola se bude zabývat praktickou částí této bakalářské práce, tzn. samotnou implementací algoritmu vycházející z metody prezentované v článku [2].

Kapitola 2

MEMS

MEMS, zkratka znamenající Microelectromechanical Systems, do češtiny lze přeložit jako Mikroelektromechanické systémy, označuje společnou integraci mechanických a elektronických elementů o velmi malých rozměrech, a zároveň také technologii používanou k výrobě těchto struktur.

Technologie MEMS pracuje s mnoha nástroji a je založena na mnoha metodách, které slouží při výrobě struktur o rozměrech v řádech mikrometrů. Tato technologie vychází z velké části z technologie používané při výrobě integrovaných obvodů (IC - integrated circuit). Například, většina zařízení je stavěna na bázi křemíku, stejně jako integrované obvody. Struktura MEMS je realizována pomocí tenkých vrstev silikonu, které se vytváří fotolitografickými metodami, opět tak jako je tomu u IC. Je však i několik výrobních procesů, které se neodvíjí od způsobu výroby integrovaných obvodů, a čím více se tyto metody vyvíjí, tím více se zvětšuje rozdíl mezi MEMS a IC technologiemi. V MEMS technologii existují tři základní stavební bloky, mezi něž patří schopnost nanést tenkou vrstvu materiálu na substrát, aplikace vzorové masky na předchozí vrstvu pomocí fotolitografie, a poslední vyleptání jednotlivých vrstev do masky.

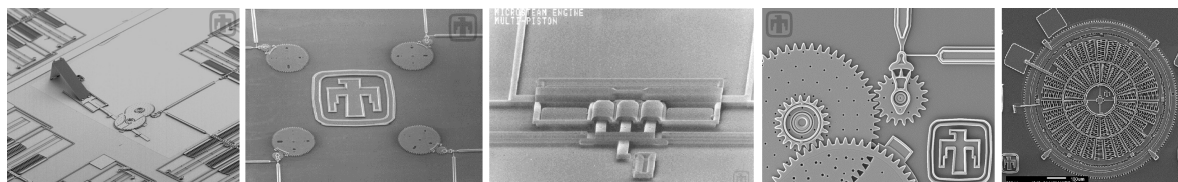
Samotné zařízení MEMS se skládá ze zminiaturizovaných struktur, senzorů, aktuátorů a mikroelektroniky. Nejvýznamnější částí jsou mikrosenzory a mikroaktuátory, které náleží do kategorie převodníků energie. Převodníky, jak již název napovídá, převádí energii jednoho druhu na jiný. V případě mikrosenzorů konvertuje převodník naměřený mechanický signál na elektrický.

Během posledních desetiletí, výzkumní pracovníci a vývojáři zabývající se MEMS předvedli obrovské množství mikrosenzorů schopných snímat téměř každou veličinu od teploty, tlaku, inerciálních sil, přes chemické látky až k magnetickému poli, radiaci, atd. Mnohé z těchto senzorů podávají dokonce lepší výsledky než jejich makroskopický ekvivalent. Jako příklad

může posloužit tlakový transduktor, který obvykle předčí tlakový senzor vyrobený těmi nejpřesnějšími technikami makroskopického strojního zpracování. Také náklady na výrobu MEMS jsou podstatně nižší.

Skutečný potenciál MEMS tkví ale v "on-chip" integraci, což je integrace miniaturizovaných senzorů, aktuátorů a struktur dohromady s integrovanými obvody v podobě mikroelektroniky na jednom společném křemíkovém substrátu. To pak dovoluje další miniaturizaci. Ale jako každá technologie, i mikrosystémy musí čelit mnohým komplikacím. Neboť mikromechanismy operují v měřítku daleko menším než je pro běžná mechanická zařízení zvykem, povrch je vystaven většímu vlivu adhezních a třecích sil, které mohou v systému převládat nad ostatními silami, a to pak vede k selhání celého zařízení. Aby tomuto jevu bylo zabráněno, je vyžadován velmi pečlivý proces návrhu zařízení, jeho výroby a rovněž jeho testování. Malá velikost komplikuje mechanickou interakci mezi komponenty. Často se v MEMS využívá elektrických a optických signálů, díky kterým je možné se se zařízením propojit, poskytnout mu napájení a řídit ho lépe, než by tomu bylo pomocí manuálního, hydraulického či pneumatického řízení, které je běžné pro makroskopická mechanická zařízení. Velké nároky jsou kladené i na pouzdro MEMS komponentů. Musí totiž udržovat komponenty v čistotě a chránit je před kontaminací, a zároveň umožnit pohyb mechanických částí a komunikaci s okolním prostředím. Například MEMS senzor tlaku vyžaduje takové pouzdro, které umožňuje senzoru snímat okolní tlak, ale zároveň chrání elektronické obvody před prachem nebo jinými částicemi.

Příkladem komerčního využití mikrosenzorů mohou být senzory tlaku využívající se v biomedicíně, akcelerometry, které slouží v automobilech k detekci havárie, nebo společně s gyroskopy ke snímání pohybu. Mikroaktuátory jsou často používány k rozpohybování souborů mikrozrcadel v projekčních systémech. Velikost MEMS se může pohybovat i v řádu vlnové délky světla, a proto se používají například i v optice. Pomocí MEMS je možné vytvořit také miniaturní parní stroje, převodovky, čerpadla a jiné. MEMS jsou využívány v mnoha různých aplikacích od displayů po systémy senzorů v optických sítích. MEMS jsou zajímavé pro mnohé aplikace kvůli jejich malé velikosti a nízké váze, což dovoluje systémům se stále zmenšovat. MEMS se ale nepoužívají jen pro komerční účely, ačkoli jejich hlavní uplatnění je právě v odvětví spotřebitelské elektroniky. Neustálý vývoj MEMS závisí hlavně na jejich využití v jaderném a vesmírném prostředí, kde je vyžadována odolnost vůči radioaktivnímu záření [3–7].



Obrázek 2.1: Příklady produktů vytvořených MEMS technologií, zleva: křemíkové zrcadlo s řídicím systémem; optické enkodéry; parní stroj; převodová jednotka; torzní západkový aktuátor [7]

Kapitola 3

Inerciální senzory a principy jejich funkce

V této kapitole je popsán inerciální navigační systém, jeho princip a rozdělení. Dále se kapitola zabývá senzory, které se v navigačních systémech často využívají, jejich vlastnostmi a typy.

3.1 Princip inerciálního navigačního systému

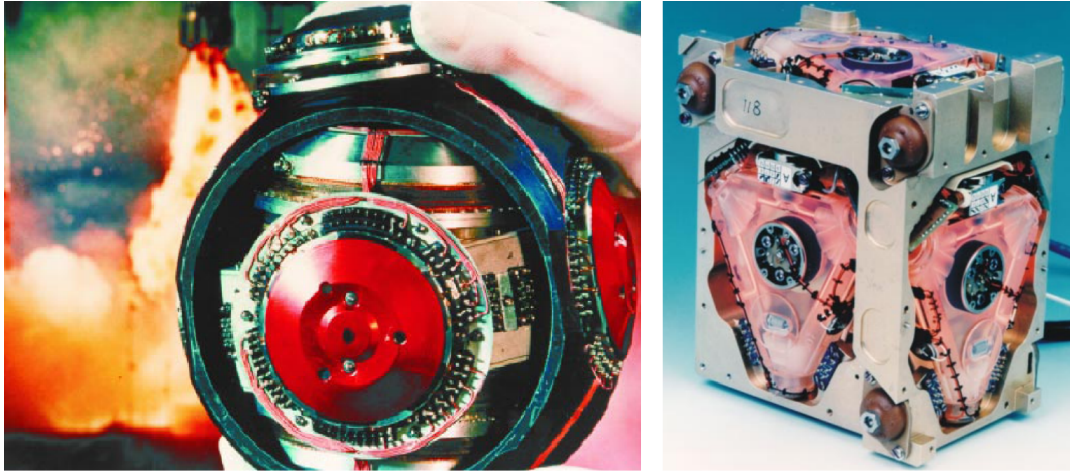
Inerciální navigační systém je jediný navigační systém, který nespolehá na externí reference [8]. K určení polohy a směru používá senzory, mezi které patří akcelerometry a gyroskopy.

Akcelerometr je nástroj, který měří zrychlení ve směru jedné osy v prostoru. Integrací tohoto zrychlení je možné získat rychlost, a pokud ta je znovu zintegrována, výsledkem je změna polohy ve směru osy zmíněného akcelerometru. Rotační pohyb tělesa je snímán gyroskopem, který stejně jako akcelerometr snímá vždy pouze ve směru jedné osy. Z dat naměřených gyroskopem je možné vypočítat úhel natočení tělesa vůči inerciálnímu referenčnímu rámci.

Je-li znám aktuální směr, ve kterém se objekt pohybuje, je možné vyvodit i aktuální polohu. Inerciální navigační systém tedy funguje na základě výpočtu polohy z odhadu směru a uražené vzdálenosti. Počáteční poloha musí být známá. Aby bylo možné odhadnout změnu polohy v prostoru, je nutné použít tři akcelerometry a tři gyroskopy jejichž osy budou vzájemně ortogonální.

Existuje mnoho různých druhů inerciálních navigačních systémů, ale obecně se dělí na dvě kategorie [8]

- inerciální platforma s Cardanovým závěsem
- inerciální platforma s pevnou montáží (strapdown)

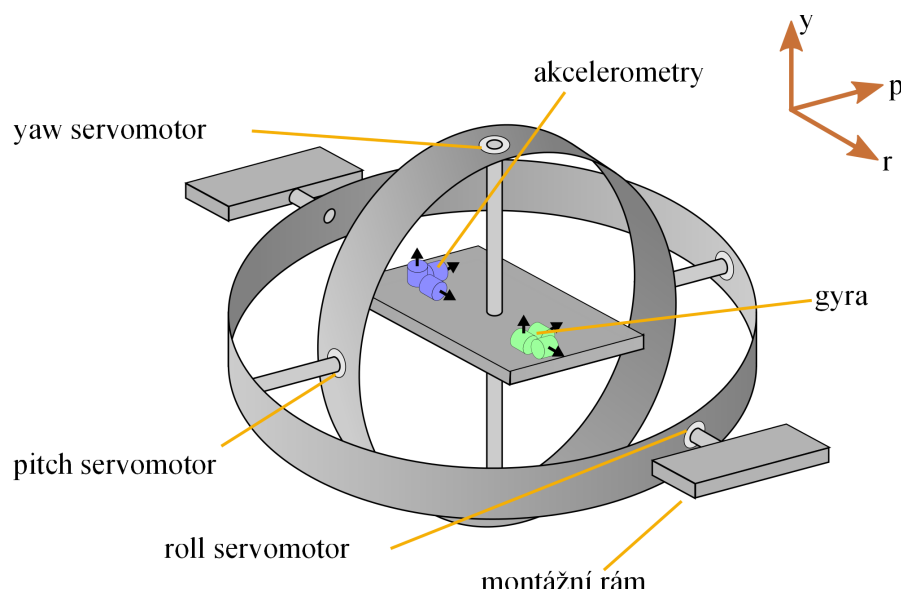


Obrázek 3.1: Zleva: inerciální platforma s Cardanovým závěsem; inerciální platforma s pevnou montáží FIN3110 [9]

Inerciální platforma s Cardanovým závěsem

Cardanův závěs neboli gimbal se skládá ze dvou pohyblivých kruhů otáčejících se kolem vzájemně kolmých os. Tento způsob zavěšení tělesa umožňuje setrvat ve stále stejné pozici bez ohledu na pohyb celé soustavy.

Tato vlastnost je při navigaci velmi důležitá, neboť zabraňuje vzniku chyb způsobených manévrováním tělesa. Akcelerometry jsou umístěny ve středu Cardanova závěsu a stabilizovány pomocí gyr, jak zmiňuje článek [9]. Gyra určují úhel natočení a stejně jako akcelerometry fungují pouze v jedné ose. V tomto případě jsou používány k detekci odchýlení úhlů od nuly, dojde-li k tomuto odchýlení, připojené servomotory odchylku vyrovnají pomocí natočení konkrétního gimbalu, což udržuje platformu akcelerometru v konstantní pozici v rámci inerciálního prostoru, jak je vidět na obrázku 3.2



Obrázek 3.2: Inerciální platforma s Cardanovým závěsem [9]

Jak je řečeno v [10], platforma s gimbaly je založena čistě na mechanickém designu. Jak se ale navigační systém vyvíjel, byla konstrukce čím dál tím komplikovanější, a proto se, díky pokroku v technologii, v poslední době více a více přechází k elektronickému provedení navigačního systému, a to vedlo k vývoji inerciální platformy s pevnou montáží, tzv. strapdown platformy.

Inerciální platforma s pevnou montáží

Tento inerciální navigační systém je napevno spojený s tělesem, to znamená, že se navigační jednotka pohybuje stejně jako objekt samotný.

Gyra na jednotce zaznamenávají stejné změny úhlové rychlosti jako těleso. Akcelerometry měří změny vůči pevným osám tělesa, které jsou určeny pohyblivým referenčním rámcem. Opakem tohoto rámce je konstantní inerciální referenční rámec. Výpočetní jednotka využívá informace z gyr a akcelerometrů k výpočtu 3D pohybu vzhledem k tomuto inerciálnímu rámci [10].

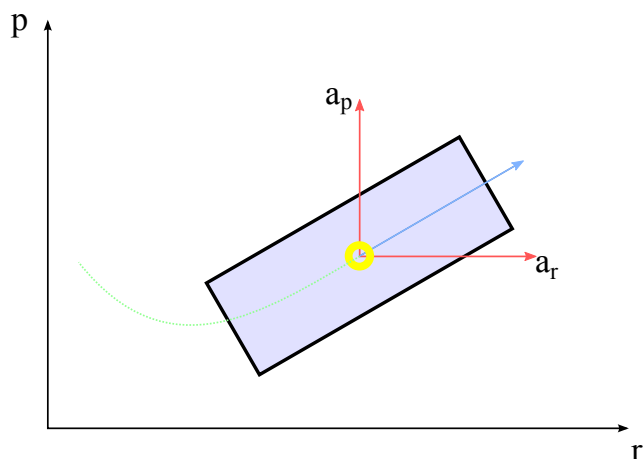
Výhodami tohoto přístupu jsou nižší náklady, menší velikost, vyšší spolehlivost, ale za cenu větší výpočetní náročnosti. K výpočtu požadovaných veličin se používá například směrová cosinová matice, Eulerovy úhly nebo kvaterniony.

Inerciální navigační systém má mnohá využití. Používá se například v řízených střelách, letadlech, vesmírných raketách, ponorkách či lodích.

Porovnání gimbalu a strapdown

Pro lepší představu, jak jsou situovány osy, vůči kterým se počítá poloha, mohou posloužit obrázky 3.3 a 3.4.

Na obrázku 3.3 je znázorněn příklad polohy os snímání pro platformu s gimbaly. Tato platforma udržuje senzory ve stabilní neměnné poloze a směru bez ohledu na translační či rotační pohyb tělesa. Z toho vyplývá, že i osy snímání mají stále stejný směr odpovídající osám konstantního inerciálního rámce.



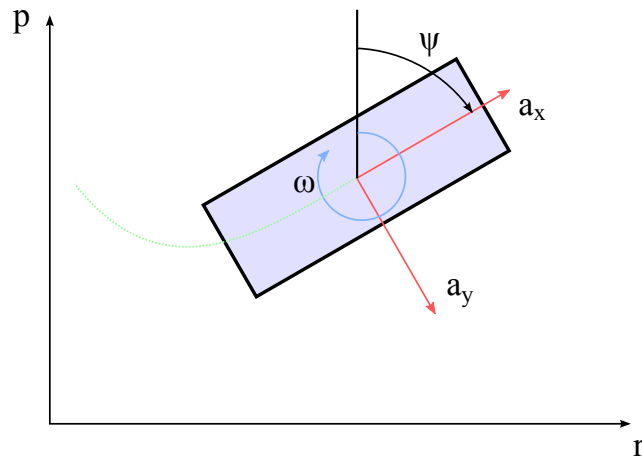
Obrázek 3.3: Dvojdímenzionální navigační systém pro platformu s gimbaly [8]

Polohu tělesa je možné vypočítat pomocí rovnic (3.1)

$$\begin{aligned}v_p(t) &= v_p(t_0) + \int_{t_0}^t a_p(t) dt & x_p(t) &= x_p(t_0) + \int_{t_0}^t v_p(t) dt \\v_r(t) &= v_r(t_0) + \int_{t_0}^t a_r(t) dt & x_r(t) &= x_r(t_0) + \int_{t_0}^t v_r(t) dt\end{aligned}\tag{3.1}$$

kde a_p je zrychlení ve směru osy p (pitch), a_r je zrychlení ve směru osy r (roll), v_p je rychlost ve směru osy p , v_r je rychlost ve směru osy r a x_p a x_r jsou souřadnice polohy.

Obrázek 3.4 znázorňuje platformu s pevnou montáží. Jak již vyplývá z názvu, senzory jsou pevně spojeny s tělesem. To znamená, že směr snímání senzorů se mění v závislosti na natočení tělesa, a proto je následně nutné přepočítat zrychlení naměřené ve směru os referenčního rámce tělesa na zrychlení ve směru os konstantního inerciálního rámce. To lze provést pomocí rovnic (3.2).



Obrázek 3.4: Dvojdimenzionální navigační systém pro platformu s pevnou montáží [8]

$$\begin{bmatrix} a_p \\ a_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

kde ω je úhlová rychlost, ψ je úhel natočení referenčního rámce tělesa vůči konstantnímu inerciálnímu rámci a a_x a a_y jsou zrychlení ve směru os x a y referenčního rámce tělesa [8].

3.2 IMU

Součástí inerciálního navigačního systému je IMU neboli inerciální měřicí jednotka (inertial measurement unit). Dle patentu [11] je IMU zařízení, které poskytuje detekci zrychlení a úhlové rychlosti ve třech osách souřadnicového systému. Konkrétní řešení IMU ve zmíněném patentu toho dosahuje pomocí senzoru ve tvaru krychle magneticky zavěšeného uvnitř vnější krychlové konstrukce. Sensor se může volně pohybovat, neboť je mechanicky nezávislý na vnějším obalu. Sensor obsahuje mnoho elementů se specifickou orientací pro roviny odpovídající osám detekce. Dvojice snímacích elementů jsou na sebe vždy kolmé, aby se minimalizovala chyba detekce vzniklá vychýlením senzoru mimo osu snímání.

Výstupem IMU je zrychlení a úhlová rychlost tělesa. Tyto veličiny jsou následně zintegrovány, aby bylo možné získat polohu, rychlost a nasměrování tělesa. IMU jsou obvykle náchylné k různým chybám vznikajícím například šumem na senzorech, měřítkem, výkyvům teploty (nelineární, obtížné charakterizovat) atd. Integrací veličin získaných z IMU se chyby nasčítávají, což pak vede ke značným driftům ve vypočítané poloze a rychlosti, takže je nutné použít vhodný algoritmus, který vzniklou chybu opraví [12].

3.3 Akcelerometry

Akcelerometr je zařízení, které dokáže měřit zrychlení, což je míra nárůstu nebo poklesu rychlosti pohybujícího se předmětu. Každý předmět, který se hýbe, zažívá zrychlení. Měří jak statické zrychlení, jehož příkladem je gravitace, tak i dynamické, jakým je pohyb nebo vibrace. S jejich pomocí je možné měřit i odstředivé síly a setrvačnost, nebo určit pozici tělesa a jeho náklon [13].

MEMS akcelerometry jsou stále vylepšovány, jsou menší, mají nižší energetickou spotřebu a jsou snadno integrovatelné do mnoha aplikací. V dnešní době se vyskytují v autech, letadlech, průmyslových zařízeních, mobilních telefonech, zkrátka téměř všude. Je ovšem rozdíl mezi vlastnostmi akcelerometrů umístěných v mobilních telefonech a akcelerometrů integrovaných v seismických senzorech nebo senzorech pro inerciální navigační systém.

Druhy akcelerometrů

Akcelerometr je transduktor, tzn. zařízení, které mění jeden druh energie na jiný, jak je již zmíněno výše. V tomto případě přeměňuje data získaná ze senzoru na měřitelný elektrický signál. Toho se dá dosáhnout pomocí tří principů:

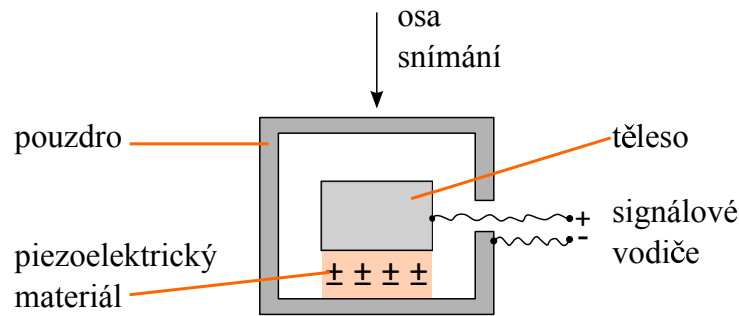
- piezoelektrické akcelerometry
- piezorezistivní akcelerometry
- kapacitní akcelerometry

Piezoelektrické akcelerometry (PE)

Piezoelektrické akcelerometry patří k nejčastěji používaným. Jsou přesné, odolné, mají velký měřicí rozsah, snadno se instalují a mají dlouhou životnost, ale jsou příliš velké a dražší než ostatní typy.

Senzor v PE akcelerometru funguje na principu Newtonova druhého pohybového zákona $F = ma$. Vstup na základně akcelerometru vytváří sílu F , která odpovídá zrychlení a na piezoelektrickém materiálu a velikosti seismické hmoty m . Akcelerometr je citlivý na náboj a jakákoli náhlá změna způsobí vytvoření náboje na výstupech akcelerometru, jehož velikost odpovídá velikosti zrychlení. Obvyklá citlivost PE akcelerometrů se pohybuje mezi $0.5 - 1000 pC/g$ (piko coulomb na tíhové zrychlení g). Jsou vhodné pro měření vibrací v mezích $4g - 104g$ [14, 15].

Následující obrázek 3.5 ukazuje nejjednodušší schéma PE akcelerometru [14]



Obrázek 3.5: Schéma principu PE akcelerometru

Piezorezistivní akcelerometry (PR)

V PR akcelerometrech se místo piezoelektrického krystalu využívá piezorezistivní materiál, který převádí sílu vyvolanou zrychlením na změnu odporu. Tento typ akcelerometrů má mikrořemíkovou mechanickou strukturu vytvořenou postupem zmíněným výše v sekci MEMS. Z toho vyplývají vlastnosti těchto akcelerometrů. Jsou malé, spolehlivé, velmi přesné a levné. Používají se hlavně k detekci otřesů.

PR akcelerometry mohou měřit i konstatní zrychlení, tzn. frekvenci změn od velikosti 0 Hz , jsou tak citlivé, že dokáží zaznamenat i zrychlení nižší než $0.01g$. Mají ale omezenou vysokofrekvenční odezvu [13, 15].

Kapacitní akcelerometry

Kapacitní akcelerometry fungují na principu, kde zrychlení odpovídá změně kapacity. Snímací element se skládá ze dvou paralelních plošných kondenzátorů a změna vzdálenosti mezi nimi způsobí změnu kapacity.

Zrychlení způsobí posunutí inerciální pohyblivé hmoty, díky čemuž je pak možné spočítat rozdíl kapacity na pevných snímacích ploškách. Plošky jsou nabité elektrickým proudem a změna vzdálenosti mezi nimi způsobí změnu elektrické kapacity systému, což je měřeno jako výstupní napětí.

Kapacitní akcelerometry mají vynikající výsledky v nízkofrekvenčním rozsahu a obvykle jsou stejně jako piezorezistivní akcelerometry vyráběny pomocí MEMS technologie [6, 13–15].

Podle semináře [16] mají kapacitní akcelerometry pár zajímavých vlastností. Kondenzátory fungují jako senzory ale i jako aktuátory. Jsou velmi citlivé a na transdukční mechanismus nepůsobí změny teploty. Kapacitní snímání nezávisí na materiálu, ale na změně kapacity, ke které dochází, mění-li se rozložení kondenzátoru. Při zanedbání dějů vznikajících na okrajích, se ka-

pacita mezi paralelními plochami spočítá jako

$$C_0 = \epsilon_0 \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_A \frac{1}{d} \quad (3.3)$$

kde $\epsilon_A = \epsilon_0 \epsilon A$ a A je plocha elektrod, d je vzdálenost mezi nimi a ϵ je permitivita látky, která je odděluje. Změna kteréhokoli parametru vyvolá změnu kapacity a tento rozdíl je na každé z proměnných snímací pomocí MEMS. Například senzor vlhkosti může být zaměřený na snímání změn ϵ , oproti tomu akcelerometry jsou založené na snímání změn d nebo A .

Typické MEMS akcelerometry se skládají z pohyblivých ploch zavěšených na referenčním rámci pomocí mechanického systému, jak je ukázáno na obrázku 3.6. Pohyblivé a upevněné plochy představují kondenzátory. Výchyly mezi plochami jsou počítané pomocí změny kapacity (3.6). Kapacity volného prostoru mezi pohyblivou deskou a dvěma stacionárními vnějšími deskami C_1 a C_2 jsou funkce znázorňující odchylku x_1 a x_2

$$C_1 = \epsilon_A \frac{1}{x_1} = \epsilon_A \frac{1}{d+x} = C_0 - \Delta C \quad C_2 = \epsilon_A \frac{1}{x_2} = \epsilon_A \frac{1}{d-x} = C_0 + \Delta C \quad (3.4)$$

Jestliže je zrychlení nulové, kapacity C_1 a C_2 se rovnají, protože $x_1 = x_2$. Vychýlení pohyblivých desek x je následkem zrychlení. Jestliže $x \neq 0$, změna kapacity se spočte jako

$$C_2 - C_1 = 2\Delta C = 2\epsilon_A \frac{x}{d^2 - x^2} \quad (3.5)$$

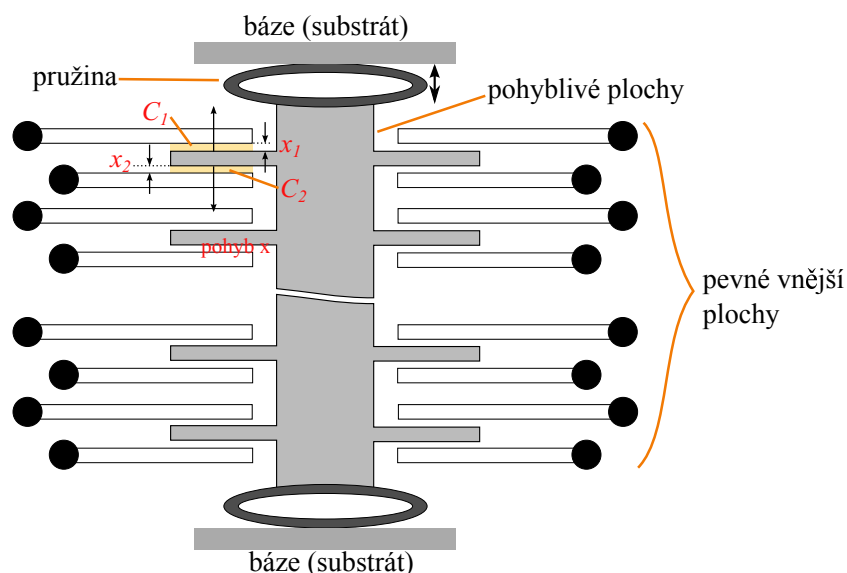
ΔC získáme měřením a potom vychýlení x je řešením rovnice

$$\Delta C x^2 + \epsilon_A x - \Delta C d^2 = 0 \quad (3.6)$$

Tato rovnice může být zjednodušena. Pro malé výchylky je $\Delta C x^2$ zanedbatelné, a proto může být vynecháno. Rovnice po úpravě a vyjádření vypadá

$$x \approx \frac{d^2}{\epsilon_A} \Delta C = d \frac{\Delta C}{C_0} \quad (3.7)$$

Z toho lze pak vyčíst, že výchylka přibližně odpovídá změně kapacity ΔC . Tento princip je znázorněn na následujícím obrázku převzatém z [16]



Obrázek 3.6: Schéma principu kapacitního akcelerometru

3.4 Gyroskopy

Gyroskopy nebo také gyra, jsou zařízení, které se primárně používají k navigaci a měření úhlové rychlosti. Poprvé byl název gyroskop použit kolem poloviny devatenáctého století Leonem Foucaultem. Ačkoliv gyroskopy původně nebyly příliš populární při navigaci na oceánských trasách, je hlavním odvětvím jejich dnešního využití právě navigace. Nejčastěji se používá pro navigaci ve vzdušném a námořním prostoru. Vyskytují se na lodích, v řízených střelách, letadlech, vesmírných raketách, satelitech, apod. Zjednodušeně řečeno je gyroskop v podstatě setrvačnick zavěšený v Cardanově rámu, který umožňuje rotaci v jakémkoli směru kolem svého těžiště. Odstředivá síla rotujícího setrvačnicku překonává sílu gravitace. Je-li osa gyroskopu namířena do nějakého směru, zůstane do tohoto směru natočená nezávisle na pohybu připojených gimbálů, bude nezávislá i na rotaci Země. Gyroskop umístěný například na řízené střele poskytuje vysoce spolehlivý referenční systém pro samonavádění a inerciální navigaci. Díky gyroskopům je také možné řízení satelitů a autopilotování [17].

Druhy gyroskopů

Gyroskopy se vyvíjely od mechanického rotujícího zařízení skládajícího se z rotorů, os a gimbálů až po elektronická a optická zařízení. Hlavní typy gyroskopů jsou [18]:

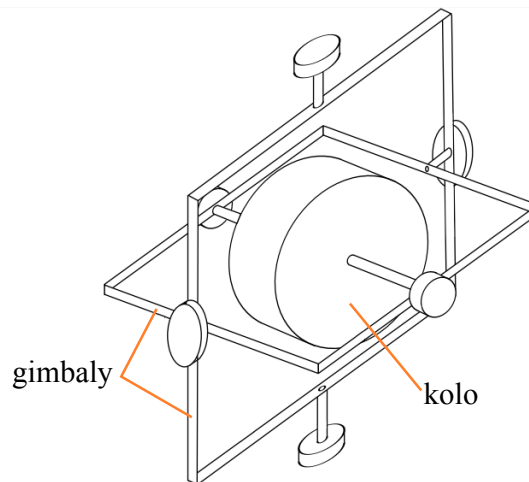
- mechanické gyroskopy
- optické gyroskopy

- MEMS gyroskopy

Mechanické gyroskopy

Tradiční gyroskop se skládá ze setrvačnicku připevněného ke dvěma gimbalům, které mu dovolují se otáčet ve všech třech osách, jak je ukázáno na obrázku 3.7. Otáčející se setrvačnick má tzv. moment hybnosti, což znamená, že rotující kolo má konstantní globální orientaci, ačkoli se úhel vůči vnějšímu rámcí mění. Z úhlů je pak možné spočítat orientaci. Moderní gyroskopy naproti tomu měří úhlovou rychlost.

Hlavní nevýhodou mechanických gyroskopů je to, že obsahují pohyblivé části. Ty způsobují tření, což vede k driftům a ty potom ovlivňují přesnost gyroskopu. Aby se tento jev minimalizoval, používají se speciální maziva a velmi přesná ložiska, což má za následek zvýšení ceny zařízení. Mimo to potřebují mechanické gyroskopy pár minut na zahřátí, což je v mnoha situacích nepřijatelné [18].



Obrázek 3.7: Tradiční mechanický gyroskop [18]

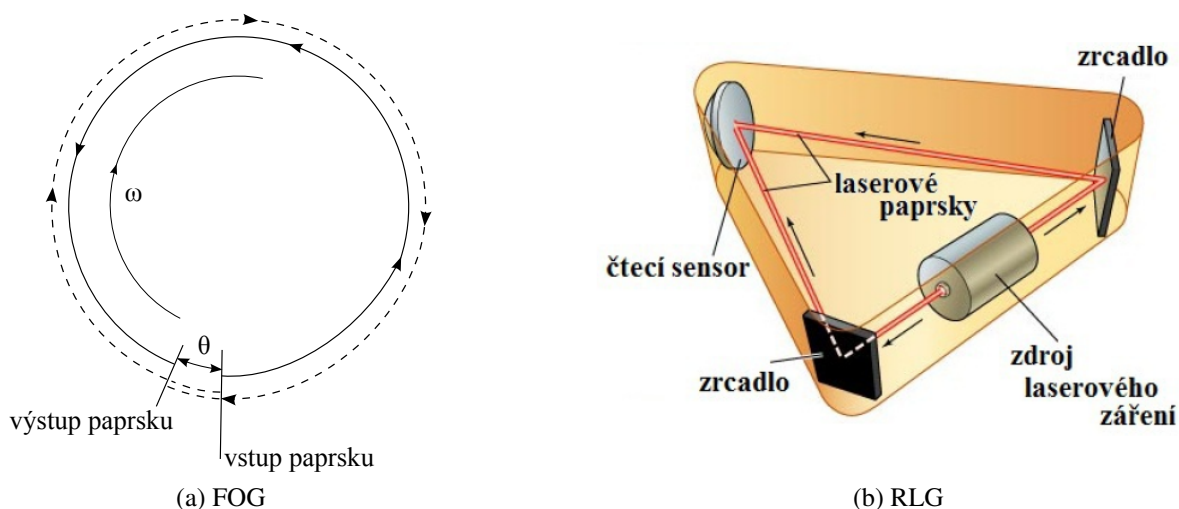
Optické gyroskopy

Optický vláknový gyroskop (FOG - fibre optic gyroscope) funguje na principu Sagnacova jevu, viz obrázek 3.8a. FOG se skládá z velké cívky z optického vlákna. Rotace se měří pomocí dvou paprsků, které jsou vystřeleny do cívky ve vzájemně opačném směru. Dojde-li k natočení gyra, paprsek ve směru natočení bude mít delší dráhu k druhému konci vlákna než paprsek s opačným směrem. Na obrázku 3.8a značí přerušovaná čára dráhu paprsku ve směru rotace a souvislá čára paprsek pohybující se proti směru rotace. ω je úhel natočení gyra. Fázový posun vzniklý díky

Sagnacovu jevu způsobí spojení paprsků do jednoho, jehož intenzita závisí na úhlové rychlosti. Je tedy možné měřit úhlovou rychlost měřením intenzity světla výsledného paprsku.

Existuje také kruhový laserový gyroskop (RLG - ring laser gyroscope), který je rovněž založen na Sagnacově jevu. Oproti FOG nepoužívá RLG cívku, paprsek je směřován pomocí zrcadel.

Optické gyroskopy nepoužívají žádné pohyblivé části a potřebují ke spuštění jen pár sekund. Přesnost měření závisí na délce dráhy, po které je paprsek přenášen. Platí, že čím delší dráha, tím vyšší přesnost, což pak ale negativně ovlivňuje velikost zařízení [18].



Obrázek 3.8: Optické gyroskopy [18, 19]

MEMS gyroskopy

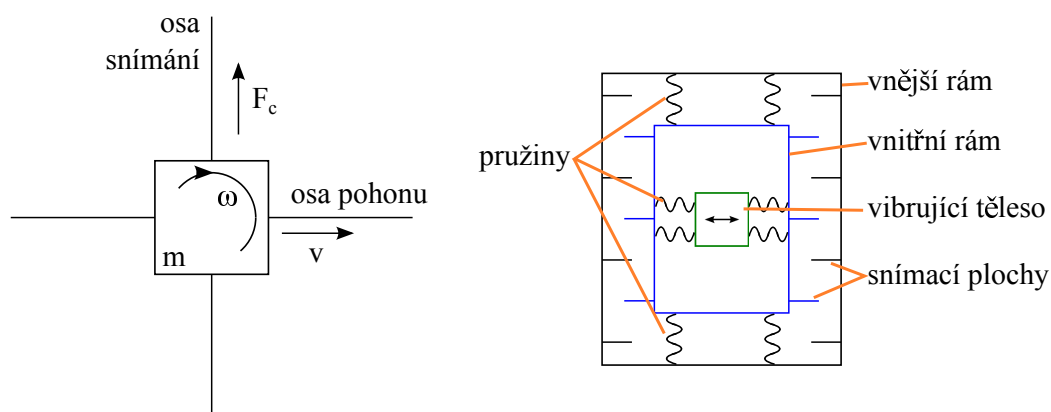
Mechanické a optické gyroskopy se skládají z velkého množství částí, na které jsou kladeny vysoké požadavky v oblasti přesnosti tolerance a technik montáže. Následkem toho je vysoká cena. Oproti tomu senzory MEMS mají malý počet součástí, gyroskop se může skládat dokonce jen ze tří částí. A navíc jejich výroba je levná.

MEMS gyroskopy fungují na principu Coriolisovy síly, to znamená, že v referenčním rámci otáčejícím se úhlovou rychlostí ω je těleso o hmotnosti m pohybující se rychlostí v vystaveno síle

$$F_c = -2m(\omega \times v) \quad (3.8)$$

MEMS gyroskopy obsahují vibrující elementy, pomocí kterých je možné měřit Coriolisovu sílu. Nejjednodušší vibrující konstrukce sestává z jednoho tělesa, se kterým je vibrováno ve směru osy pohonu, jak je ukázáno na obrázku 3.9. Jestliže se gyroskop začne otáčet, vyvolá

to druhotné vibrování ve směru osy snímání. Úhlová rychlost lze spočítat měřením právě těchto vibrací.



Obrázek 3.9: MEMS gyroskop [18, 19]

Přesnost MEMS gyroskopů se zatím stále nemůže vyrovnat přesnosti optických gyr, ale i tak mají mnohé výhody. Mezi ně patří jejich malá velikost, nízká váha, nízká spotřeba energie, rychlé uvedení do provozu, vysoká spolehlivost a dokáží pracovat i ve velmi nepříznivých podmínkách, jako je například radiace [18–20].

3.5 Magnetometry

Je známá věc, že magnety vytváří magnetické pole - Země má své magnetické pole, proud procházející vodičem vytváří magnetické pole. Magnetická pole jsou však generována i lidským srdcem a mozkiem. Existuje však rozdíl mezi těmito magnetickými poli, a tím je jejich velikost. Velikost magnetického pole se vyjadřuje v jednotkách Tesla T . Pulzní magnetické pole může mít například $40 - 60T$, Zemské magnetické pole je oproti tomu relativně slabé. Nejsilnější je na pólech, kde má přibližně $65\mu T$ a nejslabší kolem rovníku, kde je jeho velikost přibližně $25\mu T$. Měření magnetického pole se využívá k mnohým vědeckým účelům, navigaci, atd. Měření tohoto pole je realizováno pomocí snímacích zařízení nazývaných magnetometry.

Magnetometry jsou zařízení, která měří magnetické pole. Obsahují senzor, který měří magnetickou indukci $B[T]$. Magnetometry mohou představovat buď senzory používané k měření magnetického pole anebo systém, který používá jeden nebo více senzorů. A protože magnetická indukce ve vzduchu je přímo úměrná velikosti magnetického pole, je magnetometr schopný detekovat fluktuace geomagnetického pole [21].

Využití magnetických senzorů v dnešní době rapidně stoupá v automobilovém průmyslu, a dále vojenských, leteckých a spotřebiteleských aplikacích. Původně byly magnetické senzory

vyvinuty hlavně pro navigační účely, ale v posledních letech se začaly hojně využívat i ve spotřebitelské elektronice, jako jsou například mobilní telefony nebo počítačové tablety [22].

Druhy magnetometrů

Existují dva základní typy magnetometrů - skalární a vektorové. Skalární magnetometry se používají k měření celkové síly magnetického pole. Vektorové magnetometry oproti tomu měří složky magnetického pole v daném směru. Dále je uvedeno jejich rozdělení a stručný popis.

Skalární magnetometry

Skalární magnetometry zahrnují další typy [23, 24]

- **Overhauser magnetometry** využívají Overhauserova jevu. Tyto magnetometry jsou velmi přesné, dosahují přesnosti až $0.02\mu T$.
- **Hall effect magnetometry** jsou zařízení, která konvertují energii magnetického pole na elektrický signál prostřednictvím napětí vodiče, kterým protéká proud.
- **Protonové magnetometry** využívají precese protonů. Kapalina je bohatá na vodík a protony se v ní chovají jako magnetické dipóly. Ty jsou dočasně polarizovány působením silného magnetického pole vyvolaného cívkou. Vypnutí cívky vede k tomu, že se protony přizpůsobují vnějšímu magnetickému poli, a to indukuje v cívce malý proud. Patří mezi nejpoužívanější magnetometry již od 70. let.

Vektorové magnetometry

Vektorové magnetometry využívají k určení síly magnetického pole a náklonu ortogonální rozmístění senzorů. Podle článku [24] se dělí na

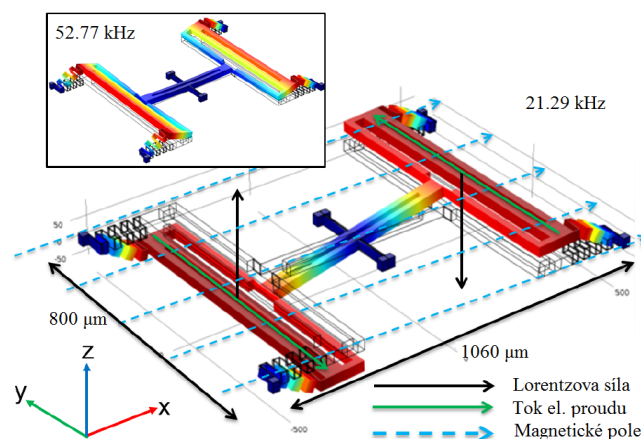
- **Flux gate magnetometry** se skládají ze systému cívek - dvě vnitřní (primární) a jedna vnější (sekundární). Často se využívají v magnetických kompasech sloužících k navigaci.
- **SQUID magnetometry** (superconducting quantum interference devices) neboli supravodivé kvantové interferenční zařízení pracuje na Josephsonově efektu. Skládají se ze dvou supravodičů, které jsou odděleny tenkým izolátorem. Dokáží snímat i velmi slabé magnetické pole v řádech fT (femtoTesla). Využívají se v medicíně, například v neurologii.
- **Atomové SERF magnetometry** (spin exchange relaxation-free) jsou založeny na principu optického čerpání. Patří k nejcitlivějším dostupným magnetometrům.

- **Magnetoindukční magnetometry** využívají cívku s feromagnetickým jádrem, jehož permeabilita se mění v závislosti na geomagnetickém poli. Cívka slouží jako indukční element v oscilátoru, jehož frekvence je úměrná k magnetickému poli, které je měřeno.
- **Magnetorezistivní magnetometry** jsou polovodičová zařízení, která provádí měření na základě elektrického odporu.

MEMS magnetometry

Byly uvedeny různé typy magnetometrů, pro účely této práce jsou však stěžejní MEMS magnetometry. Stejně jako ostatní MEMS senzory jsou i tyto vyrobeny pomocí MEMS technologie. Magnetorezistivní a Hall effect magnetometry jsou často využívány v přenosných zařízeních jakými jsou například elektronické kompas, v MEMS se nejčastěji využívá magnetometrů založených na Lorentzově síle (LFS), neboť mají mnoho výhod, mezi které patří to, že nejsou vyžadovány žádné speciální magnetické materiály, protože využívají mechanického pohybu, a je možné je monoliticky spojit s MEMS gyroskopy a akcelerometry. Tyto magnetometry využívají torzní rezonátory, neboť je vyžadován tzv. "out-of-plane" pohyb. Problémem všech rezonátorů však zůstává citlivost na zrychlení. U vyvážených rezonátorů vytváří magnetické pole torzní pohyb, který je detekován jako diferenciální signál, zatímco pohyb vyvolaný zrychlením vytváří tzv. "common-mode" signál, který je při snímání odmítnut. Signál zrychlení je dále redukován při filtrování frekvencí, neboť jeho frekvence odpovídá frekvenci šumu senzoru [25].

LFS magnetometr, který je na obrázku 3.10, znázorňuje tok proudu, který je modulován na rezonanční frekvenci o velikosti 21.29kHz , a nízkofrekvenční magnetické pole, které generuje Lorentzovu sílu o frekvenci blízké rezonanční frekvenci. V obdélníku je znázorněn "out-of-plane" mód o frekvenci 52.77kHz .



Obrázek 3.10: LFS magnetometr [25]

Lorentzova síla je definována vztahem

$$F_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (3.9)$$

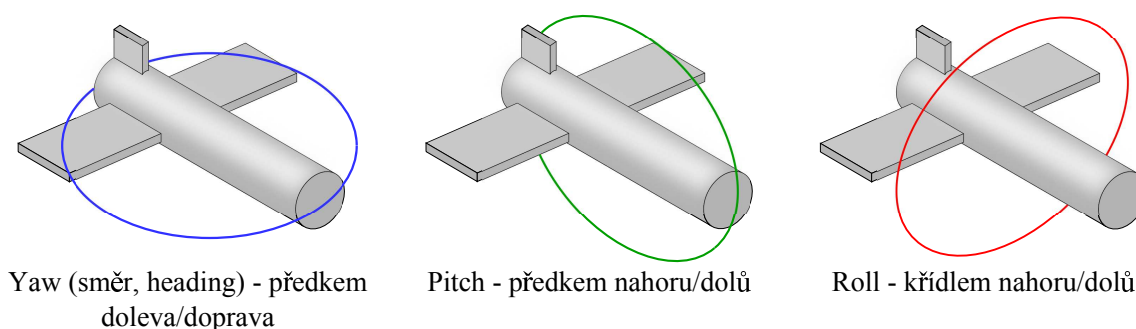
kde F_L je Lorentzova síla, q je elektrický náboj, \mathbf{v} je rychlost náboje a \mathbf{B} je magnetická indukce [25].

Magnetometry ve spojení s akcelerometry a gyroskopy dokáží redukovat drifty, které vznikají během měření gyroskopu. Nejsou však dostatečně přesné na to, aby gyroskopy v inerciálním navigačním systému úplně nahradily. Jsou totiž ovlivňovány lokálními poruchami v geomagnetickém poli způsobenými jinými magnetickými objekty v blízkém okolí. Jejich měření však může být využito při fúzi s daty z gyroskopu, což vede k vylepšení přesnosti vypočítané orientace [18].

Kapitola 4

AHRS

AHRS (Attitude and Heading Reference System) neboli referenční systém pro určení polohy a směru, poskytuje informace o natočení os přepravního prostředku nazývané roll, pitch a yaw vzhledem k lokálnímu geografickému souřadnicovému systému, jak je vidět na obrázku 4.1. Tento souřadnicový systém je vyžadován v úlohách navigace, navádění, odhadu stavu nebo k řízení bezpilotních letounů, vesmírných raket, řízených střel nebo jiných komerčních či civilních oblastech.



Obrázek 4.1: Osy natočení [26]

Tradiční řešení pomocí inerciálního navigačního systému s gimbaly založené na mechanických gyroskopech není v mnoha případech vhodné kvůli jeho vysoké ceně, náročnosti, váze a velikosti. Nahrazují je systémy AHRS se zabudovanými MEMS senzory, které jsou mnohem levnější, menší a praktičtější.

Hardwarový model AHRS založený na MEMS se skládá z MEMS akcelerometrů, gyroskopů a magnetometrů. Každá osa má své senzory, tzn. že model obsahuje tři akcelerometry, tři gyroskopy a tři magnetometry. Tyto senzory spolu se zabudovaným procesorem tvoří systém inerciálních senzorů, pomocí kterého je možné měřit polohu těles v 3D prostoru. Gyroskopy v tomto systému měří přímo úhlovou rychlost a integrováním této hodnoty lze získat Eulerovy

úhly, které popisují obecnou prostorovou rotaci. Akcelerometry a magnetometry dohromady také dávají Eulerovy úhly, ale z měření gravitace a magnetického pole.

Ačkoli jsou MEMS senzory kompaktnější a levnější, mají i své nevýhody. Ve srovnání s mechanickými nebo optickými gyroskopy jsou MEMS gyroskopy podstatně méně přesné a jsou silně ovlivňovány drifts a chybami měření. Na krátkém časovém úseku je poloha odhadována z integrace úhlové rychlosti a chyba měření je minimální. Čím je ale časový úsek delší, tím se chyba sčítá a zvětšuje. Naproti tomu MEMS akcelerometry a magnetometry nabízí přesný odhad polohy a směru, ale jsou náchylné k chybám způsobeným inerciálními silami, vibracemi a magnetickým šumem. Naštěstí se frekvenční charakteristiky těchto dvou odhadů doplňují a vzájemně vyvažují své nedostatky.

Obvykle se v AHRS používá rozšířený Kalmanův filtr (EKF - extended Kalman filter), který slouží k fúzi dat z více senzorů a optimálnímu odhadu stavu. K řešení této úlohy ale plně postačuje tzv. komplementární filtr (CF - complementary filter), neboť systém má přístup ke dvěma nezávislým měřením pro tu samou veličinu. Konkrétně hodnoty získané z gyroskopu dávají dobrý odhad pouze na vysokých frekvencích, zatímco akcelerometry a magnetometry poskytují dobré výsledky měření na nízkých frekvencích. Komplementární filtr kombinuje přednosti těchto přístupů, takže odhad je uspokojivý na celém frekvenčním pásmu [2].

4.1 Matematické pozadí odhadu polohy

V této části je popsáno několik různých přístupů k odhadu polohy a rovněž jsou zahrnuty rovnice, pomocí kterých lze tyto metody implementovat.

Pro definici polohy pevného tělesa v prostoru se běžně používají tři způsoby:

- směrová kosinová matice (DCM - direction cosine matrix) - devět parametrů (C_{3*3})
- Eulerovy úhly - tři parametry (ψ, θ, ϕ)
- kvaterniony - čtyři parametry (q_0, q_1, q_2, q_3)

DCM

Směrová kosinová matice C_R^b zobrazuje vektory z Newtonova referenčního rámce do rámce tělesa během rotace pevného tělesa kolem pevného bodu.

DCM počítat podle vztahu (4.1)

$$\dot{C}_R^b = -sk(\Omega_{Rb}^b)C_R^b \quad (4.1)$$

kde Ω_{Rb}^b je vektor úhlové rychlosti, který je vyjádřen v rovnici (4.2), a matice $sk(\Omega_{Rb}^b)$ je antisymetrická k matici Ω_{Rb}^b a je popsána v rovnici (4.3)

$$\Omega_{Rb}^b = (\omega_x^b, \omega_y^b, \omega_z^b) \quad (4.2)$$

$$sk(\Omega_{Rb}^b) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z^b & \omega_y^b \\ \omega_z^b & 0 & -\omega_x^b \\ -\omega_y^b & \omega_x^b & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Používáme-li pro Eulerovy úhly sekvenci rotací Z-Y-X nutnou k popisu orientace, potom má DCM tvar

$$C_R^b = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \sin \psi & \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

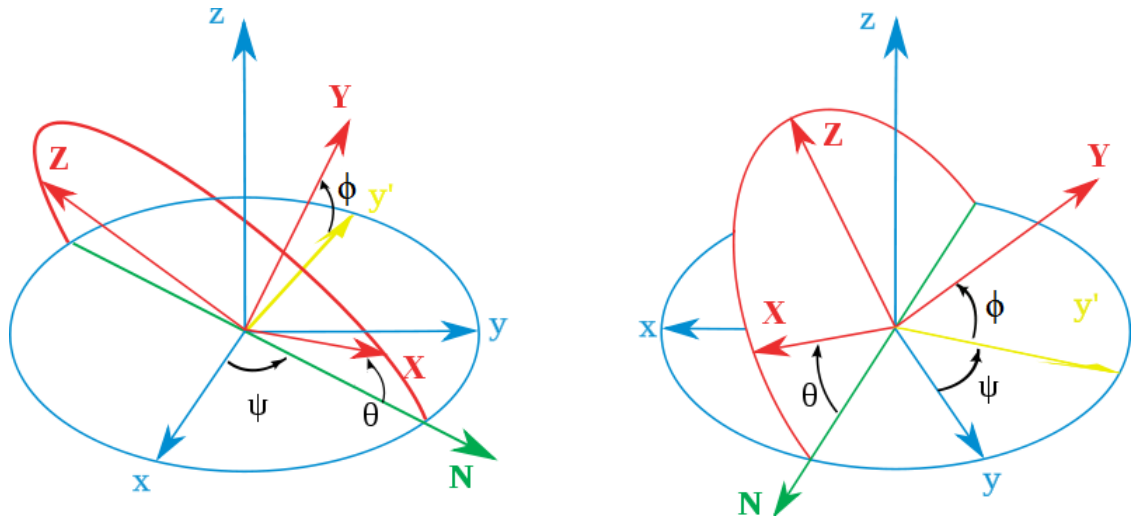
Vztah mezi rotací referenčního rámce R^R a rotací rámce pevného tělesa R^b je vyjádřen v rovnici (4.5)

$$R^b = C_R^b R^R \quad (4.5)$$

Metoda DCM popisuje polohu tělesa efektivně v celém polohovém prostoru. Nicméně řešení rovnice (4.1) znamená řešení devíti podrovníc a tím pádem velké početní zatížení. To klade značné nároky na vsazený procesor a dochází ke zpomalení výpočtu odhadu polohy [2].

Eulerovy úhly

Eulerovy úhly jsou tři úhly představené Leonhardem Eulerem a slouží k popisu orientace pevného tělesa v prostoru. Matematicky představují Eulerovy úhly tři složené sekvenci rotace, které pohybuji referenčním rámcem tělesa do požadované polohy. S ohledem na různé rotační sekvence existuje 12 množin Eulerových úhlů. V této práci je používán soubor souřadnic Z-Y-X, který je ukázán na obrázku 4.2, kde vektor N určuje směr tělesa, úhel ψ představuje rotaci yaw kolem osy Z , úhel θ rotaci pitch kolem osy Y a úhel ϕ rotaci roll kolem osy X . Tento soubor je považován za jeden z nejvhodnějších pro zobrazení pitch, roll a yaw.



Obrázek 4.2: Eulerovy úhly Z-Y-X

Podle diferenciálních rovnic Eulerových úhlů (4.6), mohou být ψ , θ a ϕ řešeny na základě hodnot z měření úhlové rychlosti. Stačí vyřešit tři diferenciální rovnice, abychom dostali odhad polohy. Toto řešení má však vážné nedostatky. Jak se $\cos \theta$ přibližuje k nule, diferenciální rovnice a její řešení rychle ztrácí na přesnosti, což znamená, že tyto rovnice nemohou dát platné řešení polohy pro některé singulární body v polohovém prostoru [2, 27].

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \phi \sin \theta}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi \sin \theta}{\cos \theta} \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Kvaterniony

V matematice jsou kvaterniony součástí algebraického systému a rozšiřují obor komplexních čísel. Poprvé byly představeny irským matematikem W. R. Hamiltonem v roce 1843. Klasicky se kvaterniony používají k nahrazení Eulerových úhlů nebo DCM popisem polohy pevných těles. Rovnice vlastností kvaternionů převzata z [28] je popsána vztahem (4.7). Definice kvaternionů je pak popsána rovnicí (4.8), kde i , j a k jsou druhé odmocniny z -1 a platí mezi nimi vztahy (4.9), (4.10) a (4.11). Proměnné q_0 , q_1 , q_2 a q_3 jsou reálná čísla, která dohromady tvoří jednotkový vektor $(q_0 q_1 q_2 q_3)^T$, kde q_1 , q_2 a q_3 mohou být uvažovány jako vektorová část kvaternionu, kolem kterého se těleso otáčí a q_0 jako skalární část určující míru rotace - nejedná se o úhel.

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (4.7)$$

$$Q = \{q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k : q_0, q_1, q_2, q_3 \in R\} \quad (4.8)$$

$$ij = k = -ji \quad (4.9)$$

$$jk = i = -kj \quad (4.10)$$

$$ki = j = -ik \quad (4.11)$$

Jestliže θ je úhel rotace kolem osy určené jednotkovým DCM vektorem $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$, potom je příslušný kvaternion dán vztahem (4.12). Vektor R lze po rotaci vyjádřit rovnicí (4.13).

$$Q = \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} (\cos \alpha i + \cos \beta j + \cos \gamma k) \quad (4.12)$$

$$R^b = QR^RQ^* \quad (4.13)$$

Rozšířením rovnice (4.13) lze dostat náhled, jak fungují kvaterniony ve srovnání s DCM

$$R^b = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \times R^R \quad (4.14)$$

Kvaternion Q lze vypočítat z diferenciální rovnice (4.15)

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Ve srovnání s Eulerovými úhly nemá řešení pomocí kvaternionů problém se singulárními body a funguje správně v celém polohovém prostoru. Mimo to je toto řešení méně náročné na výpočet a nemusí se vypořádávat s trigonometrickými čísly, což zaručuje vysokou účinnost zpracování.

Spojením rovnic (4.4), (4.5) a (4.15) lze získat řešení Eulerových úhlů vyjádřené pomocí kvaternionů (4.16) [29].

$$\begin{aligned} \theta &= \operatorname{atan2}(2q_2q_3 + 2q_0q_1, q_3^2 - q_2^2 - q_1^2 + q_0^2) \\ \phi &= -\operatorname{asin}(2q_1q_3 - 2q_0q_2) \\ \psi &= \operatorname{atan2}(q_1q_2 + q_0q_3, q_1^2 + q_0^2 - q_3^2 - q_2^2) \end{aligned} \quad (4.16)$$

4.2 Typy implementací AHRS

Existuje několik různých způsobů, jak implementovat AHRS. V této sekci jsou jednoduše popsány dvě metody, z nichž jedna bude následně implementována a testována.

Pro fúzi dat získaných ze sensorů se nejčastěji využívá dvou algoritmů:

- komplementární filtr
- Kalmanův filtr

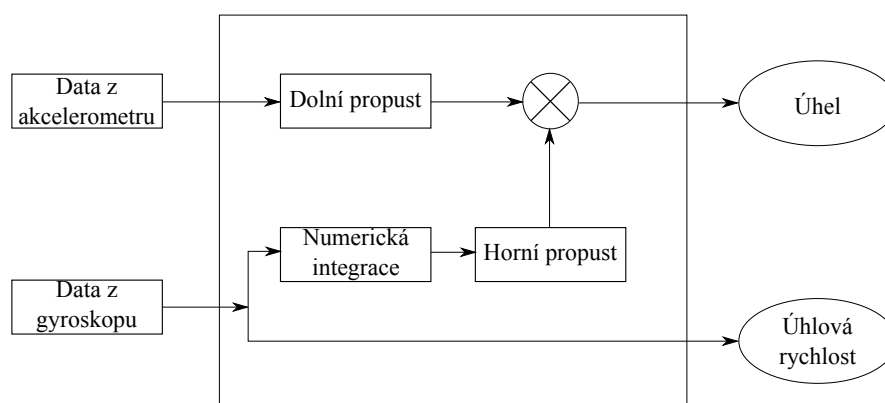
Oba algoritmy mají své výhody a nevýhody. Kalmanův filtr je iterativní filtr, který je účinný ale velmi výpočetně náročný. Komplementární filtr oproti tomu používá relativně jednoduchý algoritmus, který vyžaduje pouze lehká počítání a je snadné ho implementovat. Díky těmto vlastnostem se využívá ve vestavěných systémech častěji.

Komplementární filtr je pro některé případy filtrování de facto Kalmanův filtr v ustáleném stavu. Tento vztah je pro mnohé neznámý [30, 31].

Analýza provedená ve článku [30] došla k závěru, že mezi těmito dvěma filtry je jen malý rozdíl. Avšak Kalmanův filtr dával lepší výsledky, neboť navíc využívá i model pohybu tělesa.

Komplementární filtr

Komplementární filtr byl poprvé navržen pro fúzi dat z IMU v roce 2007 Shanem Coltonem. Při snímání náklonu funguje filtr jako dolní propust u nízkofrekvenčního odhadu náklonu, přičemž data pochází z měření akcelerometru, a zároveň funguje jako horní propust u vysokofrekvenčního odhadu náklonu pro data získaná integrací výstupu z gyroskopu. Sloučení těchto dvou odhadů dává tzv. all-pass odhad orientace. Jak je vidět, komplementární filtr využívá výhod jak akcelerometrů, tak gyroskopů. Pro okamžité výpočty používá filtr data z gyroskopu, která jsou pro krátké časové úseky velmi přesná a nejsou náchylná k vlivům vnějších sil. Pro dlouhodobý odhad jsou na druhou stranu vhodnější data získaná z akcelerometru, neboť zabraňují driftům. Princip komplementárního filtru je ilustrován na obrázku 4.3.



Obrázek 4.3: Algoritmus komplementárního filtru [30]

Funkce dolní propusti spočívá v propouštění pouze dlouhodobých, tedy pomalých změn s nízkou frekvencí, a odfiltrování krátkodobých rychlých fluktuací. Jeden ze způsobů jak tohoto cíle dosáhnout je vynutit plynulý nárůst fluktuací během několika po sobě následujících časových okamžiků, a tím zamezit náhlým výkyvům. Například pokud úhel náklonu začíná v nule, čtení z akcelerometru náhle skočí na určitý úhel, např. deset stupňů, a na této hodnotě zůstane. Při použití komplementárního filtru však bude odhad úhlu stoupat na hodnotu deseti stupňů plynule bez jakýchkoli prudkých výkyvů. Čas, za který hodnota dosáhne deseti stupňů, záleží jak na parametrech filtru, tak i na vzorkovací frekvenci získávání dat ze senzoru.

Horní propust funguje na stejném principu, ale s tou změnou, že umožňuje projít signálu s vysokou frekvencí, zatímco odfiltrává signál s nízkou frekvencí. Tato vlastnost je nezbytná pro eliminaci driftů dat získaných z gyroskopu a dosažení přesného odhadu úhlu.

Matematický model komplementárního filtru může být reprezentován jako

$$\theta_{uhel} = \alpha(\theta_{uhel} + \omega_{gyro}dt) + (1 - \alpha)a_{akc} \quad (4.17)$$

$$\alpha = \frac{\tau}{\tau + dt} \quad (4.18)$$

kde θ_{uhel} je odhadovaný úhel (pitch nebo roll), α je parametr filtru, který lze spočítat ze vztahu (4.18), ω_{gyro} představuje úhlovou rychlost získanou z gyroskopu a a_{akc} je úhel získaný z dat z akcelerometru. Data z gyra a z akcelerometru musí být před použitím rovnice (4.17) nejprve zkalibrována a převedena na stejné jednotky, aby bylo možné úhel správně vypočítat.

Dolní propustí mohou projít pouze signály, které jsou delší než časová konstanta τ , kdežto kratší signály se odfiltrují. Skrz horní propust naopak mohou projít signály kratší než τ a delší se odfiltrují.

Pro každý časový interval se nejprve integrují data z gyroskopu společně s momentálním úhlem, a pak se sečtou s daty z akcelerometru, která prošla dolní propustí. Parametry filtru α a

$1 - \alpha$ se přidávají z toho důvodu, aby byl odhad přesný, lineární a v použitelných jednotkách.

Proces zpracování dat v komplementárním filtru lze znázornit vývojovým diagramem na obrázku 4.4.



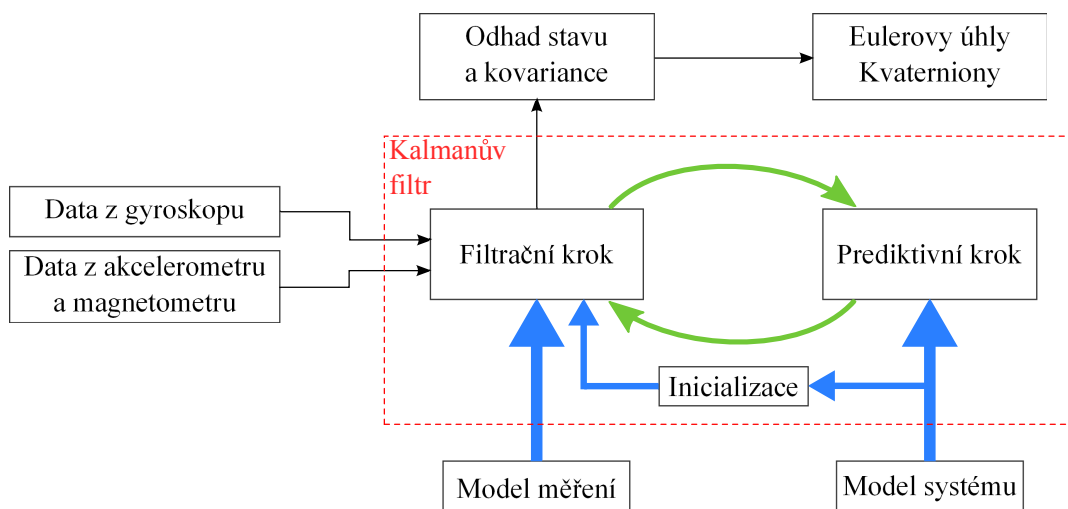
Obrázek 4.4: Vývojový diagram komplementárního filtru [30]

Komplementární filtr použitý při fúzi dat je implementován ve smyčce. Hodnoty úhlů pitch nebo roll se mění v závislosti na výstupu gyroskopu pomocí integrace podle času. V následujícím kroku je kontrolováno, zda velikost síly naměřené akcelerometrem je ve správném rozsahu odpovídajícím skutečné gravitační síle. V případě, že je naměřená síla příliš malá nebo naopak velká, není ve výpočtu zahrnuta. Při procesu fúze dat je aktuální hodnota úhlů pitch nebo roll určena předchozími hodnotami pitch nebo roll, aktuálním výstupem gyroskopu, parametrem filtru α a procentuálním podílem aktuálních dat z akcelerometru.

Z rovnice (4.17) je jasně vidět, že komplementární filtr má malé výpočetní nároky, avšak parametr filtru α závisí na nastavení časové konstanty τ , a to vyžaduje jisté zkušenosti v tomto oboru [30, 31].

Kalmanův filtr

Kalmanův filtr byl poprvé představen v roce 1960 R.E. Kalmanem. Kvůli jeho pokrokům v digitálních výpočtech, byl Kalmanův filtr předmětem rozsáhlého výzkumu a často se používal v navigaci, robotických systémech či bezpilotních vozidlech. Algoritmus Kalmanova filtru může být znázorněn schématem na obrázku 4.5



Obrázek 4.5: Algoritmus Kalmanova filtru [31]

Tento algoritmus pracuje se sérií měření pozorovaných v průběhu času. Se šumem na naměřených datech je pracováno jako s chybou. Šum je při fúzi dat započítáván prostřednictvím kovariančních matic, které se obnovují v každém časovém kroku pomocí velmi složitých rovnic. Pokud by ale matice byly v čase konstantní, došlo by k ohromnému zjednodušení těchto rovnic. Stav systému je odhadován z okamžitého a předchozího stavu, což má za následek přesnější filtrování dat. Pro filtraci podle tohoto algoritmu je důležité najít vážený průměr, který dává větší váhu odhadům s vyšší pravděpodobností. Ke zjištění těchto parametrů je zapotřebí modelu akcelerometru a modelu gyroskopu.

Model akcelerometru

Akcelerometr měří všechny síly, které působí na těleso. Mezi ně patří okamžité lineární zrychlení, gravitační zrychlení, systematické chyby a šumy. Model akcelerometru je popsán následující rovnicí

$$\alpha_{akc} = \alpha_{vnejsi} - g + b_a + n_a \quad (4.19)$$

kde α_{vnejsi} je vnější zrychlení, g gravitační zrychlení, b_a systematická chyba způsobená měřením akcelerometru a n_a představuje šum.

Model gyroskopu

Gyroskop slouží k měření úhlové rychlosti kolem třech vzájemně ortogonálních os. Data měřená gyroskopem z dlouhodobého hlediska podléhají driftům. Rovnice popisující model gyroskopu je dána vztahem (4.20).

$$\omega_{gyro} = \omega + b_g + n_g \quad (4.20)$$

kde b_g je systematická chyba gyroskopu a n_g je šum gyroskopu.

Fúze dat pomocí Kalmanova filtru

V této části je provedena ukázka pouze na 1D systému, což znamená, že je odhadován pouze jeden úhel. Kalmanův filtr dává statisticky optimální odhad stavu systému založený na měřeních získaných senzory. Úkolem Kalmanova filtru je zredukovat vstupní šum filtru, neboli šum měření, a šum samotného systému, neboli stavový šum. Pro zjednodušení jsou zmíněné šумы Gaussovské a jejich střední hodnota je nulová.

Standartní vyjádření Kalmanova filtru je popsáno rovnicemi (4.21) a (4.22).

$$x_k = Fx_{k-1} + Bu_k + w_k \quad (4.21)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (4.22)$$

kde u_k je vstupní řízení, z_k je výstup měření, x_k je vektor stavového modelu v čase k dán vztahem (4.23). Výstup filtru tvoří úhel θ a systematická chyba $\dot{\theta}_b$ získané z měření akcelerometru a gyroskopu. Systematická chyba udává míru driftu způsobeného gyroskopem. F je stavová matice dynamiky, která je pro 6-DOF definována rovnicí (4.24). Proměnná B představuje matici řízení a je definována vztahem (4.25). Matice výstupů H je popsána v rovnici (4.26).

$$x_k = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix}_k \quad (4.23)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$B = \begin{bmatrix} \Delta t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

V případě fúze dat odpovídá měření gyroskopu ve stupních za sekundu v čase k úhlové rychlosti $\dot{\theta}$. S ohledem na tento fakt je možné přepsat rovnici (4.21) do tvaru (4.27).

$$x_k = Fx_{k-1} + B\dot{\theta}_k + w_k \quad (4.27)$$

Úhel θ lze získat z rovnice (4.25) vynásobením rychlosti $\dot{\theta}$ časem Δt . A protože systematická chyba nemůže být spočtena přímo z úhlové rychlosti, je hodnota v druhém řádku matice B nastavena na nulu.

Proměnné w_k a v_k představují stavový šum a šum měření. Předpokládá se jejich vzájemná nezávislost a normální rozložení pravděpodobnosti, tedy tzv. Gaussovský bílý šum.

$$w_k \sim N(0, Q_k) \quad (4.28)$$

$$v_k \sim N(0, R) \quad (4.29)$$

Q_k je kovarianční matice stavového šumu, která představuje odhad stavu akcelerometru a systematickou chybu. Jestliže jsou odhady systematické chyby a akcelerometru vzájemně nezávislé, potom se Q_k rovná varianci těchto odhadů.

$$Q_k = \begin{bmatrix} Q_\theta & 0 \\ 0 & Q_{\dot{\theta}_b} \end{bmatrix} \Delta t \quad (4.30)$$

Kovarianční matice Q_k je závislá na čase, a proto je variance akcelerometru Q_θ a variance systematické chyby $Q_{\dot{\theta}_b}$ násobena změnou času Δt .

Kovariance šumu měření R není matice, je rovna varianci šumu měření, neboť kovariance dvou stejných proměnných se rovná jejich varianci (4.31).

$$R = E \begin{bmatrix} v_k & v_k^T \end{bmatrix} = \text{var}(v) \quad (4.31)$$

Šum měření je stále stejný a není tedy závislý na k , proto stačí psát $\text{var}(v)$. Jestliže je variance šumu měření $\text{var}(v)$ nastavena na příliš vysokou hodnotu, bude odpověď filtru pomalá. Naopak bude-li příliš nízká, bude výstup zašuměný.

Po dosazení za všechny proměnné vypadá předpis Kalmanova filtru následovně

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{pmatrix}_k &= \begin{pmatrix} 1 & -\Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta t \\ 0 \end{pmatrix} \dot{\theta}_k + w_k \\ z_k &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{pmatrix}_k + v_k \end{aligned} \quad (4.32)$$

Shrnutí vlastností komplementárního a Kalmanova filtru

Kalmanův filtr je jeden z nejpoužívanějších algoritmů pro určování orientace, a to díky jeho optimalitě, ovladatelnosti a robustnosti. Avšak za jistých okolností je jeho implementace složitá kvůli jeho vysokým výpočetním nárokům. Navíc v úlohách s větším množstvím stavových

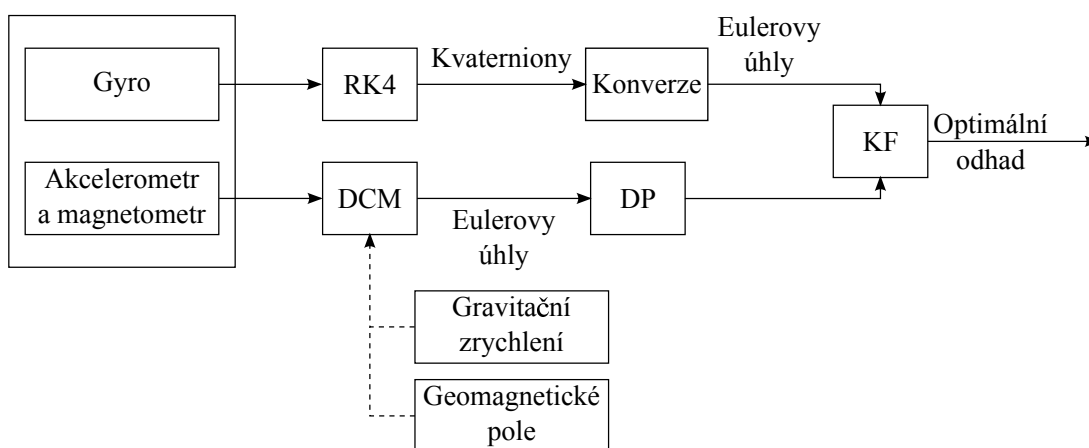
proměnných je nutné u filtru nastavit více parametrů. V těchto případech je daleko vhodnější použít komplementární filtr, který nevyžaduje tolik výpočtů a stačí nastavit pouze jedna filtrační konstanta. Oba tyto filtry mohou být efektivně využity v problematice snímání náklonu, pokud jsou nalezeny správné parametry filtru. Předmětem této práce je pouze komplementární filtr a následné porovnání několika jeho různých implementací [30–32].

Kapitola 5

Implementace a testování algoritmu založeném na komplementárním filtru

V této kapitole je popsána implementace algoritmu AHRS, jejíž předlohou byl článek [2]. Algoritmus byl oproti standardní verzi částečně modifikován podle článků [29, 33], neboť původní článek obsahoval sekvenci rotací Z-X-Y a v této práci byla použita sekvence Z-Y-X. Postup použitý při implementaci algoritmu využívá metodu RK4 neboli metodu Runge-Kutta 4. řádu, což je způsob řešení diferenciálních rovnic.

Softwarová konfigurace řešení AHRS je ukázána na obrázku 5.1

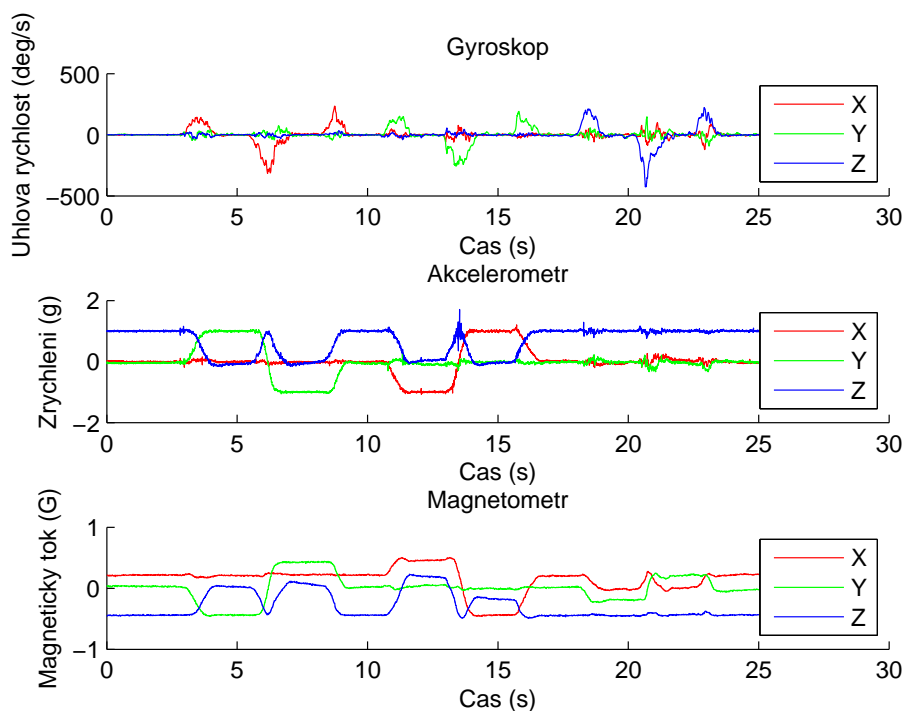


Obrázek 5.1: Softwarová konfigurace AHRS [2]

kde DP znamená dolní propust a KF komplementární filtr. Na obrázku je také vidět, že pro odhad polohy a směru byly použity dva nezávislé měřící přístupy

- přístup pracující s daty z gyroskopu
- přístup pracující s daty z akcelerometru a magnetometru

Časový vývoj dat naměřených senzory a již zbavených biasů, na která byl použit tento algoritmus, jsou znázorněna v grafu na obrázku 5.2. Tato data byla převzata z Madgwickovy implementace algoritmu AHRS [34], se kterými bylo posléze provedeno srovnání.



Obrázek 5.2: Vstupní data ze senzorů

5.1 Zpracování dat z gyroskopu

Tato část popisuje způsob zpracování dat získaných z MEMS gyroskopu, která v tomto případě představují úhlovou rychlost. Jak již bylo řečeno, gyroskop poskytuje spolehlivé výsledky pouze na vysokých frekvencích a jeho měření je nevyhnutelně ovlivňováno drifty.

Postup pro získání optimalizovaných hodnot obsahuje několik metod. Mezi ně patří metoda RK4, převod kvaternionů na Eulerovy úhly a nakonec komplementární filtr.

Metoda RK4

Při řešení soustav diferenciálních rovnic se používá řada numerických metod. Metody lze dělit podle různých kritérií, například podle jejich přesnosti či numerické náročnosti. Jednou z těchto numerických metod je právě metoda Runge-Kutta. Tato metoda vychází z Taylorova rozvoje a dokáže pracovat i se členy vyšších řádů. Mezi nejčastěji používané patří metoda Runge-Kutta 4. řádu [35].

Diferenciální rovnice, kterou bylo v tomto případě nutno vyřešit, je popsána vztahem (5.1), který byl již zmíněn v sekci Kvaterniony na straně 24.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Pro snazší vyjádření metody RK4 byl tento vztah zjednodušen

$$\dot{Q} = f(\Omega, Q) \quad (5.2)$$

S využitím metody RK4 bylo možné kvaterniony vyjádřit pomocí rekurentního vztahu (5.3), kde K_1 , K_2 , K_3 a K_4 jsou dány vztahy (5.4)

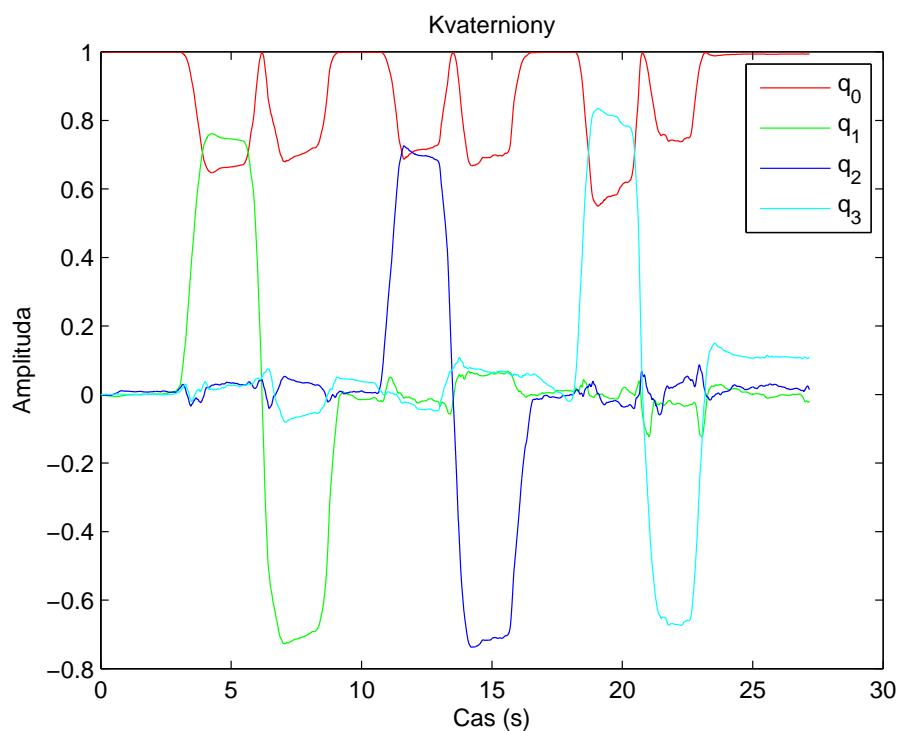
$$Q_{n+\tau} = Q_n + \frac{\tau}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} K_1 &= f(\Omega_n, Q_n) \\ K_2 &= f(\Omega_{n+\frac{\tau}{2}}, Q_n + \frac{\tau}{2}K_1) \\ K_3 &= f(\Omega_{n+\frac{\tau}{2}}, Q_n + \frac{\tau}{2}K_2) \\ K_4 &= f(\Omega_{n+\tau}, Q_n + \tau K_3) \end{aligned} \quad (5.4)$$

kde Q_n je aktuální kvaternion, τ je časový krok mezi dvěma po sobě jdoucími kvaterniony a $Q_{n+\tau}$ představuje kvaternion v následujícím časovém okamžiku. $\Omega_{n+\frac{\tau}{2}}$ vyjadřuje průměr dvou po sobě následujících hodnot gyroskopu, který je možné spočítat pomocí rovnice (5.5)

$$\Omega_{n+\frac{\tau}{2}} = \frac{\Omega_n + \Omega_{n+\tau}}{2} \quad (5.5)$$

Pomocí této metody jsou z dat z gyroskopu vypočteny příslušné kvaterniony, jejichž průběh je znázorněn v grafu na obrázku 5.3, vektor počátečního kvaternionu byl zvolen jako $Q_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$.



Obrázek 5.3: Výstup metody RK4

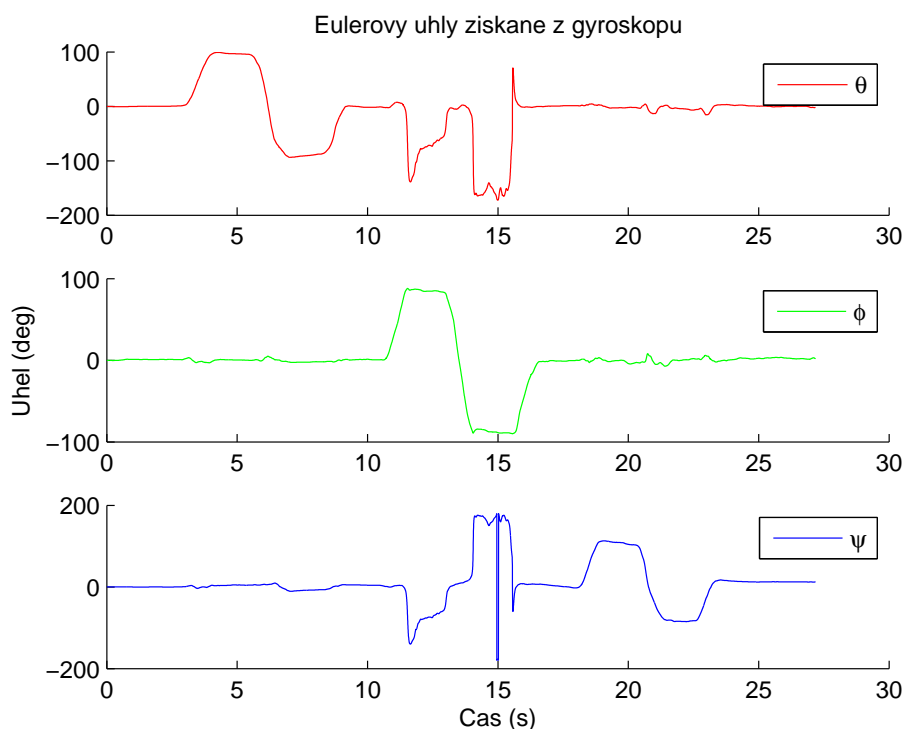
Získané kvaterniony je nutné převést na Eulerovy úhly, aby bylo možné pokračovat dál.

Konverze

Dalším krokem je konverze kvaternionů, získaných z metody RK4, na Eulerovy úhly. Toho bylo dosaženo pomocí vztahů (5.6), které již byly zmíněny v sekci Kvaterniony na straně 24.

$$\begin{aligned}
 \theta &= \operatorname{atan2}(2q_2q_3 + 2q_0q_1, q_3^2 - q_2^2 - q_1^2 + q_0^2) \\
 \phi &= -\operatorname{asin}(2q_1q_3 - 2q_0q_2) \\
 \psi &= \operatorname{atan2}(2q_1q_2 + 2q_0q_3, q_1^2 + q_0^2 - q_3^2 - q_2^2)
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

Výstup těchto rovnic v podobě Eulerových úhlů je znázorněn v grafu na obrázku 5.4.



Obrázek 5.4: Výstup konverze

5.2 Zpracování dat z akcelerometru a magnetometru

Odhad z této větve algoritmu je vypočítáván z hodnot naměřených jak akcelerometrem tak i magnetometrem. Pomocí měřených hodnot je možné přímo určit Eulerovy úhly, a to s využitím DCM metody. Data z akcelerometru jsou využita k určení úhlu θ a ϕ a data z magnetometru k určení úhlu ψ . Úhly jsou posléze filtrovány dolní propustí prvního řádu.

DCM

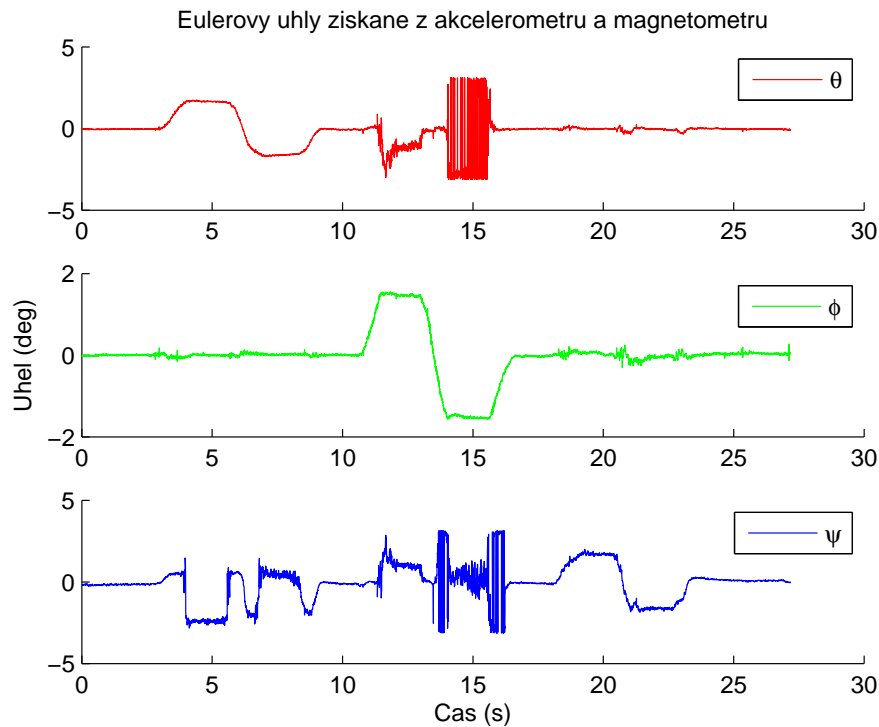
Aby bylo možné převést data ze senzorů na Eulerovy úhly, byly využity vztahy odvozené z DCM, které jsou popsány v rovnici (5.7). Neboť data použítá k implementaci tohoto algoritmu se již vztahují k referenčnímu rámci tělesa, nebylo nutné využívat vztahu (4.5) pro převod ze strany 22, kdyby tomu tak ale nebylo prováděl by se převod pomocí vztahů 5.8.

$$\begin{aligned}
 \theta &= \text{atan2}(g_y^b, g_z^b) \\
 \phi &= \text{atan2}(-g_x^b, \sqrt{g_y^{b^2} + g_z^{b^2}}) \\
 \psi &= -\text{atan2}((h_x^b \sin \theta \sin \phi + h_y^b \cos \theta + h_z^b \sin \theta \sin \phi), (h_x^b \cos \theta - h_z^b \sin \theta))
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} g_x^b \\ g_y^b \\ g_z^b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \sin \psi & \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} h_x^b \\ h_y^b \\ h_z^b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \sin \psi & \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x^R \\ h_y^R \\ h_z^R \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

kde vektor $[g_x, g_y, g_z]$ představuje měření z akcelerometru a vektor $[h_x, h_y, h_z]$ data naměřená magnetometrem.

Eulerovy úhly získány pomocí těchto rovnic nabývají hodnot, které jsou znázorněny v grafu na obrázku 5.5



Obrázek 5.5: Výstup bloku DCM

Jak je vidět, signál obsahuje šum a ten je ke správnému odhadu nutno odstranit nebo alespoň minimalizovat. Filtrace šumu je realizována pomocí dolní propusti.

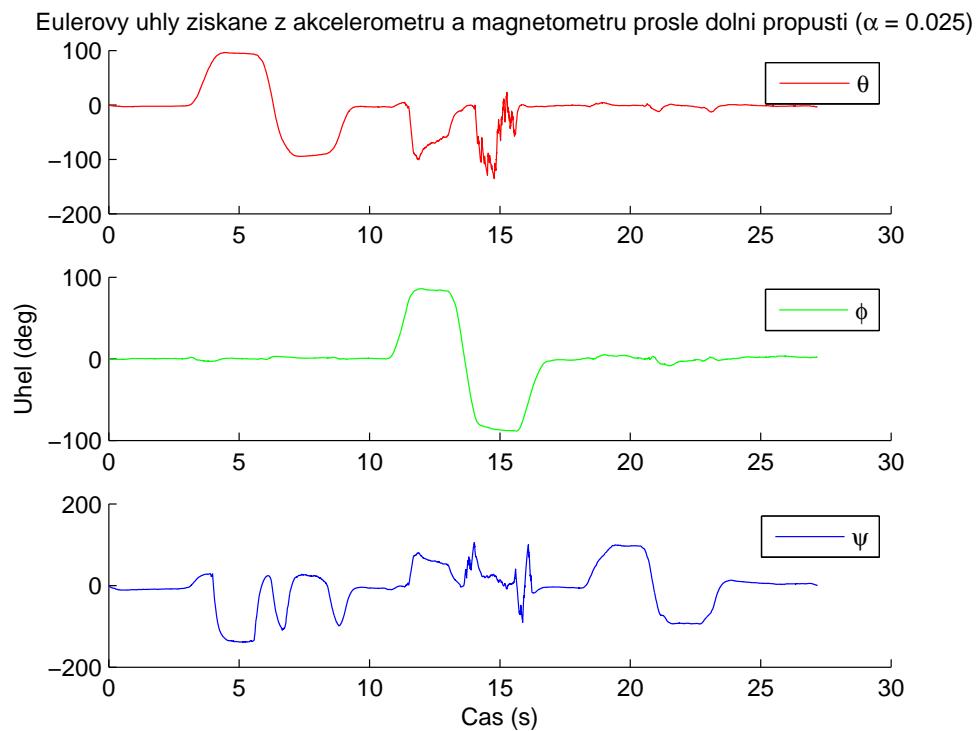
Dolní propust

Pro získání co nejpřesnějšího odhadu je nezbytné odfiltrovat některé nechtěné frekvence nižšího řádu. V tomto případě byla použita dolní propust prvního řádu zdefinovaná jako (5.9)

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}_n^{DP} = \alpha * \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}_n + (1 - \alpha) \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}_{n-1}^{DP} \quad (5.9)$$

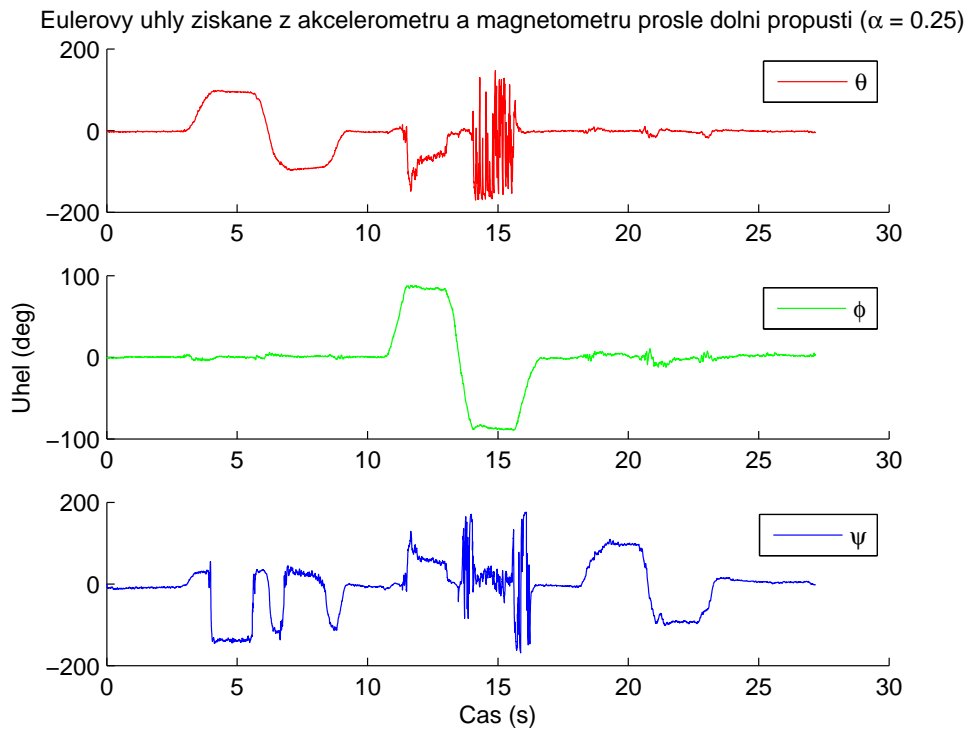
kde n je číslo iterace, horní index DP označuje vektor, který již prošel dolní propustí. Parametr filtru byl experimentálně stanoven na hodnotu $\alpha = 0.025$.

Odhad Eulerových úhlů upravený s využitím filtru s dolní propustí je zobrazen na obrázku 5.6. Na první pohled je vidět, že jsou signály vyhlazené a zbavené od šumu.

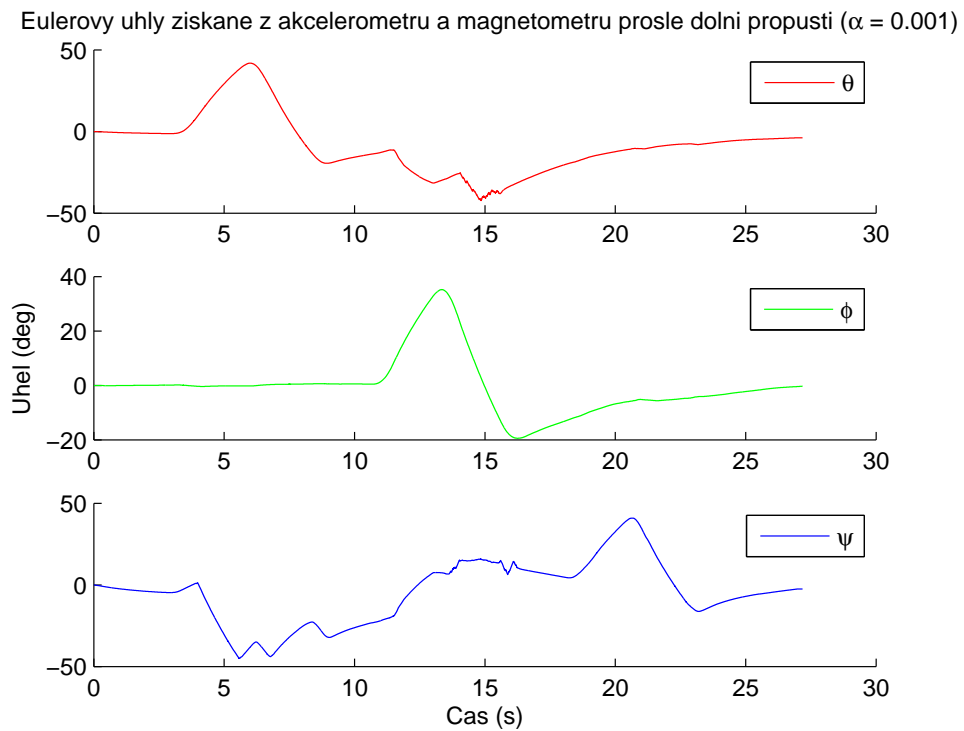


Obrázek 5.6: Výstup bloku DP

Pokud by nastavení parametru filtru α bylo jiné, mohl by být signál stále příliš zašuměný anebo naopak příliš vyhlazený. Jak by vypadaly signály pro α příliš vysoké, je znázorněno v grafu na obrázku 5.7 a pro α příliš nízké v grafu 5.8.



Obrázek 5.7: Výstup bloku DP pro $\alpha = 0.25$

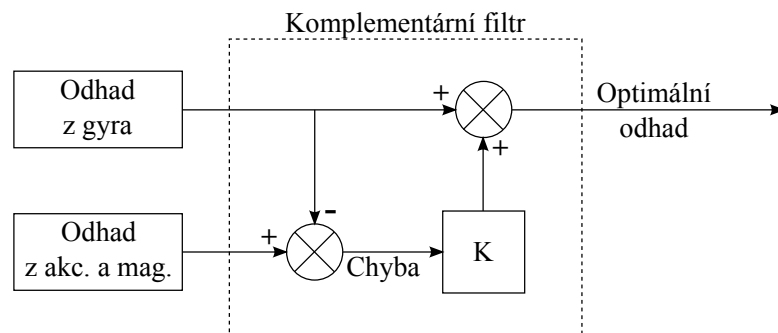


Obrázek 5.8: Výstup bloku DP pro $\alpha = 0.001$

5.3 Komplementární filtr

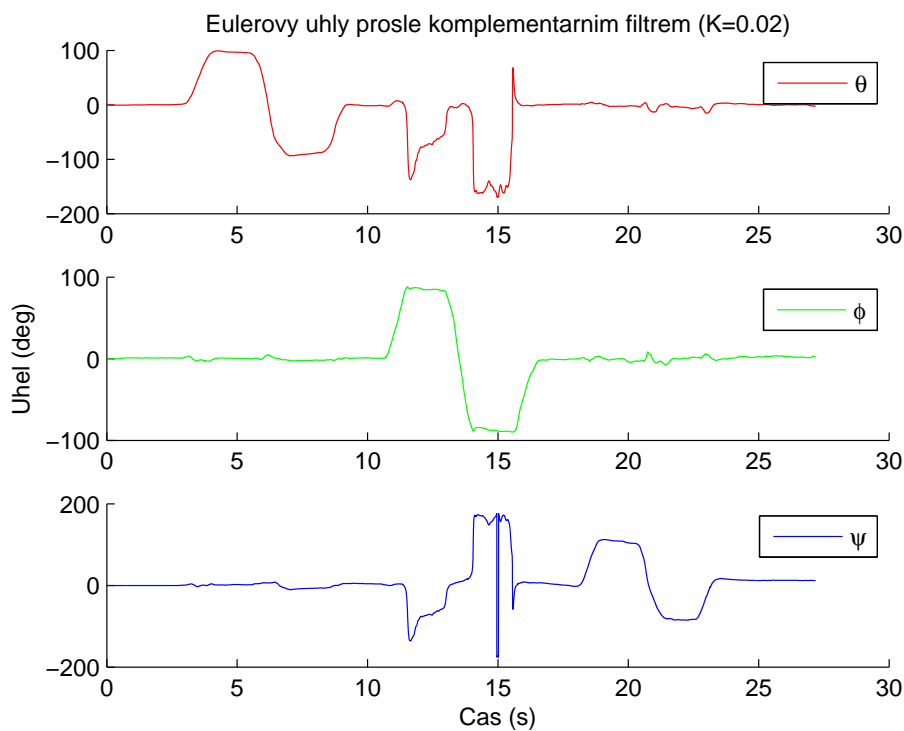
Na schématu 5.1 je vidět, že se oba přístupy scházejí v komplementárním filtru. V komplementárním filtru je provedena fúze dat a aplikován filtr s horní propustí, jak je znázorněno na obrázku 5.9.

Všechny odhady vstupující do komplementárního filtru byly v Eulerových úhlech. Filtr vypočítal rozdíl mezi dvěma vstupními odhady v podobě chybového signálu, který byl pak použit ke korekci Eulerových úhlů získaných z integrace úhlové rychlosti. Parametr K udával, jak velká část chyby bude použita k této korekci. Byla použita hodnota $K = 0.02$.



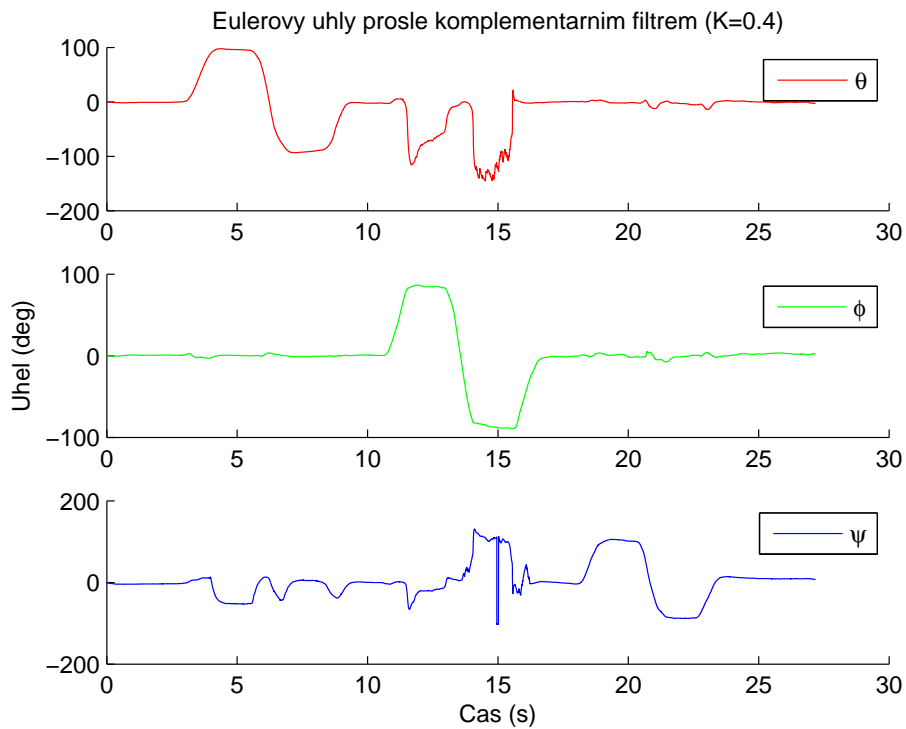
Obrázek 5.9: Vnitřní struktura komplementárního filtru [2]

Signály po průchodu komplementárním filtrem s hodnotou $K = 0.02$ jsou znázorněny na obrázku 5.10.



Obrázek 5.10: Výstup komplementárního filtru pro $K=0.02$

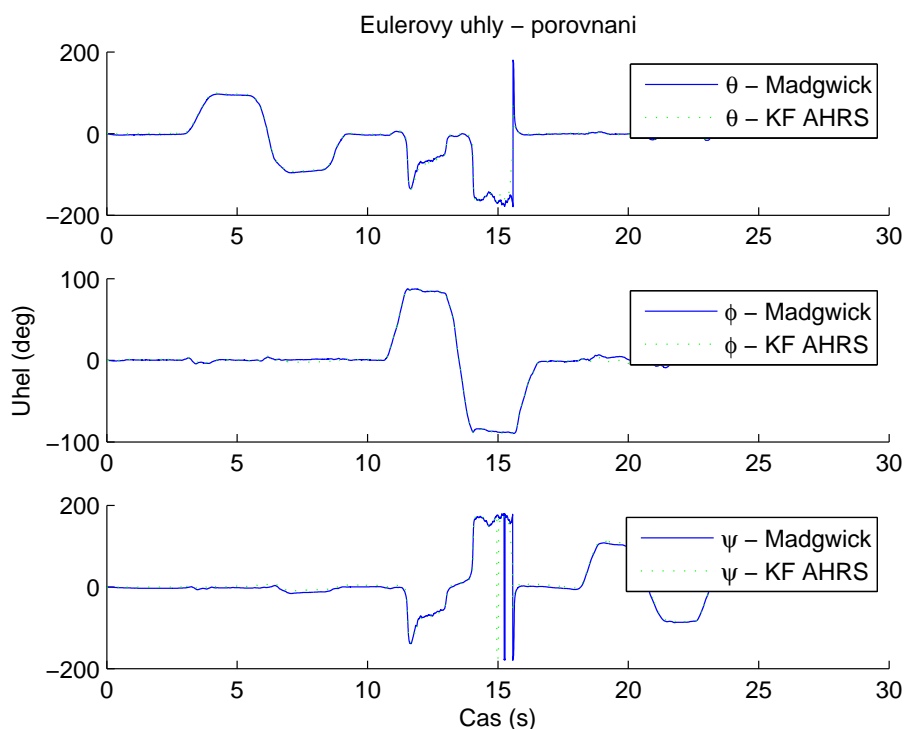
Pokud by K bylo nastaveno na vyšší hodnotu, používala by se ke korekci větší část chyby a to by způsobilo výkyvy v signálu. To je možné vidět na obrázku 5.11



Obrázek 5.11: Výstup komplementárního filtru pro $K=0.4$

Naopak pokud by hodnota K byla nižší a blížila se nule, byl by výstupem původní signál získaný z gyroskopu, neboť by korekce probíhala nulovým chybovým signálem.

Jak již bylo řečeno na začátku této kapitoly, data použitá k měření byla převzata z Madgwickovy implementace algoritmu AHRS. Díky tomu bylo možné porovnat výstupní signály obou metod a mít tak i jistou kontrolu. Jejich porovnání je znázorněno v grafu na obrázku 5.12



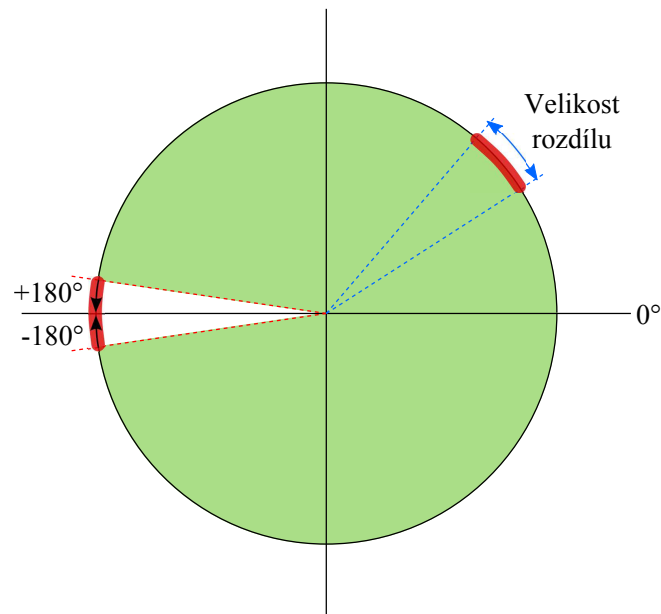
Obrázek 5.12: Porovnání Madgwickovy implementace AHRS a implementace AHRS založené na komplementárním filtru

V grafu je vidět, že signály jsou téměř totožné, to znamená, že si metody odpovídají. Ačkoli je testovaný algoritmus mnohem méně numericky náročný, je pro odhad postačující.

Eliminace nespojitosti

Součástí komplementárního filtru je ještě funkce, která eliminuje nespojitost v signálech. Aby bylo možné popsat polohu tělesa v celém prostoru, bylo nutné pro hodnoty úhlů vymezit omezující intervaly. Pro úhel θ a ψ to byl interval $\langle -180^\circ, +180^\circ \rangle$ a pro úhel ϕ interval $\langle -90^\circ, +90^\circ \rangle$.

Je totiž známo, že spojitý popis polohy nemusí dávat spojitě Eulerovy úhly. Když se Eulerovy úhly při popisu polohy dostanou do oblasti svých mezí, mohou se vyskytnout velké rozdíly mezi danými dvěma vstupními odhady, což je pak indikováno v chybovém signálu. Nastane-li taková situace, výstupní signál zaznamenává prudké výkyvy a začne se odchylovat od skutečných hodnot, to pak vede k nespojitosti odhadu orientace. K nespojitosti může dojít u všech třech úhlů. V případě úhlu θ nebo ψ mohou nastat výkyvy, pokud dochází ke změně z hodnoty blízké $+180^\circ$ na hodnotu blízkou -180° nebo naopak. Na obrázku 5.13 je červeně vyznačený úsek, který znázorňuje normální velikost rozdílu mezi dvěma vstupními odhady úhlu. Avšak změna v oblasti hodnot $\pm 180^\circ$ způsobí, že rozdíl mezi vstupními odhady překročí normální rozsah, což nepříznivě ovlivní výsledek komplementárního filtrování.



Obrázek 5.13: Přídad s úhlem θ nebo ψ [2]

Aby těmto jevům bylo zabráněno, byly použity algoritmy pro ošetření nespojitostí. Algoritmus v pseudokódu pro rotaci *yaw* neboli úhel ψ vypadá následovně

```

1 Jestlize rozdíl Yaw je v normalnich mezich
2 Potom
3     YawError = YawAcc&mag - YawGyro
4     YawOdhad = YawGyro + K * YawErr
5 Jinak rozdíl Yaw presahuje normalni meze
6     Jestlize ((YawAcc&mag - YawGyro) > 0)
7     Potom
8         YawError = YawAcc&mag - YawGyro - 360
9         Jestlize ((YawGyro + K * YawErr) > -180)
10        Potom
11            YawOdhad = YawGyro + K * YawErr
12        Jinak ((YawGyro + K * YawErr) <= -180)
13            YawOdhad = YawGyro + K * YawError + 360
14        Konec
15    Jinak ((YawAcc&mag - YawGyro) <= 0)
16        Jestlize ((YawGyro + K * YawErr) < 180)
17        Potom
18            YawOdhad = YawGyro + K * YawError + 360
19        Jinak ((YawGyro + K * YawErr) >= 180)
20            YawOdhad = YawGyro + K * YawError - 360
21        Konec
22    Konec

```

Listing 5.1: Algoritmus pro rotaci Yaw [2]

Analogicky pro rotaci *roll* neboli úhel θ

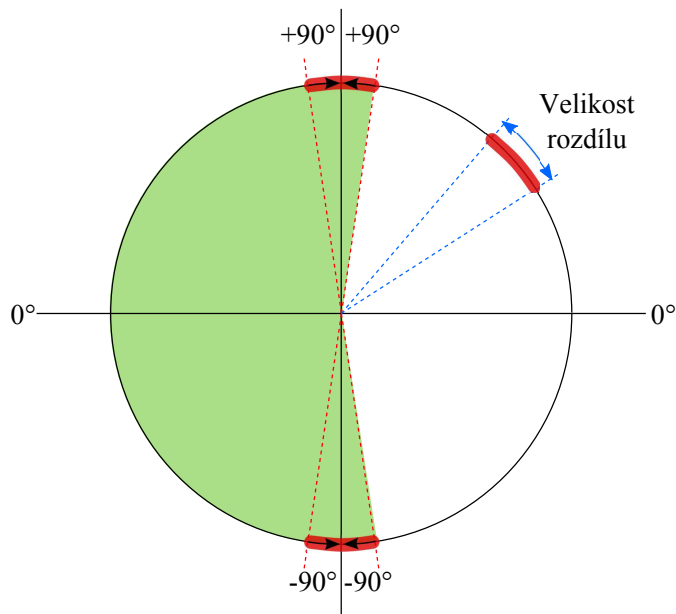
```

1 Jestlize rozdíl Roll je v normalních mezích
2 Potom
3     RollError = RollAcc&mag - RollGyro
4     RollOdhad = RollGyro + K * RollErr
5 Jinak rozdíl Roll přesahuje normalní meze
6     Jestlize ((RollAcc&mag - RollGyro) > 0)
7     Potom
8         RollError = RollAcc&mag - RollGyro - 360
9         Jestlize ((RollGyro + K * RollErr) > -180)
10        Potom
11            RollOdhad = RollGyro + K * RollErr
12        Jinak ((RollGyro + K * RollErr) <= -180)
13            RollOdhad = RollGyro + K * RollError + 360
14        Konec
15    Jinak (RollAcc&mag - RollGyro <= 0)
16        Jestlize ((RollGyro + K * RollErr) < 180)
17        Potom
18            RollOdhad = RollGyro + K * RollError + 360
19        Jinak ((RollGyro + K * RollErr) >= 180)
20            RollOdhad = RollGyro + K * RollError - 360
21        Konec
22 Konec
23 Konec

```

Listing 5.2: Algoritmus pro rotaci Roll [2]

V případě úhlu ϕ chyba vzniká, pokud se úhel pohybuje kolem $\pm 90^\circ$. Jak je znázorněno na obrázku 5.14, pokaždé když úhel ϕ překročí $\pm 90^\circ$, musí být hodnoty úhlů θ i ψ koordinovaně zvýšeny nebo sníženy o 180° . To znamená, že pokud dojde k velké změně úhlu θ nebo ψ v okamžiku, kdy se úhel ϕ pohybuje blízko $\pm 90^\circ$, je nutné vyvolat změnu i u druhého úhlu.



Obrázek 5.14: Příklad s úhlem ϕ [2]

Algoritmus v pseudokódu pro řešení nespojitosti v rotaci pitch neboli úhel ϕ je popsán níže

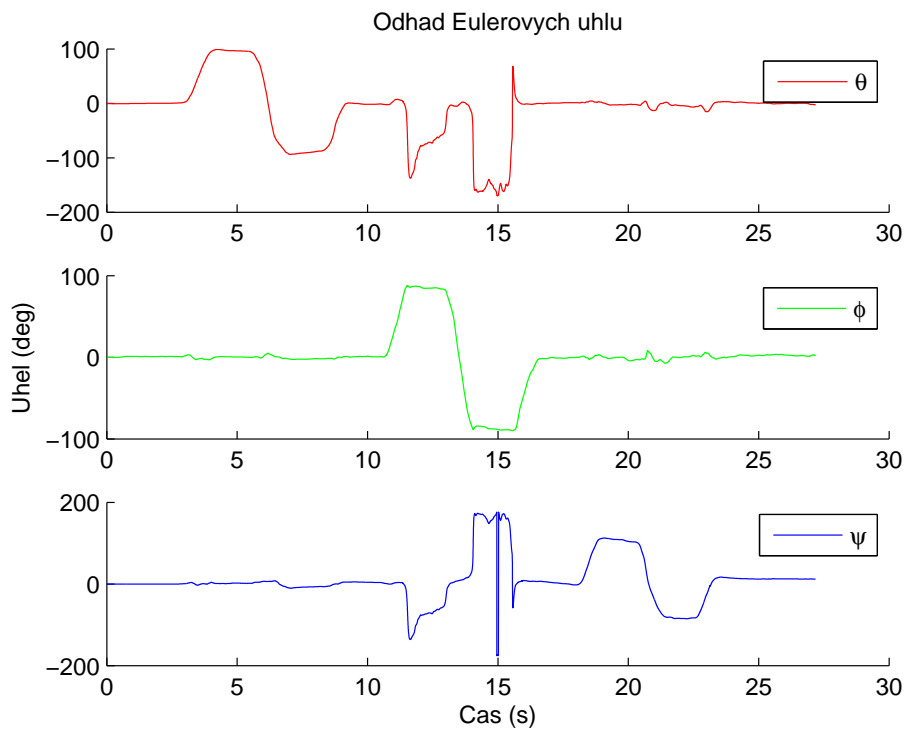
```

1 Jestlize Pitch je priblizne  $\pm 90$  && RollErr/YawError je priblizne 180
2 Potom
3     RollOdhad/YawOdhad= RollGyro/YawGyro
4     Jestlize (YawErr/RollError je priblizne 180)
5     Potom
6         YawOdhad/RollOdhad = YawGyro/RollGyro
7     Jinak
8         Jestlize (YawGyro/RollGyro > 0)
9         Potom
10            YawOdhad/RollOdhad = YawGyro/RollGyro - 180
11        Jinak
12            YawOdhad/RollOdhad = YawGyro/RollGyro + 180
13        Konec
14    Konec
15 Konec

```

Listing 5.3: Algoritmus pro rotaci Pitch [2]

Signály, které prošly komplementárním filtrem a byly u něj ošetřeny nespojitosti jsou znázorněny v grafu na obrázku 5.15. Tyto signály jsou srovnatelné s odhadem složitější Madgwickovy metody.



Obrázek 5.15: Výstup bloku KF

Kapitola 6

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo implementovat a otestovat algoritmus AHRS pro odhad orientace systému.

V teoretické části proběhlo seznámení s inerciálními senzory, které se využívají v systémech inerciální navigace. Mezi ně patří gyroskopy, akcelerometry a magnetometry a byly popsány i MEMS varianty těchto senzorů.

Dále byl představen systém AHRS, jeho matematické pozadí a typy implementací v podobě komplementárního a Kalmanova filtru.

V praktické části byl proveden návrh a implementace algoritmu AHRS založeném na komplementárním filtru. Byl popsán způsob zpracování dat ze senzorů a byl navržen komplementární filtr, který byl vylepšen o eliminaci diskontinuity. Komplementární filtr byl použit na již zkalibrovaná data očištěná od biasů a následně byl porovnán se známou implementací Madgwickova filtru. Ačkoliv je navržený komplementární filtr mnohem jednodušší a méně numericky náročný než Madgwickův, jejich výstupy si vzájemně odpovídaly.

Použitý algoritmus lze ještě vylepšit o modelování chyb a kalibrační model, což bude předmětem budoucí práce. Dále bude též provedena implementace a testování na vhodné HW platformě.

Literatura

- [1] E. Bekir, *Introduction to Modern Navigation Systems*, ch. Chapter 10: Attitude and Heading Reference System. World Scientific, 2007. Navštíveno dne: 2016-05-10.
- [2] Y. Wang, N. Li, X. Chen, and M. Liu, “Design and implementation of an ahrs based on mems sensors and complementary filtering,” *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 2014, p. 11, August 2014.
- [3] MEMS and Nanotechnology Exchange, “A beginner’s guide to mems processes, what is mems?” http://www.memsnet.org/mems/what_is.html. Navštíveno dne: 2016-03-19.
- [4] R. Jabłoński and T. Březina, eds., *Mechatronics: Recent Technological and Scientific Advances*, ch. MEMS Accelerometer Usability for Dangerous Tilt with Kalman Filter Implementation, p. 729. Technical University of Kosice, Letná 9, Košice 04200, Slovakia: Springer Science and Business Media, 2011. Navštíveno dne: 2016-03-16.
- [5] J. Čižmár, “Současnost a budoucnost inerciálních mems senzorů.” <http://www.roznovskastredni.cz/dwnl/pel2011/06/cizmar.pdf>. Navštíveno dne: 2016-03-16.
- [6] Brigham Young University, “Introduction to microelectromechanical systems (mems).” <https://compliantmechanisms.byu.edu/content/introduction-microelectromechanical-systems-mems>. Navštíveno dne: 2016-03-19.
- [7] Sandia National Laboratories, “Microelectromechanical systems (mems).” <http://www.sandia.gov/mstc/mems/>. Navštíveno dne: 2016-03-19.
- [8] Tampere University of Technology, “Basic principles of inertial navigation.” <http://aerostudents.com/files/avionics/InertialNavigationSystems.pdf>. Navštíveno dne: 2016-03-14.

- [9] A. D. King B.Sc. F.R.I.N., “Inertial navigation - forty years of evolution,” *GEC Review*, vol. 13, no. 3, p. 140, 1998. Navštíveno dne: 2016-03-11.
- [10] C. Verplaetse, “Strapdown systems.” <http://xenia.media.mit.edu/~verp/projects/smartpen/node8.html>, May 26 1995. Navštíveno dne: 2016-03-15.
- [11] M. M. Morrison, “Inertial measurement unit.” <http://www.google.com/patents/US4711125>, Dec. 8 1987. US Patent 4,711,125.
- [12] N. El-Sheimy, H. Hou, and X. Niu, “Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, p. 140, January 2008. Navštíveno dne: 2016-03-14.
- [13] A. Vojáček, “Principy akcelerometrů.” <http://automatizace.hw.cz/clanek/2007011401>, January 2007. Navštíveno dne: 2016-03-20.
- [14] PC Control Limited, “Accelerometers.” <https://www.pc-control.co.uk/accelerometers.htm>. Navštíveno dne: 2016-03-20.
- [15] C. Aszkler, “The principles of acceleration, shock, and vibration sensors.” <http://www.sensorsmag.com/sensors/acceleration-vibration/the-principles-acceleration-shock-and-vibration-sensors-574>, May 1 2005. Navštíveno dne: 2016-03-21.
- [16] M. Andrejašič, “Mems accelerometers.” http://mafija.fmf.uni-lj.si/seminar/files/2007_2008/MEMS_accelerometers-koncna.pdf, March 2008. Navštíveno dne: 2016-03-21.
- [17] G. Iurato, “On the historical evolution of gyroscopic instrumentation: a very brief account.” <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01136829/document>, March 28 2015. Navštíveno dne: 2016-03-22.
- [18] O. J. Woodman, “An introduction to inertial navigation,” Tech. Rep. 696, University of Cambridge, Computer Laboratory, 15 JJ Thomson Avenue, Cambridge CB3 0FD, United Kingdom, August 2007. ISSN 1476-2986.
- [19] P. Böhm, “Snímač orientace hlavy ve 3d,” June 2010.
- [20] V. Kempe, *Inertial MEMS: Principles and Praxis*, ch. Gyroscopes, pp. 364–369, 379–380. Cambridge University Press, 2011.

- [21] P. Jain, “Magnetometers.” <http://www.engineersgarage.com/articles/magnetometer>. Navštíveno dne: 2016-05-12.
- [22] Y. Cai, Y. Zhao, X. Ding, and J. Fennelly, “Magnetometer basics for mobile phone applications,” *Electronic Products*, February 2012. Navštíveno dne: 2016-05-12.
- [23] R. Klanica, “Užitá geofyzika: Měření.” <http://www.geofyzika.webz.cz/mermagn.php>. Navštíveno dne: 2016-05-12.
- [24] I. Globalspec, “Magnetometers information.” http://www.globalspec.com/learnmore/motion_controls/orientation_position_sensing/compasses_magnetometers. Navštíveno dne: 2016-05-12.
- [25] M. Li, V. T. Rouf, G. Jaramillo, and D. A. Horsley, “Mems lorentz force magnetic sensor based on a balanced torsional resonator,” in *2013 Transducers Eurosensors XXVII: The 17th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS EUROSENSORS XXVII)*, pp. 66–69, June 2013.
- [26] FreeCAD. <http://www.freecadweb.org/wiki/index.php?title=Aeroplane/cs>. Navštíveno dne: 2016-03-29.
- [27] A. Janota, V. Šimák, D. Němec, and J. Hrbček, “Improving the precision and speed of euler angles computation from low-cost rotation sensor data,” *Sensors — Open Access Journal*, 2015.
- [28] J. Huerta, “Introducing the quaternions.” <http://math.ucr.edu/~huerta/introquaternions.pdf>. Navštíveno dne: 2016-04-06.
- [29] L. Wang, Z. Zhang, and P. Sun, “Quaternion-based kalman filter for ahrs using an adaptive-step gradient descent algorithm,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. ●, August 2015. Navštíveno dne: 2016-05-12.
- [30] P. Gui, L. Tang, and S. Mukhopadhyay, “Mems based imu for tilting measurement: Comparison of complementary and kalman filter based data fusion,” in *Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2015 IEEE 10th Conference on*, pp. 2004–2009, June 2015.
- [31] W. T. Higgins, “A comparison of complementary and kalman filtering,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-11, pp. 321–325, May 1975.

- [32] OlliW, “Imu data fusing: Complementary, kalman, and mahony filter.” <http://www.olliw.eu/2013/imu-data-fusing/>, Jan 16 2015. Navštíveno dne: 2016-03-28.
- [33] M. Pedley, “Tilt sensing using a three-axis accelerometer.” http://www.nxp.com/files/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf, March 2013. Navštíveno dne: 2016-05-12.
- [34] “Open source imu and ahrs algorithms.” <http://www.x-io.co.uk/open-source-imu-and-ahrs-algorithms/>, July 2012. Navštíveno dne: 2016-04-25.
- [35] J. Macur, “Dynamické systémy: Numerické metody.” <http://www.fce.vutbr.cz/studium/materialy/Dynsys/kap7/kap7.htm>. Navštíveno dne: 2016-05-05.

Seznam obrázků

2.1	Příklady produktů vytvořených MEMS technologií, zleva: křemíkové zrcadlo s řídicím systémem; optické enkodéry; parní stroj; převodová jednotka; torzní západkový aktuátor [7]	4
3.1	Zleva: inerciální platforma s Cardanovým závěsem; inerciální platforma s pevnou montáží FIN3110 [9]	6
3.2	Inerciální platforma s Cardanovým závěsem [9]	7
3.3	Dvojdímenzionální navigační systém pro platformu s gimbalu [8]	8
3.4	Dvojdímenzionální navigační systém pro platformu s pevnou montáží [8]	9
3.5	Schéma principu PE akcelerometru	11
3.6	Schéma principu kapacitního akcelerometru	13
3.7	Tradiční mechanický gyroskop [18]	14
3.8	Optické gyroskopy [18, 19]	15
3.9	MEMS gyroskop [18, 19]	16
3.10	LFS magnetometr [25]	18
4.1	Osy natočení [26]	20
4.2	Eulerovy úhly Z-Y-X	23
4.3	Algoritmus komplementárního filtru [30]	26
4.4	Vývojový diagram komplementárního filtru [30]	27
4.5	Algoritmus Kalmanova filtru [31]	28
5.1	Softwarová konfigurace AHRS [2]	32
5.2	Vstupní data ze senzorů	33
5.3	Výstup metody RK4	35
5.4	Výstup konverze	36
5.5	Výstup bloku DCM	37
5.6	Výstup bloku DP	38

5.7	Výstup bloku DP pro $\alpha = 0.25$	39
5.8	Výstup bloku DP pro $\alpha = 0.001$	39
5.9	Vnitřní struktura komplementárního filtru [2]	40
5.10	Výstup komplementárního filtru pro $K=0.02$	40
5.11	Výstup komplementárního filtru pro $K=0.4$	41
5.12	Porovnání Madgwickovy implementace AHRS a implementace AHRS založené na komplementárním filtru	42
5.13	Případ s úhlem θ nebo ψ [2]	43
5.14	Případ s úhlem ϕ [2]	45
5.15	Výstup bloku KF	46