ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

DESETINNÁ ČÍSLA VE VÝUCE MATEMATIKY NA ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Jana Konopová, Dis.
Učitelství pro 2. stupeň ZŠ, obor matematika - fyzika

Vedoucí práce: Mgr. Martina Kašparová Ph.D.

Plzeň, 2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, 15. dubna 2016

……………………………………………………………

vlastnoruční podpis

Děkuji vedoucí mé diplomové práce Mgr. Martině Kašparové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a čas, který mi věnovala.

ZDE SE NACHÁZÍ ORIGINÁL ZADÁNÍ KVALIFIKAČNÍ PRÁCE.

OBSAH

ÚVOD

Desetinné číslo – pro většinu lidí, kteří mají úspěšně za sebou základní školu, je to něco skoro samozřejmého. Téměř denně se s nimi setkáváme – chodíme nakupovat, vážíme různé zboží, potřebujeme určit délku předmětu či vzdálenost dvou bodů. Většinou nám také nedělá problém tato čísla přečíst a zapsat, porovnat, které je větší, nebo sečíst či odečíst několik těchto čísel. Je ale také dost pravděpodobné, že vydělit bez použití kalkulačky desetinné číslo číslem desetinným a správně určit zbytek, by pro řadu dospělých mohlo být problémem, ačkoliv se to určitě ve škole naučili.

Cílem této práce je nejenom stručně shrnout vznik desetinného čísla a jeho historii ve výuce na základní škole, ale také podat ucelený přehled toho, jak a kdy (v jakém pořadí) se žáci na základní škole učí s desetinnými čísly pracovat. Zároveň jsem také připojila vlastní postřehy o tom, kde žáci často chybují, případně jak by se těmto chybám dalo předejít, nebo je odstranit. Velkou část práce jsem věnovala konkrétním příkladům a aktivitám, které je možné využít při procvičování počítání s desetinnými čísly. Některé aktivity jsem volně převzala ze zdrojů uvedených v seznamu literatury, některé jsem vytvořila sama. Několik uvedených aktivit jsem sama vyzkoušela během výuky, a proto jsem je doplnila o vlastní připomínky, na co je třeba si dát pozor, kde žáci často chybovali, kde je třeba žákům více pomoci atd.

Pro větší přehlednost jsem práci rozčlenila do několika kapitol a podkapitol, aby pro čtenáře bylo jednodušší se v práci orientovat, případně si vyhledat pouze určitou kapitolu, která by jej zajímala.

1 K HISTORII DESETINNÝCH ČÍSEL A JEJICH VÝUKY

Pokud dnes potřebujeme matematicky vyjádřit část celku, máme několik rovnocenných možností a pravděpodobně nejčastěji v běžném životě zvolíme desetinné číslo. Tento zápis je poměrně jednoduchý, úsporný (stačí přidat jednu malou čárku) a je vhodný pro všechny početní operace. Podíváme-li se však do historie, vždy tomu tak nebylo. Ačkoli se již ve starověku počítalo s přirozenými a kladnými racionálními čísly, která byla zapisována pomocí smíšených čísel (např. hieroglyfický zápis  vyjadřující plochu $5\frac{1}{2}$ secat), zavedení čísla desetinného je záležitostí až 16. století a tak jako většina ostatních věcí, i tento způsob zápisu vznikal pomalu a postupně.

Prvopočátky desetinných čísel můžeme nalézt už zhruba ve třetím tisíciletí př. n. l., kdy ve starém Babyloně byly užívány tzv. šedesátinné zlomky, tedy zlomky se jmenovatelem $60, 60^2 = 3\,600, 60^3, 60^4$ atd. Pomocí těchto zlomků se vyjadřovaly především míry a váhy. V určité podobě se užívání těchto zlomků zachovalo až do současnosti, a to v podobě míry časové (minuta je $\frac{1}{60}$ hodiny, vteřina je $\frac{1}{60^2} = \frac{1}{3\,600}$ hodiny) a míry úhlové (minuta je $\frac{1}{60}$ stupně, vteřina je $\frac{1}{3\,600}$ stupně).

Dalším důležitým obdobím ve vývoji desetinných čísel bylo zavedení a užívání zlomků desetinných. Na početních deskách s nimi pomocí tyčinek počítali již čínští matematikové kolem přelomu letopočtu. Indové používali desetinné zlomky při výpočtu druhé odmocniny z nečtvercového čísla. V první polovině 15. století uvádí uzbecký matematik a astronom al Kāshī (1380 – 1429) ve svém díle *Klíč k aritmetice* pravidla pro počítání v desítkové soustavě, učí násobení a dělení desetinných zlomků. V 16. století pak na velký význam desetinných zlomků pro praktickou potřebu upozorňuje holandský inženýr a obchodník Simon Stevin (1548 – 1620) v práci *Umění desetin* (*De Thiende*). Ten je také často označován jako jejich objevitel. Prosazuje, aby desetinný systém byl zaveden v penězích, váhách i měrách. Zápis desetinného čísla provádí Stevin mino jiné i takto:

0,567 uvádí jako 5 ① 6 ② 7 ③,

3,768 zapisuje jako 3 ⓪ 7 ① 6 ② 8 ③.

Poté, co byl splněn Stevinův požadavek a desetinné dělení bylo zavedeno do peněžnictví a do systému měr a vah, rozšířilo se používání desetinných čísel mezi širší vrstvy. V naší zemi byl metrický systém měr a vah zaveden až v roce 1876. Až do té doby byla také výuka desetinných čísel pouze okrajovou záležitostí. Neměla velký význam, protože desetinná čísla se v denní praxi neužívala. Ve výuce se upřednostňovaly kladné zlomky. Po zavedení metrické soustavy se však počítání s desetinnými čísly stalo jedním z hlavních úkolů ve vyšších ročnících obecné školy a na škole měšťanské.

Ve 2. polovině 19. století jsou desetinná čísla zařazena jako součást učiva ve 4. ročníku. V této době se však neužívala desetinná čárka, ale na jejím místě se psala desetinná tečka. Tečka se nepsala dole, jako se dnes píše čárka, ale nahoře (např. 3˙12).

Význam desetinných čísel pro praxi byl vysvětlován právě zavedením desítkové soustavy měr a vah. Byla také uváděna souvislost mezi desetinnými zlomky a desetinnými čísly (zlomky znali žáci již z nižších ročníků). Setiny byly vysvětlovány na centimetrech jako částech metru a haléřích, tedy částech koruny. V učebnicích také byla vysvětlovaná rovnost čísel, která se liší pouze tím, že mají na posledních desetinných místech různý počet nul, vliv posunutí desetinné tečky vpravo nebo vlevo a z toho plynoucí násobení a dělení. Samozřejmě bylo vyučováno násobení desetinných čísel. Dělení desetinným číslem se převádělo stejně jako dnes na dělení přirozeným číslem. Až v této době, v souvislosti s dělením desetinných čísel, bylo v učebnicích vysvětleno, jak pracovat se zbytkem při neúplném dělení. *„Zbude-li při dělení z posledního částečného součinu zbytek, poznačíme jej buď v závorce (obyčejně při měření) nebo zbytek postupně převádíme na hodnoty desetinné, kteréž postupně dělíme až do hodnot, které mají ve výpočtu skutečnou cenu.*“[1]

V rámci učebních osnov vydaných v roce 1915 byla výuka počítání s desetinnými čísly zařazena do 5. ročníku. Žáci se učili sčítat, odčítat, násobit a dělit desetinná čísla. V roce 1933 byly osnovy mírně upraveny a již do 4. ročníku byla zařazena příprava na počítání s desetinnými čísly. V 5. ročníku se pak žáci naučili zapisovat desetinná čísla do řádu tisícin, dále pak sčítat, odčítat, písemně násobit a dělit tato čísla. Menší změny přinesly osnovy z roku 1948. Ve 4. ročníku byla ponechána příprava na počítání s desetinnými čísly, v dalším ročníku se pak žáci naučili des. čísla sčítat, odčítat, násobit celým číslem a dělit jednomístným dělitelem celým. V podstatě až do roku 2005 bylo toto učivo zařazeno do 5. ročníku. Poté byla desetinná čísla z učiva 1. stupně vyřazena a jejich výuka se na 1. stupeň vrátila až v roce 2013.

[1] Mikulčák, Jiří: Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918 [online]. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400987/DejinyMat_42-2010-1_16.pdf

2 DESETINNÁ ČÍSLA V RVP PRO ZŠ

Vzdělávání dětí v České republice upravuje zákon č. 561/2004 Sb. o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělání (školský zákon). Tento zákon vnáší do vzdělávací soustavy nový prvek, a sice systém kurikulárních dokumentů. Tyto dokumenty jsou tvořeny na dvou úrovních – státní (Národní program vzdělávání a Rámcový vzdělávací program) a školní (Školní vzdělávací program). Zatím co Národní program vzdělávání uvádí obecné cíle vzdělání, které jsou uvedeny ve školském zákoně, vymezuje hlavní oblasti a prostředky vzdělávání, Rámcový vzdělávací program (dále jen RVP) vymezuje povinný obsah, rozsah a podmínky vzdělávání v jednotlivých oborech. Každá škola si pak vytváří vlastní školní vzdělávací program (ŠVP), pro který je však závazný výše uvedený RVP a musí s ním být v souladu.

V rámci RVP jsou kromě jiného uvedeny jednotlivé vzdělávací oblasti (konkrétně pro téma mojí práce – desetinná čísla ve výuce matematiky na ZŠ – je to oblast „matematika a její aplikace“) a také klíčové kompetence (souhrn dovedností, vědomostí, schopností, postojů a hodnot), jichž by mělo být v průběhu vzdělávání dosaženo.

S matematikou se žáci setkávají ve všech ročnících po celou dobu základního vzdělávání a měli by si osvojit nejenom základní matematické pojmy a symboly, ale především by měli získat praktické dovednosti využitelné v běžném životě.

Pojem desetinného čísla je v rámci vzdělávací oblasti „matematika a její aplikace“ zařazen do tematického okruhu „čísla a početní operace“. Žáci si postupně vytváří představu o číslech a číselné ose a osvojují si základní početní operace. Především to je sčítání, odčítání, násobení, dělení a zaokrouhlování. Desetinné číslo je od 1. 9. 2013 uvedeno v učivu 1. stupně, konkrétně v 5. ročníku. Ještě před zavedením pojmu desetinného čísla se žáci seznamují se zlomky a desetinnými zlomky, jejichž pochopení je nezbytné pro správné utvoření pojmu desetinného čísla. Postupně pak žáci poznají zápis desetinného čísla do řádu desetin, naučí se je správně přečíst, dokážou je vyznačit na číselnou osu a také obráceně k vyznačenému bodu na číselné ose správně určí příslušné desetinné číslo. Dále se v 5. ročníku naučí desetinná čísla porovnávat. Dle slov pedagogů na 1. stupni, někteří žáci sami intuitivně zvládnou také sčítání desetinných čísel do řádu desetin. Tato dovednost však není dána RVP jako učivo 5. ročníku. Na 2. stupni pak navazují na tyto znalosti a postupně přidávají další dovednosti při práci s desetinnými čísly.

Již dříve byl pojem desetinného čísla zařazen do učiva 1. stupně (vzdělávací programy před rokem 2005), pak však z osnov vymizel a žáci se s ním seznámili až na 2. stupni. Některé školy jej však i nadále zahrnovaly do učiva 5. ročníku nad rámec povinného RVP jako rozšiřující učivo. Důvodem opětovného zařazení do RVP bylo jednak doporučení Jednoty českých matematiků a fyziků a jednak relativní neúspěch českých žáků ve srovnání se zahraničními žáky právě v oblasti práce s desetinným číslem a také zlomky[2].

Podle mého názoru je správné, že se výuka desetinných čísel opět povinně zařadila do učiva na 1. stupni ZŠ. Děti se s těmito čísly běžně setkávají, přinejmenším s řádem desetin a setin – ať už to jsou ceny zboží v obchodech (ačkoliv se již haléře neužívají, cena některého zboží s nimi stále pracuje), rozměry předmětů, teplota vzduchu atd. Z těchto důvodů si myslím, že je v pořádku, pokud se s nimi naučí pracovat již v 5. třídě.

Právě díky tomu, že se s desetinnými čísly běžně setkáváme, nepovažují je žáci v 5. třídě za něco naprosto nového, neznámého či těžkého. V tomto ročníku se seznamují pouze s jejich čtením, zápisem, porovnáváním a zařazením na číselnou osu a to do řádu desetin. Pokud tuto jednoduchou látku dobře zvládnou již nyní, je to dobrý základ pro to, aby se o rok později na 2. stupni naučili s těmito čísly dále pracovat. V učivu 6. ročníku jsou pak zahrnuty následující poznatky – pojmenování desetinných řádů, zobrazení des. čísla na číselnou osu, porovnávání des. čísel, zaokrouhlování des. čísla, sčítání a odčítání des. čísla, násobení a dělení des. čísla mocninami 10, převádění jednotek délky, obsahu, hmotnosti a později i objemu, násobení a dělení des. čísel zpaměti i písemně, vlastnosti početních výkonů s des. čísly. V 7. ročníku se žáci seznámí s čísly racionálními, tedy poznají kromě jiného i záporná desetinná čísla a naučí se s nimi počítat. Mezi další učivo tohoto ročníku patří procenta, kde žáci opět využívají znalosti desetinných čísel a pracují s nimi. Náplní 8. ročníku je mimo jiné i práce s mocninami a odmocninami. Samozřejmě jsou při tomto počítání zařazována také čísla desetinná a žáci se učí tato čísla umocňovat a odmocňovat. Stejně tak při práci s mnohočleny žáci počítají i s čísly desetinnými. Rovněž v 9. ročníku žáci pracují a počítají s desetinnými čísly – učivem v tomto ročníku jsou např. funkce, goniometrické funkce, rovnice či soustavy rovnic. Samozřejmě se práce s desetinným číslem objevuje ve všech ročnících 2. stupně v rámci řešení geometrických úloh.

[2] *Informace o úpravách RVP* [online]. Dostupné z http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani

3 POJEM DESETINNÉHO ČÍSLA, JEHO POROVNÁVÁNÍ A ZNÁZORŇOVÁNÍ

V běžném životě většinou nevystačíme s celými čísly, protože potřebujeme nějakým způsobem vyjádřit část celku, tedy číslo menší než jedna, případně potřebujeme vyjádřit „několik celků a ještě o trochu víc“. Děti často tato čísla z vlastní zkušenosti znají ještě před tím, než se o nich ve škole začnou učit – rohlík stojí 1,50 Kč, na kole s rodiči ujeli 15,6 km, teplota ve stínu byla 28,5 °C, nebo v televizi vidí závodníka, který vyhrál o dvě setiny sekundy.

Pro žáky na základní škole tedy desetinné číslo není neznámým a úplně novým pojmem. Tato čísla znají, pouze se s nimi musí naučit pracovat a toto seznamování probíhá v několika krocích, které postupně v následujících kapitolách rozeberu.

3.1 DESETINNÉ ČÍSLO

Pokud potřebujeme vyjádřit část menší než jeden celek, případně několik celků a „ještě o trochu víc“, můžeme tak učinit například pomocí desetinného čísla nebo desetinného zlomku. Desetinný zlomek je zlomek, který lze zapsat ve tvaru $\frac{x}{10^n}$, kde x je celé číslo a n je číslo přirozené. Desetinný zlomek lze také vyjádřit pomocí desetinného rozvoje jako desetinné číslo. Při převodu desetinného zlomku na desetinné číslo se řídíme pravidlem, že kolik nul je ve jmenovateli zlomku, tolik desetinných míst je v desetinném čísle. Obě tato vyjádření jsou ekvivalentní, totéž číslo se dá vyjádřit oběma zápisy ($\frac{6}{10} = 0{,}6$, $\frac{312}{100} = 3{,}12$, $\frac{54}{1\,000} = 0{,}054$), dále se však budu zabývat ve většině případů jen desetinným číslem.

Každé přirozené číslo N lze v desítkové soustavě vyjádřit ve tvaru $N = a_n \cdot 10^n + \cdots + a_1 \cdot 10 + a_0$, kde $a_0, \ldots, a_n$ jsou čísla z množiny {0, 1, 2, ..., 9}. Písemný zápis čísel je založen na místním významu cifer – při posunutí o jedno místo nalevo bude mít každá cifra 10krát větší význam a obráceně – při posunutí o jedno místo vpravo bude 10krát menší. Při posunutí napravo od místa jednotek bude mít cifra 10krát menší význam, tj. $1/10$, $1/10^2$, ... K předchozím řádovým jednotkám 10, 10^2, 10^3, ... se přidají nové řádové jednotky $1/10 = 10^{-1}$, $1/10^2 = 10^{-2}$, ... Proto v desítkové soustavě můžeme psát $a_n \cdot 10^n + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0 + b_1 \cdot 10^{-1} + \ldots + b_m \cdot 10^{-m}$, kde $b_1, \ldots, b_m$ jsou rovněž z množiny {0, 1, 2, ..., 9}. Desetinná čísla mohla být objevena až po vynalezení způsobu zápisu předchozího čísla bez jmenovatelů. Zavedený dohodnutý znak, desetinná čárka, který odděloval jednotky a desetiny jednotky, toto umožnil[3].

Desetinná čísla tedy zapisujeme pomocí číslic a desetinné čárky. Každé desetinné číslo má svou celou část a desetinnou část, které jsou od sebe odděleny desetinnou čárkou. Obě části jsou zapsány číslicemi, které vyjadřují určitý řád. Tak jako u celých čísel můžeme určit jejich řád - jednotky, desítky, stovky, tisíce, desetitisíce, statisíce, miliony atd., lze obdobným způsobem určit i řád u desetinných čísel – desetiny, setiny, tisíciny, desetitisíciny atd. Vše si ukážeme na konkrétním příkladu.

Příklad 1.

Mějme číslo $0{,}516\ 798$. U každé číslice určíme její řád.

0 . . . . .jednotky
, ...desetinná čárka
5 . . . . .desetiny
1 . . . . .setiny
6 . . . . .tisíciny
7 . . . . .desetitisíciny
9 . . . . .stotisíciny
8 . . . . .miliontiny

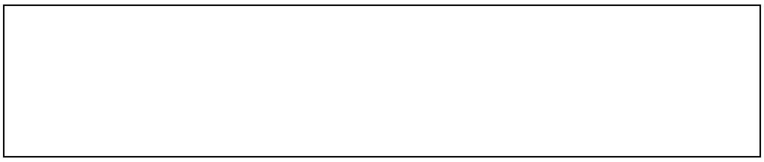
Protože jsou žáci již z 1. stupně zvyklí pracovat s řády přirozených čísel, nečiní jim problém přijmout skutečnost, že i desetinné číslo má své řády. Navíc je patrné, že názvy řádů desetinných čísel jsou velice podobné řádům čísel celých (desítky – desetiny, stovky – setiny, tisíce – tisíciny, desetitisíce – desetitisíciny atd.). Přesto je důležité od počátku dbát na důkladné procvičování názvů a umístění jednotlivých řádů a to jak před desetinnou čárkou, tak i za ní.

Na rozdíl od celých čísel na konec desetinného čísla lze připsat libovolný počet nul a číslo se nezmění. Změní se pouze jeho zápis a způsob, jakým jej přečteme. Platí tedy, že $0{,}1 = 0{,}10 = 0{,}100 = 0{,}100\ 0$ a takto můžeme pokračovat dále. Jak již bylo řečeno, číslo se nezmění, pouze jej jinak zapíšeme a přečteme – číslo žádná celá jedna desetina má stejnou hodnotu jako číslo žádná celá deset setin a to je stejné, jako žádná celá sto tisícin či žádná celá tisíc desetitisícin. A samozřejmě stejné pravidlo platí i obráceně, tedy nuly na

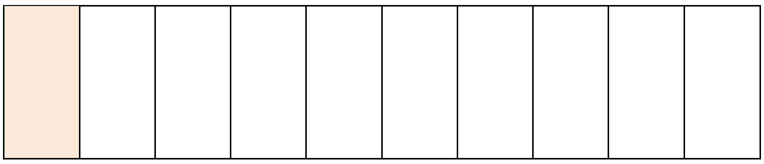
[3] Berezanskaja, J., S.: Methodika aritmetiky. JČMF, Praha, 1949, strana 242

konci desetinného čísla můžeme bez obav „umazat“. Samozřejmě je vhodné žákům platnost tohoto pravidla názorně ukázat. Lze tak učinit třeba tímto způsobem:
Potřebujeme několik stejně velkých listů papíru. Jeden list necháme prázdný – bude představovat jeden celek. Druhý list rozdělíme na deset stejných částí – jedna část je jedna desetina. Další list rozdělíme na 100 stejných částí, viz. následující obrázky, každá část tedy představuje jednu setinu. Samozřejmě teoreticky lze takto pokračovat dál, prakticky by však další dělení bylo problematické.

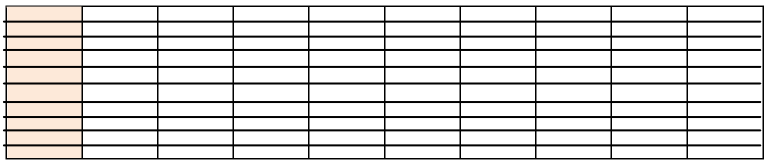
1 celá



1 desetina – celek rozdělíme na deset stejných dílů



1 setina – celek rozdělíme na 100 stejných dílů



Z obrázků je patrné, že jedna desetina a deset setin představuje stejnou část celku. Takto bychom teoreticky mohli pokračovat dál a celek rozdělit na 1 000 dílů – v takovém případě by pak žáci viděli, že jedna desetina, deset setin a sto tisícin je stejná část celku.

Možnost připisování nul na konec desetinného čísla si můžeme ukázat i pomocí desetinných zlomků. Použijeme například zlomek $\frac{6}{10}$, který můžeme zapsat desetinným číslem 0,6 (zapíšeme tak, jak jej vyslovujeme, pouze na pozici jednotek doplníme 0). Pokud zlomek rozšíříme deseti, tedy čitatele i jmenovatele vynásobíme deseti, hodnota zlomku se tím nezmění, dostáváme zlomek $\frac{60}{100}$, který opět můžeme zapsat desetinným číslem 0,60 (šedesát setin). Opět můžeme rozšířit zlomek deseti a získáme $\frac{600}{1\,000}$, tedy 0,600. Takto bychom mohli pokračovat dál. Je tedy patrné, že platí rovnosti:

$$\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \frac{600}{1\,000} = 0{,}6 = 0{,}60 = 0{,}600.$$

V první řadě se žáci učí správně číst desetinná čísla. Řády desetin či setin pravděpodobně nebudou činit potíže (toto již znají z prvního stupně či běžného života), u dalších řádů to však může být složitější. Pro připomenutí zde uvedu několik příkladů, jak správně čteme zápis desetinných čísel a zároveň uvedu i totéž číslo zapsané desetinným zlomkem.

Příklad 2.

0,9 . . . . žádná celá devět desetin (desetinný zlomek $\frac{9}{10}$)

0,12 . . . . žádná celá dvanáct setin (desetinný zlomek $\frac{12}{100}$)

3,06 . . . . tři celé šest setin (desetinný zlomek $\frac{306}{100}$)

8,010 6 . . . . osm celých sto šest desetitisícin (desetinný zlomek $\frac{80\,106}{10\,000}$)

Pravděpodobně poslední uvedený příklad bude žákům činit největší potíže. Žák si totiž musí uvědomit řád poslední cifry v zápisu, tj. jmenovatele, který by byl v zápisu desetinného čísla pomocí desetinného zlomku. Desetinnou část desetinného čísla musí přečíst jako přirozené číslo a k tomu přidat právě řád poslední cifry v zápisu. Z vlastní zkušenosti vím, že je pro velkou část žáků obtížené přečíst např. 48,798 53, neboť si žák musí uvědomit, že nejnižší řád jsou stotisíciny a k tomu musí správně přečíst číslo 79 853, kde jsou nejvyšším řádem desetitisíce a při čtení navíc vysloví pouze tisíce (sedmdesát devět tisíc osm set padesát tři). Myslím, že jediným způsobem, jak tyto obtíže alespoň z větší části odstranit, je důkladné procvičování. Dosavadní zkušenosti však potvrzují mojí domněnku, že čtení takovýchto čísel bude stále některým žákům činit problém.

Je potřeba, aby žáci desetinná čísla četli správně a nezkracovali si jejich názvy. Například číslo 3,06 žáci často zkracují a místo celého názvu vysloví pouze tři celé šest, což je název zavádějící a většina lidí by jej chápala jako číslo 3,6. Podle mého názoru se tyto chyby dají odstranit opět pouze důkladným procvičováním a důsledným vyžadováním správného čtení desetinných čísel a důsledným opravováním případných chyb.

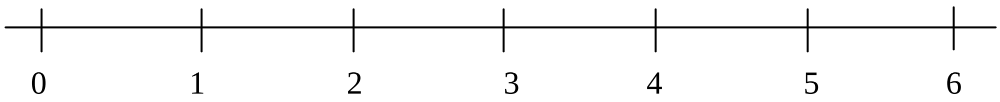
3.2 ZNÁZORŇOVÁNÍ A POROVNÁVÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Další dovedností, kterou by si měli žáci osvojit, je znázorňování desetinných čísel na číselné ose. Již na 1. stupni se žáci naučili znázorňovat tato čísla do řádu desetin. Podle Standard pro základní vzdělávání – Matematika a její aplikace by žáci po ukončení prvního stupně základní školy měly umět přečíst zápis desetinného čísla do řádu desetin a vyznačit jej na číselné ose. Jako indikátory splněného cíle jsou uvedeny následující tři body:

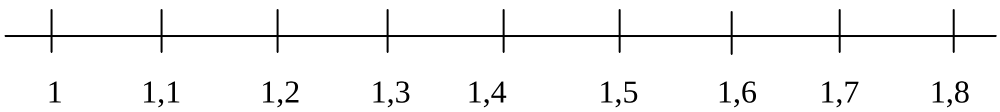
- žák umí vysvětlit a znázornit vztah mezi celkem a jeho částí vyjádřenou desetinným číslem na příkladech z běžného života,
- žák umí přečíst, zapsat a znázornit desetinné číslo v řádu desetin na číselné ose a jejích úsecích, ve čtvercové síti nebo v kruhovém diagramu,
- žák umí porovnat desetinná čísla v řádu desetin.

V 6. ročníku je tedy potřeba na tyto dovednosti navázat a rozšířit je o schopnosti pracovat s desetinnými čísly v řádech setin, tisícin atd. Pro čísla desetinná platí stejné pravidlo jako pro čísla celá - čím více vpravo na číselné ose se číslo nalézá, tím je větší. Pro některé děti je často těžké pochopit, že mezi dvě celá čísla (např. 1 a 2) na číselné ose lze znázornit nekonečně mnoho dalších čísel, tedy čísel desetinných.

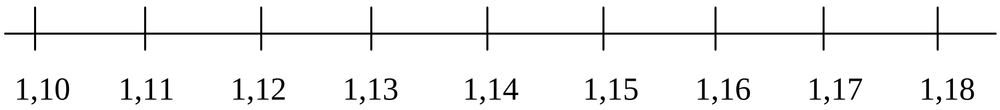
V hodinách počátečního osvojování této dovednosti je možné využít několika číselných os, u kterých zvolíme různá měřítka.



Na této číselné ose žáci pravděpodobně bez velkých problémů znázorní čísla přirozená a čísla desetinná do řádu desetin. Vhodnou pomůckou v tomto případě je pravítko, se kterým již žáci umí dobře pracovat, a lze velice dobře využít (centimetry představují přirozená čísla, milimetr je jedna desetina).
Pro zobrazení des. čísel v řádu setin bude výhodnější použít osu s podrobnějším měřítkem.



Pokud by měl žák za úkol znázornit na tuto číselnou osu např. číslo 1,48, pravděpodobně správně určí, že toto číslo leží mezi čísly 1,4 a 1,5, blíže k číslu 1,5.
Takto lze postupovat dál a pro řád tisíci zvolit ještě podrobnější měřítko.



K předcházejícím číselným osám bych ještě doplnila, že ačkoliv v textu hovořím o celých číslech (tedy čísla kladná, záporná a nula), na osy jsem znázornila pouze čísla kladná a nulu. Je to z toho důvodu, že nejprve se žáci na základní škole učí pracovat s čísly přirozenými a s nulou, poté s desetinnými čísly a až naposledy s čísly celými, tedy nakonec přidají i čísla záporná. Nejprve tedy pracují s kladnými desetinnými čísly a až později (v 7. ročníku) se zápornými desetinnými čísly.

Dalším krokem při práci s desetinnými čísly je jejich porovnávání. Tak jako jsou žáci schopni porovnat a rozhodnout, které z přirozených čísel je větší a bude tedy na ose více vpravo, učí se porovnávat i čísla desetinná. V tomto případě mají více možností, jak mohou postupovat. Buď mohou přímo porovnávat dvě desetinná čísla, nebo mohou čísla převést na desetinný zlomek a poté porovnat tyto zlomky. Z 1. stupně žáci již ovládají porovnávání desetinných čísel do řádu desetin.

Při porovnávání desetinných čísel postupujeme stejným způsobem, jako při porovnávání čísel celých. Postupujeme tedy zleva doprava a porovnáváme u čísel vždy jednotlivé řády. Vše si ukážeme na konkrétním příkladu.

Příklad 3.

Porovnej dvě desetinná čísla a rozhodni, které je větší: 3,461 8 a 3,467 8.

3,461 8

3,467 8

počet jednotek je stejný

počet desetin je stejný

počet setin je stejný

počet tisícin se liší

Protože $1 < 7$, je také číslo $3{,}461\,8 < 3{,}467\,8$ a číslo $3{,}467\,8$ bude na číselné ose více vpravo.

Příklad 4.

Porovnej čísla $56{,}7$ a $56{,}71$. Rozhodni, které je menší.

Snadno nahlédneme, že číslice na pozici desítek, jednotek i desetin jsou shodné. První číslo však na pozici setin nemá žádnou číslici. Podle pravidla, že za desetinné číslo lze dopisovat libovolný počet nul, si můžeme na pozici setin připsat nulu a pak již porovnáme tradičním způsobem. Protože $0 < 1$, platí tedy $56{,}7 < 56{,}71$.

Zde bych upozornila na častou chybu, které se žáci dopouští. Nejčastěji si spočítají počet desetinných míst a automaticky označí za větší to z dvojice čísel, které má větší počet desetinných řádů – v případě výše uvedeného příkladu by to bylo číslo $56{,}71$. Použijí tedy pravidlo, které lze užít u přirozených čísel, se kterými žáci dosud počítali. Při práci s desetinnými čísly je to však naprosto chybný závěr, který si dokážeme na jednoduchém příkladu a ukážeme tím, že ne vždy tímto způsobem dojdeme ke správnému závěru.

Příklad 5.

Rozhodni, které z následujících čísel je větší – 9,999 a 9,199 999.

Jak jsem se již zmínila, žáci si často spočítají počet desetinných míst, v případě prvního čísla to jsou 3 a u druhého čísla to je 6 míst. Podle chybného předpokladu, že čím více desetinných míst, tím větší číslo, tedy bez dalšího uvažování označí za větší číslo 9,199 999.

Při správném postupu se musí porovnávat jednotlivé řády. Již v řádu desetin se čísla liší. Protože $9 > 1$, je tedy i číslo 9,999 větší, než číslo 9,199 999.

Myslím, že je vhodné zařadit do výuky výše uvedený (nebo podobný) příklad a upozornit tak na častou chybu. Pravděpodobně se v každé třídě najdou žáci, kteří výše zmiňovanou chybu učiní. Pak je vhodné vysvětlení doplnit i konkrétní ukázkou. Názorně můžeme porovnávání des. čísel ukázat pomocí shodných listů papíru rozdělených v ideálním případě alespoň na desetitisíciny (návrh pomůcky je uveden v předcházejícím textu na str. 9). Tento způsob je jistě názorný, ale můžou se objevit problémy s jeho realizací.

Dalším způsobem, jak žákům názorně vysvětlit výše zmiňovaný příklad, je využití převodů jednotek délky. Pokud k zadaným číslům doplníme kilometry a následně převedeme na metry ($9{,}999\ km = 9\ 999\ m$ a $9{,}199\ 999\ km = 9\ 199{,}999\ m$) je již velice dobře patrné, že téměř $10\ 000\ m$ je víc než přibližně $9\ 200\ m$.

Chybu způsobenou porovnáváním počtu cifer za desetinnou čárkou lze například odstranit tím, že k číslu s menším počtem desetinných míst připíšeme potřebný počet nul, aby měla obě porovnávaná čísla stejný počet desetinných míst. Také je vhodné při procvičování porovnávání desetinných čísel zařazovat taková čísla, kde o porovnání rozhoduje celá část (jednotky, desítky atd.) – např. porovnat čísla $9{,}54$ a $19{,}05$. Někdy se totiž stává, že se žáci zaměří pouze na porovnání desetinné části čísel a již nezohlední část celou.

K procvičení obou výše zmiňovaných dovedností (porovnávání a znázorňování na číselnou osu) můžeme žákům zadat třeba následující úkol.

Příklad 6.

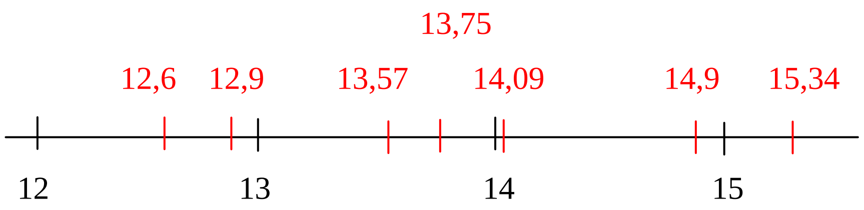
Seřaď čísla podle velikosti od nejmenšího po největší a znázorni je na číselnou osu.

Zadaná čísla: $12, 6; 15{,}34; 14{,}9; 14{,}09;\ 13{,}75; 12{,}9; 13{,}57$.

Při řešení budeme vždy porovnávat jednotlivé řády. Postupně dostaneme tento výsledek:

$$12{,}6 < 12{,}9 < 13{,}57 < 13{,}75 < 14{,}09 < 14{,}9 < 15{,}34.$$

Nyní můžeme čísla znázornit na číselné ose.



4 OPERACE S DESETINNÝMI ČÍSLY

V této kapitole si postupně připomeneme zaokrouhlování desetinných čísel a následně pak početní operace s desetinnými čísly, tedy sčítání, odčítání, násobení a dělení těchto čísel v pořadí, v jakém se s nimi seznamují žáci během výuky na základní škole.

4.1 ZAOKROUHLOVÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

V běžném životě často není potřeba (a někdy to není ani možné) uvažovat dané číslo se všemi číslicemi následujícími za desetinnou čárkou. V těchto případech nám postačí číslo zaokrouhlené, tedy zápis konkrétního čísla pouze s určitým počtem desetinných míst. Již na 1. stupni se žáci naučili zaokrouhlovat čísla přirozená, zaokrouhlování čísel desetinných je v podstatě stejné.

Pokud například potřebujeme zapsat nějakou hodnotu s přesností na tři desetinná místa, pak u třetí číslice za desetinnou čárkou dojde k zaokrouhlení. Bude nás zajímat, jaká číslice je napsaná hned vpravo, tedy na pozici desetitisícin. Pokud je zde 0,1,2,3 nebo 4, zaokrouhlujeme dolů. Pokud je zde 5,6,7,8 nebo 9, zaokrouhlujeme nahoru (stejné pravidlo jako u zaokrouhlování přirozených čísel). Vše ukážeme na následujícím příkladu.

Příklad 7.

Následující číslo – 19,618 592 zaokrouhlete postupně na jednotky, desetiny, setiny, tisíciny a desetitisíciny.

Podle výše uvedeného pravidla zaokrouhlujeme vždy podle číslice, která následuje hned vpravo za řádem, na který chceme zaokrouhlit.

- na jednotky: 20
- na desetiny: 19,6
- na setiny: 19,62
- na tisíciny: 19,619
- na desetitisíciny: 19,618 6

Následující číslo – 3,9971 6 zaokrouhlete postupně na jednotky, desetiny, setiny a tisíciny.

- na jednotky: 4
- na desetiny: 4 (na místě setin je 9, tedy zaokrouhlujeme nahoru, na místě desetin je však také 9, kterou „zvětšíme“ na 10 → 0 napíšeme na místo desetin a 1 přičteme k 3 na místě jednotek, výsledek je tedy 4)
- na setiny: 4 (stejný postup jako v případě desetin)
- na tisíciny: 3,997

Příklad 8.

Po zaokrouhlení jsme dostali číslo 74,63. Rozhodni, která čísla se třemi desetinnými místy jsme mohli zaokrouhlit na setiny tak, že jsme dostali právě číslo 74,63.

Nejprve uvažujme možnost, že jsme číslo 74,63 získali zaokrouhlením nahoru. Na pozici setin tedy byla 2 a na pozici tisícin mohla být některá z následujících cifer – 5, 6, 7, 8, 9. Pokud tyto závěry spojíme, získáme následující původní čísla:

$$74{,}625;\ 74{,}626;\ 74{,}627;\ 74{,}628;\ 74{,}629.$$

Nyní uvažujme druhou možnost, a sice že číslo 74,63 jsme získali zaokrouhlením dolů. Na pozici tisícin jsme tedy mohli mít následující cifry – 0, 1, 2, 3, 4. Dostáváme původní čísla:

$$74{,}630;\ \ 74{,}631;\ \ 74{,}632;\ \ 74{,}633;\ \ 74{,}634.$$

Dohromady máme 10 možných čísel, která po zaokrouhlení na setiny dají číslo 74,63.

Na základě vlastní zkušenosti bych řekla, že zaokrouhlování desetinných čísel pravděpodobně nebude většině žáků činit potíže. Pokud dobře pochopili a procvičili si zaokrouhlování přirozených čísel, což je otázka výuky na 1. stupni, největším problémem pak bude nezapomenout zapsat desetinnou čárku. Toto je však většinou chyba z nepozornosti, nejde o nepochopení učiva.

4.2 SČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

První početní operací s desetinnými čísly, se kterou se žáci na 2. stupni základní školy setkají, je sčítání těchto čísel. V 5. ročníku se žáci pravděpodobně s touto dovedností nesetkali. Pokud ano, tak v rámci rozšiřujícího učiva. Někteří žáci však tuto dovednost již ovládají při počítání v řádu desetin.

Při sčítání, bez ohledu na to, zda je písemné, nebo pamětné, je nezbytné dodržet základní pravidlo shodné s pravidlem pro sčítání přirozených čísel - vždy sčítáme číslice na pozici stejného řádu. Například pokud máme jednoduché zadání $14{,}6 + 3{,}04$ je nutné si uvědomit, že na pozici desetin je u prvního čísla 6 a u druhého čísla 0, kdežto na pozici setin je u druhého čísla 4 a u prvního není zapsáno nic, můžeme si tedy doplnit nulu. Výsledek je tedy $17{,}64$.

Velice častou chybou, kterou žáci dělají, je právě to, že nesčítají stejné řády. Tato chyba se objevuje především u písemného sčítání pod sebe, kdy žáci sepíší a zarovnají čísla k pravé straně tak, že jsou pod sebou poslední číslice sčítaných des. čísel bez ohledu na to, kolik má které číslo desetinných míst.

V následujícím příkladu si nejprve ukážeme správné sčítání pod sebe a pak častou chybu, kterou žáci dělají.

Příklad 9.

Zapište pod sebe a následně sečtěte tato čísla: $46{,}5;\ 128{,}345;\ 9;\ 17{,}06.$

Správné řešení: čísla sepíšeme pod sebe, v jednom sloupci musí být vždy stejné řády. Pro zjednodušení si lze pamatovat, že desetinné čárky musí být pod sebou.

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 4 & 6 & , & 5 & & \\
1 & 2 & 8 & , & 3 & 4 & 5 \\
 & & 9 & & & & \\
 & 1 & 7 & , & 0 & 6 & \\
\hline
2 & 0 & 0 & , & 9 & 0 & 5
\end{array}$$

Poté, co zapíšeme čísla správně pod sebe, již sčítáme obvyklým způsobem. Jakmile při sčítání překročíme desetinnou čárku, připíšeme ji i do výsledku. Zpočátku možná bude pro některé žáky výhodnější, pokud si u všech čísel doplní za desetinnou čárku tolik nul, kolik je třeba, aby všechna sčítaná čísla měla stejný počet desetinných míst. Jakmile si však správný zápis dostatečně procvičí, nebude to již potřeba.

Chybné řešení: nejčastěji dělají žáci chybu při zápisu pod sebe.

			4	6	,	5
1	2	8	,	3	4	5
						9
		1	7	,	0	6
1	3	0	1,	9	6	5

Další častou chybou je také opomenutí zápisu desetinné čárky do výsledku. Tato chyba však většinou nepramení z neznalosti, ale spíše z nepozornosti či přílišného chvátání a nesoustředěnosti.

U některých žáků jsem si také povšimla chyby, která pramení z jejich řekněme špatné úpravy a neúhledného písma. Žák si je vědom toho, že při sepisování čísel pod sebe musí být desetinná čárka pod sebou, dále však vinou neúhledného písma nejsou jednotlivé desetinné řády pod sebou (především pokud se v číslech objevuje více řádů). Při sčítání pak již snadno udělá chybu a nesčítá odpovídající řády.

Myslím, že nejvhodnějším způsobem, jak výše zmiňované chyby odstranit je opakovaně žákům připomínat pravidlo o sčítání stejných řádů a zároveň důsledně dbát na správné zapisování čísel pod sebe. Nezbytností je samozřejmě důkladné procvičení.

Samozřejmě i zde si žáci zopakují pojmy, jako je sčítanec a součet a dále pak vlastnosti sčítání:

- komutativnost – pořadí čísel můžeme při sčítání libovolně změnit

$$a + b = b + a$$

$$3{,}1 + 5{,}7 = 5{,}7 + 3{,}1$$

- asociativnost – čísla můžeme libovolně sdružovat k sobě, aby se snáze počítalo

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(3{,}6 + 4{,}7) + 2{,}3 = 3{,}6 + (4{,}7 + 2{,}3)$$

Je vhodné ukázat žákům výhodnost asociativity sčítání pro usnadnění pamětného sčítání. Lze použít následující typ úkolu.

Příklad 10.

Počítej co nejvýhodněji. Zkus to zpaměti.

$$0,3 + 2,5 + 3,7 = \qquad (6,5)$$

$$0,1 + 0,6 + 0,9 + 0,4 = \qquad (2)$$

$$3,4 + 2,61 + 0,09 + 6,6 = \qquad (12,7)$$

$$5,3 + 4,2 + 1,8 + 0,7 = \qquad (12)$$

Pamětné sčítání by žáci podle mého názoru měli zvládnout u des. čísel v řádu desetin a setin (v některých případech i tisícin). Pokud se v číslech objevuje více desetinných míst, doporučuji žákům spíše písemné sčítání. Důležité je uvědomit si, že vždy musíme sčítat cifry na odpovídajících si řádech, a to jak u části celé, tak u části desetinné.

4.3 ODČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Logicky dalším krokem při počítání s desetinnými čísly je jejich odčítání. Dle RVP není tato dovednost náplní učiva 1. stupně, pokud se tedy žáci odčítání des. čísel setkali, tak to bylo nad rámec povinného učiva. Co však již žáci znají, jsou pojmy menšenec, menšitel a rozdíl. Stejně tak i možnost kontroly správného výpočtu, a sice že součet rozdílu a menšitele se rovná menšenci je již dětem známo. Zároveň také již z odčítání přirozených čísel ví, že odčítání není komutativní a tedy že nemohou libovolně měnit pořadí odčítaných čísel ($a - b \neq b - a \quad \rightarrow \quad 8,6 - 3,7 \neq 3,7 - 8,6$).

Stejně jako při sčítání i zde platí pravidlo, že vždy odčítáme cifry stejného řádu a při písemném odčítání pod sebe musíme čísla správně zapsat, tedy desetinné čárky musí být opět pod sebou v jednom sloupci. To je také opět nejčastější chyba.

Také jsem se setkala s chybou, kdy žáci při odčítání pod sebou zapomínali zapsat znaménko mínus, dále již však počítali správně, tedy odčítali. Sice to je chyba z nepozornosti, z matematického hlediska jde však potom o sčítání, a tedy chybný výpočet.

Pravděpodobně i v případě odčítání je nejdůležitějším opatřením proti chybování důkladné vysvětlení a několik názorných ukázek v hodinách počátečního osvojování a dále pak důkladné a opakované procvičování.

Opět si vše uvedeme na krátkém příkladu.

Příklad 11.

Příklad zapiš pod sebe a vypočítej: $49\,576{,}305 - 849{,}57$.

$$\begin{array}{r} 49\,576{,}305 \\ -\quad 849{,}57 \\ \hline 48\,726{,}735 \end{array}$$

V případě potřeby si lze za desetinnou čárku doplnit nuly tak, aby počet desetinných míst byl u obou čísel stejný.

4.4 NÁSOBENÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Operace násobení desetinných čísel je ve výuce rozdělena do několika kroků, které si postupně rozebereme. Toto učivo je pro žáky nové a doposud se s ním při výuce na 1. stupni nesetkali.

4.4.1 NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA $10, 100, 1\,000\ldots$

Nejprve se žáci učí násobit desetinné číslo $10, 100, 1\,000$ atd. Výpočet je celkem jednoduchý – při násobení 10 posuneme desetinnou čárku u násobeného čísla o jedno místo doprava, při násobení 100 pak posunujeme desetinnou čárku o dvě místa, při násobení 1 000 posuneme o tři místa atd. Posunujeme desetinnou čárku doprava tedy o tolik míst, kolik nul je v činiteli. V případě potřeby připíšeme k násobenému číslu tolik nul, kolik je třeba.

Celou problematiku násobení $10, 100, 1\,000$ atd. je vhodné uvést motivujícím příkladem. Já osobně užívám takovýto typ příkladu:

Vypočítej: $2{,}1 + 2{,}1 + 2{,}1 + 2{,}1 + 2{,}1 + 2{,}1 + 2{,}1 + 2{,}1 + 21, +2{,}1 = 21$

$$3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 + 3{,}6 = 36$$

$$1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 + 1{,}05 = 10{,}5$$

Přepiš příklad, místo sčítání použij násobení: $10 \cdot 2{,}1 = 21$

$10 \cdot 3{,}6 = 36$

$10 \cdot 1{,}05 = 10{,}5$

Samozřejmě je množné vypočítat více příkladů a zařadit také obdobné příklady na násobení 100. Při násobení 100 je vhodnější, nežli sčítat 100 stejných hodnot, rozložit druhého činitele na $100 = 10 \cdot 10$. Násobení 100 tím rozložíme do dvou kroků, konkrétně tedy např. $2{,}1 \cdot 100 = 2{,}1 \cdot 10 \cdot 10$, což už není problém vypočítat třeba i pomocí opakovaného sčítání. Poté již většinou žáci sami, případně s drobnou pomocí, přijdou na souvislost mezi počtem nul ve druhém činiteli a počtem míst, o které se posune desetinná čárka u prvního činitele.

Podle mých dosavadních zkušeností nedělá většině žáků toto násobení větší problémy. Snad je u některých typů příkladů, např.:

$$3{,}00049 \cdot 100 = 300{,}049,$$

$$17{,}40067 \cdot 10 = 174{,}0067,$$

někteří žáci posunuli desetinnou čárku o správný počet míst, zapomněli však dopsat do výsledku desetinnou část čísla. Stávalo se to však v naprosté většině případů pouze u čísel, kdy bezprostředně za desetinnou čárkou následovala jedna nebo více nul. Patrně jediný způsob jak tyto chyby odstranit je zařazování podobných typů příkladů do výuky a jejich důkladné procvičení.

Příklad 12.

Vyřeš následující příklady a oprav případné chyby.

$$3{,}25 \cdot 10 = 32{,}5$$

$$94{,}201 \cdot 100 = 9420{,}1$$

$$41{,}2 \cdot 100 = 412 \qquad (4120)$$

$$0{,}157 \cdot 1000 = 157$$

$$0{,}0648 \cdot 100 = 64{,}8 \qquad (6{,}48)$$

U chybných výsledků jsou v závorce uvedeny výsledky správné.

4.4.2 NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA ČÍSLEM PŘIROZENÝM

Logicky dalším krokem při výuce násobení desetinných čísel je násobení těchto čísel číslem přirozeným. Při násobení desetinného čísla číslem přirozeným postupujeme následujícím způsobem – nejprve vynásobíme obě čísla, aniž bychom si všímali desetinné čárky, nakonec ve výsledku oddělíme odzadu tolik desetinných míst, kolik jich je v čísle, které jsme násobili.

2	3	,	5	jedno desetinné místo
.		1	3	
	7	0	5	
2	3	5		
3	0	5,	5	jedno desetinné místo

Samozřejmě je vhodné žákům nějak ozřejmit, proč postupujeme právě tímto způsobem. Postup je možné vysvětlit takto (použiji výše uvedený příklad):
V zadání máme číslo 23,5. Toto číslo získáme tak, že číslo 235 vydělíme 10, tedy:

$$23{,}5 = 235 : 10.$$

Zadaný příklad tedy můžeme do řádky přepsat takto:

$$(235 : 10) \cdot 13 = ?$$

V příkladu zaměníme pořadí a získáme nový příklad:

$$(235 \cdot 13) : 10 = 3055 : 10 = 305{,}5.$$

Jinak řečeno - na začátku si pomůžeme a „zbavíme“ se desetinného čísla tím, že jednoho z činitelů vynásobíme 10, proto na konci musíme desetinné místo zase „vrátit“ a výsledek vydělit 10.

Zde bych také chtěla upozornit, že v našem příkladu můžeme „beztrestně“ zaměnit pořadí násobení a dělení (tedy operátor) pouze společně s operandem – laicky řečeno lze zaměnit početní operace společně s příslušnými čísly. Nelze tedy prohodit pouze čísla či pouze operátory, např. $(235 : 10) \cdot 13 \neq (235 : 13) \cdot 10 \neq (235 \cdot 10) : 13$.

V této souvislosti bych chtěla upřesnit, že ačkoliv ve své práci uvádím dělení 10, 100, 1 000 atd. až v další kapitole, ve skutečnosti žáci probírají násobení a dělení desetinného čísla mocninami deseti zároveň.

Dalším způsobem, jak žákům násobení des. čísla číslem přirozeným přiblížit, je ukázka pomocí opakovaného sčítání. Vše ukážu na jednoduchých příkladech:

$$4 \cdot 1{,}2 = 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}2 = 4{,}8$$

$$3 \cdot 1{,}3 = 1{,}3 + 1{,}3 + 1{,}3 = 3{,}9$$

$$3 \cdot 1{,}5 = 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 = 4{,}5$$

Následně je vhodné poukázat na skutečnost (pokud si žáci již sami nevšimnou), že výsledek odpovídá situaci, kdy bychom vynásobili čísla bez ohledu na desetinnou čárku a poté oddělili tolik desetinných míst, kolik je ve druhém činiteli.

Na základě vlastní zkušenosti bych řekla, že násobení desetinného čísla číslem přirozeným není pro žáky až tak problematické a nejčastější chybou je prosté opomenutí připsat do výsledku desetinnou čárku. Pokud na ni žák nezapomene, bývá její umístění správné.

4.4.3 NÁSOBENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA ČÍSLEM DESETINNÝM

Posledním krokem je pak násobení desetinného čísla číslem desetinným. Postup je velice podobný, jako u předchozího typu násobení, liší se pouze v posledním kroku. Čísla vynásobíme tak, jako by to byla čísla přirozená a nebereme ohled na desetinné čárky. Nakonec ve výsledku odzadu oddělíme tolik desetinných míst, kolik je jich dohromady v obou činitelích.

	7	2	,	5	jedno desetinné místo
.		2	,	3	jedno desetinné místo
	2	1	7	5	
1	4	5	0		
1	6	6,	7	5	dvě desetinná místa

Opět je zde vhodné výklad doplnit obdobným vysvětlení, které jsem uvedla u násobení des. čísla číslem přirozeným. Pokud tedy použiji zde uvedený příklad, potom:

$$72{,}5 = 725 : 10,$$

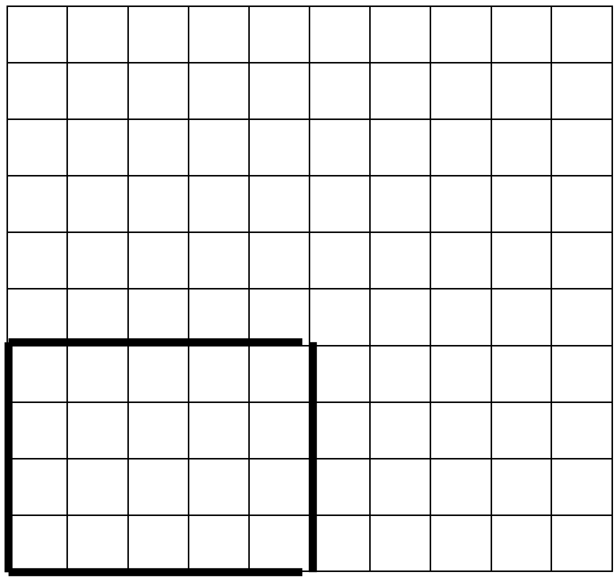
$$2{,}3 = 23 : 10.$$

Zadaný příklad tedy můžeme přepsat takto:

$$72{,}5 \cdot 2{,}3 = (725 : 10) \cdot (23 : 10) = [(725 \cdot 23): 10]: 10 = (725 \cdot 23) : 100 =$$
$$= 16\,675 : 100 = 166{,}75$$

Jinak řečeno pokud na začátku obě čísla vynásobíme 10 (dohromady tedy 100) a tím si 2 desetinná místa „půjčíme“, musíme na konci výsledek vydělit 100, tedy desetinná místa zase vrátit.

Názorná ukázka zdůvodnění tohoto počítání je uvedena například v učebnici matematiky pro 6. ročník [Odvárko, Kadleček, 2. díl, 2007, str. 35]. Vše je vysvětleno na příkladu počítání obsahu obdélníku o stranách $a = 0{,}5\ dm$ a $b = 0{,}4\ dm$.



Jestliže uvažujeme, že velký čtverec má stranu dlouhou 1 dm, jeho obsah je 1 dm^2 a skládá se ze 100 malých čtverečků, pak jeden malý čtvereček má obsah $0{,}01\ dm^2$. Obsah 20 čtverečků je pak $20 \cdot 0{,}01 = 0{,}20$, tedy $0{,}20\ dm^2$.

Velkým problémem u tohoto typu násobení bývá právě správné umístění desetinné čárky ve výsledku. Pokud opomenu její úplné vynechání či případné numerické chyby v násobení, největším problémem je správné určení počtu desetinných míst.

Uvedu zde chyby, se kterými jsem se setkala nejčastěji:

- pokud oba činitelé mají shodný počet desetinných míst, žák odzadu oddělí stejný počet desetinných míst (např. oba činitelé mají dvě desetinná místa, žák tedy i ve výsledku oddělí dvě místa, správně jsou čtyři místa - $0{,}02 \cdot 0{,}02 = 0{,}000\,4$, žák uvede nesprávně 0,04);
- pokud každý činitel má jiný počet desetinných míst, žák si vybere jedno z těchto čísel a tolik míst oddělí ve výsledku (např. jeden činitel má dvě des. místa, druhý

činitel tři des. místa, žák ve výsledku oddělí dvě nebo tři místa, což je asi častější případ, správný výsledek musí mít pět desetinných míst, protože $0{,}02 \cdot 0{,}003 = 0{,}000\ 06$, žák nesprávně zapíše $0{,}06$ nebo častěji $0{,}006$);

- pokud je potřeba ve výsledku oddělit čtyři místa, ale výsledek násobení má méně cifer, žáci nepřipíší před výsledek potřebný počet nul (např. $0{,}013 \cdot 0{,}5 = 0{,}0065$, žák ale zapíše $0{,}65$, protože před výsledek nedoplní dvě 0, aby tak získal potřebný počet desetinných míst).

Pro odstranění těchto chyb je samozřejmě nutné nejen na počátku vše názorně vysvětli a uvést řadu ilustračních příkladů (počítat spolu s žáky „na tabuli“), dále je pak ale nutné také vše důkladně procvičit a já osobně si myslím, že dnes některými lidmi tolik zavrhovaný dril je nezbytně nutný.

Pro násobení desetinných čísel platí stejná pravidla, jako pro násobení čísel přirozených. Platí tedy:

- pokud změníme pořadí činitelů, výsledek (součin) se nezmění

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$0{,}3 \cdot 1{,}2 = 1{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}36$$

- činitele můžeme libovolně sdružovat a výsledek se tím nezmění

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(0{,}3 \cdot 2{,}5) \cdot 0{,}4 = 0{,}3 \cdot (2{,}5 \cdot 0{,}4) = 0{,}3 \cdot 1 = 0{,}3$$

- stejné činitele můžeme vytknout před závorku a součin se tím nezmění

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 1{,}7 = 0{,}2 \cdot (0{,}3 + 1{,}7) = 0{,}2 \cdot 2 = 0{,}4$$

Pokud žáci tato pravidla pochopili a osvojili si je při počítání s přirozenými čísly, nečiní jim nyní větší problémy.

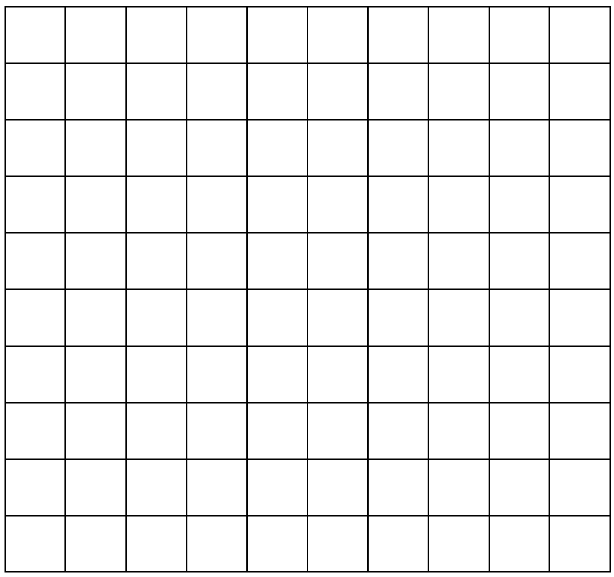
4.5 DĚLENÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Nakonec se žáci seznamují s dělením desetinných čísel. I v tomto případě je výuka rozdělena do několika kroků – dělení desetinného čísla 10, 100, 1 000 atd., dělení des. čísla číslem přirozeným a nakonec dělení des. čísla číslem desetinným. Všechny tyto případy jsou pro žáky novým učivem, se kterým se dosud nesetkali.

4.5.1 DĚLENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA $10, 100, 1\,000\ldots$

Nejprve se žáci společně s násobením seznamují i s dělením desetinného čísla $10, 100, 1\,000$ atd. Na rozdíl od násobení, kdy posunujeme desetinnou čárku doprava, při dělení posunujeme čárku doleva. V případě potřeby, tedy v situaci kdy dělené číslo nemá dostatečný počet cifer, můžeme před dělence doplnit tolik nul, kolik je potřeba, aby bylo možné posunout čárku o potřebný počet míst. Důvod je patrný – pokud provedeme zkoušku, a tou je pro dělení operace násobení, musí nám vyjít opět číslo původní.

Názorně můžeme dělení vysvětlit takto:
Máme čtverec o straně 1 dm, obsah je tedy 1 dm^2. Rozdělíme jej na 100 čtverečků.



Jeden čtvereček je $\frac{1}{100} = 0{,}01$ velkého čtverce. Jinak řečeno $1 : 100 = 0{,}01$. Je vidět, že desetinnou čárku jsme posunuli doleva o tolik míst, kolik nul je v děliteli.

Příklad 13.

$$5{,}48 : 100 = 0{,}054\ 8$$

$$499 : 10 = 49{,}9$$

$$3\ 160{,}1 : 1000 = 3{,}160\ 1$$

$$64{,}23 : 100 = 0{,}642\ 3$$

Pochopit princip tohoto dělení žákům většinou nedělá potíže. Často se jim však plete, zda mají posunout čárku doleva či doprava, čili zaměňují násobení a dělení. Zde se nabízí podle mého názoru nejjednodušší rada - vždy si uvědomit, že pokud násobíme přirozenými mocninami deseti, musí nám na konci vyjít větší číslo (lze také přirovnat k opakovanému sčítání $10, 100$ stejných hodnot), kdežto při dělení přirozenými mocninami deseti naopak menší číslo (můžeme přirovnat k rozdělení celku na $10, 100$ stejných částí). Pro úplnost bych doplnila, že tuto radu lze použít v případě, kdy násobíme (dělíme) kladné číslo přirozenými mocninami deseti. Pokud pracujeme se zápornými čísly, tuto pomůcku nelze použít. Se zápornými čísly však žáci počítají až v 7. ročníku.

Chyby se také objevují v případech, kdy je potřeba doplnit určitý počet nul tak, aby se desetinná čárka mohla posunout o potřebný počet míst. Např. $2{,}8 : 1\ 000 = 0{,}002\ 8$ desetinnou čárku jsme tedy posunuli o tři místa doleva a zároveň bylo potřeba před 2 doplnit dvě 0. Žáci však tento krok neudělají a jako výsledek napíší $0{,}28$ případně $0{,}280$. Mně osobně se při odstraňování této chyby osvědčilo, kromě důkladného procvičení, zpočátku užití „obloučků“ – žáci si slabě pod číslem udělají tolik obloučků, o kolik míst čárku posunují, pokud jsou některé obloučky prázdné, doplní do nich nuly. Stejně tak doplní nulu před „posunutou“ desetinnou čárku.

$$2{,}8 : 1\ 000 = 0\,0\,0\,2\,{,}8 = 0\,{,}\,002\ 8$$

Tohoto použití „obloučků“ se dá samozřejmě využít i při násobení, pokud je potřeba na konec čísla doplnit nuly. Řekla bych však, že násobení nebývá takovým problémem.

Na tomto místě bych se ještě zmínila o praktickém využití dělení, ale i násobení, desetinných čísel mocninami deseti. Žáci tyto znalosti využijí při převádění jednotek fyzikálních veličin. Pravděpodobně nejbližší jsou žákům jednotky délky, obsahu a případně hmotnosti. Již na 1. stupni se žáci s problematikou převodů jednotek setkali. Nyní tuto znalost rozšiřují o využití znalosti práce s desetinnými čísly. Postupně v hodinách fyziky poznají i další fyzikální jednotky a správné pochopení a osvojení si násobení a dělení desetinného čísla mocninami deseti jim převody jednotek usnadní. Ačkoliv si jsem vědoma toho, že tato část matematiky (násobení a dělení mocninami deseti a s tím související převody jednotek) je velmi důležitá jak pro praktický život, tak jako propojení s dalšími předměty, nebudu se touto problematikou dále zabývat.

4.5.2 DĚLENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA ČÍSLEM PŘIROZENÝM

Další v pořadí je dělení desetinného čísla číslem přirozeným. Jednoduché příklady typu $4{,}8 : 2 = 2{,}4$ žáci dělí zpaměti, většinou však počítají písemně. Příklady písemného dělení des. čísla číslem přirozeným lze rozdělit do dvou supin. Jednak to jsou příklady, které po vydělení vyjdou beze zbytku, jednak příklady vycházející se zbytkem.

Nejprve se zaměříme na první skupinu příkladů. Žáci již umí provádět písemné dělení přirozených čísel a to jednociferným i dvojciferným dělitelem. Postup dělení des. čísla číslem přirozeným je stejný, jen je důležité do výsledku správně zapsat desetinnou čárku. Vše ukážu na konkrétním příkladu.

$$
\begin{array}{lllll}
5\;1 & \!\!,\,4\;4 : 4 = 1\;2\,,8\;6 \\
1\;1 & \!\!\vert \\
\;\;\;3 & \!\!\vert 4 \\
 & \;\;2\;4 \\
 & \;\;\;\;\;0
\end{array}
$$

Svislá čára v příkladu naznačuje, že ve chvíli, kdy ke zbytku sepíšeme první číslo za desetinnou čárkou, musíme desetinnou čárku napsat i ve výsledku.

U tohoto typu příkladů se objevuje jediné úskalí, a sice právě nezapomenout zapsat do výsledku desetinou čárku ve chvíli, kdy při dělení „překročíme“ desetinnou čárku v dělenci. Pokud tento krok žáci pochopí a osvojí si jej, záleží pak jejich úspěch při dělení pouze na tom, jak si osvojili dělení čísel přirozených.

Druhou skupinu příkladů tvoří příklady, u kterých vychází nějaký zbytek. Obecně platí pravidlo, že pokud se při dělení objeví zbytek, musí mít tolik desetinných míst, kolik desetinných míst má výsledek. Žáci na tuto skutečnost často zapomínají, proto je nutné důkladné procvičení a důsledné vyžadování správného zápisu zbytku, aby si žáci tento nový poznatek správně osvojili.

Opět uvedu konkrétní příklad: $28{,}39 : 5 = ?$, výsledek uvést na 2 desetinná místa.

$$
\begin{array}{r|l}
28{,}39 : 5 = 5{,}67 & \qquad (zb.\ 0{,}04) \\
3 & 3 \\
 & 3\,9 \\
 & 0\,4
\end{array}
$$

Vzhledem k výše uvedenému pravidlu musí mít zbytek po dělení 2 desetinná místa stejně jako výsledek. Zbytek tedy není 4, jak by se mohl na první pohled zdát, ale 0,04.

V některé literatuře se také objevuje názorná pomůcka při určování zbytku. Jak je vidět na našem příkladu, při vyjádření zbytku si můžeme desetinnou čárku pomyslně „protáhnout“ (posunout) dolů a poté případně doplnit potřebný počet nul. Vidíme, že i tímto způsobem jsme získali zbytek 0,04. Tento způsob však vyžaduje vzornou úpravu a při sepisování čísel zapisovat jednotlivé řády vždy přesně pod sebe. Z vlastní zkušenosti vím, že ne vždy tomu tak je.

4.5.3 DĚLENÍ DESETINNÉHO ČÍSLA ČÍSLEM DESETINNÝM

Nakonec se žáci seznamují s dělením desetinného čísla (stejně tak přirozeného čísla) číslem desetinným. Tento typ dělení převádíme na dělení desetinného čísla číslem přirozeným, který jsem popsala v předchozí kapitole.

Výuku tohoto typu dělení začínám několika jednoduchými příklady na dělení přirozených čísel:

$$6 : 2 = 3$$

$$60 : 20 = 3$$

$$600 : 200 = 3$$

$$6\,000 : 2\,000 = 3$$

Jednoduchým způsobem se tak žáci přesvědčí, že v případě, kdy vynásobíme dělence a dělitele stejným číslem (v tomto případě 10, 100 a 1 000), výsledek se nezmění. Tohoto pravidla využíváme při dělení desetinným číslem. Myslím, že je vhodnější, pokud žáci na toto pravidlo přijdou sami (na základě těchto příkladů), než pokud bych jim pravidlo pouze sdělila bez názorné ukázky a jejich zapojení do jeho odvození.

Dělení desetinným číslem je vhodné rozdělit do několika kroků. Vše ukážu na následujícím příkladu.

Příklad 14.

Vypočítej: $5{,}483 : 0{,}12 =$

Jak žáci s oblibou říkají, desetinné číslo v děliteli se jim nelíbí, proto obě čísla (dělence i dělitele) vynásobíme 10 nebo 100 nebo 1 000 podle toho, kolik desetinných míst má dělitel. V tomto případě budeme násobit 100. Dostáváme tedy nový příklad, o kterém však víme, že bude mít stejný výsledek jako příklad původně zadaný (že to tak skutečně platí jsem uvedla výše, žáci již toto pravidlo chápou).

Počítáme: $5{,}483 : 0{,}12 = \quad /\cdot 100$

$548{,}3 : 12 =$

Nový příklad pro žáky již není problém vypočítat. Jediné úskalí může být nezapomenout zapsat desetinnou čárku do výsledku ve chvíli, kdy ji překročíme při sepisování čísel. Protože v původním příkladu jsou 3 desetinná místa, budeme dělit také na 3 desetinná místa.

$$
\begin{array}{l}
548{,}3 : 12 = 45{,}691 \\
\;\;68 \\
\;\;\;\;83 \\
\;\;\;\;110 \\
\;\;\;\;\;\;\;20 \\
\;\;\;\;\;\;\;\;\;8
\end{array}
$$

V posledním kroku je nutné správně určit zbytek. Protože výsledek obsahuje 3 desetinná místa, bude mít také zbytek 3 desetinná místa. Toto pravidlo si žáci již osvojili při dělení des. čísla číslem přirozeným. V našem případě to je 0,008. Toto je však zbytek nového příkladu, který jsme získaly vynásobením dělence i dělitele 100. Proto nyní musíme zbytek nového příkladu vydělit 100 a tím získáme zbytek původně zadaného příkladu. Dostáváme tedy $0{,}008 : 100 = 0{,}000\,08$, což je správný zbytek.

Správné řešení zadaného příkladu je:

$$5{,}483 : 0{,}12 = 45{,}691 \qquad zb.\, 0{,}000\,08$$

Při určování správného zbytku žáci často chybují. Nejčastěji dělají dva typy chyb, které zde uvedu. Žáci často uvedou zbytek tak, jak jej sepíšou při dělení. V příkladu, který jsem zde uvedla, by to bylo 8. Při počítání zkoušky pak špatně zapíšou čísla pod sebe (při přičítání zbytku zarovnají čísla k pravé straně tak, že poslední cifry jsou pod sebou) a proto jim zkouška vyjde a svojí chybu neodhalí.

Někteří žáci pak správně určí zbytek „pomocného“ příkladu (v našem případě to je $0{,}008$), pak ale zapomenou tento zbytek vydělit číslem, kterým na začátku dělence i dělitele vynásobili (v našem příkladu to je 100). Během zkoušky opět většinou špatně sepíšou čísla pod sebe, a proto jim zkouška vyjde.

Myslím, že tyto chyby se dají odstranit pouze důkladným procvičením a také důsledným opravováním případných chyb při počítání zkoušky. Pokud budou mít žáci důkladně zažité násobení a sčítání desetinných čísel, a tedy i správný zápis desetinných čísel pod sebe, odhalí svojí chybu při určení zbytku (nejpozději při počítání zkoušky) a budou schopni chybu opravit.

Na závěr kapitoly o dělení bych se ještě zmínila o jedné skupině příkladů, které podle mých dosavadních zkušeností mohou některým žákům činit větší problémy. Jsou to příklady typu $0{,}978 : 13 = ?$ a $0{,}003\,78 : 0{,}11 = ?$, který po úpravě přejde na příklad $0{,}378 : 11 = ?$. Často první rekcí, se kterou se u žáků můžeme setkat, jsou slova „to přece nejde“ a jiná podobná. Je potřeba tento typ příkladů zařazovat do výuky, aby žáci nehledali v těchto typech příkladů žádné „chytáky“ a osvojili postup řešení.

5 ALGEBRAICKÁ STRUKTURA MNOŽINY DESETINNÝCH ČÍSEL

V této kapitole bych se krátce věnovala teorii, která sice nepatří do výuky základní školy, nicméně si myslím, že je vhodné se o ní krátce zmínit. Budu se zabývat otázkou algebraické struktury, kterou tvoří množina desetinných čísel společně s konkrétní operací na této množině definovanou.

Algebraickou strukturou rozumíme nějakou množinu společně s jednou nebo s více operacemi, které jsou na dané množině definované a daná množina je vzhledem k těmto operacím uzavřená - výsledkem operace nad prvky této množiny je opět prvek této množiny. Postupně se budu zabývat množinou desetinných čísel s operací sčítání, s operací násobení a množinou s operací čítání i násobení.

Pro úplnost bych doplnila, že jako zdroj informací pro tuto kapitolu jsem použila přednášky z hodin elementární algebry (seznam literatury č. 12).

5.1 DESETINNÁ ČÍSLA A OPERCE SČÍTÁNÍ

Mějme množinu D desetinných čísel a operaci sčítání $(D, +)$. Protože v 5. ani 6. ročníku, kdy žáci desetinná čísla poznávají, neumí pracovat se zápornými čísly, omezíme množinu D na kladná des. čísla a nulu.

Uzavřenost množiny des. čísel vzhledem ke sčítání je splněna – platí:

$$(\forall a, b \in D, \exists c \in D)\ \ (a + b = c).$$

Jestliže tedy sečteme dvě desetinná čísla, dostaneme opět číslo desetinné (je potřeba si uvědomit, že také celé číslo je číslem desetinným – např. $9 = 9{,}0$).

Nyní musíme vyšetřit platnost následujících axiomů:

a) asociativnost – $(\forall a, b, c \in D)\ \ (a + b) + c = a + (b + c)$
   - axiom je splněn,

b) komutativnost – $(\forall a, b \in D)\ \ a + b = b + a$
   - axiom je splněn,

c) existence neutrálního prvku e – $(\exists e \in D)\ \ (\forall a \in D)\ \ a + e = e + a = a$
   - neutrálním prvkem je nula, $e = 0$,

d) existence opačného prvku a^{-1} – $(\forall a \in D)\ \ (\exists a^{-1} \in D)\ \ a + a^{-1} = e$
   - žáci zatím neumí počítat se zápornými čísly a z množiny D jsme vynechali záporná des. čísla, proto na této množině opačný prvek neexistuje.

Algebraickou strukturu $(D, +)$ nazýváme komutativní pologrupou s jednotkovým prvkem, jinak řečeno jde o monoid.

Pokud v množině *D* ponecháme všechna desetinná čísla, tedy i záporná, se kterými se žáci seznámí v 7. ročníku, změní se tím algebraická struktura této množiny *D* s operací sčítání. Přiřazením záporných des. čísel do množiny *D* bude splněn také axiom existence opačného prvku a uvedenou algebraickou strukturu budeme nazývat komutativní grupou.

5.2 DESETINNÁ ČÍSLA A OPERCE NÁSOBENÍ

Mějme množinu *D* desetinných čísel a operaci násobení $(D,\cdot)$. Opět uvažujeme znalosti matematiky, které mají žáci v 6. třídě.

Uzavřenost množiny des. čísel vzhledem k násobení je splněna. Platí:

$$(\forall a, b \in D)\ (\exists c \in D)\ a \cdot b = c.$$

Opět vyšetříme platnost uvedených axiomů:

a) asociativnost – $(\forall a, b, c \in D)\ (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
   - axiom je splněn

b) komutativnost – $(\forall a, b \in D)\ a \cdot b = b \cdot a$
   - axiom je splněn

c) existence neutrálního prvku – $(\exists e \in D)\ (\forall a \in D)\ a \cdot e = a$
   - neutrální prvek $e = 1$

d) existence inverzního prvku – $(\forall a \in D)\ (\exists a^{-1} \in D)\ a \cdot a^{-1} = e$
   - inverzní prvek neexistuje obecně ke každému desetinnému číslu

Algebraickou strukturu $(D,\cdot)$ nazýváme vzhledem k výše uvedeným podmínkám komutativní pologrupou s jednotkovým prvkem (monoid).

5.3 DESETINNÁ ČÍSLA A DVĚ BINÁRNÍ OPERACE

Mějme množinu D desetinných čísel a operace sčítání a násobení $(D,+,\cdot)$. Dále berme v úvahu pouze znalosti žáků v 6. třídě.

Vyšetříme platnost následujících axiomů:

a) $(\forall a,b \in D)\ a+b=b+a$ - splněno

b) $(\forall a,b,c \in D)\ (a+b)+c=a+(b+c)$ - splněno

c) $(\exists 0 \in D)\ (\forall a \in D)\ a+0=a$ - splněno

d) $(\forall a \in D)\ (\exists -a \in D)\ a+(-a)=0$ - neplatí

e) $(\forall a,b \in D)\ a\cdot b=b\cdot a$ - splněno

f) $(\forall a,b,c \in D)\ (a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ - splněno

g) $(\forall a,b,c \in D)\ a\cdot(b+c)=ab+ac$ - splněno

h) $(\forall a,b \in D)\ a\neq 0 \wedge b\neq 0 \implies a\cdot b\neq 0$ - splněno

Vzhledem ke znalostem žáků v 6. třídě není splněn axiom d, proto množina D s operací sčítání a násobení $(D,+,\cdot)$ je komutativní polookruh. V 7. třídě se žáci naučí počítat se zápornými desetinnými čísly. Vzhledem k těmto znalostem bude splněn také axiom d, proto množina $(D,+,\cdot)$ bude oborem integrity.

6 NÁMĚTY AKTIVIZUJÍCÍCH ČINNOSTÍ

Během studia matematiky ať už na základní škole či později na střední je podle mého názoru důležité konkrétní látku nejen správně pochopit, ale následně ji i důkladně procvičit a osvojit si tak probírané učivo. V případě základní školy jde v matematice především o osvojení základních algoritmů, nejprve každého zvlášť a postupně jejich kombinací. Postupně lze základní postupy zakomponovat do zajímavé úlohy či řešení nějakého problému. Zároveň je také důležité ukázat význam probíraného učiva v praktickém životě, aby se tak pro žáky stalo učivo zajímavější.

V této kapitole uvedu několik námětů, jak žákům zpestřit výuku desetinných čísel úkoly, které jsou sice zaměřeny na procvičování, ale čistý dril je schován v zajímavějším „obalu“. Žáky většinou příliš nebaví strohé počítání, pokud je však „schováno“ v zajímavějším úkolu, zaujme je a také se na splnění úkolu více soustředí.

Uvedené příklady jsem rozdělila pro větší přehlednost do několika skupin, podle toho, které dovednosti jsou jimi procvičovány. U každého příkladu uvádím nejen zadaný úkol a pomůcky, které je třeba na hodinu připravit, ale i cíl úkolu, tedy to, co si splněním zadání žáci procvičí. Většinou také připojuji poznámku, ve které uvádím možné obměny zadání, či postřehy z hodiny, pokud jsem již příslušný úkol použila ve výuce. Konkrétně jsem již vyzkoušela aktivity číslo 3,4,6,10,11,12,13,14 a 15.

6.1 ČTENÍ A ZÁPIS DESETINNÉHO ČÍSLA

Příklad 1 – pexeso

Úkol – Přiřaď k sobě vždy 2 kartičky, které vyjadřují stejné číslo (pravidla stejná, jako při hře pexeso, kterou jsem se inspirovala), desetinné číslo zapsané na kartě nejprve správně přečti.

Cíl – nácvik správného čtení a zápisu desetinných čísel

Pomůcky – dvě sady kartiček (libovolný počet - na jedné jsou napsaná desetinná čísla, na druhé jsou stejná čísla zapsána slovně)

Poznámka – Tato aktivita je vhodná do skupinek 3 – 4 žáků, počet kartiček a obtížnost zapsaných čísel (počet desetinných míst) lze libovolně obměňovat. Během hry žáci sami musí opravovat případné chyby spolužáků. Kartičky lze užít jako klasické pexeso, nebo žáci dostanou za úkol pouze vyhledat a přiřadit k sobě kartičky se stejným číslem. Někdy lze použít pouze karty s čísly a každý žák má za úkol přečíst vylosované číslo, nebo

naopak, číslo napsané slovně správně zapsat. Postupně lze přidat další úkol, a sice čísla na kartách porovnat a seřadit od nejmenšího po největší.
Ukázka několika karet:

3,5	tři celé pět desetin	0,45	žádná celá čtyřicet pět setin
3,15	tři celé patnáct setin	0,405	žádná celá čtyři sta pět tisícin
3,05	tři celé pět setin	0,045	žádná celá čtyřicet pět tisícin
1,006	jedna celá šest tisícin	1,000 6	jedna celá šest desetitisícin
1,060 6	jedna celá šest set šest desetitisícin	1,600 6	jedna celá šest tisíc šest desetitisícin

6.2 ZLOMEK A DESETINNÉ ČÍSLO

Příklad 2 – vyjádři desetinným zlomkem i desetinným číslem

(inspirováno příklady z pracovního sešitu uvedeného v seznamu literatury - č. 14)

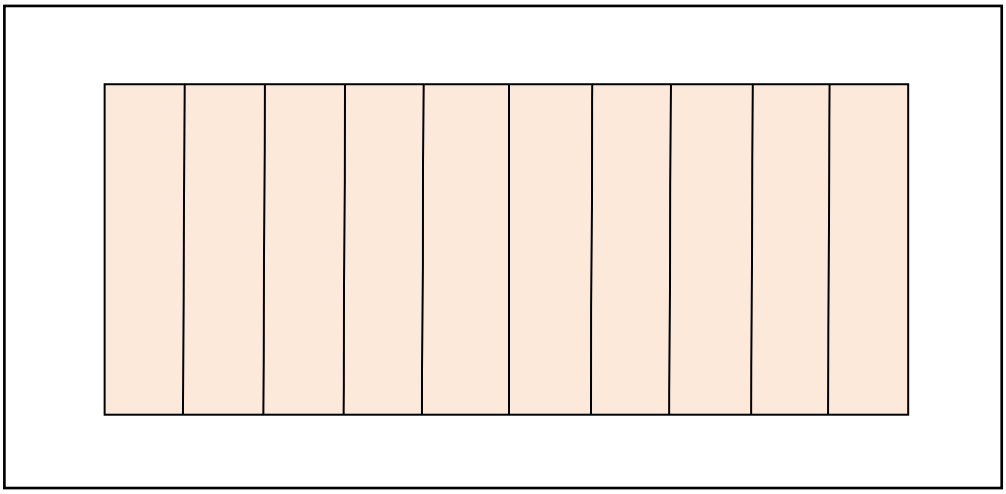
Úkol – Kartičky rozložte obrázkem dolů. Žáci se ve skupině střídají. Žák, který je na řadě, si vybere kartu a vybarvenou část obrázku vyjádří pomocí desetinného zlomku a poté i desetinným číslem.

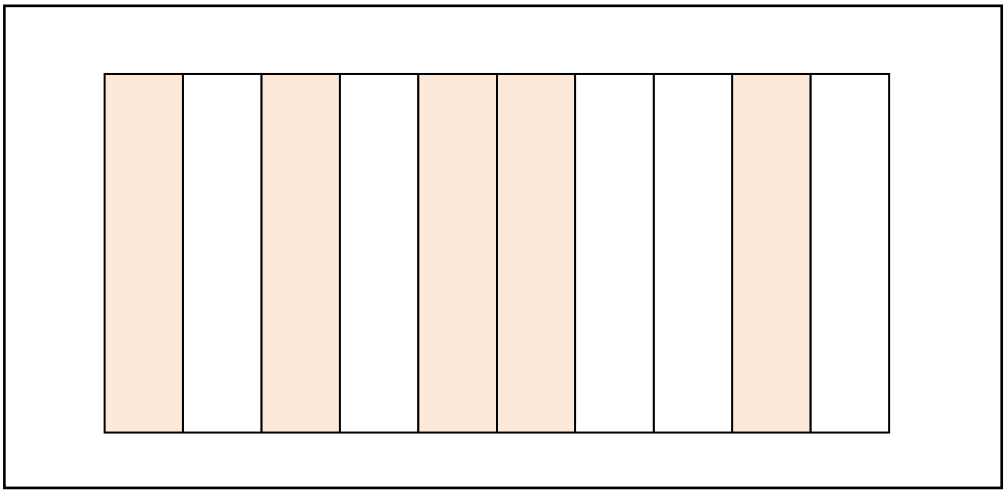
Cíl – procvičení zlomků a desetinných čísel – vyjádření části celku zlomkem a desetinným číslem

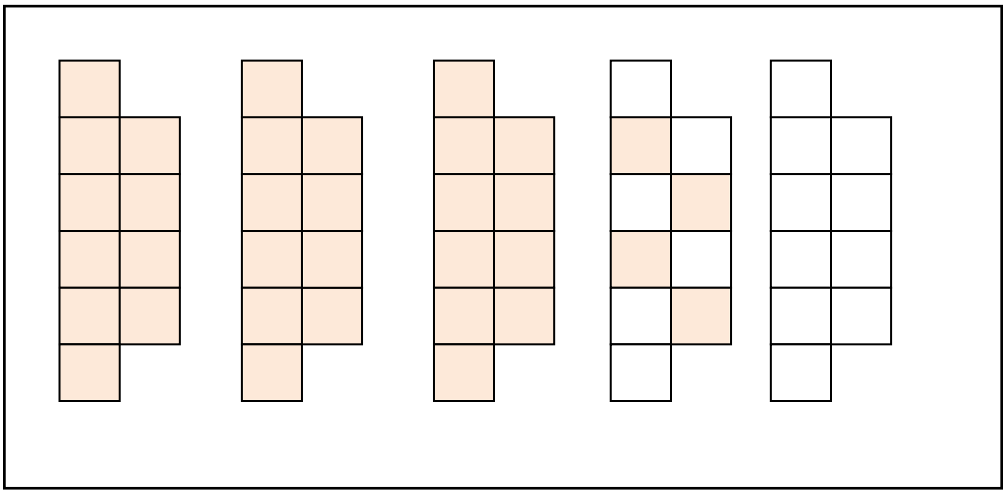
Pomůcky – kartičky s obrázky (geometrické tvary)

Poznámka – Žáci pracují ve skupinách (4 – 5 žáků). Obrazce jsou rozděleny na 10 případně 100 dílů. Žáci tedy procvičují desetinné zlomky a jejich převod na desetinné číslo. Je možné také karty využít na sčítání desetinných zlomků a des. čísel – buďto vždy sečíst vybarvené části z vybraných karet, případně na jednu kartu znázornit více celků rozdělených na části (viz. poslední ukázka).

Ukázka několika karet:







Řešení – 1. karta - $\frac{10}{10} = 1$

- 2. karta - $\frac{5}{10} = 0{,}5$
- 3. karta - $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 1 + 1 + 1 + 0{,}4 = 3{,}4$

6.3 DESETINNÉ ŘÁDY, POROVNÁVÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Příklad 3 – úkoly s desetinnými čísly

(volně převzato z internetových stránek uvedených v seznamu literatury – č. 11)

Úkol – Písemně vypracuj úkoly, které najdeš na pracovním listu s tabulkou s desetinnými čísly.

Cíl – procvičení znalosti řádů des. čísel, porovnávání des. čísel

Pomůcky – pracovní list s tabulkou a úkoly (případně samostatné karty s úkoly)

Poznámky – Úkoly může plnit každý žák samostatně, případně ve dvojicích. K mému překvapení žáci nejčastěji chybují v těch úkolech, kde mají čísla seřadit sestupně. Žáci pravděpodobně nevěnují dostatečnou pozornost čtení úkolu a čísla pak seřadí vzestupně, tedy od nejmenšího po největší.

Pokud chceme učinit procvičování pro žáky zajímavější, zapíšeme úkoly na samostatné kartičky a rozmístíme po třídě. Žáci pak musí kartičky najít, přečíst si zadání, zapamatovat si jej a poté na svém místě vypracovat. Z vlastní zkušenosti vím, že takovéto zpestření žáci rádi uvítají.

ukázka zadání:

0,543	5,913 5	4,597 2	0,423 8	1,741 2
1,589 6	2,024 6	2,315 2	4,925 8	0,006 41
3,197 5	1,929 9	5,02	3,654 1	2,615 2
4,065 2	1,649 81	2,610 2	3,649 8	2,064 2

a) Vyber a zapiš z celé tabulky největší a nejmenší číslo.
b) Vypiš z tabulky ta čísla, která mají na pozici setin 2.
c) Uspořádej čísla v jednotlivých řádcích vzestupně.
d) Uspořádej čísla v jednotlivých sloupcích sestupně.
e) Vypiš všechna čísla, která mají na pozici tisícin 9.
f) Vypiš všechna čísla, která jsou větší než 3,5.

Řešení:

a) největší číslo - 5,02 nejmenší číslo – 0,006 41
b) 0,423 8 2,024 6 4,925 8 1,929 9 5,02
c) 0,423 8 < 0,543 < 1,741 2 < 4,597 2 < 5,913 5
0,006 41 < 1,589 6 < 2,024 6 < 2,315 2 < 4,925 8
1,929 9 < 2,615 2 < 3,197 5 < 3,654 1 < 5,02
1,649 81 < 2,064 2 < 2,610 2 < 3,649 8 < 4,065 2
d) 4,065 2 > 3,197 5 > 1,589 6 > 0,543
5,913 5 > 2,024 6 > 1,929 9 > 1,649 81
5,02 > 4,597 2 > 2,610 2 > 2,315 2
4,925 8 > 3,654 1 > 3,649 8 > 0,423 8
2,615 2 > 2,064 2 > 1,741 2 > 0,006 41
e) 1,589 6 1,929 9 1,649 81 3,649 8
f) 5,913 5 4,597 2 4,925 8 3,654 1 4,065 2 3,649 8

6.4 SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ

Příklad 4 – pyramida

(inspirováno příklady na internetových stránkách uvedených v seznamu literatury – č. 15)

<u>Úkol</u> – Sečti dvě sousední čísla a výsledek zapiš do rámečku nad nimi.

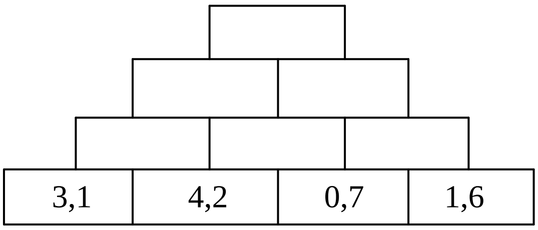
<u>Cíl</u> – procvičení sčítání desetinných čísel

<u>Pomůcky</u> – list papíru s připravenou pyramidou pro každého žáka

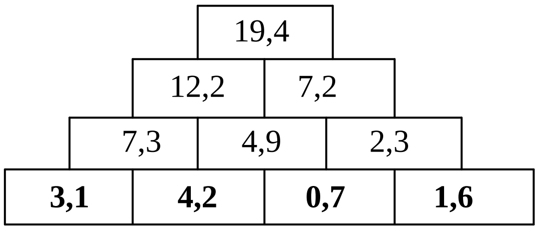
<u>Poznámka</u> – Zpočátku je možné čas nijak neomezovat, důležité je, aby všichni žáci úkol dokončili; postupně můžeme stanovit časový limit pro splnění úkolu.

Zadání u tohoto typu příkladu lze libovolně měnit podle potřeby – doplnit o čísla s více desetinnými řády, místo sčítání lze bez problémů užít odčítání, násobení a při vhodně zvolených číslech i dělení. Na základě zkušenosti bych řekla, že je vhodné mít připravené kartičky s pyramidou a v případě potřeby tak lze například zaměstnat žáky, kteří již splnili zadanou práci a čekají, až budou mít splněno i spolužáci.

možné zadání:



řešení:



Příklad 5 – obměněná pyramida

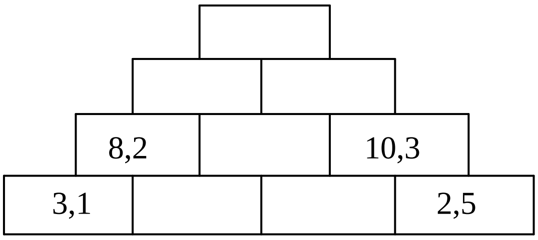
(inspirováno příklady na internetových stránkách uvedených v seznamu literatury – č. 15)

<u>Úkol</u> – Pokus se doplnit čísla tak, aby součet dvou sousedních čísel byl zapsán v rámečku nad nimi. Postupně doplň celou pyramidu.

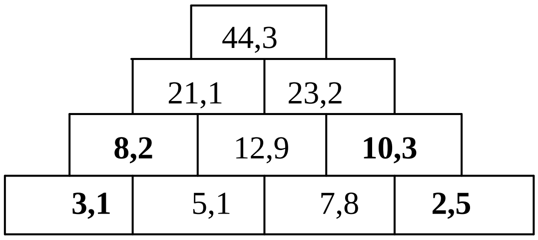
<u>Cíl</u> – procvičení sčítání a odčítání desetinných čísel

<u>Pomůcky</u> – karty s připravenou pyramidou pro každého žáka

zadání:



řešení:



Příklad 6 – doplňovačka I

(volně inspirováno příklady z pracovního sešitu uvedeného v seznamu literatury – č. 14)

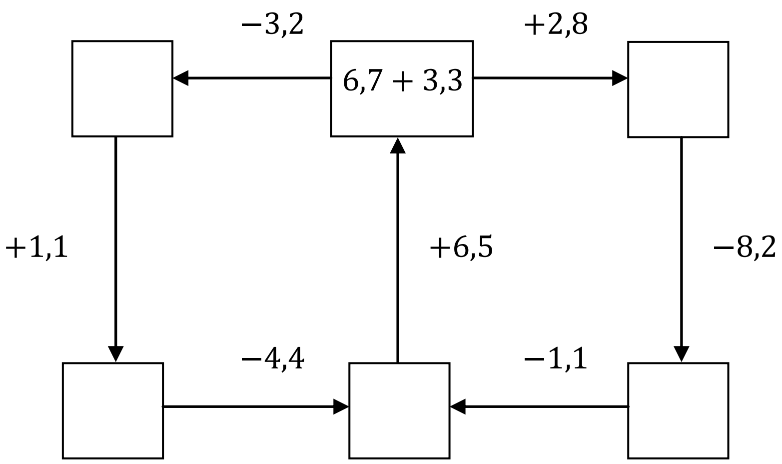
Úkol - Start i cíl počítání je ve vyplněném políčku. Počítej ve směru šipek, početní úkon je vždy napsán nad šipkou. Správný výsledek zapiš do prázdného políčka.

Cíl – procvičování sčítání a odčítání desetinných čísel

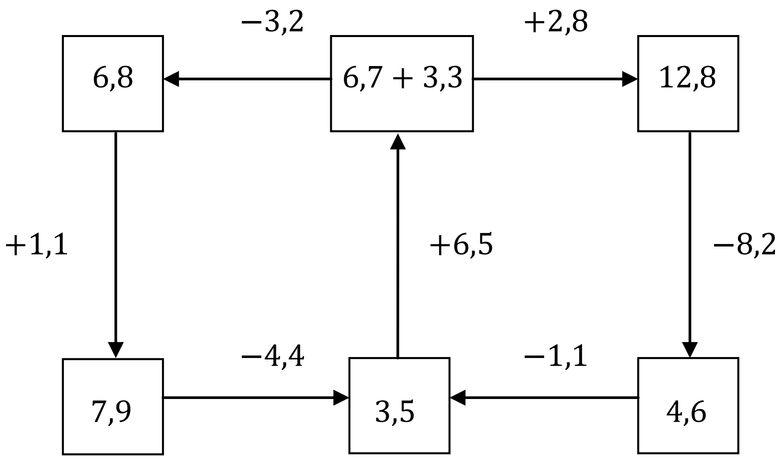
Pomůcky – listy s připravenými obrazci a příklady

Poznámka – Obtížnost příkladů zvýšíme užitím desetinných čísel s větším počtem desetinných míst. Z vlastní zkušenosti vím, že žáci tuto aktivitu považují za zábavnou a ani si neuvědomují, že v podstatě jde o prosté počítání příkladů. Pro některé žáky může být zpočátku matoucí, že od výchozího příkladu mohou postupovat oběma směry.

možné zadání:



řešení:



6.5 NÁSOBENÍ A DĚLENÍ 10, 100 ...

Příklad 7 – najdi odpovídající si karty

Úkol – Kartičky rozloží textem nahoru a tvým úkolem je správně k sobě přiřadit odpovídající si kartičky.

Cíl – procvičení násobení a dělení desetinného čísla 10, 100 atd. na konkrétních příkladech převodů fyzikálních jednotek

Pomůcky – kartičky se zapsanými hodnotami fyzikálních veličin

Poznámka – Žáci mohou pracovat samostatně nebo ve dvojicích. Můžeme zvolit těžší variantu, pokud předem žákům nesdělíme, kolik kartiček k sobě musí přiřadit. Případně některé kartičky budou samostatné a nebude možné k ní přiřadit jinou kartičku s odpovídající hodnotou. Tento typ úkolu je možné využít také při hodině fyziky a rozšířit jej podle aktuálně probraných fyzikálních veličin, jejichž převody je nutné procvičit. Cílem by pak bylo především procvičení převodů fyzikálních veličin.

Ukázka karet:

0,6 *m*	3 *kg*	8 *m*	60 *cm*	0,03 *t*
0,008 *m*	3 000 *g*	6 *dm*	30 *kg*	80 *cm*
600 *mm*	8 *mm*	0,003 *t*	0,3 *q*	8 *dm*
0,8 *cm*	60 *dm*	0,000 3 *t*	800 *mm*	6 000 *mm*

Řešení:

$0{,}6\ m = 6\ dm = 60\ cm = 600\ mm$

$0{,}003\ t = 3\ kg = 3\ 000\ g$

$0{,}008\ m = 0{,}8\ cm = 8\ mm$

$8\ dm = 80\ cm = 800\ mm$

$0{,}03\ t = 0{,}3\ q = 30\ kg$

$60\ dm = 6\ 000\ mm$

6.6 AKTIVITY PROCVIČUJÍCÍ VŠECHNY POČETNÍ OPERACE

Příklad 8 – skládání příkladů I

<u>Úkol</u> – Kartičky rozložte čísly dolů (tak, aby nikdo neměl možnost vidět čísla ani znaménka početních operací, které si vybírá). Žák, který je na řadě, si vybere dvě kartičky s čísly a kartičku s početní operací. Z čísel napsaných na kartičkách musí sestavit příklad a vypočítat.

<u>Cíl</u> – procvičení všech početních operací s desetinnými čísly

<u>Pomůcky</u> – kartičky s des. čísly, kartičky se znaménky početních operací ($+, -, \cdot, :$)

<u>Poznámka</u> – Podle toho, kterou početní operaci chceme procvičit, použijeme kartičky se znaménky. Pravděpodobně začneme se sčítáním, postupně přidáme odčítání atd., případně můžeme kombinovat více početních operací. Obtížnost hry lze měnit jednak zapsanými čísly (více desetinných míst), jednak tím, že žák vybírá více kartiček a sestaví tak složitější příklad. V takovém případě je také vhodné přidat kartičky se závorkami. Podle obtížnosti čísel také žáci buď počítají pouze zpaměti, nebo mohou využít sešit a počítat písemně. Hru lze také obměňovat tím, že jednou použité kartičky vracíme do hry, jednou nikoliv. Je také vhodné žáky upozornit, že sestavené příklady musí být schopni vypočítat, nelze tedy uvést příklad např. $7{,}9 - 55{,}9 = -48$, protože se zápornými čísly se žáci seznamují až v 7. třídě. Samozřejmě pokud hru použijeme v 7. ročníku po probrání racionálních čísel, lze připustit i tuto variantu.

Ukázka kartiček:

0,52	9,4	62,3	7,9	17,8	35,4	91,2	74,3	26,7
5,06	16,5	47,8	55,9	46,4	4,7	6,1	18,5	24,8
0,9	12,13	62,05	7,98	64,55	78,19	46,64	33,04	20,48
1,8	9,09	17,44	5,34	7,22	45,78	36,94	55,09	21,07

+	−	·	:	=	(	)	{	}

Ukázka možných příkladů:

$47{,}8 - 7{,}22 = 40{,}58$

$36{,}94 + 16{,}5 = 53{,}44$

$(7{,}98 + 9{,}09) \cdot 0{,}9 = 15{,}363$

Příklad 9 – skládání příkladů II

Úkol – Každá skupina vytvoří z přidělených kartiček co možná nejvíce příkladů tak, aby se žádný výsledek neopakoval. V různých příkladech lze kartičky použít opakovaně, v jednom příkladu nemusí být použita všechna čísla.

Cíl – procvičení všech početních operací

Pomůcky – karty s čísly, závorkami, znaménky početních operací (viz. příklad 8)

Poznámka – Třídu rozdělíme na několik skupin (ideálně 3 - 4 žáci) a každá skupina dostane přidělené kartičky. U této aktivity můžeme zvolit dvě varianty – buď každá skupina má jiná čísla a příklady se tudíž budou lišit, nebo všechny skupiny dostanou stejné karty a pak můžeme aktivitu pojmout jako soutěž, která skupina v časovém limitu vytvoří a vypočítá více příkladů.

Možné řešení – pokud žáci dostanou kartičky a čísly 0,52, 9,4 a 6,1, mohou vytvořit například tyto příklady:

Pokud nemusí použít všechna čísla v jednom příkladu:

$0{,}52 + 9{,}4 = 9{,}92$

$0{,}52 + 6{,}1 = 6{,}62$

$9{,}4 + 6{,}1 = 15{,}5$

$0{,}52 + 9{,}4 + 6{,}1 = 16{,}02$

$9{,}4 - 6{,}1 = 3{,}3$

$9{,}4 - 0{,}52 = 8{,}88$

$6{,}1 - 0{,}52 = 5{,}58$

$9{,}4 - 6{,}1 - 0{,}52 = 2{,}78$

$9{,}4 \cdot 0{,}52 = 4{,}888$

$9{,}4 \cdot 6{,}1 = 57{,}34$

$6{,}1 \cdot 0{,}52 = 3{,}172$

$9{,}4 : 6{,}1 = 1{,}5 \quad (zb.\, 0{,}25)$

$6{,}1 : 9{,}4 = 0{,}6 \quad (zb.\, 0{,}46)$

$9{,}4 : 0{,}52 = 18{,}07 \quad (zb.\, 0{,}0036)$

$0{,}52 : 9{,}4 = 0{,}05 \quad (zb.\, 0{,}05)$

. . .

Pokud musí použít všechna čísla v každém příkladu:

$0{,}52 + 9{,}4 + 6{,}1 = 16{,}02$

$9{,}4 - 6{,}1 - 0{,}52 = 2{,}78$

$9{,}4 \cdot 6{,}1 \cdot 0{,}52 = 29{,}8168$

$9{,}4 + 6{,}1 - 0{,}52 = 14{,}98$

$9{,}4 - 6{,}1 + 0{,}52 = 3{,}82$

$9{,}4 \cdot 6{,}1 : 0{,}52 = 110{,}26 \quad (zb.\, 0{,}0048)$

$9{,}4 : 0{,}52 - 6{,}1 \doteq 11{,}97$

. . .

Příklad 10 – počítání s vybarvováním

Úkol – Vypočítej zpaměti následující příklady a v přiložené tabulce vždy vybarvi políčko se správným výsledkem. Nakonec zapoj trochu fantazie a pojmenuj obrázek, který jsi vybarvil.

Cíl – procvičování všech početních operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení)

Pomůcky – pracovní listy s příklady a tabulkou na vybarvování (nejlépe pro každého žáka, případně do dvojice) možné zadání:

$3 \cdot 0{,}1 =$	$13{,}1 + 14{,}8 =$	$13{,}8 - 2{,}7 =$	$6{:}\,0{,}2 =$
$4 \cdot 0{,}25 =$	$0{,}05 + 0{,}3 =$	$94{,}5 - 45{,}5 =$	$0{,}4{:}\,0{,}2 =$
$3{,}1 \cdot 2 =$	$4{,}2 + 4{,}95 =$	$8{,}7 - 6{,}9 =$	$45{:}\,0{,}5 =$
$0{,}3 \cdot 0{,}2 =$	$41{,}3 + 3{,}8 =$	$12 - 6{,}4 =$	$88{:}\,0{,}1 =$
$0{,}6 \cdot 6 =$	$19{,}5 + 11{,}5 =$	$49 - 36{,}6 =$	$0{,}04{:}\,0{,}2 =$
$0{,}4 \cdot 0{,}04 =$	$4{,}1 + 13{,}75 =$	$37{,}1 - 27{,}2 =$	$0{,}33{:}\,0{,}3 =$
$0{,}3 \cdot 12 =$	$3{,}25 + 6{,}25 =$	$26{,}3 - 6{,}6 =$	$4{,}5{:}\,0{,}9 =$
	$8{,}16 + 3{,}12 =$	$54{,}1 - 29{,}2 =$	

1,5	8,4	15,6	90	76,1	14,4	6,6	21,5	8,9	35,4
0,8	3,7	44,1	124	0,3	0,16	0,53	49	16,5	71,4
5,9	85,17	808	31	12,4	9,9	13,5	55	4,6	33,9
18	0,65	4,51	64	19,7	0,2	11,28	7,7	92,1	74,2
0,08	1,08	56,6	94	3,6	9,15	17,85	50	16,2	49
28,1	1,6	9	62	1,8	5,06	3,5	249	0,5	8,8
19,9	62	74,4	91,5	90	9,21	2,79	0,03	102	67,8
16	0,06	30	1,1	1	3,6	45,1	24,9	880	0,87
111	0,54	27,9	5,6	31	0,016	6,2	5	1,13	36,3
20	3,1	55,5	11,1	0,35	2	9,5	425	40,2	76,2

Poznámka – Podle potřeby lze užít pouze příklady na sčítání, odčítání atd., nebo kombinovat více početních operací, případně zadat příklady složitější (využít závorky). Tato aktivita se mi osvědčila jako doplňkový úkol, pokud potřebuji zaměstnat část žáků, kteří již splnili zadanou práci a čekají na ostatní. Většinou pak žákům doporučím, aby vždy střídali činnost, tedy vypočítaly příklad a hned vyhledali příslušné pole a vybarvili. Pokud nestihnou celý obrázek, nevadí to, ponechají si pracovní list na příště.

řešení:

$3 \cdot 0{,}1 = 0{,}3$ | $13{,}1 + 14{,}8 = 27{,}9$ | $13{,}8 - 2{,}7 = 11{,}1$ | $6 : 0{,}2 = 30$

$4 \cdot 0{,}25 = 1$ | $0{,}05 + 0{,}3 = 0{,}35$ | $94{,}5 - 45{,}5 = 49$ | $0{,}4 : 0{,}2 = 2$

$3{,}1 \cdot 2 = 6{,}2$ | $4{,}2 + 4{,}95 = 9{,}15$ | $8{,}7 - 6{,}9 = 1{,}8$ | $45 : 0{,}5 = 90$

$0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$ | $41{,}3 + 3{,}8 = 45{,}1$ | $12 - 6{,}4 = 5{,}6$ | $88 : 0{,}1 = 880$

$0{,}6 \cdot 6 = 3{,}6$ | $19{,}5 + 11{,}5 = 31$ | $49 - 36{,}6 = 12{,}4$ | $0{,}04 : 0{,}2 = 0{,}2$

$0{,}4 \cdot 0{,}04 = 0{,}016$ | $4{,}1 + 13{,}75 = 17{,}85$ | $37{,}1 - 27{,}2 = 9{,}9$ | $0{,}33 : 0{,}3 = 1{,}1$

$0{,}3 \cdot 12 = 3{,}6$ | $3{,}25 + 6{,}25 = 9{,}5$ | $26{,}3 - 6{,}6 = 19{,}7$ | $4{,}5 : 0{,}9 = 5$

$8{,}16 + 3{,}12 = 11{,}28$ | $54{,}1 - 29{,}2 = 24{,}9$

1,5	8,4	15,6	90	76,1	14,4	6,6	21,5	8,9	35,4
0,8	3,7	44,1	124	0,3	0,16	0,53	39	16,5	71,4
5,9	85,17	808	31	12,4	9,9	13,5	55	4,6	33,9
18	0,65	4,51	64	19,7	0,2	11,28	7,7	92,1	74,2
0,08	1,08	56,6	94	3,6	9,15	17,85	49	16,2	49
28,1	1,6	9	62	1,8	5,06	3,5	249	0,5	8,8
19,9	62	74,4	91,5	90	9,21	2,79	0,03	102	67,8
16	0,06	30	1,1	1	3,6	45,1	24,9	880	0,87
111	0,54	27,9	5,6	31	0,016	6,2	5	1,13	36,3
20	3,1	55,5	11,1	0,35	2	9,5	425	40,2	76,2

Příklad 11 – skryté příklady

Úkol – Pomocí tabulky s číselným klíčem vyřeš zadané příklady. Nejprve na základě klíče sestav správné příklady a poté vypočítej.

Cíl – procvičení všech početních operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení, počítání příkladů se závorkami)

Pomůcky – pracovní listy s číselným klíčem a tabulkou s příklady

Poznámka – Tato aktivita se dá dobře využít, pokud je potřeba zaměstnat postupně žáky, kteří již splnili zadané úkoly a čekají na pomalejší spolužáky. Nevadí, pokud úkol nesplní najednou, ponechají si dokončení na příště. Obtížnost příkladů lze libovolně měnit, podle toho, co je potřeba procvičit. Vzhledem k tomu, že nejsem zastánce přílišného užívání kalkulačky na základní škole (v případě mocnin a odmocnin ano, ale to není náplní tohoto úkolu), nedovoluji její užití při řešení úkolu.

tabulka s číselným klíčem:

$A = 1{,}1$	$I = 2{,}1$	$R = 3{,}1$
$B = 1{,}2$	$J = 2{,}2$	$S = 3{,}2$
$C = 1{,}3$	$K = 2{,}3$	$T = 3{,}3$
$D = 1{,}4$	$L = 2{,}4$	$U = 3{,}4$
$E = 1{,}5$	$M = 2{,}5$	$V = 3{,}5$
$F = 1{,}6$	$N = 2{,}6$	$W = 3{,}6$
$G = 1{,}7$	$O = 2{,}7$	$X = 3{,}7$
$H = 1{,}8$	$P = 2{,}8$	$Y = 3{,}8$
$CH = 1{,}9$	$Q = 2{,}9$	$Z = 3{,}9$

tabulka se skrytými příklady:

Zadání:	Řešení:
$A + L - E =$	$1{,}1 + 2{,}4 - 1{,}5 = 2$
$Z - K + B =$	$3{,}9 - 2{,}3 + 1{,}2 = 2{,}8$
$Z - (K + B) =$	$3{,}9 - (2{,}3 + 1{,}2) = 0{,}4$
$U + N \cdot F + T =$	$3{,}4 + 2{,}6 \cdot 1{,}6 + 3{,}3 = 10{,}86$
$(U + N) \cdot F + T =$	$(3{,}4 + 2{,}6) \cdot 1{,}6 + 3{,}3 = 12{,}9$
$(U + N) \cdot (F + T) =$	$(3{,}4 + 2{,}6) \cdot (1{,}6 + 3{,}3) = 29{,}4$
$G \cdot (W + R \cdot H) + I \cdot Q =$	$1{,}7 \cdot (3{,}6 + 3{,}1 \cdot 1{,}8) + 2{,}1 \cdot 2{,}9 = 21{,}696$
$G \cdot W + R \cdot H + I \cdot Q =$	$1{,}7 \cdot 3{,}6 + 3{,}1 \cdot 1{,}8 + 2{,}1 \cdot 2{,}9 = 17{,}79$
$G \cdot (W + R) \cdot H + I \cdot Q =$	$1{,}7 \cdot (3{,}6 + 3{,}1) \cdot 1{,}8 + 2{,}1 \cdot 2{,}9 = 26{,}502$
$\{(R + Z) \cdot Y\}: D =$	$\{(3{,}1 + 3{,}9) \cdot 3{,}8\}: 1{,}4 = 19$

6.7 HLEDÁNÍ OPERÁTORA A OPERANDU

Příklad 12 – doplňovačka II

(volně inspirováno příklady z pracovního sešitu uvedeného v seznamu literatury - č. 14)

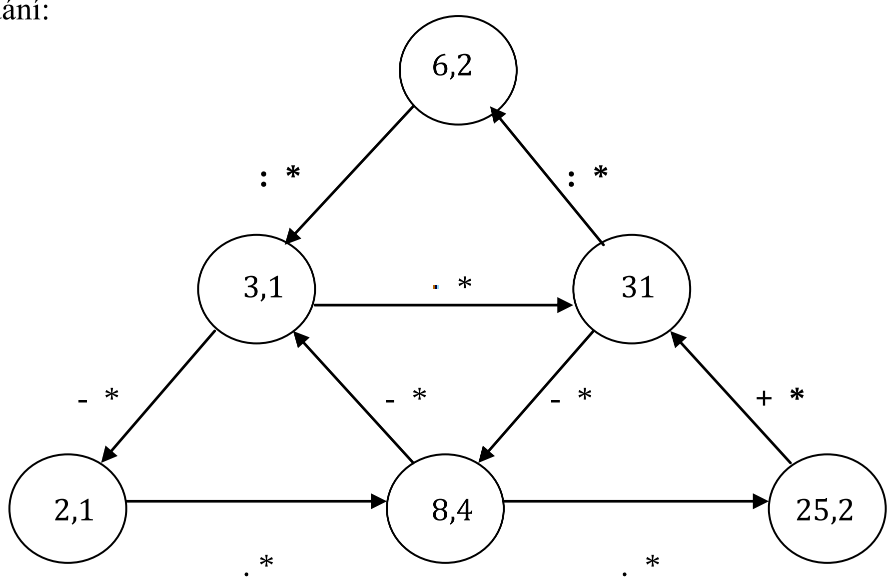
Úkol - V každém políčku je zapsán výsledek početní operace, počítej ve směru šipek a na místo hvězdičky doplň správné číslo. Početní operace je již předepsána. Začít můžeš kdekoliv.

Cíl – procvičení početních operací s desetinnými čísly, hledání operandu

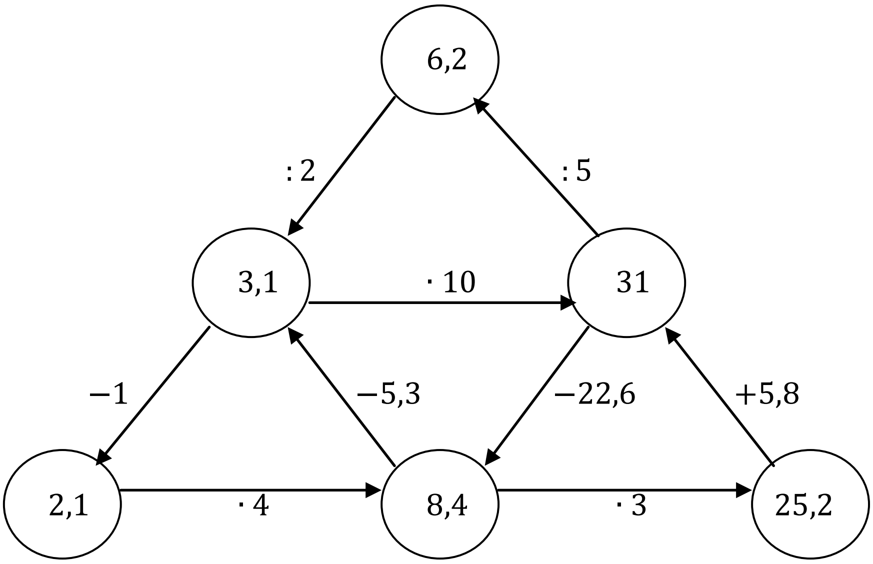
Pomůcky – listy s připravenými obrazci a příklady na doplňování

Poznámka – Obtížnost úkolu lze libovolně měnit například tím, že použijeme čísla s větším počtem desetinných míst. Podle mých zkušeností tento typ úkolu činí některým žákům větší problémy než úkol předcházející, protože žáci musí doplnit nikoliv výsledek početní operace, ale hledají zde operátor (tj. sčítanec, menšitel, dělitel či násobitel), což je podstatně těžší, než pouze vypočítat příklad. Proto je vhodné, aby alespoň zpočátku pracovali ve dvojicích a až po procvičení zkusili vyřešit obdobný úkol každý sám.

možné zadání:



řešení:



Příklad 13 – doplňovačka III

(volně inspirováno příklady z pracovního sešitu uvedeného v seznamu literatury - č. 14)

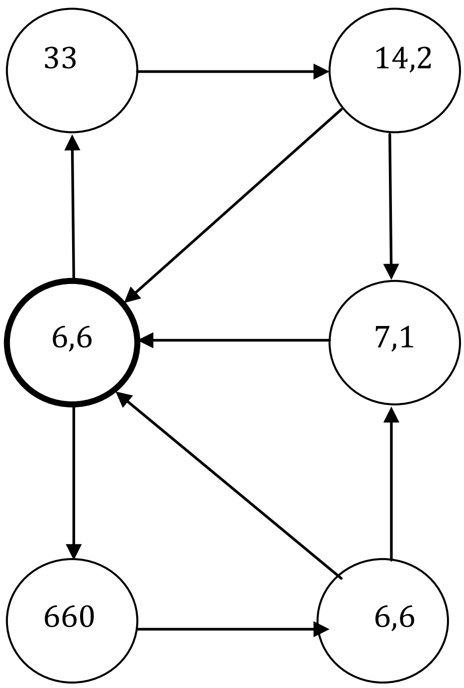
Úkol - V každém políčku je zapsané číslo, které je výsledkem početní operace. Pokus se ke každé šipce doplnit početní operaci a operátor tak, aby výsledky byly správné. První políčko je tučně vyznačené. Musíš alespoň jednou použít každou početní operaci (tedy sčítání, odčítání, násobení i dělení).

Cíl – procvičení všech početních operací, hledání vhodného operátoru a operandu

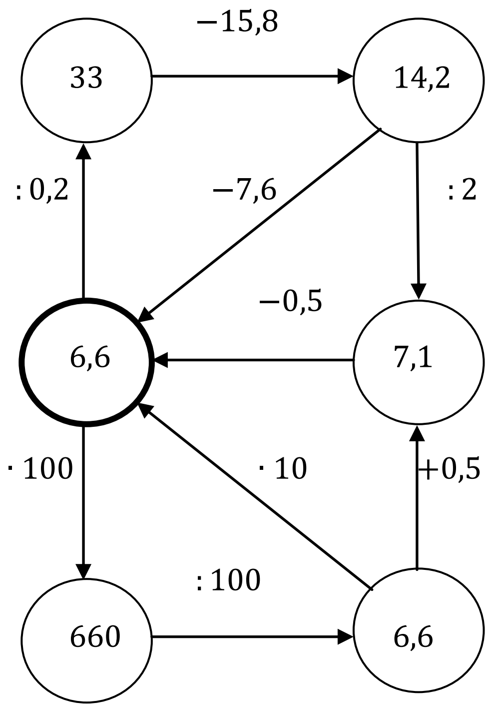
Pomůcky – pracovní listy s připraveným zadáním

Poznámka – Tento typ úkolu je na první pohled velice podobný, jako předcházející dva úkoly. Pro žáky je však nejobtížnější, protože většinou sice rychle vyřeší úkol, ale nedodrží podmínku v zadání a nepoužijí všechny početní operace. Většinou vynechají násobení a dělení, protože sčítání a odčítání je pro ně jednodušší. Proto je možná také lehčí varianta, a sice nechat na žácích, jaké početní operce zvolí a zda použijí všechny možnosti.

ukázka zadání:



možné řešení:



6.8 NÁMĚT NA SKUPINOVOU PRÁCI

Následující dva příklady jsou námětem na práci ve skupinách, která zabere většinou téměř celou hodinu. Skupinu tvoří 3 – 4 žáci a myslím, že je vhodné, aby pokaždé byly skupiny jiné, částečně se tak zamezí vytvoření velmi silné, či naopak slabé skupiny. Tento typ aktivity se mi osvědčil v případech, kdy žáci mají matematiku až v pozdějších hodinách (5. či 6. vyučovací hodina), kdy jsou již unavení a těžko by se soustředili na výklad či „strohé“ opakování. Navíc je tato aktivita spojená s pohybem po třídě a tím je pro ně také zajímavější.

Příklad 14 – práce ve skupině

Úkol - Nejprve doplň tabulku a poté splň následující úkoly. Potřebné informace vyhledej v atlase, na internetu nebo v encyklopedii (podle možností).

Cíl – procvičení zaokrouhlování a porovnávání desetinných čísel; sčítání, odčítání, násobení a dělení des. čísel, znázornění des. čísel na číselnou osu

Pomůcky – list s připravenou tabulkou pro každou skupinu, minimálně 3 sady kartiček s úkoly (vždy jeden úkol na kartičce; je potřeba mít několik kartiček se stejným úkolem, aby více skupin mohlo pracovat na stejném úkolu a zbytečně nemuseli čekat), atlas (encyklopedie, internet)

Poznámka – Každá skupina si nejprve připraví papír a něco na psaní, poté rozdám pracovní listy s tabulkou (vždy jeden do skupiny) a kartičky s úkoly rozmístím různě po třídě, případně i na chodbu. Jeden ze skupiny vždy musí jí, úkol si přečíst (kartičku s úkolem nesmí nikam odnášet) a spolužákům pak vše vysvětlit. Pokud úkol zapomene, nebo nepochopí, jde další ze skupiny (pouze pokud se vystřídají všichni ze skupiny a přesto nejsou schopni vysvětlit zadaný úkol ostatním, mohou si kartičku přinést ke stolu, opsat zadání a zase ji vrátit na původní místo).

zadání – pracovní list:

hora	pohoří	výška (m)	výška (km)	pořadí 1. – 5. podle velikosti
Mount Everest				
Nanga Parbat				
Makalu				
Annapurna				
K2				

zadání – karty s úkoly:

1. Výšku jednotlivých velehor uvedenou v *km* zaokrouhli na desetiny.

2. Nejprve odhadni a zapiš, kolik činí součet výšek v *km* všech pěti velehor a poté vypočítej. Nyní můžeš porovnat, jak přesný máš odhad, urči tedy, o kolik metrů se tvůj odhad liší.

3. Vypočítej rozdíl výšek nejvyšší a nejnižší hory (počítej s hodnotami uvedenými v *km*).

4. Vypočítej součin výšek v *km* 3. a 4. nejvyšší hory. Výsledek zaokrouhli na tisíciny.

5. Výšky v *km* vyznač na číselnou osu (nápověda – osa nemusí začínat 0 a nejprve přemýšlej, jaké měřítko použiješ, aby výsledek byl co nejpřesnější).

Řešení: Výsledky se mohou mírně lišit, podle toho, z jakého zdroje žáci budou čerpat informace. Pokud se tomuto problému chceme vyhnout, stačí v tabulce již předem vyplnit 2. sloupeček, nebo správné hodnoty zapsat na karty a rozmístit ve třídě.

Možné řešení:

hora	pohoří	výška (m)	výška (km)	pořadí 1. – 5. podle velikosti
Mount Everest	Himálaj	8 848	8,848	1.
Nanga Parbat	Himálaj	8 126	8,126	4.
Makalu	Himálaj	8 481	8,481	3.
Annapurna	Himálaj	8 091	8,091	5.
K2	Karákóram	8 611	8,611	2.

1. výška zaokrouhlená na desetiny: $8{,}848 \doteq 8{,}8$ $\quad 8{,}091 \doteq 8{,}1$

$8{,}126 \doteq 8{,}1$ $\quad 8{,}611 \doteq 8{,}6$

$8{,}481 \doteq 8{,}5$

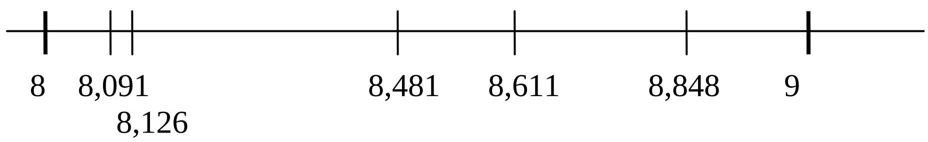
2. součet výšek: $8{,}848 + 8{,}126 + 8{,}481 + 8{,}091 + 8{,}611 = 42{,}157$

3. rozdíl výšek: $8{,}848 - 8{,}091 = 0{,}757$

4. součin výšek: $8{,}481 \cdot 8{,}126 = 68{,}916606$

$68{,}916606 \doteq 68{,}917$

5. číselná osa:



Příklad 15 – práce ve skupině

<u>Úkol</u> - Vyplň tabulku a splň následující úkoly. Informace vyhledej podle možností na internetu, v atlase, knize atd.

<u>Cíl</u> – procvičení početních operací – zaokrouhlování, sčítání, odčítání, násobení

<u>Pomůcky</u> – pracovní list s připravenou tabulkou, 3 sady kartiček s úkoly

<u>Poznámka</u> - Žáci mohou pracovat ve skupině po 2 – 3, případně samostatně. Opět je možné rozlohu světadílů již předem vyhledat a připravit do tabulky a tím zamezit rozdílným výsledkům, pokud by každá skupina použila informace z jiného zdroje (nebo na kartičkách rozmístit po třídě). Další variantou je zadat vyhledání potřebných údajů jako domácí úkol (případně úkol do hodiny zeměpisu).

Pokud bychom se podrobněji zabývali významem získaných výsledků, či pátrali po smyslu počítání právě s těmito hodnotami, musím připustit, že bychom pravděpodobně hledali zbytečně. Cílem této aktivity není nalezení smysluplných výsledků, ale procvičení počítání s desetinnými čísly. Na základě vlastní zkušenosti bych řekla, že pro děti je mnohem zajímavější, pokud „strohé“ počítání zaobalím do nějakého jiného úkolu (byť se může zdát, že nesmyslného) a především, a to je velice důležité, takovouto aktivitu si moji žáci spojují s možností pohybovat se po třídě a nesedět tedy celou hodinu v lavici a pouze počítat.

zadání – pracovní list:

světadíl	rozloha (km^2)	rozloha v milionech km^2 (rozlohu vyděl milionem)	pořadí podle velikosti (od největšího po nejmenší)
Evropa			
Asie			
Severní Amerika			
Antarktida			
Austrálie a Oceánie			
Jižní Amerika			
Afrika			

zadání – karty s úkoly:

1. Urči rozdíl součtů rozlohy 1. a 3. světadílu a 4. a 6. světadílu. Pořadí je určeno podle velikosti (4. sloupeček) a rozlohu počítej v milionech kilometrů (3. sloupeček).

2. Rozlohu 4. světadílu zaokrouhli na setiny. Urči součin tohoto čísla a čísla o polovinu menšího.

3. Od rozlohy Asie odečti součet rozlohy Jižní Ameriky a Evropy. Počítej s hodnotami ve třetím sloupci.

Řešení:

světadíl	rozloha (km^2)	rozloha v milionech km^2 (rozlohu vyděl milionem)	pořadí podle velikosti (od největšího po nejmenší)
Evropa	10 245 000	10,245	6.
Asie	44 603 000	44,603	1.
Severní Amerika	24 454 000	24,545	3.
Antarktida	13 720 000	13,72	5.
Austrálie a Oceánie	8 945 000	8,945	7.
Jižní Amerika	17 838 000	17,838	4.
Afrika	30 970 000	30,97	2.

1. $(44{,}603 + 24{,}545) - (17{,}838 + 10{,}245) = 41{,}065$
2. $17{,}838 \doteq 17{,}84$

   $17{,}84 \cdot (17{,}84 : 2) = 159{,}1328$
3. $44{,}603 - (17{,}838 + 10{,}245) = 16{,}52$

6.9 NÁVRH PÍSEMNÉ PRÁCE

Na závěr zde uvedu příklad možné písemné práce týkající se desetinných čísel. Společně se správným řešením, bodovým ohodnocením jednotlivých úkolů a celkovým bodovým ohodnocením včetně výsledné známky také uvedu zhodnocení, ve kterých úkolech děti nejčastěji chybovaly. Záměrně jsou v práci vynechané příklady na dělení des. čísla číslem přirozeným či desetinným. V době, kdy bylo potřeba zadat písemnou práci, neměli žáci ještě toto učivo dostatečně zažité. Tuto písemnou práci jsem zadávala jako 2. písemnou práci ve třídě, kterou učím (25 žáků). Moje kolegyně zadávaly tutéž písemnou práci v dalších třídách. Celkem tedy práci vypracovalo 98 žáků. Z tohoto počtu 7 žáků získalo 1, 23 žáků 2, 46 žáků 3, 17 žáků 4 a 5 žáků bylo ohodnoceno 5.

2. písemná práce – varianta A

Zadání včetně správného řešení (uvedeno modře) a maximálního bodového ohodnocení (uvedeno modře v závorce):

1. Seřaď tato čísla od nejmenšího k největšímu, doplň znaménka $<, >, =$. (3)

$$0{,}29 \ ; \ 0{,}209 \ ; \ 5{,}3 \ ; \ 0{,}290 \ ; \ 5 \ ; \ 0{,}02$$

$$0{,}02 < 0{,}209 < 0{,}29 = 0{,}290 < 5 < 5{,}3$$

2. Zaokrouhli čísla 183,542 a 8 799,139: (4)
   a) na setiny — 186,54 a 8 799,14
   b) na desítky — 190 a 8 800

3. Převeď na jednotky uvedené v závorkách: (4)
   a) $1\,560\ kg \quad (t)$ — $1{,}56\ t$
   b) $3{,}6\ q \quad (kg)$ — $360\ kg$
   c) $4{,}5\ ha \quad (m^2)$ — $45\,000\ m^2$
   d) $356\ dm^2 \quad (m^2)$ — $3{,}56\ m^2$

4. Vypočítej zpaměti: (6)
   a) $1{,}4 \cdot 3 =$ — $4{,}2$
   b) $0{,}07 \cdot 0{,}2 =$ — $0{,}014$
   c) $3{,}6 + 0{,}2 - 0{,}05 =$ — $3{,}75$
   d) $0{,}5 \cdot 0{,}8 + 3{,}4 =$ — $3{,}8$

e) $(0{,}7 + 0{,}5) \cdot 3 =$ $3{,}6$

f) $0{,}5 \cdot (1{,}3 - 0{,}5) =$ $0{,}4$

5. Od kusu drátu dlouhého $30\,m$ odřízli $755\,cm$ a $18\,dm$. Kolik metrů drátu zůstalo v kuse? (3)

Musí být uveden zápis, převody jednotek, výpočet a odpověď.

$$30 - 7{,}55 - 1{,}8 = 20{,}65 \;\; [m]$$

6. Vypočítej: (6)

a) $9{,}2 - (5{,}42 + 3{,}054) =$ $0{,}726$

b) $0{,}32 \cdot (35{,}6 + 48) =$ $26{,}752$

c) $24{,}7 - 0{,}48 \cdot 5{,}7 =$ $21{,}964$

7. Vypočítej povrch kvádru o rozměrech $6\ dm$, $2{,}5\ dm$ a $3{,}1\ dm$. (4)

Musí být uveden zápis, postup výpočtu (např. vzorec pro výpočet, dosazení do vzorce), výpočet a odpověď.

$$S = 2 \cdot (ab + bc + ac) = 2 \cdot (6 \cdot 2{,}5 + 2{,}5 \cdot 3{,}1 + 6 \cdot 3{,}1) = 82{,}7 \;\; [m^2]$$

2. písemná práce – varianta B

1. Seřaď tato čísla od největšího k nejmenšímu, doplň znaménka $<, >, =$. (3)

$$8{,}3 \;\; ; \;\; 5{,}2 \;\; ; \;\; 0{,}38 \;\; ; \;\; 8{,}03 \;\; ; \;\; 0{,}380 \;\; ; \;\; 8$$

$$8{,}3 > 8{,}03 > 8 > 5{,}2 > 0{,}38 = 0{,}380$$

2. Zaokrouhli čísla 1 328,351 a 6 897,428 (4)

a) na desetiny 1 328,4 a 6 897,4

b) na stovky 1 300 a 6 900

3. Převeď na jednotky uvedené v závorkách: (4)

a) $45\ g\ \ (kg)$ $0{,}045\ kg$

b) $0{,}02\ t\ \ (q)$ $0{,}2\ q$

c) $125\ a\ \ (ha)$ $1{,}25\ ha$

d) $0{,}38\ m^2\ \ (cm^2)$ $3\,800\ cm^2$

4. Vypočítej zpaměti: (6)
   a) $0{,}5 \cdot 8 =$ 4
   b) $0{,}5 \cdot 0{,}03 =$ 0,015
   c) $2{,}1 + 0{,}3 - 0{,}02 =$ 2,38
   d) $0{,}3 \cdot 0{,}9 + 4{,}4 =$ 4,67
   e) $(1{,}2 + 0{,}4) \cdot 2 =$ 3,2
   f) $0{,}7 \cdot (2{,}4 - 1{,}7) =$ 0,49

5. Z kusu látky $50\ m$ odstřihla prodavačka zákazníkům $63\ dm$ a $545\ cm$. Kolik metrů látka zůstalo v kuse? (3)

   Musí být uveden zápis, převody jednotek, výpočet a odpověď.

$$50 - 6{,}3 - 5{,}45 = 38{,}25\ [m]$$

6. Vypočítej: (6)
   a) $9{,}7 - (6{,}024 + 3{,}24) =$ 0,256
   b) $0{,}24 \cdot (43 + 38{,}5) =$ 19,56
   c) $48{,}3 - 0{,}29 \cdot 6{,}4 =$ 46,444

7. Vypočítej povrch kvádru o rozměrech $5\ cm$, $2{,}1\ cm$ a $8{,}4\ cm$. (4)

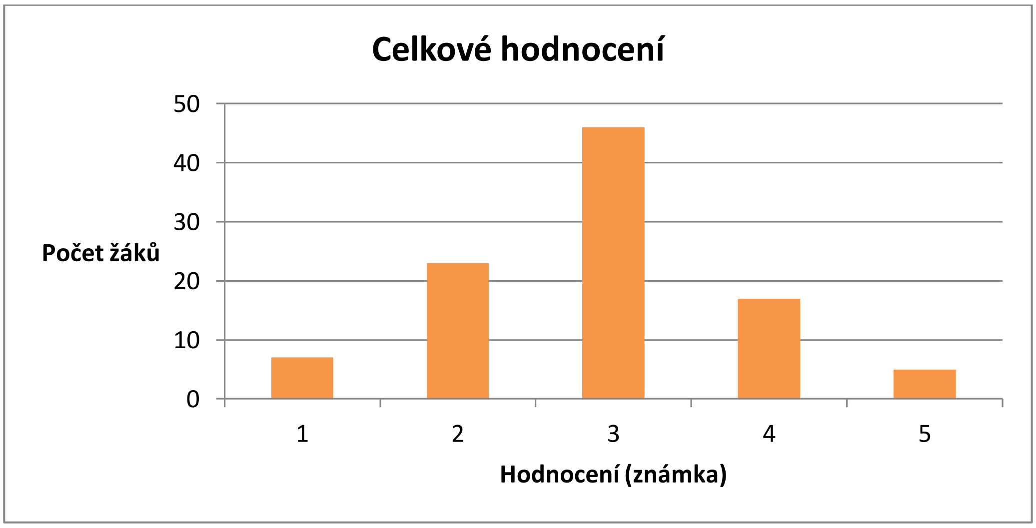
   Musí být uveden zápis, postup výpočtu (např. vzorec pro výpočet, dosazení do vzorce), výpočet a odpověď.

$$S = 2(ab + bc + ac) = 2 \cdot (5 \cdot 2{,}1 + 2{,}1 \cdot 8{,}4 + 5 \cdot 8{,}4) = 140{,}28\ [cm^2]$$

Celkové bodové ohodnocení a výsledná známka:

$$30 - 28 \rightarrow 1$$
$$27 - 22 \rightarrow 2$$
$$21 - 13 \rightarrow 3$$
$$12 - 7 \rightarrow 4$$
$$6 - 0 \rightarrow 5$$

Jak jsem již napsala, tuto práci vypracovalo celkem 98 žáků. Na následujících řádcích nejprve uvedu celkové dosažené hodnocení, z důvodu lepší přehlednosti zobrazené do grafu, poté rozeberu nejčastější chyby, kterých se žáci dopustili.



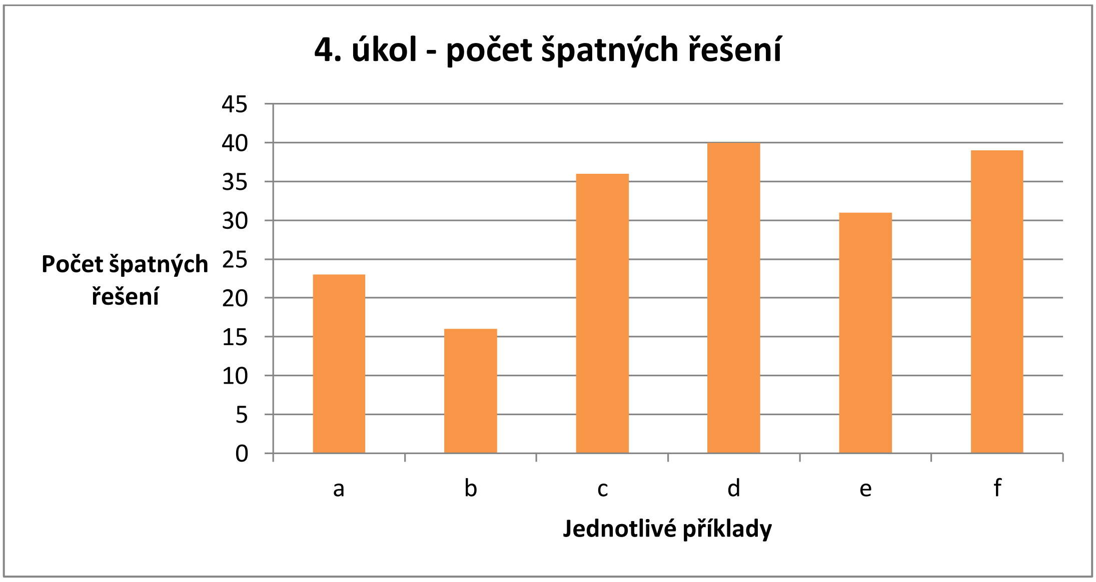
Obrázek 1

První úkol se při srovnávání výsledků jednotlivých příkladů jevil jako nejlehčí. Chyby se v tomto úkolu dopustilo 45 žáků, tedy více jak polovina žáků (53) splnila úkol bezchybně. Nejčastěji se objevovaly dva druhy chyb – žáci často kladli rovnost mezi čísla 0,29 a 0,209 (respektive 8,3 a 8,03) a dále pak uváděli, že platí $0{,}29 < 0{,}209$ (v oddělení B $8{,}3 < 8{,}03$). Myslím, že především druhá z uvedených chyb pramení z toho, že žáci spočítají počet desetinných míst a nesprávně předpokládají, že číslo s větším počtem desetinných míst musí automaticky být větší.

Ve 2. úkolu žáci nejčastěji chybovali v části b, kdy měli dané číslo zaokrouhlit na desítky (stovky). Z celkového počtu žáků mělo v tomto úkolu chybu 66 žáků, přičemž 57 žáků mělo chybu právě v části b a v naprosté většině případů u obou zaokrouhlovaných čísel. Chyby pravděpodobně pramenily spíše z nepozornosti a nepřesného čtení zadání, kdy žáci zaměnili desítky za desetiny a stovky za setiny.

Následující 3. úkol se týkal převodů jednotek. Ve srovnání s ostatními úkoly, tento dopadl nejhůře. Alespoň jedna chyba se objevila u 79 žáků. Nejčastěji se chyby objevily u převodů jednotek obsahu – žákům se především pletly ary a hektary, která z těchto jednotek je větší. Dále pak při převodu dm^2 na m^2 (m^2 na cm^2) často žáci posunuli desetinnou čárku pouze o polovinu počtu míst (o 1 pozici místo 2, o 2 pozice místo 4). Pravděpodobně zapomněli, že jde o jednotky „čtverečné“.

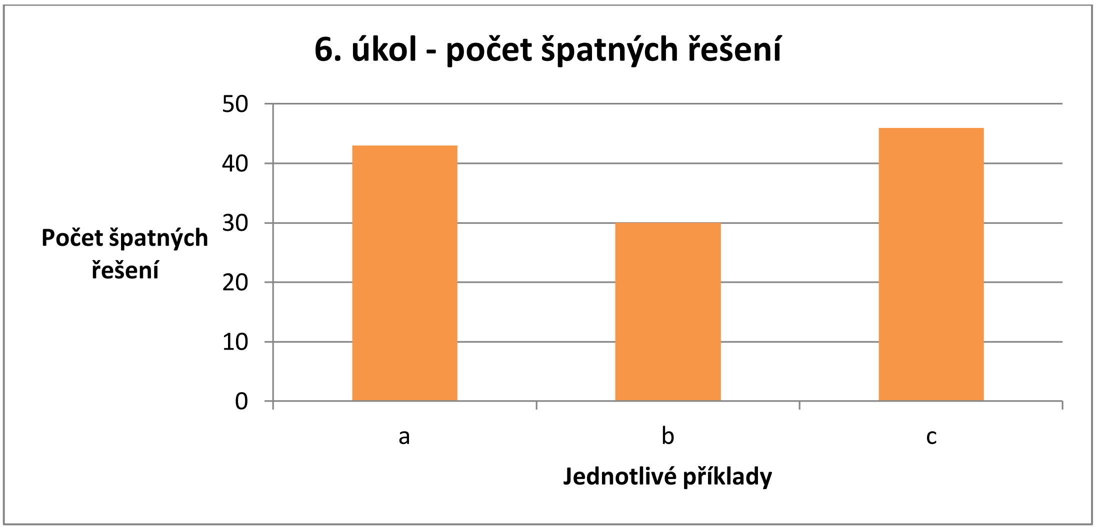
Úkol 4 vyřešilo bezchybně 23 žáků, u 69 žáků se objevila jedna nebo více chyb a 6 žáků nevyřešilo správně ani jeden příklad. Nejméně žáci chybovali v příkladech *a* (23 žáků) a *b* (16 žáků), naopak nejvíce chyb se žáci dopouštěli v příkladech *d* (42 žáků) a *f* (39 žáků). Nejčastěji žáci dělali stejný typ chyby - obecně lze říci, že při násobení dvou desetinných čísel nesčítali počet desetinných míst v obou číslech, ale počet desetinných míst ve výsledku určili podle počtu míst jednoho z činitelů. Další chyba, která se k mému překvapení často objevovala, byla ve variantě B v příkladu *f* – po vypočítání závorky měli žáci vynásobit $0{,}7 \cdot 0{,}7$, často uvedli jako výsledek číslo 0,14. Pokud žáci tento příklad nevyřešili správně, tak udělali právě tuto chybu. V následujícím grafu uvádím chybovost v jednotlivých příkladech.



Obrázek 2

Úkol 5 vyřešilo správně 38 žáků (včetně všech náležitostí, jako je zápis, převody jednotek, odpověď), 4 žáci se o vyřešení úkolu ani nepokusili. Při počítání tohoto úkolu žáci volili dvě varianty řešení – někteří hodnoty převedli na metry a poté počítali s desetinnými čísly, někteří převáděli na centimetry, počítali s přirozenými čísly a až výsledek převedli na metry. Vzhledem k tomu, že nebylo striktně napsáno, v jakých jednotkách musí počítat, oba postupy byly správné. Pokud se objevily chyby, tak většinou numerické při výpočtu, nevšimla jsem si však žádné konkrétní chyby, která by se objevila u více žáků. Možná by bylo vhodnější v zadání uvést, že žáci musí počítat s hodnotami vyjádřenými v metrech a prokázali tím znalost odčítání desetinných čísel. Pokud totiž žáci převáděli hodnoty na centimetry, vyhnuli se tak počítání s desetinnými čísly a částečně si tak usnadnili práci. Podle mého názoru je však důležitější pokud žáci prokážou, že umí zadaný úkol vyřešit a poradí si i v situaci, kdy si nejsou při počítání desetinnými čísly jisti.

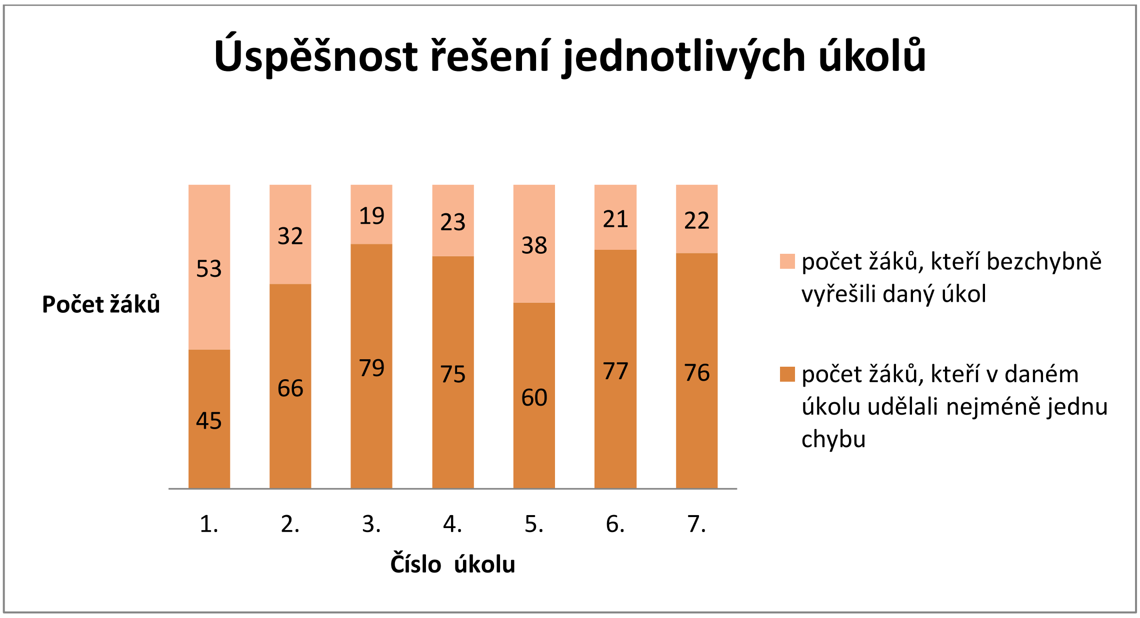
V 6. úkolu činilo žákům asi největší problém uvědomit si pravidla při počítání, konkrétně, že násobení má přednost před sčítáním a odčítáním. Obecně lze říci, že násobení činilo žákům větší problém, než sčítání a odčítání. V tomto úkolu chybovalo celkem 77 žáků, z toho 7 žáků správně nevyřešilo ani jeden příklad a 2 žáci tento úkol vynechali úplně. Největší problém žákům činil příklad *c* u obou oddělení (špatně řešilo 46 žáků), kde si bylo potřeba uvědomit, že násobení má přednost před odčítáním. Opět zde uvedu graf, z důvodu lepšího srovnání chybovosti v jednotlivých příkladech.



Obrázek 3

Úkol 7 bezchybně vyřešilo 22 žáků (včetně zápisu, postupu, výpočtu, odpovědi). Celkem 8 žáků tento příklad vynechalo a vůbec se nepokusili o jeho vyřešení. Často se objevovala následující chyba – žáci zapsali správný vzorec pro výpočet povrchu kvádru, při výpočtu však zapomněli výsledek závorky násobit dvěma. Tato chyba pramení čistě z nepozornosti či chvátání, při nedostatku času. Někteří žáci nepoužili vzorec pro výpočet povrchu kvádru, ale spočítali obsah jednotlivých stran a pak je sečetli. Myslím, že i tento postup je správný, protože podle mého názoru není pro žáky až tak důležité pamatovat si vzorec, ale dokázat vyřešit zadaný úkol.

Pro větší přehlednost celkových výsledků uvádím v následujícím grafu jednotlivé příklady a u každého vždy počet žáků bezchybně řešící úkol a pro porovnání i počet žáků, u kterých se objevila jedna a více chyb.



Obrázek 4

ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo podat ucelený přehled poznatků o desetinných číslech v učivu základní školy. Zabývala jsem se nejenom stručnou historií vzniku des. čísel a jejich zavedení do výuky ve škole, ale také popisem a vysvětlením jednotlivých početních operací, kterým se žáci učí na základní škole. Výklad jsem také doplnila o vhodné ilustrativní příklady a vlastní postřehy, kde žáci často chybují a jak jim lze pomoci odstranit chyby.

Praktickou část své práce jsem věnovala uvedení řady příkladů, kterými je možné oživit výuku desetinných čísel a žákům tak zpestřit tolik neoblíbený dril, který je však podle mého názoru také nutný. Také jsem uvedla návrh možné písemné práce na téma desetinné číslo. Protože jsem tuto práci zadala svým žákům a zároveň jsem požádala kolegyně, aby i v ostatních třídách tuto práci zadaly, uvádím zde také stručné shrnutí dosažených výsledků. Jednotlivé úkoly jsem shrnul z hlediska úspěšnosti, rozebrala jsem nejčastější chyby a v některých případech jsem pro lepší přehlednost a možnost porovnání výsledky uvedla také v grafické podobě.

RESUMÉ

As it is evident from the title - Decimal numbers in mathematics lessons – this thesis is focused on decimal numbers from the view of primary school curriculum. We meet these numbers almost every day – e.g. thinking about the prices of goods, the weight of things or about the distance of places. These numbers are not anything new for primary schools´ students, what they have to learn about is how to use them effectively.

The target of this thesis is not just to summarize the formation of decimal numbers and its history during the teaching at primary schools, but also to provide integrated overview of decimal numbers tasks in the same way as it is offered to the students at second grade at primary schools – it means its record and writing, comparison, its representation on the number line and also the numerous operations with decimal numbers (summation, subtraction, multiplication and division). The interpretation is supplemented by illustrative examples and in any cases by some author´s observations, which shows the typical students´ mistakes, when dealing with decimal numbers. There are also introduced some suggestions how to eliminate them.

Practical part includes some unconventional examples and activities, which are possible to implement into the teaching when practising the counting with decimal numbers. Individual activities are accompanied by descriptive explanation, as well as by the list of needed equipment, by the enumeration of trained skills, eventually by some further remarks or notes.

SEZNAM LITERATURY

1. Balada, F.: *Z dějin elementární matematiky*. Praha, SPN, 1959. str. 68-71.
2. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 6. ročník základní školy, 1. díl*. Praha, Prometheus, 2007, 2. vydání, 80 s. ISBN 978-80-7196-142-0
3. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 6. ročník základní školy, 2. díl*. Praha, Prometheus, 2007, 2. vydání, 88 s. ISBN 978-80-7196-143-7
4. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 7. ročník základní školy, 1. díl*. Praha, Prometheus, 1999, 1. vydání, 88 s. ISBN 80-7196-111-6
5. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 7. ročník základní školy, 2. díl*. Praha, Prometheus, 2009, 2. vydání, 84 s. ISBN 978-80-7196-285-4
6. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 8. ročník základní školy, 1. díl*. Praha, Prometheus, 2008, 1. vydání, 96 s. ISBN 978-80-7196-148-2
7. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 8. ročník základní školy, 2. díl*. Praha, Prometheus, 2008, 2. vydání, 72 s. ISBN 978-80-7196-372-1
8. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 9. ročník základní školy, 1. díl*. Praha, Prometheus, 2010, 2. vydání, 88 s. ISBN 978-80-7196-281-6
9. Odvárko, O., Kadleček, J.: *Matematika pro 9. ročník základní školy, 2. díl*. Praha, Prometheus, 2010, 2 vydání, 92 s. ISBN 978-80-7196-282-3
10. Vacková, I., Fajfrlíková, L., Uzlová, Z.: *Matematika pro 5. ročník základní školy*. Praha, SPN – pedagogické nakladatelství, 2010, 1. vydání, 144s.
ISBN 978-80-7235-471-9

11. *DUM – Základní škola Uherský Brod* [online], [cit. 20.2. 2016]: dostupné z http://www.zsmarianske.cz/sablony/vy_32/jancova/vy_32_inovace_35.pdf
12. *Elementární algebra - přednášky* [online], [cit. 6.4. 2016]: dostupné z https://portal.zcu.cz/portal/studium/courseware/kmt/ela/prednasky.html
13. *Informace o úpravách RVP ZV* [online], [cit. 10.9. 2015]: dostupné z http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani
14. *Matematika – pracovní sešity* [online], [cit. 25.3. 2016]: dostupné z http://www.2pir.eu/tabule_MSMT_6r.php
15. *M6 zajímavé úlohy* [online], [cit. 5.1. 2016]: dostupné z http://jane111.chytrak.cz/ZU_1_M_6.html

16. *Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918* [online], [cit. 9.10. 2015]: dostupné z http://www.dml.cz/handle/10338.dmlcz/400972
17. *Opatření_Standardy_2013_příloha3_M.pdf* [online], [cit. 6.1. 2016]: dostupné z (http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/opatreni-ministra-skolstvi-mladeze-a-telovychovy-kterym-se-4
18. *Rámcový vzdělávací program* [online], [cit. 10.9. 2015]: dostupné z http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani

SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

PŘÍLOHY

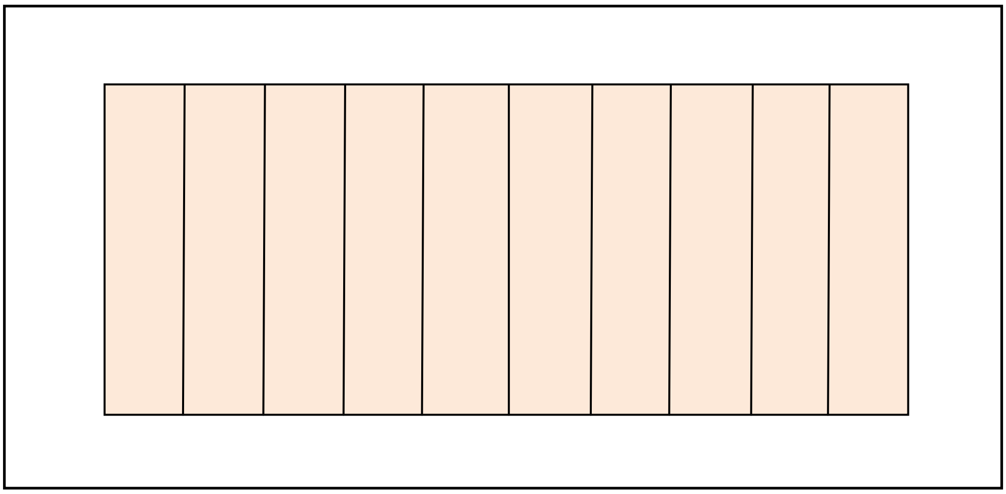
Pexeso

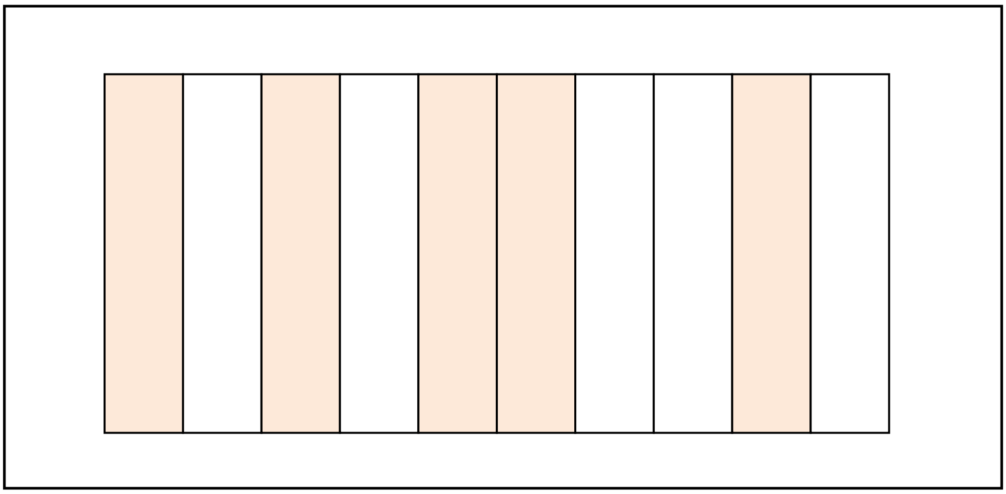
3,5	tři celé pět desetin	0,45	žádná celá čtyřicet pět setin
3,15	tři celé patnáct setin	0,405	žádná celá čtyři sta pět tisícin
3,05	tři celé pět setin	0,045	žádná celá čtyřicet pět tisícin
1,006	jedna celá šest tisícin	1,000 6	jedna celá šest desetitisícin
1,060 6	jedna celá šest set šest desetitisícin	1,600 6	jedna celá šest tisíc šest desetitisícin

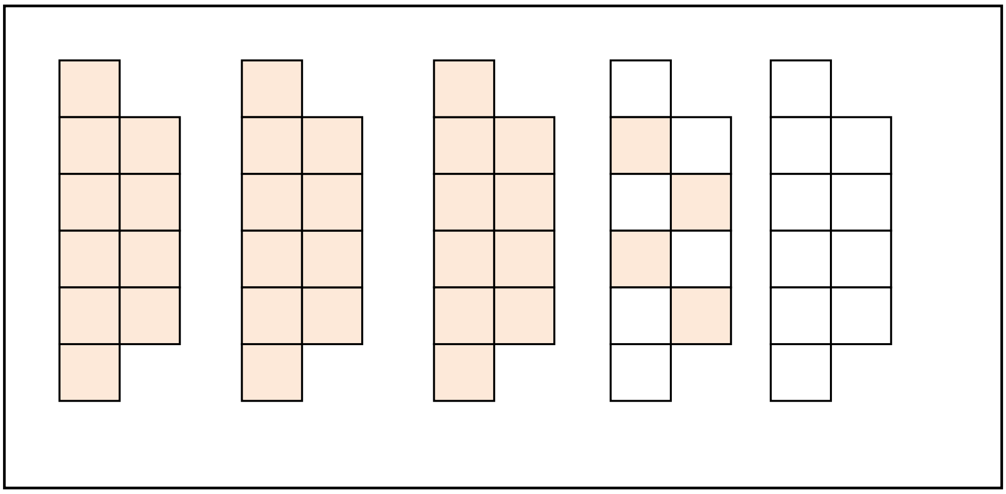
Odpovídající si karty

0,6 *m*	3 *kg*	8 *m*	60 *cm*	0,03 *t*
0,008 *m*	3 000 *g*	6 *dm*	30 *kg*	80 *cm*
600 *mm*	8 *mm*	0,003 *t*	0,3 *q*	8 *dm*
0,8 *cm*	60 *dm*	0,000 3 *t*	800 *mm*	6 000 *mm*

Desetinný zlomek a desetinné číslo







Úkoly s desetinnými čísly

0,543	5,913 5	4,597 2	0,423 8	1,741 2
1,589 6	2,024 6	2,315 2	4,925 8	0,006 41
3,197 5	1,929 9	5,02	3,654 1	2,615 2
4,065 2	1,649 81	2,610 2	3,649 8	2,064 2

a) Vyber a zapiš z celé tabulky největší a nejmenší číslo.

b) Vypiš z tabulky ta čísla, která mají na pozici setin 2.

c) Uspořádej čísla v jednotlivých řádcích vzestupně.

d) Uspořádej čísla v jednotlivých sloupcích sestupně.

e) Vypiš všechna čísla, která mají na pozici tisícin 9.

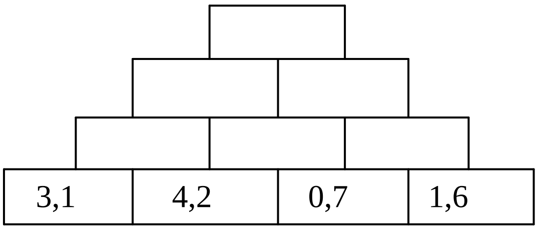
f) Vypiš všechna čísla, která jsou větší než 3,5.

Skládání příkladů

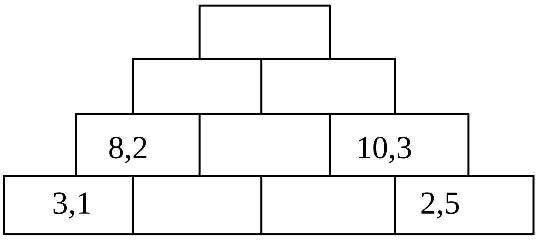
0,52	9,4	62,3	7,9	17,8	35,4	91,2	74,3	26,7
5,06	16,5	47,8	55,9	46,4	4,7	6,1	18,5	24,8
0,9	12,13	62,05	7,98	64,55	78,19	46,64	33,04	20,48
1,8	9,09	17,44	5,34	7,22	45,78	36,94	55,09	21,07

+	−	·	:	=	(	)	{	}

Pyramida



Obměněná pyramida

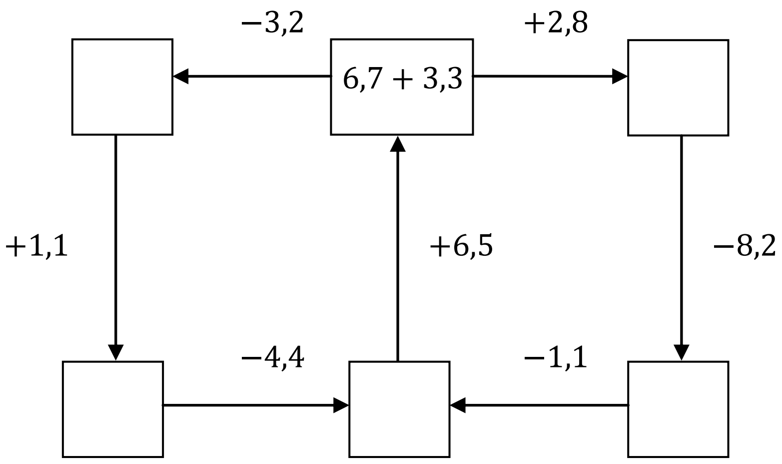


Počítání s vybarvováním

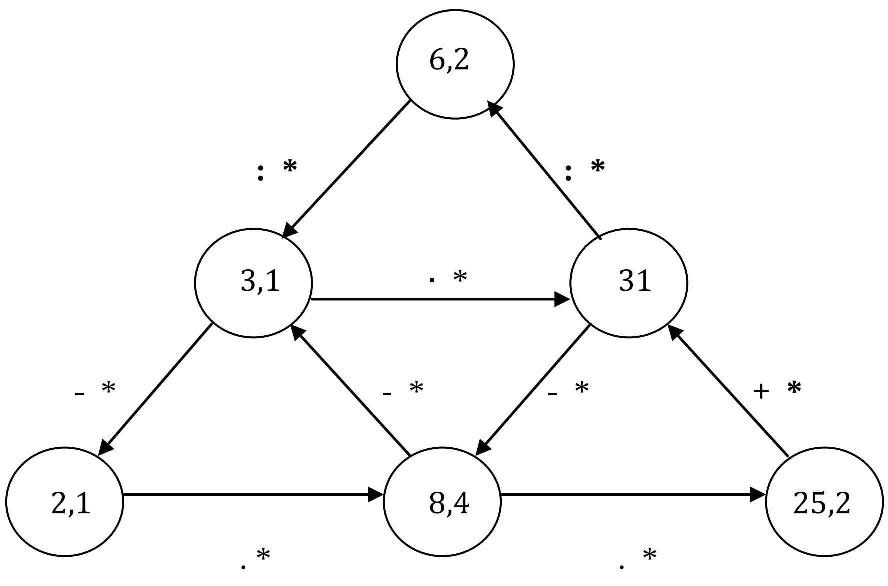
$3 \cdot 0{,}1 =$	$13{,}1 + 14{,}8 =$	$13{,}8 - 2{,}7 =$	$6 : 0{,}2 =$
$4 \cdot 0{,}25 =$	$0{,}05 + 0{,}3 =$	$94{,}5 - 45{,}5 =$	$0{,}4 : 0{,}2 =$
$3{,}1 \cdot 2 =$	$4{,}2 + 4{,}95 =$	$8{,}7 - 6{,}9 =$	$45 : 0{,}5 =$
$0{,}3 \cdot 0{,}2 =$	$41{,}3 + 3{,}8 =$	$12 - 6{,}4 =$	$88 : 0{,}1 =$
$0{,}6 \cdot 6 =$	$19{,}5 + 11{,}5 =$	$49 - 36{,}6 =$	$0{,}04 : 0{,}2 =$
$0{,}4 \cdot 0{,}04 =$	$4{,}1 + 13{,}75 =$	$37{,}1 - 27{,}2 =$	$0{,}33 : 0{,}3 =$
$0{,}3 \cdot 12 =$	$3{,}25 + 6{,}25 =$	$26{,}3 - 6{,}6 =$	$4{,}5 : 0{,}9 =$
	$8{,}16 + 3{,}12 =$	$54{,}1 - 29{,}2 =$	

1,5	8,4	15,6	90	76,1	14,4	6,6	21,5	8,9	35,4
0,8	3,7	44,1	124	0,3	0,16	0,53	49	16,5	71,4
5,9	85,17	808	31	12,4	9,9	13,5	55	4,6	33,9
18	0,65	4,51	64	19,7	0,2	11,28	7,7	92,1	74,2
0,08	1,08	56,6	94	3,6	9,15	17,85	50	16,2	49
28,1	1,6	9	62	1,8	5,06	3,5	249	0,5	8,8
19,9	62	74,4	91,5	90	9,21	2,79	0,03	102	67,8
16	0,06	30	1,1	1	3,6	45,1	24,9	880	0,87
111	0,54	27,9	5,6	31	0,016	6,2	5	1,13	36,3
20	3,1	55,5	11,1	0,35	2	9,5	425	40,2	76,2

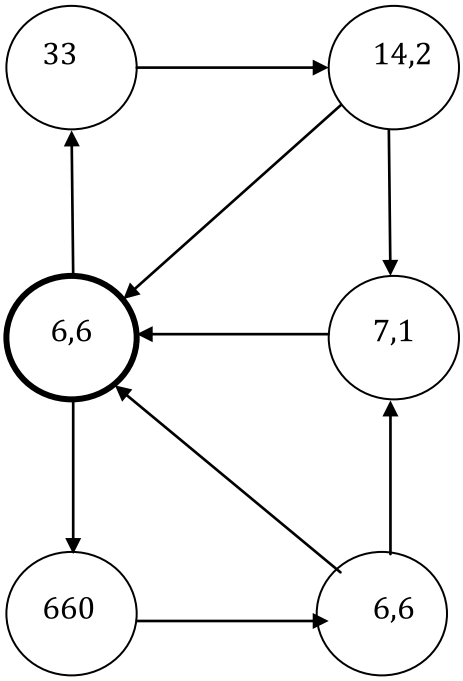
Doplňovačka I



Doplňovačka II



Doplňovačka III



Skryté příklady

tabulka s číselným klíčem:

$A = 1{,}1$	$I = 2{,}1$	$R = 3{,}1$
$B = 1{,}2$	$J = 2{,}2$	$S = 3{,}2$
$C = 1{,}3$	$K = 2{,}3$	$T = 3{,}3$
$D = 1{,}4$	$L = 2{,}4$	$U = 3{,}4$
$E = 1{,}5$	$M = 2{,}5$	$V = 3{,}5$
$F = 1{,}6$	$N = 2{,}6$	$W = 3{,}6$
$G = 1{,}7$	$O = 2{,}7$	$X = 3{,}7$
$H = 1{,}8$	$P = 2{,}8$	$Y = 3{,}8$
$CH = 1{,}9$	$Q = 2{,}9$	$Z = 3{,}9$

tabulka se skrytými příklady:

Zadání:	Řešení:
$A + L - E =$	
$Z - K + B =$	
$Z - (K + B) =$	
$U + N \cdot F + T =$	
$(U + N) \cdot F + T =$	
$(U + N) \cdot (F + T) =$	
$G \cdot (W + R \cdot H) + I \cdot Q =$	
$G \cdot W + R \cdot H + I \cdot Q =$	
$G \cdot (W + R) \cdot H + I \cdot Q =$	
$\{(R + Z) \cdot Y\} : D =$	