ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY

ÚLOHY PROSTOROVÉ GEOMETRIE V HODINÁCH MATEMATIKY NA ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Štěpánka Kaiserová

Učitelství pro 2. stupeň ZŠ, obor Ma-Ge

Vedoucí práce: Mgr. Martina Kašparová, Ph.D.

Plzeň, 2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni dne

....
vlastnoruční podpis

Děkuji své vedoucí diplomové práce Mgr. Martině Kašparové Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a cenné rady, které mi poskytla při psaní mé diplomové práce.

ZDE SE NACHÁZÍ ORIGINÁL ZADÁNÍ KVALIFIKAČNÍ PRÁCE.

OBSAH

ÚVOD

Tématem mé diplomové práce je prostorová geometrie v úlohách na ZŠ. Ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace má prostorová geometrie svoje místo v okruhu Geometrie v rovině a prostoru. Je to část matematiky, která nám umožňuje poznat prostor a umět se v něm orientovat. Užití má prostorová geometrie i v praktickém životě.

Téměř každodenně se setkáváme se situací, kdy je potřeba využít znalostí z této oblasti. Počítáme objemy či povrchy geometrických těles, porovnáváme velikosti těles z pohledu objemu či počítáme potřebné množství látky na naplnění daného objemu. Umíme pojmenovat různá geometrická tělesa a zvládnout bychom měli i načrtnutí těles v prostoru. Tohle vše je náplní Rámcového vzdělávacího programu (RVP) pro základní školství a pro naplňování cílů dané matematické oblasti je třeba žáky vhodně motivovat a umět najít souvislost s praktickým životem.

Práce je rozdělena do několika kapitol a podkapitol. Nejprve se věnuji obsahu učiva prostorové geometrie na ZŠ, kterou by měli žáci po absolvování devítileté školní docházky znát a umět. V další části připravuji podle ročníků příklady na procvičování právě probíraného učiva, některé jsou převzaté z literatury a jiné jsem vytvořila sama.

Pro správné pochopení a osvojení si daných vědomostí je třeba se správně orientovat v prostoru a rozvíjet tak prostorovou představivost. Možnosti, jak k tomu přispět se věnuji v závěrečné kapitole.

1 ZAŘAZENÍ UČIVA PROSTOROVÉ GEOMETRIE NA ZŠ

1.1 GEOMETRIE

„Geometrie je jedním z nejstarších oborů matematiky. Vyšetřuje tvar, velikost a vzájemnou polohu těles popř. objektů vytvořených abstrakcí, jako jsou bod, přímka, rovina atd. Již Euklides ve 4. stol. př. n. l. položil základ geometrického systému dnes nazývaného euklidovská geometrie. Na podkladě empirických poznatků svých předchůdců zformuloval řadu axiómů a naznačil, jak z nich budovat geometrii deduktivně. V klasickém smyslu se euklidovská geometrie zabývá jen útvary obyčejného trojrozměrného prostoru a dělí se na planimetrii (geometrii roviny) a stereometrii (prostorovou geometrii).“ [18] str. 52

1.2 STEREOMETRIE – GEOMETRIE V PROSTORU

Kapitola byla převzata ze str. 8-9 zdroje [16].

„Obor matematiky planimetrie se zabývá vlastnostmi rovinných útvarů. Existují ale útvary, které do roviny umístit nelze, např. hranol, válec, jehlan, kužel, kvádr, krychle. Takové útvary nazýváme prostorové. Studiem prostorových útvarů se zabývá část geometrie, která se nazývá stereometrie. Slovo stereometrie je řeckého původu a jeho volný překlad je „měření těles“. Tento překlad ale nevystihuje obsah stereometrie, jen připomíná, že geometrické poznatky vznikaly v dávných dobách z potřeb praktického života. Všechny geometrické útvary, s kterými pracuje planimetrie, leží v rovině. V prostoru máme rovin nekonečně mnoho. V planimetrii jsou základními geometrickými útvary bod a přímka. Ve stereometrii řadíme mezi základní geometrické útvary i rovinu.“

„Bod, přímka a rovina jsou útvary myšlené, vznikají v našem vědomí abstrakcí poznatků reálného světa (např. bod z drobných předmětů jako jsou zrnka písku, špička jehly, přímka z napjatých tenkých předmětů, jako jsou provazce, drát, rovina z napjatých tenkých blán, vodní hladiny, apod.) a je nutné, vytvořit si správné představy těchto pojmů. Jak říká Eukleides: „Bod je to, co nemá délku, šířku ani výšku, přímka má jen délku, rovina má jen délku a šířku.“

„Pro lepší pochopení prostorových vztahů je vhodné používat modely, které si snadno zhotovíte z dřevěných nebo plastelínových kuliček (body), špejlí, drátů (přímky), papíru (roviny). Rychlejší než modelování je grafické znázorňování. Body a přímky znázorňujeme stejně jako v planimetrii, roviny libovolným rovinným útvarem, nejčastěji rovnoběžníkem.“

„Přímka a rovina obsahují nekonečně mnoho bodů, jsou to neomezené útvary. Při modelování i grafickém znázorňování musíme stále pamatovat na to, že modelujeme či znázorňujeme vždy jen část přímky, popř. část roviny. Uvažujeme-li pouze útvary, které leží v určité rovině v prostoru, můžeme využít dosavadních znalostí z planimetrie.“

1.3 UČIVO STEREOMETRIE NA ZŠ

1. STUPEŇ ZŠ

Učivu na 1. stupni se podrobněji věnovat v této práci nebudu, ale stručně uvedu učivo geometrie a očekávané výstupy žáků na nižším stupni ZŠ. Přesný text RVP najdete v příloze č. 1 na str. I-IX, konkrétní část týkající se 1. stupně ZŠ na str. IV-VI.

Žák se na 1. stupni ZŠ seznámí se základními útvary v prostoru (kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec), umí je pojmenovat, popsat a rozezná je mezi sebou. Umí porovnat a změřit velikosti útvarů, odhadnout jejich velikost a převést jednotky délky. Umí vyřešit jednoduché praktické slovní úlohy, jejichž řešení není zcela závislé na obvyklých postupech školské matematiky a vhodnými prostředky rozvíjí prostorovou představivost.

V každém ŠVP by měli být uvedeny konkrétní výstupy žáka v každém z hlavních okruhů vzdělávací oblasti. Například v ŠVP 22. ZŠ v Plzni jsou uváděny pro první stupeň ZŠ takto:

Žák: orientuje se v prostoru, rozlišuje pojmy před, za, vpravo, vlevo, nahoře, dole, porovná předměty podle velikosti, používá pojmy, rozezná geometrické tvary trojúhelník, čtverec, obdélník a kruh, rozezná krychli, kvádr, válec, kouli; pomocí stavebnice sestrojí jejich modely, uvede příklady těchto tvarů ve svém okolí, kreslí křivé a rovné čáry, pracuje s pravítkem, rozezná geometrická tělesa v praxi, sestrojí model krychle, kvádru, koule, válce, narýsuje úsečku, změří délku úsečky (m, dm, cm), narýsuje přímku, polopřímku, dokáže pracovat s rovinnými útvary, pomocí stavebnice nebo jiných materiálů sestrojí modely tvaru kvádru, krychle a podobně, převádí jednotky délky s užitím měnitele 1000, 100, 10, provádí odhad délky, vzdálenosti, označí průsečík dvou přímek, měří délku úsečky s přesností na milimetry, sestrojí úsečku dané délky s užitím jednotky milimetr, narýsuje kružnici s daným středem a daným poloměrem, nakreslí síť krychle a kvádru ve čtvercové síti, vymodeluje krychli a kvádr, určuje obvod jednoduchého obrazce (trojúhelník, čtverec, obdélník) sečtením délek jeho stran, určí obsah čtverce a obdélníku pomocí čtvercové sítě, určí vzájemnou polohu dvou přímek, sestrojí rovnoběžku s danou přímkou, sestrojí kolmici pomocí trojúhelníku s ryskou, pozná souměrný útvar, určí osu souměrnosti překládáním, narýsuje obdélník, čtverec, narýsuje pravoúhlý, rovnostranný a rovnoramenný trojúhelník, rýsuje rovnoběžky a kolmice, vypočítá povrch kvádru a krychle sečtením obsahů jejich podstav a stěn, řeší úlohy z praxe na výpočty obsahů obdélníku a čtverce, povrch kvádru a krychle, vypočítá obvod a obsah obdélníku a čtverce, zná a umí převádět jednotky obsahu (cm^2, mm^2, m^2, ha) a řeší slovní úlohy na výpočty obsahů obdélníku a čtverce. [32]

2. STUPEŇ ZŠ

Přesný výčet učiva a očekávaných výstupů žáků 2. st. ZŠ a nižších ročníků víceletých gymnázií naleznete v příloze č. na str. VII-IX.

Na druhém stupni ZŠ v Plzni jsou cíle vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace konkretizovány takto:

Žák: narýsuje a označí přímku, polopřímku, úsečku dané délky, narýsuje a označí kružnici, kruh, určí, zda lze sestrojit trojúhelník užitím trojúhelníkové nerovnosti, narýsuje trojúhelník, rozliší druhy trojúhelníků podle velikosti úhlů (ostroúhlý, pravoúhlý, tupoúhlý), využívá při výpočtech vlastností dvojic úhlů a součtu úhlů v trojúhelníku, rozliší druhy trojúhelníků, podle délek stran (rovnostranný, rovnoramenný, obecný), určí vnitřní úhly trojúhelníka, jsou-li dány velikosti dvou dalších vnitřních úhlů, popíše úhel, vysvětlí, co je velikost úhlu, jednotka – stupeň, minuta, rozliší druhy úhlů, narýsuje a rozpozná úhel ostrý, pravý, tupý, přímý, narýsuje úhel dané velikosti, změří úhel úhloměrem, sestrojí dvojice úhlů vedlejších, vrcholových, střídavých a souhlasných úhlů a popíše jejich vlastnosti, sečte a odečte dvojice úhlů početně i graficky, násobí a dělí úhel dvěma, určí jednotky obsahu, objemu, převede jednotky, rozliší a popíše krychli a kvádr, používá pojmy podstava, hrana, stěna, vrchol, stěnová a tělesová úhlopříčka, zakreslí síť kvádru a krychle ve čtvercové síti, načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles ve volném rovnoběžném promítání, vypočítá povrch, objem krychle a kvádru dosazením do vzorce, určí reálnou podobu trojrozměrného útvaru z jeho obrazu v rovině, popíše základní vlastnosti trojrozměrného útvaru podle jeho obrazu v rovině, využívá získané poznatky a dovednosti při řešení úloh z běžného života, sestrojí osu úsečky, sestrojí osu úhlu, určí vlastnosti útvarů v osové souměrnosti, sestrojí obraz daného geometrického útvaru v osové souměrnosti, určí osu souměrnosti, rozpozná útvar osově souměrný, sestrojí šestiúhelník, osmiúhelník, popíše vlastnosti šestiúhelníku, osmiúhelníku, rozliší typy čtyřúhelníků, využívá vlastností základních rovinných útvarů (vlastností úhlopříček, velikost úhlů, souměrnost), vysvětlí pojem shodnost rovinných útvarů, shodnost trojúhelníků, určí výpočtem obsah a obvod trojúhelníku, čtverce, obdélníku, rovnoběžníku a lichoběžníku, používá a převádí jednotky délky a obsahu, uvede věty o shodnosti trojúhelníků, sestrojí trojúhelník podle vět sss, sus, usu, popíše kolmý hranol, vypočítá objem a povrch hranolu, rozpozná, z jakých základních těles je zobrazené těleso složeno, určí, zda lze sestrojit trojúhelník užitím trojúhelníkové nerovnosti, určí vlastnosti útvarů ve středové souměrnosti, sestrojí obraz daného geometrického útvaru ve středové souměrnosti, určí střed souměrnosti, dodržuje zásady správného rýsování, vysvětlí pojem odvěsny, přepona v pravoúhlém trojúhelníku, Pythagorova věta, provádí výpočty délek stran trojúhelníku pomocí Pythagorovy věty a užívá ji v příkladech z praxe, účelně užívá matematické tabulky a kalkulátor, umí použít a zná Ludolfovo číslo, užívá pojmy kruh, kružnice, zná rozdíl těchto pojmů, odhadne a vypočítá obsah a obvod, řeší slovní úlohy vedoucí k užití obvodu a obsahu kruhu, délky kružnice, analyzuje vzájemnou polohu dvou kružnic, kružnice a přímky, užívá pojmy středná, tečna, sečna, vnější a vnitřní dotyk, bod dotyku, načrtne a sestrojí síť válce, používá pojmy podstava a plášť válce, odhaduje a vypočítá objem a povrch válce, pojmenuje základní množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úhlu, osa rovinného pásu, osa úsečky, kružnice, Thaletova kružnice), sestrojí trojúhelníky a čtyřúhelníky, zadané různými prvky, popíše jednotlivé kroky konstrukce a rovinný útvar sestrojí, určí počet řešení konstrukční úlohy a ověří, zda výsledný útvar odpovídá zadání, určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), sestrojuje je, analyzuje jejich vlastnosti, vypočítává jejich objem a povrch, sestrojuje jejich sítě, pracuje s půdorysem a nárysem mnohostěnů a rotačních těles, dokáže určit podobné útvary v rovině, určí a použije poměr podobnosti, sestrojí podobný obraz danému vzoru, využívá při výpočtech věty o podobnosti a shodnosti trojúhelníků, rozdělí úsečku dané délky v daném poměru, užívá poměr podobnosti při práci s plány a mapami, využívá základy goniometrie při řešení reálných situací, využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakterizaci útvaru a k řešení polohových a nepolohových úloh, rozdělí daný geometrický útvar na jiné, podle daných vlastností. [32]

Já se budu v následující kapitole věnovat podrobněji učivu prostorové geometrie podle tematických plánů matematiky ZŠ Domažlice (viz příloha 2, str. X-XIII).

1.4 PROSTOROVÁ GEOMETRIE V JEDNOTLIVÝCH ROČNÍCÍCH 2. ST. ZŠ

Zařazení učiva prostorové geometrie do jednotlivých ročníků jsem čerpala ze ŠVP ZŠ a MŠ Domažlice.

1.4.1 6. ROČNÍK

Na začátku 6. ročníku se nejdříve zopakují základní pojmy a terminologie rovinné i prostorové geometrie 1. stupně a v druhé polovině dubna se navazuje na rovinnou geometrii novým učivem prostorové geometrie. Na úvod se žáci seznámí s možnostmi zobrazování těles (krychle a kvádru) v prostoru. Naučí se pojmenovat jednotlivé části tělesa, jako je stěna, hrana a vrchol a naučí se zobrazit tělesa pomocí zkreslené hrany. Seznámí se s pojmy stěnová a tělesová úhlopříčka krychle a kvádru. Pomocí daných vzorců se naučí spočítat objem a povrch těchto těles a naučí se převádět jednotky objemu a procvičí převody jednotek délky, které jsou pro ně již známé.

1.4.2 7. ROČNÍK

V 7. ročníku se k učivu prostorové geometrie dostáváme až v druhé polovině května a předmětem jsou hranoly. Navazuje se na učivo z 6. ročníku, neboť krychle a kvádr představují jedny ze základních, tj. kolmých hranolů. Určují podstavy, hrany a vrcholy n-bokých hranolů a postupně se učí zobrazovat jejich síť, popř. podle sítě načrtnout tvar daného hranolu. Objevuje se zde termín výška hranolu, základní vzorce pro výpočet objemu a povrchu kolmých hranolů.

1.4.3 8. ROČNÍK

V 8. ročníku se žáci podrobněji seznamují s dalším geometrickým tělesem a tj. válec. Seznámí se s pojmy horní a dolní podstava válce, výška válce a poloměr válce a osa válce. Žáci rozeznají válec od jiných těles, naučí se sestrojit síť válce podle zobrazeného tělesa a podle sítě umí načrtnout válec ve volném rovnoběžném promítání. Budou seznámeni se vzorci pro výpočet objemu a povrchu válce a na praktických úlohách si vyzkouší jejich použití.

1.4.4 9. ROČNÍK

V posledním ročníku se žáci seznámí s dalšími základními geometrickými tělesy- jehlanem, kuželem a koulí. Připomenou si, kde v běžném životě se s danými tělesy mohou setkat a jak je rozeznáme od jiných těles. Naučí se popsat jehlan a rozeznat n-boké jehlany, vypočítat objem a povrch jehlanu a určit, z kolika a jakých tvarů se skládá síť daného jehlanu. Poznají rozdíl mezi jehlanem a kuželem a stejně jako u jehlanu se naučí spočítat objem a povrch kuželu. Posledním probíraným tělesem na ZŠ je koule. Definují si, co vlastně koule je a jaké musí splňovat vlastnosti. I u koule se naučí počítat podle vzorce objem a povrch. V rámci opakování na konci docházky na ZŠ si postupně zopakují vlastnosti všech těles a využitím i algebraických výpočtů počítají příklady z praxe.

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

Tato kapitola se objevuje v RVP a zasahuje všechny ročníky ZŠ. Žák řeší netradiční geometrické úlohy, úlohy z praktického života, využívá znalosti a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí a řeší úlohy na rozvíjení prostorové představivosti

2 POLOHOVÉ A METRICKÉ VLASTNOSTI PROSTOROVÝCH ÚTVARŮ

V této části práce se objeví postupně základní pojmy z prostorové geometrie a dále budou popsány polohové a metrické vlastnosti základních geometrických těles, které se vyskytují v osnovách základní školy a které si během školní docházky žáci osvojí. K jednotlivým tématům doplním odkazy na příklady z praktické části, ve kterých je učivo procvičováno.

2.1 ZÁKLADNÍ POJMY

Základní útvary prostoru jsou bod, přímka a rovina.

Body označujeme velkými A, B, C, …

Přímky označujeme malými písmeny latinské abecedy a symbolem ↔ (↔p), nebo pomocí dvou libovolných různých bodů přímky a symbolu ↔ (↔AB).

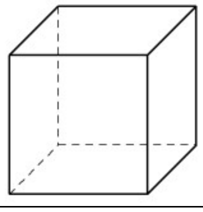
Roviny označujeme malými písmeny řecké abecedy ρ, α, β, δ, …, třemi různými body roviny a symbolem ↔ (↔ABC), pomocí libovolné přímky, bodu roviny a symbolu ↔ (↔pM) nebo pomocí dvou různých přímek roviny a symbolu ↔ (↔pq).

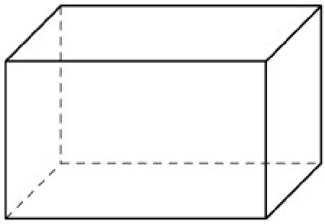
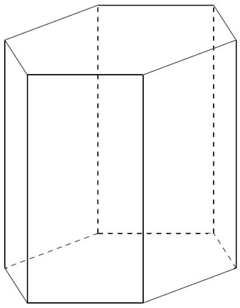
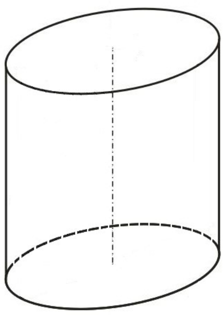
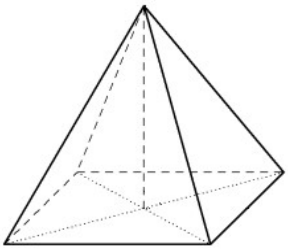
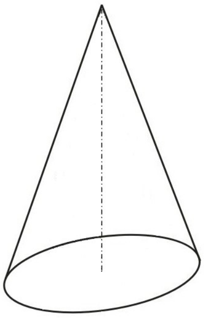
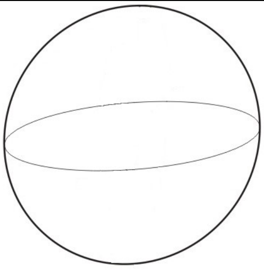
Rovina α je určena:

a) třemi různými body ABC, které neleží v jedné přímce: α = ↔ABC
b) přímkou *p* a bodem Y, který neleží na přímce p: α = ↔ *p*Y
c) dvěma různými rovnoběžnými nebo dvěma různoběžnými přímkami *p*, *q*: α = ↔ *pq*

2.2 TĚLESA

Definice tělesa se žákům na ZŠ neuvádí. Ve Slovníku školské matematiky ([18], str. 206) je těleso definováno takto: „Těleso je uzavřená omezená oblast v prostoru. Hranicí tělesa bývá plocha“.

Název	Obrázek	Charakteristika
Krychle		všechny stěny jsou shodné čtverce

Kvádr		protější stěny jsou shodné obdélníky, popř. čtverce
Hranol		podstavy jsou shodné mnohoúhelníky, boční stěny jsou pravoúhelníky, pravidelný *n*-boký hranol - podstavy jsou pravidelné *n*-úhelníky, boční stěny jsou shodné obdélníky, popř. čtverce
Rotační válec		vznikne rotací obdélníku, popř. čtverce kolem přímky, která obsahuje jeho jednu stranu
Jehlan		podstavou je mnohoúhelník, boční stěny jsou trojúhelníky, pravidelný *n*-boký jehlan - podstavou je pravidelný *n*-úhelník, boční stěny jsou shodné rovnoramenné trojúhelníky
Rotační kužel		vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem přímky, která obsahuje jednu jeho odvěsnu
Koule		vznikne rotací půlkruhu kolem přímky, která obsahuje jeho průměr

Tabulka 1: Základní tělesa (upraveno podle[16], str. 9-10)

Mnohostěny jsou tělesa omezená mnohoúhelníky (hranol, jehlan, komolý jehlan).

Rotační tělesa jsou tělesa, která vznikají rotací rovinného útvaru kolem přímky (válec, kužel, komolý kužel, koule). [16]

Základní charakteristiky a názvy těles se prolínají napříč všemi příklady v praktické části.

2.2.1 HRANOL (PRAVIDELNÝ HRANOL, KVÁDR, KRYCHLE)

Pokud sestrojíme ve vodorovné rovině mnohoúhelník a budeme tuto rovinu „svisle zvedat“ do určité výšky, vznikne hranol. Těleso je omezeno dvěma shodnými vodorovnými mnohoúhelníky, které se nazývají podstavy. Svislé obdélníky jsou tzv. boční stěny hranolu. Podstavy a boční stěny nazýváme souhrnně stěny hranolu. Hranol můžeme v prostoru libovolně posunout a otočit. Jeho podstavy pak nemusí být vodorovné ani boční stěny svislé.

Dvě stěny hranolu, které mají společné body, se nazývají sousední. Společné body dvou sousedních stěn vytváří úsečku zvanou hrana hranolu. Tyto dva body se nazývají sousední. Hrany ležící v podstavě se nazývají podstavné, ostatní hrany se nazývají boční. Všechny boční hrany mají stejnou délku. Ta je rovna výšce, do které jsme zdvihli podstavu, jestliže jsme hranol vytvořili popsaným způsobem. Proto ji nazýváme výškou hranolu. Bod, ve kterém se „stýkají“ tři stěny, se nazývá vrchol hranolu. Z každého vrcholu hranolu „vycházejí“ tři hrany. Podle počtu n bočních stěn hovoříme o n-bokém hranolu. Tento počet je stejný jako počet vrcholů v každé z podstav. Hranol popisujeme pomocí vrcholů.

Úsečka, která spojuje dva vrcholy, které nejsou sousední, se nazývá úhlopříčka hranolu. Leží-li oba krajní body úhlopříčky v téže stěně, hovoříme o stěnové úhlopříčce. Ostatní úhlopříčky, se nazývají tělesové.

Popis základních částí hranolů si procvičíme v 2. příkladu kapitoly 3.2.

Povrch a plášť hranolu

Termín povrch hranolu má, stejně jako u ostatních těles, dva významy. Znamená 1) sjednocení všech stěn, které hranol omezují, 2) obsah jejich ploch.

Hranol je prostorový útvar, který je omezen stěnami – dvěma podstavami a několika bočními stěnami. Sjednocení obsahů všech stěn hranolu tvoří tzv. povrch hranolu.

$$\boldsymbol{S = 2 \cdot S_p + S_{pl}}$$

Sjednocení obsahů bočních stěn hranolu je část jeho povrchu, která se nazývá plášť hranolu.

Pro obsah pláště libovolného hranolu platí vzorec:

$$\boldsymbol{S_{pl} = o \cdot v,}$$

kde o je obvod podstavy a v výška hranolu.

Výpočet povrchu a pláště hranolu procvičíme v 3., 8., 9. a 10. příkladu kapitoly 3.3.

Objem hranolu

Tato veličina vyjadřuje, kolik „místa“ dané těleso v prostoru zaujímá.

Objem některých těles můžeme spočítat, známe-li jejich tvar a rozměr. Při tom budeme vycházet ze dvou základních vlastností objemu:

- Tělesa, která mají stejný tvar a velikost, mají stejný objem.
- Objem tělesa, které je rozděleno na několik částí, je roven součtu objemů jednotlivých částí.

Objem se měří v jednotkách krychlových. V matematice se nejčastěji při počítání objemu těles používá 1centimetr krychlový a značí se 1cm^3. Dále se používají jednotky:

1 milimetr krychlový (1 mm^3), 1 decimetr krychlový (1 dm^3), 1 metr krychlový (1 m^3) a 1 kilometr krychlový (1 km^3). Jednotky objemu označované jako „duté“, tj. litr (l), hektolitr (hl), decilitr (dl) a centilitr (cl) se matematice běžně nepoužívají.

Objem hranolu je roven součinu obsahu jeho podstavy a výšky.

$$\boldsymbol{V = S_p \cdot v}$$

Objem a povrch hranolu si procvičíme v 10. příkladu v kapitole 3.3, kde vedle vzorce pro výpočet objemu a povrchu válce využijeme i znalosti Pythagorovy věty, která nám pomůže dopočítat potřebné údaje k výpočtu obsahu podstavy hranolu.

Objem hranolu počítáme ve 4., 5., 6. a 9. příkladu kapitoly 3.3 a v 10. příkladu kapitoly 3.4.

Síť hranolu

Víme, že hranol je prostorový útvar, který je omezen stěnami – dvěma podstavami a několika stěnami bočními. Sjednocení všech stěn hranolu tvoří tzv. síť hranolu.

„Pokud vezeme papírovou krabičku ve tvaru hranolu a rozstřihneme ji po hranách tak, že ji můžeme rozložit do roviny, dostaneme síť hranolu. Protože k síti můžeme dospět různými postupy stříhání a narovnání, mohou se výsledné sítě lišit svým tvarem.

Co mají sítě společného?

- Síť je rovinná soustava mnohoúhelníků, která je „souvislá".
- Síť obsahuje tolik mnohoúhelníků, kolik má hranol stěn.
- Každé dva „sousední" mnohoúhelníky, sítě k sobě „přiléhají" celými stranami.
- Stěny hranolu i mnohoúhelníky sítě lze očíslovat tak, že stěna a mnohoúhelník, které jsou označeny stejným číslem, jsou vždy shodné. (např. hrací kostka)."

Ne každá soustava mnohoúhelníků s uvedenými vlastnostmi je však sítí hranolu.

Jak tedy rozhodnout, zda daná soustava mnohoúhelník je sítí hranolu? Tak, že „podezřelou" soustavu mnohoúhelníku překreslíme na papír, vystřihneme a zkoušíme, zda přehýbáním papíru podél stran mnohoúhelníků je možné „složit" povrch některého hranolu. U jednoduchých sítí si toto „skládání" pouze představujeme.

Síť hranolu proto můžeme charakterizovat takto:

Síť hranolu je soustava mnohoúhelníků v rovině. Jestliže ji obkreslíme na papír a vystřihneme, je možné pouhým přehýbáním papíru podél některých stran mnohoúhelníků vytvořit povrch daného hranolu." [4], str. 26-27.

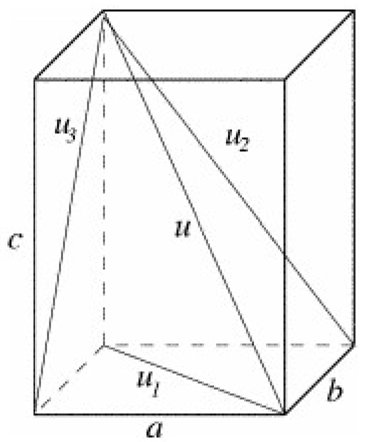
„Již bylo uvedeno, že každý hranol má několik sítí, které se liší svým tvarem. Nejčastěji se používají ty, ve kterých jsou boční stěny rozvinuty do jediného pásu tvaru pravoúhelníku. K tomuto pásu jsou z protějších stran „přilepeny"obě podstavy.

Zvláštními případy hranolů jsou kvádr a krychle. U těchto těles můžeme libovolné dvě protější stěny považovat za podstavy a z ostatních čtyř stěn vytvořit plášť. Proto u kvádru můžeme „dohodnutým způsobem“ (čtyři stěny pláště v jenom pásu) vytvořit více různých sítí.“ [4], str. 28-29.

Zobrazení sítě hranolů nalezneme v 1. a 2. příkladu kapitoly 3.1 (krychle a kvádr) a v 1. a 7. příkladu kapitoly 3.2.

2.2.1.1 PRAVIDELNÝ HRANOL

Hranol, jehož podstavami jsou pravidelné mnohoúhelníky, se nazývá pravidelný. Např. podstavami pravidelného trojbokého hranolu ABCA´B´C´ jsou pravidelné trojúhelníky ABC a A´B´C´, podstavami pravidelného hranolu KLMNK´L´M´N´ jsou čtverce KLMN a K´L´M´N´. [4]



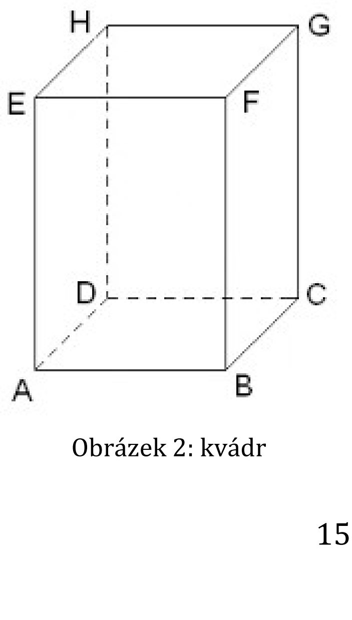
Obrázek 1: pravidelný hranol

Již v úvodu kapitoly 2.2.1 byly popsány vlastnosti stěnových a tělesových úhlopříček, které platí jak pro nepravidelný, tak i pravidelný hranol.

Na obrázku pravidelného čtyřbokého hranolu jsou vyznačeny stěnové úhlopříčky u_1, u_2, u_3 a tělesová úhlopříčka u.

2.2.1.2 KVÁDR

„Zvláštním případem hranolu je kvádr. Jeho podstavou je buď čtverec, nebo obdélník. Kvádr má tedy šest stěn, každé dvě protější stěny jsou shodné pravoúhelníky. Přitom protějšími stěnami kvádru rozumíme každé dvě stěny, které nemají společný bod. Za podstavy kvádru můžeme považovat každé dvě jeho stěny. Záleží jen na tom, jak kvádr „natočíme“. Proto u kvádru podstavy a boční stěny zpravidla nerozlišujeme. Délky tří hran kvádru vycházející z jednoho vrcholu nazýváme stručně rozměry kvádru. V praxi často říkáme délka, šířka a výška. Všechny



Obrázek 2: kvádr

čtyři tělesové úhlopříčky kvádru mají stejnou délku.“ [4], str. 12-13

Povrch kvádru

Kvádr je omezen šesti stěnami. Každé dvě protější stěny jsou shodné.

Označíme-li délku stran kvádru a, b, c, jeho povrch spočítáme podle vzorce:

$$\boldsymbol{S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)}$$

Objem kvádru

Objem kvádru o rozměrech *a, b, c* je roven součinu $a \cdot b \cdot c$. Přitom rozměry a, b, c musí být vyjádřeny ve stejných jednotkách. Výsledný objem vyjde v příslušných jednotkách krychlových.

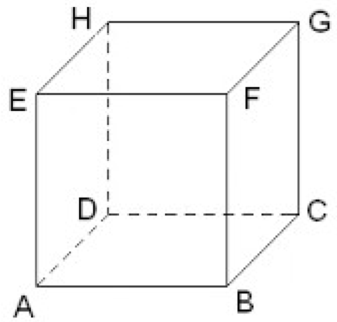
$$\boldsymbol{V = a \cdot b \cdot c}$$

[4]

Příklady na procvičení povrchu a objemu kvádru se objevují v kapitole 3.1 (2., 4., 6., 7., a 9. příklad) a v kapitole 3.3 (2. příklad).

2.2.1.3 KRYCHLE

Krychle je zvláštní případ kvádru. Všech šest stěn krychle jsou shodné čtverce. Proto všechny hrany krychle jsou shodné úsečky. [4], str. 13



Obrázek 3: krychle

Povrch krychle

Povrch krychle tvoří její stěny, 6 shodných čtverců.

Má-li krychle hranu délky a, pro obsah S_1 jedné její stěny platí:

$$S_1 = a \cdot a.$$

Povrch S krychle s délkou hrany a je:

$$\boldsymbol{S = 6 \cdot a \cdot a.}$$

[4]

Objem krychle

Krychle je kvádr, který má všechny hrany stejně dlouhé: $a = b = c$.

Pro objem krychle proto platí:

$$\boldsymbol{V = a \cdot a \cdot a}$$

Výpočty povrchu a objemu krychle procvičíme v kapitole 3.1 v 3., 5. a 10. příkladu.

Zobrazení hranolu

Při řešení úloh o geometrických útvarech nám velmi pomáhá, když si útvar znázorníme vhodnými obrázky. Zkoumání útvarů v prostoru je však ztíženo tím, že „prostorové obrázky“ kreslit neumíme. Ne vždy máme po ruce vhodný model tělesa, tak je užitečné umět situaci v prostoru výstižně znázornit v rovině. Tato rovina se nazývá nákresna.

Krychle

Všechny stěny krychle jsou čtverce. Přední a zadní stěna krychle jsou zobrazeny ve skutečné velikosti (nejsou zkresleny). Přední stěna je viditelná, zadní stěna není viditelná.

Hrany krychle, které nejsou viditelné, vyznačujeme čárkovanou čarou, nebo je vůbec nezobrazujeme. Zkreslené hrany zobrazujeme tak, aby s vodorovným směrem svíraly úhel 45°, zkreslujeme je na polovinu jejich skutečné délky.

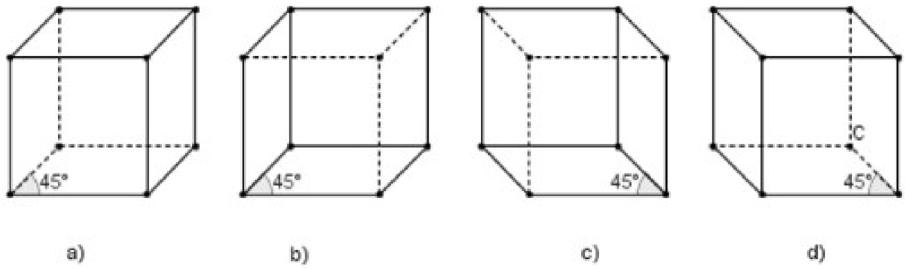
Na následujícím obrázku máme různé pohledy na krychli:

a) Zprava a shora (pravý nadhled)

b) Zleva a zdola (levý podhled)

c) Zprava a zdola (pravý podhled)

d) Zleva a shora (levý nadhled)



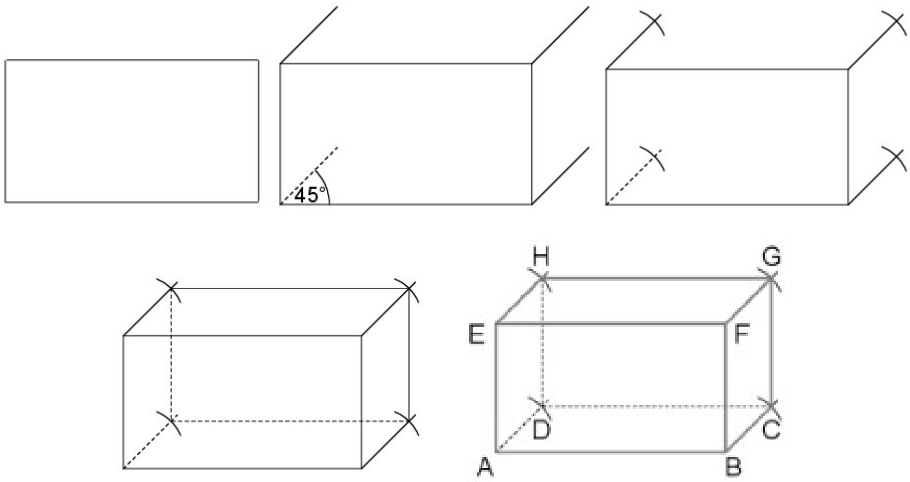
Obrázek 4: pohledy na krychli

Kvádr

Při znázorňování kvádru postupujeme podobně jako u krychle:

1. Narýsujeme obdélník, představující přední stěnu kvádru. Rozměry jsou skutečné.
2. Vrcholy obdélníku vedeme polopřímky vzájemně rovnoběžné, svírající s vodorovným směrem uhel 45°.
3. Na těchto polopřímkách vyneseme další čtyři hrany. Tyto hrany vynášíme s poloviční velikostí.
4. Po propojení vzniklých bodů jsme získaly zbývající hrany. Všechny vrcholy označíme.

Postup graficky:



Obrázek 5: konstrukce kvádru

Všechny hrany, které nejsou viditelné, rýsujeme přerušovanou čarou.

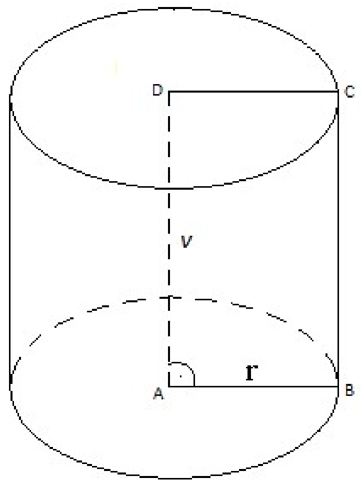
8. příklad v kapitole 3.1 je zaměřený pouze na zobrazení tělesa v prostoru, konkrétně krychle ve volném rovnoběžném promítání.

2.2.2 VÁLEC

Jakým pohybem může vzniknout válec?

Ve vodorovné rovině sestrojíme kruh. Rovinu i s kruhem budeme „svisle zvedat“ do určité výšky. „Zvedaný“ kruh při tom zaplní část prostoru, které říkáme válec.

Čím je vzniklé těleso omezeno? Dva shodné vodorovné kruhy se nazývají podstavy válce. „Z boku“ je válec ohraničen „zakřivenou plochou“, které se říká plášť válce. V prostoru můžeme válec různě „natočit“.



Obrázek 6: válec

Válec může vzniknout i jiným pohybem: otáčením pravoúhelníku.

Představme si, že se začne v prostoru otáčet daný obdélník ABCD kolem přímky AD. Při takovém otáčení vyplní všechny body obdélníku válec. Jeho podstavy jsou shodné kruhy se středy A a D, které vznikly otáčením shodných úseček AB a DC. Plášť válce se vytvořil otáčením úsečky BC.

Při otáčení obdélníku ABCD kolem přímky AD se úsečka BC dostane do různých poloh. Každá z těchto úseček se nazývá strana válce. Všechny strany válce mají stejnou délku *v*. Ta se nazývá výška válce. Je rovna vzdálenosti středů obou podstav.

„Tvar“ a „velikost“ válce jsou určeny dvěma veličinami: poloměrem *r* podstavy a výškou *v*.

Povrch válce

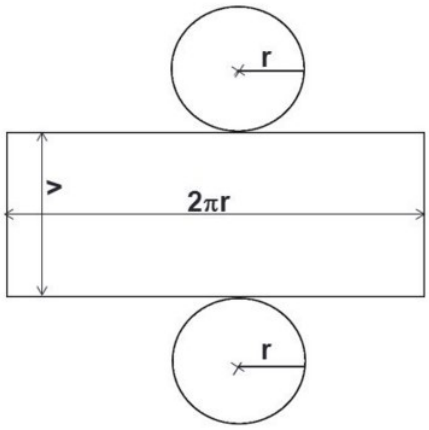
Válec je v prostoru ohraničen dvěma podstavami a pláštěm. Tyto plochy tvoří tzv. povrch válce. Představíme-li si, že celý válec ponoříme do barvy a pak ho vytáhneme, bude povrch válce tvořen právě všemi obarvenými body.

Povrch válce je sjednocením dvou podstav a pláště válce.

Při vytváření sítě válce bychom mohli postupovat tak, že bychom ho rozstřihli podél kružnic, které ohraničují podstavy. Aby bylo možné obě podstavy od pláště „odklopit“, musí každá z nich mít s pláštěm společný jen jeden bod. Popsaným způsobem získáme rovinný útvar, který se nazývá síť válce.

Oba kruhy mohou být na protějších stranách pravoúhelníku „přilepeny“ kdekoli. Často se však oba kruhy umisťují „pod sebe“. Vidíte to na následující síti válce. Jsou na ní vyznačeny i poloměry *r* obou podstav a výška *v* válce.

Výška je jedním rozměrem obdélníku, který vznikl rozvinutím pláště. Druhý rozměr tohoto obdélníku je roven obvodu podstavy válce, tedy pro povrch válce platí vzorec



Obrázek 7: síť válce

$$S = 2S_p + S_{pl},$$

kde S_p je obsah jedné podstavy a S_{pl} obsah pláště. Jako obvykle označíme *v* výšku válce a *r* poloměr podstavy.

Povrch válce s poloměrem podstavy *r* a výškou *v* vypočítáme:

$$\boldsymbol{S = 2\pi r \cdot (r + v)}$$

Zobrazení sítě válce je připraveno ve 4. příkladu kapitoly 3.3.

Objem válce

Pomocí objemu můžeme vyjádřit, „kolik místa“ dané těleso v prostoru zaujímá. Objem tělesa, které je rozděleno na několik částí, se rovná součtu objemů jednotlivých částí. „Tvar“ a „velikost“ válce závisejí na poloměru *r* jeho podstavy a na jeho výšce *v*.

Objem *V* válce spočítáme pomocí vzorce:

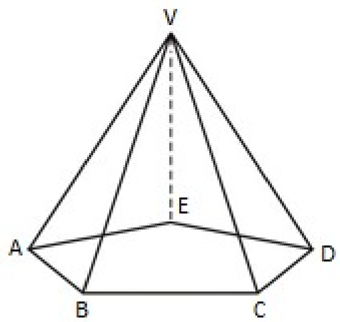
$$\boldsymbol{V = \pi r^2 v}$$

Povrch válce procvičíme v 3., 5., 7., příkladu kapitoly 3.3, a v 6. příkladu si musíme uvědomit, jak povrch počítáme a využijeme jen obvod kruhu, který tvoří podstavu válce. Objem počítáme také v kapitole 3.3 v příkladech 1, 8, a 9 a v kapitole 3.4 v příkladu 9.

2.2.3 JEHLAN

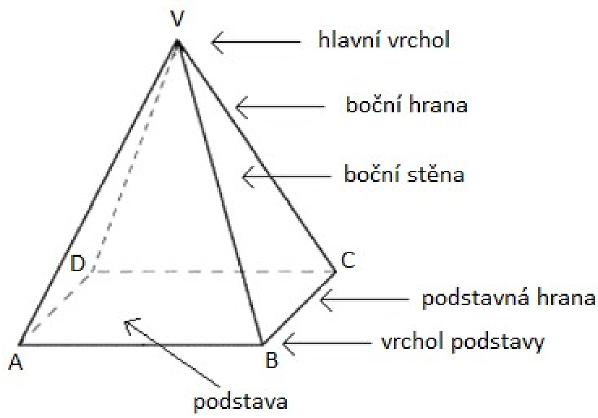
Jak vzniká jehlan?

V rovině je dán libovolný konvexní mnohoúhelník a bod V, který neleží v této rovině. Bod V spojíme úsečkami se všemi vrcholy mnohoúhelníku. Všechny body těchto úseček vytvoří těleso, které se nazývá jehlan.



Obrázek 8: jehlan

Daný mnohoúhelník (v našem případě pětiúhelník ABCDE) se nazývá podstava jehlanu. K vrcholům jehlanu patří jednak bod V (tzv. hlavní vrchol), jednak vrcholy mnohoúhelníku ABCDE (tzv. vrcholy podstavy). Strany mnohoúhelníku se nazývají podstavné hrany jehlanu. Úsečky, které spojují vrcholy podstavy s hlavním vrcholem V, se nazývají boční hrany. Každá boční stěna jehlanu je trojúhelník, jehož vrcholy jsou hlavní vrchol V a dva sousední vrcholy podstavy. Ke stěnám jehlanu počítáme kromě bočních stěn i podstavu.



Obrázek 9: popis jehlanu

Tento jehlan popíšeme jako jehlan ABCDV. Nejprve se vypisují vrcholy podstavy (v pořadí vrcholů příslušného mnohoúhelníku), hlavní vrchol zapisujeme až jako poslední. Podle počtu bočních stěn rozlišujeme jehlany trojboké (podstavou je trojúhelník), čtyřboké (podstavou je čtyřúhelník), pětiboké (podstavou je pětiúhelník) atd.

Podstavou *n*-bokého jehlanu je tedy n-úhelník.

Jehlan na obr. 9 je tedy čtyřboký.

Trojboký jehlan se někdy nazývá čtyřstěn, neboť má celkem čtyři stěny (podstavu a tři boční stěny). Čtyřstěn, jehož stěny jsou shodné rovnostranné trojúhelníky, se nazývá pravidelný.

Je-li podstavou jehlanu pravidelný n-úhelník a všechny jeho boční stěny jsou rovnoramenné trojúhelníky, říkáme, že je jehlan pravidelný.

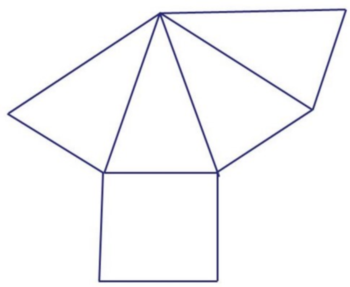
V případě, že jsou všechny stěny trojbokého jehlanu (čtyřstěnu) rovnostranné trojúhelníky, nazýváme jej pravidelný čtyřstěn.

Výška jehlanu je kolmá úsečka, která spojuje vrchol jehlanu V a je kolmá k rovině podstavy. Pata této kolmice P může u některých jehlanů ležet přímo v podstavě, u jiných mimo podstavu. Úsečka VP se nazývá výška jehlanu. Často také pojmem výška jehlanu rozumíme délku úsečky VP. Pata výšky pravidelného n-bokého jehlanu splývá se středem souměrnosti jeho podstavy.

Povrch jehlanu

Povrch jehlanu se skládá ze dvou částí – podstavy a pláště (viz obr. 10). Podstavou je mnohoúhelník a plášť jehlanu je sjednocením všech jeho bočních stěn.

Útvar vzniklý spojením bočních stěn jehlanu se nazývá plášť jehlanu.



Obrázek 10: síť jehlanu

Povrch jehlanu se rovná součtu obsahu podstavy S_p (mnohoúhelníku) a obsahu pláště S_{pl} (součet obsahů všech bočních stěn jehlanu – trojúhelníků).

$$\boldsymbol{S = S_p + S_{pl}}$$

Objem jehlanu

Objem libovolného jehlanu bez ohledu na tvar jeho podstavy vypočítáme tak, že vynásobíme obsah podstavy a tělesovou výšku a výsledek vydělíme třemi:

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} S_p \cdot v},$$

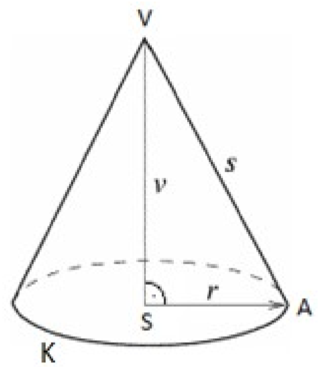
kde S_p je obsah podstavy a v jeho výška. [3]

Výpočet povrchu jehlanu využíváme v příkladu 4 v kapitole 3.4, kde je zapotřebí využití ještě pomocných výpočtů (Pythagorovy věty) k výpočtu délky boční hrany jehlanu. Objem jehlanu s využitím goniometrických funkcí počítáme v kapitole 3.4 v 6. příkladu.

2.2.4 KUŽEL

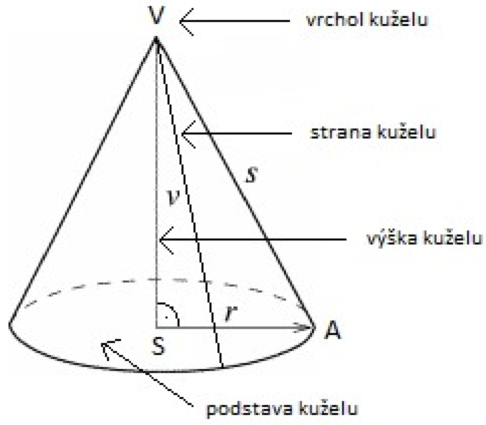
Jak poznáme kužel?

V rovině je dán libovolný kruh K a bod V, který neleží v této rovině jako daný kruh. Jestliže spojíme všechny body daného kruhu K a bodem V, získáme těleso, které se nazývá kužel. Je-li navíc úsečka spojující střed kruhu K s bodem V kolmá k rovině, ve které kruh K leží, říkáme takovému kuželu rotační kužel. Rotační proto, že jej můžeme získat rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jedné z jeho odvěsen. Na obr. 11 je to odvěsna SV pravoúhlého trojúhelníku ASV.



Obrázek 11: kužel

Nyní si popíšeme jednotlivé části kuželu:

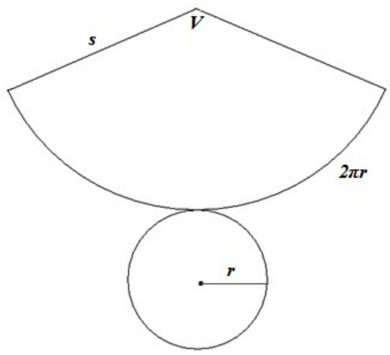


Obrázek 12: popis kuželu

Podstavu kužele tvoří kruh. Bod V se nazývá vrchol kuželu. Úsečka spojující vrchol s libovolným bodem ležícím na kružnici, která tvoří hranici podstavy, se nazývá strana kuželu. Všechny tyto části tvoří plášť kuželu. Výškou kuželu (rotačního) je úsečka spojující vrchol kuželu se středem jeho podstavy. Pojmem výška kuželu často také vyjadřujeme velikost této úsečky.

Povrch kuželu

Povrch kuželu je tvořen podstavou a pláštěm. Síť kuželu tvoří kruhová podstava a rozvinutý plášť. V případě rotačního kuželu je pláštěm kruhová výseč. Délka jejího oblouku se rovná obvodu podstavy kuželu a její poloměr je roven straně kuželu. Povrch kuželu je součtem obsahu kruhové podstavy S_pa obsah kruhové výseče S_{pl}tvořící plášť kuželu.



Obrázek 13: síť kuželu

Pro povrch kuželu tedy platí:

$$\boldsymbol{S} = S_p + S_{pl} = \pi r^2 + \pi r s = \boldsymbol{\pi r(r + s)},$$

kde r je poloměr podstavy a je strana kuželu.

Na obr. 13 vidíme plášť kuželu.

Povrch a plášť kuželu počítáme kapitole 3.4 v 1. a 2. příkladu.

Objem kuželu

Pro objem *V* kuželu s podstavou o obsahu S_p a výškou *v* platí vzorec $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v$.

Obsah podstavy kuželu je $S_p = \pi r^2$ a proto objem kuželu vypočítáme pomocí vzorce

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 v,}$$

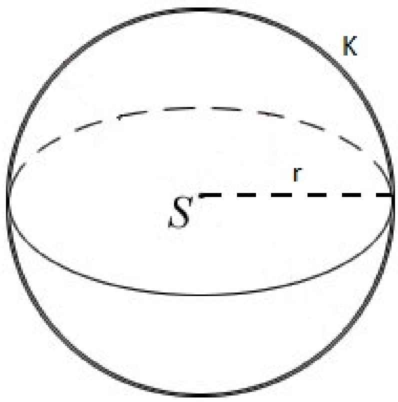
kde *r* je poloměr podstavy a *v* je výška kuželu.

Příklad na výpočet objemu kuželu najdeme v kapitole 3.4 jako druhý a dále se s objemem kuželu počítá v příkladu 11.

2.2.5 KOULE

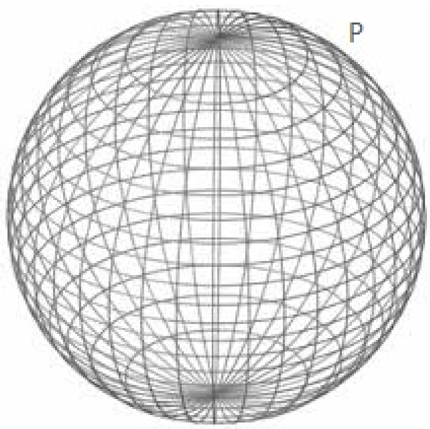
Otáčením kruhu kolem jeho jedné libovolné osy souměrnosti vznikne koule. Tím se ohraničí prostor, které říkáme koule.

Koule je množina všech bodů v prostoru, které mají od jejího středu *S* vzdálenost menší nebo rovnou poloměru *r*. Všechny ostatní body, které mají od středu S vzdálenost menší než r, tvoří vnitřek koule.



Obrázek 14: koule

Kouli na obr. č. značíme K (*S; r*).



Obrázek 15: kulová plocha

Koule K je omezena „uzavřenou“ plochou P, která je všude stejně „oblá“, takže nemá žádnou hranu ani žádný vrchol či jinak význačný bod.

Plocha P se nazývá kulová plocha se středem S a poloměrem r.

Povrch koule

Termín povrch znamená jednak kulovou plochu, která kouli omezuje, jednak její obsah. Kulovou plochu však (na rozdíl od povrchů mnoha jiných těles) nemůžeme „rozvinout“ do roviny. Síť koule tudíž neexistuje.

Velikost povrchu koule můžeme určit pomocí poloměru koule.

$$\boldsymbol{S = 4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

Objem koule

Objem kole o poloměru r vypočítáme podle vzorce:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

V kapitole 3.4 v příkladu č. 5 vycházíme z objemu koule, ale je zapotřebí znát ještě vzorec pro výpočet hmotnosti pomocí hustoty tělesa ($m = \rho \cdot V$). Dále s objemem pracujeme ještě v příkladu č. 7 a 8 a 11. Povrch koule se počítá v příkladech 3 a 7 také v kapitole 3.4.

3 PRAKTICKÉ ÚLOHY A JEJICH ZAŘAZENÍ DO HODIN MATEMATIKY

V této části práce jsem vytvořila úkoly procvičující učivo prostorové geometrie na 2. stupni ZŠ a úkoly jsem rozdělila podle jednotlivých ročníků, tak jak se učivo postupně probírá podle ŠVP ZŠ Domažlice.

V příkladech pro 9. ročník se objevují příklady vyžívající učivo matematiky napříč všemi ročníky a obory, využívají znalosti nejen prostorové geometrie, ale i dalšího učiva matematiky (např. procenta, poměr, aj.).

Vytvořené příklady jsem dala vypracovat žákům na ZŠ v Domažlicích a zhodnotila jejich výsledky a úspěchy. Vzhledem k tomu, že učivo prostorové geometrie je v tematickém plánu naší školy zařazené ve všech ročnících až na květen či červen, mají učivo čerstvě v paměti, ale ne příliš zažité.

Některé příklady zvládli žáci sami, s některými bylo třeba pomoci. Konkrétnější hodnocení, popis zpracování jednotlivých příkladů a rozvíjené klíčové kompetence uvádím na konci kapitoly u zhodnocení práce žáků.

I vzhledem k tomu, že s učením začínám a některé ročníky učím letos poprvé anebo jsem nikdy neučila, pojala jsem pracovní listy jako společnou práci v hodině, abych zjistila, zda jsou příklady vhodně zvolené, s čím mají problémy, kde nerozumí zadání nebo je zadání nejasné anebo naopak, co je pro žáky velmi jednoduché.

3.1 6. ROČNÍK

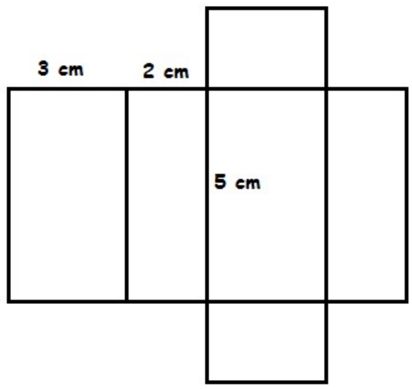
PŘÍKLAD 1:

Sestroj tři různé sítě krychle s hranou délky 1,5 cm.

PŘÍKLAD 2:

Na obrázku je zobrazena síť kvádru. Načrtněte tento kvádr a dopočítejte jeho povrch.

($62 cm^2$)



Obrázek 16

PŘÍKLAD 3:

Děti v mateřské škole mají polepit dřevěnou krabičku ve tvaru krychle s délkou hrany 65mm. Kolik cm^2 papíru budou potřebovat na polepení 10 takových krabiček?

(2 525cm^2)

PŘÍKLAD 4:

Jaký objem má akvárium ve tvaru kvádru o rozměrech 25 cm, 30 cm a 0,5m? Výsledek vyjádři v dm^3.

(37,5dm^3)

PŘÍKLAD 5: Inspirace [25]

Krychle má celkovou délku hran 96 cm. Jaký je objem a povrch této krychle?

(512cm^3, 384cm^2)

PŘÍKLAD 6:

Děti chtějí nově vymalovat dětský pokojíček. Pokoj má tvar kvádru s rozměry 3m, 5m a výška stropu je 2,5m. Stěny budou zelené, strop bílý. Na stěnách jsou dvě čtvercová okna s rozměrem 1,2m a dveře o rozměrech 90cm a 200cm. Kolik bude třeba koupit zelené a bílé barvy, když na 1m^2 je třeba 200ml barvy?

(3l bílé, 7l zelené)

PŘÍKLAD 7:

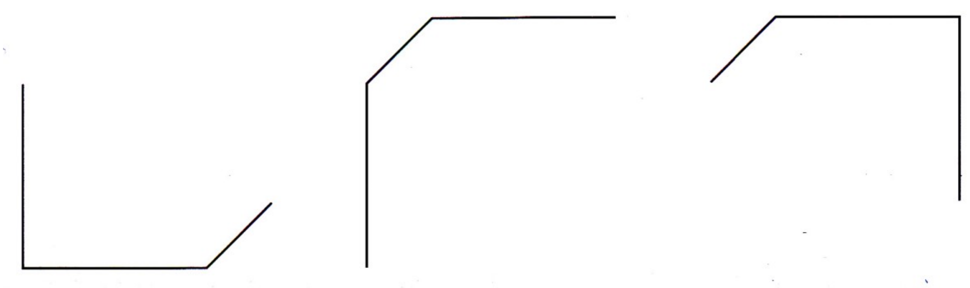
Cihla má rozměry 300 × 150 × 65mm. Zedník má postavit 3 plotové sloupky vysoké 130 cm se čtvercovou postavou o rozměrech 30 × 30 cm. Cena cihel za I. jakost je 10Kč/ks a II. jakost je 8Kč/ks. Kolik korun ušetří majitel, když si nechá sloupky postavit z levnějších cihel? (Rozměry spár zanedbejte).

(240Kč)

PŘÍKLAD 8: převzato [5]str. 188, 189

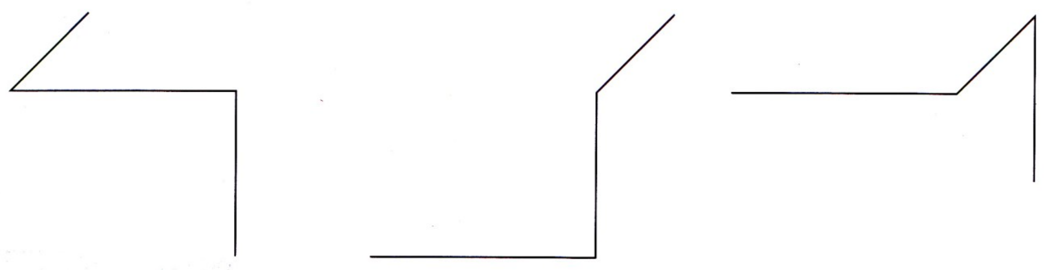
Na obrázcích jsou předkresleny viditelné hrany nedokončených těles a) krychlí, b) kvádrů. Dokončete konstrukci.

a)



Obrázek 17

b)



Obrázek 18

PŘÍKLAD 9: převzato [5] str. 208

Z meteorologického zpravodajství jsme se dozvěděli, že při bouřce napršelo 18mm vody.

a) Kolik litrů vody napršelo průměrně na 1m^2 plochy?

b) Kolik sudů o objemu 200l by se naplnilo vodou, která odtekla z rovné střechy domu obdélníkového půdorysu s rozměry 8,4m a 12m?

(18 l, 9 sudů)

PŘÍKLAD 10:

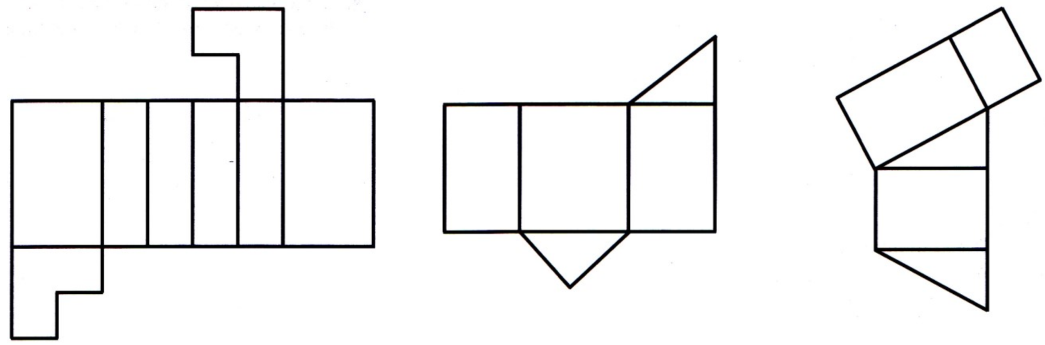
Kolik krychlí s délkou hrany a = 3cm můžeme vymodelovat z keramické hlíny o objemu 0,135m^3.

(5 000)

3.2 7. ROČNÍK

PŘÍKLAD 1: převzato [1], str. 49

Načrtni tělesa, jejichž síť vidíte na obrázku:



Obrázek 19

PŘÍKLAD 2: inspirace [1]

Vypiš podle obrázku:

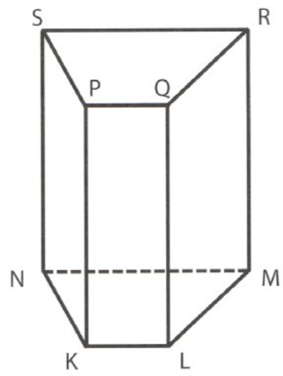
všechny podstavy:

všechny podstavné hrany:

všechny boční stěny:

všechny boční hrany:

co za útvar tvoří podstavu:



Obrázek 20

PŘÍKLAD 3:

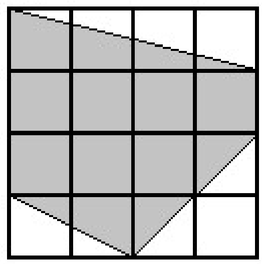
Bazén tvaru kolmého hranolu se dnem tvaru rovnoramenného lichoběžníku o rozměrech základen lichoběžníku 12 m a 20 m a rameny 8 m je hluboký 2 m. Při opravě je třeba natřít dno a stěny bazénu. Kolik m^2 je třeba natřít?

($208cm^2$)

PŘÍKLAD 4:

Jaký objem by měla nádoba vysoká 2 dm s podstavou pětibokého hranolu, který znázorňuje vybarvená část obrázku (1 čtvereček na obrázku má délku strany 1cm). Vyjádřete zlomkem a v procentech, jakou část tvoří vybarvená část

($220cm^3$, $\frac{11}{16}$, 69%)



Obrázek 21

PŘÍKLAD 5:

Vypočítejte objem hranolu vysokého 5cm, jestliže podstavu tvoří pravoúhlý trojúhelník s délkami odvěsen 6 cm.

($90cm^3$)

PŘÍKLAD 6:

Do papírové krabičky tvaru kvádru s rozměry: 6cm, 10cm a 25cm vložíme 2 stejná skleněná těžítka tvaru krychle s délkou hrany 5cm. V jakém poměru je objem papírové krabičky a objem těžítek?

(6:1)

PŘÍKLAD 7:

Sestroj síť trojbokého hranolu. Podstava je rovnostranný trojúhelník se stranou a= 2,5cm a výška hranolu je 40mm.

PŘÍKLAD 8: Inspirace [19]

Kolik dm^2 balicího papíru potřebujeme na zabalení dárku v krabici tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu (a= 20cm, v = 30cm), musíme-li přidat 10% na přehnutí?

($35,2dm^2$)

PŘÍKLAD 9:

Je dán pravidelný čtyřboký hranol s délkou podstavné hrany 6cm a výškou 8cm. Jaký bude povrch a objem pravidelného čtyřbokého hranolu, jestliže se jeho podstavná hrana změní v poměru 1:3 a výška v poměru 3:2.

($104cm^2$, $48cm^3$)

PŘÍKLAD 10:

Maruška vyrábí ozdobný stojánek na tužky a chce ho polepit barevným papírem. Kolik cm^2 bude potřebovat, jestliže krabička má tvar pravidelného šestiúhelníku s délkou strany 4 cm a výška je 10 cm.

($240cm^2$)

3.3 8. ROČNÍK

PŘÍKLAD 1:

Jaká je minimální výška vázy, do které je možno nalít 2 litry vody a průměr dna je 8cm?

(39,8cm)

PŘÍKLAD 2: Převzato z [25]

Bazén je 6m dlouhý, 3m široký a voda v něm je napuštěna do výšky 1,5m. Když do něho skočil Ivan a zcela se ponořil, hladina stoupla o 4,3mm. Jakou hmotnost má Ivan, jestliže víme, že 1 litr lidského těla váží přibližně 1kg?

(77,4kg)

PŘÍKLAD 3:

Paní učitelka připravuje pro děti základ na vyrábění velikonočních zajíčků. Pro každé dítě natře hnědou barvou ruličku od toaletního papíru o průměru 45mm a výškou 10cm. Jak velkou plochu natře, když má ve třídě 20 dětí?

(28,8dm^2)

PŘÍKLAD 4: inspirace [9]

Nakresli na milimetrový papír síť válce, jehož průměr je 2cm a výška 3cm.

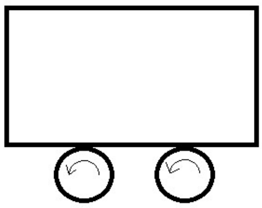
PŘÍKLAD 5: převzato [6] str. 202

Za 1m^2 plakátovací plochy vybírá obec poplatek 500Kč. Kolik korun utrží, pronajme-li k nalepení plakátů sloup tvaru válce s průměrem 2m a výškou 3m?

(9 425Kč)

PŘÍKLAD 6: inspirace [12]

Při stěhování těžkého nákladu si můžeme pomoci válečky, které umístíme pod náklad (viz obr.)



Obrázek 22

Určete, o jakou vzdálenost se pohne náklad ve směru pohybu, když se váleček o poloměru 15cm otočí jednou dokola? (Nápověda: Válec se otočí po podlaze a náklad se pohybuje po válci.)

(94,25cm)

PŘÍKLAD 7: inspirace [27]

Jak velkou plochu uválcuje silniční válec s šířkou 2m a průměrem 120cm, když se otočí 10krát?

(75,4m^2)

PŘÍKLAD 8:

Válcová nádoba má vnitřní průměr 113mm a její objem je 2 litry. Kolik procent objemu nádoby je zaplněno, pokud voda sahá do výšky 15cm?

(asi 75%)

PŘÍKLAD 9: inspirace [8]

Nápojová sklenice tvaru válce má vnitřní průměr 6,5cm a hloubku 17cm. V jaké vzdálenosti od horního okraje sklenice je ryska označující objem půl litru?

(2cm)

PŘÍKLAD 10: převzato [8] str. 102

Vypočtěte objem a povrch hranolu, který má výšku 5 cm a podstavou je rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB, $|AB| = 3cm,$ a $|BC| = 2{,}5\ cm$

($15cm^3$, $46cm^2$)

PŘÍKLAD 11: inspirace [13]

Pingpongové míčky o průměru 4cm se prodávají ve válcových krabičkách po šesti. Urči vnitřní rozměry krabičky.

(24×4cm)

3.4 9. ROČNÍK

PŘÍKLAD 1: inspirace [2]

Na věži kostela se bude měnit střešní krytina. Střecha je tvaru kuželu o průměru 5,4m a vzdálenost vrcholu střechy od okraje je 5m. Kolik m^2 krytiny je třeba objednat?

($43m^2$)

PŘÍKLAD 2: inspirace [2]

Osový řez kuželu je rovnostranný trojúhelník se stranou 15cm. Vypočítejte jeho povrch i objem.

($530cm^2$, $765cm^3$)

PŘÍKLAD 3: inspirace [22]

Kolikrát se zvětší povrch koule, když se její poloměr zvětší dvakrát?

(4krát se zvětší)

PŘÍKLAD 4:

Děti si přejí indiánské teepee. Maminka se rozhodla, že jim ho ušije sama. Kolik m^2 látky bude potřebovat, když bude mít tvar pravidelného šestibokého jehlanu s výškou 3m a podstava bude pravidelný šestiúhelník s délkou strany 120cm? Na spoje a odpad připočítejte 10%.

($12{,}8m^2$)

PŘÍKLAD 5:

Jak těžká bude žulová dekorativní koule na zahradu o průměru 70cm, jestliže hustota žuly je $\rho = 2600\ kg/m^3$?

(466kg)

PŘÍKLAD 6:

Vypočítejte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou a = 20cm, jestliže protější boční hrany svírají úhel 40°.

($5\,180cm^3$)

PŘÍKLAD 7: převzato z [28]

Ze tří hliněných koulí s objemy $V_1=69\ cm^3$, $V_2=61\ cm^3$ a $V_3=23\ cm^3$ se vytvarovala jedna velká koule. Určete její povrch.

($137cm^2$)

PŘÍKLAD 8: inspirace [7]

Zmrzlinářka má připraveno 20l zmrzliny. Kolik si vydělá korun, když jeden „kopeček“ se rovná polovině koule o průměru 6cm (odpad neuvažujte) a stojí 6 Kč. 10 % z tržby ale musí odevzdat majiteli prodejního místa.

(1 914 Kč)

PŘÍKLAD 9: převzato z [22] str. 106

Kamion má dvě stejné palivové nádrže tvaru ležících válců. Vnitřní délka každé nádrže je 1,1m a vnitřní průměr její podstavy je 0,6m. Nafta v první nádrži zaujímá $\frac{1}{10}$ jejího objemu a v druhé nádrži je $\frac{1}{4}$ jejího objemu. Vypočítejte celkový objem obou nádrží. Kolik litrů nafty je možné ještě dotankovat do a) první nádrže, b) druhé nádrže tak, aby byly obě nádrže plné?

(asi 620l, a) asi 279l, b) asi 232,5l)

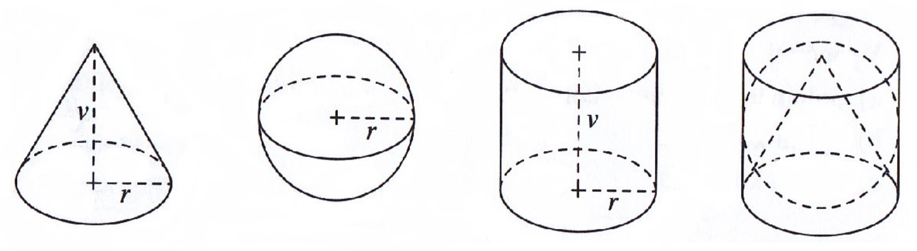
PŘÍKLAD 10: inspirace [2]

Kolik litrů vody se vejde do ozdobné vodní nádrže tvaru hranolu s podstavou pravidelného šestiúhelníku, jestliže délka strany je 35cm a výška nádoby je 1,5m.

(477l)

PŘÍKLAD 11: převzato [13] str. 34

Válec, kužel i koule mají stejný poloměr r a pro výšku v válce i kužele platí v = 2r. Proto lze kouli i kužel „vepsat“ do válce tak, jak ukazuje obrázek. Vypočítej postupný poměr objemů kužele, koule a válce.



Obrázek 23

(1:2:3)

3.5 HODNOCENÍ VÝSLEDKŮ A ÚSPĚCHŮ PŘI ŘEŠENÍ ZADANÝCH ÚLOH

3.5.1.1 6. ROČNÍK

Úlohy vypracovalo 30 žáků 6. tříd při hodinách matematiky. Pracovali jsme společně. Nejdříve jsme si přečetli zadání, žáci měli možnost se zeptat, pokud něčemu nerozuměli a poté zkusili sami příklad vypočítat. Jejich práci jsem průběžně kontrolovala, doplňovala, zodpovídala na další dotazy, popř. upozorňovala na nepřesnosti v jejich řešení. Příklady jsme vypracovávali postupně během 5 vyučovacích hodin, kdy jsme vždy na začátku hodiny spočítali 2 příklady. Některé příklady jsou na výpočet a přemýšlení složitější, proto by bylo pro žáky náročné, vypracovat všechny najednou. Proto jsem pracovní list rozdělila do více vyučovacích hodin a bylo to pro žáky i zpestření běžné výuky.

Postřehy k jednotlivým příkladům uvádím zde:

1. Příklad: Žáci neměli problém s pochopením, co se po nich požaduje, ale větší problém pak bylo vymyslet tři různé varianty. Většina dala dohromady dvě

varianty, s třetí si poradilo 10 žáků. Někteří z nich si pomohli vystřižením z papíru a poskládáním.

2. Příklad: V tomto příkladu velké problémy nebyly, většina zvládla kvádr načrtnout, jen zobrazení neviditelné hrany činilo některým žákům problém. Vypočítání samotného povrchu pak problém nebyl, vzorec až na výjimky žáci znali.
3. Příklad: Pochopení zadání a výpočet příkladu problém nebyl. Někteří zapomínali na převod jednotek a odpověď v požadovaných jednotkách.
4. Příklad: U tohoto příkladu bylo třeba upozornit na jednotky a nutnost před počítáním převést na stejné jednotky.
5. Příklad: Zde měli někteří problém uvědomit si, co znamená „celková délka hran“, a hlavně kolik hran krychle vlastně má. Po upřesnění výpočet povrchu a objemu byl snadný.
6. Příklad: Tento příklad byl jeden z nejsložitějších na pochopení. Poradila jsem jim, ať si danou místnost načrtnou, aby pochopili, co se vlastně maluje, kde se nachází okna, dveře a jaké plochy mají spočítat a co odečíst.
7. Příklad: U tohoto příkladu bylo třeba se více zamyslet nad poskládáním cihel do sloupků, popř. i nakreslit, ale pak již nebyl problém s výpočtem.
8. Příklad: Dokončit konstrukce bylo bez problému, jen někteří si neuvědomili, že hrany, které nejsou viditelné, se znázorňují čárkovanou čarou (popř. vůbec).
9. Příklad: U tohoto příkladu bylo nutné vysvětlit zadání, co vlastně mají počítat a jak k výsledku dospějeme.
10. Příklad: Tento příklad spočítali bez obtíží, zde žádné problémy nebyly.

3.5.1.2 7. ROČNÍK

Žáci dostali pracovní listy, měli za úkol pročíst zadání a zeptat se na případné nejasnosti a poté se snažili pracovat samostatně, ale měli povoleno se na cokoli zeptat, pokud by jim nebylo něco jasné, nebo si s něčím nevěděli rady. Příklady jsme opět počítali během 4 vyučovacích hodin společně a příklady vypracovalo 34 žáků 7. ročníků.

1. Příklad: Zde měli žáci velký problém s prostorovou představivostí. Největší problém jim dělal útvar č. 3.

2. Příklad: Tento příklad byl jednoduchý na zopakování základních částí těles.
3. Příklad: Zde jsem jim doporučila udělat nákres a uvědomit si, co potřebují spočítat. Problému tu měli někteří se vzorcem pro výpočet obsahu lichoběžníku a někteří i s výpočtem obsahu pláště.
4. Příklad: U tohoto příkladu neměli problém díky čtvercové síti určit obsah podstavy, někteří si nemohli vzpomenout, jak spočítáme objem hranolu, ale po upřesnění vzorce a upozornění na sjednocení jednotek, bez problému dopočítali. Vyjádřit zlomkem a procenty vybarvenou část také nikomu problém nedělalo.
5. Příklad: Žáci si v převážné většině nevěděli rady s výpočtem obsahu pravoúhlého trojúhelníku. Vypočítat objem hranolu už nebyl problém, vzorec už byl použit i v příkladu č. 4.
6. Příklad: Výpočet byl zcela bez obtíží, určení poměru zvládli také dobře.
7. Příklad: U tohoto příkladu se inspirovali v příkladu č. 1 prostřední sítí. Pak už bylo třeba dodržet jen předepsané rozměry a bez velkých problému příklad splnili.
8. Příklad: Ani zde žádné komplikace v řešení nebyly, procenta dopočítali přes jedno procento a výsledky byly správné.
9. Příklad: Zde byl největší problém změnit číslo v poměru. Bylo třeba vysvětlit a připomenout změnu čísla v daném poměru, pak již příklad vyřešili využitím již použitých vzorců v předcházejících příkladech.
10. Příklad: Načrtli si podstavu šestiúhelníku, vyznačili zadané strany, a když si uvědomili, co mají počítat, výpočet byl jednoduchý a zvládli jej bez problémů.

3.5.1.3 8. ROČNÍK

I zde probíhalo řešení stejným způsobem jako v předchozích ročnících.

1. Příklad: Zde měli problém s vyjádřením výšky ze vzorce. Jednotky převáděli správně.
2. Příklad: U tohoto příkladu se nejprve žáci zděsili nad zadáním. Postupně vyřešili objem bazénu, ale poté zjistili, že stačí spočítat objem s výškou 4,3 mm. Společnými silami dali dohromady i převody jednotek.

3. Příklad: Zde sami vymysleli řešení a dopočítali, nezapomněli ani na převedení jednotek.
4. Příklad: Žáci věděli, že síť válce se skládá z obdélníku a dvou kruhů, někteří si nebyli jisti, kde mají připojit podstavy, zda musí být naproti sobě či nikoli. Větší problém byl s dopočítáním „délky“ obdélníku. Poloměr podstavy je poměrně malý, hůře se jim rýsoval.
5. Příklad: Při postupu si počínali správně, nejdříve spočítali povrch pláště válce a poté spočítali poplatek. Chybu dělali v dosazení do vzorce, kde si pozorně nepřečetli, že je v zadání průměr a dosazovali za poloměr.
6. Příklad: Nejdříve navrhovali výpočet obsahu pláště, až pak přišli na to, že správný bude obvod kruhu. Výpočet pak byl bez problémů.
7. Příklad: Opět padl od některých žáků návrh na výpočet obvodu kruhu, ale většina byla za obsah pláště, který správně 10x vynásobili. Už připraveni z předchozích příkladů dávali pozor na zadání a nejdříve převedli na společné jednotky.
8. Příklad: Po chvilce přemýšlení přišli na správný postup. Nejdříve spočítat objem válce s výškou 15 cm a zadaným průměrem a pak dopočítat, kolik to je procent z 2 litrů.
9. Příklad: Tento příklad měli někteří žáci problém pochopit, co je vlastně myšleno „hloubkou“? Nakonec s malou pomocí příklad spočítali. Jen většina zapomínala spočítat rozdíl obou výšek.
10. Příklad: Po předchozích příkladech obsahující výpočet objemu a povrchu těles byl problém hlavně s výpočtem obsahu podstavy, tedy rovnoramenného trojúhelníku. S nápovědou využít Pythagorovu větu se většině podařilo dopočítat správný výsledek.
11. Příklad: Tento příklad byl jednoduchý, vyřešen bez problémů.

3.5.1.4 9. ROČNÍK

Žáci 9. ročníku si s příklady poradili celkem hravě, většinu učiva mají probráno a jsou po přijímacím řízení na střední školy, tak mají vše zopakované. Pracovali samostatně, v případě nejasností spolupracovali se spolužáky, a pokud ani společně nenašli řešení, příklad jsme si vysvětlili na tabuli společně.

1. Příklad: V tomto příkladu žádný problém nebyl, vzoreček studenti znali, nepřehlédli ani v zadání průměr, a jen dosadili a dopočítali.
2. příklad: Tady si udělali náčrtek pro představu a společnými silami jsme dopočítali výšku kuželu a poté už dosazení do vzorců bylo bez problémů.
3. Příklad: Zde vyšli ze vzorce, ve většině případů řešili příklad „zkusmo“, dosazením konkrétních čísel a došli ke správnému závěru. Poté jsme si ukázali, jak dojdeme k výsledku výpočtem.
4. Příklad: U tohoto příkladu trošku zaváhali, ale po načrtnutí a označení zadaných délek se pustili do počítání. Bylo třeba připomenout, jak vypadá pravidelný šestiúhelník. V průběhu výpočtů se ujišťovali, zda počítají správně a kontrolovali dílčí výsledky.
5. Příklad: S první částí příkladu žádný problém nebyl, v druhé části jsem jim musela připomenout vzorec pro výpočet hustoty, z kterého si pak již bez problémů vyjádřili hmotnost.
6. Příklad: Zde nevěděli, jak začít. Nechybí nám nějaký údaj? Po nápovědě, že bude třeba goniometrické funkce, si vzpomněli a společnými silami příklad dopočítali.
7. Příklad: V tomhle příkladě měli ve většině problém s třetí odmocninou. Společně jsme tedy vyjádřili r^3 a na kalkulačce jsme pak dopočítali výsledek.
8. Příklad: Se zmrzlinou a procenty žádný problém nebyl. Vše spočítali v pořádku.
9. Příklad: Tady se na první pohled studenti příkladu lekli, ale ve skutečnosti je příklad jednoduchý a řešení proběhlo bez komplikací.
10. Příklad: Zde jsme si museli ujasnit vlastnosti pravidelného šestiúhelníku, protože nevěděli, jak se do toho pustit a domnívali se, že jim nějaký údaj potřebný k výpočtu chybí.
11. Příklad: Tento příklad představoval asi největší problém, neboť je to příklad obecný, bez zadaných konkrétních čísel, a s těmito příklady mají žáci obecně největší problém. Příklad jsme vyřešili společně.

Veškeré činnosti žáků by měly podporovat rozvíjení klíčových kompetencí uvedených v RVP (viz příloha č.1, str. I-IX). Žáci při řešení zadaných úkolů volí vhodné metody pro řešení konkrétních příkladů z reálného života, využívají vlastní myšlenky a sledují vlastní pokrok při řešení problémů, tím rozvíjí klíčové kompetence k řešení problémů. K vyřešení zadaných úkolů musí využít již dříve osvojené znalosti a dovednosti a tyto informace propojit do větších celků a tak rozvíjí kompetence k učení. Některé příklady počítali žáci samostatně, některé jsme počítali společně, ale vždy měli možnost, a využívali ji, ke konzultaci se spolužáky. Tím rozvíjeli kompetence sociální, personální a komunikační, protože spolu nad řešením diskutovali a pro dosažení dobrého výsledku museli správně vyjádřit své myšlenky a spolupracovat, čímž se učí respektovat názory druhých lidí. Při práci dodržují stanovená pravidla a plní své povinnosti a tím rozvíjí i kompetence pracovní.

Vzhledem k tomu, že tématem práce je prostorová geometrie, tak, dle mého názoru, všechny příklady přispívá k rozvoji prostorové představivosti. Některé více, některé méně. Pro řešení příkladů, které řeší problematiku sítí těles, je prostorová představivost nezbytná, musí si vytvořit přesnou představu tvaru základních geometrických těles. V příkladech, kde se počítá objem nebo povrch využitím vzorce, tolik prostorové představivosti třeba není. Příklad 6 v kapitole 3.1 se ale bez prostorové představivosti neobejde a je třeba umět si představit prostorové uspořádání dané místnosti, co pro nás v daný moment znamenají okna a dveře v místnosti a zda se budou malovat všechny stěny. Tento příklad také dělal žákům 6. ročníku největší problém. U většiny příkladů je potřeba udělat si náčrtek a zakreslit zadané údaje a udělat si představu o tom, jak budeme v řešení příkladu postupovat. Žáci musí umět číst s porozuměním a umět modelovat obrázek znázorňující prostorovou situaci, např. příklad 2 v kapitole 3.3. K vyřešení příkladu 10 v kapitole 3.3 musí žáci umět popsat situaci geometrickou terminologii a symbolikou, dopočítat pomocí dříve osvojených vědomostí (Pythagorovy věty) potřebné údaje k dosazení do vzorce a vypočítání dotazovaných údajů. V příkladech, kde se objevuje práce se sítí tělesa nebo zobrazením tělesa v prostoru (kap. 3.1 př. 1. a 8., kap. 3.2 př. 1), musí vytvořit názorný obrázek prostorové situace.

4 HRY A ÚLOHY ROZVÍJEJÍCÍ PROSTOROVOU PŘEDSTAVIVOST

4.1 PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST

Prostorová představivost patří mezi potřeby běžného života. Prostorová představivost se rozvíjí spolu s dalším vnímáním již od útlého věku. Lidé s rozvinutou prostorovou představivostí mají často lepší uplatnění v technických i uměleckých směrech. Počáteční rozvíjení prostorové představivosti začíná v rovině. Děti se učí rozlišovat geometrické tvary a v obrazcích hledat různé geometrické tvary, ze kterých se obrazec složen. Později se dostávají ke složitějším úlohám v prostoru. Skládají tělesa a sestavují sítě těles. [10]

Je možné a nutné ji rozvíjet ve všech předmětech, ale především v geometrii. Když se žák zmocňuje pojmů a vět geometrie vlastní aktivitou, experimentováním, hledáním souvislostí, mnohonásobným ověřováním svého poznání, bude kvalita jeho znalostí dobrá a trvalá. Rozhodující úlohu při tomto poznávání mají osobní zkušenosti (úlohy a činnosti, které podporují přirozeným způsobem rozvoj prostorové představivosti).

Žáci prostřednictvím rozmanitosti činností poznají na vlastním prožitku účinnost aktivního učení, které vede k soustředění, přemýšlení, objevování, tvořivé diskusi a také motivuje, povzbuzuje a přináší radost a klidnou atmosféru do vyučovacích hodin matematiky. Činnosti v geometrii, které vedou k rozvoji představivosti – modelování, pozorování, experimentování, komunikativní dovednosti, stavebnice jako základ geometrického poznání, geometrické hádanky – řešení a tvoření a modelování těles a jejich sítí. [23]

Otázkou prostorové představivosti se zabývá mnoho autorů v mnoha publikacích.

Co je to prostorová představivost vysvětlují ve svém díle Perenčaj a Repáš (1985) takto: „Mohli by sme povedať, že je to akési videnie priestoru. Ale ten predsa musí vidieť každý, kto vidí. Problém je v tom, že nestačí priestor vidieť, ale je nutné si ho i uvedomovať.“ [14], str. 30.

„Šarounová ve své práci užívá místo prostorové představivosti pojem geometrická představivost a zabývá se těmito jejími složkami:

- schopností rozeznávat rovinné útvary,

- představami o některých vztazích mezi útvary v rovině,

- schopností rozeznávat základní tělesa v prostoru,

- představami o vzájemné poloze těles a rovin v prostoru.“ [11]

„Podle Stopenové za dílčí učební cíle rozvíjení prostorové představivosti obvykle považujeme:

- vytvoření přesných představ tvaru základních geometrických útvarů,

- schopnost provést v představě analýzu geometrických útvarů (odhadnout nebo stanovit vzájemnou polohu podmnožin bodů tvořících geometrický útvar a odhadnout nebo popsat vztahy mezi nimi),

- číst s porozuměním a umět modelovat obrázek znázorňující prostorovou situaci (ve volném rovnoběžném promítání, ve sdružených pravoúhlých průmětech na dvě a tři průmětny, kótovaný půdorys apod.),

- vytvořit představu velikosti základních jednotek velikosti, odhadnout velikosti geometrických útvarů,

- popsat situaci geometrickou terminologií a symbolikou,

- představit si složené geometrické útvary jako sjednocení základních geometrických útvarů,

- umět rozhodnout o prostorovém uspořádání geometrických útvarů („viditelnost“ na obrázku znázorněných prostorových situací),

- vytvářet konstrukční dovednost (tj. podle představy znázornit obrázkem vzájemnou polohu a velikost geometrických útvarů), dovednost vytvořit názorný obrázek prostorové situace nebo tělesa ve volném rovnoběžném promítání, dovednost sestrojit sdružené průměty tělesa, vymodelovat stavbu z krychlí apod.“ [11]

ROZVOJ PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI

Každý člověk má jiné dispozice k rozvoji prostorové představivosti. Rozvíjí se na základě geneticky podmíněných a vrozených vloh, realizuje se zráním jedince a míra rozvoje závisí také na výchově, na učení, vlastní činnosti jedince a prostředí (především sociálním). Při rozvoji prostorové představivosti je nenahraditelná manipulace s tělesy, pevnými modely a tak se nenásilnou formou – formou hry - rozvíjí prostorová představivost již od předškolního věku.

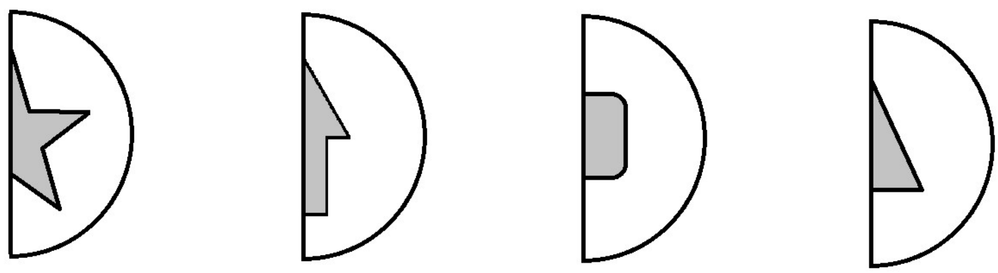
4.2 ÚLOHY ROZVÍJEJÍCÍ PROSTOROVOU PŘEDSTAVIVOST

V této části se budu věnovat aktivitám rozvíjející a testující prostorovou představivost. Rozdělila jsem jí na 3 části. V první části se budu věnovat činnostem v rovině, což představuje také nezbytnou úlohu v celkové orientaci v prostoru. V druhé části se objeví úkoly a rébusy prostorové. Třetí část jsem věnovala hlavolamům a hrám rozvíjející nenásilnou formou právě orientaci v prostoru. SMART hry zmíněné v této části jsou výborným společníkem pro všechny, od malých dětí po dospělé, a všem pomohou v rozvíjení jednak logického myšlení a uvažování, ale hlavně zmíněné prostorové představivosti. Prostorovou představivost všichni potřebujeme a pomůže nám obohatit náš život. Pracovní listy k aktivitám jsou v příloze č. 4 na str. XXX-XXXV. Úlohy jsem zadala žákům všech ročníků 2. stupně ZŠ a jejich výsledky na závěr této kapitoly zhodnotila.

4.2.1 ČINNOSTI V ROVINĚ

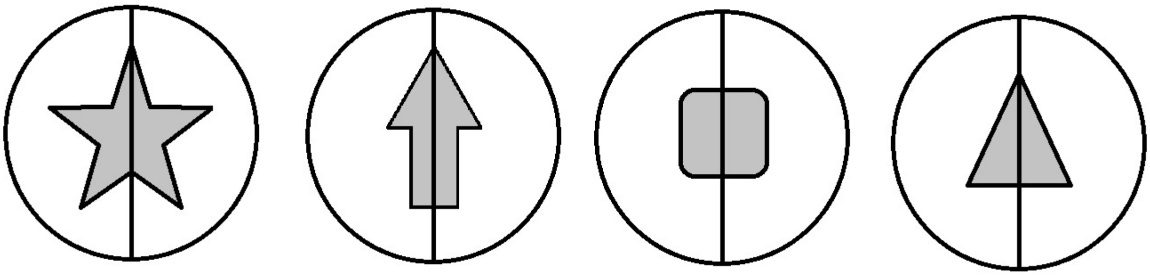
ÚLOHA 1 - A: INSPIRACE [20]

Kruhy z papíru byly přeloženy podle své osy a z každého byla po přeložení odstřižena vyznačená část (viz obr. č. 24). Ke každému přeloženému kruhu dokresli, jak vypadá nepřeložený kruh po vystřihnutí dané části.



Obrázek 24

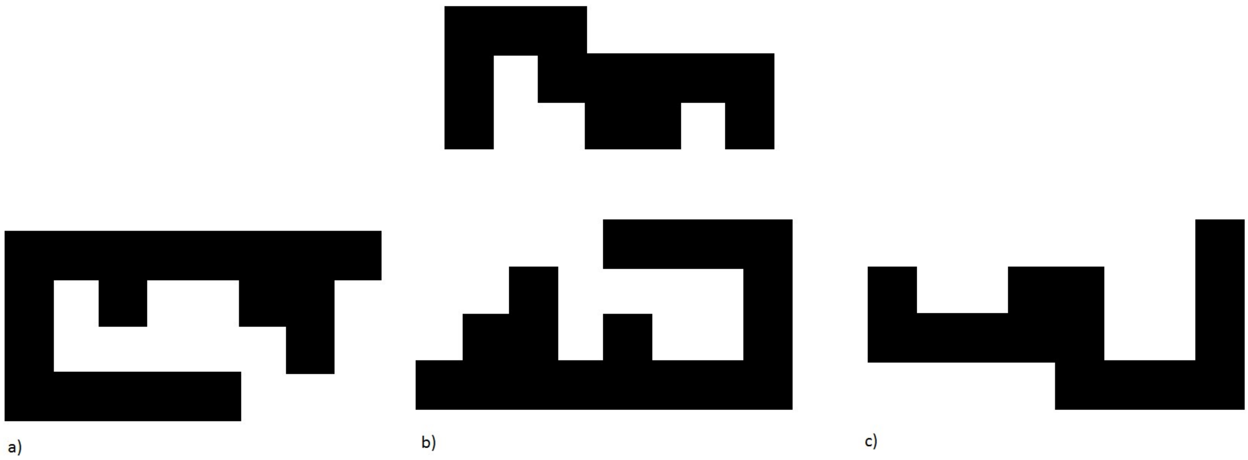
Řešení:



Obrázek 25

ÚLOHA 2 - A: INSPIRACE [30]

Jaký z uvedených dílků chybí k sestavení obdélníku? Správnou odpověď zakroužkujte.



Obrázek 26

Řešení: a)

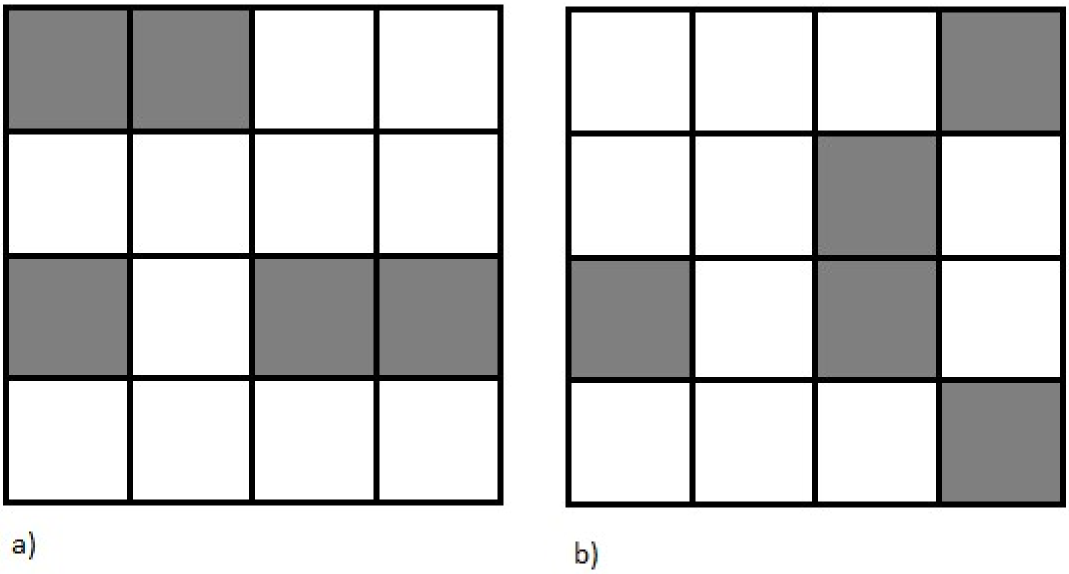
ÚLOHA 3 - A: INSPIRACE [29]

Dobarvěte čtverce tak, aby obrázek byl:

a) Osově souměrný

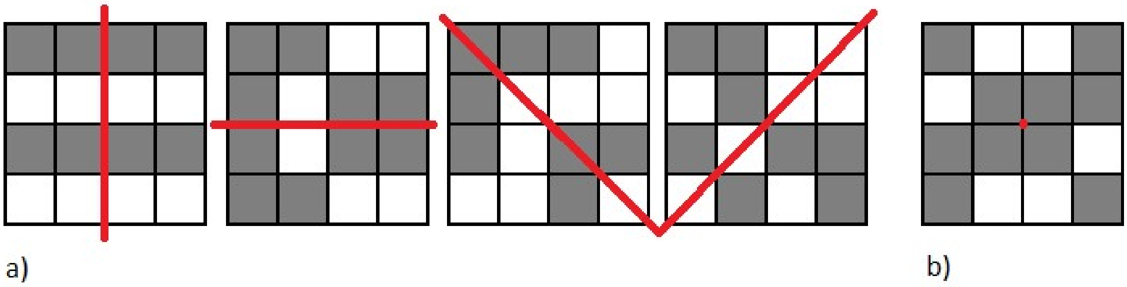
b) Středově souměrný

Vybarvěte vždy co nejmenší počet čtverečků. Pokud je více možností, uveďte všechny.



Obrázek 27

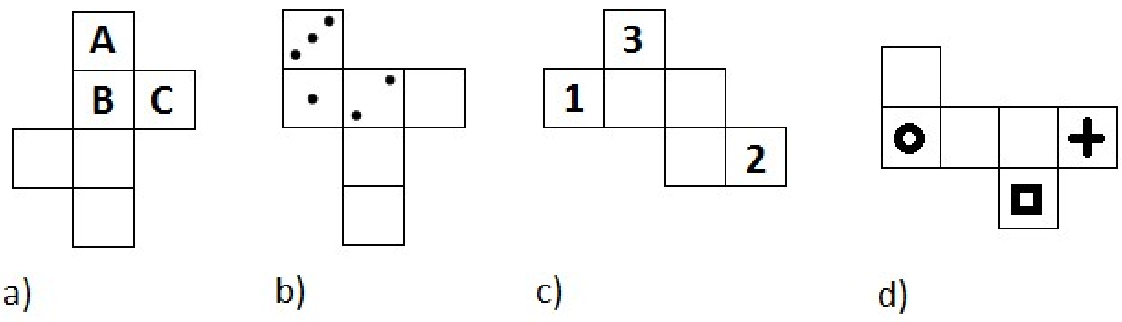
Řešení:



Obrázek 28

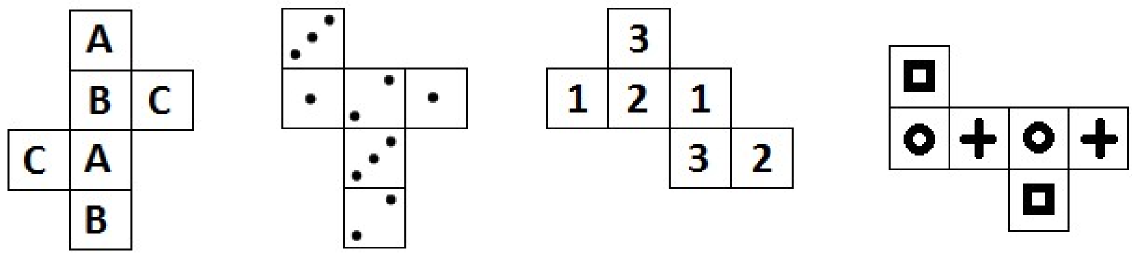
ÚLOHA 4 - A: INSIRACE [11]

Doplňte znaky na síti hrací kostky tak, aby jich na protilehlých stěnách byly vždy stejné znaky



Obrázek 29

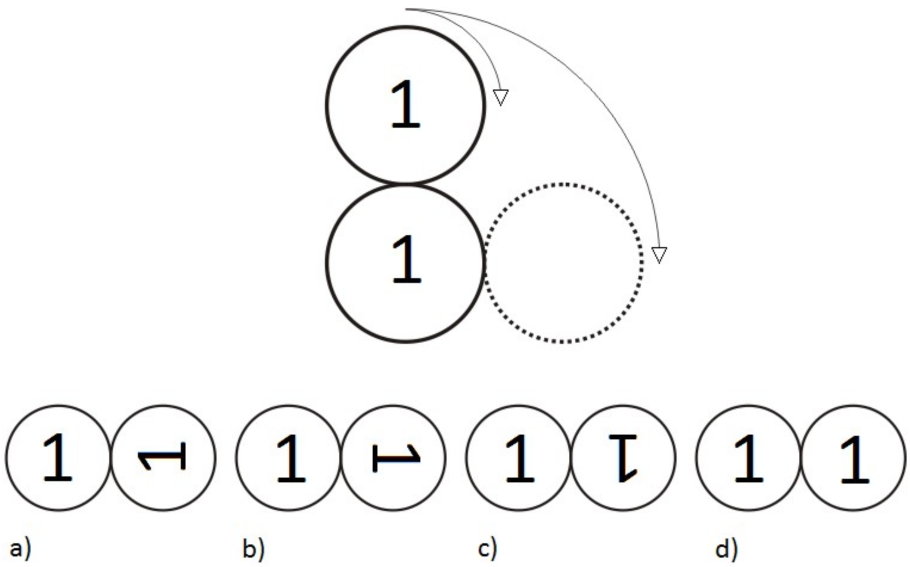
Řešení:



Obrázek 30

ÚLOHA 5 - A: INSPIRACE [26]

Výherní žeton se bez sklouznutí otáčí ve směru naznačeném šipkou. V jaké pozici bude číslo na žetonu v místě naznačeném přerušovanou čarou?



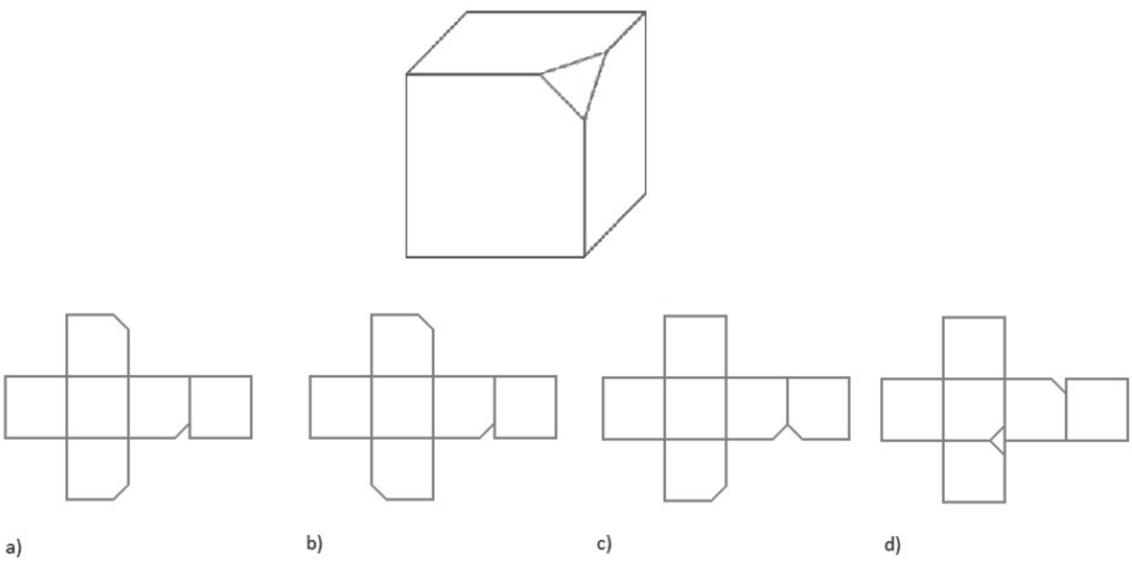
Obrázek 31

Řešení: c)

4.2.2 ČINNOSTI V PROSTORU

ÚLOHA 1 - B: [29]

Krychli byl uříznut jeden vrchol podle obrázku. Jaká síť odpovídá této krychli?

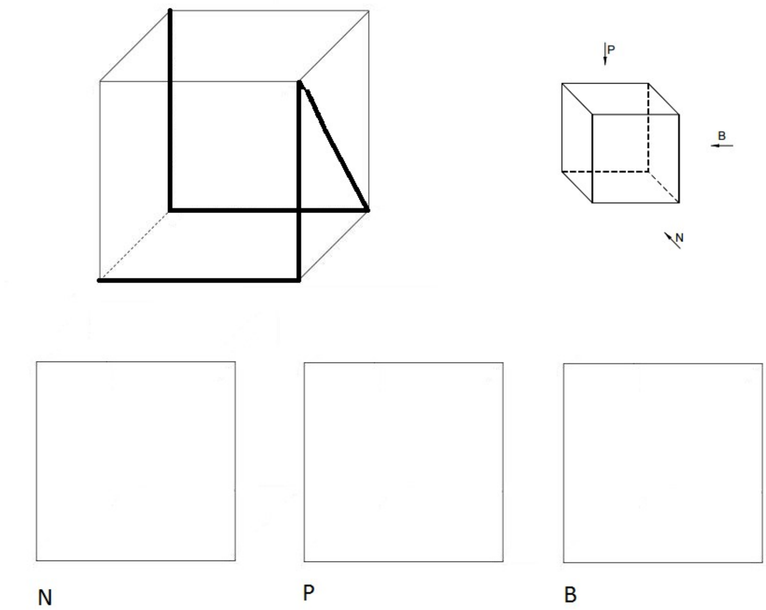


Obrázek 32

Řešení c)

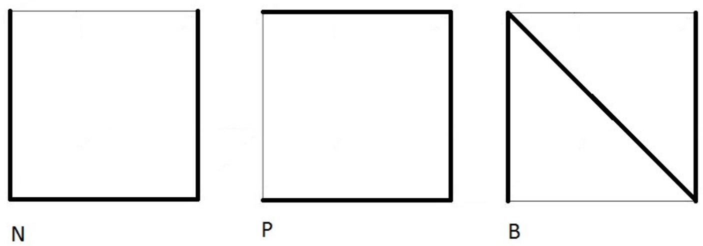
ÚLOHA 2 - B: INSPIRACE [24]

Sestrojte nárys N, půdorys P a bokorys B drátu znázorněného ve volném rovnoběžném promítání.



Obrázek 33

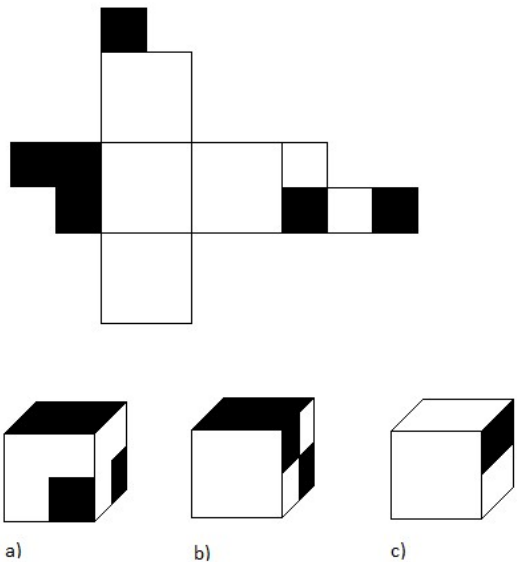
Řešení:



Obrázek 34

ÚLOHA 3 - B: INSPIRACE [29]

Která krychle odpovídá zobrazené síti?

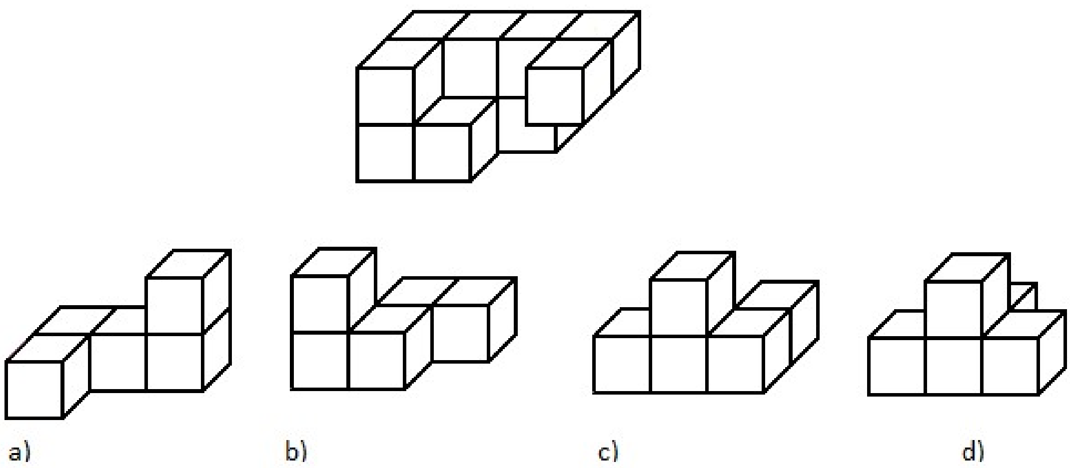


Obrázek 35

Řešení: b)

ÚLOHA 4 - B: INSPIRACE [29]

Který z dílku chybí na dokončení kvádru na obrázku?

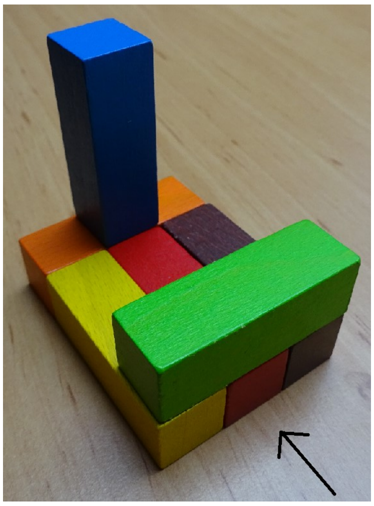


Obrázek 36

Řešení: b)

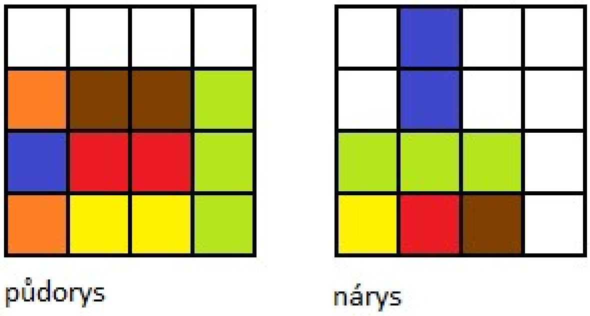
ÚLOHA 5 - B :

Do připravených sítí nakreslete půdorys a nárys (ve směru šipky) stavby na obrázku (pozn.: všechny kostky jsou stejně velké).



Obrázek 37

Řešení:



Obrázek 38

4.2.3 ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI

Pracovní listy jsem ve všech ročnících zadala stejné. V každém ročníku byly pracovní listy zadány 40 žákům. Na vypracování měli 40 minut, někteří práci odevzdali dříve. Vzhledem k probranému učivu daných ročníků jsem očekávala rozdíly ve správnosti řešení některých úkolů, zejména týkajících se středové či osové souměrnosti.

Jednotlivé úkoly byly žákům v převážné většině srozumitelné, u některých bylo třeba malé doplnění. Úlohy 1-A a 2-A byly bez problémů, v úloze 3-A by bylo vhodné doplnit, že se má dobarvovat nejmenší počet čtverečků. Většina ze žáků volila v případě osové souměrnosti jen jednu variantu, zřejmě podle počtu předkreslených sítí, a to buď vodorovnou, nebo svislou osu. Osa vedená úhlopříčkou čtverce nikoho nenapadla. Někteří se s tím vyrovnali tak, že vybarvili celou předkreslenou síť. V úloze 3-A a 4-A také žádné nepřesnosti nebyly. V druhé části by bylo vhodné jen v úloze 5-B doplnit, že mají dané nárysy a půdorysy znázornit barevně podle obrázků. Většina žáků to brala jako samozřejmost, když měli v předloze barevný obrázek, někteří se ujistili dotazem, ale našli se i tací, kteří vybarvili síť pouze jednobarevně. Také si někteří neuvědomili, že jedna barevná „kostka“ je složena z 3 krychliček.

ZHODNOCENÍ ČINNOSTÍ V ROVINĚ

V 6. ročníku si nejlépe poradili s prvním úkolem, který byl poměrně jednoduchý a dopadl nejlépe ve všech ročnících. Všech 40 žáků odpovědělo správně. Ani s druhým úkolem neměli velké problémy, s testovaných 40 žáků si s tímto úkolem neporadilo pouze 8 žáků. Zato s testem na středovou souměrnost si většina „šesťáků“ neporadila, neboť se středovou souměrností se ještě nesetkali. V tematickém plánu ji mají až v 7. ročníku. Polovina dětí správně doplnila obrazec osově souměrný, který mají v čerstvé paměti, neboť ji probírali v matematice na začátku března. Sítě krychlí by neměl být velkým problémem, ale s tímto úkolem si správně poradilo pouze 45% žáků. Úkol 5-A byl velkým „oříškem“ a dopadl nejhůře ze všech zadaných úkolů. Poradilo si s ním pouze 12 žáků. Neuvědomovali si, že když se otáčí jeden žeton, že se pohybuje po obvodu toho druhého, tak se celkově změní jejich poloha no o čtvrt otáčky, jak byla nejčastější odpověď, ale o polovinu. Správnou odpověď jsme si ověřili pokusem s mincemi.

Dvě sedmé třídy na naší škole jsou prospěchově velmi rozdílné. 7. B má prospěchový průměr z matematiky 1,7 a 7. C má průměr 3,2. Výsledky prostorové představivosti dopovídali i daným matematickým dovednostem. Úplně bez problému si poradili jen s úkolem 1-A, s úkolem 2-A si neporadilo 6 žáků ze 40 testovaných „sedmáků“ a v úkolu 3-A chybovalo 8 žáků ze všech. Úkol 3-A dopadl dobře, neboť středovou souměrnost mají v čerstvé paměti ze začátku března. Nejhůře dopadl úkol 5-A, který vyřešilo jen 7 z nich, polovina žáků vyřešila úkol 4-A.

Osmý ročník si s úkoly poradil o poznání lépe než nižší ročníky. Úkol 1-A byl 100%, v příkladu 2-A chybovali 3 žáci. Nejhůře si vedli s úkolem 3-A, 5-A a 2-B kde byli úspěšní jen 4 žáci. Ostatní úkoly byly průměrné, cca 50% žáků na ně odpovědělo správně.

V 9. ročníku se našli dva žáci, kteří nedokázali vyřešit úkol 1-A, který jinak zvládli všichni z 80 testovaných žáků 2. stupně ZŠ. Ale jinak si v porovnání s ostatními ročníky vedli nejlépe. Po svém, ale správně, vyřešilo úkol 3-A 12 žáků, kteří vybarvili obrazec celý. Na základě toho jsem si uvědomila, že by bylo vhodné do úkolu doplnit poznámku, že se musí dobarvit co nejméně čtverečků.

ZHODNOCENÍ ČINNOSTÍ V PROSTORU

V druhé části, v prostoru, si vedli také nejlépe s prvním úkolem, kde bylo 75% úspěšných řešitelů. Úkol 2-B představoval asi největší problém, a to i přes pomocný obrázek, který žákům „napovídal", co je to nárys, půdorys a bokorys. Tento úkol vyřešilo pouze 9 žáků. Síť krychle si v úkolu 3-B představilo správně 24 žáků. Správný výsledek úkolu 4-B jsem zaznamenala u 17 žáků. S barevným obrázkem si bez problémů poradilo 18 žáků a 6 jich vybarvilo správně jen půdorys. Nárys byl pro ně mnohem složitější a největším problémem bylo si uvědomit, jak dlouhá je jedna barevná „kostka".

V 7. ročníku si nejhůře poradili s úkolem 2-B, který vyřešilo jen 7 z nich. Polovina žáků správně vyřešila úkol 1-B a 5-B. Ostatní úkoly byly zvládnutelné pro méně než 15 dětí.

8. ročník si vedl nejlépe ze všech. Velmi úspěšným úkolem byl 1-B a 3-B, kde pouze 8 žáků neopovědělo správně. 4-A nevyřešilo 15 žáků. Nejhůře si vedli s úkolem 2-B, kde byli úspěšní jen 4 žáci, s ostatními si vždy poradila polovina z žáků.

Žáci z 9. ročníku dopadli ze všech testovaných tříd nejlépe a to i v řešení prostorových úkolů. Jen úkol 2-B dopadl právě v 9. ročníku nejhůře ze všech. Správně ho vyřešilo pouze 5 žáků.

Žáci si v průběhu plnění pracovních listů vytvářejí přesnou představu tvarů základních geometrických útvarů, učí se provést v představě analýzu geometrických útvarů, odhadnou nebo stanoví vzájemnou polohu bodů tvořících geometrický útvar, umí modelovat obrázek znázorňující prostorovou situaci, dovedou vytvořit názorný obrázek prostorové situace a umí si představit složené geometrické útvary jako sjednocení základních geometrických útvarů.

Z celkového hodnocení musím konstatovat, že s přibývajícími roky, a také lety školní docházky, se u dětí prostorová představivost mírně zlepšuje. Ale žádné výrazné pokroky to nejsou. Myslím si, že vhodné je prostorovou představivost více rozvíjet a podporovat, neboť nám umožňuje lépe se orientovat a obohacuje nám pohled na svět.

V následující části je několik tipů, jak na to.

4.2.4 HRY PODPORUJÍCÍ ROZVOJ PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI

Výbornou „pomůckou“ pro rozvoj prostorové představivosti jsou SMART Games, které jsou jedinečnou kombinací hry pro jednoho a hlavolamu.

Pravidla jsou jednoduchá, vysvětlitelná v několika bodech. Hra přinese nejen dlouhé hodiny zajímavé zábavy, ale také přispěje k rozvoji inteligence, logického myšlení a prostorové představivosti.

Všechny logické SMART hry jsou určeny pro jednotlivce a nejsou časově náročné. Hrát můžete jen několik minut, ale i několik hodin.

Představím některé z nich. U každé hry uvádím, jaké cíle výuky prostorové geometrie podle Stopenové (viz str. 45) jsou naplňovány.

Záhadný hrad

Obrázek 39

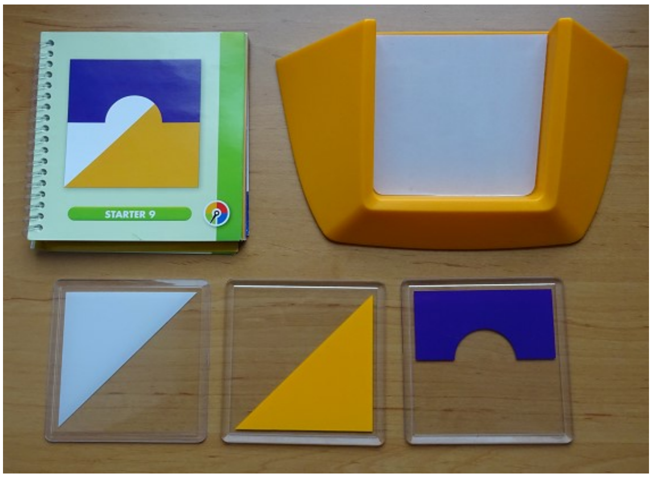
Záhadný hrad je krásná dřevěná 3D logická hra. Cílem je sestavit různé dřevěné díly tak, aby postavený hrad odpovídal zadání. Obsahuje různé úrovně náročnosti pro děti od 3 let.

Tato logická hra rozvíjí logické myšlení a prostorovou představivost při řešení jednotlivých zadání. Učí vytvářet si přesnou

představu o tom, jak je možno jednotlivé prvky zkombinovat a schopnost provést v představě analýzu geometrických těles, aby nás to dovedlo k řešení.
Pravidla hry jsou jednoduchá. Z přiložené knížky se zadáním si vyberete hrad, který chcete postavit. Pomocí dílků stavebnice (3 různé pokreslené dřevěné hranoly s vyvrtanými otvory a 3 různě dlouhé věžičky) sestavíme hrad tak, aby odpovídal zadání. Pokud si nebudete vědět rady anebo budete chtít jen zkontrolovat Vaše řešení, návod najdete na druhé straně obrázku.

Barevný kód

Barevný kód zaujme jak děti, tak i dospělé. S knížky se zadáním si vyberete jeden ze 100 rébusů, které jsou rozdělené do 4 úrovní podle náročnosti (Starter, Junior, Expert a Master). Proto se z počátku může zdát, že je hra jednoduchá, ale postupně se stává náročnější a složitější. K dispozici je 18 průhledných destiček s různobarevnými tvary. Ty se skládají do stojánku tak, aby výsledný vzor odpovídal vzoru v zadání.



Obrázek 40

Důležitý přitom není pouze správný výběr destiček, ale také jejich správné natočení a pořadí, ve kterém je na sebe umístíte.
Na obr. č. 40 máte jedno ze zadání se zobrazenými destičkami v takovém pořadí a natočení, jak budeme pokládat, abychom dostali správný vzor. Správné řešení můžeme nalézt nebo ověřit na druhé straně zadání.

Hra rozvíjí logické myšlení a prostorovou orientaci. Naučí nás provést v představě analýzu geometrických útvarů, odhadnout a vytvořit si představu o velikosti geometrických útvarů a umět rozhodnout o prostorovém uspořádání geometrických útvarů.

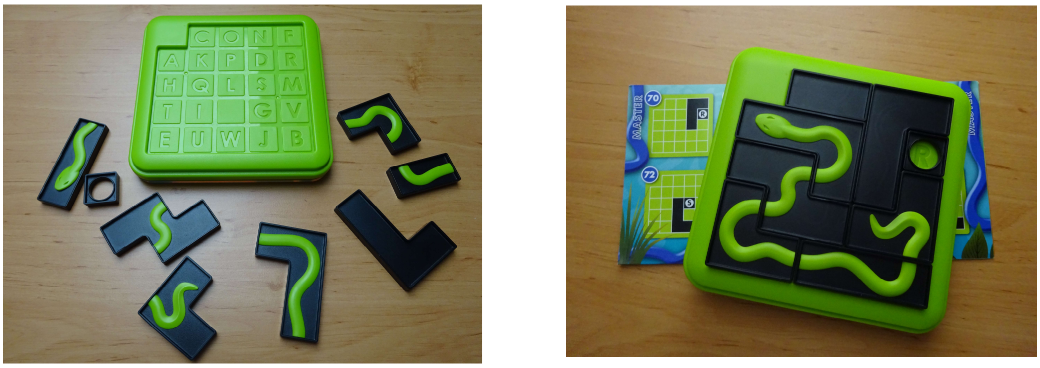
Anakonda

Cílem hry je sestavit mýtického hada.

Vyberete si jedno zadání a podle nákresu umístíte uvedené dílky na herní plochu. Poté máte za úkol ze zbylých kostiček poskládat hada od hlavy až k ocasu. Na délce hada nezáleží, ale had musí být souvislý, musí mít jen jednu hlavu a jeden ocas a žádná část nesmí být oddělená od ostatních. Použít musíte všechny kostičky, ale pozor, kostičky jsou oboustranné, tak se musíte rozhodnout, jak kostičku umístit. Pokud takového hada sestavíte, můžete ověřit správnost na druhé straně zadání, popř. získáte nápovědu.

Hra rozvíjí logické myšlení, prostorovou představivost, koncentraci, plánování, vytváří přesné představy o tvaru základních geometrických útvarů, učí odhadnout velikosti geometrických útvarů a umět si představit složené geometrické útvary jako sjednocení základních geometrických útvarů.

Na obr. č. 41 vidíte základní díly stavebnice a jedno z možných zadání (č. 70) s řešením.



Obrázek 41

IQ Puzzle

Obrázek 42

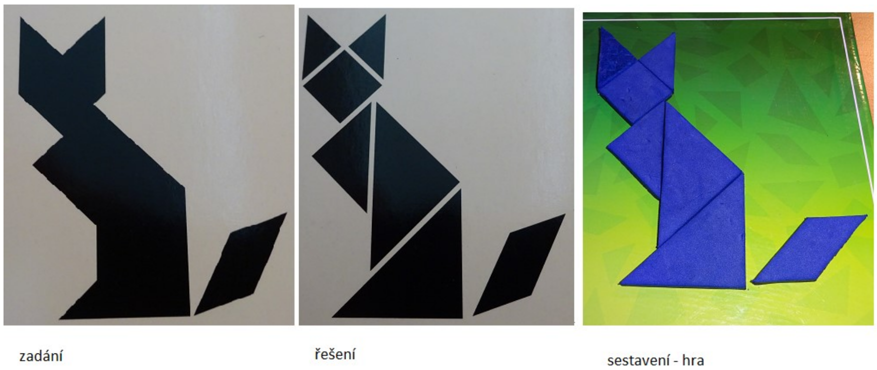
IQ Puzzle je hlavolamová hra pro 1 hráče.
Cílem je poskládat jednotlivé dílky složené z kuliček buď do plochy, nebo do pyramidy. Malé děti mohou začít tím, že budou podle návodu skládat jednotlivé dílky do plochy nebo pyramidy podle návodu, to je naučí udělat si představu o možnostech řešení. Postupně mohou skládat bez návodu a postupovat od nejlehčího zadání, neboť i tato hra má zadání rozdělené podle náročnosti. Hra obsahuje 72 2D rébusů a 29 3D rébusů.

Hlavolam velice zábavným způsobem otestuje vaši prostorovou představivost, schopnost provést v představě analýzu geometrických útvarů a vytvořit si představu o velikosti geometrických útvarů.

Tangramy

Tangramy jsou velmi stará čínská hra. Nikdo přesně neví, kdy a jak vznikla. Podle legendy staré více než 1000 let muž jménem Tan upustil na zem dlaždici a ta se rozbila na 7 částí. Když se ji pokoušel složit zpět do tvaru čtverce, zjistil, že se dá složit řada různých tvarů. Tangramy v sobě spojují matematické a umělecké prvky a pomáhají při rozvíjení logického myšlení a prostorové představivosti dětí i dospělých. Pomocí této činnosti se také cvičí cit pro geometrické obrazce, přispívají k pochopení učiva o obsahu rovinného obrazce, učí se rozhodnout o prostorovém uspořádání geometrických útvarů a vytvořit si představu o velikosti geometrických útvarů.

Postup: Nejprve si vyberete rébus, který chcete řešit a využitím daných 7 dílů se pokusíte obrazec sestavit (z obrázku znáte pouze obrys obrazce). Pokud si nebudete vědět rady, na druhé straně zadání naleznete řešení (viz obr 43).



Obrázek 43

Hodnocení her:

Jednu vyučovací hodinu v každém ročníku jsem věnovala právě logickým SMART hrám představeným výše. Musím potvrdit, že hry měly veliký úspěch a žáci byli hodinou nadšeni. 45 minut je ale málo na to, aby všichni vyzkoušeli všechny hry a proto si někteří půjčili vybranou hru i domů. I přes relativně krátkou dobu, co se žáci hrám věnovali, měli favority. Nejúspěšnější byla Anakonda a Barevný kód. U menších dětí (6. třída) vítězil Tajemný hrad.

Já osobně mám všechny zmíněné hry také vyzkoušené, a musím potvrdit, že jsou výborné na procvičení prostorové představivosti a mnohdy i logického myšlení. Nutí člověka přemýšlet o vlastnostech geometrických útvarů a těles a představovat si jejich možné prostorové uspořádání. Jsou velice „návykové“ a ve vyšších úrovních se Vám při nich někdy až „kouří z hlavy“.

5 ZÁVĚR

Ve své práci jsem se snažila podat ucelený přehled učiva zabývající se prostorovou geometrií v učivu na základních školách.

V teoretické části je přehled učiva v jednotlivých ročnících základní školy podle Školního vzdělávacího programu (ŠVP) základní školy Domažlice, kde učím. Ve druhé kapitole uvádím přehled těles, jejich vlastností a potřebných vztahů k vypočítání jejich objemů a povrchů. Tato část je rozdělena na podkapitoly podle jednotlivých těles, pro lepší orientaci čtenáře v textu.

Třetí kapitola obsahuje pracovní listy s úlohami na procvičování získaných vědomostí a hledání souvislostí v praktickém životě. Úlohy jsem zadala žákům na naší škole. Vzhledem k tomu, že jsem začínající učitel, počítali jsme úlohy společně. Zjišťovala jsem, s čím mají žáci největší problém, zda s pochopením zadaného příkladu či samotným výpočtem. Hodnocení s mými postřehy k příkladům najdete v další podkapitole.

Poslední část mé práce se věnuje prostorové představivosti. Obsahuje aktivity rozvíjející a testující prostorovou představivost nejen v prostoru, ale i v rovině. Jak si s úkoly poradili žáci 2. stupně ZŠ v Domažlicích, je shrnuto v následující podkapitole. Na závěr je představeno několik her, kde nenásilnou formou mohou rozvíjet prostorovou představivost lidé už od dětského věku až do dospělosti.

6 RESUMÉ

Tato diplomová práce se zabývá výukou prostorové geometrie v hodinách matematiky na základní škole a jejím zařazením do jednotlivých ročníků ZŠ.

Práce obsahuje teoretickou část, kde je shrnuto učivo stereometrie na ZŠ a rozděleno do podkapitol podle ročníků, ve kterém se dané učivo probírá. Nalezneme zde popis těles, jejich vlastností a základních vztahů.

V praktické části jsou připraveny pracovní listy na procvičení teoretického učiva a hledání souvislostí s praktickým životem, taktéž rozděleny podle ročníků.

K prostorové geometrii neodmyslitelně patří orientace v prostoru a touto problematikou se zabývá další část práce, kde jsou připraveny úlohy rozvíjející a testující úroveň prostorové představivosti žáků 2. stupně ZŠ. Na závěr jsou představeny možnosti rozvíjení logického myšlení a prostorové představivosti formou her.

This diploma thesis deals with teaching of spatial geometry in mathematics lessons at elementary schools (6^{th} to 9^{th} year – age 11 to 15 years) and its inclusion into the grades at elementary schools. This work includes the theoretical part where there is summarized the curriculum of stereometry at elementary schools and divided into the sub-chapters according to the school years where these specific topics are discussed. There is the description of the figures, their characters and basic relationships.

In the practical part there are prepared the worksheets for practicing the theoretical schoolwork and looking for the connections with the practical life, also divided according to the school years. To the spatial geometry definitely belongs the orientation in the space and with this issue deals the next part of this thesis. There are prepared exercises developing and testing the level of students' imagination from the 6^{th} to 9^{th} year of elementary schools. At the end there are introduced the possibilities of the logical thinking and spatial imagination by playing games.

7 SEZNAM LITERATURY

[1] BOUŠKOVÁ, Jitka, BRZOŇOVÁ M., TREJBAL J.. *Matematika 7 Geometrie: Pracovní sešit*. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-393-4.

[2] BOUŠKOVÁ, Jitka, BRZOŇOVÁ M., TREJBAL J. *Matematika 9 Geometrie: Pracovní sešit*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-490-0.

[3] EISLER, Jaroslav. *Matematika 6-9: pro vyšší stupeň ZŠ a nižší ročníky víceletých gymnázií*. Havlíčkův Brod: FRAGMENT, 1999. ISBN 80-7200-374-7.

[4] HERMAN, Jiří, Vítězslava CHRÁPAVÁ, Eva JANČOVIČOVÁ a Jaromír ŠIMČA. *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií: Hranoly*. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-85849-97-6.

[5] KOČÍ, Slavomír a KOČÍ Ladislav. *Pracovní sešit: Matematika 6. ročník, 3 díl*. Šumperk: TV Graphics, 2008.

[6] KOČÍ, Slavomír a KOČÍ Ladislav. *Pracovní sešit: Matematika 8. ročník, 3 díl*. Šumperk: TV Graphics, 2015.

[7] KOČÍ, Slavomír a KOČÍ Ladislav. *Pracovní sešit: Matematika 9. ročník, 3 díl*. Šumperk: TV Graphics, 2015.

[8] KRUPKA, Peter. *Sbírka úloh z matematiky: pro 2 stupeň základních škola a nižší ročníky víceletých gymnázií, 2. díl*. 4. Praha: Prométheus, 2012. ISBN 978-80-7196-313-4.

[9] MALÍK, Michal, PRESOVÁ J., ŠOLCOVÁ, V., NEDOROST R. *Hravá matematika*. Praha: Taktik Inetrnacional. ISBN 978-80-87881-20-0.

[10] MOLNÁR, Josef. a kol.: *Geometrická představivost.*(monografie). Olomouc: VUP, 2014, 116 str., ISBN 978-80-244-4057-6.

[11] MOLNÁR J., PERNÝ J., STOPENOVÁ A.: Prostorová představivost a prostředky k jejímu rozvoji. JČMF 2006

[12] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK Jiří. *Matematika pro 8. ročník základní školy: 3. díl*. Praha: Prométheus, 2000. ISBN 80-7196-183-3.

[13] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 9. ročník základní školy: 3.díl*. Praha: Prométheus, 2001. ISBN 80-7196-212-0.

[14] PERENČAJ, J., REPÁŠ, V.: Diagnostika rozvoja stereometrických predstáv študentov vysokých škol technických. MFvŠ 16. 1985.

[15] PERNÝ, Jaroslav. *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti*. 1. vyd. Liberec: Technická univerzita, 2004. 77s. ISBN 80-7083-802-7

[16] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia - Stereometrie*. 4. vydání. Praha: Prométheus, 2009. ISBN 978-80-7196-389-9.

[17] Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Dokument MŠMT. Praha: VÚP, 2005. ISBN 80-87000-02-1.

[18] SEDLÁČEK J., FIEDLER M., HRADECKÝ F. a kol.: *Slovník školské matematiky*. 1.vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1981. 240 s.

[19] SLOUKA Jan.: Geometrie pro 5. -9. Ročník ZŠ a nižší ročníky víceletých gymnázií. Olomouc: FIN, 1993. 191s. ISBN 80-85572-53-2

[20] ŠAROUNOVÁ, Alena, aj. Matematika 9, I. díl. Praha: Prométheus, 1999. 134 s. ISBN 80-7196-155-8. (s.9)

[21] Školní vzdělávací program, ZŠ a MŠ Msgre B. Staška Domažlice

[22] TREJBAL, Josef, KUČINOVÁ, Eva a VINTERA, František. *Sbírka úloh z MATEMATIKY II: pro 8. a 9. ročník ZŠ*. Praha: SPN, 2000, 256 s. ISBN 80-7235-111-7.

8 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ:

[23] Aktivní učení v matematice – rozvíjíme prostorovou představivost. *Jmskoly.cz* [online]. Brno [cit. 2016-05-12]. Dostupné z: http://www.jmskoly.cz/kurzy?id=6422.

[24] Ján Beňačka a kol., PROVIDE MOTIVATION THROUGH EXCITING MATERIALS IN MATHEMATICS AND SCIENCE, [online]. Univerzita Palackého v Olomouci, 2014, ISBN 978-80-244-4249-5 [cit. 2016-06-05]. Dostupné z: http://www.msc4all-project.eu/pdfs/Sample_Units_CZ_online.pdf

[25] Matematika. HackMath.net [online]. HackMath.net, 2016 [cit. 2016-05-11]. Dostupné z: http://www.hackmath.net/cz/priklad/1948?tag_id=64,102

[26] Matematický klokan [online]. Milan Rieger [cit. 2016-05-11]. Dostupné z: http://www.glouny.cz/klokan/benjamin_12.html

[27] *Matematika* [online]. Jana Presová, 2007 [cit. 2016-05-12]. Dostupné z: http://jane111.chytrak.cz/M8/procv8g_2.1.pdf

[28] Matematika. HackMath.net [online]. HackMath.net, 2016 [cit. 2016-05-11]. Dostupné z: http://www.hackmath.net/cz/uloha/1003?tag_id=42&result=1

[29] MOLNÁR, J., B. NOVÁK, D. NAVRÁTILOVÁ, P. CALÁBEK,. Matematický klokan 2004. [online]. Olomouc: UP Olomouc, 2004. [cit. 2016-05-11]. Dostupné z: http://www.matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2004.pdf

[30] MOLNÁR, J., NOVÁK, B., BÁRTKOVÁ E., CALÁBEK, P., NOCAR, D. a HÁTLE, J. Matematický klokan 2013. [online]. Olomouc: UP Olomouc, 2013. ISBN 978-80-244-3881-8. [cit. 2016-05-11]

Dostupné z : http://www.matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2013.pdf

[31] Předpokládané znalosti žáka. *Gymnázium Jana Nerudy* [online]. [cit. 2016-05-12]. Dostupné z: http://www.gjn.cz/soubory/105/Pedpokldan_znalosti_a_poadavky_MA.pdf

[32] Školní vzdělávací program pro základní vzdělávání 22. základní školy Plzeň, Na Dlouhých 49, příspěvkové organizace, 312 09 Plzeň. Dostupné z: https://www.22zsplzen.cz/wp-content/files/svp/svp-22zs-v5.pdf

9 SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK, GRAFŮ A DIAGRAMŮ

10 PŘÍLOHY

PŘÍLOHA 1: RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLSTVÍ

V souladu s principy kurikulární politiky, zformulovanými v Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR (tzv. Bílé knize) a zakotvenými v zákoně č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, ve znění pozdějších předpisů, se do vzdělávací soustavy zavádí nový systém kurikulárních dokumentů pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Kurikulární dokumenty jsou vytvářeny na dvou úrovních – státní a školní.

Státní úroveň v systému kurikulárních dokumentů představují Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy (dále jen RVP). Národní program vzdělávání vymezuje počáteční vzdělávání jako celek. RVP vymezují závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy – předškolní, základní a střední vzdělávání. Školní úroveň představují školní vzdělávací programy (dále jen ŠVP), podle nichž se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách.

Každá škola si vytváří ŠVP podle zásad stanovených v příslušném RVP.

POJETÍ ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ

Pojetí základního vzdělávání na 2. stupni je budováno na širokém rozvoji zájmů žáků, na vyšších učebních možnostech žáků a na provázanosti vzdělávání a života školy se životem mimo školu. To umožňuje využít náročnější metody práce i nové zdroje a způsoby poznávání, zadávat komplexnější a dlouhodobější úkoly či projekty a přenášet na žáky větší odpovědnost ve vzdělávání i v organizaci života školy. Základní vzdělávání vyžaduje na 1. i na 2. stupni podnětné a tvůrčí školní prostředí, které stimuluje nejschopnější žáky, povzbuzuje méně nadané, chrání i podporuje žáky nejslabší a zajišťuje, aby se každé dítě prostřednictvím výuky přizpůsobené individuálním potřebám optimálně vyvíjelo v souladu s vlastními předpoklady pro vzdělávání. K tomu se vytvářejí i odpovídající podmínky pro vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami. Přátelská a vstřícná atmosféra vybízí žáky ke studiu, práci i činnostem podle jejich zájmu a poskytuje jim prostor a čas k aktivnímu učení a k plnému rozvinutí jejich osobnosti. Hodnocení výkonů a pracovních výsledků žáků musí být postaveno na plnění konkrétních a splnitelných úkolů, na posuzování individuálních změn žáka a pozitivně laděných hodnotících soudech. Žákům musí být dána možnost zažívat úspěch, nebát se chyby a pracovat s ní. V průběhu základního vzdělávání žáci postupně získávají takové kvality osobnosti, které jim umožní pokračovat ve studiu, zdokonalovat se ve zvolené profesi a během celého života se dále vzdělávat a podle svých možností aktivně podílet na životě společnosti. (RVP)

CÍLE ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ

Základní vzdělávání má žákům pomoci utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného zejména na situace blízké životu a na praktické jednání. V základním vzdělávání se proto usiluje o naplňování těchto cílů:

- umožnit žákům osvojit si strategie učení a motivovat je pro celoživotní učení
- podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů
- vést žáky k všestranné, účinné a otevřené komunikaci
- rozvíjet u žáků schopnost spolupracovat a respektovat práci a úspěchy vlastní i druhých
- připravovat žáky k tomu, aby se projevovali jako svébytné, svobodné a zodpovědné osobnosti, uplatňovali svá práva a naplňovali své povinnosti
- vytvářet u žáků potřebu projevovat pozitivní city v chování, jednání a v prožívání životních situací; rozvíjet vnímavost a citlivé vztahy k lidem, prostředí i k přírodě
- učit žáky aktivně rozvíjet a chránit fyzické, duševní a sociální zdraví a být za ně odpovědný
- vést žáky k toleranci a ohleduplnosti k jiným lidem, jejich kulturám a duchovním hodnotám, učit je žít společně s ostatními lidmi
- pomáhat žákům poznávat a rozvíjet vlastní schopnosti v souladu s reálnými možnostmi a uplatňovat je spolu s osvojenými vědomostmi a dovednostmi při rozhodování o vlastní životní a profesní orientaci (RVP)

KLÍČOVÉ KOMPETENCE

Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. Smyslem a cílem vzdělávání je vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí na úrovni, která je pro ně dosažitelná, a připravit je tak na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti. Klíčové kompetence nestojí vedle sebe izolovaně, různými způsoby se prolínají, jsou

multifunkční, mají nadpředmětovou podobu a lze je získat vždy jen jako výsledek celkového procesu vzdělávání. Proto k jejich utváření a rozvíjení musí směřovat a přispívat veškerý vzdělávací obsah i aktivity a činnosti, které ve škole probíhají.
V etapě základního vzdělávání jsou za klíčové považovány: kompetence k učení; kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální; kompetence občanské; kompetence pracovní.

MATEMATIKA A JEJÍ APLIKACE

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena zejména na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli se prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium. Vzdělávání klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům. Žáci si postupně osvojují určité pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a způsoby jejich užití. [17]

CÍLOVÉ ZAMĚŘENÍ VZDĚLÁVACÍ OBLASTI

Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k:

- využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech – odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností, orientace
- rozvíjení paměti žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním si nezbytných matematických vzorců a algoritmů
- rozvíjení kombinatorického a logického myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů
- rozvíjení abstraktního a exaktního myšlení osvojováním si a využíváním základních matematických pojmů a vztahů, k poznávání jejich charakteristických vlastností a na základě těchto vlastností k určování a zařazování pojmů
- vytváření zásoby matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení úloh) a k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu

- vnímání složitosti reálného světa a jeho porozumění; k rozvíjení zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití; k poznání, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely
- provádění rozboru problému a plánu řešení, odhadování výsledků, volbě správného postupu k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému
- přesnému a stručnému vyjadřování užíváním matematického jazyka včetně symboliky, prováděním rozborů a zápisů při řešení úloh a ke zdokonalování grafického projevu
- rozvíjení spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi; k poznávání možností matematiky a skutečnosti, že k výsledku lze dospět různými způsoby
- rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, k soustavné sebekontrole při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematičnosti, vytrvalosti a přesnosti, k vytváření dovednosti vyslovovat hypotézy na základě zkušenosti nebo pokusu a k jejich ověřování nebo vyvracení pomocí protipříkladů

1. STUPEŇ

Na prvním stupni je vzdělávací obor Matematika a její aplikace je rozdělen v 1. - 5. ročníku na čtyři tematické okruhy, které se v jednotlivých ročnících spirálovitě rozvíjejí a prohlubují:

- Číslo a početní operace
- Závislosti, vztahy a práce s daty
- Geometrie v rovině a v prostoru
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

Pro přehled uvádím učivo geometrie a očekávané výstupy žáků na nižším stupni ZŠ.

Geometrie v rovině a prostoru

Učivo

- základní útvary v rovině – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- základní útvary v prostoru – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary

Očekávané výstupy – 1. období

žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
- rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce
- sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- sestrojí rovnoběžky a kolmice
- určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu

- rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

Učivo

- slovní úlohy
- číselné a obrázkové řady
- magické čtverce
- prostorová představivost

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky

Výuka matematiky směřuje k využívání matematiky v reálných situacích. Nabízí dovednost nutnou pro každodenní praktický život a řešení všedních i méně obvyklých situací, se kterými se žáci denně setkávají a které budou muset v životě řešit. Vzdělávání v oblasti Matematiky a její aplikace vede k seznámení a porozumění základních myšlenkových postupů a pojmů i odlišnost útvarů, které se vyskytují kolem nás a k využívání prostředků výpočetní techniky.

V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru žáci určují a znázorňují geometrické tvary (kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec) a modelují reálné situace, hledají podobnosti i odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nich, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině i v prostoru, učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, zjišťovat obvod a obsah, zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru učí žáky řešit polohové a metrické úlohy a problémy vycházející z běžných životních situací.

Nestandardní aplikační úlohy řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky. Nezbytné je však při řešení takových úloh využívat logické myšlení. Tyto úlohy by se měly dotýkat všech tematických okruhů v základním vzdělávání.

2. STUPEŇ

Vyučovací předmět má časovou dotaci 5-5-5-5 ve všech ročnících na druhém stupni. Vzdělávací oblast klade důraz na porozumění základním myšlenkám, pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům. Vzdělávací obor Matematika a její aplikace je rozdělen na 2. stupni ZŠ také na čtyři tematické okruhy, jako na prvním stupni.

Žáci si osvojují matematické pojmy, algoritmy, symboliku. Učí se používat získané dovednosti a vědomosti v praktickém životě. Matematické vzdělání vede žáky k přesnému vyjadřování, rozvoji logického uvažování, důslednosti, vytrvalosti, pečlivosti, schopnosti sebekontroly, tvořivosti a získávání sebedůvěry. Matematika má ve vzdělání nezastupitelnou roli, prolíná celým vzdělávacím procesem na základní škole, tvoří osu vzdělávacího působení, vytváří předpoklady pro další studium a pro úspěšné uplatnění ve většině oborů. Žáci využívají při práci výpočetní techniku, především kalkulátory a výukové programy[21].

Tematický okruh Geometrie v rovině a prostoru

V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.

Učivo

- rovinné útvary – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník), pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků)

- metrické vlastnosti v rovině – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta
- prostorové útvary – kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol
- konstrukční úlohy – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost

Očekávané výstupy

- zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku
- charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- určuje velikost úhlu měřením a výpočtem
- odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů
- využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh
- načrtne a sestrojí rovinné útvary
- užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků
- načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar
- určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
- odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
- načrtne a sestrojí sítě základních těles
- načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
- analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu

Tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy

V tomto okruhu se mohou objevit úlohy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní. Žáci se učí využívat prostředky výpočetní techniky (především kalkulátory, vhodný počítačový software, určité typy výukových programů) a používat některé další pomůcky, což umožňuje přístup k matematice i žákům, kteří mají nedostatky v numerickém počítání a v rýsovacích technikách. Zdokonalují se rovněž v samostatné a kritické práci se zdroji informací. Žák v rámci tematického okruhu řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí. [31]

Očekávané výstupy

- užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

PŘÍLOHA 2: TEMATICKÉ PLÁNY MATEMATIKY 6. -9. ROČNÍK ZŠ MSGRE. B. STAŠKA DOMAŽLICE

Tematický plán - matematika
6. ročník

Září	- opakování z aritmetiky, přirozená čísla, porovnávání, zaokrouhlování, sčítání a odčítání přirozených čísel
Říjen	- násobení a dělení přirozených čísel, opakování z geometrie - črtáme, rýsujeme, měříme, kružnice, obdélníky, čtverce, trojúhelníky
Listopad	- počítáme obvody a obsahy, geometrická tělesa, sítě, povrch. - desetiny, setiny, tisíciny, desítitisíciny…, des. čísla - zápis a čtení
Prosinec	- desetinná čísla - porovnávání, zaokrouhlování, sčítání, odčítání; násobení a dělení desetinných čísel 10, 100,… 0,1,…
Leden	- převádění jednotek délky, obsahu, hmotnosti - násobení a dělení desetinných čísel
Únor	- dělitel a násobek - největší společný dělitel a nejmenší společný násobek - úhel a jeho velikost
Březen	- osová souměrnost - trojúhelník - popiš, vnitřní a vnější úhly, rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník
Duben	- výšky a těžnice trojúhelníku - kružnice opsaná a vepsaná, - zobrazení krychle a kvádru
Květen	- objem kvádru a krychle - převody jednotek objemu
Červen	- povrch kvádru a krychle - závěrečné opakování

Tematický plán - matematika
7. ročník

Září	opakování z 6. ročníku - zlomek – základní tvar, porovnávání, zobrazování na číselné ose, krácení, rozšiřování, - sčítání zlomků
Říjen	- odčítání, násobení, dělení zlomků, smíšená čísla, slovní úlohy - celá čísla, absolutní hodnota, porovnávání
Listopad	- počítání s celými čísly – sčítání, odčítání, násobení a dělení - racionální čísla, záporná desetinná čísla a zlomky, porovnávání.
Prosinec	-sčítání, odčítání - násobení, dělení racionálních čísel
Leden	- poměr, přímá a nepřímá úměrnost, trojčlenka - pravoúhlá soustava souřadnic, graf přímé a nepřímé úměrnosti,
Únor	- procento, výpočet základu, procentové části, počtu procent - slovní úlohy na procenta - úrok, jednoduché úrokování
Březen	- shodnost, shodnost trojúhelníků, věta sss, sus, usu, - středová souměrnost, středově souměrné útvary
Duben	- rovnoběžník - vlastnosti - obsah, obvod, konstrukce rovnoběžníku - trojúhelník – obsah, obvod
Květen	- lichoběžník – vlastnosti, obsah, obvod, konstrukce lichoběžníku - slovní úlohy na výpočty obsahů a obvodů čtyřúhelníků - hranoly – síť
Červen	- objem a povrch hranolů - závěrečné opakování

Tematický plán - matematika
8. ročník

Září
- Opakování ze 7. ročníku
- druhá mocnina a odmocnina

Říjen
- Pythagorova věta a její užití v rovině a v prostoru
- třetí mocnina

Listopad
- pravidla pro počítání s mocninami
- zápis čísla v desítkové soustavě
- číselné výrazy
- výrazy s proměnnými

Prosinec
- mnohočleny – sčítání, odčítání, násobení
- rozklad mnohočlenů na součin, vytýkání, vzorce

Leden
- lin. rovnice - co znamená řešit rovnici, ekvivalentní úpravy lineárních rovnic
- řešení složitějších lineárních rovnic

Únor
- slovní úlohy řešené rovnicemi
- slovní úlohy o pohybu a o spol. práci

Březen
- výpočet neznámé ze vzorce
- základy statistiky
- diagramy, aritmetický průměr, modus, medián.

Duben
- kružnice, kruh
- kružnice a přímka, dvě kružnice
- Thaletova věta
- obvod a obsah kruhu

Květen
- válec a jeho síť
- povrch objem válce
- množiny bodů dané vlastnosti

Červen
- konstrukce trojúhelníků, rovnoběžníků, lichoběžníků
- závěrečné opakování učiva

Tematický plán - matematika
9. ročník

Září - mocniny, mnohočleny, rovnice - opakování
- lomený výraz, podmínky

Říjen - krácení, rozšiřování lomených výrazů
- sčítání a odčítání lomených výrazů

Listopad - násobení a dělení lomených výrazů
- složený lomený výraz
- rovnice s neznámou ve jmenovateli, slovní úlohy

Prosinec - soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými a slovní úlohy
- směsi a roztoky
- krátce pohyb sem i tam

Leden - funkce - zavedení, definiční obor, obor hodnot
- přímá úměrnost, rostoucí a klesající funkce
- lineární funkce, graf a užití

Únor - kvadratická funkce
- nepřímá úměrnost

Březen - podobnost a její užití
- goniometrické funkce
- výpočty v pravoúhlém trojúhelníku

Duben - užití goniometrických funkcí
- jehlan, síť, povrch, objem
- kužel, síť, povrch, objem

Květen - koule, povrch, objem
- základy finanční matematiky - pojmy, jednoduché a složené úročení, různá úrokovací období

Červen - základy finanční matematiky - pravidelné ukládání, dluhy
- závěrečné opakování probraného učiva

PŘÍLOHA 3: PRACOVNÍ LISTY PRO 6-9. ROČNÍK

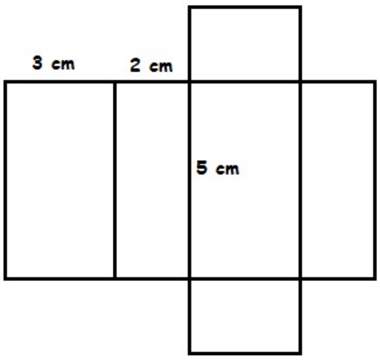
6. ROČNÍK

Příklad 1:

Sestroj tři různé sítě krychle s hranou délky 1,5cm.

Příklad 2:

Na obrázku je zobrazena síť kvádru. Načrtněte tento kvádr a dopočítejte jeho povrch.



Příklad 3:

Děti v mateřské škole mají polepit dřevěnou krabičku ve tvaru krychle s délkou hrany 65mm. Kolik cm^2 papíru budou potřebovat na polepení 10 takových krabiček?

Příklad 4:

Jaký objem má akvárium ve tvaru kvádru o rozměrech 25cm, 30cm a 0,5m? Výsledek vyjádři v dm^3.

Příklad 5:

Krychle má celkovou délku hran 96cm. Jaký je objem a povrch této krychle?

Příklad 6:

Děti chtějí nově vymalovat dětský pokojíček. Pokoj má tvar kvádru s rozměry 3m, 5m a výška stropu je 2,5m. Stěny budou zelené, strop bílý. Na stěnách jsou dvě čtvercová okna s rozměrem 1,2m a dveře o rozměrech 90cm a 200cm. Kolik bude třeba koupit zelené a bílé barvy, když na $1m^2$ je třeba 200ml barvy?

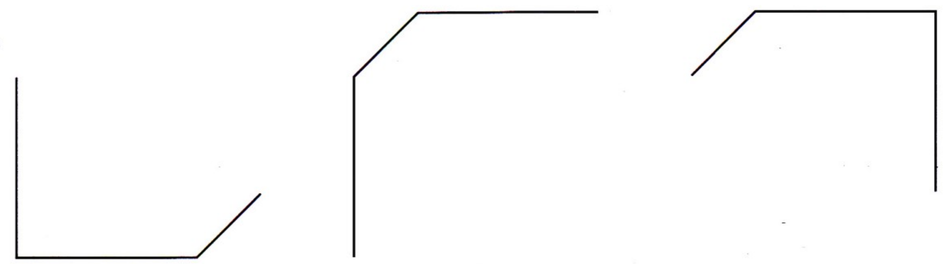
Příklad 7:

Cihla má rozměry 300 × 150 × 65mm. Zedník má postavit 3 plotové sloupky vysoké 130cm se čtvercovou postavou o rozměrech 30 × 30cm. Cena cihel za I. jakost je 10Kč/ks a II. jakost je 8Kč/ks. Kolik korun ušetří majitel, když si nechá sloupky postavit z levnějších cihel? (Rozměry spár zanedbejte).

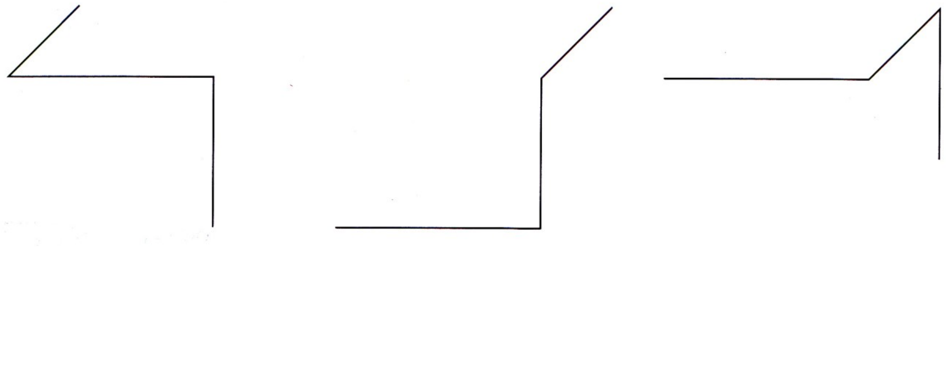
Příklad 8:

Na obrázcích jsou předkresleny viditelné hrany nedokončených těles a) krychlí, b) kvádrů. Dokončete konstrukci.

a)



b)



Příklad 9:

Z meteorologického zpravodajství jsme se dozvěděli, že při bouřce napršelo 18mm vody.

a) Kolik litrů vody napršelo průměrně na 1m^2 plochy?

b) Kolik sudů o objemu 200l by se naplnilo vodou, která odtekla z rovné střechy domu obdélníkového půdorysu s rozměry 8,4m a 12m?

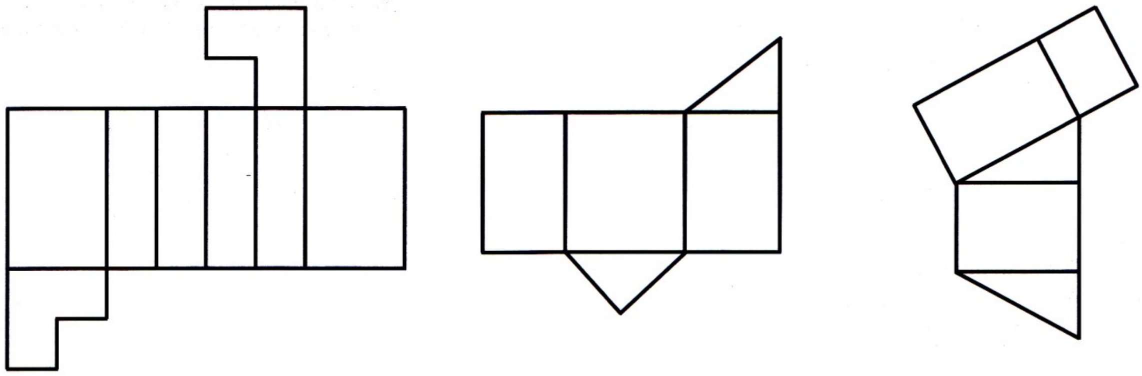
Příklad 10:

Kolik krychlí s délkou hrany a = 3cm můžeme vymodelovat z keramické hlíny o objemu 0,135m^3.

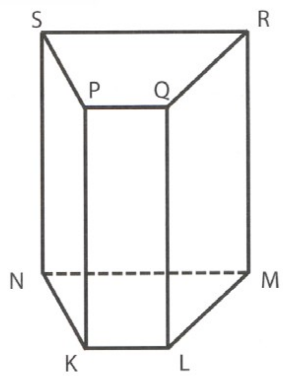
7. ROČNÍK

Příklad 1:

Načrtni tělesa, jejichž síť vidíte na obrázku:



Příklad 2:



Vypiš podle obrázku:

všechny podstavy:

všechny podstavné hrany:

všechny boční stěny:

všechny boční hrany:

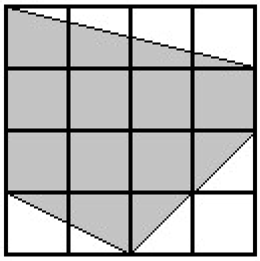
co za útvar tvoří podstavu:

Příklad 3:

Bazén tvaru kolmého hranolu se dnem tvaru rovnoramenného lichoběžníku o rozměrech základen lichoběžníku 12m a 20m, rameny 8m a vzdáleností ramen 7m. Hluboký je 2m. Při opravě je třeba natřít dno a stěny bazénu. Kolik m^2 je třeba natřít?

Příklad 4:

Jaký objem by měla nádoba vysoká 2dm s podstavou pětibokého hranolu, který znázorňuje vybarvená část obrázku (1 čtvereček na obrázku má délku strany 1cm). Vyjádřete zlomkem a v procentech, jakou část tvoří vybarvená část.



Příklad 5:

Vypočítejte objem hranolu vysokého 5cm, jestliže podstavu tvoří pravoúhlý trojúhelník s délkami odvěsen 6cm.

Příklad 6:

Do papírové krabičky tvaru kvádru s rozměry: 6cm, 10cm a 25cm vložíme 2 stejná skleněná těžítka tvaru krychle s délkou hrany 5cm. V jakém poměru je objem papírové krabičky a objem těžítek?

Příklad 7:

Sestroj síť trojbokého hranolu. Podstava je rovnostranný trojúhelník se stranou a= 2,5cm a výška hranolu je 40mm.

Příklad 8:

Kolik dm^2 balicího papíru potřebujeme na zabalení dárku v krabici tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu (a = 20cm, v = 30cm), musíme-li přidat 10% na přehnutí?

Příklad 9:

Je dán pravidelný čtyřboký hranol s délkou podstavné hrany 6cm a výškou 8cm. Jaký bude povrch a objem pravidelného čtyřbokého hranolu, jestliže se jeho podstavná hrana změní v poměru 1:3 a výška v poměru 3:2.

Příklad 10:

Maruška vyrábí ozdobný stojánek na tužky z papírové krabičky a chce ho polepit barevným papírem. Kolik cm^2 bude potřebovat, jestliže krabička má tvar pravidelného šestibokého hranolu s délkou hrany 4cm a výškou 10cm. Dno polepovat nebude.

8. ROČNÍK

Příklad 1:

Jaká je minimální výška vázy tvaru válce, do které je možno nalít 2 litry vody a průměr dna je 8cm?

Příklad 2:

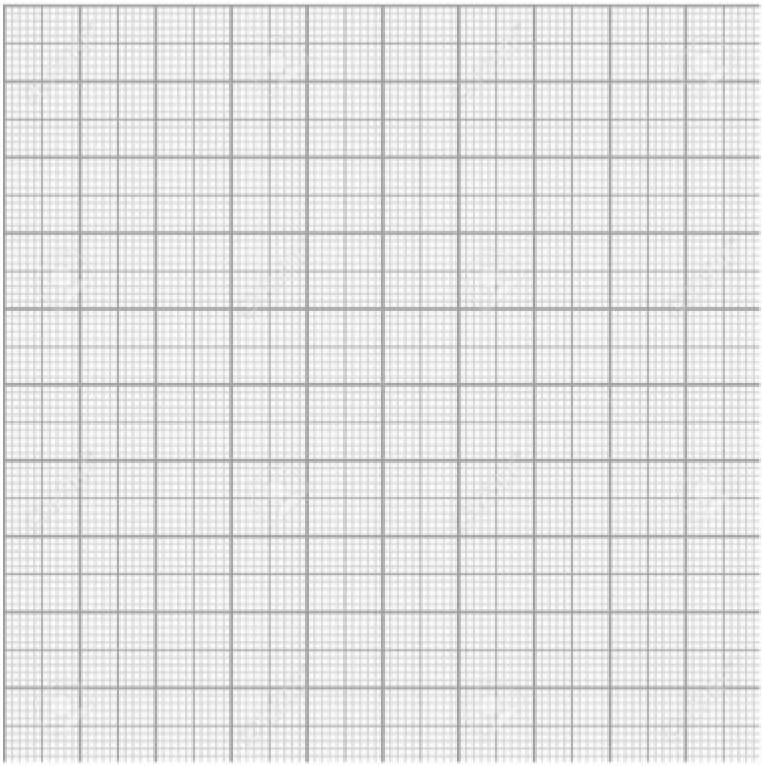
Bazén je 6m dlouhý, 3m široký a voda v něm je napuštěna do výšky 1,5m. Když do něho skočil Ivan a zcela se ponořil, hladina stoupla o 4,3mm. Jakou hmotnost má Ivan, jestliže víme, že 1 litr lidského těla váží přibližně 1kg?

Příklad 3:

Paní učitelka připravuje pro děti základ na vyrábění velikonočních zajíčků. Pro každé dítě natře hnědou barvou ruličku od toaletního papíru o průměru 46mm a výškou 10cm. Jak velkou plochu natře, když má ve třídě 20 dětí?

Příklad 4:

Nakresli na milimetrový papír síť válce, jehož průměr je 2cm a výška 3cm.

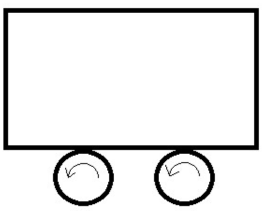


Příklad 5:

Za 1m^2 plakátovací plochy vybírá obec poplatek 500 Kč. Kolik korun utrží, pronajme-li k nalepení plakátů sloup tvaru válce s průměrem 2m a výškou 3m?

Příklad 6:

Při stěhování těžkého nákladu si můžeme pomoci válečky, které umístíme pod náklad (viz obr.)



Určete, o jakou vzdálenost se pohne náklad ve směru pohybu, když se váleček o poloměru 15cm otočí jednou dokola? (Nápověda: Válec se otočí po podlaze a náklad se pohybuje po válci.)

Příklad 7:

Jak velkou plochu uválcuje silniční válec s šířkou 2m a průměrem 120cm, když se otočí 10krát?

Příklad 8:

Válcová nádoba má vnitřní průměr 113mm a její objem je 2 litry. Kolik procent objemu nádoby je zaplněno, pokud voda sahá do výšky 15cm?

Příklad 9:

Nápojová sklenice tvaru válce má vnitřní průměr 6,5cm a hloubku 17cm. V jaké vzdálenosti od horního okraje sklenice je ryska označující objem půl litru?

Příklad 10:

Vypočtěte objem a povrch hranolu, který má výšku 5cm a podstavou je rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB, $|AB| = 3cm,$ a $|BC| = 2{,}5\ cm$

Příklad 11:

Pingpongové míčky o průměru 4cm se prodávají ve válcových krabičkách po šesti. Urči vnitřní rozměry krabičky.

9. ROČNÍK

Příklad 1:

Na věži kostela se bude měnit střešní krytina. Střecha je tvaru kuželu o průměru 5,4m a vzdálenost vrcholu střechy od okraje je 5m. Kolik m2 krytiny je třeba objednat?

Příklad 2:

Osový řez kuželu je rovnostranný trojúhelník se stranou 15cm. Vypočítejte jeho povrch i objem.

Příklad 3:

Kolikrát se zvětší povrch koule, když se její poloměr zvětší dvakrát?

Příklad 4:

Děti si přejí indiánské teepee. Maminka se rozhodla, že jim ho ušije sama. Kolik m2 látky bude potřebovat, když bude mít tvar pravidelného šestibokého jehlanu s výškou 3m a podstava bude pravidelný šestiúhelník s délkou strany 120cm? Na spoje a odpad připočítejte 10%.

Příklad 5:

Jak těžká bude žulová dekorativní koule na zahradu o průměru 70cm, jestliže hustota žuly je ρ= 2600 kg/m3?

Příklad 6:

Vypočítejte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou a = 20cm, jestliže protější boční hrany svírají úhel 40°.

Příklad 7:

Ze tří hliněných koulí s objemy V1=69 cm3, V2=61 cm3 a V3=23 cm3 se vytvarovala jedna velká koule. Určete její povrch.

Příklad 8:

Zmrzlinářka má připraveno 20l zmrzliny. Kolik si vydělá korun, když jeden „kopeček" se rovná polovině koule o průměru 6cm (odpad neuvažujte) a stojí 6 Kč. 10 % z tržby ale musí odevzdat majiteli prodejního místa.

Příklad 9:

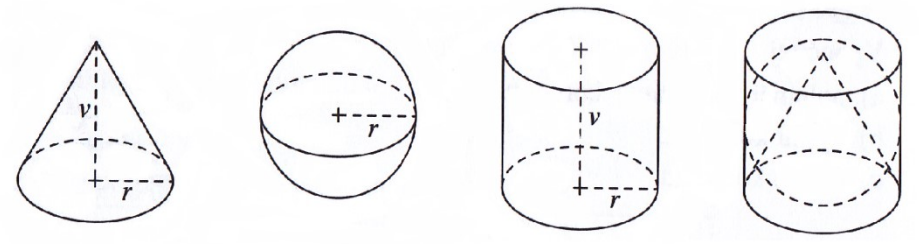
Kamion má dvě stejné palivové nádrže tvaru ležících válců. Vnitřní délka každé nádrže je 1,1m a vnitřní průměr její podstavy je 0,6m. Nafta v první nádrži zaujímá $\frac{1}{10}$ jejího objemu a v druhé nádrži je $\frac{1}{4}$ jejího objemu. Vypočítejte celkový objem obou nádrží. Kolik litrů nafty je možné ještě dotankovat do a) první nádrže, b) druhé nádrže tak, aby byly obě nádrže plné?

Příklad 10:

Kolik litrů vody se vejde do ozdobné vodní nádrže tvaru hranolu s podstavou pravidelného šestiúhelníku, jestliže délka strany je 35cm a výška nádoby je 1,5m.

Příklad 11:

Válec, kužel i koule mají stejný poloměr r a pro výšku v válce i kužele platí v = 2r. Proto lze kouli i kužel „vepsat“ do válce tak, jak ukazuje obrázek. Vypočítej postupný poměr objemů kužele, koule a válce.

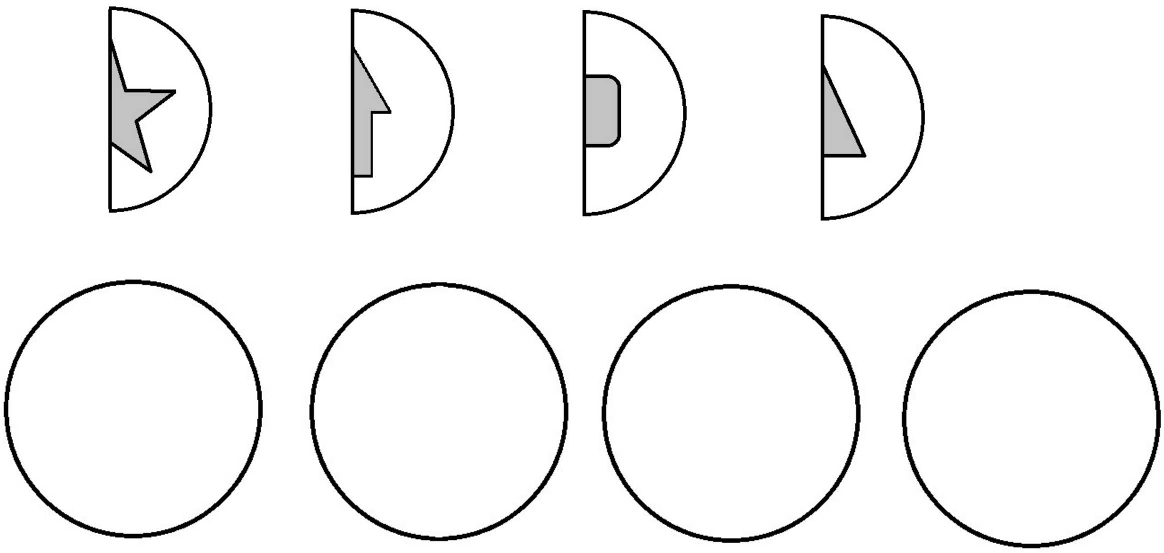


PŘÍLOHA 4: PRACOVNÍ LIST: PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST

Část A: Úlohy v rovině

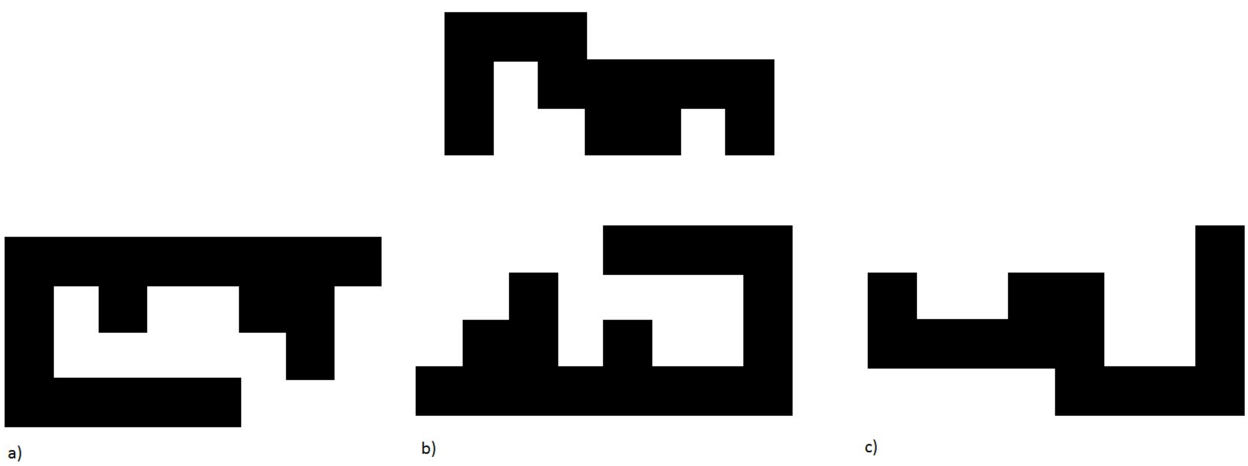
Úloha 1 - A:

Kruhy z papíru byly přeloženy podle své osy a z každého byla po přeložení odstřižena vyznačená část (viz obr.). Ke každému přeloženému kruhu dokresli, jak vypadá nepřeložený kruh po vystřihnutí dané části.



Úloha 2 - A:

Jaký z uvedených dílků chybí k sestavení obdélníku? Správnou odpověď zakroužkujte.



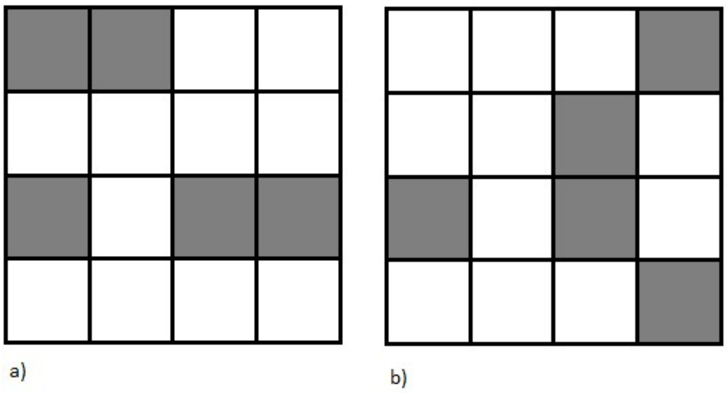
Úloha 3 - A:

Dobarvěte čtverce tak, aby obrázek byl:

c) Osově souměrný

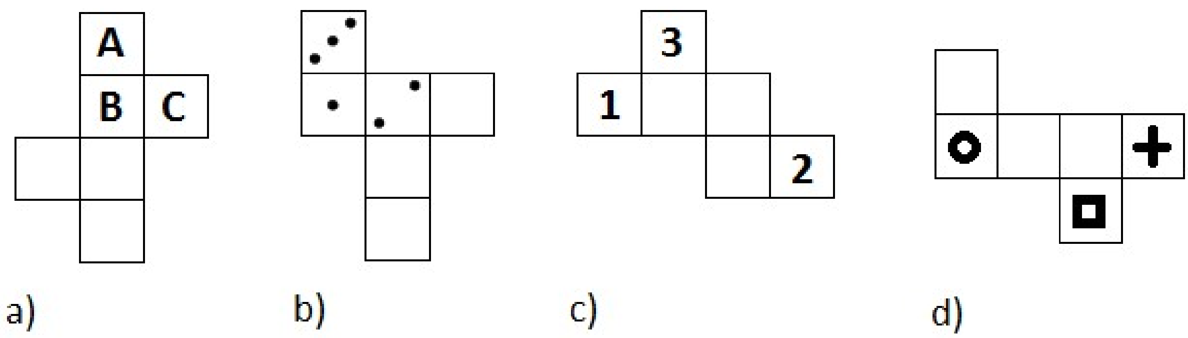
d) Středově souměrný

Vybarvěte vždy co nejmenší počet čtverečků. Pokud je více možností, uveďte všechny.



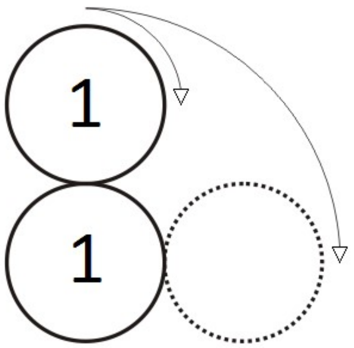
Úloha 4 - A:

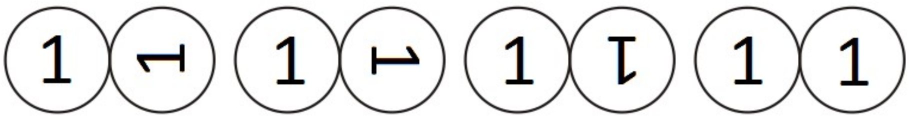
Doplňte znaky na síti hrací kostky tak, aby jich na protilehlých stěnách byly vždy stejné znaky



Úloha 5 - A:

Výherní žeton se bez sklouznutí otáčí ve směru naznačeném šipkou. V jaké pozici bude číslo na žetonu v místě naznačeném přerušovanou čarou?



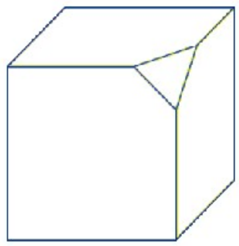


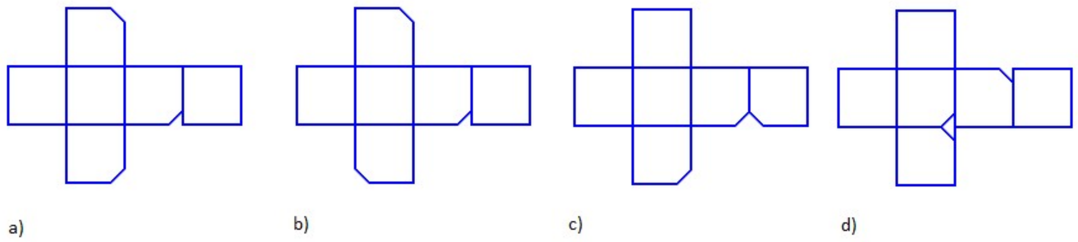
a) b) c) d)

Část B: Úlohy v prostoru

Úloha 1 - B:

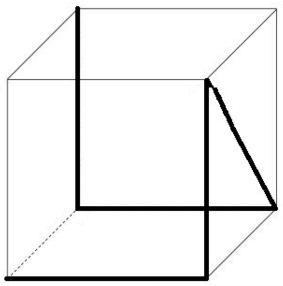
Krychli byl uříznut jeden vrchol podle obrázku. Jaká síť odpovídá této krychli?

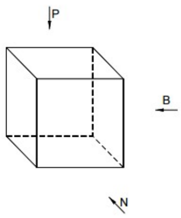


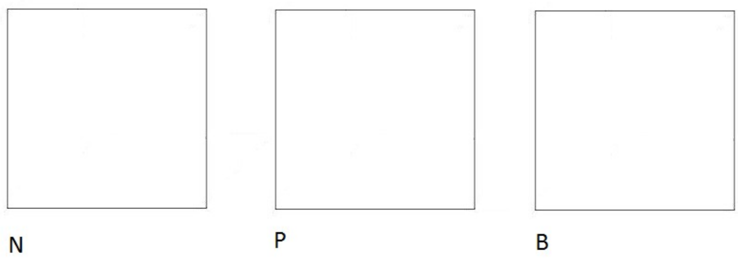


Úloha 2 - B:

Sestrojte nárys N, půdorys P a bokorys B drátu znázorněného ve volném rovnoběžném promítání

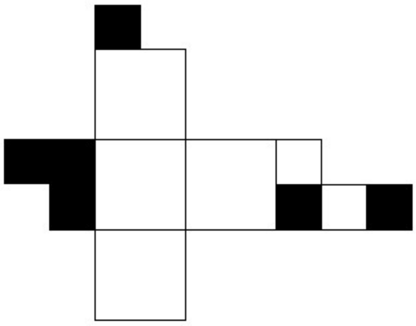


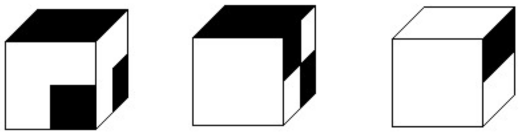




Úloha 3-B:

Která krychle odpovídá zobrazené síti?

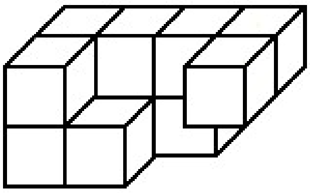


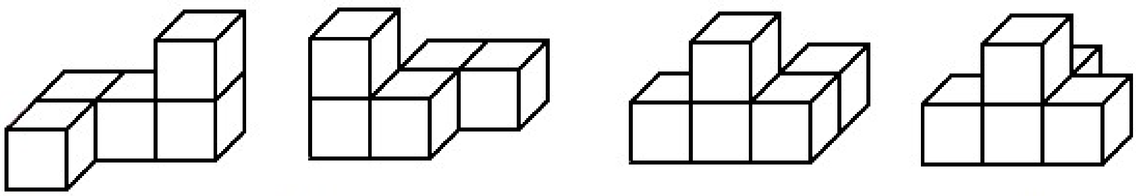


a) b) c)

Úloha 4 - B:

Který z dílku chybí na dokončení kvádru na obrázku? Správnou odpověď zakroužkujte.





a) b) c) d)

Úloha 5 - B:

Do připravených sítí nakreslete půdorys a nárys (ve směru šipky) stavby na obrázku (pozn.: všechny kostky jsou stejně velké).