FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY V PLZNI

STUDENTSKÁ VĚDECKÁ KONFERENCE 2017

Propagace nejistoty nelineárních dynamických systémů: Aplikace pro sledování tělesa na oběžné dráze

Jindřich Havlík[1]

1 Úvod

V únoru roku 2009 se srazila na nízké oběžné dráze Země soukromá družice Iridium s vysloužilým ruským vojenským satelitem. Ačkoliv bylo očekáváno, že se družice minou o propastných 584 metrů, srážka dala vzniknout okolo 2 000 novým objektům, které je nutné sledovat. Americké letectvo spravuje databázi obsahující informace o oběžných drahách objektů vytvořených člověkem obíhajících Zemi. V evidenci jsou objekty, které jsou větší než softballový míček na nízké oběžné dráze a objekty přesahující velikost basketbalového míče na geostacionární dráze. V současnosti je takto sledováno přibližně 25 000 objektů. Ale již za 10 let se očekává 150 000 sledovaných objektů především díky lepším senzorům. Ačkoliv se už nyní zdá tento problém závažný, v budoucnu bude ještě horší.

Jedním z cílů výzkumu v této oblasti je vylepšit metody odhadu a metody reprezentace neurčitosti tak, aby byla zajištěna věrohodnost odhadu. Tedy nejenom, aby skutečnosti odpovídala střední hodnota a kovariance, ale i další momenty. Tím se dosáhne, že bude skutečnosti odpovídat i tvar a orientace pravděpodobnostního rozdělení. Takto přesný popis je naprosto nezbytný pro předvídání kolizí, manévrování apod.

Celý problém propagace nejistoty na orbitě je specifický především následujícími vlastnostmi. Měření přicházejí nepravidelně a zřídka, často pouze párkrát za den. Je potřeba predikovat dlouho dopředu, klidně i několik dní. Předpoklad gaussovosti s narůstajícím časem přestává platit. Gaussovská distribuce je obvykle dobrou aproximací počáteční nejistoty. Ale propagace nejistoty skrze nelineární funkci mění distribuci na negaussovskou.

Cílem této práce je najít kompromis mezi výpočetně nenáročnými, ale nepřesnými metodami a metodami přesnými s vysokými výpočetními nároky.

2 Specifikace problému

Model pohybu tělesa je popsán stochastickou nelineární diferenciální rovnicí, která vychází z pohybu tělesa na nízké oběžné dráze Země. Protože tělesa obíhají Zemi v rovině, je stav reprezentován pouze kartézskými souřadnicemi ve dvou osách a příslušnou rychlostí taktéž v těchto osách. Počáteční podmínka je dána gaussovským rozdělením. Při propagaci stavu v čase však dochází vlivem nelineární funkce k tomu, že pravděpodobnostní rozdělení přestává odpovídat Gaussovu rozdělení.

Tento problém lze řešit velmi přesně, ale výpočetně náročně pomocí metod založených na principu Monte Carlo. Cílem této práce je ale řešit problém směsí gaussovských rozdělení, která budou propagována pomocí unscentované transformace (Straka et al. (2014)). Důvodem je, že jakékoliv pravděpodobnostní rozdělení může být aproximováno s libovolnou přesností

[1] student doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Kybernetika, téma disertační práce: Rozvoj metod nelineární filtrace, e-mail: havlikj@ntis.zcu.cz

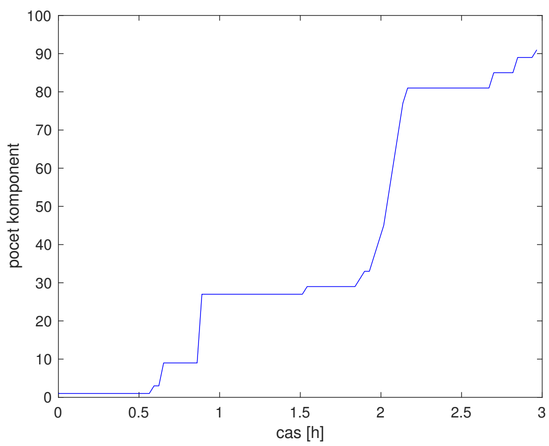
váženým součtem gaussovských distribucí. Podobný problém byl řešen v DeMars et al. (2013), avšak bez uvažovaného stavového šumu.

3 Řešení

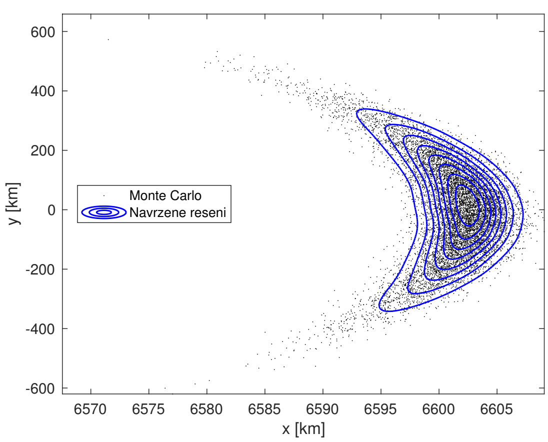
K zajištění stále dobré kvality aproximace distribuce stavu směsí gaussovských rozdělení je nutné, aby počet komponent směsi v čase narůstal. Proto bylo v rámci řešení nutné specifikovat, za jakých podmínek se bude počet komponent zvyšovat. Díky použitému řešení s propagací pomocí unscentované transformace je možné využít transformované body k výpočtu třetího momentu. Každá komponenta směsi by měla být gaussovská (tedy mít třetí moment nulový), ovšem vzhledem k propagaci skrze nelineární funkci přestává Gaussovost platit. To se projeví nárůstem třetího momentu. Jestliže třetí moment překročil jistý práh (kumulovaný vliv nelinearit překročil určitou mez), propagace je pozastavena a komponenta se rozdělí na součet tří menších komponent zachovávající parametry (první dva momenty) původní komponenty.

4 Výsledky

Navržené řešení bylo otestováno v průběhu časového intervalu dvou oběhů tělesa kolem Země a bylo sledováno, jak odpovídá pravděpodobnostní rozdělení poskytované navrženým řešením pravděpodobnostnímu rozdělení vypočtenému metodou Monte Carlo. Na Obrázku 1 je zachycen vývoj počtu komponent gaussovské směsi v čase. Na Obrázku 2 jsou zachyceny referenční body pravděpodobnostního rozdělení vypočtené metodou Monte Carlo s uvažovaným stavovým šumem a dále jsou na obrázku znázorněny kontury pravděpodobnostního rozdělení vypočtené pomocí navrhovaného řešení. Skutečnost (černé body) byla zachycena směsí (modré kontury) věrohodně.



Obrázek 1: Vývoj počtu komponent směsi v čase.



Obrázek 2: Pravděpodobnostní rozdělení na konci intervalu simulace.

Literatura

DeMars, K. J., Bishop, R. H., and Jah, M. K. (2013). *Entropy-based approach for uncertainty propagation of nonlinear dynamical systems.* Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Volume 36(4), pp. 1047–1057.

Straka, O., Duník, J., and M. Šimandl (2014). *Design of Pure Propagation Unscented Kalman Filter.* IFAC Proceedings Volumes, Volume 47(3), pp. 5933 – 5938.