

# Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....

## Poděkování

V první řadě bych velmi rád poděkoval Prof. Ing. Miloši Schlegelovi, CSc. za vedení, cenné rady, kritiku a pomoc při vypracování této práce. Velký dík také patří моým rodičům, za podporu při studiu a za poskytnutí zázemí.

## **Anotace**

V práci je udeveden model parního kotle a jeho řízení. Důvodem pro vytvoření této práce je malá dostupnost takového řízení. Práce obsahuje detailní popis modelu bojleru a k němu navrženému řízení dvou výstupních veličin jakosti páry a úrovně hladiny vody v bubnu.

## **Klíčová slova**

bojler, stoupačky, nasycená pára, rozvazbovací regulátor, linearizace, anti-wind-up

## **Annotation**

This thesis presents a model of a steam boiler and its control. The reason for developing this thesis is poor availability of such proceedings. The work contains a detailed description of the model boiler and designed its control of two outputs quality of steam and water level in the drum.

## **Keywords**

boiler, risers, saturated steam, decoupler, linearization, anti-wind-up

# Obsah

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Práce bojleru</b>	<b>9</b>
2.1	Zařazení v elektrárně . . . . .	9
2.2	Určení modelu . . . . .	11
2.3	Regulované veličiny . . . . .	12
2.4	Jiné techniky regulace . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Modelování bojleru</b>	<b>14</b>
3.1	Poznámky . . . . .	14
3.2	Popis jednoduchého systému bojleru . . . . .	14
3.2.1	Základní vlastnosti . . . . .	15
3.3	Funkce a konstanty . . . . .	15
3.4	Základní model bojleru . . . . .	17
3.5	Efekt smršťování a roztahování . . . . .	21
3.6	Rozložení páry ve stoupačkách a v bojleru . . . . .	22
3.6.1	Rozložení páry ve stoupačkách . . . . .	22
3.6.2	Průměrný poměr objemu páry . . . . .	23
3.6.3	Rovnice pro stoupačky . . . . .	23
3.6.4	Cirkulační tok . . . . .	24
3.6.5	Rozložení páry v bubnu . . . . .	25
3.6.6	Hladina vody v bojleru . . . . .	26
3.7	Model . . . . .	27
3.7.1	Stavový model . . . . .	27
3.7.2	Tlak a výpočet objemu . . . . .	27
3.7.3	Dynamika ve stoupačkách . . . . .	28
3.7.4	Shrnutí . . . . .	29
3.8	Zjednodušené a linearizované modely . . . . .	32

3.8.1	Parametry modelu . . . . .	32
3.8.2	Zjednodušený nelineární model s konstatním tlakem . . . . .	33
3.8.3	Linearizace modelu s konstatními parametry matice E . . . . .	34
3.8.4	Linear parametr varying . . . . .	34
3.9	Výstup linearizovaného systému z prostředí Matlab . . . . .	37
3.10	Analýza systému . . . . .	38
3.10.1	Stabilita systému . . . . .	38
3.10.2	Řiditelnost a pozorovatelnost . . . . .	38
3.10.3	Skoková odezva . . . . .	39
3.11	Vstup je porucha . . . . .	40
3.11.1	Skoková odezva upraveného systému . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Návrh rozvazbovacího regulátoru</b>	<b>44</b>
4.1	Úvod . . . . .	44
4.2	Ovlivňování . . . . .	45
4.3	Obecná struktura rozvazbovacího regulátoru . . . . .	45
4.4	Návrh regulátoru pomocí GMK . . . . .	46
4.4.1	Návrh $R_1(p)$ . . . . .	46
4.4.2	Návrh $R_2(p)$ . . . . .	48
4.5	Návrh dynamického rozvazbovacího regulátoru . . . . .	49
4.5.1	Blokové schéma rozvazbovacího regulátoru . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Model v simulinku</b>	<b>52</b>
5.0.2	Výstup systému . . . . .	53
5.0.3	Použití prvků <i>gain</i> . . . . .	55
5.1	Nerovnoměrné spalování . . . . .	56
5.1.1	Výstup systému s přidáním Gaussovským generátorem šumu . . . . .	56
5.2	Unášení integrační složky . . . . .	58
5.2.1	Řešení s "anti-wind-up" . . . . .	59

5.2.2	Výstup systému s "anti-wind-up" . . . . .	60
5.3	Výstup systému se změnou . . . . .	63
5.4	Ošetření pro praxi . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>66</b>
<b>7</b>	<b>Literatura</b>	<b>68</b>
<b>8</b>	<b>Přílohy</b>	<b>69</b>
8.1	Úplný seznam všech koeficientů, parametrů, funkcí a proměnných . . . . .	69

# 1 Uvod

Cílem této práce je sestavit model bojleru a jeho řízení. Podnětem k vypracování takové práce je především malá, dostupnost takového zařízení, které by dokázalo pracovat v reálném čase. Samozřejmě taková zařízení již pracují, jinak bychom neměli takové parní kotle, ale na jiném principu. Jedná se především o ruční řízení, kterému je nutná neustálá obsluha jednoho či více operátorů. Nebo je zde k dispozici metoda konečných prvků, která je velmi přesná, ovšem výpočetně velmi složitá a nelze tudíž dost dobře nasadit v reálném čase. Zde se proto otevírají brány automatickému systému, který dokáže spravovat takový systém na základě řízených vstupů a měřených výstupů. Výhodou takového řízení je úplná absence čidel uvnitř bubnu, stoupaček a spádového potrubí.

Takový bojler, kterým se tato práce zabývá se používá například v elektrárnách a je součástí hlavního okruhu při výrobě páry. Jedná se tedy o model bojleru větších rozměrů a do takového modelu je proto nutné zahrnout více matematických a fyzikálních informací. Je nutné počítat i s tím, že každý parametr může zcela zásadně ovlivnit chod takového systému a to i zdánlivě nepatrné věci, jako je například teplota kovu, resp. materiálu, ze kterého je bojler a jeho části vyroben, to například u malých "domácích" zařízeních tohoto typu lze zanedbat. Ale i v tomto případě dojde k úpravě systému, tak aby lépe vyhovoval zadaným podmínkám, samozřejmě pouze tak, aby nedošlo ke změně modelu. Více v kapitole *Modelování bojleru*.

Úkolem regulace je potom v takovém případě dodávat na výstup systému požadované množství páry a její jakost, která je pochopitelně velmi důležitá.

Tato práce si neklade za cíl navrhnout funkční řízení toho typu, které by mohlo být ihned implementovatelné do elektrárny do ostrého provozu, k tomu bude zbývat ještě mnoho dalších kroků a fází vývoje. To ovšem neznamená, že takový model nelze použít k dalšímu výzkumu, jako jsou například různé děje odehrávající se ať už v bubnu nebo ve stoupačkách. K dalšímu využití se zmíním v kapitole *Závěr*, neboť to souvisí s vyhodnocením práce. V druhé kapitole je osvětlen princip zařízení v rámci celé elektrárny, na začátku třetí kapitoly je detailněji popsán princip samotného bojleru a jeho jednotlivých částí, následuje jeho

matematický popis a vytvoření modelu bojleru. Další část navazuje analýzou systému a podrobný popis chování jednotlivých částí bojleru. Ve čtvrté kapitole je rozepsán rozvazbovací systém a regulace bojleru. V páté kapitole je popsán model v Simulinku a výstupy řízeného systému s dalšími doplňky. V poslední kapitole práce je zhodnocení dosažených výsledků a závěr.

Veškerá literatura, která byla použita je uvedena na konci v kapitole Literatura.

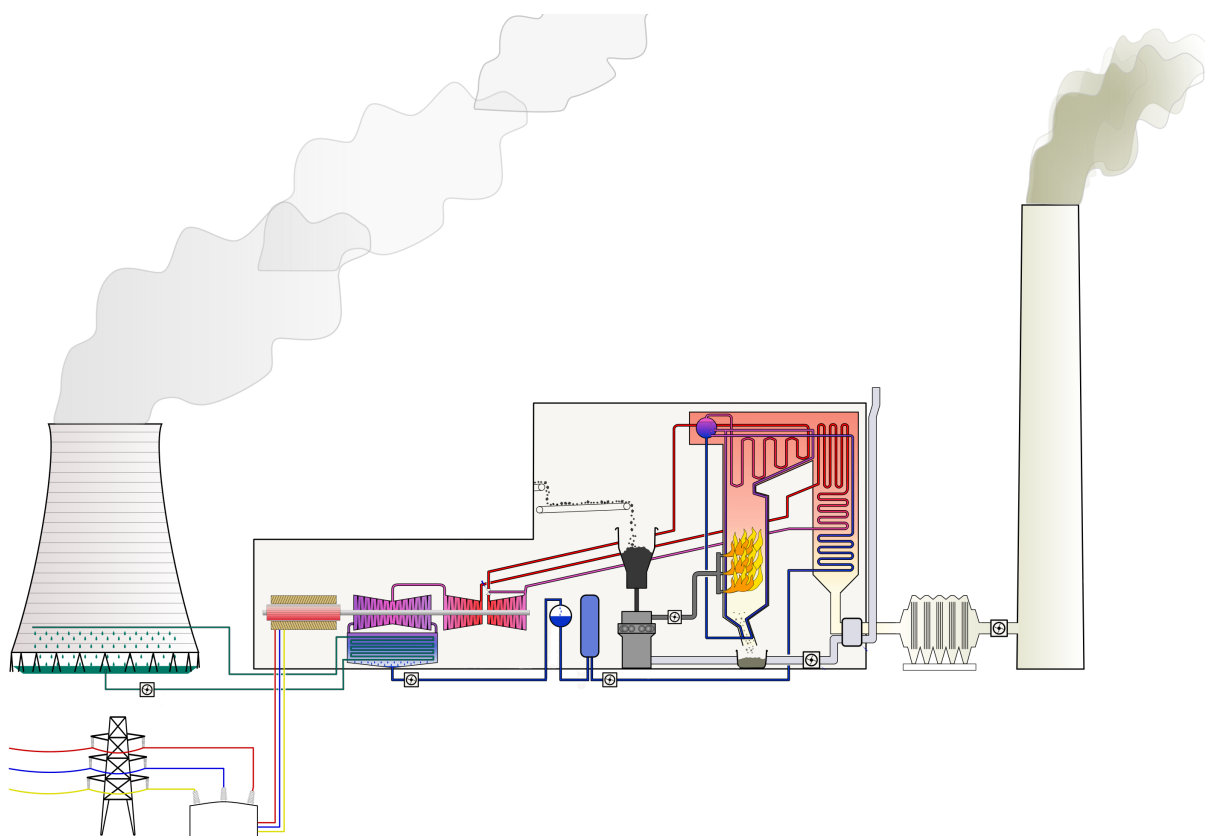


## 2 Práce bojleru

Smyslem této kapitoly je popsat základní princip bojleru v rámci celé elektrárny a také proč je důležité regulovat právě níže popsané veličiny jakost páry a úroveň hladiny vody v bojleru.

### 2.1 Zařazení v elektrárně

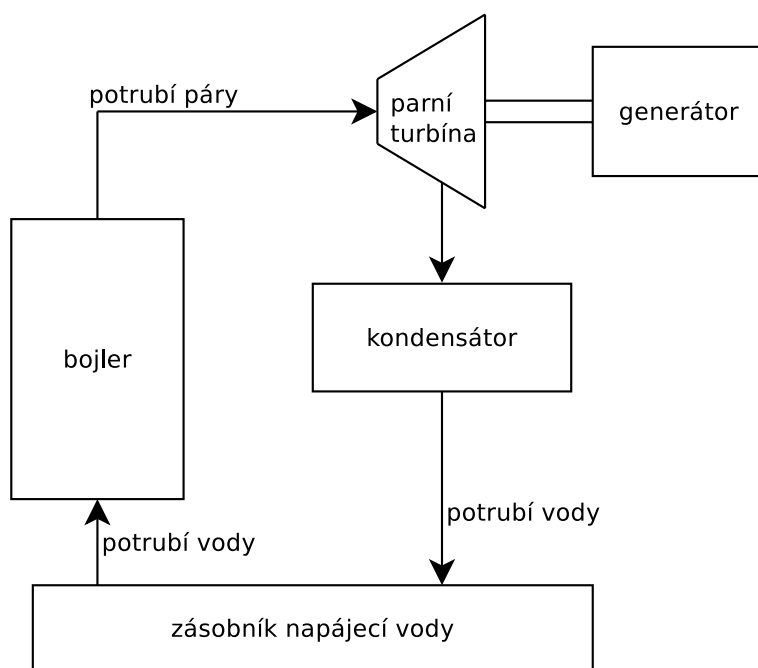
Bojler je nedílnou součástí elektráren ať už tepelných jaderných či jiných typů, ale lze použít pro i mnohé jiné účely, jako je například ohřev vody pro domácí použití. Bojler, kterým se zabývá tato práce by mohl najít své umístění především v elektrárnách. Jedná se o model bojleru větších rozměrů. Na obrázku č.1 je schématicke zobrazení tepelné elektrárny a na obrázku 2 potom, pro lepší znázornění, samotný okruh vody a páry. Z obrázku je pa-



Obrázek č. 1: Schématický obrázek elektrárny zdroj : [wikipedia.org](http://wikipedia.org)

trné, že bojler zaujímá stěžejní komponentu v produkci elektřiny. Výroba elektřiny spočívá v přeměně tepelné energie (která vzniká spalováním rozdrčeného uhlí na granulát) na elektrickou energii. Vzniklou tepelnou energií se ohřívá voda ve stoupačkách. Stoupačky je část potrubí, kde se mění voda v páru; z obrázku č.1 je patrné, že ve skutečnosti má toto potrubí velmi složitou geometrii, která má využít co nejlépe dodávané teplo k ohřevu vody. Množství paliva dodávaného do kotle lze řídit, avšak je nutné brát v potaz silné rušení. To je zejména způsobeno nerovnoměrným hořením paliva, ale i nepřesným dávkováním a to může být až do 10% z dodávaného množství. Pokud bude elektrárna jaderná či plynová, lze pravděpodobně regulovat dodávané teplo mnohem kvalitněji, ovšem to už je mimo rámec této práce.

Ze stoupaček jde ohřátá pára do zařízení, které odděluje již nasycenou páru od vody



Obrázek č. 2: Schématický okruh páry a vody v elektrárně

a z tohoto zařízení putuje pára již do bubnu bojleru. Funkce samotného bojleru bude popsána detailněji v následujících kapitolách, zde tedy jen krátce. V bubnu bojleru je určité množství vody a páry, voda se doplňuje z napájecího potrubí a nasycená pára odchází dále do přihříváku, kde ještě dochází k dodatečné regulaci páry. Přihřívák není součástí

této práce, jedná se už o jiné zařízení. Dále pára putuje do parní turbíny, ta může být jednostupňová nebo vícečetná. Vícestupňová turbína pracuje ve dvou fázích s vysokotlakou párou a s nízkotlakou párou. Jsou zde umístěny dvě turbíny. Pára roztáčí turbínu a hřídel přenáší točivý moment do generátoru a zde se vyrábí elektrický proud, který se přes mnohá další zařízení přivádí do rozvodné sítě. Z turbíny je ochlazená pára odebírána do kondensátoru, kde dochází znovu k jejímu zkapalnění. Zkapalnění se provádí většinou pomocí dalšího cirkulačního oběhu vody. V tomto dalším oběhu voda putuje z kondensátoru, kde se ohřívá do chladících věží, kde se opět ochlazuje a znovu absolvuje svůj okruh.

Nyní už zkapalněná pára z kondensátoru putuje do zásobníku napájecí vody, odkud je znovu odebírána a vracena jako napájecí voda pro bojler. I napájecí voda má nestálou teplotu a ještě předtím než vstoupí do bojleru je přehřívána a měla by mít konstantní předem nadefinovanou teplotu.

Elektrárna obsahuje mnohá další zařízení, která pomáhají cirkulaci páry a vody. Jsou to například čerpadla vody, přepouštěcí stanice, ventily a rychlozávěrné ventily, nízkotlaké a vysokotlaké ohříváky apod. Všechna tato zařízení dohromady tvoří velmi složitý systém, a pro každé jiné použití bojleru se budou všechna tato zařízení měnit.

## 2.2 Určení modelu

Model je určený k tomu, aby byl řízen výstupními veličinami v ustáleném provozu. Slovním spojením *ustálený provoz* se rozumí, část provozu, kdy nedochází ke spuštění ani k zastavování výroby. Systém při svém spuštění dostává jisté počáteční podmínky, kdy už je nastaven tlak, objem vody a páry, spuštěn proces spalování, ohřevu vody a její přeměnu v páru. Proces řízení tedy generuje akční zásahy v podobě regulace ventilu pro napájecí vodu a množství dodávaného tepla pro již zaběhnutý systém.

Vzhledem k složitosti modelu je vhodné ho využít například v elektrárnách či v teplárnách, ale jeho nasazení může být i v menších projektech jako jsou například domácnosti nebo menší továrny, kde je potřeba pro výrobu páry nebo teplé vody. Model lze upravit pro

jiná zařízení.

## 2.3 Regulované veličiny

Regulované veličiny jsou v této práci dvě, úroveň vody v bojleru a jakost páry. Mohlo by jich být více například tlak, objem páry v bubnu a celkový objem vody v systému. Tyto parametry jsou zahrnuty v modelu, avšak v konečné podobě nejsou využity. Vzhledem k tomu, že je třeba na výstupu systému dosáhnout určité jakosti páry a zároveň držet hladinu vody v bojleru na požadované úrovni, tak aby nedošlo k jeho zaplavení nebo ke kriticky nízké hladině, jsou ostatní stavové veličiny zbytečné. Tlak je samozřejmě důležitou součástí každého parního kotle, ale jak je popsáno dále v kapitole *Zjednodušené a linearizované modely* lze v tomto případě považovat tlak za konstantní. Za předpokladu, že systém, bude pracovat v předem stanovených pracovních podmínkách zůstane tak tlak konstantní. Ve skutečnosti lehce variuje kolem své hodnoty, dochází k tomu vlivem změny dodávaného tepla, avšak změny jsou příliš malé.

Celkový objem vody v bubnu lze také využít jako další informační proměnnou, stejně jako tlak popisuje stav systému. Tato hodnota se mění velmi podobně jako úroveň hladiny v bojleru, avšak ne stejně, existují zde jiné závislosti. Objem páry v bubnu se také mění, avšak není příliš důležitý, protože jednou z řízených veličin je jakost páry a množství páry v bubnu je na ní závislé, tím pádem je i nepřímo řízený objem páry.

Existují zde i další veličiny, které mohou být výstupem modelu jako jsou například hmotnostní průtoky vody do spádového potrubí nebo hmotnostní odtok páry ze stoupaček apod. Model bojleru je připraven pokrýt i tyto požadavky, ale vzhledem k požadavkům této práce nejsou příliš důležité.

Případný výstup systému jak je vidět na obrázku č.5 může být lehce definován rozšířením výstupní matice a může potom sloužit obsluze k získávání dodatečných informací.

## 2.4 Jiné techniky regulace

Existují samozřejmě i jiné techniky řízení, ale mnohé z nich jsou buď pomalé, jedná se o výpočty metodami konečných prvků, nebo vyžadují obsluhu od člověka, který bude na průběh řízení neustále dohlížet.

V posledních letech se začali objevovat matematické modely bojlerů [7], které jsou nelineární a velmi složité. Na takových modelech už lze stavět metody řízení, které již splňují požadovanou kvalitu a především rychlost regulace (v reálném čase).

Řada regulačních technik pro bojleru samozřejmě existuje, ale většinou jsou to velmi zjednodušené modely, kde lze řídit pouze množství vody v celém systému a tlak (viz kapitola *Základní model bojleru*). Tato práce ovšem zachází dále, požadavkem je řízení jakosti páry a hladina vody v bojleru a to vyžaduje mnohem složitější model, který musí brát v úvahu i ostatní součásti bojleru.

## 3 Modelování bojleru

### 3.1 Poznámky

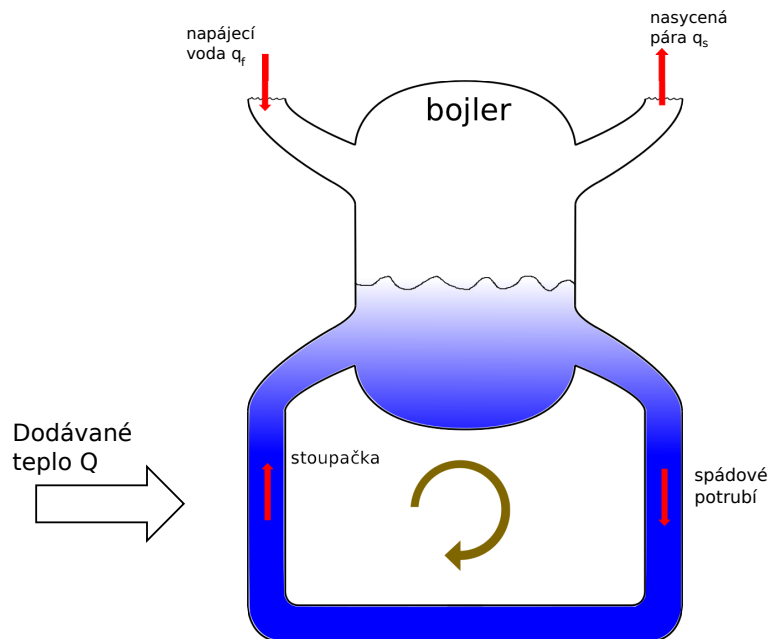
V následujícím textu se vyskytují některá slova, která by mohla čtenáře mást. Aby nedošlo k omylu, pokusím se zde vysvětlit jejich význam, v případě, že nebude uvedeno jinak, a bude to platit pro zbytek práce.

- Slovem *buben* se myslí pouze část (válec), kde se shromažďuje voda i pára. Nepatří sem spádové potrubí ani stoupačky.
- Slovem *bojler*, v případě, že se nejedná o rovnice či vztahy, se myslí všechny části systému bojleru, tzv. buben, spádové potrubí a stoupačky.

Práce byla vypracována v prostředí Matlab a Simulink [4] a sepsána v programu L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Vytvořený program je uložený na cd, které je součástí této práce.

### 3.2 Popis jednoduchého systému bojleru

Schématický obrázek zjednodušeného bojleru (obrázek č.3) ukazuje, že při dodávání tepla  $Q$  se vaří voda ve stoupačkách a vytváří se tak nasycená pára. Nasycená pára je samozřejmě lehčí než voda a stoupá. Gravitační efekt potom způsobuje cirkulaci vody z bubnu směrem do spádového potrubí a zpět do stoupačky, kde je ohřívána, tak jak je to zobrazeno pomocí šipek na schématickém obrázku. Napájecí voda  $q_f$  je přiváděna do bojleru a pára  $q_s$  je z bojleru odebírána do přehříváku a dále pak do turbíny [7]. Ve skutečnosti je tento systém mnohem složitější než jak je popsán v tomto odstavci a zobrazen na obrázku č.3. Skutečný bojler má velmi veliké rozměry, má velmi složitou geometrii a má velké množství spádových potrubí a stoupaček. Výstup ze stoupaček nevede přímo do bojleru, tak jak je to nakresleno na obrázku č.3, ale vede do oddělovače. To je zařízení, které odděluje nasycenou páru od vody, avšak pro schématické znázornění to není důležité.



Obrázek č. 3: Schématický obrázek zjednodušeného bojleru.

### 3.2.1 Základní vlastnosti

Zde jsou zapsány, základní a důležité principy chování bojleru (podle [6]).

- Základní modelování je zjednodušené tím, že obě fáze vody uvnitř systému jsou všude v nasyceném termodynamickém stavu.
- Energie uložená v páře a ve vodě se při změnách tlaku velmi rychle absorbuje. To zajišťuje, že různé části kotle mění svojí teplotu stejným způsobem.
- Teplota kovu je velmi blízká teplotě saturace a změny v teplotě mají pouze malou dynamiku.
- Vzniká ve všech místech okamžitá rovnováha mezi teplotou vody a kovu.

### 3.3 Funkce a konstanty

Všechny funkce v textu, v rovnicích a ve vztazích jsou zde uvedeny a dále pro vyšší čitelnost již nebudu v rovnicích apod. uvádět jejich parametry závislostí. Jejich detailní popis je v

každé kapitole u příslušné rovnice, kde jsou poprvé použity. Funkcemi času jsou:

- $V_{wt}(t)$  - celkový objem vody v systému,
- $V_{st}(t)$  - celkový objem páry v systému,
- $V_{sd}(t)$  - objem páry v bojleru,
- $V_{wd}(t)$  - objem vody v bojleru,
- $q_f(t)$  - hmotnostní přítok napájecí vody,
- $q_r(t)$  - hmotnostní průtok do stoupaček,
- $q_{dc}(t)$  - hmotnostní průtok do spádového potrubí,
- $q_{sd}(t)$  - hmotnostní průtok páry do bojleru,
- $p(t)$  - tlak.

Funcemi času a tlaku jsou:

- $\rho_s(p, t)$  - hustota páry,
- $\rho_w(p, t)$  - hustota vody,
- $h_s(p, t)$  - entalpie páry,
- $h_w(p, t)$  - entalpie vody,
- $h_c(p, t)$  - entalpie kondensátu,
- $t_m(p, t)$  - teplota kovu,
- $t_s(p, t)$  - teplota páry,
- $\bar{\alpha}_v(p, t)$  - průměrný podíl objemu páry,
- $\alpha_r(p, t)$  - hmotnostní podíl páry, jakost.

Všechny konstanty i funkce jsou uvedeny v přehledné tabulce s popisy a s jednotkami v příloze 8.



### 3.4 Základní model bojleru

Hlavní rysem bojleru je značné přesouvání energie a hmoty mezi všemi částmi kotle, a zároveň všechny části jsou v kontaktu s párou. Mechanismus odpovědný za tepelný přesun je vaření a kondensace. Celková hmotnostní bilanční rovnice:

$$\frac{d[\rho_s V_{st} + \rho_w V_{wt}]}{dt} = q_f - q_s. \quad (1)$$

Celková energetická bilanční rovnice:

$$\frac{d[\rho_s V_{st} h_s + \rho_w V_{wt} h_w - p V_t + m_t c_p t_m]}{dt} = Q + q_f h_f - q_s h_s. \quad (2)$$

A celkový objem bojleru, ve stoupačkách a ve spádovém potrubí je:

$$V_t = V_{st} + V_{wt}. \quad (3)$$

Kde  $\rho_s$  a  $\rho_w$ <sup>1</sup> reprezentují hustotu páry a vody,  $h_s$  a  $h_w$  reprezentují entalpii páry a vody na jednotku hmotnosti,  $V_t$  je celkový objem bojleru,  $V_{st}$  a  $V_{wt}$  reprezentují celkové objemy páry a vody v bojleru,  $m_t$  zastupuje celkovou hmotnost kovu,  $t_m$  reprezentuje teplotu kovu a  $c_p$  je specifická teplota kovu.

Jednoduchý model lze získat kombinací rovnic č. (1), (2) a (3) a s pomocí tabulek pro sytou páru [1].

Pro lepší pochopení klíčových fyzikálních mechanismů, které ovlivňují dynamické chování systému budeme uvažovat variabilní přístup. První stavová proměnná je vybrána jako celkový objem vody v bojleru,  $V_{wt}$ . Tlak  $p$ , druhá stavová proměnná, je vybrána jako klíčová stavová proměnná, protože vykazuje nejčastější změny (velmi malé) v bojleru a je také samozřejmě velmi lehce měřitelná. Proměnné  $\rho_s$ ,  $\rho_w$ ,  $h_s$  a  $h_w$  jsou vyjádřeny jako funkce z tabulek nasycené páry.

---

<sup>1</sup>Indexy proměnných pocházejí z anglických slov:  $w$  - water,  $s$  - steam,  $t$  - total a  $m$  - metal.

Pro obdržení stavových rovnic je třeba rovnice (1) a (2) následovně upravit:

$$\frac{d[\rho_s V_{st} + \rho_w V_{wt}]}{dt} = q_f - q_s, \quad (4)$$

$$V_{st} \frac{d\rho_s}{dt} + \rho_s \frac{dV_{st}}{dt} + V_{wt} \frac{d\rho_w}{dt} + \rho_w \frac{dV_{wt}}{dt} = q_f - q_s.$$

Celkový objem  $V_t$  je konstanta a proto  $\frac{dV_t}{dt} = 0$  a podle (3) vypadá první část rovnice následovně:

$$\frac{dV_{st}}{dt} = \frac{d}{dt}(V_t - V_{wt}), \quad (5)$$

$$\frac{dV_{st}}{dt} = -\frac{dV_{wt}}{dt}.$$

Po dosazení (5) do (4) lze dále upravit:

$$V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} \frac{dp}{dt} - \rho_s \frac{dV_{st}}{dt} + V_{wt} \frac{\partial \rho_w}{\partial p} \frac{dp}{dt} + \rho_w \frac{dV_{wt}}{dt} = q_f - q_s, \quad (6)$$

$$(\rho_w - \rho_s) \frac{dV_{wt}}{dt} + \left( V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + V_{wt} \frac{\partial \rho_w}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} = q_f - q_s.$$

Zde jsou získána  $e_{11}$  a  $e_{22}$ :

$$e_{11} = \rho_w - \rho_s, \quad (7)$$

$$e_{12} = V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + V_{wt} \frac{\partial \rho_w}{\partial p}.$$

Úprava rovnice (2):

$$\frac{d[\rho_s h_s V_{st} + \rho_w h_w V_{wt} + m_t c_p t_m]}{dt} = Q + q_f h_f - q_s h_s. \quad (8)$$

Derivace prvního členu:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\rho_s h_s V_{st}) &= \frac{d}{dt}(\rho_s h_s) V_{st} + \rho_s h_s \frac{dV_{st}}{dt}, \\
\frac{d}{dt}(\rho_s h_s V_{st}) &= \left( \frac{d\rho_s}{dt} h_s + \rho_s \frac{dh_s}{dt} \right) V_{st} + \rho_s h_s \left( \frac{dV_t}{dt} - \frac{dV_{wt}}{dt} \right), \\
\frac{d}{dt}(\rho_s h_s V_{st}) &= \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial p} \frac{dp}{dt} h_s + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) V_{st} + \rho_s h_s \left( \frac{dV_t}{dt} - \frac{dV_{wt}}{dt} \right).
\end{aligned} \tag{9}$$

Protože  $V_t$  je konstantní tak její derivace bude nulová:

$$\frac{d}{dt}(\rho_s h_s V_{st}) = V_{st} \left( h_s \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} - \rho_s h_s \frac{dV_{wt}}{dt}. \tag{10}$$

Derivace druhého členu rovnice (2):

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\rho_w h_w V_{wt}) &= \frac{d}{dt}(\rho_w h_w) V_{wt} + \rho_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt}, \\
\frac{d}{dt}(\rho_w h_w V_{wt}) &= V_{wt} \left( h_w \frac{d\rho_w}{dt} + \rho_w \frac{dh_w}{dt} \right) + \rho_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt}, \\
\frac{d}{dt}(\rho_w h_w V_{wt}) &= V_{wt} \left( h_w \frac{\partial \rho_w}{\partial p} \frac{dp}{dt} + \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) + \rho_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt}, \\
\frac{d}{dt}(\rho_w h_w V_{wt}) &= V_{wt} \left( h_w \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} + \rho_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Derivace třetího členu rovnice (2):

$$\frac{d}{dt}(pV_t) = V_t \frac{dp}{dt}. \tag{12}$$

A derivace čtvrtého členu rovnice (2):

$$\frac{d}{dt}(m_t c_p t_m) = m_t c_p \frac{\partial t_m}{\partial p} \frac{dp}{dt}. \quad (13)$$

V poslední rovnici je uvedena teplota kovu jako  $t_m$ , tuto hodnotu lze velmi dobře aproximovat teplotou páry  $t_s$ . Jejich rozdíl je zanedbatelný a proto byl poslední vzorec upraven podle  $t_m = t_s$ :

$$\frac{d}{dt}(m_t c_p t_m) = m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \frac{dp}{dt}. \quad (14)$$

Dosazením dílčích výsledků (10), (11), (12) a (14) byla získána upravená energetická bilanční rovnice:

$$\begin{aligned} & (\rho_w h_w - \rho_s h_s) \frac{dV_{wt}}{dt} \\ + \left[ V_{st} \left( h_s \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) + V_{wt} \left( h_w \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) - V_t + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right] \frac{dp}{dt} & (15) \\ & = Q + q_f h_f - q_s h_s. \end{aligned}$$

Z rovnice (6) a (15) lze jednoduchou úpravou získat stavové rovnice:

$$\begin{aligned} e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dp}{dt} &= q_f - q_s, \\ e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{22} \frac{dp}{dt} &= Q + q_f h_f - q_s h_s. \end{aligned} \quad (16)$$

Kde:

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \rho_w - \rho_s, \\
e_{12} &= V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + V_{wt} \frac{\partial \rho_w}{\partial p}, \\
e_{21} &= \rho_w h_w - \rho_s h_s, \\
e_{22} &= V_{st} \left( h_s \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) + V_{wt} \left( h_w \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) - V_t + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Výše uvedené rovnice (16) a (17) představují model druhé řádu, který sice dobře popisuje chování bojleru, ale popisuje jen změny tlaku v bojleru závisící na toku napájecí vody, na množství dodávaného tepla a množství odebírané páry. Z tohoto modelu pochopitelně nelze získat úroveň vody v bojleru, dokonce ani nepopisuje rozložení vody a páry v systému.

### 3.5 Efekt smršťování a roztahování

Efekt smršťování a roztahování způsobuje změny v úrovni hladiny vody v bojleru, což komplikuje jeho řízení. Toto chování je silně ovlivněno aktuálním uspořádáním páry v potrubí a v bubnu.

Zvýšený odběr páry způsobí náhlý pokles tlaku v bubnu, což zapříčiní vzniku parních bublin v kotli a tím dojde ke zvýšení objemu a tudíž ke zvýšení hladiny vody. Tento jev se nazývá roztahování. Vzhledem k tomu, že hmotnostní bilance kotle se snížila, očekává se také, že se hladina vody sníží. Nakonec hladina vody se zpožděním klesne, za předpokladu, že je tok napájecí vody udržován na konstatní úrovni. Smršťovací efekt má opačný účinek oproti roztahování. Tento jev nastává, když je poptávka po páře menší. Na základě stejného principu stoupá tlak a parní bubliny se zmenšují a tím dochází ke snižování vodní hladiny. Nakonec vodní hladina stoupá, pokud je tok napájecí vody udržován konstatní. Efekt smršťování a roztahování představuje silnou překážku v řízení hladiny vody v kotli, kvůli jeho neminimálně fázovému chování [3].

## 3.6 Rozložení páry ve stoupačkách a v bojleru

Popis změny úrovně vody v bubnu lze popsat rozložením vody a páry v celém systému. Jejich popis je rozdělen na části stoupaček, spádového potrubí a bubnu.

### 3.6.1 Rozložení páry ve stoupačkách

Směs páry a vody je různorodá po celé délce stoupačky. Ve stoupačkách se voda nachází ve dvou fázích a to v tekuté fázi a ve fázi výparů či par. Ve směsi vody a páry, je  $j$  dáno jako jeho jakost. Potom  $j = \frac{m_v}{m_v + m_l}$ , kde  $m_v$  je hmotnost páry a  $m_l$  je hmotnost vody. Hodnota  $j$  může nabývat hodnot 0 až 1. Aby bylo možné definovat průměrnou hustotu směsi vody a páry v potrubí, je nutné také definovat prázdné části. Prázdný podíl  $\alpha$  ze dvou fází směsí je objemové množství, je dáno jako:  $\alpha = \text{objem páry} / (\text{objem páry} + \text{objem vody})$ .  $\alpha$  a  $j$  mají mezi sebou vztah:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-j}{j}\right) \varphi} \text{ nebo } j = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-j}{j}\right) \frac{1}{\varphi}},$$

kde  $\varphi = s \frac{v_f}{v_g}$ .  $v_f$  a  $v_g$  jsou specifické objemy saturované vody a páry a  $s$  je klouzající poměr mezi dvoufázovou směsí. Dvoufázová směs nikdy neproudí stejnou rychlostí. Vlastně mezi nimi existuje určitá klouzavost, která zpřičiňuje vyšší rychlost páry;  $s$  je bezrozměrná jednotka, která je větší než 1 a je definovaná jako průměrný podíl rychlosti páry ku průměrnému podílu rychlosti vody v jakémkoliv úseku stoupaček. Podle [7] nemá  $s$  téměř žádný vliv na model, a proto bude dále vynechána. Chování toku dvoufázového systému je komplikované a je typicky modelováno parciálními diferenciálními rovnicemi, avšak existuje i lineární rozdělení ([7]) poměru vody a páry v potrubí. Tento poměr se mění podle následujícího vzorce:

$$\alpha_m(\xi) = \xi \alpha_r, 0 \leq \xi \leq 1, \quad (18)$$

kde  $\xi$  je normalizovaná délka souřadnice podél stoupačky a  $\alpha_r$  je hmotnostní poměr na výstupu stoupačky. Objemový podíl páry  $\alpha_v$  a hmotnostní podíl páry  $\alpha_m$  mají mezi sebou vztah:

$$\alpha_v = f(\alpha_m),$$

kde

$$f(\alpha_m) = \frac{\rho_w \alpha_m}{\rho_s + (\rho_w - \rho_s) \alpha_m}.$$

### 3.6.2 Průměrný poměr objemu páry

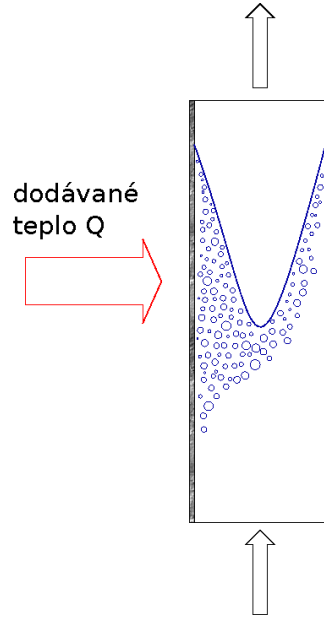
Pro modelování úrovně vody v bubnu je důležité získat celkový objem páry ve stoupačkách. To se řídí průměrným objemovým podílem ve stoupačkách. Je předpokládáno, že hmotnostní podíl je lineární podél celé stoupačky, jak již bylo vyjádřeno v rovnici č. 18. Z toho lze vypočítat průměrný podíl objemu páry ( $\overline{\alpha_v}$ ):

$$\begin{aligned} \overline{\alpha_v} &= \int_0^1 \alpha_v(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{\alpha_r} \int_0^{\alpha_r} f(\alpha_r \xi) d(\alpha_r \xi) \\ &= \frac{1}{\alpha_r} \int_0^{\alpha_r} f(\xi) d\xi \\ &= \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_s} \left( 1 - \frac{\rho_s}{(\rho_w - \rho_s) \alpha_r} \ln \left( 1 + \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \alpha_r \right) \right) \end{aligned} \tag{19}$$

### 3.6.3 Rovnice pro stoupačky

Proměna hmoty a energie mezi párou a vodou kondensováním a vypařováním jsou hlavními elementy v modelování. Při modelování jednotlivých fází musí být přenos uvažován explicitně. To lze vyjádřit hmotnostní bilanční rovnicí pro vodu a páru ve stoupačkách:

$$\frac{d[\rho_s \overline{\alpha_v} V_r + \rho_w (1 - \overline{\alpha_v}) V_r]}{dt} = q_{dc} - q_r. \tag{20}$$



Obrázek č. 4: Průřez stoupačkou.

Kde  $q_r^1$  je hmotnostní průtok vystupující ze stoupaček,  $q_{dc}^2$  je hmotnostní průtok vstupující do stoupaček a  $V_r$  je objem stoupaček. A potom tedy rovnice popisující energetickou bilanci ve stoupačkách je následující:

$$\frac{d[\rho_s h_s \bar{\alpha}_v V_r + \rho_w h_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r - p V_r + m_r c_p t_s]}{dt} = Q + q_{dc} h_w - (\alpha_r h_c + h_w) q_r. \quad (21)$$

Kde  $m_r$  je hmotnost stoupaček a spádového potrubí a  $h_c$  je entalpie kondensátu. Lze ji získat ze vztahu  $h_c = h_s - h_w$ .

### 3.6.4 Cirkulační tok

Přirozená cirkulace toku v bojleru je dána počtem sklonů ve spádovém potrubí a ve stoupačkách. Průtok ve spádovém potrubí ( $q_{dc}$ ) lze obdržet z momentové rovnice. Tato rovnice se skládá ze tří částí, jmenovitě vnitřní síla, hnací síla, která je v tomto případě rozdíl hustot a třecí síla, která působí v potrubí.

<sup>1</sup>Index  $r$  pochází z anglického slova riser.

<sup>2</sup>Index  $dc$  původně z anglického výrazu pro spádové potrubí - downcomer.



- Vnitřní síla:  $(L_r + L_{dc})\frac{dq_{dc}}{dt}$ .
- Hnací síla:  $(\rho_w - \rho_s)\overline{\alpha}_v V_r g$ .
- Třecí síla:  $\frac{kq_{dc}^2}{2\rho_w A_{dc}}$ .

Kombinací tří výše uvedených částí je získána momentová rovnice, kterou lze zapsat jako:

$$(L_r + L_{dc})\frac{q_{dc}}{dt} = (\rho_w - \rho_s)\overline{\alpha}_v V_r g - \frac{kq_{dc}^2}{2\rho_w A_{dc}}. \quad (22)$$

Rovnice (22) je prvního řádu a má časovou konstantu  $\tau$  (přibližně 1s podle [7]):

$$\tau = \frac{(L_r + L_{dc})A_{dc}\rho_w}{kq_{dc}}. \quad (23)$$

Kde  $L_r$  a  $L_{dc}$  jsou délky stoupaček a spádového potrubí,  $k$  je třecí koeficient,  $A_{dc}$  je plocha průtoku spádového potrubí a  $g$  je gravitační konstanta. V ustáleném stavu je systém dán:

$$\frac{1}{2}kq_{dc}^2 = \rho_w A_{dc}(\rho_w - \rho_s)\overline{\alpha}_v V_r g. \quad (24)$$

### 3.6.5 Rozložení páry v bubnu

Fyzikální jev v bojleru je složitá záležitost. Pára vstupuje do bojleru z mnoha stoupaček, napájecí voda vstupuje ze složitého zařízení a opouští buben ve spádovém potrubí a nakonec pára bojler opouští přes parovodní ventil. Geometrie a průtokové vzorce pro takový systém jsou velmi složité. Základní mechanismy, které se vyskytují v bojleru, oddělují vodu, páru a kondesát. Hmotnostní bilanční rovnice pro páru pod úrovní bubnu je:

$$\frac{d(\rho_s V_{sd})}{dt} = \alpha_r q_r - q_{sd} - q_{cd}. \quad (25)$$

Kde  $V_{sd}$  je objem páry v bojleru, v následujících výpočtech potom  $V_{wd}$  reprezentuje objem vody v bojleru a  $q_{cd}$  je hmotnostní tok kondesátu a je dán:

$$q_{cd} = \frac{h_w - h_f}{h_c} q_f + \frac{1}{h_c} \left( \rho_s V_{sd} \frac{dh_s}{dt} + \rho_w V_{wd} \frac{dh_w}{dt} - (V_{sd} + V_{wd}) \frac{dp}{dt} + m_d c_p \frac{dt_s}{dt} \right). \quad (26)$$

Kde  $h_f$  je entalpie napájecí vody a  $m_d$  je hmotnost bubnu. Tok  $q_{sd}$  je hnán rozdílem hustot vody, páry a momentem toku vstupujícího do bubnu. Výraz pro  $q_{sd}$  je empirický model a je vhodný pro experimentální data (podle [7]) a je dán:

$$q_{sd} = \frac{\rho_s}{T_d} (V_{sd} - V_{sd}^0) + \alpha_r q_{dc} + \alpha_r \beta (q_{dc} - q_r). \quad (27)$$

Kde  $V_{sd}^0$  je objem páry v bojleru v hypotetické situaci, kdy není ve válci žádný kondensát,  $\beta$  je empirický parametr [3] a  $T_d$  je doba zdržení páry v bojleru.

### 3.6.6 Hladina vody v bojleru

V předchozích kapitolách bylo popsáno rozložení páry pod úrovní bubnu, nyní se vytvoří na úrovni bubnu. Úroveň vody v bubnu se skládá ze dvou částí, a to:

- celkový objem vody v bubnu:

$$V_{wd} = V_{wt} - V_{dc} - (1 - \bar{\alpha}_v) V_r, \quad (28)$$

- posun vzhledem ke změnám v poměru voda-pára ve stoupačkách.

Odvození úrovně vody  $l$  je měřeno při normálních provozních podmínkách a je dáno:

$$l = \frac{V_{sd} + V_{wd}}{A_d} = l_w + l_s. \quad (29)$$

Kde  $l_w = \frac{V_{wd}}{A_d}$  a  $l_s = \frac{V_{sd}}{A_d}$ ,  $l_w$  je úroveň vody způsobená změnami množství vody v bubnu,  $l_s$  je úroveň obměny páry ve válci způsobená změnami množství páry a  $A_d$  je aktuální mokrá plocha v bubnu.

## 3.7 Model

Pro získání modelu bojleru je nutné spojit základní model bojleru a jeho rozšíření, které se zabývá rozložením vody a páry v jednotlivých částech bojleru. Model potom budou tvořit rovnice (1), (2), (20), (21) a (25) spolu s dalšími algebraickými rovnicemi. Cirkulační tok  $q_{dc}$  do spádového potrubí je dán rovnicí (24), tok páry  $q_{sd}$  skrze hladinu vody v bubnu je dán rovnicí (27) a úroveň hladiny vody  $l$  v bubnu je dána rovnicí (29). Celkové objemy vody a páry, nebo v různých částech systému, lze počítat podle vztahů (3) a (28).

### 3.7.1 Stavový model

Jako stavové proměnné je vhodné vybrat takové proměnné, které budou dobře fyzikálně měřitelné.

- Stavové proměnné: celkový objem vody v systému  $V_{wt}$ , tlak  $p$ , jakost páry  $\alpha_r$  a objem páry ve válci  $V_{sd}$ .
- Řiditelné vstupy: působící teplo na soupačky  $Q$ , tok napájecí vody  $q_f$ .
- Měřený výstup: úroveň hladiny vody v bubnu  $l$  a jakost páry  $\alpha_r$

Vstup  $q_s$  je vlastně odběr páry a tento vstup je posuzován jako porucha. Více je v kapitole o řízení 3.11.

### 3.7.2 Tlak a výpočet objemu

Stavové rovnice pro tlak  $p$  a objem vody v systému  $V_{wt}$  lze získat z rovnic celkové hmotnostní bilanční rovnice (1) a z celkové energetické bilanční rovnice (2). Tyto rovnice lze zapsat jako stavové rovnice viz (16).

### 3.7.3 Dynamika ve stoupačkách

Dynamika ve stoupačkách je získána z rovnice (20) a z rovnice (21) a jejich dalším zjednodušením (eliminací  $q_r$ ) a vynásobením rovnice (20) výrazem  $(h_w + \alpha_r h_c)$  a přidáním rovnice (21).

Výsledkem je následující rovnice:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}(\rho_s h_s \bar{\alpha}_v V_r) - (h_w + \alpha_r h_c) \frac{d}{dt}(\rho_s \bar{\alpha}_v V_r) + \frac{d}{dt}[\rho_w h_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r] \\ & - (h_w + \alpha_r h_c) \frac{d}{dt}(\rho_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r) - V_r \frac{dp}{dt} + m_r c_p \frac{dt_s}{dt} = Q - \alpha_r h_c q_{dc}. \end{aligned} \quad (30)$$

Rovnice (30) lze zjednodušit na:

$$\begin{aligned} & h_c (1 - \alpha_r) \frac{d}{dt}(\rho_s \bar{\alpha}_v V_r) + p_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r \frac{dh_w}{dt} - \alpha_r h_c \frac{d}{dt}[\rho_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r] \\ & + \rho_s \bar{\alpha}_v V_r \frac{dh_s}{dt} - V_r \frac{dp}{dt} + m_r c_p \frac{dt_s}{dt} = Q - \alpha_r q_{dc} h_c. \end{aligned} \quad (31)$$

Pokud jsou známé stavové proměnné  $p$  a  $\alpha_r$ , tak lze vypočítat tok stoupačkami  $q_r$  z rovnice (20). To lze vyjádřit:

$$\begin{aligned} q_r &= q_{dc} - \frac{d}{dt}(\rho_s \bar{\alpha}_v V_r) - \frac{d}{dt}(\rho_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r) \\ &= q_{dc} - V_r \frac{d}{dt}[(1 - \bar{\alpha}_v) \rho_w + \bar{\alpha}_v \rho_s] \\ &= q_{dc} - V_r \frac{d}{dt}[\rho_w - \bar{\alpha}_v (\rho_w - \rho_s)] \\ &= q_{dc} - V_r \frac{\partial}{\partial p} [(1 - \bar{\alpha}_v) \rho_w + \bar{\alpha}_v \rho_s] \frac{dp}{dt} + V_r (\rho_w - \rho_s) \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} \frac{d\alpha_r}{dt}. \end{aligned} \quad (32)$$

Dynamiku bojleru lze zachytit hmotnostní bilanční rovnicí (25). Ve stejné rovnici jsou i nahrazeny výrazy  $q_r$  z (32),  $q_{sd}$  z (27) a  $q_{cd}$  z (26). Výsledek je zjednodušen na:

$$\begin{aligned} \rho_s \frac{dV_{sd}}{dt} + V_{sd} \frac{d\rho_s}{dt} + \frac{1}{h_c} \left[ \rho_s V_{sd} \frac{dh_s}{dt} + \rho_w V_{wd} \frac{dh_w}{dt} - (V_{sd} + V_{wd}) \frac{dp}{dt} + m_d c_p \frac{dt_s}{dt} \right] + \\ \alpha_r (1 + \beta) V_r \frac{d}{dt} [(1 - \bar{\alpha}_v) \rho_w + \rho_s \bar{\alpha}_v] = \frac{\rho_s}{T_d} (V_{sd}^0 - V_{sd}) + \frac{h_f - h_w}{h_c} q_f. \end{aligned} \quad (33)$$

### 3.7.4 Shrnutí

Stavové rovnice vypadají následovně:

$$\begin{aligned} e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dp}{dt} &= q_f - q_s, \\ e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{22} \frac{dp}{dt} &= Q + q_f h_f - q_s h_s, \\ e_{32} \frac{dp}{dt} + e_{33} \frac{d\alpha_r}{dt} &= Q - \alpha_r h_c q_{dc}, \\ e_{42} \frac{dp}{dt} + e_{43} \frac{d\alpha_r}{dt} + e_{44} \frac{dV_{sd}}{dt} &= \frac{\rho_s}{T_d} (V_{sd}^0 - V_{sd}) + \frac{(h_f - h_w)}{h_c} q_f. \end{aligned} \quad (34)$$

Kde:

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \rho_w - \rho_s, \\
e_{12} &= V_{wt} \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + V_{st} \frac{\partial \rho_s}{\partial p}, \\
e_{21} &= \rho_w h_w - \rho_s h_s, \\
e_{22} &= V_{wt} \left( h_w \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) + V_{st} \left( h_s \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) - V_t + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p}, \\
e_{32} &= \left( \rho_w \frac{\partial h_w}{\partial p} - \alpha_r h_c \frac{\partial \rho_w}{\partial p} \right) (1 - \bar{\alpha}_v) V_r + \left( (1 - \alpha_r) h_c \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) \bar{\alpha}_v V_r, \\
&\quad + (\rho_s + (\rho_w - \rho_s) \alpha_r) h_c V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial p} - V_r + m_r c_p \frac{\partial t_s}{\partial p}, \\
e_{33} &= ((1 - \alpha_r) \rho_s + \alpha_r \rho_w) h_c V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r}, \\
e_{42} &= V_{sd} \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + \frac{1}{h_c} \left( \rho_s V_{sd} \frac{\partial h_s}{\partial p} + \rho_w V_{wd} \frac{\partial h_w}{\partial p} - V_{sd} - V_{wd} + m_d c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right), \\
&\quad + \alpha_r (1 + \beta) V_r \left( \bar{\alpha}_v \frac{\partial \rho_s}{\partial p} + (1 - \bar{\alpha}_v) \frac{\partial \rho_w}{\partial p} + (\rho_s - \rho_w) \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial p} \right), \\
e_{43} &= \alpha_r (1 + \beta) (\rho_s - \rho_w) V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r}, \\
e_{44} &= \rho_s.
\end{aligned} \tag{35}$$

A dále:

$$\begin{aligned}
l &= \frac{V_{sd} + V_{wd}}{A_d}, \\
V_t &= V_{st} + V_{wt}, \\
h_c &= h_s - h_w, \\
\bar{\alpha}_v &= \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_s} \left[ 1 - \frac{\rho_s}{(\rho_w - \rho_s)\alpha_r} \ln \left( 1 + \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \alpha_r \right) \right], \\
q_{dc} &= \sqrt{\frac{2\rho_w A_{dc} (\rho_w - \rho_s) g \bar{\alpha}_v V_r}{k}}, \\
\frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial p} &= \frac{1}{(\rho_w - \rho_s)^2} \left( \rho_w \frac{\partial \rho_s}{\partial p} - \rho_s \frac{\partial \rho_w}{\partial p} \right) \left[ 1 + \frac{\rho_w}{\rho_s} \frac{1}{\eta + 1} - \frac{\rho_s + \rho_w}{\eta \rho_s} \ln(1 + \eta) \right], \\
\frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} &= \frac{\rho_w}{\rho_s \eta} \left[ \frac{1}{\eta} \ln(1 + \eta) - \frac{1}{1 + \eta} \right], \\
\eta &= \alpha_r \frac{(\rho_w - \rho_s)}{\rho_s}.
\end{aligned} \tag{36}$$

Výsledný systém je typu:

$$\begin{aligned}
E(t)\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)), \\
y(t) &= l(x(t)).
\end{aligned} \tag{37}$$

Kde:

$$\begin{aligned}
 E(t) &= \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 & 0 \\ e_{21} & e_{22} & 0 & 0 \\ 0 & e_{32} & e_{33} & 0 \\ 0 & e_{42} & e_{43} & e_{44} \end{bmatrix}, & x(t) &= \begin{bmatrix} V_{wt} \\ p \\ \alpha_r \\ V_{sd}^0 \end{bmatrix}, & u(t) &= \begin{bmatrix} q_f \\ Q \\ q_s \end{bmatrix}, \\
 f(x(t), u(t)) &= \begin{bmatrix} q_f - q_s \\ Q - q_f h_f - q_s h_s \\ Q - \alpha_r h_c q_{dc} \\ \rho_s \frac{V_{sd}^0 + V_{sd}}{T_d} + \frac{h_f - h_w}{h_c} q_f \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{38}$$

## 3.8 Zjednodušené a linearizované modely

### 3.8.1 Parametry modelu

V následujících modelech jsou použity parametry z [7] a jsou to:

- celkový objem  $V_t = 85[m^3]$ , objem stoupaček  $V_r = 37[m^3]$ , objem spádového potrubí  $V_{dc} = 11[m^3]$ , celkový objem vody  $V_{wt} = 57.5[m^3]$ , počáteční objem páry v bojleru  $V_{sd}^0 = 4.8[m^3]$ ,
- celková hmotnost  $m_t = 30000[kg]$ , hmotnost stoupaček a spádového potrubí  $m_r = 160000[kg]$ , hmotnost bojleru  $m_d = 10000[kg]$
- gravitační konstanta  $g = 9.81[m/s^{-2}]$ ,
- mokrá plocha v bojleru  $A_d = 20[m^2]$ , plocha průřezu spádového potrubí  $A_{dc} = 0.355[m^2]$ ,
- hmotnostní podíl páry (jakost páry)  $\alpha_r = 0.051$ ,
- tlak  $p = 8.5[MPa]$ ,
- třecí koeficient  $k = 25$ ,



- doba zdržení páry v boileru  $T_d = 12[s]$ ,
- empirický parametr  $\beta = 0.3$ ,
- specifická teplota kovu  $c_p = 550[J/Kg^\circ C]$

### 3.8.2 Zjednodušený nelineární model s konstatním tlakem

Zjednodušený model spočívá v uvažování konstantního tlaku  $\frac{dp}{dt} = 0$ . Změny tlaku jsou ve skutečnosti příliš malé (variují okolo stále hodnoty). Upravením rovnice (16) vznikne:

$$\begin{aligned} e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} &= q_f - q_s, \\ e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} &= Q + q_f h_f - q_s h_s. \end{aligned} \tag{39}$$

Po vynásobení rovnice koeficienty  $e_{11}$  a  $e_{21}$  jsou rovnice od sebe odečteny a pak dále upraveny:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{e_{11}}(q_f - q_s) - \frac{1}{e_{21}}(Q + q_f h_f - q_s h_s), \\ Q &= \frac{e_{21}}{e_{11}}(q_f - q_s) - q_f h_f + q_s h_s. \end{aligned} \tag{40}$$

Výsledek ze (40) lze dosadit spolu s konstatním tlakem do rovnic (34) a je obdržén následující zjednodušený model:

$$\begin{aligned} e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} &= \frac{e_{21}}{e_{11}}(q_f - q_s), \\ e_{33} \frac{d\alpha_r}{dt} &= \frac{e_{21}}{e_{11}}(q_f - q_s) - q_f h_f + q_s h_s - \alpha_r h_c q_{dc}, \\ e_{43} \frac{d\alpha_r}{dt} + e_{44} \frac{dV_{sd}}{dt} &= \frac{\rho_s}{T_d}(V_{sd}^0 - V_{sd}) \frac{h_f - h_w}{h_c} q_f. \end{aligned} \tag{41}$$

### 3.8.3 Linearizace modelu s konstantními parametry matice E

Rovnice linearizovaného modelu:

$$\begin{aligned} E^k \hat{x}(t) &= J_1 \hat{x}(t) + J_2 u(t), \\ y(t) &= J_3 \hat{x}(t), \end{aligned} \tag{42}$$

kde  $E^k$  je konstantní matice  $E$ . Nové matice  $A$ ,  $B$  a  $C$  budou vypočteny z Jacobiových matic  $J_1$ ,  $J_2$  a  $J_3$ :

### 3.8.4 Linear parametr varying

Model je linearizován podle požadavků na řízení, to znamená, že vstupní vektor je nastaven na:

$$u_0 = \begin{bmatrix} 32 & 1 \cdot 10^6 & 32 \end{bmatrix}, \tag{43}$$

kde první prvek vektoru  $u_0$  je hmotnostní přítok  $q_f$  a druhý prvek je dodávané teplo  $Q$ . Nyní lze vypočítat vektor  $x_0$ :

$$f(x, u_0) = 0. \tag{44}$$

A pak

$$f(x_0, u_0) = 0, \tag{45}$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 5,02 \cdot 10^{-7} & 3,49 \cdot 10^{-5} & 8,65 \cdot 10^{-3} & -9.27 \end{bmatrix},$$

kde  $x_0$  je potom rovnovážný stav pro zvolené řízení  $u_0$ .

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_0, u=u_0}, \\
 J_2 &= \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=x_0, u=u_0}, \\
 J_3 &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_0},
 \end{aligned} \tag{46}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_1}{\partial p} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_1}{\partial V_{sd}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_2}{\partial p} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_2}{\partial V_{sd}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_3}{\partial p} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_3}{\partial V_{sd}} \\ \frac{\partial f_4}{\partial V_{wt}} & \frac{\partial f_4}{\partial p} & \frac{\partial f_4}{\partial \alpha_r} & \frac{\partial f_4}{\partial V_{sd}} \end{bmatrix},$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_r h_c \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial p} & -h_c q_{dc} - \alpha_r h_c \frac{\partial q_{dc}}{\partial \alpha_r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \rho_s}{\partial p} \frac{V_{sd}^0 - V_{sd}}{T_d} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{h_f}{h_c} \right) & 0 & -\frac{\rho_s}{T_d} \end{bmatrix}, \tag{47}$$

kde  $\frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial p}$  viz výše a zbytek:

$$\frac{\partial q_{dc}}{\partial \alpha_r} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\rho_w A_{dc}(\rho_w - \rho_s)g\bar{\alpha}_v V_r}{k} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{2\rho_w A_{dc}(\rho_w - \rho_s)gV_r}{k} \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{h_f}{h_c} \right) = \frac{(h_w - h_f) \frac{\partial h_s}{\partial p} + (h_f - h_s) \frac{\partial h_w}{\partial p}}{e} (h_s - h_w)^2,$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_f} & \frac{\partial f_1}{\partial Q} & \frac{\partial f_1}{\partial q_s} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_f} & \frac{\partial f_2}{\partial Q} & \frac{\partial f_2}{\partial q_s} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q_f} & \frac{\partial f_3}{\partial Q} & \frac{\partial f_3}{\partial q_s} \\ \frac{\partial f_4}{\partial q_f} & \frac{\partial f_4}{\partial Q} & \frac{\partial f_4}{\partial q_s} \end{bmatrix},$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -h_f & 1 & -h_s \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{h_f - h_w}{h_c} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (48)$$

$$J_3 = \left[ \frac{\partial l}{\partial V_{wt}} \quad \frac{\partial l}{\partial p} \quad \frac{\partial l}{\partial \alpha_r} \quad \frac{\partial l}{\partial V_{sd}} \right]^T$$

a

$$J_3 = \left[ \frac{1}{A_d} \quad V_r \frac{\partial \alpha_r}{\partial p} \quad \frac{1}{A_d} V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} \quad \frac{1}{A_d} \right]^T. \quad (49)$$

Z vypočtených Jacobiových matic  $J$ ,  $J_2$  a  $J_3$  [(47), (55) a (49)] je získána linearizovaná stavová rovnice:

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= (E^k)^{-1} J_1 \hat{x}(t) + (E^k)^{-1} J_2 u(t), \\ y(t) &= J_3 \hat{x}(t),\end{aligned}\tag{50}$$

### 3.9 Výstup linearizovaného systému z prostředí Matlab

Pro úplnost zde doplňuji výstup z Matlabu, když dojde k vytvoření spojitého systému z matice  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  a  $D$  příkazem  $ss(a,b,c,d)$ :

$a =$

	$x1$	$x2$	$x3$	$x4$
$x1$	0	$-2.252e-14$	$1.133e-14$	0
$x2$	0	0	0	0
$x3$	0	2.095	-1.053	0
$x4$	0	7012	-3527	-0.0833

$b =$

	$u1$	$u2$
$x1$	0.001126	$-2.027e-9$
$x2$	$-4.0533e-8$	$3.5e-11$
$x3$	$2.43e-5$	$1.84e-8$
$x4$	0.09142	$2.446e-5$

$c =$

	$x1$	$x2$	$x3$	$x4$
$y1$	0.05	0	12.5	0.05
$y2$	0	0	1	0

kde matice  $D$  obsahuje samé nuly s respektováním počtu řádků a sloupečků podle matic  $J_2$  a  $J_3$ , resp. matic  $b$  a  $c$ .

### 3.10 Analýza systému

#### 3.10.1 Stabilita systému

Z linearizovaného modelu a z jeho ustáleného stavu (50) byly vypočteny vlatní čísla matice  $A$ :

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 0, \\ \lambda_2 &= -0.0833, \\ \lambda_3 &= -1.0534, \\ \lambda_4 &= 0.\end{aligned}\tag{51}$$

Stabilita rovnovážného stavu je typem sedlo, tedy je vždy nestabilní a časový průběh  $x(t)$  je nekmitavý a aperiodický. Systém není BIBO stabilní; nereaguje na omezený vstup omezeným výstupem.

#### 3.10.2 Řiditelnost a pozorovatelnost

- Systém je říditelný a dosažitelný, protože hodnost matice říditelnosti je rovna dimenzi vektoru stavu.

$$\begin{aligned}h[b, Ab, A^2b, \dots, A^{n-1}b] &= \dim x(t) \\ h[J_2, J_1J_2, J_1^2J_2, J_1^3J_2] &= \dim x(t)\end{aligned}\tag{52}$$

$$h \begin{bmatrix} 1.2385 & -0.0081 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.026 & 0.073 & -0.028 & -0.072 & 0.029 & 0.081 & -0.031 & -0.085 \\ 100.56 & 97.88 & -102.97 & -266.77 & 108.22 & 294.66 & -113.98 & -311.53 \end{bmatrix} = 4$$

$$\dim x(t) = 4$$

- Systém je pozorovatelný a rekonstruovatelný, protože hodnost matice pozorovatelnosti je rovna dimenze vektoru stavu.

$$\begin{aligned} h[c^T \ c^T A \ \dots \ c^T A^{n-1}] &= \dim x(t) \\ h[J_3^T \ J_3^T J_1 \ J_3^T J_1^2 \ J_3^T J_1^3] &= \dim x(t) \end{aligned} \tag{53}$$

$$h \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 12.5034 & 0.05 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 376.7743 & -189.5053 & -0.0042 \\ 0 & 2.0946 & -1.0534 & 0 \\ 0 & -426.1408 & 214.3189 & 0.0003 \\ 0 & -2.2064 & 1.1097 & 0 \\ 0 & 451.3373 & -226.9899 & 0 \\ 0 & 2.2343 & -1.1689 & 0 \end{bmatrix} = 4$$

$$\dim x(t) = 4$$

### 3.10.3 Skoková odezva

Na obrázku č. 5 je zobrazena skoková odezva systému. Rovnice byly pro tuto chvíli upraveny tak, aby funkce *step* v prostředí Matlab zobrazila všechny výstupy najednou, tak aby na výstupu systému byla vidět jejich závislost a dynamika systému.

Jelikož příkaz *step* neumožňuje nastavení počátečních podmínek, tak všechny stavové proměnné začínají od nuly, tím pádem tyto grafy nevypovídají nic o skutečném systému, ale lze z nich pozorovat chování systému. Čas odezvy je nastaven na 200 sekund.

V prvním řádku je úroveň hladiny vody v bubnu  $l$  v  $[m^3]$ , v druhém je jakost páry  $\alpha_r$ , ve třetím je objem páry v bubnu  $V_{sd}$  v  $[m^3]$ , ve čtvrtém je celkový objem vody v bojleru  $V_{wt}$  v  $[m^3]$  a v pátém řádku je tlak  $p$  v  $[MPa]$ . Poslední čtyři řádky jsou vlastně stavové proměnné. Při přítoku napájecí vody  $q_f$  v  $[kg/s]$  stoupá hladina vody v bubnu, na jakost

páry má minimální vliv, ale přesto trochu klesá, stejně tak se téměř nemění objem páry v bubnu, stoupá celkový objem vody v bojleru a klesá tlak. Nepatrná změna v objemu páry v bubnu je způsobena neminimální fázovostí systému a klesající tlak kvalita páry dolitím studenější vody.

V druhém sloupečku je dodávané teplo  $Q$  v  $[MW]$  do systému, resp. do stoupaček, kde dochází k ohřevu vody a vzniku páry. Úroveň hladiny vody klesá v důsledku vytváření páry, dodávání tepla do systému ovlivňuje jakost páry, která tím stoupne, zvedá se také množství páry v bubnu, celkový objem vody v bojleru klesá a tlak stoupá. Zde je patrný efekt smršťování a roztahování v jakosti páry.

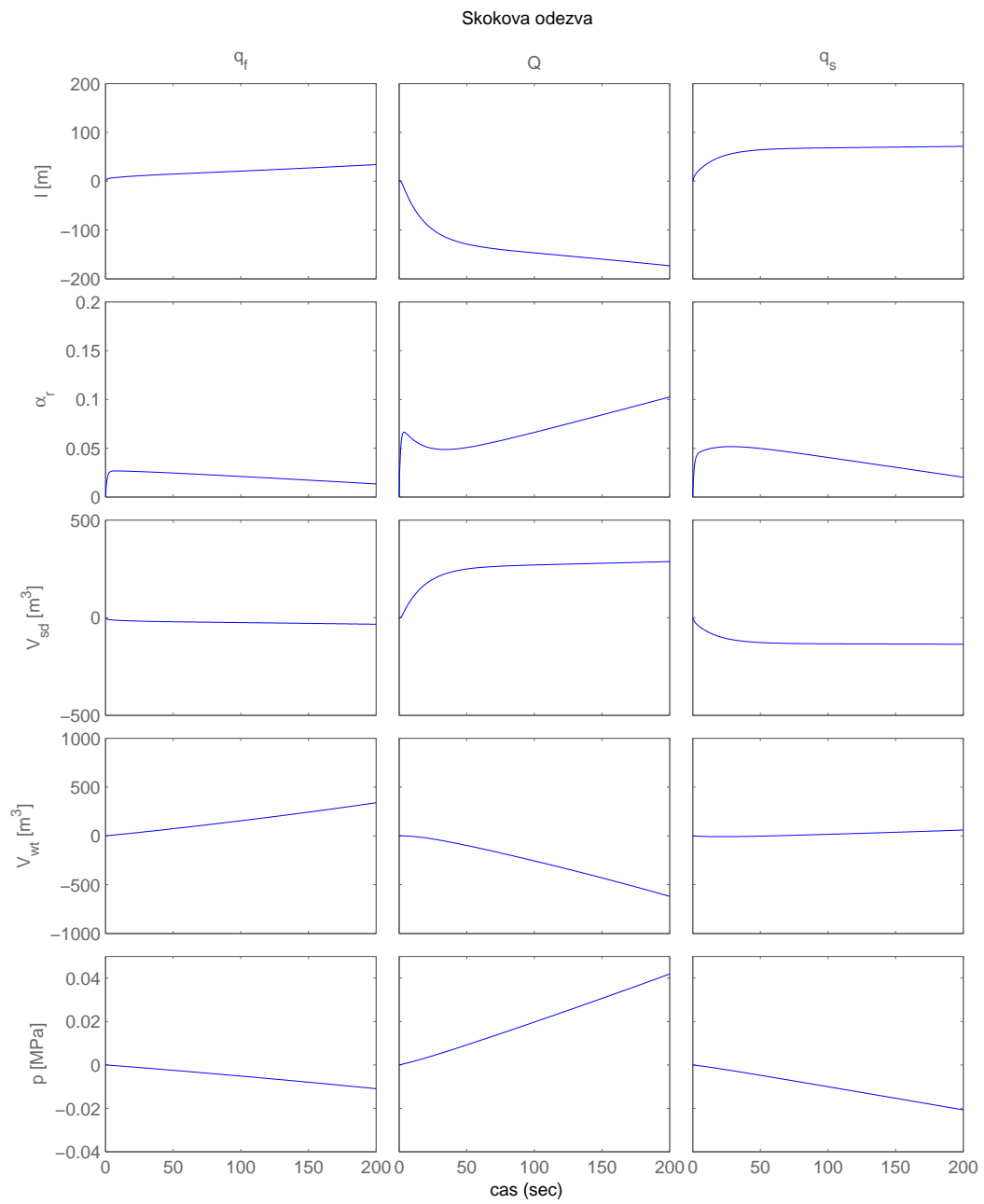
Ve třetím sloupečku je hmotnostní odtok páry  $q_s$  v  $[kg/s]$ . Hladina napřed stoupne a potom opět začne klesat, to je dáno neminimální fázovostí systému, jakost páry je tímto ovlivněna málo, objem páry v bubnu klesá, celkový objem vody v bojleru se nemění a tlak klesá.

### 3.11 Vstup je porucha

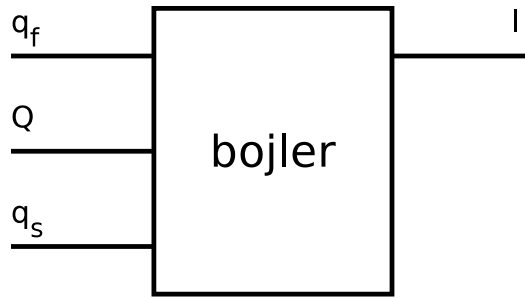
Na následujícím obrázku (č.6) je blokově zobrazený model bojleru. Tímto modelem lze řídit úroveň vody  $l$  v bubnu. Na výstupu bojleru, a nyní je myšleno přímo konec potrubí, je připojeno další zařízení. Často se jedná o zařízení typu přihrívák, toto zařízení není tak důležité pro další vývoj modelu bojleru, mnohem důležitějším zařízením je parní turbína. Takové zařízení potřebuje pro svou práci páru v požadované kvalitě a v požadovaném množství. Je velmi důležité, aby otáčky parní turbíny nekolísaly a to se zajišťuje především dodáváním stále stejného množství páry. Dále je důležité, aby pára byla ve stále stejné kvalitě, v opačném případě by mohlo dojít k poškození lopatek turbíny, např. vlivem obsahu malých kapiček vody v páře (kavitace), a tím pádem následně k odstavení parní turbíny, odstavení výroby, odstavení parního kotle a nakonec k odstavení celého zařízení. S tímto samozřejmě souvisí nemalé finanční výdaje, jednak na opravu turbíny a jednak s neschopností vyrábět elektrickou energii.

Model je potřeba upravit tak, aby na svém výstupu (matematickém) bylo možno sledovat





Obrázek č. 5: Skoková odezva systému

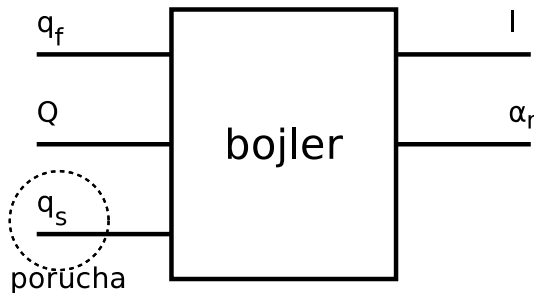


Obrázek č. 6: Blokové schéma modelu bojleru

jakost páry na výstupu. Protože jakost páry  $\alpha_r$  je jednou ze stavových veličin modelu, tak pro její výstup je upravena matice  $J_3$  následujícím způsobem:

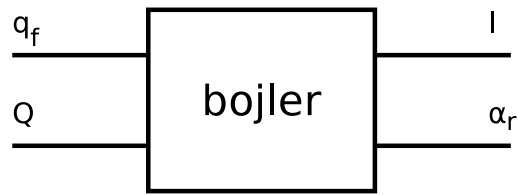
$$J_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial \alpha_r}{\partial p} & \frac{1}{A_d} V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} & \frac{1}{A_d} \\ \frac{1}{A_d} & V_r \frac{\partial \alpha_r}{\partial p} & \frac{1}{A_d} V_r \frac{\partial \bar{\alpha}_v}{\partial \alpha_r} & \frac{1}{A_d} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (54)$$

také byla upravena matice  $D$ , přímý přenos ze vstupu na výstup, o přidané nuly. Další důležitou úpravou je nastavení hmotnostního odtoku páry  $q_s$  jako poruchy (viz obrázek č.7). Tento matematický vstup je vlastně výstupem ze systému, protože musí být zachována



Obrázek č. 7:  $q_s$  hmotnostní odtok páry je porucha

rovnováha v hmotnostním přítoku  $q_f$  a hmotnostním odtoku  $q_s$  za působení dodávaného tepla  $Q$ . Tato porucha je nastavena jako konstantní hodnota a následně při linearizaci je zderivována do nuly. Upravený systém modelu bojleru je zobrazen na obrázku č.8. Jedná se tedy o systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy; v literatuře označovaný jako TITO (two input, two output) systém [5]. Pro takový systém lze použít techniku rozvazbení. Potom



Obrázek č. 8: Upravený model bojleru se dvěma vstupy a dvěma výstupy

lze navrhnout regulátory tak, aby se navzájem neovlivňovali, tedy klasickými metodami návrhu pro SISO systémy.

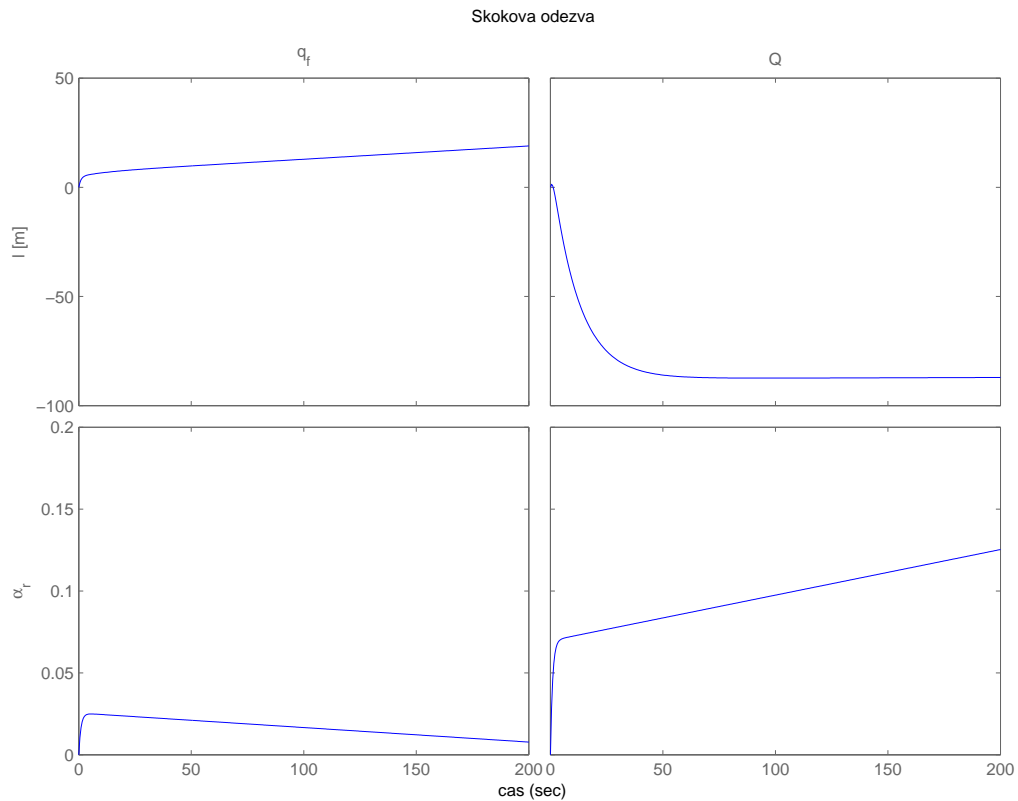
Jak již bylo výše popsáno byla upravena i vstupní matice  $J_2$ :

$$J_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -h_f & 1 \\ 0 & 1 \\ \frac{h_f - h_w}{h_c} & 0 \end{bmatrix} . \quad (55)$$

Do systému jsou nyní zavedeny dva vstupy  $q_f$  a  $Q$ .

### 3.11.1 Skoková odezva upraveného systému

U skokové odezvy příkazem *step* platí stejné podmínky jako u předchozí skokové odezvy pro neupravený systém. Na obrázku č.9 je patrné, že při dodávání vody do bubnu se zvedá hladina a zároveň klesá kvalita páry. Při dodávání tepla klesá hladina vody v bubnu a stoupá jakost páry.



Obrázek č. 9: Skoková odezva systému se dvěma vstupy a se dvěma výstupy

## 4 Návrh rozvazovacího regulátoru

### 4.1 Úvod

Většina řízených systémů jsou komplexní a více proměnné, tzn. skládají se z několika měřených signálů a z několika řízených signálů, často zde existují vazby mezi různými signály. Typický proces řízení elektrárny může obsahovat tisíce vstupů a tisíce výstupů. Je běžné, že se různé hodnoty procesů ovlivňují, to znamená, že různé řídicí smyčky se navzájem ruší. V průmyslu je takový problém často řešen tím, že se naladí nejdůležitější smyčka tak, aby dávala alespoň dobrý výkon, zatím co ostatní se rozladí tak, aby jejich ovlivňování hlavní smyčky bylo v přijatelných mezích. Toto nastavení je pochopitelně velmi vzdálené optimálnímu nastavení.

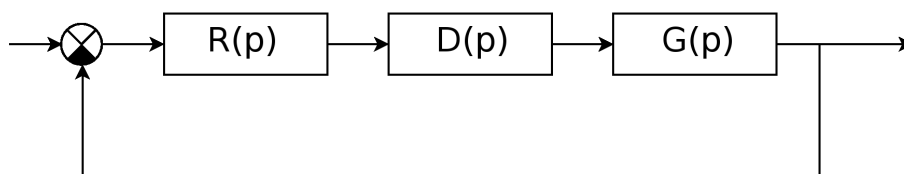
V případě systémů se dvěma vstupy a dvěma výstupy lze použít rozvazbovací regulátor, který by měl interakce mezi různými vstupy a výstupy potlačit, aby bylo vzájemné ovlivnění co nejmenší.

## 4.2 Ovlivňování

Na obrázcích č.5 a č.9 lze pozorovat vzájemné ovlivňování výstupů vstupy. Je zřejmé, že když bude do bubnu nalita studená napajecí voda tak v konečném důsledku stoupne hladina vody v bubnu, ale také klesne jakost vyráběné páry a obráceně v důsledku dodávání tepla do systému přes stoupačky dojde k poklesu hladiny vody v bubnu a zvýší se jakost páry na výstupu. Tyto efekty jsou nežádoucí a měli by být co nejvíce potlačeny. Požadavek je takový, aby se při nalití studené vody, co možná nejméně změnila jakost páry a při dodávání tepla pro výrobu páry, se co možná nejméně změnila úroveň hladiny vody. Je pochopitelné, že tyto jevy se musí navzájem ovlivňovat, protože se jedná o základní fyzikální principy, ovšem tento jev lze minimalizovat pomocí rozvazbovacího regulátoru.

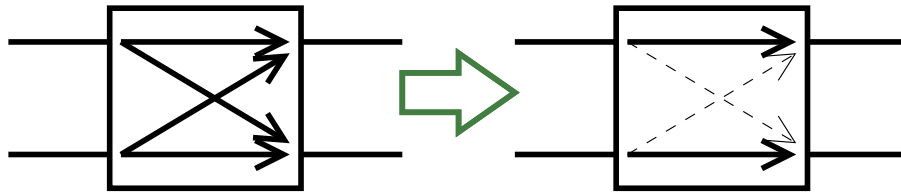
## 4.3 Obecná struktura rozvazbovacího regulátoru

Obecná struktura rozvazbovacího regulátoru ve zpětné vazbě je zobrazena na obrázku č. 10, kde  $G(p)$  je matice přenosových funkcí řízeného systému, matice  $R(p)$  je matice



Obrázek č. 10: Obecná struktura rozvazbovacího regulátoru ve zpětné vazbě

přenosových funkcí regulátoru a matice  $D(p)$  je matice přenosových funkcí rozvazbovacího regulátoru. Úkolem rozvazbovacího regulátoru je, jak už bylo výše popsáno, dosáhnout co nejmenšího ovlivňování mezi různými vazbami. Konkrétně pro systémy se dvěma vstupy a dvěma výstupy to vypadá následovně (viz obrázek č.11): Tedy matice  $D(p)$  musí být diagonální matice přenosových funkcí rozvazbovacího regulátoru.



Obrázek č. 11: Vlevo nerozvazbený řízený systém, vpravo rozvazbený řízený systém

## 4.4 Návrh regulátoru pomocí GMK

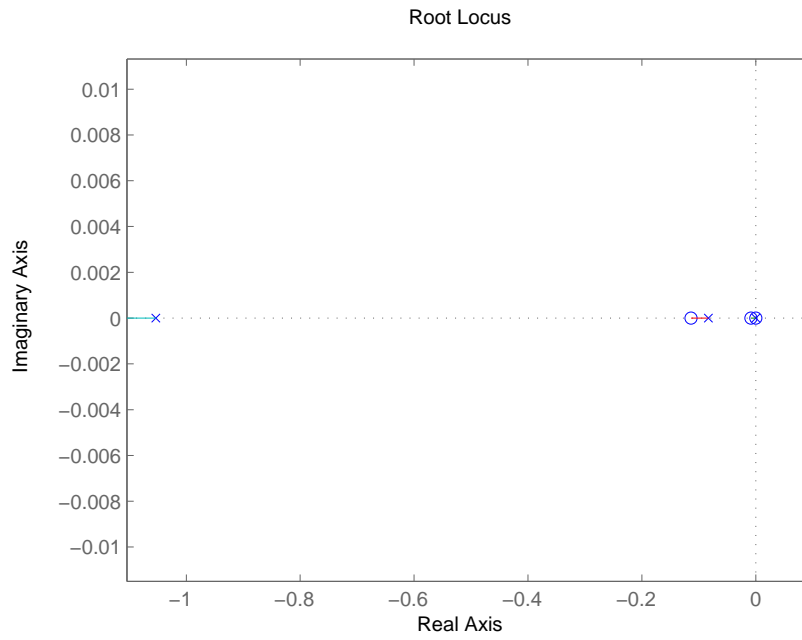
Návrh regulátoru  $R_1(p)$  a  $R_2(p)$  bude probíhat pomocí metody GMK. Protože bude použit rozvazbovací regulátor, tak první fáze návrhu spočívá v neuvažování interakcí. Návrh regulátoru bude brát v úvahu pouze přenos na diagonále. Tedy pro  $R_1(p)$  to bude přenos  $g_{11}(p)$  a pro  $R_2(p)$  to bude přenos  $g_{22}(p)$ . Přenosy  $g_{11}(p)$  a  $g_{22}(p)$  jsou diagonální přenosy z matice přenosu řízeného systému  $G(p)$ . Oba regulátory byli zvoleny z GMK a pak byli ještě následně nepatrně upraveny ručně, tak aby měli co možná nejlepší odezvu v uzavřené zpětné vazbě.

### 4.4.1 Návrh $R_1(p)$

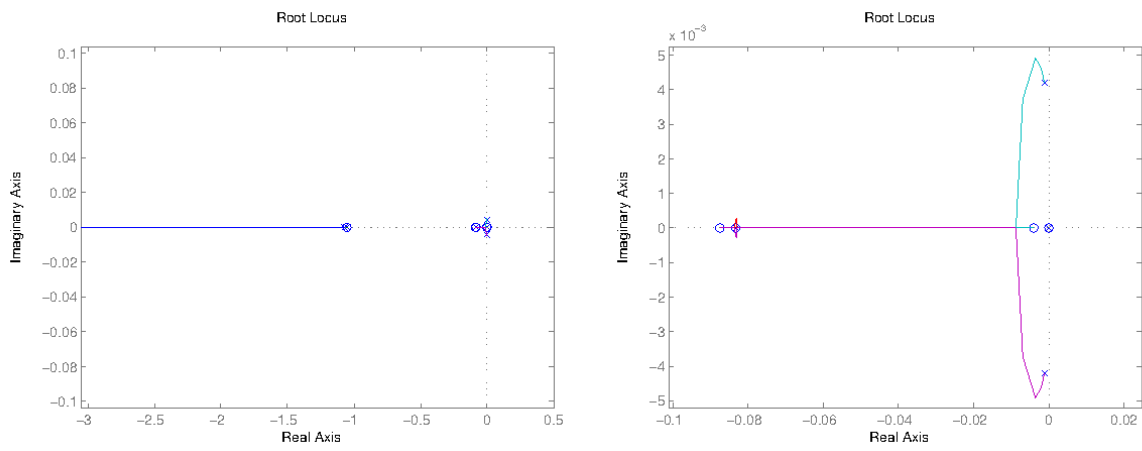
Z následujícího obrázku č.12 je vidět, že téměř všechny nuly a póly jsou umístěny v blízkosti imaginární osy. Jeden z pólů je umístěn vpravo od imaginární osy, ale je tak blízko, že ho lze považovat jako nulový. Je v řádu  $10^{-18}$ . Navržený regulátor je typu PI, proporcionální a integrační složka a vypadá následovně:

$$R_1(p) = 0.35 \left( 1 + \frac{1}{4p} \right) \quad (56)$$

GMK přenosové funkce  $g_{11}(p)$  a  $R_1(p)$  je na obrázku 13.



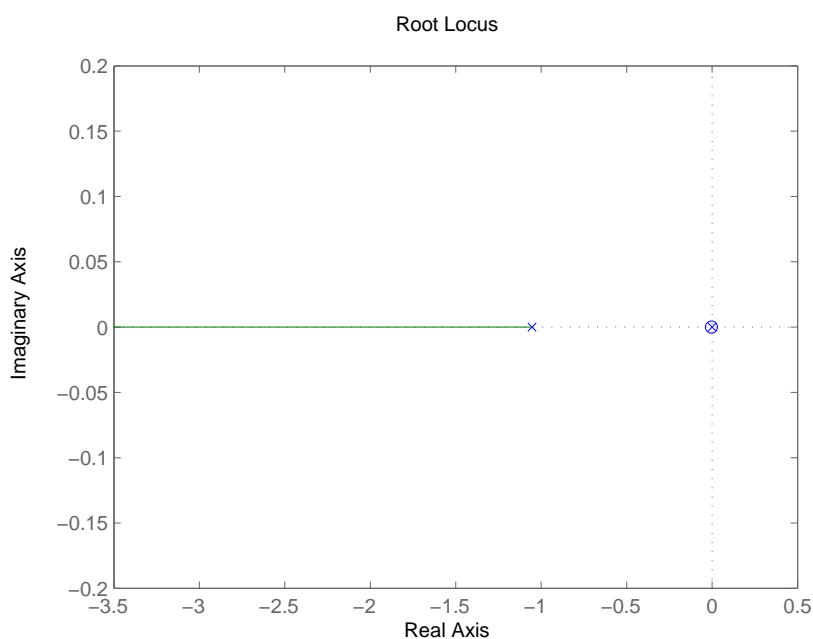
Obrázek č. 12: GMK přenosu funkce  $g_{11}(p)$



Obrázek č. 13: GMK přenosu funkce  $g_{11}(p)$  a  $R_1(p)$

#### 4.4.2 Návrh $R_2(p)$

Z následujícího obrázku č.14 je vidět rozmístění polů a nul přenosové funkce  $g_{22}(p)$ . Všechny nuly a póly, kromě astatismu jsou umístěny vlevo od imaginární osy, avšak jsou tak blízko, že je lze považovat za to, že jsou na imaginární ose. Navržený regulátor by měl posunout nuly systému tak, aby byly možná co nejdále vlevo od imaginární osy. Navrhl jsem regulátor PI, který posunuje nuly k nimž se póly putují. Navrhžený regulátor má GMK

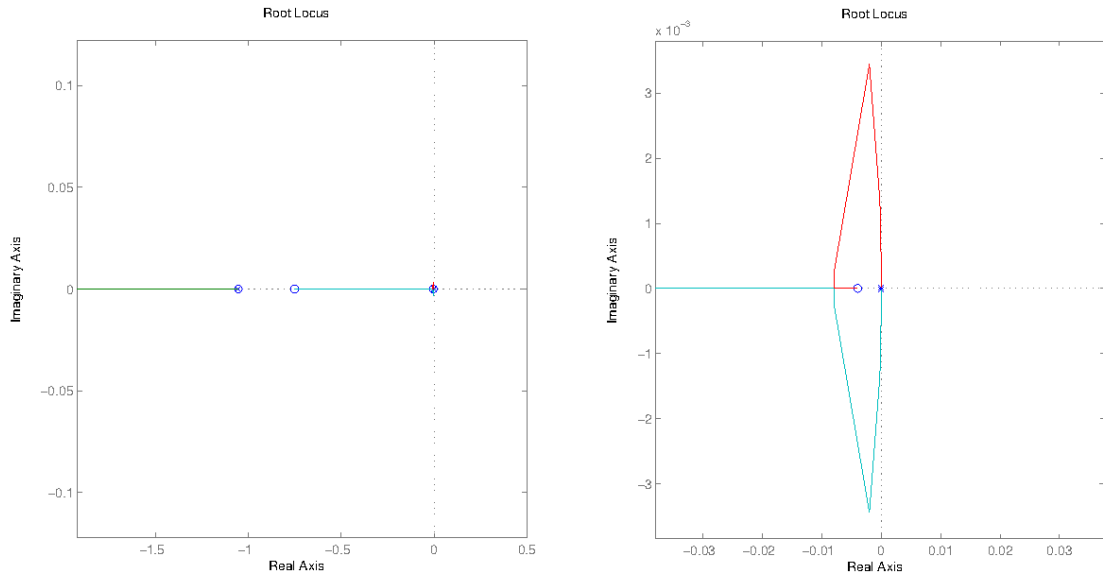


Obrázek č. 14: GMK přenosu funkce  $g_{22}(p)$

na obrázku č.15, kde je vlevo zobrazeno celý pohled a vpravo je detail na póly a nuly. Navržený regulátor je tedy:

$$R_2(p) = 3.6 \left( 1 + \frac{1}{2.9p} \right) \quad (57)$$





Obrázek č. 15: GMK přenosu funkce  $g_{22}(p)$  regulátorem  $R_1(p)$

## 4.5 Návrh dynamického rozvazovacího regulátoru

Návrh podle [2] určíme matici přenosů rozvazovacího regulátoru:

$$R_z(p) = [G(p)]^{-1}D(p) = \frac{[G(p)]^{\text{Adj}}}{\det G(p)}D(p), \quad (58)$$

kde matice  $R_z(p)$  je matice rozvazovacího regulátoru, matice  $G(p)$  je matice řízeného systému, zbývá tedy určit matici  $D(p)$ . Ta je získána, tak, že není uvažována interakce v matici  $G(p)$ . Matice  $D(p)$  by měla být diagonální a právě bez uvažování interakcí bude vypadat následovně:

$$D(p) = \begin{bmatrix} g_{11}(p)R_1(p) & 0 \\ 0 & g_{22}(p)R_2(p) \end{bmatrix}, \quad (59)$$

kde  $g_{11}(p)$  a  $g_{22}(p)$  jsou přenosové funkce z matice přenosových funkcí  $G(p)$  řízeného systému.  $R_1(p)$  a  $R_2(p)$  jsou regulátory navržené bez uvažování interakcí.

Nyní tedy podle 58 a podle [2] bude navržen rozvazbovací regulátor:

$$\begin{aligned}
R_z(p) &= \begin{bmatrix} g_{11}(p) & g_{12}(p) \\ g_{21}(p) & g_{22}(p) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_{11}(p)R_1(p) & 0 \\ 0 & g_{22}(p)R_2(p) \end{bmatrix} \\
&= \frac{\begin{bmatrix} g_{22}(p) & -g_{12}(p) \\ -g_{21}(p) & g_{11}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11}(p)R_1(p) & 0 \\ 0 & g_{22}(p)R_2(p) \end{bmatrix}}{g_{11}(p)g_{22}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)} \\
&= \frac{\begin{bmatrix} g_{11}(p)g_{22}(p)R_1(p) & -g_{12}(p)g_{22}(p)R_2(p) \\ -g_{21}(p)g_{11}(p)R_1(p) & g_{11}(p)g_{22}(p)R_2(p) \end{bmatrix}}{g_{11}(p)g_{22}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)}.
\end{aligned} \tag{60}$$

Provnáním stejnohlých prvků jsou obdrženy dílčí přenosy rozvazbovacího regulátoru (podle [2]):

$$\begin{aligned}
r_{11}(p) &= \frac{g_{11}(p)g_{22}(p)}{g_{11}(p)g_{22}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)}R_1(p) = \frac{1}{1 - K(p)}R_1(p) = \overline{K^{-1}}(p)R_1(p) \\
r_{12}(p) &= \frac{-g_{12}(p)g_{22}(p)}{g_{11}(p)g_{22}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)}R_2(p) \left( \frac{g_{11}(p)}{g_{11}(p)} \right) = -\overline{K^{-1}}(p)R_2(p) \frac{g_{12}(p)}{g_{11}(p)} \\
r_{21}(p) &= \frac{-g_{21}(p)g_{11}(p)}{g_{11}(p)g_{22}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)}R_1(p) \left( \frac{g_{22}(p)}{g_{22}(p)} \right) = -\overline{K^{-1}}(p)R_1(p) \frac{g_{21}(p)}{g_{22}(p)} \\
r_{22}(p) &= \frac{g_{11}(p)g_{22}(p)}{g_{11}(p)g_{22}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)}R_2(p) = \frac{1}{1 - K(p)}R_2(p) = \overline{K^{-1}}(p)R_2(p)
\end{aligned} \tag{61}$$

kde

$$\overline{K}(p) = 1 - K(p) = \frac{g_{11}(p)g_{21}(p) - g_{12}(p)g_{21}(p)}{g_{11}(p)g_{22}(p)}$$

a

$$K(p) = \frac{g_{12}(p)g_{21}(p)}{g_{11}(p)g_{22}(p)}$$

Nyní je důležité ověřit zda takový regulátor je realizovatelný. Regulátor  $R_z(p)$  je realizovatelný pokud platí, že:

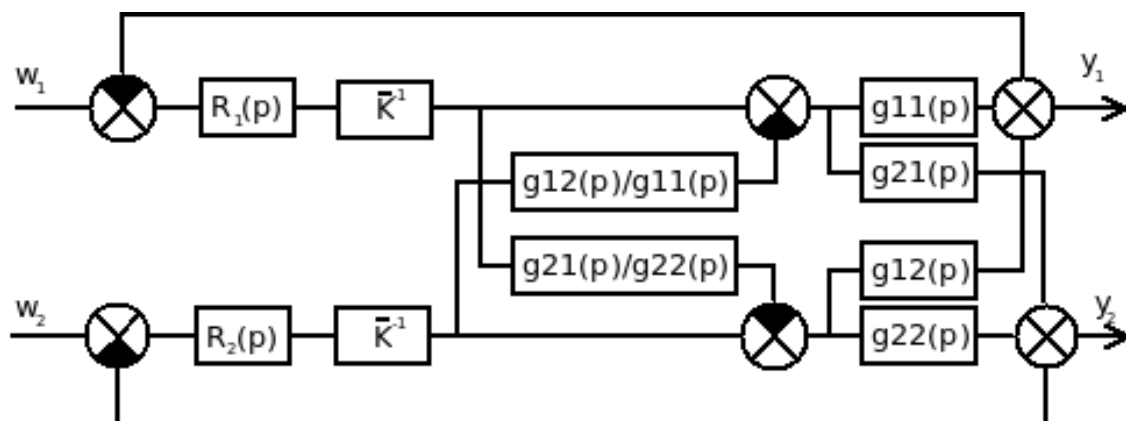
$$\text{st} \{a_{11}(p)b_{12}(p)\} \leq \text{st} \{b_{11}(p)a_{12}(p)\} \wedge \text{st} \{a_{22}(p)b_{21}(p)\} \leq \text{st} \{b_{22}(p)a_{21}(p)\}, \quad (62)$$

kde  $a_{ij}(p)$  je polynom čitatele a  $b_{ij}(p)$  je polynom jmenovatele jednotlivých přenosových funkcí  $g_{ij}(p)$ . Tato podmínka je splněna a regulátor  $R_z(p)$  je tedy realizovatelný:

$$12 \leq 12 \wedge 2 \leq 2. \quad (63)$$

#### 4.5.1 Blokové schéma rozvazbovacího regulátoru

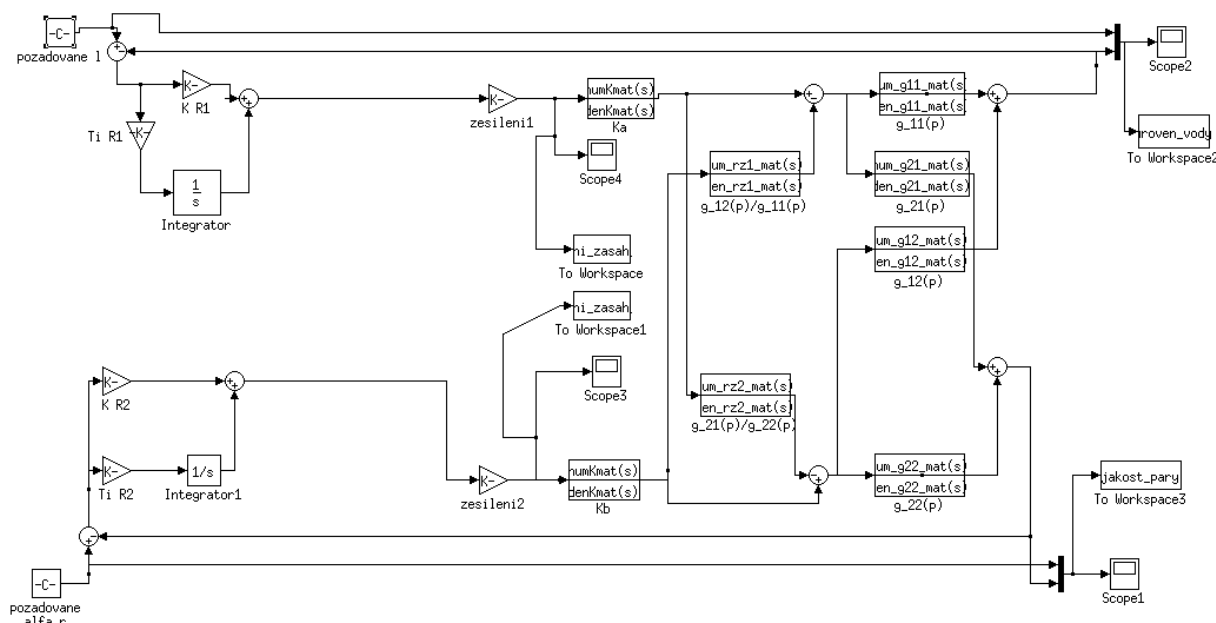
Na následujícím obrázku č.16 je blokové schéma zapojení rozvazbovacího regulátoru, podle kterého je potom zapojen model v Simulinku.



Obrázek č. 16: Blokové schéma zapojení rozvazbovacího regulátoru

## 5 Model v simulinku

Program bojleru byl napsán v prostředí Matlab a Simulink. Na následujícím obrázku č. 17 je zapojení v Simulinku a zbytek programu je uložen na cd, které je součástí této práce. Celý program se spouští v prostředí Matlab jako soubor s názvem *bojler.m*. Na obrázku



Obrázek č. 17: Blokové schéma zapojení v simulinku

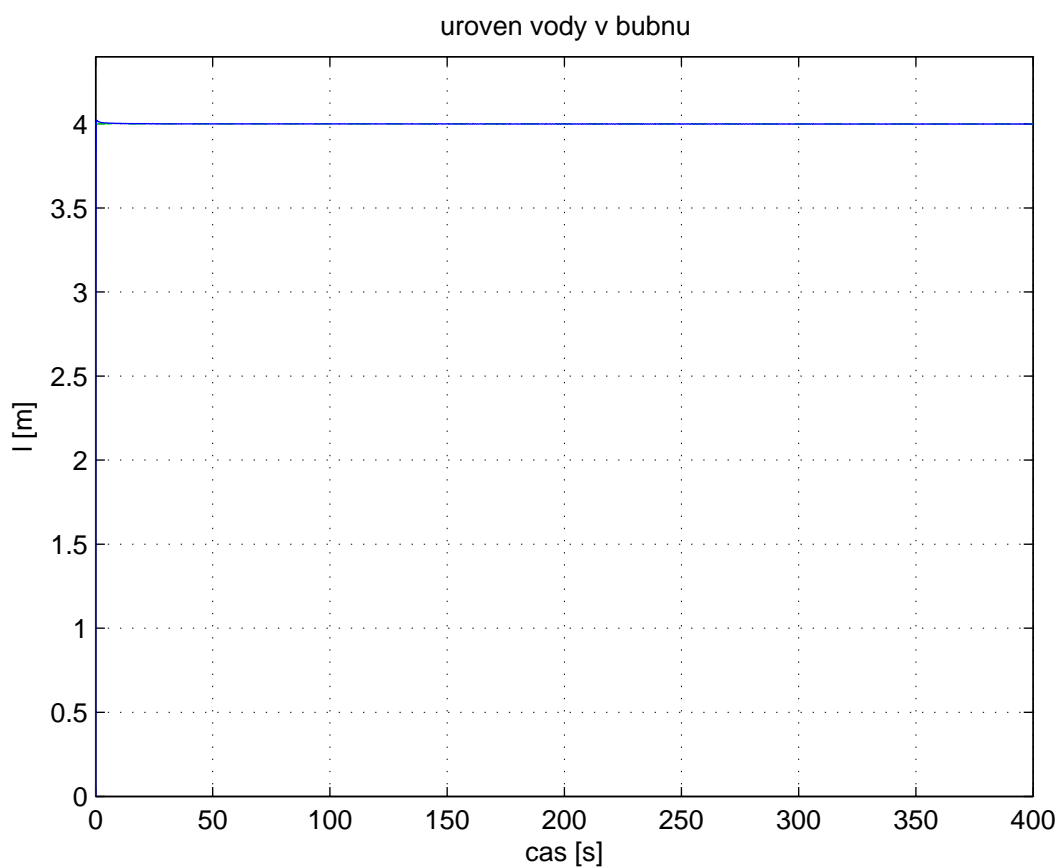
jsou vidět bloky zapojení v Simulinku a jejich popisem. Pro přehlednost jsou tyto popisy uvedeny a rozebrány níže. Tyto popisy bloku budou platit i v následujících schématech a ještě se k tomu další popisy přidají.

- $K R_1$ ,  $K R_2$  - proporcionální složky regulátorů  $R_1(p)$  a  $R_2(p)$ ,
- $T_i R_1$ ,  $T_i R_2$  a jejich integrátory - integrační složky regulátorů  $R_1(p)$  a  $R_2(p)$ ,
- *požadovane l* - požadovaná úroveň vody v bubnu,
- *požadovane alfa\_r* - požadovaná jakost páry  $\alpha_r$ ,
- *zesileni1* a *zesileni2* - vysvětleno v kapitole *Použití prvků gain*,
- $K_a$  a  $K_b$  - jsou matice  $\overline{K}$  (viz kapitola *Návrh dynamického rozvazbovacího regulátoru*),

- $g_{11}(p)$ ,  $g_{12}(p)$ ,  $g_{21}(p)$  a  $g_{22}(p)$  - jsou přenosové funkce matice  $G(p)$ .

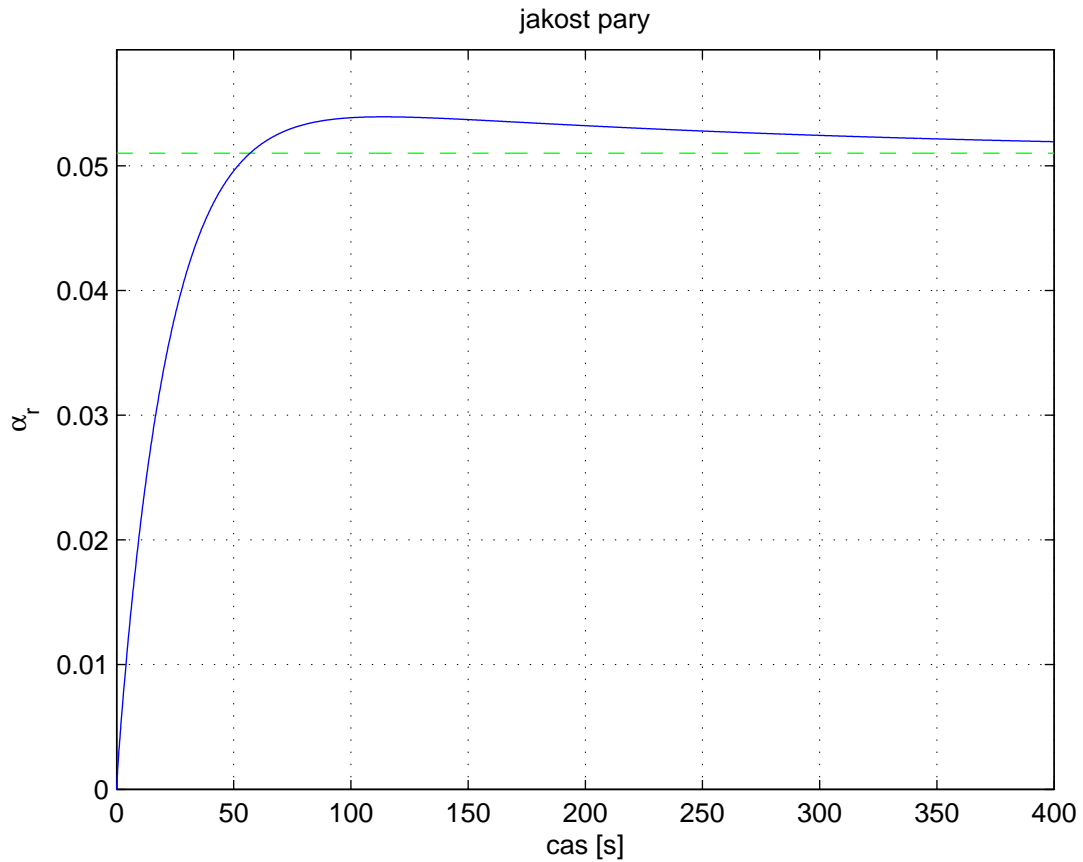
### 5.0.2 Výstup systému

Systém byl simulován pro  $t = 400s$  a výsledky jsou vidět na následujících obrázcích. Zelená přerušovaná čára je požadovaná hodnota a modrá je odezva systému, to bude platit i pro následující grafy. Na obrázku č. 18 je vidět řízení na požadovanou úroveň vody v



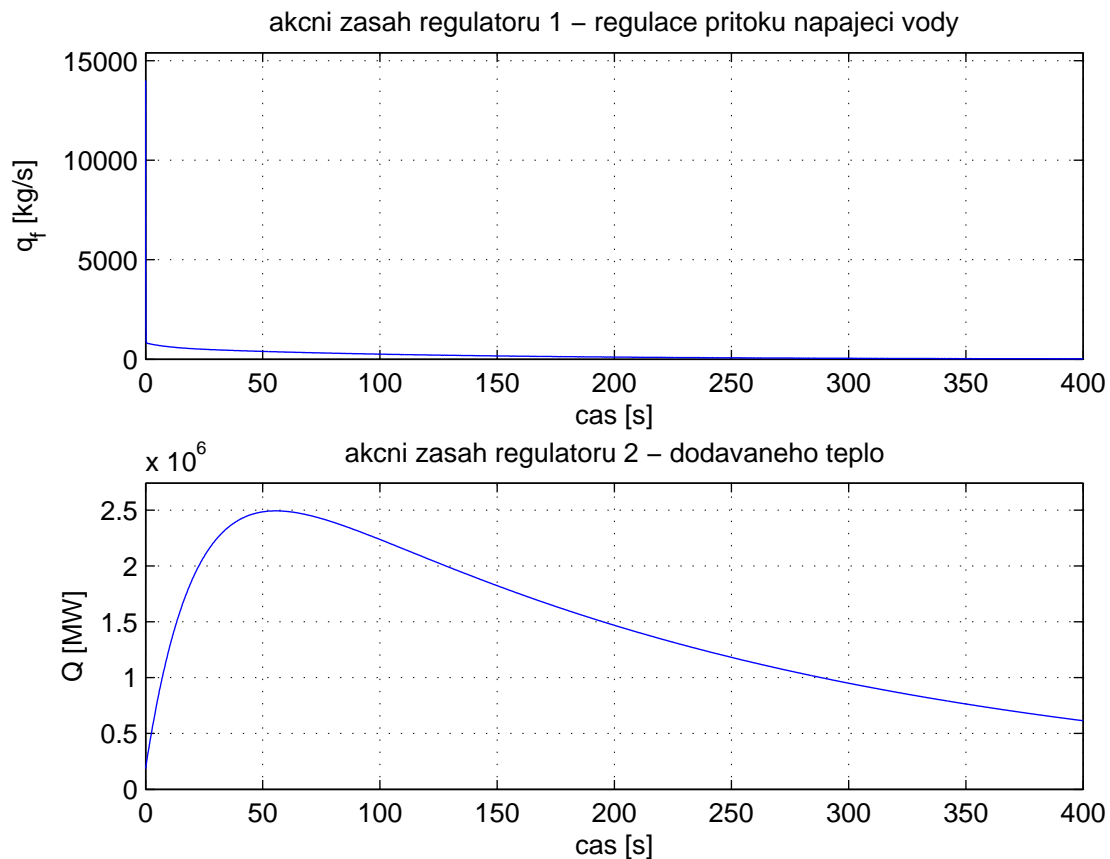
Obrázek č. 18: Řízení úrovně vody na požadovanou hodnotu

bojleru, v tomto případě jsou to 4m. Regulace proběhne velmi rychle, protože zde není žádné omezení, co se týká množství dodávané vody do systému, regulátor vygeneruje veliký zásah, který je vidět na obrázku č.20. Dojde zde k malému přeregulování, protože systém má astatismus druhé řádu. Takové chování systému v praxi není reálné a bude řešeno v kapitole *Unášení integrační složky*. Na dalším obrázku č. 19 je regulace jakosti páry.



Obrázek č. 19: Řízení na požadovanou hodnotu jakosti páry

Zde dochází také k přeregulování kvůli astatismu. U této odezvy to vlastně tolik nevadí, vysvětlení bude v následující kapitole *Nerovnoměrné spalování*. Akční zásah regulátorů je vidět na obrázku č. 20 a je zde patrné, že akční zásah regulátoru  $R_2(p)$  je ve správných hodnotách, protože je nutné topit v řádech MW. Více je v následující kapitole.



Obrázek č. 20: Akční zásah regulátorů, nahoře pro úroveň vody, dole pro jakost páry

### 5.0.3 Použití prvků *gain*

Akcni zásah regulátoru je úmyslně zesílen, prvkem typu *gain*, tak aby docházelo ke správné regulaci. Často bývají v praxi regulátory nastavené tak, že na jejich výstupu je rozmezí od 0 až 1 a to je potom zesíleno a následně zobrazeno obsluze. Tento případ je podobný, avšak navíc to má i svůj praktický význam. Regulátor generuje akční zásah v řádech jednotek a potom je zesílen tak, aby se do systému dostalo správné množství paliva nebo vody. Například dodávané teplo musí být v *MW* a proto je zde zesílení  $10^6$ , zesílení hmotnostního prítoku napajeci vody je obdobné zde je zesílení  $10^3$ . Toto opatření má praktický přínos pro obsluhu, která na informačním panelu ihned uvidí správnou hodnotu a pak také pro regulátor, který bude umístěn pravděpodobně mimo regulační ventil (myšleno

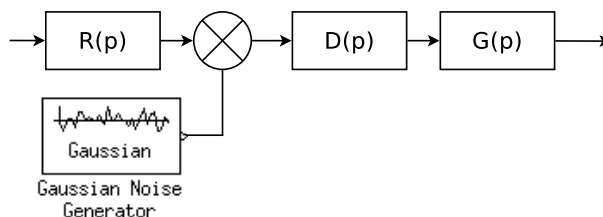
v jiné místnosti) a tím pádem signály, které bude posílat k ventilu, budou malé hodnoty a až u něj dojde k zesílení a k správnému otevření či zavření.

## 5.1 Nerovnoměrné spalování

Spalování paliva (uhlí, plynu, atd.) není stejnoměrné a dochází velikým a rychlým změnám v krátkém čase a v množství dodávaného tepla. Pro vyšší věrohodnost modelu byl přidán na akční zásah regulátoru  $R_2(p)$  Gaussovský generátor rušení s střední hodnotou 0 a rozptýl 0,01. V případě spalování uhlí může být rozptýl nastaven až na 0.1, což udává 10% chybu. Pro přehlednost grafů je nastaven rozptýl pouze na 0.01.

V případě akčního zásahu hmotnostního přítoku vody není třeba generovat rušení, poněvadž zde nedochází k takovým změnám.

Do modelu lze přidat i další chyby na akční zásahy regulátoru na výstup řízeného systému nebo do zpětné vazby, to už ale překračuje rámec této práce. Chyba vlivem nerovnoměrného spalování je natolik významná, že jsem ji zahrnul i do modelu (viz obrázek 21).

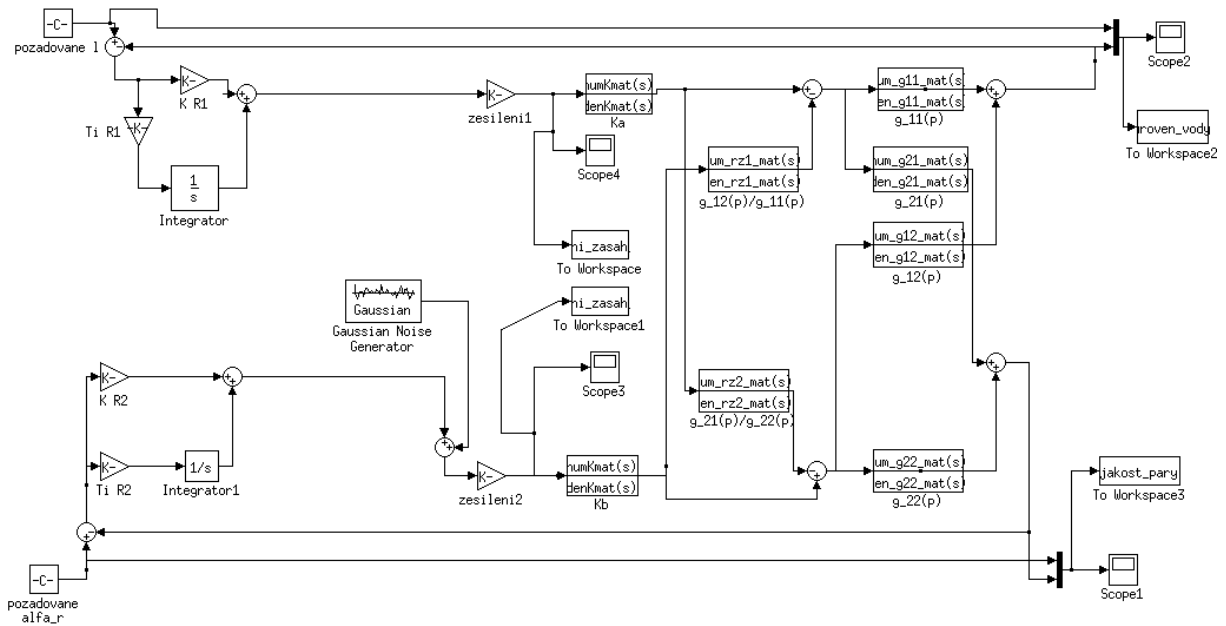


Obrázek č. 21: Schématický obrázek přidání Gaussovského šumu k akčnímu zásahu regulátoru

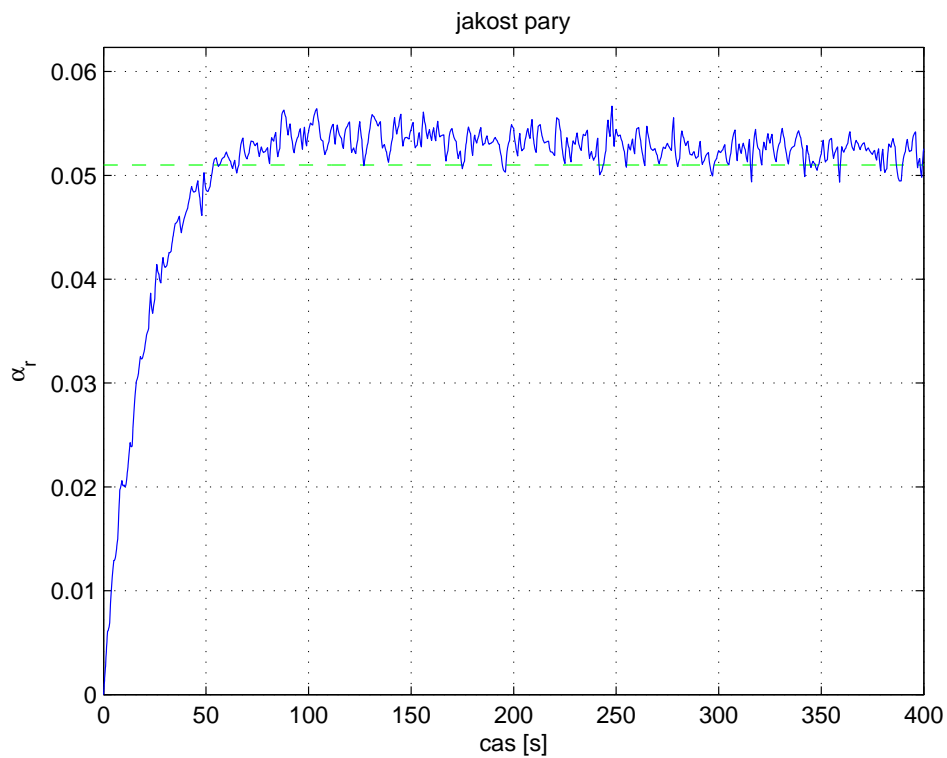
### 5.1.1 Výstup systému s přidáním Gaussovským generátorem šumu

Do modelu byl přidán Gaussovský generátor šumu (viz obrázek č.22). Výstup systému je potom zobrazen na obrázku č.23 a akční zásah regulátoru na obrázku č. 24. Výstup řízení úrovně vody je stejný jako v předchozím případě a proto ho zde nebudu uvádět. Nyní je vidět, že přeregulování u jakosti páry tolik nevádí, protože existuje rušení, které se hlavně vyskytuje v reálném systému a může dosahovat až 10%, zde je pouze pro účel přehlednosti 1% rušení.

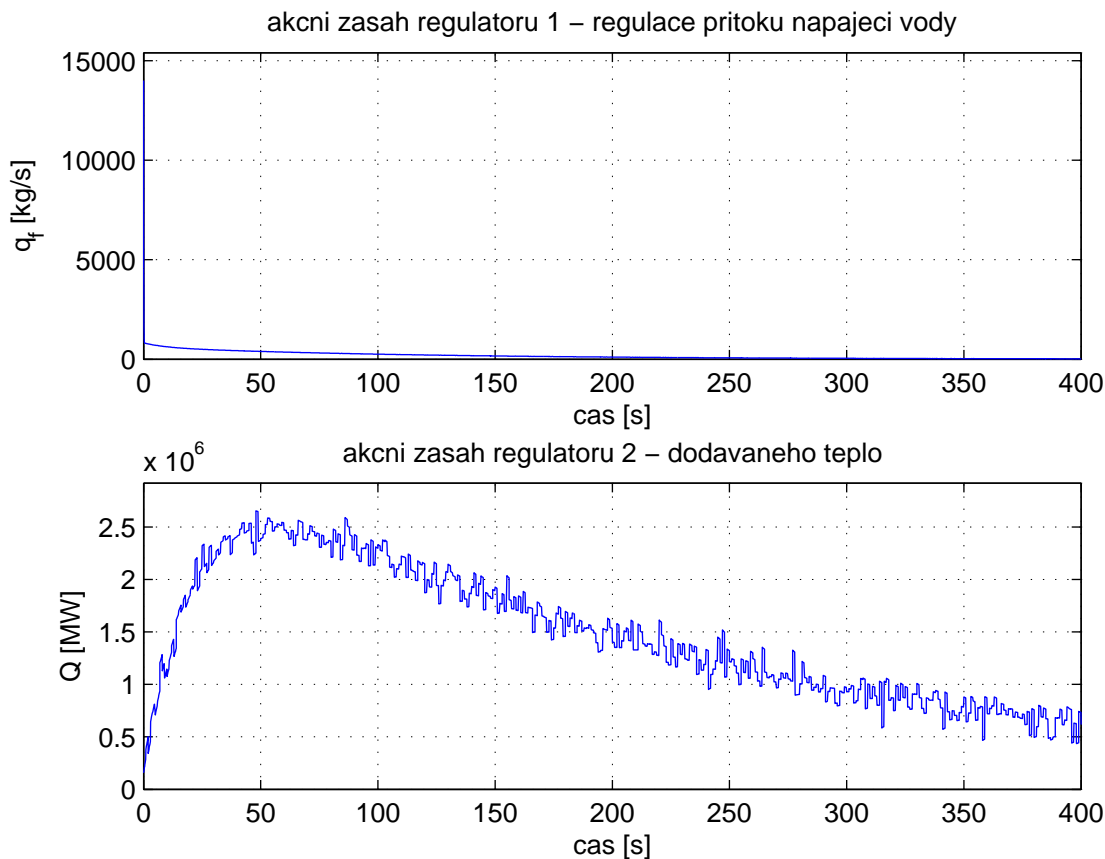




Obrázek č. 22: Blokové schéma zapojení v simulinku s Gaussovským generátorem šumu



Obrázek č. 23: Řízení na požadovanou hodnotu jakosti páry s Gaussovským šumem



Obrázek č. 24: Akční zásah regulátorů, nahoře pro úroveň vody, dole pro jakost páry s Gaussovským šumem

## 5.2 Unášení integrační složky

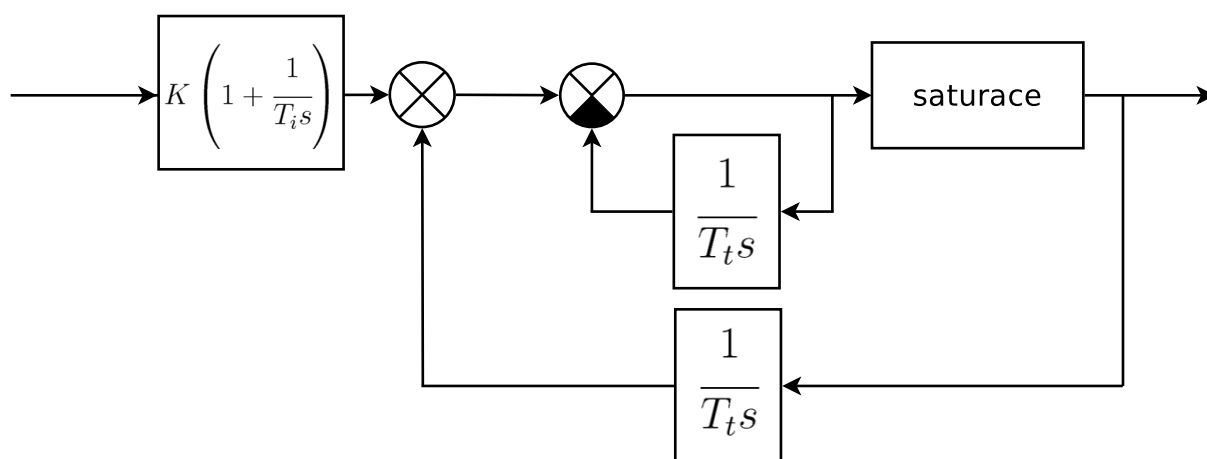
V modelu, který se simuluje v počítači to není nutností, pouze vylepšením, ale v praxi je vždy nutné ošetřit unášení integrační složky a nejen to.

Unášení integrační složky je, když je na výstupu je regulátoru přidána nelinearita v podobě saturace. Ta propustí pouze určitou maximální/minimální hodnotu a pokud regulační odchylka trvá, tak integrátor stále integruje, zatím co saturace signál omezuje. Dochází tak k integrování daleko za hranice saturace a k unášení integrační složky. Když později dojde ke změně regulační odchylky, tak integrátor začne měnit svůj výstup tak, aby byla regulační odchylka co nejmenší. Vlivem toho, že integrace pokračovala i přes dosažený limit v podobě saturace, bude teď nějakou chvíli trvat, než integrátor dosáhne správné hodnoty.

To je nežádoucí.

Hmotnostní průtok napájecí vody by měl být nějakým způsobem omezen, jelikož akční zásah regulátoru nemůže být příliš veliký a to z důvodu maximálního hmotnostního průtoku napájecí vody potrubím. Každé potrubí má jistý omezený obsah a je možné, že regulátor vygeneruje na svém výstupu větší akční zásah než je potrubí schopné propustit. V takovém případě je nutné použít saturaci.

Použitím pouze saturace by mohlo vést až k velmi nečekanému chování a destabilizaci regulovaného systému. Tomu lze zamezit přidáním "Anti-Wind-up" systému obrázek č.25. V případě, že dojde k saturaci, tak se na jejím výstupu objeví konstantní akční zásah a to znamená, že se tato konstantní hodnota odečte od vstupu do integrátoru a na jeho vstupu se objeví nulová výchylka a integrátor přestává integrovat. V po té co se změní regulační odchylka, tak integrátor ihned zareaguje. Platí, že  $T_i = T_t$ . Podobným způsobem



Obrázek č. 25: Řešení unášení integrace "Anti-wind-up"

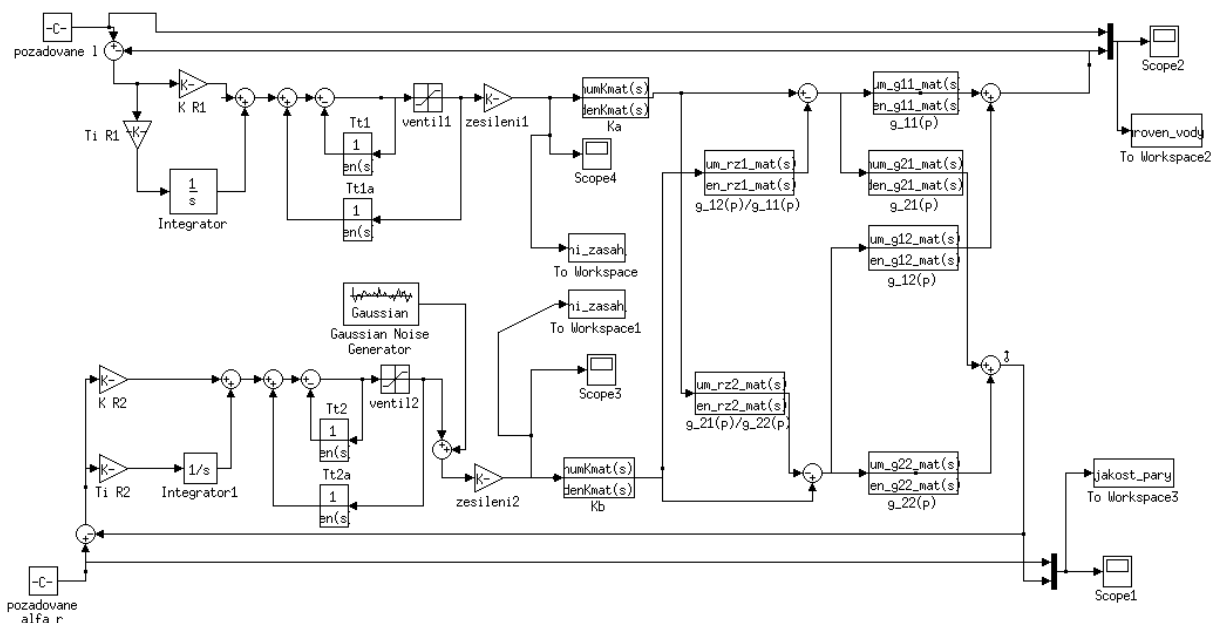
je ošetřeno i množství dodávání paliva k spalování.

### 5.2.1 Řešení s "anti-wind-up"

Na následujícím obrázku č.26 je zobrazen systém s "anti-wind-up". V tomto zapojení je několik nových bloků a také je připojen Gaussovský generátor šumu.

- $T_{t1}$  a  $T_{t1a}$  - jsou stejné z definice "anti-wind-up" jako  $T_i$   $R_1$ , tedy  $T_i = T_t$  pro  $R_1(p)$ ,

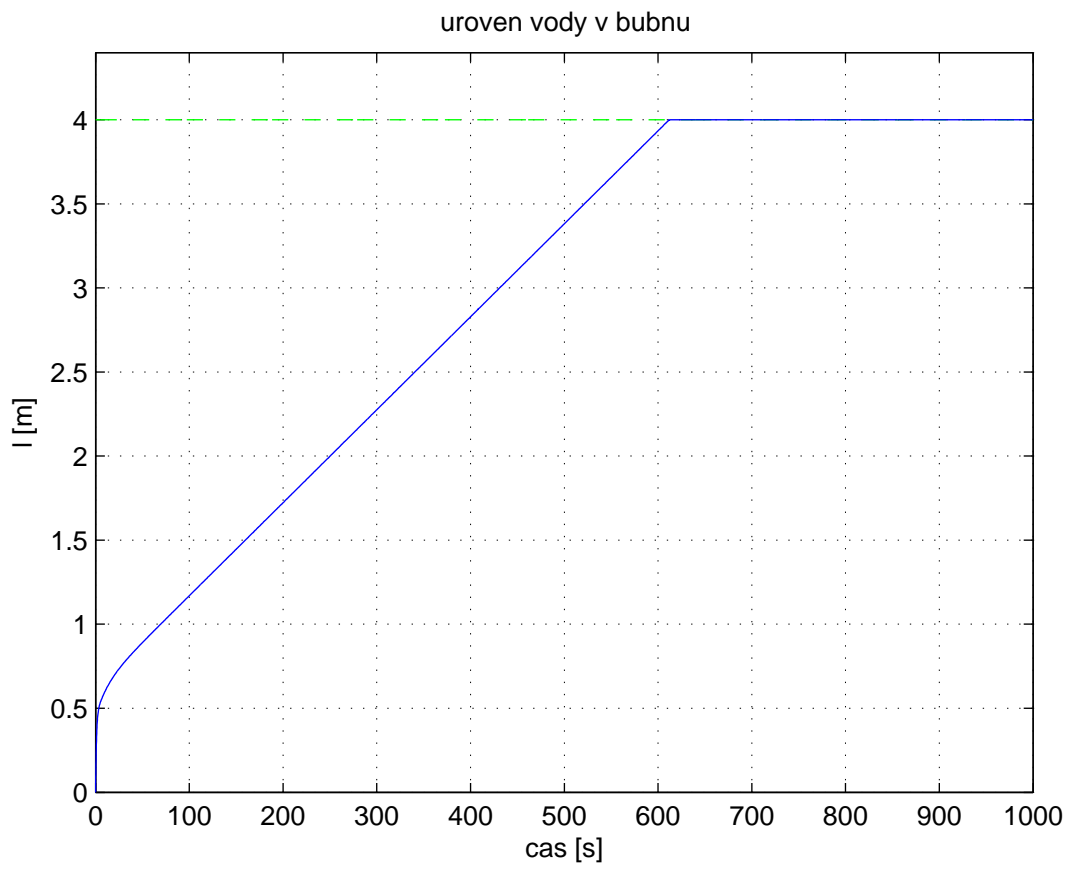
- $Tt2$  a  $Tt2a$  - stejně jako v předchozím;  $Tt2$  a  $Tt2a = T_i R_2$ , tedy  $T_i = T_t$  pro  $R_2(p)$ ,
- ventil1 - nastavení saturace pro ventil napajecí vody,
- ventil2 - nastavení saturace pro ventil dodávaného paliva.



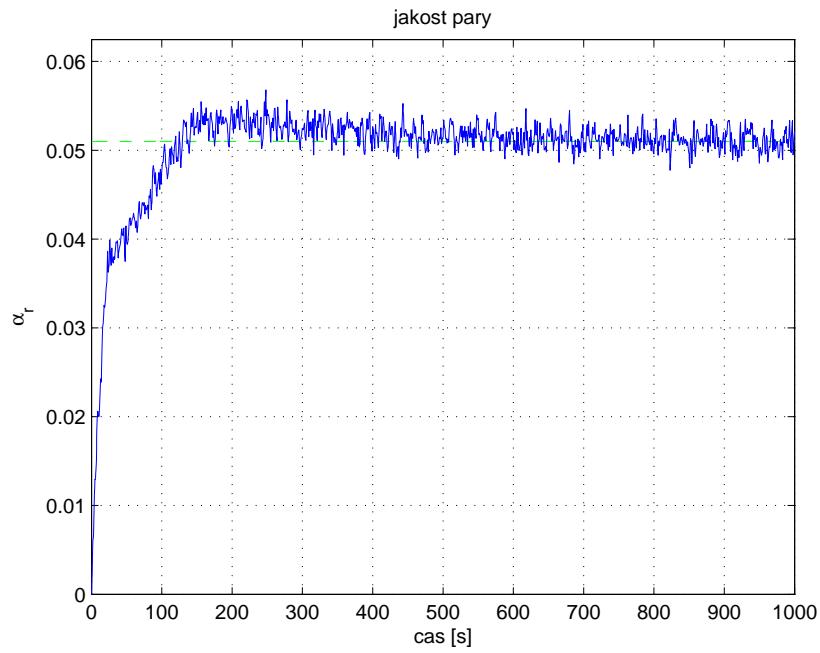
Obrázek č. 26: Blokové schéma zapojení v simulinku s Gaussovským generátorem šumu a s "anti-wind-up"

### 5.2.2 Výstup systému s "anti-wind-up"

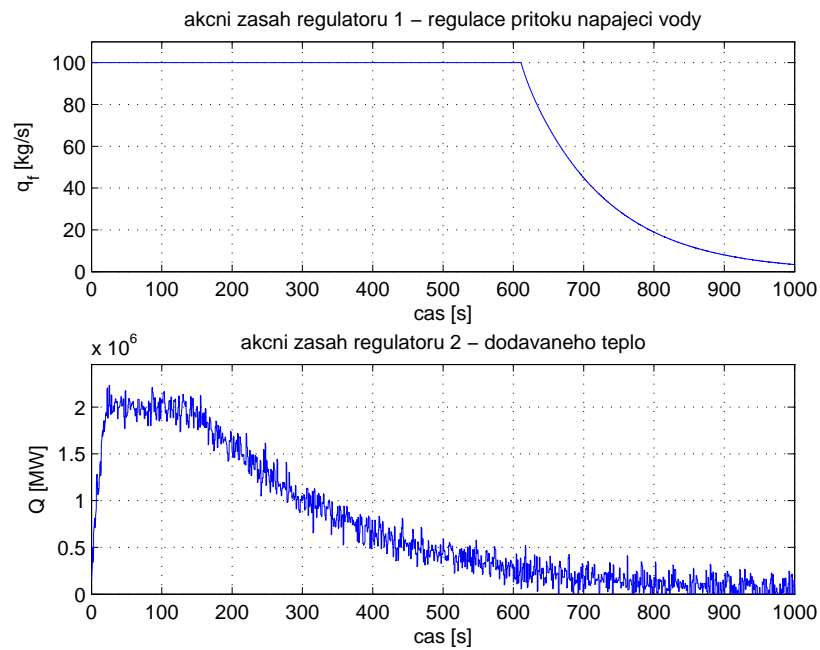
Na následujícím obrázku č.27 a na obrázku č.28 je vidět výrazně pomalejší regulace, to je z důvodu uplatnění ventilu v podobě saturace v modelu. Na obrázku č. 29 jsou potom vidět akční zásahy regulátorů, kde lze pozorovat maximální hodnotu zásahu, která je omezená saturací. Také je zde vidět, že oba regulátory, už nemají přeregulování, v tomto případě už není regulace tak agresivní, ve skutečnosti "anti-wind-up" systém pracuje, tak že na výstupu integrátoru je konstantní hodnota. A později až dojde k naplnění bubnu vodou a změní se regulační odchylka, tak regulátor může rychle reagovat v podobě ubírání akčního zásahu a lehce tak dojde na požadovanou hodnotu. Čas simulace je  $t=1000s$ .



Obrázek č. 27: Řízení úrovně vody na požadovanou hodnotu s "Anti-wind-up"



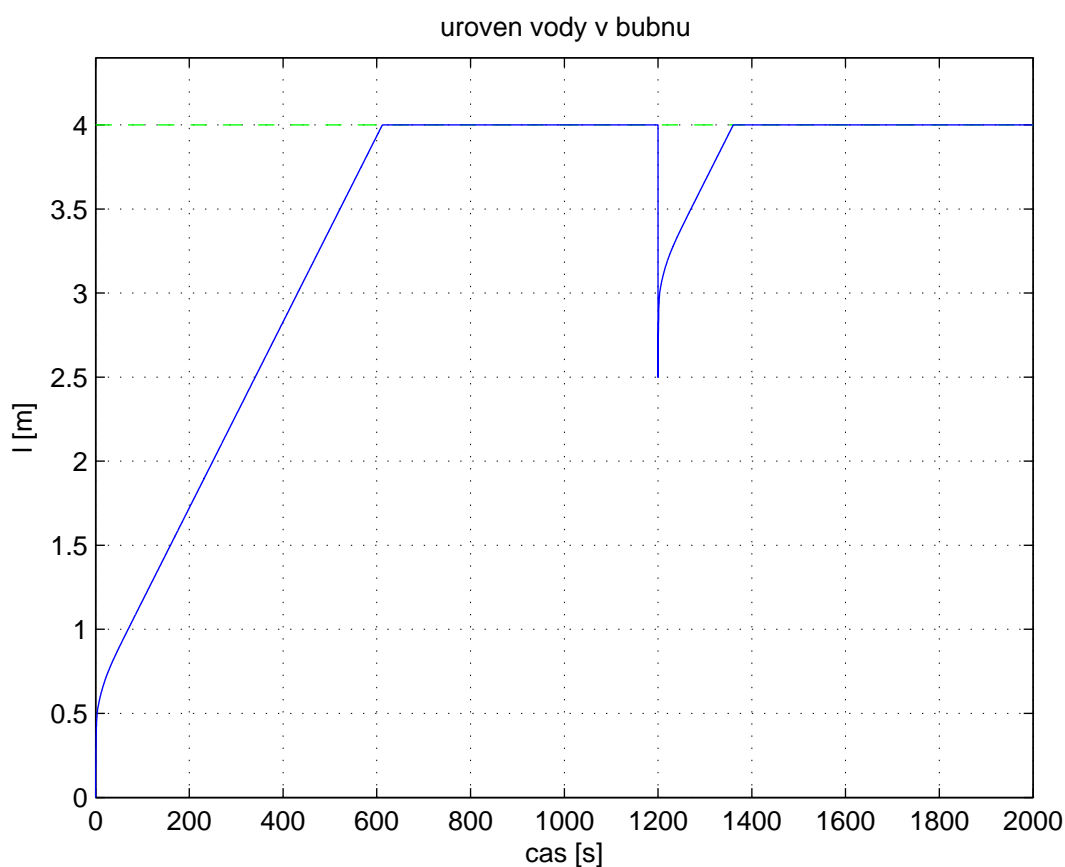
Obrázek č. 28: Řízení jakosti na požadovanou hodnotu s "Anti-wind-up"



Obrázek č. 29: Řízení jakosti na požadovanou hodnotu s "Anti-wind-up"

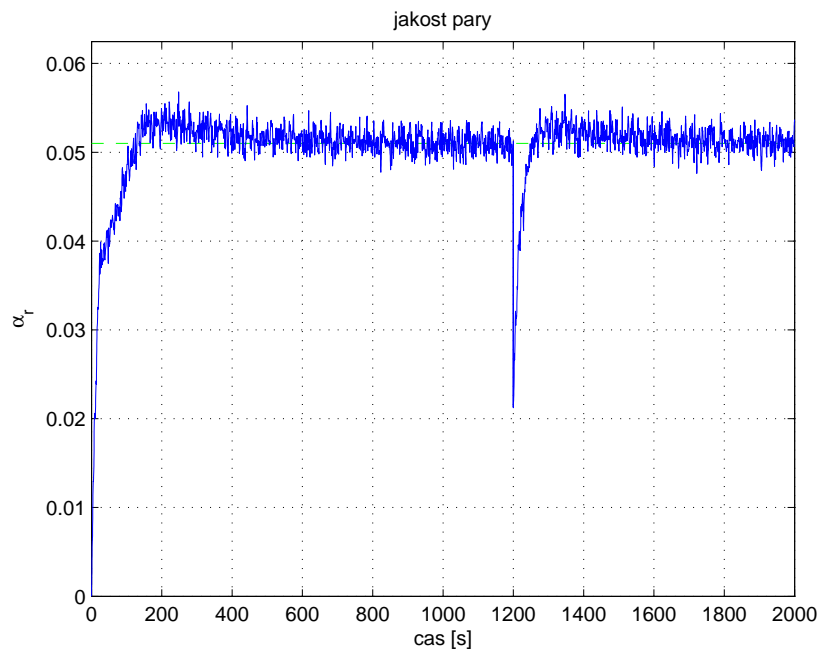
### 5.3 Výstup systému se změnou

Poslední část simulace je věnována změně v systému, během simulace bude odpuštěna voda z bojleru a změněna jakost páry. To jsou obyčejné děje, ke kterým dochází v bojleru, vlivem odpoštění páry se změní jak úroveň vody tak jakost páry. Oba jevy jsou skokově simulovány v čase  $t_1=1200s$ . Čas simulace je  $t=2000s$ . Na obrázcích č.30 a č.31 je vidět

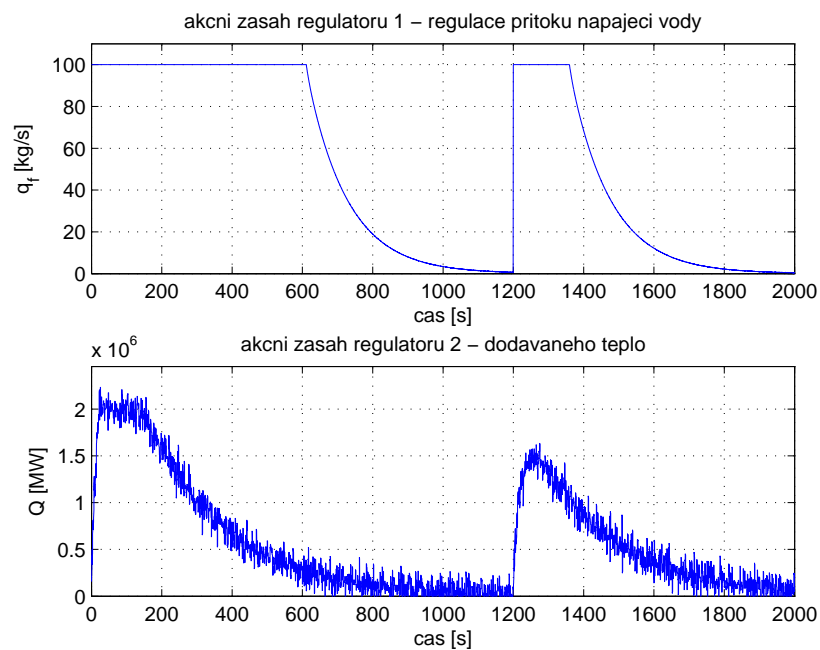


Obrázek č. 30: Řízení úrovně vody na požadovanou hodnotu se změnou v čase  $t_1=1200s$

skokova změna v podobě simulovaného odpuštění páry a regulátory, které se ihned snaží vrátit na požadovanou hodnotu. Jejich akční zásahy jsou potom vidět na obrázku č. 32.



Obrázek č. 31: Řízení jakosti na požadovanou hodnotu se změnou v čase  $t_1=1200s$



Obrázek č. 32: Řízení jakosti na požadovanou hodnotu se změnou v čase  $t_1=1200s$



## 5.4 Ošetření pro praxi

V kapitole *Unášení integrační složky* jsem již zmínil nezbytnost tohoto opatření v praxi. Dalším důležitým prvek je například plynulý přechod z automatického řízení na ruční řízení. Může se stát, že automatické řízení bude špatně regulovat, to znamená, že nastala chyba a systém bude špatně generovat akční zásah pro ventil napájecí vody. Může docházet například k zaplavení bubnu bojleru a špatný přechod z automatického řízení k ručnímu může zapříčinit ještě další zvýšení množství napájecí vody, kterou obsluha už nestihne včas ručně přenastavit a dojde tak ke kritické situaci a pravděpodobně i k odstavení systému. To je samozřejmě nežádoucí a je třeba dbát na správné ošetření, jak už unášení integrační složky, tak přepnutí z automatického řízení na ruční. V praxi pak existuje ještě mnoho dalších nezbytných opatření, jako například kontrola rozsahů, vstupů a výstupů apod.

## 6 Závěr

Cílem práce bylo navrhnout model bojleru a jeho řízení. Zadání bylo ve všech bodech splněno. Výsledný systém naprogramovaný v prostředí Matlabu a Simulink pracuje podle zadání a navíc jsou v něm zahrnuty některé malé prvky navíc, například opatření proti unášení integrační složky. Každá z kapitol obsahuje můj vlastní přínos, ačkoliv jsem postupoval při vývoji modelu bojleru především podle článku [7], tak jsem i zde musel vynaložit značné usilí, abych takový model zprovoznil. Zpočátku to byla především nejasná definice jednotlivých parametrů modelu, kterou jsem musel pracně dohledávat a objasňovat v termomechanických a fyzikálních knihách až po rovnice, které jsem musel prakticky všechny přepočítávat, jednak abych tomu porozumněl a jednak, protože se v článku objevilo i pár chyb a potom mi to jako celek nedávalo smysl. Dalším přínosem v modelu bojleru je celá jeho linearizace, nastavení vstupů a výstupů, co se týká především rozsahů vstupních hodnot. Následně také úprava modelu do podoby, která je vhodná k dosažení podmínek stanovených na začátku práce. Vzhledem k tomu, že modelování bojleru měla být jen část, kterou jsem měl získat již ze známých pramenů, tak to byla jedna z nejsložitějších částí práce a odevážuji se zde napsat, že jsem na ni patřičně pyšný. Je přesvědčen, že práce je kvalitně provedená a právě díky tomu, že jsem musel téměř všechny rovnice znovu přepočítávat, jsem do této problematiky hluboko pronikl.

Pro řízení jsem sestavil regulátory bez uvažování interakcí a následně k nim sestrojil rozvazovací regulátor. Regulátor není typu *gain scheduling* jak je uvedeno v zadání, protože nakonec jsem schledal vhodnější použití metody linear parameter varying. To znamená nastavení regulátoru podle operačních podmínek. Tato metoda se ukázala jako vhodná, ale přesto zde připouštím, že je zde prostor pro další návrhy regulátorů.

Jak již bylo napsáno v úvodu a i jinde, model bojleru je nelineární systém s mnoha různými jevy. Toto chování lze dále pozorovat a využít pro další výzkum. Model bojleru má mnoho dalších vlastností, které zůstali skryty, protože pro tuto práci nebyly vhodné, nebo byly zbytečné, ale lze je využít v jiných aplikacích. Samozřejmě lze model bojleru dále rozšiřovat jednak jeho detailnějším matematickým popisem, ale také použitím v širší sou-

vislosti, například jeho zasazení mezi dalšími komponenty elektrárny a defakto tak rozšířit původní model o další části jako jsou například, přehříváky, parní turbína, o ohřev vody před vstupem do bubnu, potrubí vně systém bojleru atd., možností dalšího využití je mnoho.

## 7 Literatura

- [1] X steam tables. [http://www.x-eng.com/XSteam\\_Matlab.htm](http://www.x-eng.com/XSteam_Matlab.htm).
- [2] DOC. ING. JIŘÍ MELICHAR, C. *Decentralizované a Hierarchické řízení*. Katedra Kybernetiky, Fakulta aplikovaných věd, ZČU Plzeň, 2012.
- [3] IACOB, M., AND ANDREESCU, G. Drum-boiler control system employing shrink and swell effect remission in thermal power plants. In *Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), 2011 3rd International Congress on* (oct. 2011), pp. 1–8.
- [4] KARBAN, P. *Výpočty a simulace v programech Matlab a Simulink*. Computer Press a.s., Brno, 2006.
- [5] PONTUS NORDFELDT, T. H. Decoupler and pid controller design of tito systems. *Journal of Process Control* 16 (2006), 923–936.
- [6] SESHU K. DAMARLA, M. K. Monitoring of drum-boiler process using statistical techniques. 173–180.
- [7] ÅSTRÖM, K., AND BELL, R. Drum-boiler dynamics. *Automatica* 36, 3 (2000), 363–378.

## 8 Přílohy

### 8.1 Úplný seznam všech koeficientů, parametrů, funkcí a proměnných

Značka	Popis	Jednotky
$\rho_s(p, t)$	hustota páry	$[Kg/m^3]$
$\rho_w(p, t)$	hustota vody	$[Kg/m^3]$
$V_{st}(t)$	celkový objem páry	$[m^3]$
$V_{wt}(t)$	celkový objem vody	$[m^3]$
$V_t$	celkový objem v systému	$[m^3]$
$V_r$	objem stoupaček	$[m^3]$
$V_d$	objem bubnu	$[m^3]$
$V_{wd}(t)$	objem vody v bubnu	$[m^3]$
$V_{sd}(t)$	objem páry v bubnu	$[m^3]$
$V_{sd}^0(t)$	objem páry v bubnu bez kondensátu	$[m^3]$
$q_f(t)$	hmotnostní průtok napájecí vody	$[Kg/s]$
$q_s^*$	hmotnostní průtok páry	$[Kg/s]$
$q_r(t)$	hmotnostní průtok ze stoupaček	$[Kg/s]$
$q_{dc}(t)$	hmotnostní průtok do stoupaček	$[Kg/s]$
$q_{sd}(t)$	hmotnostní průtok páry do bubnu	$[Kg/s]$
$h_s(p, t)$	entalpie páry	$[J/Kg]$
$h_w(p, t)$	entalpie vody	$[J/Kg]$
$h_c(p, t)$	entalpie kondensátu	$[J/Kg]$
$h_f^{**}$	entalpie napájecí vody	$[J/Kg]$
$m_t$	celková hmotnost	$[kg]$
$m_r$	hmotnost stoupaček a spádového potrubí	$[kg]$
$m_d$	hmotnost bubnu	$[kg]$

\*  $q_s$  je konstanta, viz kapitola ??.

\*\*  $h_f$  je také konstanta, protože entalpie napájecí vody je stále stejná.

Značka	Popis	Jednotky
$P(t)$	tlak	[MPa]
$Q(t)$	dodávané teplo	[W]
$c_p$	specifická teplota kovu	[J/Kg °C]
$t_m(p, t)$	teplota kovu	[°C]
$t_s(p, t)$	teplota páry	[°C]
$A_{dc}$	plocha průtoku spádového potrubí	[m <sup>2</sup> ]
$A_d$	mokrý plocha v bojleru	[m <sup>2</sup> ]
$L_r$	délka stoupaček	[m]
$L_{dc}$	délka spádového potrubí	[m]
$g$	gravitační konstanta	[m/s <sup>2</sup> ]
$\beta$	empirický parametr k $q_{sd}$	
$T_d$	doba zdržení páry v bubnu	[s]
$k$	třecí koeficient ve stoupačkách	
$l$	úroveň vody	[m]
$l_w$	úroveň změny vody	[m]
$l_s$	úroveň změny páry	[m]
$\tau$	časová konstanta	
$\bar{\alpha}_v(p, t)$	průměrný podíl objemu páry	
$\alpha_r(p, t)$	hmotnostní podíl páry na výstupu ze stoupačky (jakost páry)	