

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

Diplomová práce

Automatické vyvažování velkých klikových hřídelů

PLZEŇ, 2012

Jan Václavík

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

Anotace

Tato práce se zabývá problematikou automatického vyvažování velkých klikových hřídelů. V úvodu jsou popsány jednotlivé kroky finálního obrábění. Nejprve naměřené periodické vstupní hodnoty tzv. dýchání aproximujeme využitím Fourierovy řady a se znalostí počátečních nastavení lunet určíme vlivnostní matici. Následně přeurčenou soustavu vyřešíme metodou nejmenších čtverců a určíme vysunutí lunet, které minimalizuje původní naměřené dýchání. Byl vytvořen model klikového hřídele S50 MC-C. Celý algoritmus je implementován v uživatelském rozhraní vytvořeném v prostředí Matlab.

Klíčová slova

Velká kliková hřídel, vyvažování, dýchání, Fourierova řada, metoda nejmenších čtverců

Annotation

This thesis deals with automatic balancing of large crankshafts. In the beginning there is described single steps of final machining. At first we approximated measured periodic input values, so-called breathing, by using Fourier series. Then with knowledge of initial setup of lunettes we determine influence matrix. Subsequently we solve overdetermined equation by using least squares and we determine extension of lunettes, which decrease size of original breathing. The model of large crankshaft S50 MC-C was created. Whole algorithm was implemented in graphical user interface in Matlab.

Keywords

Large crankshaft, ,balancing, breathing, Fourier series, least squares

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval Prof. Ing. Miloši Schlegelovi CSc. za vedení a cenné rady při tvorbě této práce.

Obsah

| | |
|--|-----------|
| 1 Úvod | 6 |
| 2 Model klikového hřídele | 7 |
| 2.1 Formulace problému | 7 |
| 2.2 Popis klikového hřídele | 11 |
| 2.3 Formulace úlohy vyvažování | 13 |
| 3 Teoretické základy | 14 |
| 3.1 Fourierova řada | 14 |
| 3.2 Maticová norma | 14 |
| 3.3 Singulární dekompozice matice | 17 |
| 3.4 Metoda nejmenších čtverců pro řešení soustav lineárních rovnic | 19 |
| 3.5 Metoda totálních nejmenších čtverců | 22 |
| 3.6 Číslo podmíněnosti matice | 24 |
| 3.7 Metoda hlavních komponent | 25 |
| 4 Návrh vyvažování klikového hřídele | 27 |
| 4.1 Definování funkce dýchání | 27 |
| 4.2 Model ustavování | 31 |
| 4.2.1 Lineární statický model ustavování | 31 |
| 4.2.2 Redukovaný model ustavování | 33 |
| 4.2.3 Váhový model ustavování | 34 |
| 4.3 Experimentální identifikace modelu ustavování | 34 |
| 4.4 Optimální ustavení | 36 |
| 4.5 Analýza vybraných lunet | 38 |
| 5 Simulace | 40 |
| 5.1 Srovnání výpočtů MNČ v Matlabu | 40 |
| 5.2 Vizualizace | 42 |
| 5.3 Testování algoritmu | 47 |
| 6 Závěr | 72 |
| Literatura | 73 |
| A Příloha | 74 |
| A.1 Úloha 1 | 74 |
| A.2 Úloha 2 | 80 |
| A.3 Úloha 3 | 85 |

1 Úvod

Cílem této diplomové práce je zautomatizovat proces vyvažování velkých klikových hřídelů. Tato problematika obsahuje řadu úskalí a problémů, která jsou v práci nastíněna a následně řešena.

Klikové hřídele hrají důležitou roli při chodu motorů. Předložená práce je zaměřena na velké zalomené hřídele, jejichž váha je v řádu desítek tun a jejichž délka přesahuje i 10 metrů. Tyto velké hřídele vznikají skládáním několika jednotlivých ukovaných a opracovaných kusů. Poslední fáze výroby je zaměřena na finální obrábění hřídele. Zde se přesnost pohybuje v řádu mikrometrů. Tato část je velmi důležitá, protože jakékoliv nepřesnosti by měly za následek rychlejší opotřebení samotné hřídele a tím pádem i snížení její životnosti.

Práce je součástí projektu ZČU v Plzni zaměřeného na vyvažování velkých klikových hřídelů pro firmu *Vítkovice heavy machinery a.s.*. Před započítím zmíněného projektu byl proces finálního obrábění klikového hřídele zcela závislý na zkušenostech a citu soustružníka. Během otáčení hřídele při finálním obrábění dochází vlivem její vlastní tíhy k prohýbání a mezi sousedními rameny vznikají tzv. dýchání. Cílem poslední části výroby je minimalizovat tato dýchání. Hodnotu dýchání odečítal soustružník zrakem z analogového mikrometru a poté dle svého uvážení vysouval pistóny lunet, které podepíraly hřídel. Je zjevné, že tento celý proces byl časově velmi náročný. Cílem projektu je zefektivnění této části výroby, ale i exaktní řešení jednotlivých kroků finálního obrábění.

V úvodní kapitole je shrnuta problematika obrábění velkých klikových hřídelů. Jsou zde podrobněji popsány jednotlivé kroky, které je nutné provést během obrábění.

V další kapitole jsou shrnuty a rozebrány teoretické poznatky, které jsou využity při řešení zadané úlohy.

Následující kapitola popisuje celý proces výpočtu algoritmu využitého během obrábění hřídele. Jsou zde uvedeny postupy od úpravy získaných vstupních hodnot až po jejich aplikaci a výpočet výstupních hodnot, které sníží naměřené dýchání. Jedna z kapitol je věnována analýze vstupních a vypočtených výstupních dat a jsou zde uvedeny postupy pro získání hodnot, které poslouží k efektivnímu využití a případné změně zadaných vstupních dat.

V závěrečné kapitole je provedena simulace v programu Matlab. Pro tyto účely byl vytvořen skript, který popisuje vlastnosti konkrétního typu hřídele S50 MC-C. Ovládání tohoto skriptu bylo nevhodné pro aplikaci algoritmu. Z tohoto důvodu bylo vytvořeno grafické uživatelské rozhraní, ve kterém lze snadno zadat počáteční hodnoty a provést celý algoritmus.

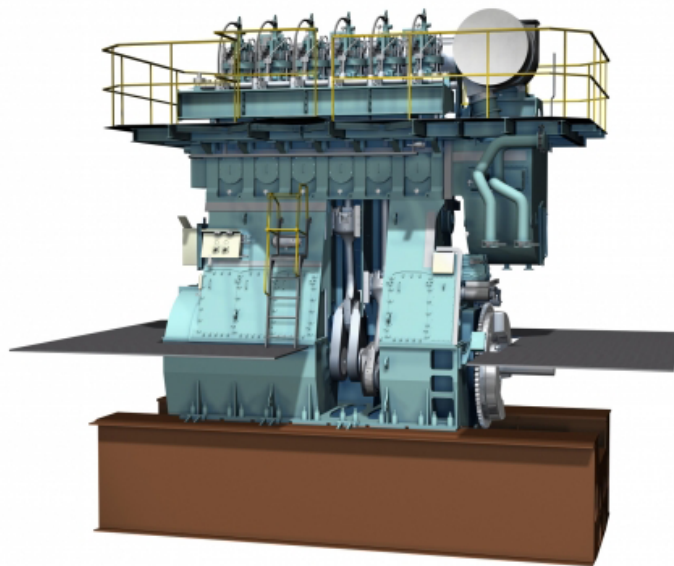
2 Model klikového hřídele

V následující části je nastíněna problematika obrábění velkých klikových hřídelů.

2.1 Formulace problému

Klikové hřídele jsou důležitou součástí všech motorů. Úkolem klikových hřídelů je přenášet přímočarý pohyb pístu na pohyb rotační. Během otáčení klikového hřídele dochází k velkému dynamickému namáhání. Kliková hřídel musí splňovat dostatečnou tuhost vůči ohybovému a krouticímu namáhání a také pevnost vzhledem k působícím silovým účinkům. Dalším velmi důležitým prvkem je dlouhá životnost hřídele, kde při jejím otáčení dochází k cyklickému zatěžování, proto by měla hřídel splňovat vysokou únavovou pevnost.

Tato práce je zaměřena na obrábění velkých zalomených hřídelů. Váha této hřídele se pohybuje v řádech desítek tun a její délka běžně přesahuje 10 metrů. Hřídel těchto rozměrů se využívá například u lodních motorů. Ukázka takového motoru je na obrázku 2.1. Jedním z českých výrobců velkých klikových

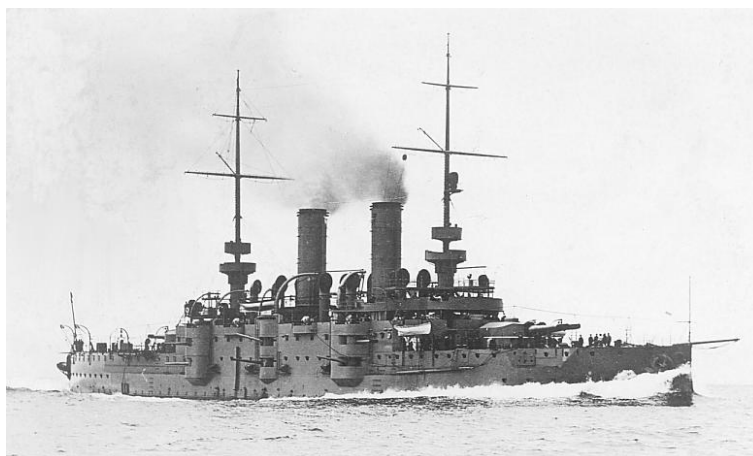


Obrázek 2.1: 6-ti válec RT-flex35

hřídelů je ostravská firma *Vítkovice heavy machinery a.s.*. Jejich vyrobené

2 MODEL KLIKOVÉHO HŘÍDELE

hřídele se využívají pro dvoutaktní pomaluběžné diesellové lodní motory. Výroba zde probíhá již od roku 1897, kdy první hřídel byla vyrobena pro těžký křižník Kriegsmarine Habsburg viz. 2.2. Do letošního roku bylo vyrobeno 4 tisíce hřídelů pro mnoho zákazníků z celého světa. Zalomené hřídele pro



Obrázek 2.2: Bitevní loď SMS Habsburg

velké lodní motory se z hlediska výroby dělí na monoblokové, poloskládané a celoskládané. Vítkovická firma vyrábí pouze poloskládané zalomené hřídele. První fáze výroby je zaměřena na kování jednotlivých částí viz. 2.3 a 2.4.



Obrázek 2.3: Kování středního kusu zalomené hřídele

2 MODEL KLIKOVÉHO HŘÍDELE



Obrázek 2.4: Kování čepu zalomeného hřídele

Dále je nutné opracovat jednotlivé kusy. Ukázku této části výroby vidíme na obrázku 2.5.



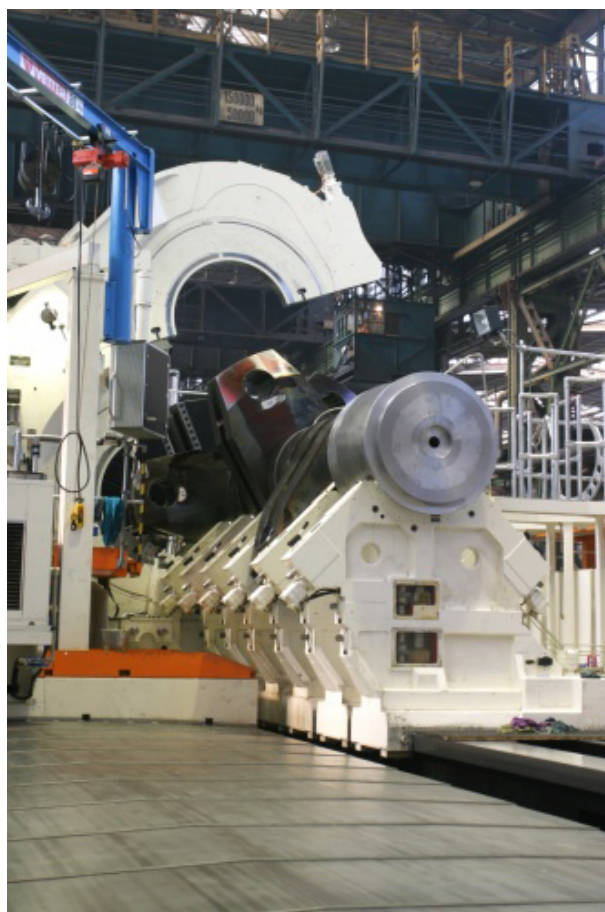
Obrázek 2.5: Opracování středního kusu zalomeného hřídele

Poté lze přistoupit k sestavení zalomené hřídele, což pro úplnost uvedeme na obrázku 2.6. Poslední fází výroby je finální obrábění sestavené hřídele, které lze vidět na ukázce 2.7. Naše práce je zaměřena na tuto část výroby. V této fázi výrobního procesu je kladen velký důraz na přesnost, která je požadovaná v řádech mikrometrů. I z tohoto důvodu je zde velmi značná časová náročnost. Naším úkolem je zautomatizovat jednotlivé kroky finálního obrábění hřídele a poskytnout soustružníkům rychlý a přesný nástroj, který výrazně sníží dobu obrábění a také zefektivní celkový výrobní proces.

2 MODEL KLIKOVÉHO HŘÍDELE



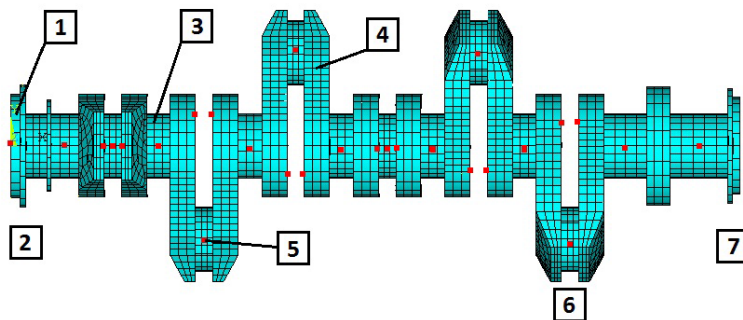
Obrázek 2.6: Sestavování zalomené hřídele



Obrázek 2.7: Finální opracování sestavené zalomené hřídele

2.2 Popis klikového hřídele

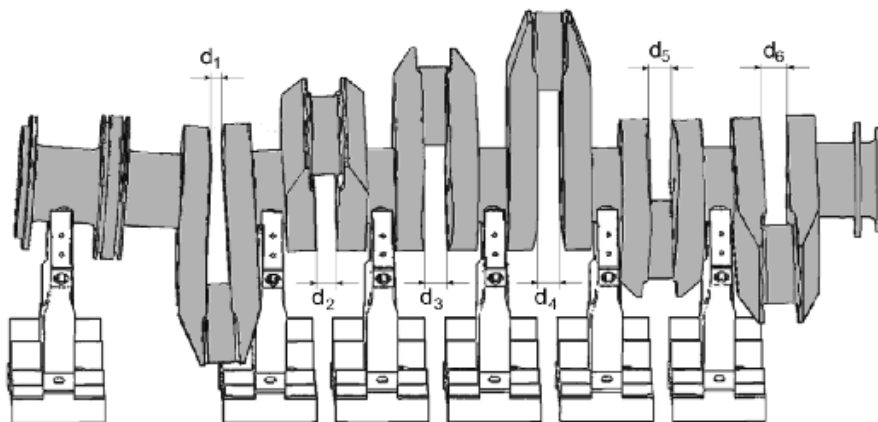
Uvedeme několik pojmů, které popisují klikovou hřídel.



Obrázek 2.8: Ukázka klikového hřídele

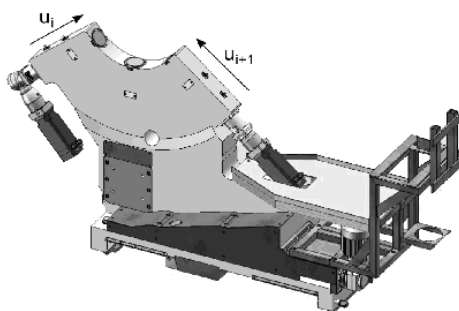
1. Příruba setrvačnicku
2. Náhonový konec klikového hřídele
3. Hlavní čep
4. Rameno klikového hřídele
5. Ojniční čep
6. Zalomení klikového hřídele
7. Volný konec klikového hřídele

Jak již bylo dříve zmíněno při obrábění klikových hřídelí je kladen velký důraz na přesnost. Výsledný obrobek musí dodržet předepsanou výrobní toleranci. Vlivem vlastní tíhy dochází k deformacím hřídele a to snižuje přesnost obrábění. Cílem soustružníka je minimalizovat rozevírání sousedních ramen klikové hřídele spojených ojnicím čepem. Tento děj nazýváme tzv. dýcháním. Pro lepší ilustraci je uveden následující obrázek 2.9.



Obrázek 2.9: Dýchání klikového hřídele

Během otáčení hřídele dochází vlivem gravitačních a podpůrných sil k pružné deformaci hřídele a vzniká dýchání. Jednotlivá dýchání jsou vyznačena na obrázku 2.9 koeficienty d_1, d_2, \dots, d_6 . Jejich počet závisí na množství ojnicích čepů. Otáčení hřídele probíhá na intervalu $\varphi \in \langle 0; 2\pi \rangle$. Velikost dýchání závisí na úhlu natočení hřídele tzn. $d_i(\varphi)$. Tato funkce je periodická. V případě, že bude hřídel ideálně ustavena, bude tato funkce konstantní pro všechna dýchání $d_i, i = 1, \dots, p$, kde p označuje počet dýchání. Dalším faktorem který ovlivňuje velikost dýchání jsou podpěrné válce lunet.



Obrázek 2.10: Ukázka podpěrných lunet

Na obrázku 2.10 jsou znázorněny boční válce, které jsou řízeny servomotory, a jeden střední, který je řízen hydraulicky a v případě kontaktu bočních

válců pouze snižuje tlak na boční válce. Boční válce budeme označovat koeficienty u_i a u_{i+1} pro $i = 1, \dots, p$. Soustružník se snaží pohybem bočních lunet dosáhnout konstantní hodnoty dýchání $d_i(\varphi)$. V praxi se využívá iterativní postup, kdy se postupně vyvažují jednotlivá dýchání a přenastavují se pozice lunet.

2.3 Formulace úlohy vyvažování

Během procesu vyvažování se opakuje následující úloha.

- Vyberou se dýchání $d_i, i = 1, \dots, p$, která budeme chtít vyvážit a změříme jejich hodnoty.
- Nastavíme polohy bočních lunet $u_i, u_{i+1}, i = 1, \dots, p$, abychom minimalizovali následující kritérium

$$J = \max[\max_{\varphi} |d_1(\varphi) - \bar{d}_1|, \max_{\varphi} |d_2(\varphi) - \bar{d}_2|, \dots, \max_{\varphi} |d_p(\varphi) - \bar{d}_p|]$$

kde \bar{d}_i je střední hodnota funkce $d_i(\varphi)$ na intervalu $\varphi \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

- Proveďte se obrábění vybraných částí hřídele a proces opakujeme, dokud není hodnota kritéria J dostatečně malá.

V ideálním případě se může zdát, že by došlo k optimálnímu vyvážení hřídele již po jednom opakování. Tato situace v praxi nemůže nastat, protože na začátku je hřídel hrubě opracována a nelze ji tedy vyvážit po jediném kroku. Postupnými iteracemi lze dojít k uspokojivým výsledkům.

V praxi se doposud spoléhalo na zkušenosti soustružníka, kdy během otáčení hřídele pouze svým zrakem odečítal přibližnou hodnotu dýchání na mikrometrech. Tato nepřesnost se samozřejmě přenesla i na nastavení bočních válců lunet. Výsledná přesnost obrobku se tedy snižuje a narůstá časová náročnost výroby. Pro exaktní řešení tohoto problému v praxi bylo navrženo automatické bezdrátové měření dýchání s přenosem dat do řídicího počítače a následné dálkové ovládání poloh válců lunet servomotory.

3 Teoretické základy

V této kapitole je uveden teoretický základ využitý při řešení a výpočtu vyvažování velkých klikových hřídelů.

3.1 Fourierova řada

Fourierovy řady jsou limitou posloupnosti trigonometrických polynomů, které mají část složenou ze sinů a část z kosinů. Využívají se zejména při studiu jevů s periodickým charakterem. Pomocí této řady lze rozložit i značně komplikované funkce, které by byl problém zobrazit. Nadefinujeme si Fourierovu řadu následujícím způsobem.

Nechť f je funkce definovaná na intervalu $(-\pi; \pi)$. Čísla

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, n \geq 0 \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx, n \geq 1 \end{aligned} \quad (3.1)$$

se nazývají Fourierovy koeficienty funkce f .

Řada

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) \quad (3.2)$$

se nazývá Fourierova řada funkce f .

3.2 Maticová norma

V této části vysvětlíme pojem maticová norma. Na libovolnou matici o rozměrech $m \times n$ lze nahlížet jako na operátor normovaného vektorového prostoru \mathbb{C}^n

$$A^{m \times n} : (\mathbb{C}^n, \|\cdot\|_2) \longrightarrow (\mathbb{C}^m, \|\cdot\|_2) \quad (3.3)$$

kde se jedná o běžnou Eukleidovskou normu. Definujeme indukovanou kvadratickou normu v tomto tvaru

$$\|A\|_2 \triangleq \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} = \max_{\|x\|_2=1} \|Ax\|_2 \quad (3.4)$$

3 TEORETICKÉ ZÁKLADY

Z definice lze zjistit, že indukovaná norma představuje tzv. zesílení matice A .

Obecně lze zapsat indukovanou p -normu, kde $p = 1, 2, \dots, \infty$

$$\|A\|_p = \max_{\|x\|_p=1} \|Ax\|_p \quad (3.5)$$

Pro naše využití uvažujme tři případy, kde $p = 1, 2, \infty$.

Uvedeme si tři základní podmínky, které definují normu

1. $\|x\| \geq 0$, $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
2. $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$
3. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

Nyní využitím těchto pravidel ověříme, že $\|A\|_p$ je normou $\mathbb{C}^{m \times n}$

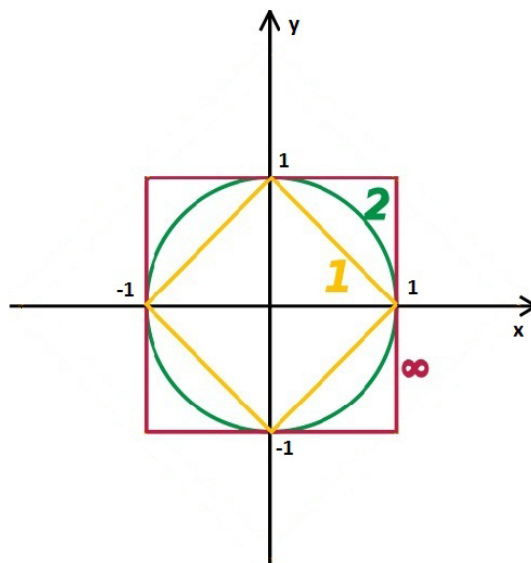
1. $\|A\|_p \geq 0$ pokud pro $\forall x \|Ax\|_p \geq 0$, $\|A\|_p = 0 \Leftrightarrow A = 0$
2. $\|\alpha A\|_p = |\alpha| \|A\|_p$ vyplývá z $\|\alpha y\| = |\alpha| \|y\|$ pro $\forall y$
3. Zapišeme trojúhelníkovou nerovnost

$$\begin{aligned} \|A + B\|_p &= \max_{\|x\|_p=1} \|(A + B)x\|_p \\ &\leq \max_{\|x\|_p=1} (\|Ax\|_p + \|Bx\|_p) \\ &\leq \|A\|_p + \|B\|_p \end{aligned}$$

Ověřili jsme tři pravidla pro normu, ale indukovaná norma obsahuje další dvě neméně důležité vlastnosti

1. $\|Ax\|_p \leq \|A\|_p \|x\|_p$, což je důsledek definice indukované normy
2. Pro $A^{m \times n}, B^{n \times r}$ platí

$$\|AB\|_p \leq \|A\|_p \|B\|_p$$

Obrázek 3.1: Jednotková kružnice v 1, 2 a ∞ normě

Již dříve jsme zmínili, že praktické využití budou mít normy pro $p = 1, 2$ a ∞ . Vyjádříme si hodnoty pro tyto tři normy

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m |a_{ij}| \quad (3.6)$$

$$\|A\|_2 = \sigma_{max}(A) \quad (3.7)$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (3.8)$$

kde hodnota σ_{max} představuje maximální singulární číslo matice A . Pro 2-normu lze ukázat, že se jedná o největší vlastní číslo matice $A^T A$. Na obrázku 3.1 lze vidět rozdíl mezi jednotlivými normami pro jednotkovou kružnici. Na závěr této části je vhodné zmínit, že existují maticové normy, které splňují již dříve uvedené tři podmínky pro normu, ale nejedná se o indukované normy. Nejdůležitějším představitelem je Frobeniova forma v tomto tvaru

$$\|A\|_F \triangleq \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = (\text{trace}(A^T A))^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

Na závěr si uvedeme kód v programu Matlab, který lze využít k výpočtu zmíněných norem.

Matlab R2009b

```

1 function [norm1,norm2,normINF,normFRO] = MatrixNorms(A)
2 %Tato funkce slouzi k vypoctu 1,2 a inf-normy
3 %matice A
4
5 %Prvni norma
6 %Verze1 (pouziti prikazu v Matlabu)
7 norm1=norm(A,1);
8 %Verze2 (pouziti definice)
9 norm1=max(sum(abs(A)));
10
11 %Druha norma
12 %Verze1 (pouziti prikazu v Matlabu)
13 norm2=norm(A,2);
14 %Verze2 (pouziti definice)
15 norm2=max(eig(A'*A));
16
17 %Inf norma
18 %Verze1 (pouziti prikazu v Matlabu)
19 normINF=norm(A,inf)
20 %Verze2 (pouziti definice)
21 normINF=max(sum(abs(A'))))
22
23 %Frobeniova norma
24 %Verze1 (pouziti prikazu v Matlabu)
25 normFRO=norm(A,'fro')
26 %Verze2 (pouziti definice)
27 normFRO=sqrt(trace(A'*A))
28
29 end

```

3.3 Singulární dekompozice matice

Tato část volně navazuje na kapitolu (3.2).

Každou matici $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ lze napsat v této podobě

$$A = U\Sigma V^T \tag{3.10}$$

3 TEORETICKÉ ZÁKLADY

kde matice $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$ a matice $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$. Další vlastností těchto matic je, že jsou ortogonální tzn. $U^T U = I$ a $V^T V = I$. Matici Σ lze zapsat takto

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \ddots & & 0 \\ & & \sigma_r & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

kde $\sigma_r = \sqrt{\text{r.té nenulové vlastní číslo } A^T A}$ a nazývá se singulární číslo. Tato hodnota je seřazena v sestupném pořadí tzn. $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$.

Pokud bychom zapsali matice U a V ve tvaru sloupců tzn.

$$U = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_m] \quad (3.12)$$

a

$$V = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n] \quad (3.13)$$

pak lze singulární dekompozici alternativně zapsat takto

$$A = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T \quad (3.14)$$

kde u_i se nazývají levými singulárními vektory a v_i jsou pravé singulární vektory.

Singulární dekompozice se dá využít při řešení soustav lineárních rovnic. Uvedeme postup takového řešení, kdy máme matici $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ s hodnotí $k < m$ a dále známe vektor $b \in \mathbb{C}^m$. Hledáme řešení lineární soustavy $Ax = b$ a dostáváme

$$A = U \Sigma V^T = U \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T \quad (3.15)$$

kde $\Sigma_1 \in \mathbb{R}^{k \times k}$ je regulární diagonální matice. Důležitá podmínka řešitelnosti je, aby platil vztah $u_i^T b = 0$ pro $\forall i$ splňujících $k < i \leq m$. Tato podmínka znamená, že vektor b musí být ortogonální k posledním $m - k$ sloupcům matice U . Nyní lze přepsat soustavu v tomto tvaru

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T x = U^T b \quad (3.16)$$

Provedeme inverzi Σ_1 a obdržíme

$$\begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ \vdots \\ v_k^T \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} u_1^T b \\ \frac{1}{\sigma_2} u_2^T b \\ \vdots \\ \frac{1}{\sigma_k} u_k^T b \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Využijeme faktu, že je matice V ortogonální tzn. $V^T V = I$ a dostaneme řešení v této podobě

$$x = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\sigma_i} u_i^T b v_i \quad (3.18)$$

Z rovnice (3.17) plyne, že vektory $v_{k+1}, v_{k+2}, \dots, v_n$ generují nulový prostor matice A a dostaneme obecné řešení v tomto tvaru

$$x = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\sigma_i} u_i^T b v_i + \sum_{i=k+1}^n \beta_i v_i \quad (3.19)$$

kde koeficienty β_i pro i z intervalu $k+1 \leq i \leq n$ jsou libovolná komplexní čísla.

3.4 Metoda nejmenších čtverců pro řešení soustav lineárních rovnic

Termín nejmenší čtverce popisuje často využívanou metodu pro řešení pře-určených nebo nepřesně specifikovaných soustav. Namísto přesného řešení soustavy rovnic se snažíme optimálně minimalizovat chybu podle pevně daného jednoznačného kritéria.

Uvažujme lineární soustavu v tomto tvaru

$$Ax = y \quad (3.20)$$

kde matice $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ a vektory $x \in \mathbb{R}^m$ a $y \in \mathbb{R}^n$. Hledáme vektor $\hat{x} \in \mathbb{R}^m$, který minimalizuje Eukleidovskou normu

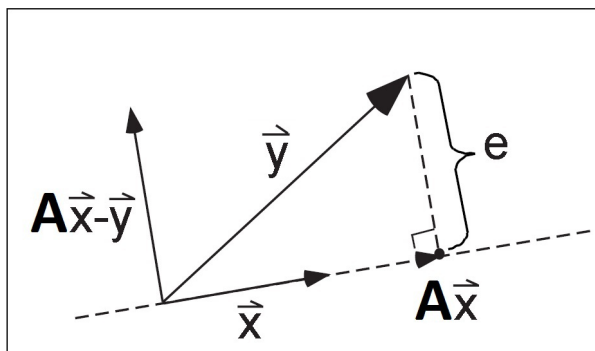
$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \|A\hat{x} - y\|_2 \quad (3.21)$$

Ekvivalentně lze říci, že chceme minimalizovat opravu pravé strany

$$\min_{e \in \mathbb{R}^n} \|e\|_2 \quad (3.22)$$

kde $(y + e) \in \mathfrak{R}(A)$. Platí, že $Ax = y + e$ a jednoduchou úpravou dostaneme opravu pravé strany $e = Ax - y$, kterou nazýváme residuem. Z definice Eukleidovské normy plyne, že minimalizujeme

$$\|A\hat{x} - y\|_2 = \|e\|_2 = \left(\sum_{j=1}^n e_j^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.23)$$



Obrázek 3.2: Minimalizace chyby ve směru osy y

Nalezení \hat{x} lze provést buď pomocí derivace tzn. hledáním lokálního extrému nebo přímo pomocí Pythagorovy věty. My se zaměříme na druhou variantu. Hledáme vektor e s minimální normou, tj. eukleidovskou délkou. Pro lepší představu slouží obrázek 3.2. Nejkratší vzdálenost dostaneme tehdy, pokud bude residuum e ortogonální na obor hodnot $\mathfrak{R}(A)$ a to znamená

$$e \perp \mathfrak{R}(A) \Leftrightarrow A^T e = 0 \quad (3.24)$$

Dosadíme za residuum a dostaneme

$$A^T(Ax - y) = A^T Ax - A^T b = 0 \quad (3.25)$$

Hledaný vektor \hat{x} je řešením tzv. normální soustavy rovnic

$$A^T Ax = A^T b \quad (3.26)$$

Předpokládáme, že matice A je regulární, pak lze již uvést výsledný vztah ve tvaru

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (3.27)$$

kdy se jedná o jednoznačné řešení, jelikož předpokládáme lineární nezávislost sloupců matice A . Při praktickém využití se nedá tvrdit, že dostaneme lineárně nezávislé sloupce. V tomto případě se hledá mezi všemi přípustnými řešeními to s minimální normou. Výsledný vektor je poté v této podobě

$$\hat{x} = A^P y \quad (3.28)$$

kde matice A^P je Moore-Penroseova pseudoinverze. Tato matice je řešením soustavy čtyř nelineárních rovnic tzv. Moore-Penroseových podmínek

$$\begin{aligned} Ax A &= A \\ x A x &= x \\ (Ax)^T &= Ax \\ (xA)^T &= xA \end{aligned} \quad (3.29)$$

3 TEORETICKÉ ZÁKLADY

Pro čtvercovou regulární matici A a její inverzi jsou všechny podmínky splněny triviálně. Častěji se využívá alternativní výpočet matice A^P využitím singulární dekompozice. Této problematice jsme se věnovali v kapitole (3.3).

$$A^P = U \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T \quad (3.30)$$

kde parametr r představuje hodnotu matice A .

Na závěr si uvedeme v programu Matlab několik možností výpočtu \hat{x} .

Matlab R2009b

```
1 function [ xINV, xP, xSVD, xLOM ] = LS( A, y )
2 %Tato funkce slouzi k vypoctu rovnice Ax = y podle me-
3 %tody nejmensich ctvercu
4 %Vstup: A[n,m], y[n,1]
5 %Vystup: xINV, xP, xSVD, xLOM [n,1]
6
7 [n,m] = size(A);
8
9 %Klasicke reseni
10 xINV = inv(A'*A)*A'*y;
11
12 %Pouziti zpetneho lomitko
13 xLOM = A\y;
14
15 %Vyuziti pseudoinverse
16 xP = pinv(A)*y;
17
18 %Vyuziti SVD
19 [U S V]=svd(A,0);
20 for i=1:m
21     if S(i,i)>0;
22         S(i,i)=1/S(i,i);
23     else
24         S(i,i)=0;
25     end
26 end
27 xSVD=V*S*U'*y;
28
29 end
```

Srovnání všech uvedených metod pro odhad \hat{x} je provedeno v kapitole (5.1).

3.5 Metoda totálních nejmenších čtverců

V předchozí kapitole jsme řešili problém, kdy byla pravá strana zatížena chybou tzn. $Ax = y + e$. Je přirozené se ptát, co by se stalo pokud bychom chybou zatížili i matici A . Tento předpoklad má smysl u případů s velkou neurčitostí modelu, popřípadě u soustav, které obsahují výrazný šum měření. V tomto případě se jedná o zevšeobecněný problém metody nejmenších čtverců a jeho zápis vypadá následovně

$$(A + \Delta)x = y + e \quad (3.31)$$

Cílem této metody je minimalizovat následující kritérium

$$\min_{\Delta, e} \left(\sum_{i,j} |\Delta_{ij}|^2 + \sum_i |e_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \min_{\Delta, e} \|\Delta : e\|_F \quad (3.32)$$

Zatím jsme nijak nspecifikovali omezení na Δ a to může omezit praktické využití. Nadefinujeme si následující omezení

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \begin{bmatrix} A & -y \end{bmatrix} \\ \hat{x} &= \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

poté lze přepsat rovnici (3.31) do nového tvaru

$$(\hat{A} + \hat{\Delta})\hat{x} = 0 \quad (3.34)$$

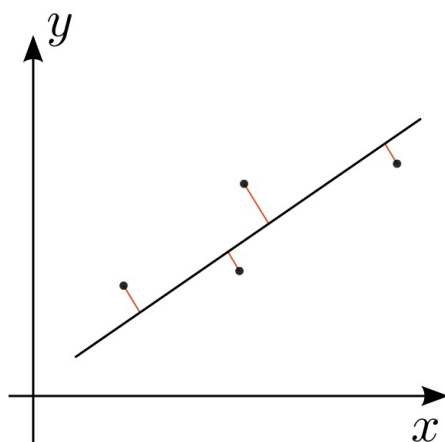
Z této rovnice je zřejmé, že hledáme $\hat{\Delta}$ s minimální Frobeniovou normou, která splní vztah (3.34) a $\hat{A} + \hat{\Delta}$ bylo singulární. Dále předpokládáme, že matice A má plnou sloupcovou hodnost tj. $n \geq m$. Tento případ odpovídá situaci, kdy máme víc měření než hledaných parametrů. Nyní ještě předpokládáme, že \hat{A} má hodnost $n + 1$. Již lze uvést vztah pro $\hat{\Delta}$, který splňuje rovnici (3.34)

$$\hat{\Delta} = -\sigma_{n+1} u_{n+1} v_{n+1}^T \quad (3.35)$$

kde hodnoty $\sigma_{n+1} u_{n+1}$ a v_{n+1} jsou získány singulární dekompozicí \hat{A} . V tuto chvíli již známe hodnoty pro \hat{A} a $\hat{\Delta}$. Pro získání \hat{x} položíme tento vektor $\hat{x} = u_{n+1}$ a jeho následným normováním získáme

$$(\hat{A} + \hat{\Delta}) \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.36)$$

což nám dává řešení (3.34) metodou totálních nejmenších čtverců.



Obrázek 3.3: Minimalizace chyby ve směru os x a y

Pro grafické znázornění rozdílu této metody a metody nejmenších čtverců slouží graf 3.3. U totální metody nejmenších čtverců dochází k minimalizaci chyby ve směru os x a y.

Implementace metody totálních nejmenších čtverců v Matlabu je uvedena v následujících řádcích kódu.

Matlab R2009b

```

1 function [ x ] = TLS( A, y )
2 %Tato funkce slouzi k nalezeni reseni x pro rovnici ve
3 %tvaru (A+E)x=b+e
4 [n m] = size(A);
5 %Vyjadrieme A s vlnkou
6 Avlnka = [A,-y];
7
8 %Singularni dekompozice A s vlnkou
9 [U,S,V] = svd(Avlnka,0);
10
11 %Vypocteme trojuhels vlnkou
12 chyba = -max(S(:,m+1))*U(:,m+1)*(V(:,m+1))';
13
14 %Inicializace x
15 x=zeros(m,1);
16 %Vypocet odhadu x
17 xvlnka = V(:,m+1)*(1/V(m+1,m+1));
18 x = xvlnka(1:m,1);
19 end

```

3.6 Číslo podmíněnosti matice

Předpokládáme, že matice A je invertovatelná. Budeme zkoumat citlivost inverzní matice A^{-1} . Provedeme malou změnu matice A v definici vztahu $A^{-1}A = I$ a dostaneme

$$d(A^{-1})A + A^{-1}dA = 0 \quad (3.37)$$

Ekvivalentně lze hovořit o malé perturbaci matice A tzn. $A + \epsilon P$. Upravíme předchozí vztah (3.37) a dostaneme

$$d(A^{-1}) = -A^{-1}dAA^{-1} \quad (3.38)$$

Znormováním této rovnice obdržíme

$$\|dA^{-1}\| \leq \|A^{-1}\|^2 \|dA\| \quad (3.39)$$

ekvivaletně lze zapsat

$$\frac{\|d(A^{-1})\|}{\|A^{-1}\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|dA\|}{\|A\|} \quad (3.40)$$

V této rovnici $\|A\| \|A^{-1}\|$ představuje číslo podmíněnosti matice A a označujeme ho jako $\kappa(A)$. Využitím singulární dekompozice dostaneme jiný tvar čísla podmíněnosti

$$\kappa(A) = \sigma_{max} / \sigma_{min} \quad (3.41)$$

Číslo podmíněnosti pro 2-normu nám říká, jak štíhlá je elipsa Ax pro $\|x\|_2 = 1$. Tento příklad lze vidět na obrázku 3.4. Uvedeme si vlastnosti čísla podmíněnosti pro 2-normu.

$$\kappa(A) \geq 1 \quad (3.42)$$

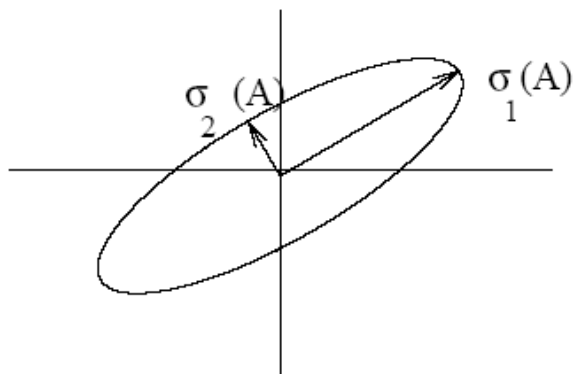
$$\kappa(A) = \kappa(A^{-1}) \quad (3.43)$$

$$\kappa(AB) \leq \kappa(A)\kappa(B) \quad (3.44)$$

$$\kappa(UA) = \kappa(A) \quad \text{pro } U^T U = I \quad (3.45)$$

Ve vztahu (3.40) může dojít k situaci, kdy dílčí změna v inverzní matici A^{-1} bude $\kappa(A)$ -krát tak velká jako dílčí změna v původní matici A .

Prokázali jsme, že velké číslo podmíněnosti koresponduje s maticí, jejíž inverze je citlivá na relativně malou perturbaci nebo-li se jedná o špatně podmíněnou matici. Opačný případ pro výborně podmíněnou matici by nastal, pokud by číslo podmíněnosti bylo co nejmenší, v ideálním případě rovno jedné. Vysoké číslo podmíněnosti také indikuje, že matice je blízko ke ztrátě hodnoty a lze tedy říci, že existuje perturbace Δ s malou normou ($= \sigma_{min}$) se vztahem k $\|A\|$ ($= \sigma_{max}$) takovou, že $A + \Delta$ má nižší hodnotu než A . Na závěr je vhodné dodat, že vztah pro výpočet čísla podmíněnosti (3.41) platí i pro nečtvercové matice.



Obrázek 3.4: Hlavní osa koresponduje s největším singulárním číslem, vedlejší osa s nejmenším singulárním číslem

3.7 Metoda hlavních komponent

Metoda hlavních komponent je také známa pod označením PCA nebo-li principal component analysis. Při reálných aplikacích se často stává, že máme data s velkou dimenzí. Pro další využití těchto dat je vhodné zredukovat co nejefektivněji jejich počet. PCA je metoda, která má za cíl snížit dimenzi datového prostoru s co nejmenší ztrátou informace.

Mějme danou rovnici $Ax = b$, kde matice $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ a beze ztráty obecnosti platí $m \geq n$ a její hodnost je rovna n . Existuje přímý vztah mezi singulární dekompozicí (3.3) a metodou hlavních komponent v případě, že hlavní komponenty počítáme z kovarianční matice.

Kovariance mezi dvěma proměnnými x a y je ve tvaru

$$C(x, y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (3.46)$$

kde pro element kovarianční matice platí $c_{ij} = C(x^i, y^j)$.

Pokud centrováním každého sloupce matice A dostaneme nulovou hodnotu, pak platí $A^T A$ pro získání kovarianční matice. Provedeme singulární dekompozici pro A a A^T podle (3.15) a získáme

$$A = U \Sigma V^T \quad (3.47)$$

$$A^T = V \Sigma U^T \quad (3.48)$$

Vynásobíme vzájemně oba vztahy pro A a A^T a jelikož platí $U^T U = I$ tak dostáváme

$$A^T A = V \Sigma^2 V^T \quad (3.49)$$

3 TEORETICKÉ ZÁKLADY

kde v_i^T jsou řádky matice V^T a jedná se o vlastní vektory. Také platí, že Σ^2 je diagonální matice s vlastními čísly λ_i pro $i = 1, \dots, n$. Sloupce matice V jsou vlastní vektory v_i .

$$A^T A v_i = \lambda_i v_i \quad (3.50)$$

Vlastní čísla jsou seřazeny sestupně tzn. $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$. Hodnoty $\lambda_i \geq 0$ nazveme hlavními komponentami. Vzhledem k získání ze singulární dekompozice také platí, že $\sqrt{\lambda_i} = \sigma_i$. Hodnotu σ_i nazýváme singulárním číslem.

Zvolíme několik největších σ_i a vypočteme vztah (3.18). Výsledkem bude vektor x_{PC} pouze pro hlavní komponenty. Tento vektor aproximujeme tzn., že ponecháme pouze velké hodnoty. Zbylá čísla znulujeme a dostaneme \hat{x}_{PC} . Na závěr si shrneme vlastnosti této metody.

- Pokud hodnota σ_i klesá velmi rychle, tak lze tvrdit, že je matice A silně kolineární.
- K redukci dat zachováme pouze velké hodnoty σ_i .

4 Návrh vyvažování klikového hřídele

Tato kapitola je zaměřena na návrh vyvažování klikového hřídele. Bude zde rozebrána celá problematika od zpracování vstupních dat, jejich úpravy a následném využití metody nejmenších čtverců k získání výstupních dat.

4.1 Definování funkce dýchání

Během otáčení klikového hřídele jsou naměřena rozevírání sousedních ramen klikového hřídele spojených ojnicím čepem tzv. dýchání. V dalších kapitolách, pokud budeme hovořit o dýchání, budeme uvažovat již centrovanou hodnotu dýchání tzn. $d_i(\varphi) - \bar{d}_i$, kde \bar{d}_i je střední hodnotou $d_i(\varphi)$. Tuto centrovanou hodnotu budeme označovat d_i respektive $d_i(\varphi)$. Změnil se i náš požadavek na hodnotu dýchání a to, aby byla nulová.

Naměřená dýchání jsou diskrétní data $v_k \triangleq d(\frac{2k\pi}{K})$, kde hodnota $k = 1, \dots, K-1$. Jedná se o periodickou funkci, proto ji lze rozložit do Fourierovy řady (3.2). Vyjádříme si Fourierovy koeficienty a_n, b_n . Hodnota a_0 je v důsledku centrování nulová. Využitím (3.1) získáme následující vztahy

$$a_n = \frac{2}{K} \sum_{k=0}^{N-1} v_k \cos(n \frac{2k\pi}{K}) \quad (4.1)$$

$$b_n = \frac{2}{K} \sum_{k=0}^{N-1} v_k \sin(n \frac{2k\pi}{K}) \quad (4.2)$$

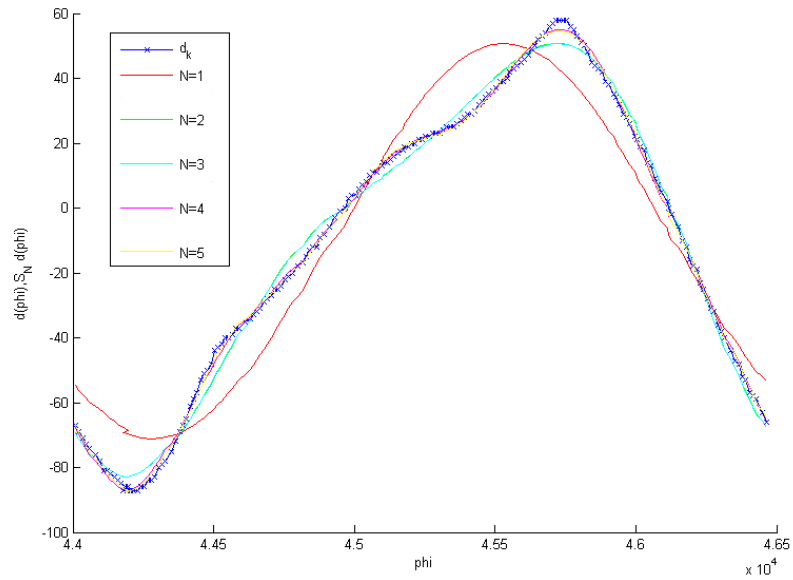
kde koeficient $n = 1, \dots, N$ představuje počet harmonických. Tuto hodnotu volíme, tak aby aproximace funkce dýchání, co nejvíce odpovídala skutečnosti tzn.

$$d(\varphi) - \left\{ \sum_{n=1}^N [a_n \cos(n\varphi) + b_n \sin(n\varphi)] \right\} \rightarrow 0 \quad (4.3)$$

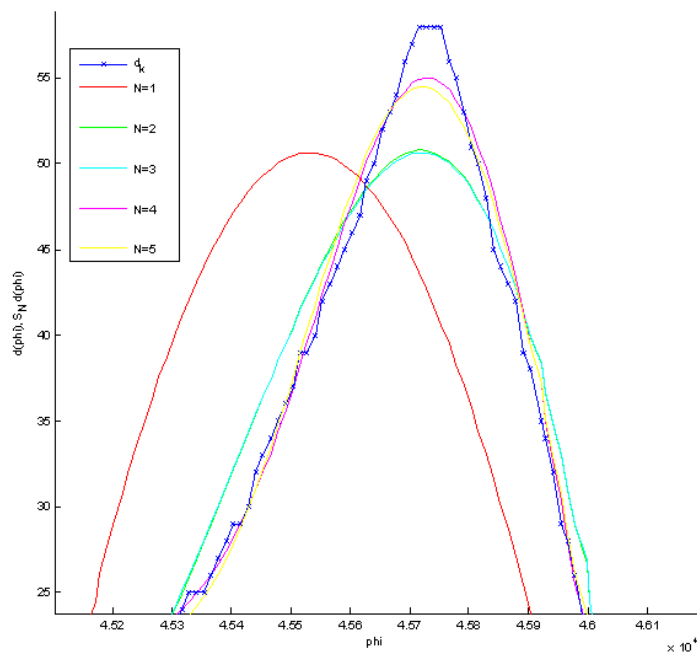
pro $\varphi \in \langle 0; 2\pi \rangle$. Volbu hodnoty N volíme, co nejnižší ze dvou důvodů. Prvním je výrazné snížení dimenze dat, které budeme muset během algoritmu vyvažování zpracovávat a druhým je odstranění vyšších harmonických, které obsahují převážně nežádoucí vysokofrekvenční šum.

Na reálných datech provedeme transformaci $\{v_k\}_0^{K-1} \rightarrow (S_N d)(\varphi) = \{[a_n, b_n]^T\}_1^N$. Na obrázku 4.1 vykreslíme aproximace dýchání pro $N = 1, 2, 3, 4, 5$.

4 NÁVRH VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

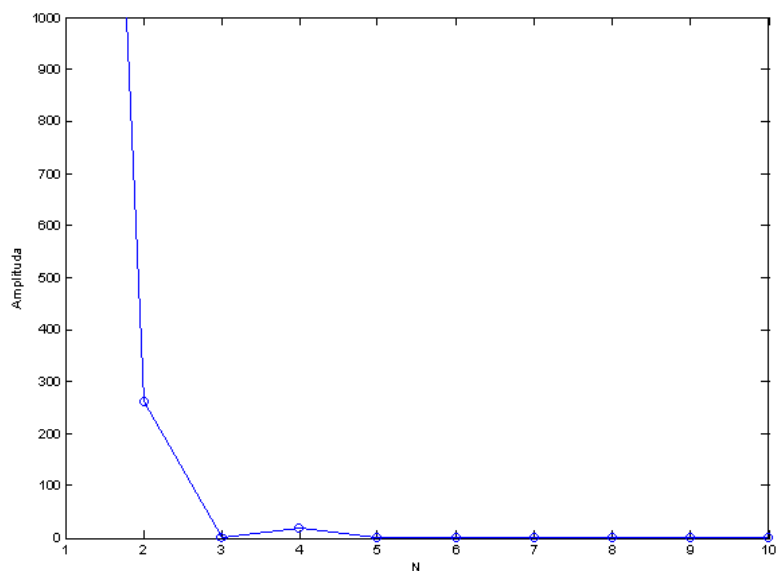


Obrázek 4.1: Aproximace funkce dýchání $d(\varphi)$



Obrázek 4.2: Detail aproximace funkce dýchání $d(\varphi)$

4 NÁVRH VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE



Obrázek 4.3: Amplitudy harmonických složek

Z grafů 4.1 a 4.2 je patrné, že zcela vyhovující aproximaci podle vztahu (4.3) dostaneme pro $N = 4, 5$. Nicméně dobré výsledky dostaneme i pro nižší harmonické a proto lze prohlásit, že volbu počtu harmonických můžeme volit na intervalu $\langle 1; 5 \rangle$. V algoritmu vyvažování bude počet harmonických $N = 5$. Pro úplnost si vykreslíme amplitudu jednotlivých harmonických složek podle vztahu $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$. Z grafu 4.3 je vidět, že význam má pouze několik prvních harmonických.

Na závěr si uvedeme získání Fourierovo koeficientů z dýchání v programu Matlab.

4 NÁVRH VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Matlab R2009b

```
1 function [yn] = FourierTransform(dychani,dych,pocetHarm,
2                               uheldych)
3 %Vypocet fourierovo koeficientu pro zadane dychani
4 %VSTUP:dychani[pocetdychani,X],reprezentuje namer. dych
5 %dych[pocetVyvazovanychDychani,1],pocet vyvazovanych
6 %dychani zadava operator
7 %pocetHarm – skalar, pocet vyvazovanych harmonickych
8 %VYSTUP:yn[2*pocetHarm*pocetDych,1] – Fourierovy koef.
9
10 %Nalezeni poctu nenulových prvku v matici dych
11 pocetDych=length(find(dych));
12
13 [pocetDychani,K]=size(dychani);
14
15 %Inicializace promennych
16 r=2*pocetHarm;
17
18 rr=2*pocetHarm*pocetDych;
19
20 %Inicializace vektoru a,b–Fourierovo koeficienty a
21 %matice y0, ktera reprezentuje vyslednou Fourierovo radu
22 y0=zeros(rr,1);
23 a=zeros(1,pocetHarm);
24 b=zeros(1,pocetHarm);
25
26 %a0=0 nebot stredni hodnota d(phi) je v dusledku
27 %centrovani nulova
28
29 pom = 1;                               %pomocna promenna
30 %Provedu vypocet fourierovo koeficientu an a bn
31 for j=1:pocetDychani
32     if dych(j,1) == 1
33         for k=1:pocetHarm
34             kphi=uheldych*k;
35             a(k)=(2/K)*dychani(j,:)*cos(kphi)';
36             b(k)=(2/K)*dychani(j,:)*sin(kphi)';
37             %Ulozeni vypoctenych an a bn do matice
38             y0((pom-1)*r+2*k-1,1)=a(k);
39             y0((pom-1)*r+2*k,1)=b(k);
40         end
41         pom = pom + 1;
42     end
43 end
```

```

1  %Castecky soucet Fourierovy rady
2  S_N=zeros(pocetDychani,K);
3  for i=1:pocetDychani
4      for k=1:pocetHarm
5          kphi=[0:(2*pi/K)*k:(2*pi*k-2*(pi/K)*k)];
6          S_N(i,:)=S_N(i,:)+y0((i-1)*r+2*k-1,1)*cos(kphi)
7          +y0((i-1)*r+2*k,1)*sin(kphi);
8      end
9  end
10
11 %Ulozeni Fourierovo rady do promenne yn
12 yn = y0;
13 end

```

4.2 Model ustavování

V této části si rozebereme získání ustavovacího modelu pro klikovou hřídel a jeho různé podoby.

4.2.1 Lineární statický model ustavování

V předchozí kapitole (4.1) jsme uvedli důležitý předpoklad a to, že uvažujeme centrovaná dýchání $d_i(\varphi)$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, kde hodnota p je počet dýchání. Pohybem bočních válců $u_1, u_2, \dots, u_{2p-1}, u_{2p}$ lze ovlivnit velikost dýchání. Z toho vyplývá, že i Fourierovy koeficienty (4.1) a (4.2) závisí na poloze všech bočních válců lunet a lze tedy napsat

$${}^i a_n = {}^i f_a(u_1, u_2, \dots, u_{2p-1}, u_{2p}) \quad (4.4)$$

$${}^i b_n = {}^i f_b(u_1, u_2, \dots, u_{2p-1}, u_{2p}) \quad (4.5)$$

Předpokládáme, že funkce ${}^i f_a$ a ${}^i f_b$ jsou spojitě a diferencovatelné. Lze tedy provést linearizaci kolem aktuální polohy všech bočních válců $u_1, u_2, \dots, u_{2p-1}, u_{2p}$. Zapišeme ji v tomto tvaru

$$\begin{aligned} {}^i a_n &= {}^i \alpha_{n0} + {}^i \alpha_{n1} \Delta u_1 + {}^i \alpha_{n2} \Delta u_2 + \dots + {}^i \alpha_{n2p} \Delta u_{2p} \\ {}^i b_n &= {}^i \beta_{n0} + {}^i \beta_{n1} \Delta u_1 + {}^i \beta_{n2} \Delta u_2 + \dots + {}^i \beta_{n2p} \Delta u_{2p} \end{aligned} \quad (4.6)$$

kde Δu_i jsou změny nebo-li přírůstky polohy i -tého bočního válce a ${}^i \alpha_{nj}, {}^i \beta_{nj}$ jsou vhodná reálná čísla.

Zavedeme si následující vektory

$$y \triangleq \begin{bmatrix} {}^1a_1 & \cdots & {}^pa_1 \\ {}^1b_1 & \cdots & {}^pb_1 \\ {}^1a_2 & \cdots & {}^pa_2 \\ {}^1b_2 & \cdots & {}^pb_2 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ {}^1a_N & \cdots & {}^pa_N \\ {}^1b_N & \cdots & {}^pb_N \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

kde $y \in \mathbb{R}^r$ pro $r = 2pN$ a představuje Fourierovy koeficienty aktuálně naměřeného dýchání.

$${}^0y \triangleq \begin{bmatrix} {}^1\alpha_{10} & \cdots & {}^p\alpha_{10} \\ {}^1\beta_{10} & \cdots & {}^p\beta_{10} \\ {}^1\alpha_{20} & \cdots & {}^p\alpha_{20} \\ {}^1\beta_{20} & \cdots & {}^p\beta_{20} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ {}^1\alpha_{N0} & \cdots & {}^p\alpha_{N0} \\ {}^1\beta_{N0} & \cdots & {}^p\beta_{N0} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

kde ${}^0y \in \mathbb{R}^r$ pro $r = 2pN$ a představuje Fourierovy koeficienty počátečního naměřeného dýchání.

$$u \triangleq [u_1, u_2, \dots, u_{2p-1}, u_{2p}]^T \quad (4.9)$$

kde $u \in \mathbb{R}^s$ pro $s = 2p$ a představuje nastavení bočních válců pro dané dýchání.

$$\Delta u \triangleq [\Delta u_1, \Delta u_2, \dots, \Delta u_{2p-1}, \Delta u_{2p}]^T \quad (4.10)$$

kde $\Delta u \in \mathbb{R}^s$ pro $s = 2p$ a představuje změnu nastavení bočních válců. Využitím (4.6) lze vytvořit matici $A \in \mathbb{R}^{r \times s}$ složenou z koeficientů ${}^i\alpha_{nj}$ a ${}^i\beta_{nj}$ pro $i = 1, \dots, p, n = 1, \dots, N$ a $j = 1, \dots, 2p$ takovou, aby platilo

$$y = A\Delta u + {}^0y \quad (4.11)$$

Tento vztah (4.11) nazveme lineárním statickým modelem ustavování klikového hřídele. Je vhodné zmínit, že vektor 0y odpovídá nastavení lunet pro vektor u a y odpovídá součtu vektorů $u + \Delta u$. Při provedení dostatečného počtu měření a ze znalosti související trojice vektorů $y, {}^0y$ a Δu lze identifikovat matici A . Tomuto se budeme podrobněji věnovat v kapitole (4.3).

4.2.2 Redukovaný model ustavování

Zatím bylo uvažováno, že proces ustavování obsahuje všechny složky dýchání $d_i(\varphi)$ pro $i = 1, \dots, p$ a všechny boční válce. Abychom nemuseli uvažovat tyto všechny složky modifikujeme vektory y , 0y , u , Δu . Nejdříve redukuje vztahy (4.7), (4.8) a vzniknou po řadě následující nové vektory

$${}^{red}y \triangleq \begin{bmatrix} {}^{i_1}a_1 & \cdots & {}^{i_l}a_1 \\ {}^{i_1}b_1 & \cdots & {}^{i_l}b_1 \\ {}^{i_1}a_2 & \cdots & {}^{i_l}a_2 \\ {}^{i_1}b_2 & \cdots & {}^{i_l}b_2 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ {}^{i_1}a_N & \cdots & {}^{i_l}a_N \\ {}^{i_1}b_N & \cdots & {}^{i_l}b_N \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$${}^{red,0}y \triangleq \begin{bmatrix} {}^{i_1}\alpha_{10} & \cdots & {}^{i_l}\alpha_{10} \\ {}^{i_1}\beta_{10} & \cdots & {}^{i_l}\beta_{10} \\ {}^{i_1}\alpha_{20} & \cdots & {}^{i_l}\alpha_{20} \\ {}^{i_1}\beta_{20} & \cdots & {}^{i_l}\beta_{20} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ {}^{i_1}\alpha_{N0} & \cdots & {}^{i_l}\alpha_{N0} \\ {}^{i_1}\beta_{N0} & \cdots & {}^{i_l}\beta_{N0} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

kde ${}^{red}y, {}^{red,0}y \in \mathbb{R}^{r^{red}}$ pro $r^{red} = 2lN$ a $i_1, \dots, i_l \in \{1, \dots, p\}$ jsou jednotlivá vybraná dýchání.

Pro boční válce je nutné redukovat vztahy (4.9), (4.23) a vzniknou tyto redukované vektory

$${}^{red}u \triangleq [u_{j_1}, u_{j_1+1}, u_{j_2}, u_{j_2+1}, \dots, u_{j_m}, u_{j_m+1}]^T \quad (4.14)$$

$${}^{red}\Delta u \triangleq [\Delta u_{j_1}, \Delta u_{j_1+1}, \Delta u_{j_2}, \Delta u_{j_2+1}, \dots, \Delta u_{j_m}, \Delta u_{j_m+1}]^T \quad (4.15)$$

kde ${}^{red}u, {}^{red}\Delta u \in \mathbb{R}^{s^{red}}$ pro $s^{red} = 2m$ a $j_1, j_2, \dots, j_m \in \{1, 3, \dots, 2p-1\}$ jsou vybrané lunety, které se budou podílet na ustavování.

Redukovaná matice ${}^{red}A \in \mathbb{R}^{r^{red} \times s^{red}}$ a tvoří ji koeficienty ${}^i\alpha_{nj}$ a ${}^i\beta_{nj}$.

Redukovaný model ustavování bude tedy mít tuto podobu

$${}^{red}y = {}^{red}A({}^{red}\Delta u) + {}^{red,0}y \quad (4.16)$$

4.2.3 Váhový model ustavování

V případě, že chceme přiřadit různou důležitost a důvěru naměřeným dýcháním vytvoříme diagonální matici

$$W = \text{diag}\{w_1, w_2, \dots, w_p\} \quad (4.17)$$

která obsahuje různé váhy pro vybraná dýchání. Přenásobíme vztah (4.11) diagonální maticí W a obdržíme váhový model ustavování

$$Wy = (WA)\Delta u + W({}^0y) \quad (4.18)$$

V předchozích kapitolách jsme dostali tři ustavovací modely (4.11), (4.16) a (4.18). Vidíme, že mají shodný tvar, proto lze bez ztráty obecnosti uvažovat model (4.11).

4.3 Experimentální identifikace modelu ustavování

V této kapitole si uvedeme postup identifikace vlivnostní matice A , která je klíčová ve vztahu (4.11). Předpokládejme, že lineární statický model ustavování (4.11) platí i pro velmi malé změny nastavení bočních válců lunet Δu . Postup získání matice A je následující

- Postupně volíme $\Delta u \triangleq {}^i \Delta u = \Delta [0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$, kde Δ představuje dostatečně malé posunutí bočních válců pro i -tý prvek.
- Dosadíme do vztahu (4.11) a získáme ${}^i y = A({}^i \Delta u) + {}^0 y$ a jednoduchou úpravou obdržíme

$${}^i a = \frac{{}^i y - {}^0 y}{\Delta} \quad (4.19)$$

kde ${}^i a$ označuje i -tý sloupec matice A , ${}^0 y$ jsou Fourierovy koeficienty pro počáteční nastavení u bočních lunet a ${}^i y$ jsou Fourierovy koeficienty pro nastavení $u + ({}^i \Delta u)$ bočních válců lunet.

Provedeme $i = 1, \dots, 2p$ nezávislých měření a dostaneme kompletní odhad matice A . Funkce dýchání se odměřuje vždy na celé otáčce hřídele tzn., že minimální doba identifikace matice A je $2pT$, kde T je doba jedné otáčky hřídele.

Nyní si uvedeme kód v programu Matlab, který lze využít k identifikaci matice A dle stanovených vstupních dat tzn. i redukovanou verzi.

4 NÁVRH VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Matlab R2009b

```
1 function [A] = identifikaceA(kapakViz,zvetsiViz,luneta,  
2 posun,vyvazovaci,sila,dych)  
3 %Algoritmus identifikace vlivnostni matice A  
4 %VSTUP:kapakViz,zvetsiViz-zadavaji se v GUI, dulezite  
5 %pro spusteni skriptu otaceni hridele  
6 %sila[pocetLunet/2,1]-predstavuje podperne hydraulicke  
7 %lunety,luneta[pocetLunet,2]-reprezentuje aktivni lun.,  
8 %posun[pocetLunet,2]-aktualni nastaveni lunet  
9 %vyvazovaci[pocetLunet,2]-reprezentuje vyvazovaci lun.,  
10 %dych[pocetLunet,1]-reprezentuje vybrana dychani,  
11 %ktera chceme minimalizovat  
12 %VYSTUP:%A - vlivnostni matice  
13  
14 %Pocet vyvazovanych harmonickych, hodnota by mela byt  
15 %v tomto rozsahu N<=5  
16 N=5;  
17 n=2*N;  
18  
19 %Spoctu pocet dychani z matice dych  
20 id=length(find(dych));  
21  
22 nn=2*N*id;  
23  
24 [radekL, sloupecL] = size(vyvazovaci);  
25  
26 %pocet vsech vyvazovacich lunet  
27 pl = length(find(vyvazovaci));  
28  
29 %Vytvorim matici A  
30 A=zeros(nn,pl);  
31 Ap=zeros(nn,pl);  
32  
33 %Zmerim dychani a uheldych pro pracovni bod a z nich  
34 %fourierovo koef,funkce Yposunuti slouzi ke spousteni  
35 %skriptu pro otoceni hridele  
36 [y0] = Yposunuti(luneta, posun, sila, kapakViz, zvetsiViz,  
37 dych);
```

4 NÁVRH VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

```
1  %postupne vysunuji jednotlivé vyvazovací lunety a poci-
2  %tam rozdíl hodnot od pracovního bodu
3  pom = 1;                               %pomocna promenna
4  p = 0.0005;                             %vysunuti lunety
5  for i = 1:radekL
6      if vyvazovaci(i,1) == 1
7          posun(i,1) = posun(i,1) + p;
8          [y] = Yposunuti(luneta, posun, sila, kapakViz,
9                          zvetsiViz, dych);
10         Ap(:, pom) = (y - y0)/p;
11         posun(i,1) = posun(i,1) - p;
12         pom = pom + 1;
13     end
14     if vyvazovaci(i,2) == 1
15         posun(i,2) = posun(i,2) + p;
16         [y] = Yposunuti(luneta, posun, sila, kapakViz,
17                         zvetsiViz, dych);
18         Ap(:, pom) = (y - y0)/p;
19         posun(i,2) = posun(i,2) - p;
20         pom = pom + 1;
21     end
22 end
23
24 A=Ap;
25 end
```

4.4 Optimální ustavení

V kapitole (2.3) jsme si uvedli typickou úlohu, kterou musí obsluha hřídele při obrábění řešit. Jedná se o vcelku komplikovanou nelineární úlohu. V části (4.2) jsme si odvodili lineární statický model ustavování (4.11), který lze využít jako přibližné řešení úlohy minimalizace dýchání využitím metodami lineární algebry. Pokud chceme dosáhnout vynulování všech dýchání, pak ve vztahu (4.11) musí být vektor y nulový tzn., že dostaneme tento nový vztah

$$A\Delta u = -{}^0y \quad (4.20)$$

kde pro nalezení neznámé Δu lze využít metody nejmenších čtverců. Výsledkem bude tento vztah

$$\Delta \hat{u} = -A^P y_0 \quad (4.21)$$

4 NÁVRH VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

kde A^P představuje pseudoinverzi definovanou ve vztahu (3.30). Vypočtený vektor $\Delta\hat{u}$ představuje změnu v přestavění bočních lunet, abychom minimalizovali součet čtverců amplitud od první až po N -tou harmonickou všech funkcí dýchání.

Na závěr vypočteme číslo podmíněnosti matice A podle vztahu (3.41), které pokud bude dostatečně malé, lze říci, že řešení (4.21) je dobře podmíněné. Dále lze číslo podmíněnosti $\kappa(A)$ využít pro stanovení robustnosti výsledného ustavování.

V následujícím kódu pro Matlab si uvedeme výpočet optimálního ustavení včetně čísla podmíněnosti.

Matlab R2009b

```
1 function [duEmat ,KapaA]=optimUstav(A,y0,vyvazovaci ,posun)
2 %Algoritmus optimalniho ustaveni
3 %Vstup: A[n,m] – matice ziskana z experimetalni ident.
4 %ustavovani,y0[2*pocetHarm*pocetDych,1]–Fourierovy
5 %koef. namereneho pocatecniho dychani,
6 %vyvazovaci[pocetLunet/2,2] – vybrane vyvazovaci lunety
7 %posun[pocetLunet/2,2] – namerene vysunuti lunet
8 %Vystup: duEmat[pocetLunet/2,2] – vypoctena zmena
9 %vysunuti+puvodni vysunuti,KapaA – cislo podminenosti
10
11 [n,m]=size(A);
12 [radekL , sloupecL] = size(vyvazovaci);
13 %vypocteni zmeny vysunuti, která nejlepe vyvazi hridel
14 duE = -pinv(A)*y0;
15
16 %Inicializce matice vypoctenych vysunuti delta
17 duEmat = zeros(radekL ,2);
18 pom = 1; %pomocna promenna
19 %Serazeni do matice [6,2]
20 for i = 1:radekL
21     if vyvazovaci(i,1) == 1
22         duEmat(i,1) = duE(pom,1);
23         pom = pom + 1;
24     else
25         duEmat(i,1) = 0;
26     end
```

```

1   if vyvazovaci(i,2) == 1
2       duEmat(i,2) = duE(pom,1);
3       pom = pom + 1;
4   else
5       duEmat(i,2) = 0;
6   end
7 end
8 %Pricteni vypoctenych vysunutí duE k počátečnímu nastavení vysunutí
9
10 duEmat = posun + duEmat;
11
12 %Vypocet cisla podmínenosti
13 [U,S,V]=svd(A,0);
14 KapaA=max(S(:,1))/max(S(:,m));
15
16 end

```

4.5 Analýza vybraných lunet

V této kapitole si přiblížíme výpočetní nástroj, jenž usnadní operátorovi rozhodování při výběru vhodných lunet snižujících hodnotu vybraných centrováných dýchání. Nastíníme matematické metody, které provedou analýzu počátečních dat a vstupních hodnot a vypočtou možná řešení při různých nastavení.

Pro počáteční nastavení známe centrovaná dýchání ${}^0d_i(\varphi)$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, kde p je počet dýchání. Těmto dýcháním odpovídá nastavení bočních válců lunet

$${}^0u \triangleq [{}^0u_1, {}^0u_2, \dots, {}^0u_{2p-1}, {}^0u_{2p}]^T \quad (4.22)$$

kde ${}^0u \in \mathbb{R}^s$ pro $s = 2p$.

Pro naměřená dýchání ${}^0d_i(\varphi)$ podle vztahů (4.1) a (4.2) vypočteme Fourierovy koeficienty a získáme 0y . Poté určíme matici A dle rovnice (4.19). Nyní lze podle vztahu (4.21) vypočítat vysunutí pístů, které sníží hodnotu pro vybraná centrovaná dýchání

$$\Delta u \triangleq [\Delta u_1, \Delta u_2, \dots, \Delta u_{2p-1}, \Delta u_{2p}]^T \quad (4.23)$$

kde $\Delta u \in \mathbb{R}^s$ pro $s = 2p$.

Nyní již známe nové nastavení lunet

$$u = {}^0u + \Delta u \quad (4.24)$$

pro které vypočteme nové hodnoty Fourierovo koeficientů podle vztahu (4.11) a získáme y . Poslední informaci, kterou je nutné získat jsou dýchání $d_i(\varphi)$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, která získáme ze vztahu pro částečný součet Fourierovy řady (4.3). Nyní již lze přistoupit k samotné analýze dat.

První zkoumanou veličinou budou amplitudy dýchání. Vypočteme tyto hodnoty

$$\begin{aligned} M_j &= \max_{\varphi} d_i(\varphi) - \min_{\varphi} d_i(\varphi) \\ M &= \max_j M_j \end{aligned} \quad (4.25)$$

kde j představuje různé kombinace na začátku vybraných lunet. Tvoří se kombinace od $1, 2, \dots, p$.tice. Celkový počet kombinací bude

$$j = \sum_{m=1}^p \binom{p}{m} \quad (4.26)$$

Vypočtenou hodnotu M hledáme vždy tu nejmenší pro $1, 2, \dots, p$.tici tzn.,co nejmenší rozdíl mezi maximální a minimální amplitudou.

Další důležitou veličinu získáme hledáním maxima u Fourierovo koeficientů nebo-li hledáme 2-normu.

$$C = \max_j y_j = \|y\|_2 \quad (4.27)$$

kde j opět představuje různé kombinace na začátku vybraných lunet. Zde také platí, že pro C hledáme vždy tu nejmenší pro $1, 2, \dots, p$.tici.

Třetí a čtvrtá veličina důležitá při analýze bude 2-norma a ∞ -norma rozdílu y a 0y . Oba vztahy budou ve tvaru

$$N_2 = \|\ ^0y_j - y_j \|_2 \quad (4.28)$$

$$N_{\infty} = \|\ ^0y_j - y_j \|_{\infty} \quad (4.29)$$

kde j označuje různé kombinace na začátku vybraných lunet. V tomto případě pro N_2 a N_{∞} hledáme tu nejvyšší hodnotu pro $1, 2, \dots, p$.tici.

V této kapitole jsme získali silný nástroj, který nám poslouží k lepší identifikaci a chování klikového hřídele pro různá nastavení. Dá se předpokládat, že nejlepší výsledek dostaneme vždy pokud využijeme všechny vybrané lunety. Ale také pro vztahy (4.25), (4.27), (4.28) a (4.29) bude platit, že pro určité kombinace lunet bude hodnota již dostatečně malá(pro N_2, N_{∞} velká) a lze tuto kombinaci již bez problémů využít ke snížení hodnoty u vybraných centrovaných dýchání.

5 Simulace

V úvodní kapitole jsou uvedeny různé způsoby výpočtů metody nejmenších čtverců a srovnání jejich přesnosti v Matlabu. V další kapitole je provedena simulace modelu klikového hřídele v prostředí Matlab. Pro účely testování algoritmu vyvažování byl vytvořen prutový model klikového hřídele. Podrobnější popis metody vytvoření modelu je uveden v [3] včetně fyzikálního a matematického modelu. Model klikové hřídele je složen z prutů na sebe navzájem navazujících řetězcovitým způsobem. Prutový model klikového hřídele zcela neodpovídá reálnému chování, ale topologie je téměř shodná. Předpokládáme, že průběhy deformací naměříme se stejnou periodou i přesto, že průhyby nebudou zcela totožné. Tento prutový model byl vytvořen pro konkrétní typ klikového hřídele S50 MC-C.

5.1 Srovnání výpočtů MNČ v Matlabu

Existuje několik způsobů nalezení \hat{x} při řešení rovnice (3.20). Prvním způsobem je řešení rovnice (3.27). V tomto případě využijeme pouze klasickou inverzi počítanou v programu Matlab. Druhý způsob je využití pseudoinverze pro řešení rovnice (3.28). Třetí varianta je výpočet využitím singulární dekompozice pro rovnici (3.30). Veškerou problematiku singulární dekompozice jsme rozebrali v části (3.3). Posledním způsobem určení \hat{x} v Matlabu pro přeurčený systém lineárních rovnic je zpětné lomítko.

S využitím znalostí z kapitoly (3.4) jsme sestavili program, kde lze měnit podmíněnost matice $A^T A$ pomocí parametru ep . Pro otestování jsme zvolili triviální případ, kdy je snadné určitě správné řešení. Vstupní data jsou

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ ep & 0 \\ 0 & ep \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 3 \\ ep \\ 2ep \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Jednoznačné řešení je $x_1 = 0.6$ a $x_2 = 1.2$.

Při volbě $ep = 1 * 10^{-5}$ vychází u všech metod shoda se správným řešením.

| | xINV | xP | xSVD | xLOM |
|-------|------|-----|------|------|
| x_1 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| x_2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 |

Od hodnoty $ep = 1 * 10^{-6}$ do hodnoty $ep = 1 * 10^{-14}$ již nedostáváme výsledek při využití inverze.

| | xINV | xP | xSVD | xLOM |
|-------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| x_1 | NaN | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| x_2 | NaN | 1.2 | 1.2 | 1.2 |

Pro hodnoty $ep = 1 * 10^{-15}$ až do $ep = realmin = 2.2251 * 10^{-308}$ dostaneme tyto výsledky

| | xINV | xP | xSVD | xLOM |
|-------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| x_1 | NaN | 0.6 | 0.6 | 0 |
| x_2 | NaN | 1.2 | 1.2 | 1.5 |

Z těchto výsledků je zřejmé, že využití příkazu *inv()* se jeví jako nejméně vhodné. V ostatních případech i vzhledem k špatné podmíněnosti dostáváme určité výsledky, které jsou pro hodnoty od $ep = 1 * 10^{-15}$ s využitím zpětného lomítka vychýlené. Nejlépe vychází využití singulární dekompozice a pseudo-inverze, nicméně velmi dobré výsledky dosahuje i metoda využití zpětného lomítka. U této metody dostaneme jiné výsledky než u pseudoinverze v případě, že $hod(A) < N$, kde N představuje počet sloupců matice A . I z tohoto důvodu jsme se při aplikaci algoritmu vyvažování přiklonili k využití pseudoinverze.

Je vhodné určit lineární závislost mezi sloupci matice A . Jedná se o tzv. multikolinearitu. Vycházíme z prvků korelační matice R . Jako mez základní míry multikolinearity využijeme diagonální prvky R^{-1} , kde pro silnou multikolinearitu platí, že jsou větší než 100.

Provedeme výpočet koeficientu multikolinearity pro různé hodnoty ep a testovací data (5.1), kde využijeme matici A .

- $ep = 1 * 10^{-4}$

$$R_{11}^{-1} = 5.9254 * 10^7 \quad R_{22}^{-1} = 5.9254 * 10^7 \quad (5.2)$$

- $ep = 1 * 10^{-5}$

$$R_{11}^{-1} = 5.9259 * 10^9 \quad R_{22}^{-1} = 5.9259 * 10^9 \quad (5.3)$$

- $ep = 1 * 10^{-6}$

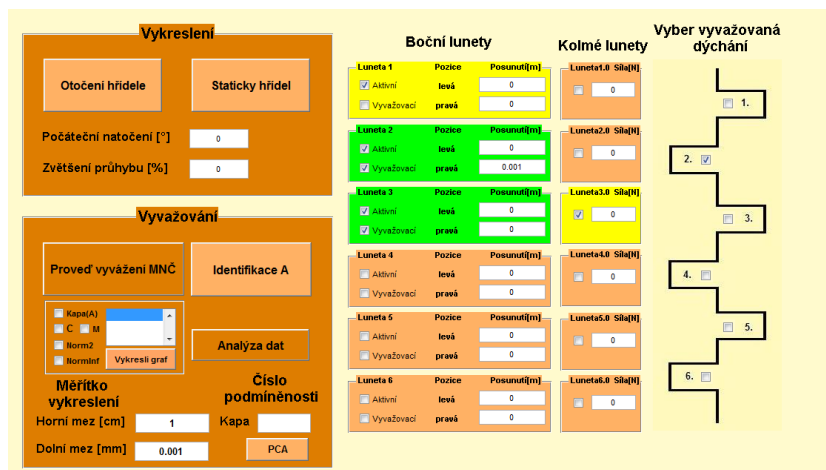
$$R_{11}^{-1} = 5.9258 * 10^{11} \quad R_{22}^{-1} = 5.9258 * 10^{11} \quad (5.4)$$

Z výsledků je vidět, že výpočtem multikolinearity určíme dříve než dojde ke kolapsu klasické metody výpočtu parametrů \hat{x} využitím inverze.

5.2 Vizualizace

Na prutový model klikového hřídele bylo nutné vytvořit vhodné uživatelské rozhraní, jelikož samotné spuštění a změny nastavení bočních vysunutí lunet bylo vcelku komplikované. Algoritmus vyvažování byl také vytvořen v prostředí Matlab a implementován v uživatelském rozhraní. Dále si uvedeme několik nových označení využitých při vizualizaci a některé problémy, které bylo nutné vyřešit.

Pro lepší popis a představu si uvedeme výsledné vizualizační schéma.



Obrázek 5.1: Uživatelské prostředí vyvažování klikového hřídele

Toto schéma lze rozdělit do třech částí. Velmi důležitá část se nachází v pravé polovině. Zde je možné provést počáteční nastavení lunet. Levý sloupec “Boční lunety” představuje vysunutí bočních válců. Zadávaná hodnota je v metrech. Definujeme si dva nové pojmy.

- **Aktivní** lunetou rozumíme takovou, která se bude dotýkat hřídele, ale nebude se podílet na jejím vyvažování. V případě, že bysme označili všechny lunety jako aktivní s nulovým vysunutím bude hřídel dokonale ustavena tzn., že všechna naměřená centrovaná dýchání budou nulová.
- **Vyvažovací** luneta se navíc podílí na algoritmu vyvažování lunety tzn., že její hodnota se po provedení algoritmu změní na základě vypočtených centrovaných dýchání.

Prostřední sloupec “*Kolmé lunety*” představuje střední lunety, které v případě kontaktu pouze snižují tlak na boční válce. Vzhledem k tomu, že jsou řízeny hydraulicky, zadává se hodnota v Newtonech. Poslední sloupec “*Vyber vyvažovaná dýchání*”, jak již název napovídá slouží k vybrání dýchání, která budeme pomocí algoritmu vyvažovat tzn. hodnota centrovaného dýchání se bude co nejvíce blížit nule.

Informativní charakter má levá horní část “*Vykreslení*”. Popíšeme si jednotlivá tlačítka v této části.

- **Otočení hřídele** vykreslí a znázorní otáčku deformovaného a nedeformovaného klikového hřídele od 0 do 2π a vykreslí grafy jednotlivých dýchání. Pro zvýraznění deformované části lze změnit hodnotu v poli “*Zvětšení průhybu*”, kde se zadává procentuální zvětšení vzhledem k základní nastavené velikosti.
- **Staticky hřídel** vykreslí hřídel pro vybraný úhel, který zadáme v poli “*Počáteční natočení*”. Hodnota v tomto poli se zadává ve stupních od 0 do 360.

Pro obě tlačítka je vhodné předem vybrat aktivní lunety a nastavit počáteční vysunutí lunet. Uvedeme si ukázkou pro nastavení jako na obrázku 5.2 a vykreslíme si otočení hřídele na obr. 5.3 a jednotlivé grafy dýchání na obrázcích 5.4 a 5.5.

Vykreslení

Otočení hřídele Statický hřídel

Počáteční natočení [°]

Zvětšení průřihu [%]

Boční lunety

| Luneta | Pozice | Posunutí[m] |
|----------|--------|-------------|
| Luneta 1 | levá | 0.0001 |
| | pravá | 0.0001 |
| Luneta 2 | levá | 0 |
| | pravá | 0 |
| Luneta 3 | levá | 0 |
| | pravá | 0 |
| Luneta 4 | levá | -0.0002 |
| | pravá | -0.0001 |
| Luneta 5 | levá | 0 |
| | pravá | 0 |
| Luneta 6 | levá | 0.0001 |
| | pravá | 0.0001 |

Kolmé lunety

| Luneta | Síla[N] |
|-----------|---------|
| Luneta1.0 | 0 |
| Luneta2.0 | 0 |
| Luneta3.0 | 0 |
| Luneta4.0 | 0 |
| Luneta5.0 | 0 |
| Luneta6.0 | 0 |

Vyber vyvažovaná dýchání

1.

2.

3.

4.

5.

6.

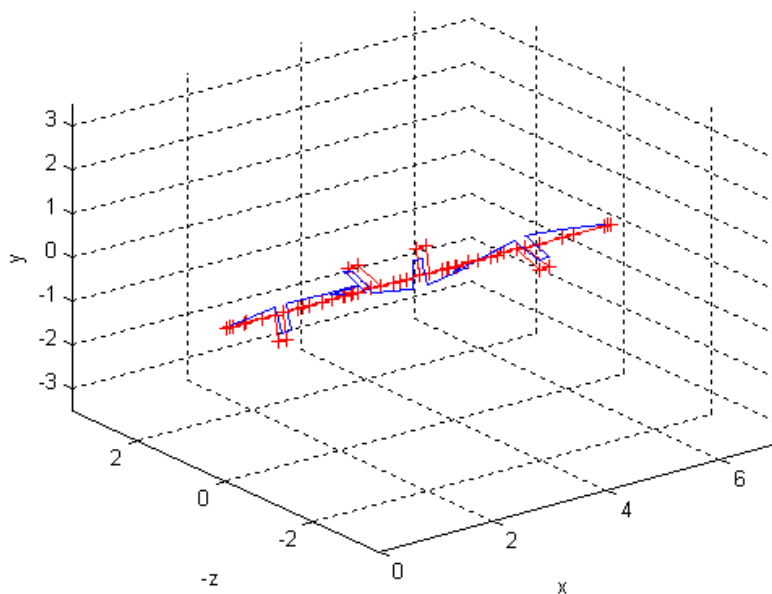
Vyvažování

Proved' vyvážení MNC Identifikace A

Měřítko vykreslení Číslo podmíněnosti

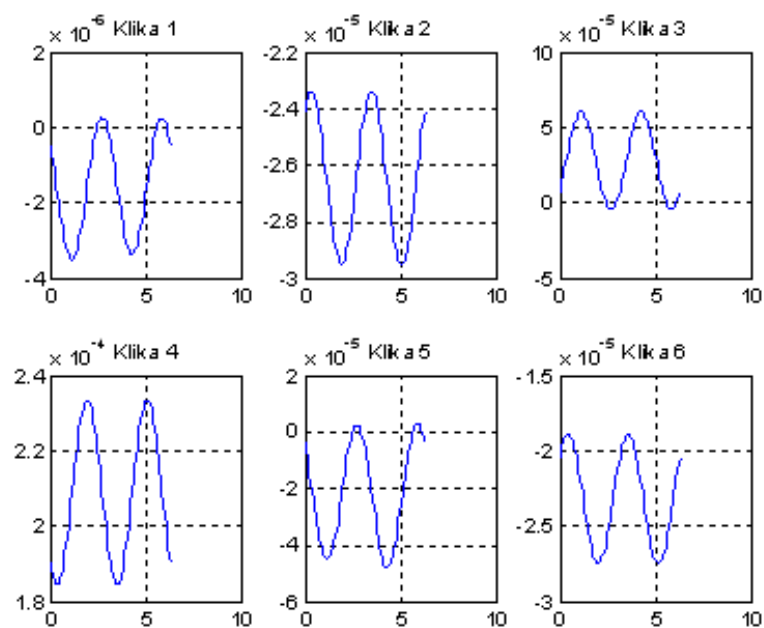
Horní mez [mm] Dolní mez [mm]

Obrázek 5.2: Nastavení lunet pro otočení klikové hřídele

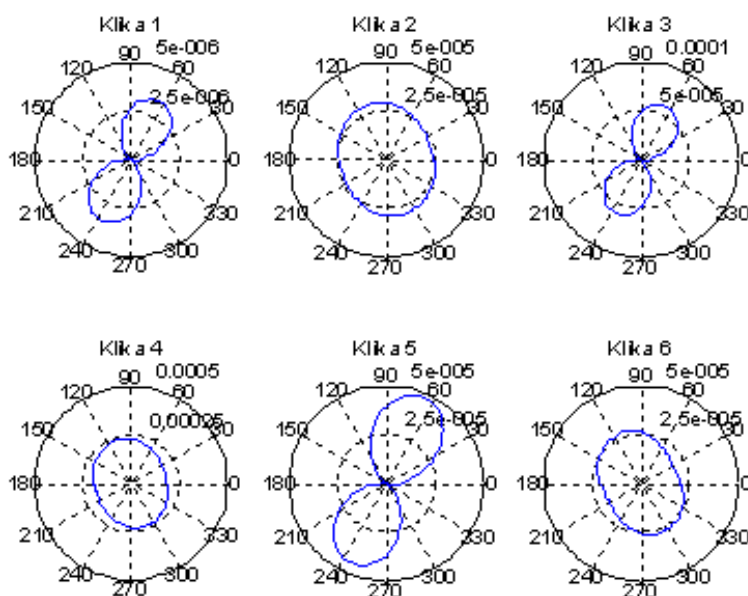


Obrázek 5.3: Otáčení prutového modelu klikového hřídele

5 SIMULACE



Obrázek 5.4: Dýchání pro počáteční nastavení lunet



Obrázek 5.5: Dýchání v polárních souřadnicích pro počáteční nastavení lunet

V levé dolní části se nachází část “Vyvažování”, která se stará o celý algoritmus ustavení klikového hřídele. Nejdříve se vyberou aktivní a vyvažovací lunety a nastavíme počáteční vysunutí lunet. V dalším kroce vybereme, která dýchání budeme vyvažovat.

Znovu si popíšeme funkce jednotlivých tlačítek.

- **Identifikace A** provede identifikaci vlivnostní matice A podle (4.11). Tato identifikace následuje vždy po novém nastavení lunet. Po provedení výpočtu lze stisknout následující dvě tlačítka.
- **Analýza dat** provede zhodnocení vybraných vyvažovacích lunet a podle kapitoly (4.5) vypočte řadu hodnot, které pomohou a usnadní výběr nejvhodnějšího nastavení lunet pro dané počáteční hodnoty. Po výpočtu hodnot se po levé straně vedle tlačítka odkryje panel, kde označení “Kapa(A)” odpovídá číslu podmíněnosti (3.41), “M” odpovídá rovnici (4.25), “C” je pro rovnici (4.27), “Norm 2” vypočítá vztah (4.28) a “Norm inf” spočte normu (4.29). Poté si lze stiskem “Vykresli graf” zobrazit vypočtené hodnoty pro všechny možné kombinace v grafu. Pokud si vybereme označením jedno z možných kritérií, tak lze poté zvolit ve sloupci počet lunet, které chceme použít a pro vybrané kritérium se červeným pruhem ohraničí nejlepší možnost.
- **PCA** slouží k využití metody hlavních komponent, které jsme se věnovali v kapitole (3.7). Toto tlačítko se zobrazí po provedení identifikace matice A . Po stisknutí se přepne do příkazové řádky v Matlabu, kde postupujeme dle dotazů celým algoritmem metody hlavních komponent.
- **Proved' vyvážení MNČ** provede optimální ustavení (4.21) pro redukováný model tzn. jen pro vybrané vyvažovací lunety a vybraná dýchání. Toto tlačítko vypočte vzhledem k počátečnímu nastavení lunet nejvhodnější vysunutí lunet, které minimalizuje vybraná dýchání. Dále dojde k výpočtu čísla podmíněnosti podle vztahu (3.41). Jakmile dojde k provedení výpočtu zapíše se nové hodnoty vysunutí bočních lunet do polí u vybraných vyvažovacích lunet. Tyto nové hodnoty vyvažují klikovou hřídel a snižují hodnotu centrovaných vybraných dýchání. Pro názornost jsou vykresleny jednotlivá dýchání pro počáteční nastavení a následně pro vypočtené ustavovací vysunutí lunet.

Tlačítko “Analýza dat” slouží pouze jako poradní tzn., že není nutné ho použít pro další výpočet vyvážení nicméně je doporučeno ho využít. Část “Měřítka vykreslení” slouží k nastavení horní a dolní hranice pro vykreslení

výsledných hodnot v logaritmických souřadnicích. Více se problematice vykreslení v těchto souřadnicích budeme věnovat v úloze 1. Nastavené hodnoty je vhodné v počátku neměnit. Během ovládání algoritmu jsou vždy zesvětleny ty tlačítka, která lze v daném kroce stisknout. Ukázkou použití algoritmu ustavení hřídele provedeme v následující kapitole.

5.3 Testování algoritmu

Algoritmus vyvažování otestujeme na třech různých úlohách. Matematický model i řídicí systém jsou simulovány na jednom počítači tzn., že se jedná o metodu “model in the loop.” Na začátku každé úlohy provedeme výběr aktivních a vyvažovacích lunet. Není nutné, aby byly vybrány všechny lunety. Pistóny neaktivních lunet nebudou v doteku s hřídelí. Poté je vhodné nastavit počáteční vysunutí jednotlivých pistonů. Nakonec vybereme jednotlivá dýchání, která budeme chtít algoritmem minimalizovat. Před začátkem simulace je vhodné dodat, že v případě nastavení nulových hodnot u všech aktivních lunet, bude tento hřídel dokonale ustaven.

- **Úloha 1**

Úvodní úlohu provedeme podle schéma 5.6. Náš model je pro šest lunet tzn. $p = 6$. Vybrali jsme lunety 1, 2, 3 jako aktivní a 4, 5, 6 jako vyva-

| Luneta | Pozice | Posunutí [mm] |
|----------|--------|---------------|
| Luneta 1 | levá | 0 |
| Luneta 2 | levá | 0 |
| Luneta 3 | levá | 0 |
| Luneta 4 | levá | 0.0001 |
| Luneta 5 | levá | 0.005 |
| Luneta 6 | levá | 0.002 |

Obrázek 5.6: Nastavení uživatelského prostředí pro první úlohu

žovací. Dýchání, která budeme chtít minimalizovat jsou s pořadovými čísly 4, 5 a 6. Po nastavení hodnot vysunutí jednotlivých pistonů lze

stisknout tlačítko “Identifikace A.” Provede se výpočet matice A podle (4.11). Po provedení výpočtu jsou na výběr dvě možnosti. První z nich je stisk tlačítka “Proveď vyvážení MNČ”, které podle (4.21) vypočte optimální ustavení. Druhou možností, je stisk “Analýza dat”, které provede podle kapitoly (4.5) analýzu vstupních dat. Nejdříve se přikloníme k první variantě a provedeme výpočet ustavení dle zadaných hodnot. Výsledné dialogové okno bude 5.7. Dle očekávání se hodnoty vysunutí

| Luneta | Poloha | Posunutí [mm] |
|----------|--------|---------------|
| Luneta 1 | levá | 0 |
| Luneta 2 | levá | 0 |
| Luneta 3 | levá | 0 |
| Luneta 4 | levá | 4.3943e-006 |
| Luneta 5 | levá | 1.28e-005 |
| Luneta 6 | levá | 1.0749e-005 |
| Luneta 1 | pravá | 0 |
| Luneta 2 | pravá | 4.9913e-006 |
| Luneta 3 | pravá | 7.8925e-006 |
| Luneta 4 | pravá | 0 |
| Luneta 5 | pravá | 0 |
| Luneta 6 | pravá | -5.6223e-007 |

Obrázek 5.7: Výsledné dialogové okno po ustavení všech vyvažovacích lunet

pistonů pohybují okolo nuly. Dostaneme výsledný graf 5.8 pro všechna dýchání, kde jsou modrou barvou zobrazena původní naměřená dýchání a červenou jsou dýchání již po vyvážení. Tyto finální hodnoty se pohybují okolo nuly, což byl i náš cíl vyvážování. V tuto chvíli lze tvrdit, že hřídel je dokonale vyvážena.

Pro lepší názornost zobrazíme každé dýchání v polárních souřadnicích 5.9. Z těchto grafů lze podrobně vidět vývoj hodnot dýchání v závislosti na úhlu natočení. Vyvážené hodnoty dýchání jsou opět červenou barvou, ale v tomto případě, kdy je hřídel dokonale ustavena se jeví jako body. Tento důvod byla motivace k vytvoření přehlednějšího vykreslení výstupních hodnot, proto bylo vytvořeno logaritmické měřítko pro amplitudu v polárních souřadnicích. Uvedeme si postup úpravy vstupních dat.

Máme danou naměřenou posloupnost dýchání

$$v_k \triangleq d\left(\frac{2k\pi}{K}\right) \quad (5.5)$$

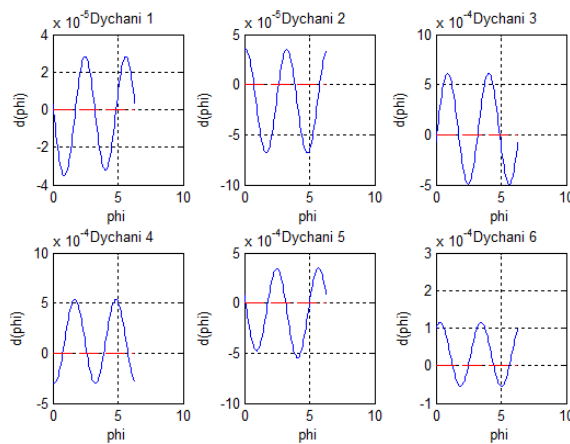
pro $k = 0, 1, \dots, K - 1$. Jednotlivé členy jsou vyjádřeny v metrech.

Tuto posloupnost upravíme na nový vztah

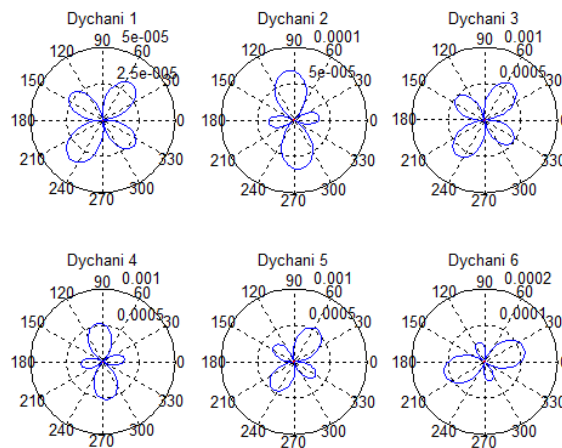
$$\hat{v}_k = v_k - \min\{v_k\}_{k=0}^{K-1} + 10^{-7} \quad (5.6)$$

kde každý člen \hat{v}_k je větší než nula. Zlogaritmujeme vztah pro \hat{v}_k a dostaneme výslednou hledanou hodnotu

$$\mu_k = \log_{10}(\hat{v}_k) - \log_{10}(10^{-7}) \quad (5.7)$$

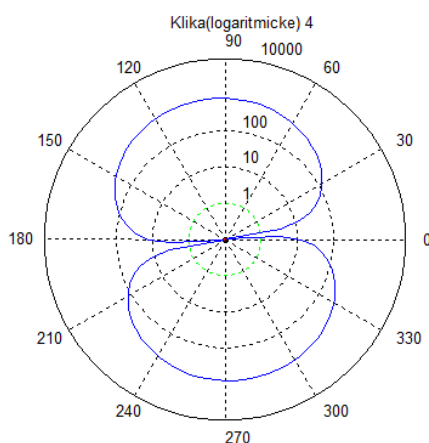


Obrázek 5.8: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

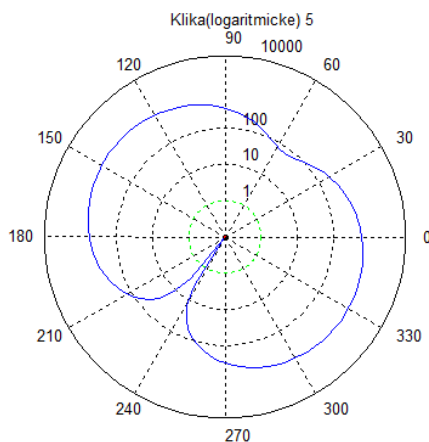


Obrázek 5.9: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

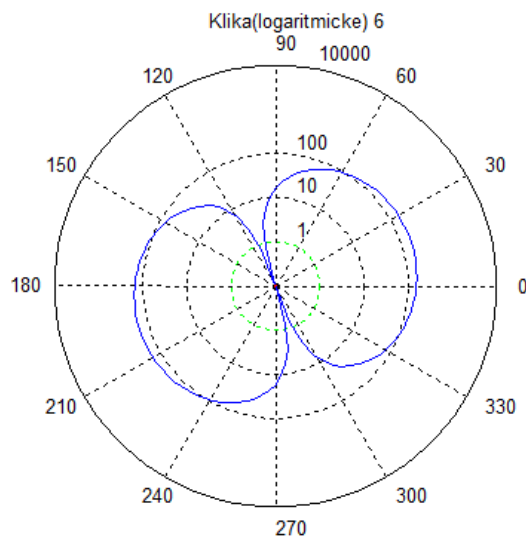
Grafy pro lunety 4, 5, 6 v logaritmických polárních souřadnicích jsou 5.10, 5.11 a 5.12. Grafy pro lunety 1, 2, 3 jsou zobrazeny v příloze jako A.2, A.3 a A.4. V grafech jsou opět počáteční hodnoty modrou barvou a výsledné vyvážené červenou. Měřítko grafu je v mikrometrech. Hodnota $1\mu m$ je zelenou barvou. Jedná se o hranici měřitelnou přístroji během obrábění.



Obrázek 5.10: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 4. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek 5.11: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 5. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

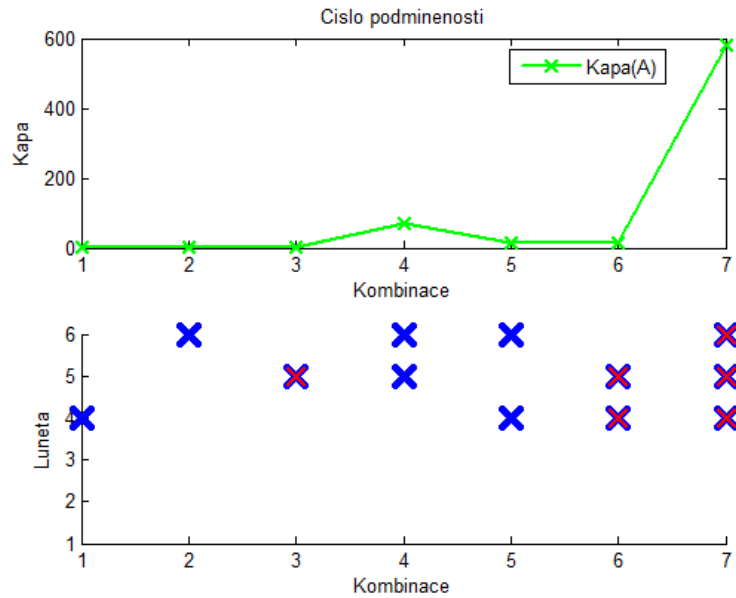


Obrázek 5.12: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 6. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

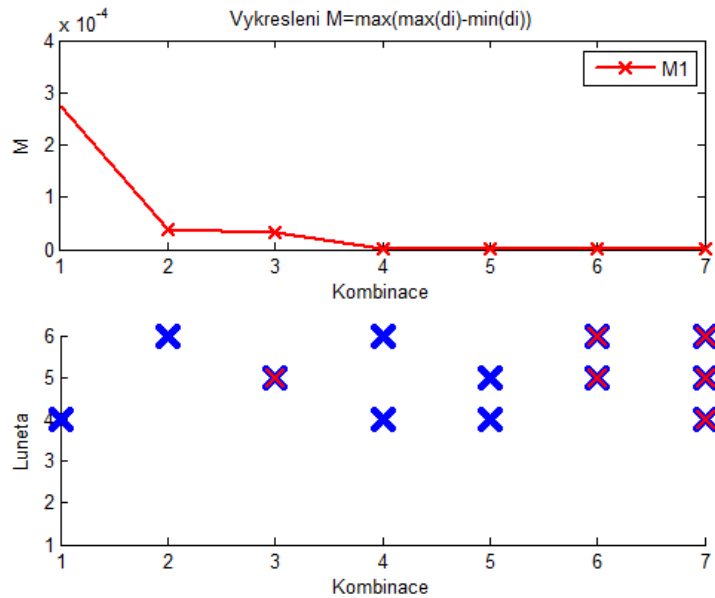
Druhou variantou, která se nabízí po identifikaci matice A je stisk tlačítka “Analýza dat.” Jakmile dojde k výpočtu všech dat, objeví se nabídka, kde lze graficky zobrazit všechny hodnoty. Zaškrtnutím jednotlivých možností a stiskem tlačítka “Vykresli graf” zobrazíme graf pro hodnotu $Kapa(A)$ podle (3.41), hodnotu M podle (4.25), C podle (4.27), $norm2$ podle (4.28). a nakonec hodnotu $normInf$ podle (4.29). Hodnoty v těchto grafech jsou řazeny zvlášť pro jednotlivce, dvojce a trojci, abychom vždy na poslední pozici pro jednotlivé kombinace měli tu nejvíce vyhovující. Pod každým grafem jsou naznačeny odpovídající kombinace, kde je červenou barvou vyznačena nejlepší kombinace pro jednotlivce, dvojce a trojci.

Z grafu 5.13 je vidět, že pro narůstající počet vyvažovacích lunet roste i hodnota $\kappa(A)$. Pro jednotlivé lunety se hodnota blíží jedné, proto v těchto případech bude matice A nejlépe podmíněná. Nejlepší výběr 2 lunet je pro 4. a 5. lunetu, kde je hodnota $\kappa = 15,8$. Z dalších grafů 5.14, 5.15, 5.16 a 5.17 je vidět, že v případě snížení počtu vyvažovacích lunet na 2 se všechna kritéria shodují na využití lunet 5 a 6. Tento výsledek je zcela ve shodě s předpokládaným řešením pro tuto úlohu, kde počáteční vysunutí pístů lunet 5 a 6 je výraznější než u 4. lunety. Pro tuto variantu je hodnota $\kappa = 67,6$. Dále je z grafu 5.14 zřejmé, že maximální amplituda pro vyvažovaná dýchání se bude blížit nule.

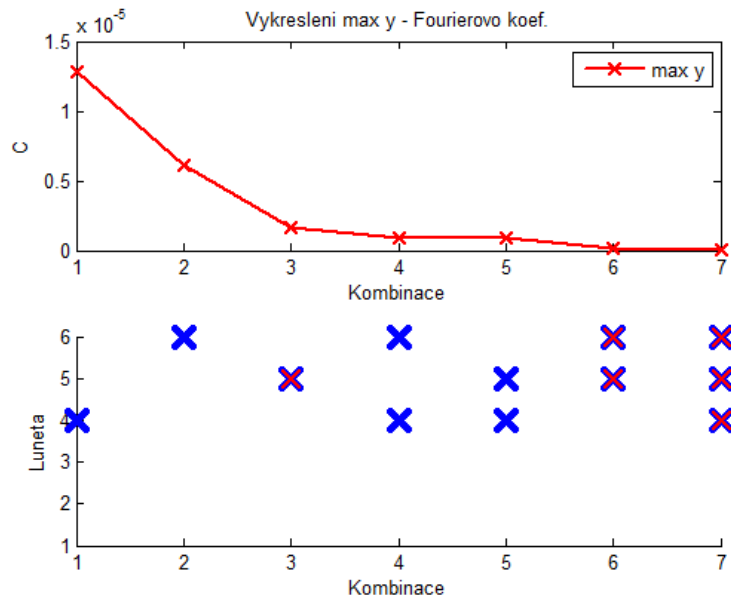
Z tohoto výsledku se dá opět předpokládat dokonalé ustavení klikového hřídele.



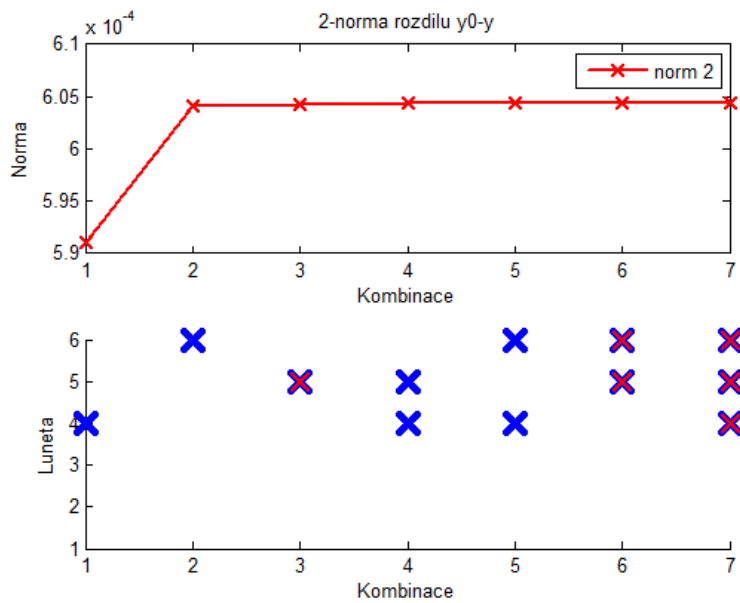
Obrázek 5.13: Graf pro hodnotu $\kappa(A)$ s jednotlivými kombinacemi



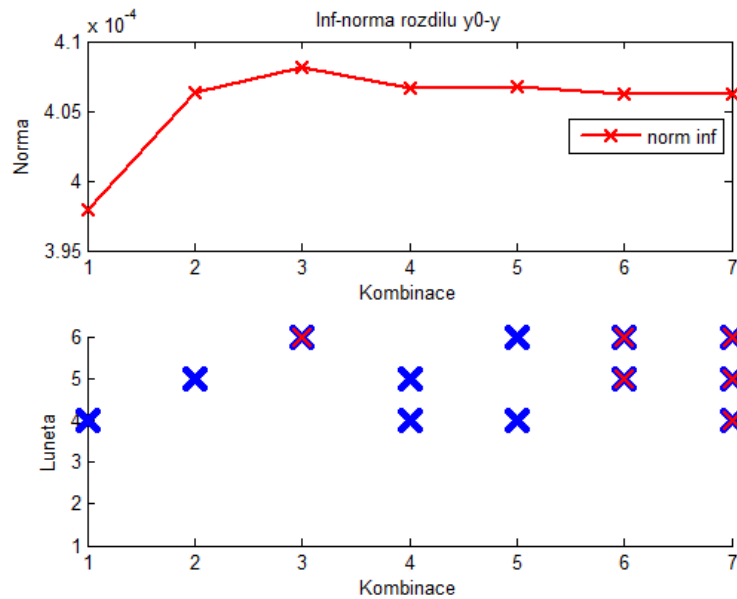
Obrázek 5.14: Graf pro hodnotu M s jednotlivými kombinacemi



Obrázek 5.15: Graf pro hodnotu C s jednotlivými kombinacemi

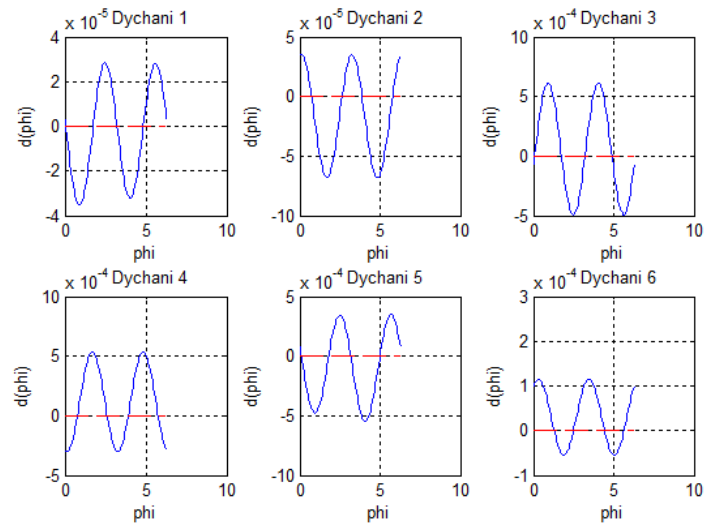


Obrázek 5.16: Graf pro hodnotu $Norm2$ s jednotlivými kombinacemi

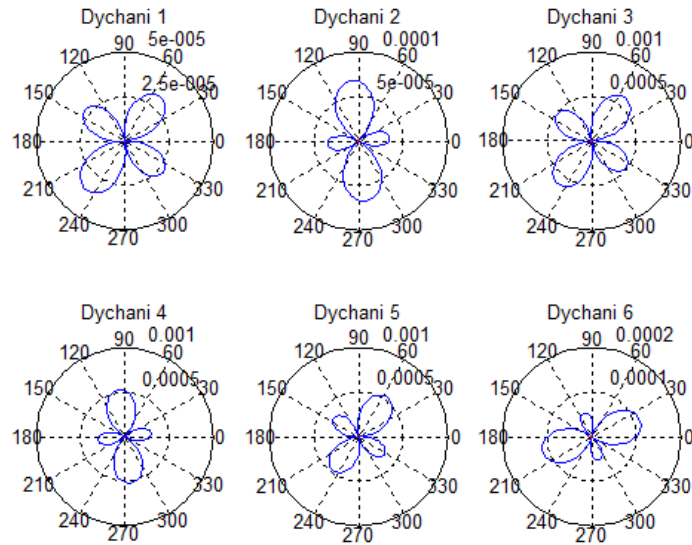
Obrázek 5.17: Graf pro hodnotu $NomrInf$ s jednotlivými kombinacemi

Vybrané ustavení pro vyvažovací lunety 5 a 6 lze vidět v dialogovém okně A.1. Poté opět stiskneme tlačítko “Proveď vyvážení MNČ” a dostaneme graf pro jednotlivá dýchání v časové oblasti 5.18 a dýchání v polárních souřadnicích 5.19. Z těchto grafů je vidět, že se podařilo vynulovat jednotlivá dýchání. Tento výsledek naprosto splňuje náš cíl vyvažování, proto lze tvrdit, že v tomto případě není nutné použít všechny 3 lunety k vyvažování.

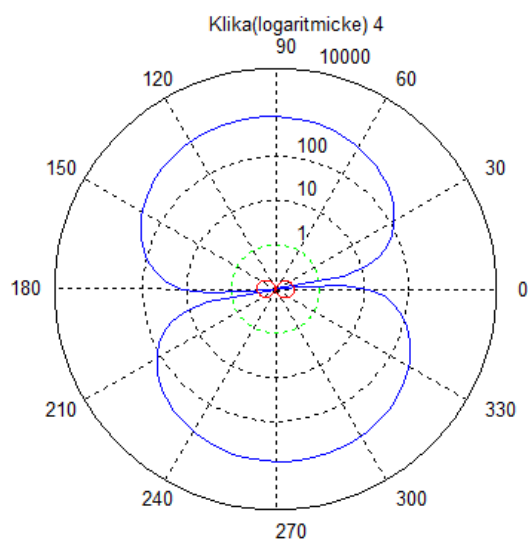
Následovat budou grafy dýchání v logaritmických polárních souřadnic pro lunety 4, 5, 6, čemuž odpovídají po řadě grafy 5.20, 5.21 a 5.22. V příloze si zobrazíme grafy A.5, A.6, A.7 pro lunety 1, 2, 3. Tyto grafy jen potvrzují výsledné naměřené hodnoty. Červené hodnoty jsou sice větší než v předchozím případě, ale stále pod měřitelnou hranicí $1\mu m$.



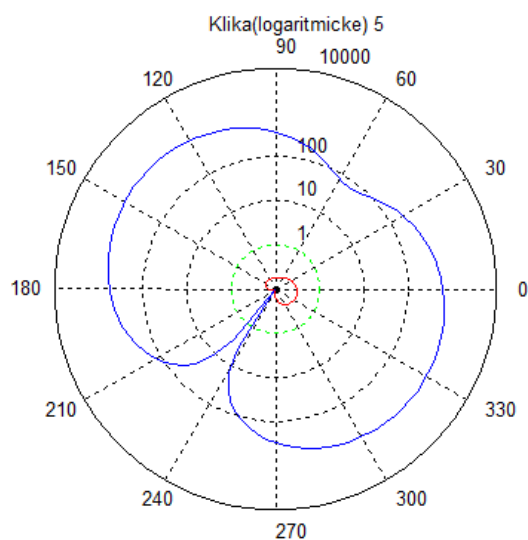
Obrázek 5.18: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení pro analýzu dat-červená barva



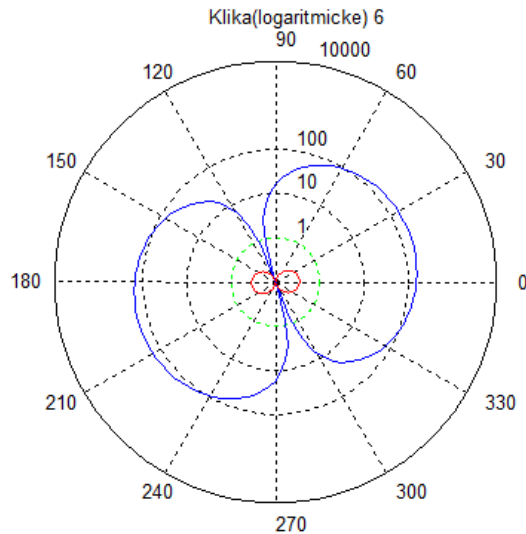
Obrázek 5.19: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení pro analýzu dat-červená barva



Obrázek 5.20: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 4 po analýze dat. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek 5.21: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 5 po analýze dat. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek 5.22: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 6 po analýze dat. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

Součástí analýzy dat je i metoda hlavních komponent, která byla podrobněji rozebrána v kapitole (3.7). Po identifikaci matice A lze tuto metodu spustit stiskem tlačítka “PCA.” Dostaneme se do příkazového řádku Matlabu. V prvním kroce je výpočet singulární dekompozice, kde je úkolem výběr výrazných singulárních čísel. Pro tuto úlohu nám vychází matice v této podobě

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.1597 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1587 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0082 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0077 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0003 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Vybereme singulární čísla $\sigma_1 = 0.1597$ a $\sigma_2 = 0.1587$ a podle vztahu (3.18) vypočteme vektor x_{PC} , který bude v tomto tvaru

$$x_{PC} = \begin{bmatrix} 0.0008 \\ -0.0002 \\ -0.0016 \\ 0.0014 \\ 0.0005 \\ -0.0029 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

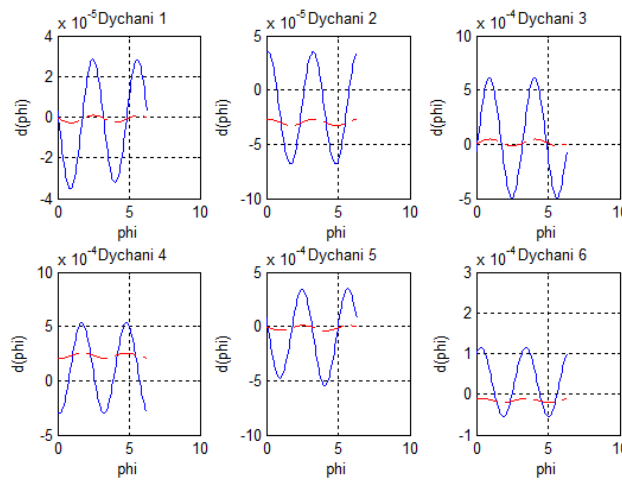
kde prvním dvěma řádkům odpovídá 4. luneta. Další 2 řádky je 5. luneta a poslední řádky jsou 6. luneta. Největší změna nastavení pístonů odpovídá 4. a 5. lunetě, proto vybereme tyto dvě jako dominantní a dostaneme

$$\hat{x}_{PC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0016 \\ 0.0014 \\ 0.0005 \\ -0.0029 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

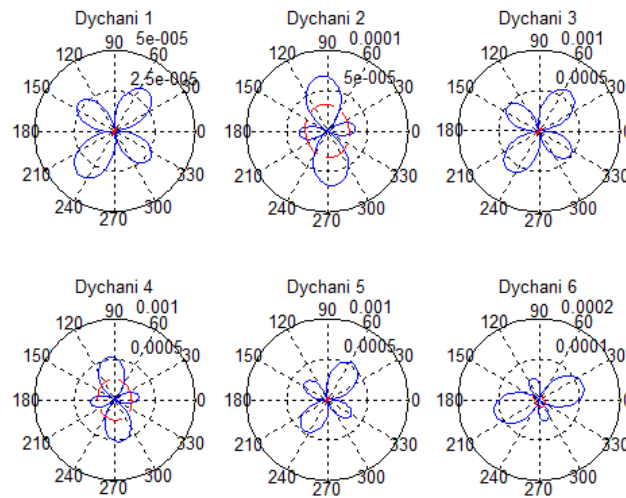
Provedeme naměření hodnot dýchání pro nové ustavení lunet.

$$u = {}^0 u + \hat{x}_{PC} \quad (5.11)$$

Vykreslíme si grafy pro jednotlivá dýchání 5.23 a také v polárních souřadnicích 5.24. V příloze si zobrazíme také grafy pro logaritmické polární souřadnice A.8, A.9, A.10, A.11, A.12, A.13.



Obrázek 5.23: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva



Obrázek 5.24: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

Z těchto dvou grafů je zřejmé, že nedošlo k příliš velkému snížení hodnot jednotlivých vybraných dýchání. Vybráním pouze některých singulárních čísel σ_i přijdeme o část informace, která je důležitá při ustavení hřídele. Další důležitý fakt vychází již z definice metody hlavních komponent. Cílem této metody je snížit počet závislých původních proměnných na nižší počet nezávislých proměnných tzv. hlavních komponent. Převédeme si definici na řešenou problematiku vyvažování velkých klikových hřídelů. Závislými proměnnými jsou jednotlivá vysunutí pístů u_1, \dots, u_{2p} . Nalezené hlavní komponenty by odpovídali různým kombinacím pístů, které by již na sobě nebyli vzájemně závislé. Bylo by nutné vytvořit různé spínače, které by ovládali několik pístů zároveň. To bohužel odporuje možnostem při vyvažování velkých klikových hřídelů. Metoda hlavních komponent se nejeví jako vhodný nástroj pro ustavení hřídele.

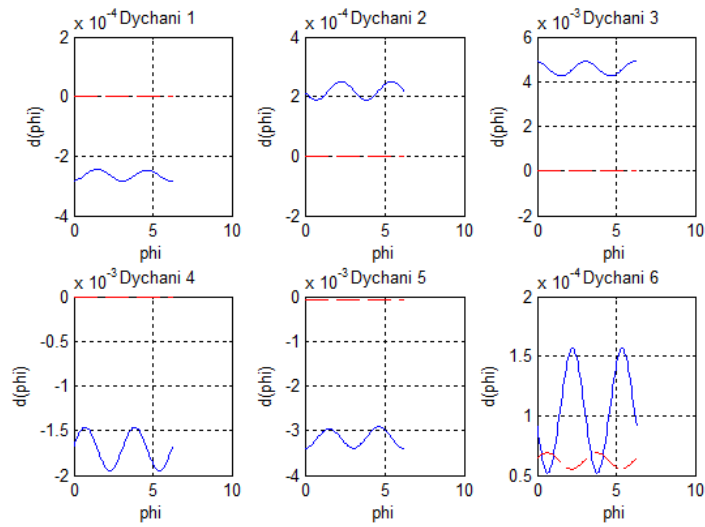
- **Úloha 2**

Druhá úloha bude o něco odlišná než první úloha. V úvodní úloze jsme nastavili vysunutí pístů pro aktivní lunety nulové. V této úloze budeme předpokládat jako vyvažovací lunety 1, 2 a 3. Aktivní lunety budou zbylé lunety 4, 5 a 6, kde již nebudou nulové hodnoty vysunutí. Počáteční schéma lze vidět na obrázku 5.25. Vybraná vyvažovaná dý-

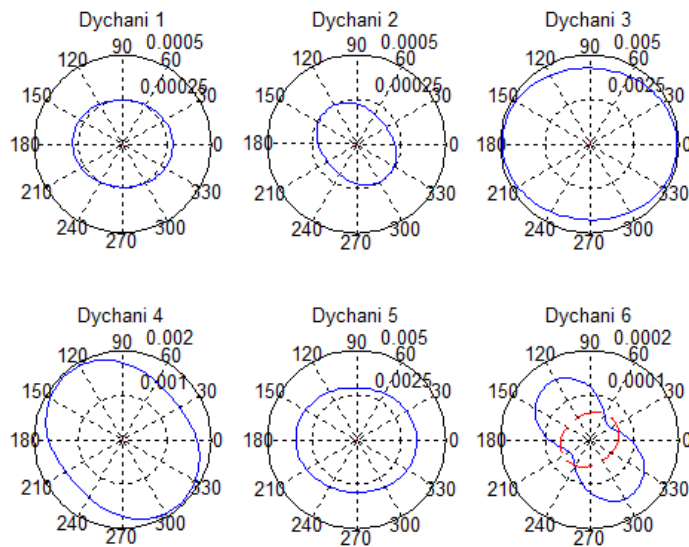
| Boční lunety | | | Kolmé lunety | | |
|--|--------|-------------|--------------|---------|-------------|
| Luneta | Pozice | Posunutí[m] | Luneta | Složení | Posunutí[m] |
| Luneta 1 | levá | 0.0091 | Luneta 4 | 0 | 0 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | právní | 0.00915 | Luneta 5 | 0 | 0 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Vyvažovací | | | Luneta 6 | 0 | 0 |
| Luneta 2 | levá | 0.005 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | právní | 0.0001 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Vyvažovací | | | | | |
| Luneta 3 | levá | 0.002 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | právní | 0.0025 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Vyvažovací | | | | | |
| Luneta 4 | levá | 0.001 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | právní | 0 | | | |
| <input type="checkbox"/> Vyvažovací | | | | | |
| Luneta 5 | levá | 0.0015 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | právní | 0.002 | | | |
| <input type="checkbox"/> Vyvažovací | | | | | |
| Luneta 6 | levá | 0.0001 | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | právní | 0.0002 | | | |
| <input type="checkbox"/> Vyvažovací | | | | | |

Obrázek 5.25: Nastavení uživatelského prostředí pro druhou úlohu

chání budou 1, 2 a 3. Opět celý algoritmus odstartujeme stiskem tlačítka “Identifikace A.” Nejprve provedeme ustavení pro toto počáteční nastavení tzn. pokračujeme stiskem “Proveď vyvážení MNČ.” Dostaneme výsledné schéma A.14. Graf pro jednotlivá dýchání bude 5.26 a v polárních souřadnicích 5.27. Došlo opět k vyvážení vybraných dýchání, ale vlivem nesprávného ustavení lunety 4, 5 a 6 nejsou vyvážena dýchání odpovídající těmto lunetám. Zajímavý fakt je, že došlo k vyvážení lunety 4, což si vysvětlujeme silnou mechanickou vazbou mezi vyvažovanými dýcháními 1, 2, 3 a sousedním 4. dýcháním. Tento vliv postupně slábne až k 6. dýchání, které vykazuje nejmenší zlepšení.

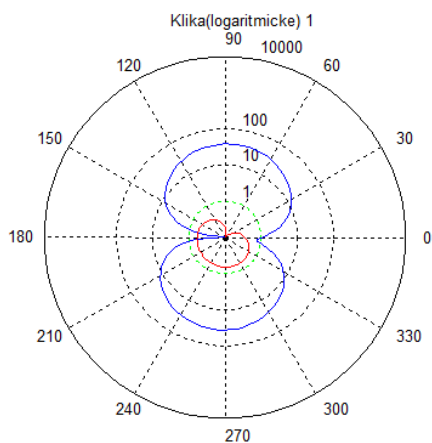


Obrázek 5.26: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

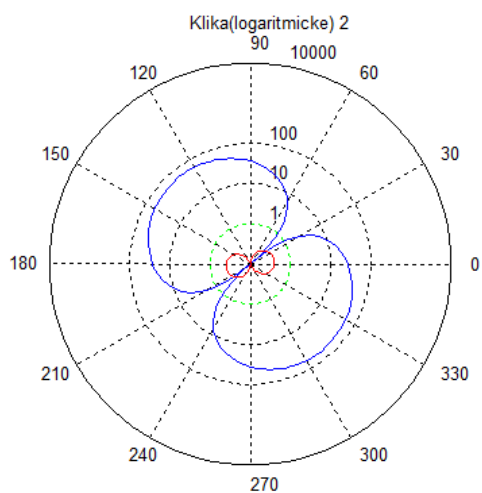


Obrázek 5.27: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

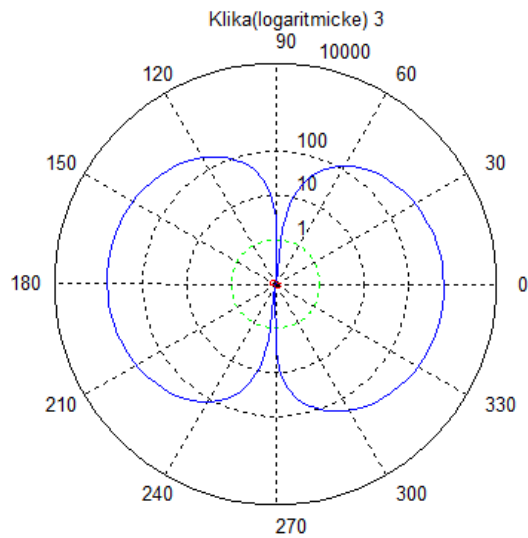
Dále si uvedeme grafy v logaritmických polárních souřadnicích pro lunety 1, 2, 3, což odpovídá grafům 5.28, 5.29 a 5.30. V příloze zobrazíme grafy pro zbylé lunety 4, 5, 6, které mají grafy A.15, A.16 a A.17.



Obrázek 5.28: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 1. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

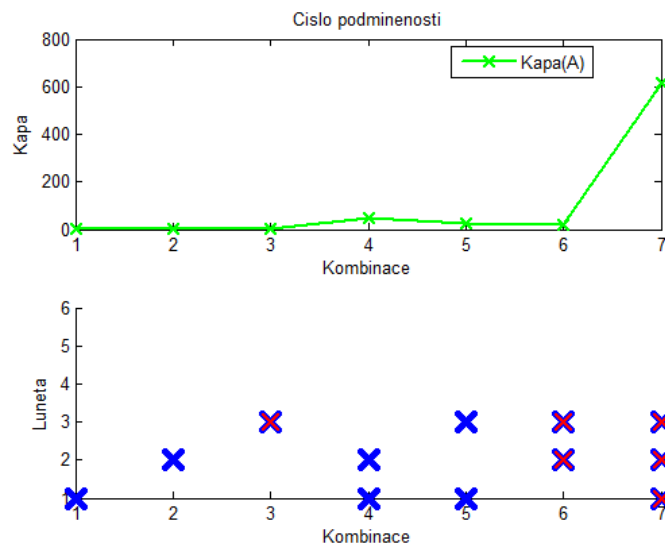


Obrázek 5.29: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 2. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

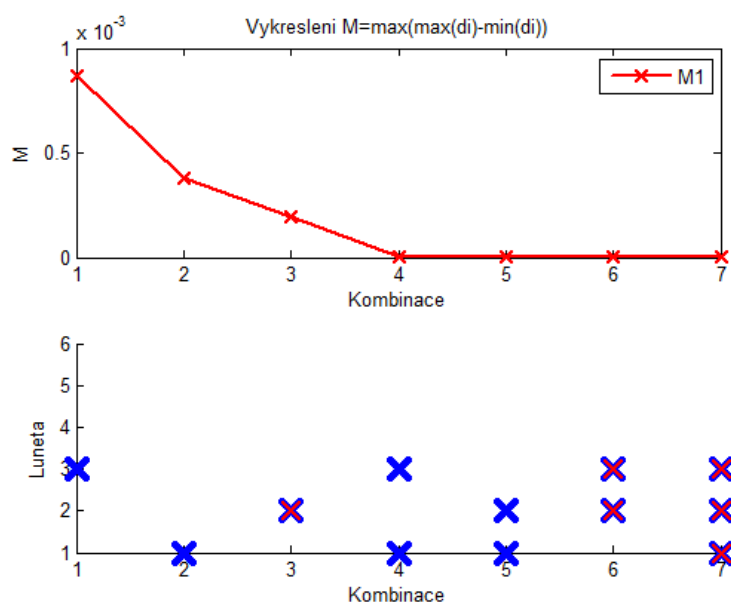
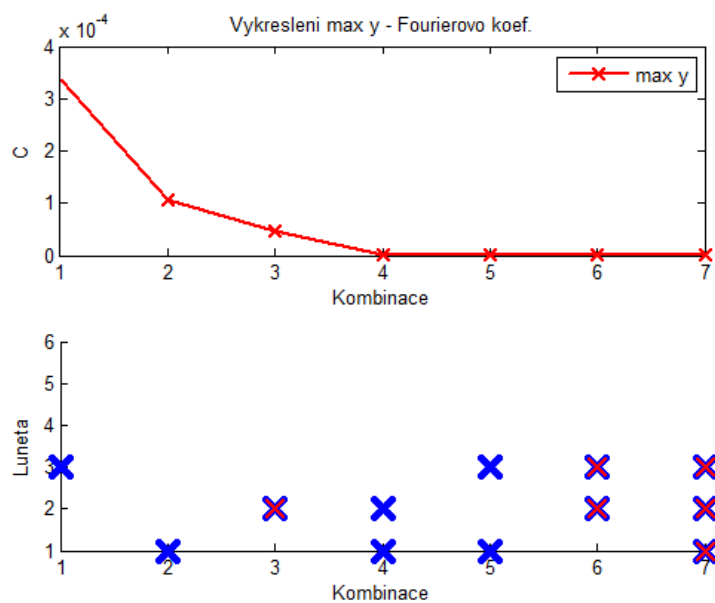


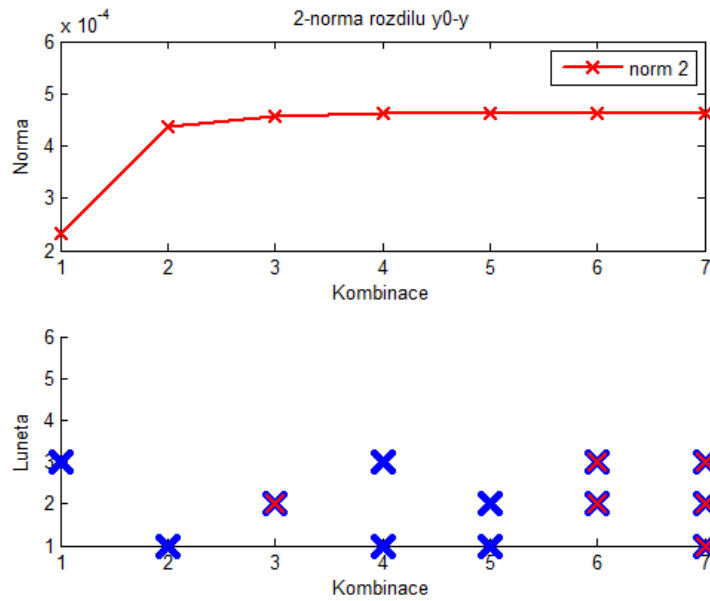
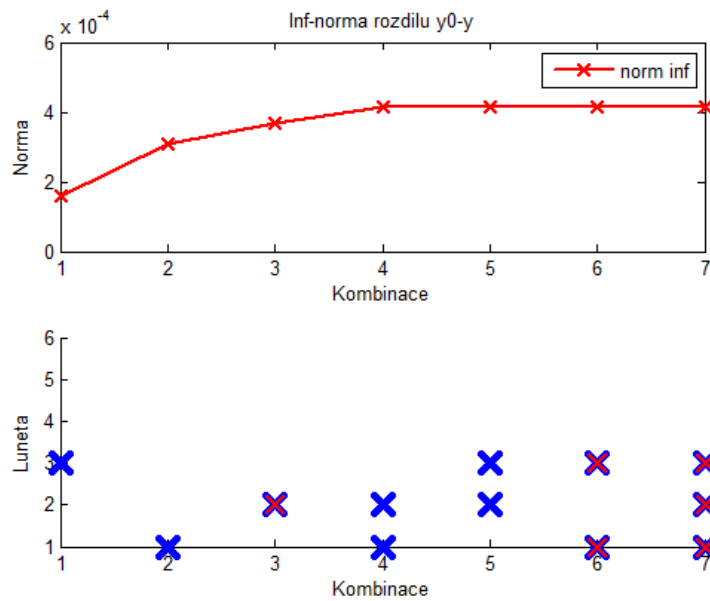
Obrázek 5.30: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 3. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

Další možností řešení úlohy 2 je provedení analýzy dat, kde dostaneme grafy pro $Kapa(A)$ 5.31, M 5.32, C 5.33, $Norm2$ 5.34, $NormInf$ 5.35.



Obrázek 5.31: Graf pro hodnotu $\kappa(A)$ s jednotlivými kombinacemi

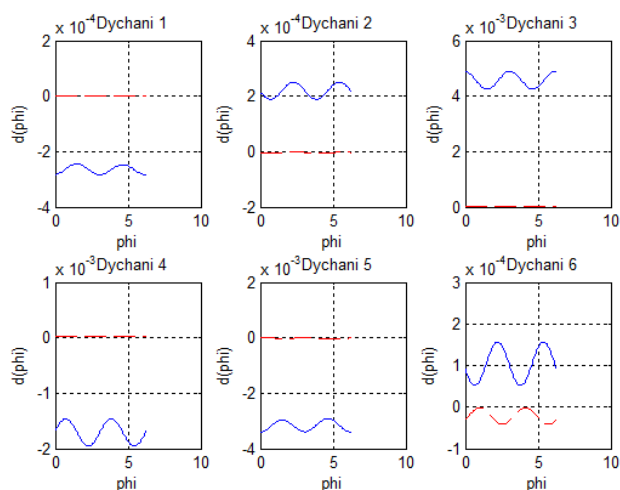
Obrázek 5.32: Graf pro hodnotu M s jednotlivými kombinacemiObrázek 5.33: Graf pro hodnotu C s jednotlivými kombinacemi

Obrázek 5.34: Graf pro hodnotu $Norm2$ s jednotlivými kombinacemiObrázek 5.35: Graf pro hodnotu $NormInf$ s jednotlivými kombinacemi

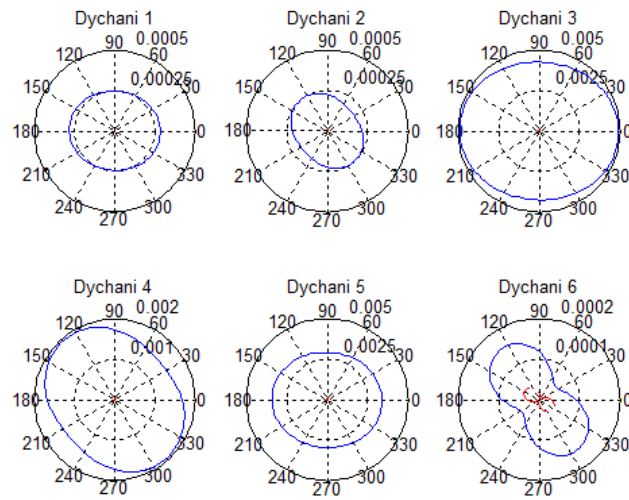
Z grafu 5.31 zjistíme, že pro jednotlivé lunety vychází hodnota κ v rozmezí $\langle 2; 3, 5 \rangle$. V tomto případě je matice A nejlépe podmíněná. Nejnižší

hodnotu pro dvojice dostaneme při výběru lunet 2 a 3, kde dostaneme $\kappa = 21,8$. Pro další dvě varianty je hodnota velmi blízká. Při výběru všech tří lunet dostaneme výrazně větší hodnotu a to $\kappa = 618$. Tato varianta matice A je jednoznačně nejhůře podmíněná, proto je zde velká citlivost na šum. Pro ostatní grafy analýzy dat vychází nejlepší volba dvou lunet 2 a 3 kromě grafu 5.35, kde vyšla jako ideální volba lunet 1 a 3. Z grafu lze vyčíst, že rozdíl obou možných nalezených řešení je velmi malý. Dále z grafu 5.32 vyčteme, že již při využití 2 lunet se hodnota maximální amplitudy pro vybraná dýchání přiblíží velmi blízko nule, proto lze očekávat dobré vyvážení hřídele.

V dalším postupu jsme se rozhodli použít variantu vyvažovacích lunet 2 a 3. Tento výběr je ve shodě s předpokladem, jelikož tyto 2 lunety vykazují největší vysunutí jejich pístů, proto jejich změna nejvíce ovlivní výsledné dýchání. Dialogové okno výběru lze vidět na obrázku A.18. Provedeme optimální ustavení a dostaneme grafy pro jednotlivá dýchání 5.36 a také v polárních souřadnicích 5.37. Opět dojde k ustavení vybraných dýchání, ale mechanická vazba ovlivní i 4. dýchání. Z výsledků je i patrné, že k vyvážení bohatě dostačují 2 lunety.

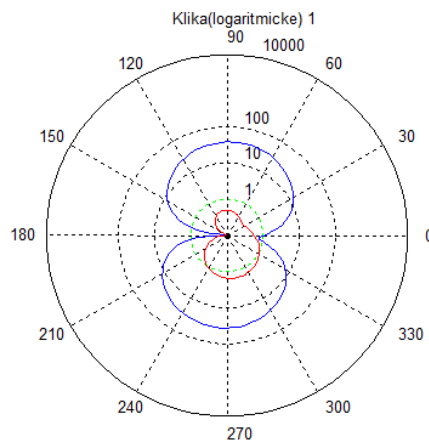


Obrázek 5.36: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

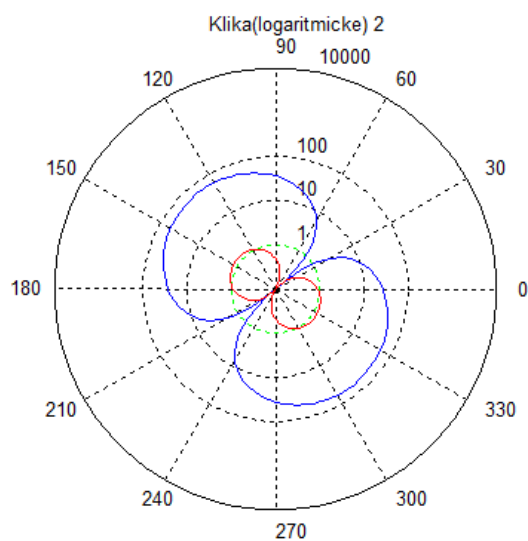


Obrázek 5.37: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

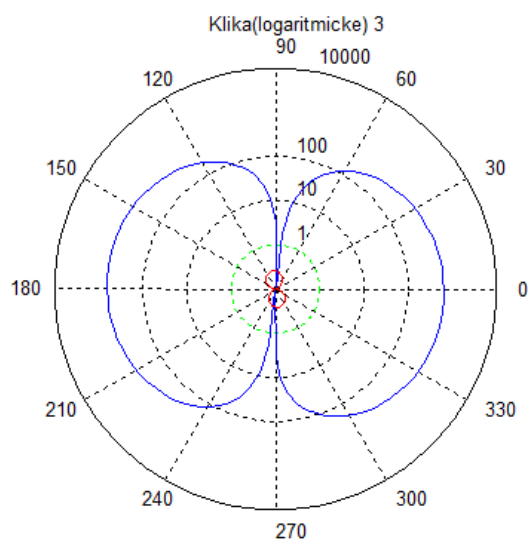
Na závěr si vykreslíme zlogaritmovaná dýchání v polárních souřadnicích pro lunety 1, 2, 3, kde tomu odpovídají grafy 5.38, 5.39 a 5.40. A také v příloze zobrazíme grafy pro lunety 4, 5, 6, což jsou obrázky A.19, A.20 a A.21.



Obrázek 5.38: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 1 po analýze. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek 5.39: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 2 po analýze. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



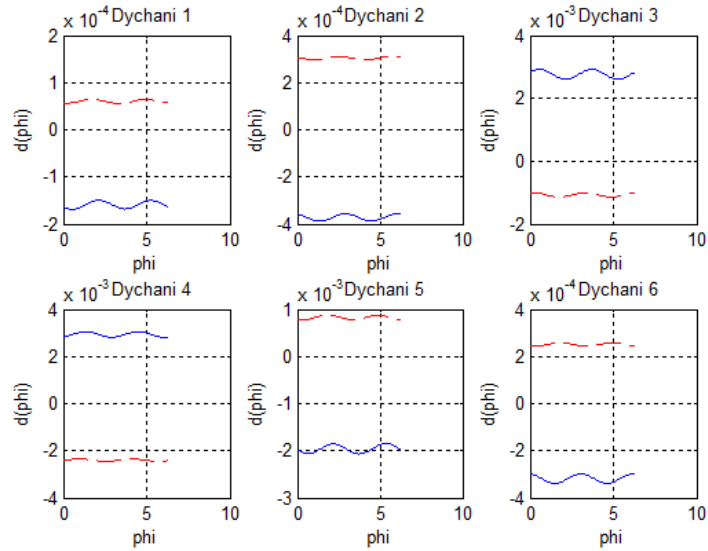
Obrázek 5.40: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 3 po analýze. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

• Úloha 3

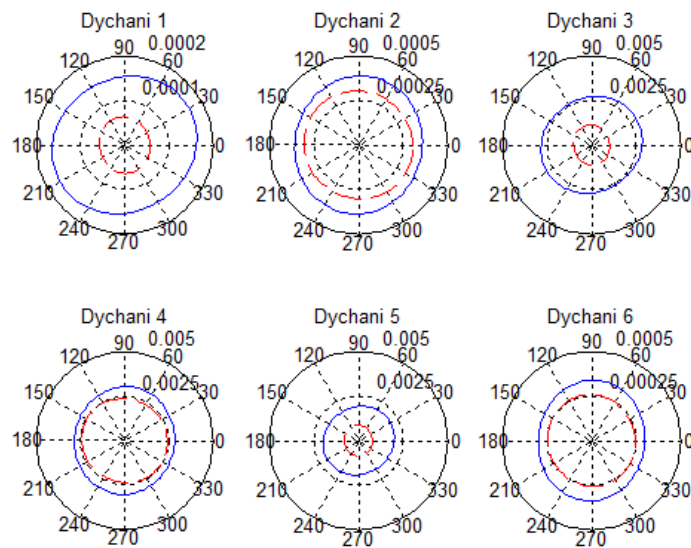
Nabízí se otázka, co se stane v případě, že budeme mít počet vyvažovacích lunet výrazně nižší než počet vyvažovaných dýchání. Provedeme úlohu dle zadání v dialogovém okně 5.41, kde bude pouze jedna vyvažovací luneta č.1. Cílem bude vyvažovat první tři dýchání. Ostatní lunety 2 – 6 budou aktivní a předpokládáme jejich počáteční nenulové vysunutí. Provedeme nejdříve identifikaci matice A a poté vypočteme

Obrázek 5.41: Nastavení uživatelského prostředí pro třetí úlohu

vyvážení. Dostaneme grafy pro jednotlivá dýchání 5.42 v časové oblasti a také v polárních souřadnicích 5.43. Z obou grafů je patrné, že nedošlo k přílišnému vyvážení vybraných dýchání. Tento fakt potvrzují grafy v logaritmických polárních souřadnicích A.22, A.23, A.24, A.25, A.26, A.27. Pokud počáteční nastavení obsahuje nízký počet vyvažovacích lunet oproti vybraným dýcháním nebude úloha dávat nejlepší možné výsledky. Tato úloha ukazuje fakt, že je nutné věnovat pozornost počátečnímu nastavení. V předchozích dvou úlohách jsme ukázali využití analýzy dat, které napoví výsledné hodnoty dýchání pro různé kombinace lunet. I z tohoto důvodu je vhodné při nastavení hřídele použít alespoň stejný počet vyvažovacích lunet jako vybraných dýchání. O jejich případném snížení lze rozhodnout po analýze vstupních dat.



Obrázek 5.42: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva



Obrázek 5.43: Dýchání pro počáteční nastavení-modrá barva;dýchání po ustavení-červená barva

- **Shrnutí úloh**

Algoritmus ustavování klikového hřídele byl úspěšně otestován. Zjistili jsme, že algoritmus je schopen minimalizovat vybraná dýchání i přes nepříznivé nastavení zbylých aktivních lunet. Tento algoritmus má určité hranice, které jsme si ukázali v úloze 3. Pro nízký počet vyvažovacích lunet oproti vybraným dýcháním nelze dobře vyvážit hřídel. Z tohoto důvodu je vhodné na začátku zvolit shodný počet vyvažovacích lunet a vyvažovaných dýchání.

V průběhu ustavování klikového hřídele se osvědčila analýza vstupních hodnot. Výsledky této metody slouží k lepší představě o vlivu jednotlivých vyvažovacích lunet na výsledná dýchání. Lze se tedy rozhodnout, zda je nutné využít všechny vybrané vyvažovací lunety v procesu ustavování. Snížení počtu vyvažovacích lunet může vést v praxi například ke snížení časové náročnosti. Tento nástroj analýzy je velmi užitečný i z důvodu využití pouze dat naměřených na počátku. Také jsme použili metodu hlavních komponent, kterou jsme otestovali na první úloze, kde se projevila jako nevhodná pro algoritmus vyvažování. Při hledání hlavních komponent jsme omezeni použitím pouze jednotlivých pistonů lunet. Nelze tedy vytvářet nové proměnné, které jsou kombinacemi původních.

Při analýze jsme také získali číslo podmíněnosti, ze kterého jsme vyčetli citlivost vlivnostní matice A na různé šumy. Na jeho velikost má velký vliv počet vyvažovacích lunet.

Jednou z vlastností klikové hřídele jsou silné mechanické vazby mezi jednotlivými dýcháními. Například změnou nastavení pistonů pro první dýchání ovlivníme i sousední druhé a také třetí dýchání. Tento fakt je nutné vzít v potaz při analýze výsledných hodnot.

V případě praktické aplikace algoritmu se jeví jako nejvhodnější začít s procesem vyvažování od začátku hřídele tzn., že zvolíme prvních několik lunet jako vyvažovacích a vybereme k nim odpovídající dýchání. Po ustavení provedeme obrobení. Po této změně dojde k rozvážení hřídele, proto ji opět ustavíme. V případě zanedbatelného rozdílu původních a nových naměřených hodnot dýchání posuneme oblast, kterou budeme vyvažovat tzn., že přenastavíme výběr vyvažovacích lunet a vybraných dýchání. Postupnými iteračními kroky budeme zvětšovat oblast ustavené hřídele.

6 Závěr

Cílem této práce je automatizace procesu vyvažování velkých klikových hřídelů. Nejprve byly specifikovány jednotlivé dílčí úlohy, které je nutné řešit během procesu obrábění zalomených hřídelů. Lze předpokládat, že v praxi se bude jednat o iterační postup tzn., že celý proces vyvažování nebude zcela automatický, ale budou se provádět dílčí úlohy, které povedou k minimalizaci vybraných dýchání.

Algoritmus vyvažování dostává vstupní hodnoty zadané operátorem. Jedná se o vektor popisující nastavení jednotlivých pistonů lunet a pro redukovaný model i vybrané vyvažovací lunety a dýchání, které je potřeba minimalizovat. V prvním kroku byly ze vstupních dat získány hodnoty pro každé dýchání. Jelikož se jedná o periodickou funkci lze spočítat její Fourierovy koeficienty. V případě, že jsou koeficienty nulové, jedná se o konstantní funkci. Poté následovala experimentální identifikace lineárního statického modelu ustavování. Nalezení optimálního ustavení vedlo na řešení přeúřčené soustavy lineárních rovnic. K řešení byla využita metoda nejmenších čtverců.

Dále je v práci navržen vhodný matematický aparát, který slouží k analýze vstupních dat a vyhodnocení možných řešení. Tato analýza se dá využít například při snižování počtu již vybraných vyvažovacích lunet. Také bylo získáno číslo podmíněnosti, které určuje míru citlivosti nalezeného řešení.

Navržený algoritmus byl otestován metodou “model in the loop.” Pro otestování algoritmu byl navržen konkrétní model klikového hřídele S50 MC-C. Jedná se o prutový model vytvořený v programu Matlab. V tomto programu bylo vytvořeno grafické uživatelské prostředí pro snadné ovládání celého algoritmu.

Výsledky simulací nasvědčují užitečnosti navrženého vyvažovacího algoritmu. Jelikož v algoritmu nejsou využity žádné apriorní informace, ale pouze data získána experimentálně, lze předpokládat, že algoritmus je využitelný obecně i pro jiný typ klikového hřídele.

Celý proces vyvažování velkých zalomených hřídelů bude aplikován v letošním roce 2012 ve firmě *Vítkovice heavy machinery a.s.*

Literatura

- [1] Peter Nauc ler, Torsten Söderström. *Unbalance estimation using linear and nonlinear regression*. Sweden, 2010.
- [2] Dahleh M., Dahleh M.A., Verghese G. *Lectures on Dynamic Systems and Control*. MIT, 2011.
- [3] Dupal J. *Prutový model klikového h řidlele*. Výzkumná zpráva pro project MPO FR-TI/522. ZČU v Plzni, 2010.
- [4] Schlegel, M. *Systémy a modely*, U чебn ı text, Plzeň: Západočeská univerzita, 2007.
- [5] Rauscher, J. *Vozidlové motory*, U чебn ı text, Brno: Vysoké u чени technické, 2008.
- [6] L aszlo V., Petržela J., Pokuta P., Kliber J. *Vývoj a zavedení nové technologie kování malých středních kusů zalomenn ych h řidel ı v zápustce*, Hradec nad Moravicí: konference Metal, 2009.

A Příloha

A.1 Úloha 1

Vykreslení

Otočení hřídele Statistický hřidel

Počáteční natočení [°] 0

Zvětšení průřezu [%] 0

Vyvažování

Proved' vyvážení MNC Identifikace A

Kapa(A) 1

C M

Norm2 2

Normint

Vypočtenol

Analýza dat

Vykresli graf

Měřítka vykreslení Číslo podmíněnosti

Horní mez [cm] 1 Kapa

Dolní mez [mm] 0.001 PCA

Boční lunety

| Luneta | Pozice | Posunutí[m] |
|----------|--------|-------------|
| Luneta 1 | levá | 0 |
| | pravá | 0 |
| Luneta 2 | levá | 0 |
| | pravá | 0 |
| Luneta 3 | levá | 0 |
| | pravá | 0 |
| Luneta 4 | levá | 0.0001 |
| | pravá | 0.00015 |
| Luneta 5 | levá | 0.005 |
| | pravá | 0.0001 |
| Luneta 6 | levá | 0.002 |
| | pravá | 0.0025 |

Kolmé lunety

| Luneta | Sbaj(H) |
|-----------|---------|
| Luneta1.0 | 0 |
| Luneta2.0 | 0 |
| Luneta3.0 | 0 |
| Luneta4.0 | 0 |
| Luneta5.0 | 0 |
| Luneta6.0 | 0 |

Vyber vyvažovaná dýchání

1.

2.

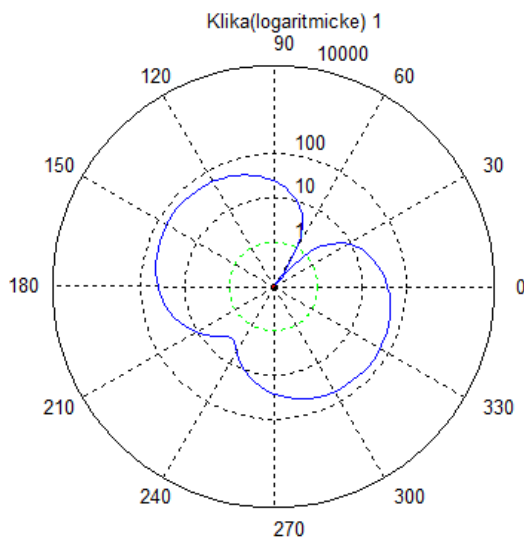
3.

4.

5.

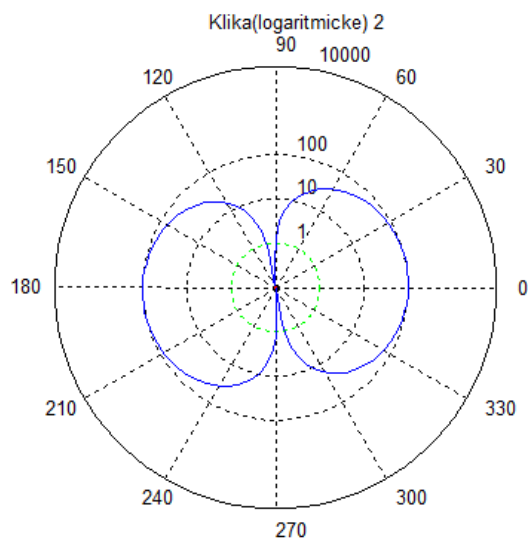
6.

Obrázek A.1: Nastavení lunet podle výsledků analýzy pro úlohu 1

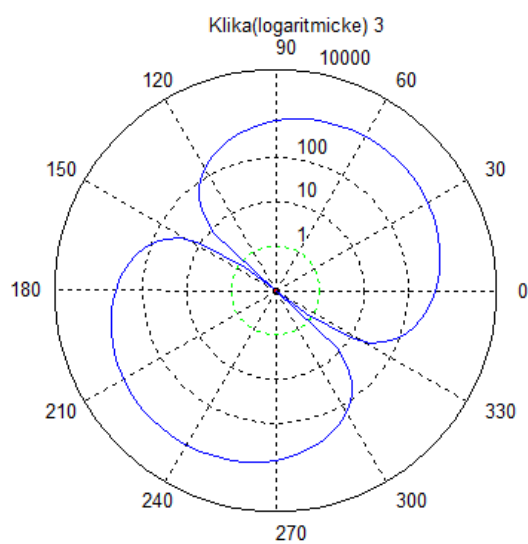


Obrázek A.2: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 1. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

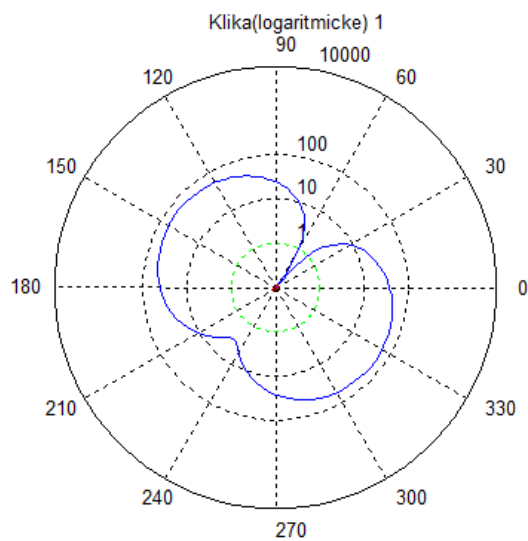


Obrázek A.3: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 2. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

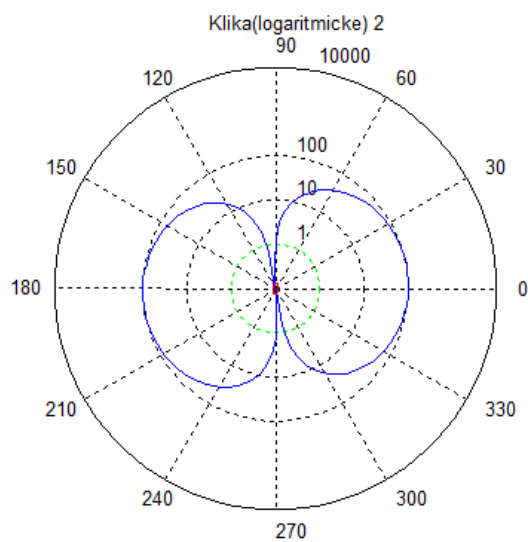


Obrázek A.4: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 3. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

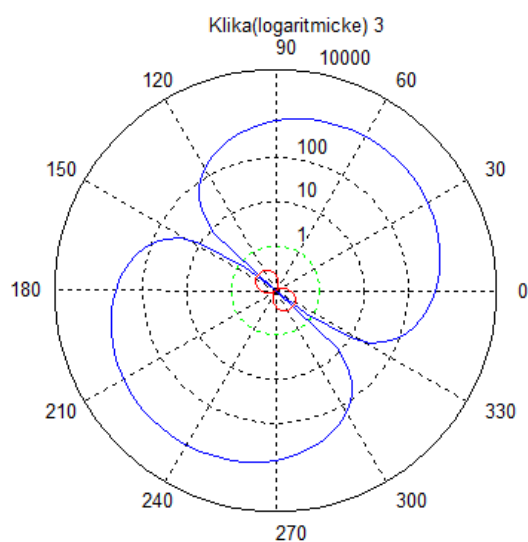


Obrázek A.5: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 1 po analýze dat. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

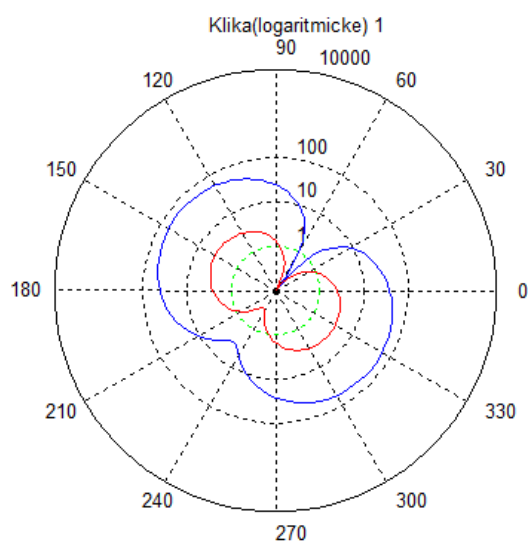


Obrázek A.6: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 2 po analýze dat. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

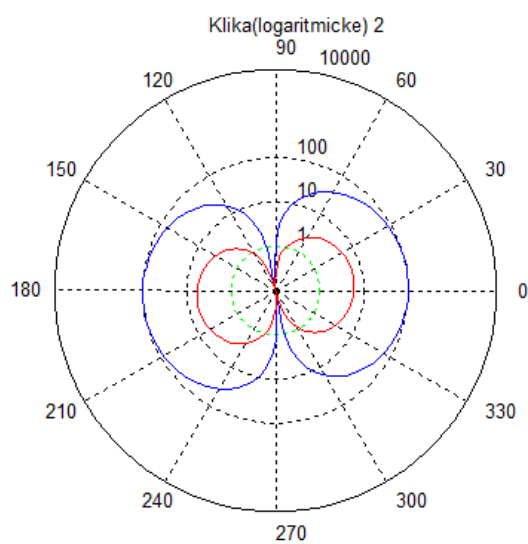


Obrázek A.7: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 3 po analýze dat. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

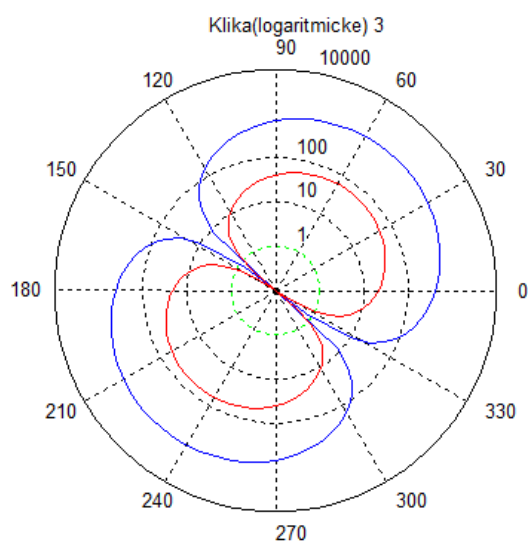


Obrázek A.8: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 1 pro PCA. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

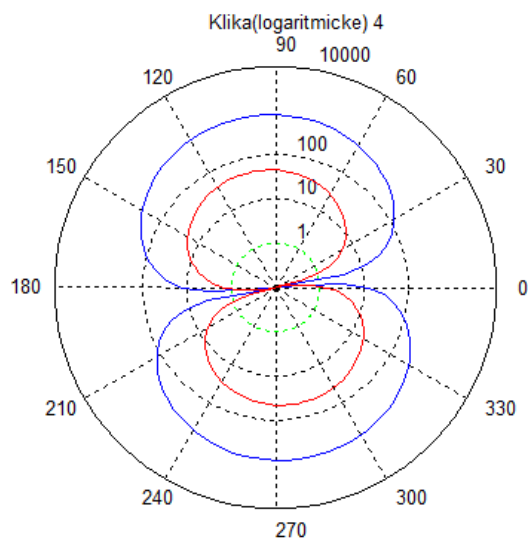


Obrázek A.9: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 2 pro PCA. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

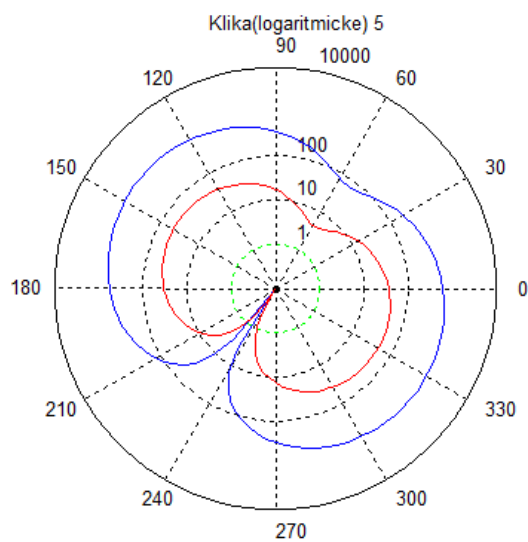


Obrázek A.10: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 3 pro PCA. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

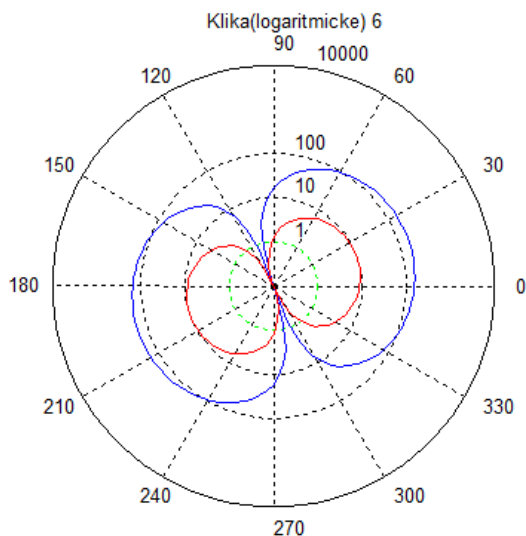


Obrázek A.11: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 4 pro PCA. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek A.12: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 5 pro PCA. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA



Obrázek A.13: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 6 pro PCA. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A.2 Úloha 2

Vykreslení

Otočení hřídele Staticky hřidel

Počáteční natočení [°]

Zvětšení průhybu [%]

Vyvažování

Proved vyvážení MNC Identifikace A

Vypočtenol

Analyza dat

Měřítko vykreslení Číslo podmíněnosti

Horní mez [cm] Dolní mez [mm] PCA

Boční lunety

| Luneta | Pozice | Posunutí[m] |
|----------|--------|-------------|
| Luneta 1 | levá | -0.0014058 |
| Luneta 2 | levá | -0.004733 |
| Luneta 3 | levá | -0.0041299 |
| Luneta 4 | levá | 0.001 |
| Luneta 5 | levá | 0.0015 |
| Luneta 6 | levá | 0.0001 |

Kolmé lunety

| Luneta | Posunutí[m] |
|-----------|-------------|
| Luneta1.0 | 0 |
| Luneta2.0 | 0 |
| Luneta3.0 | 0 |
| Luneta4.0 | 0 |
| Luneta5.0 | 0 |
| Luneta6.0 | 0 |

Vyber vyvažovaná dýchání

1.

2.

3.

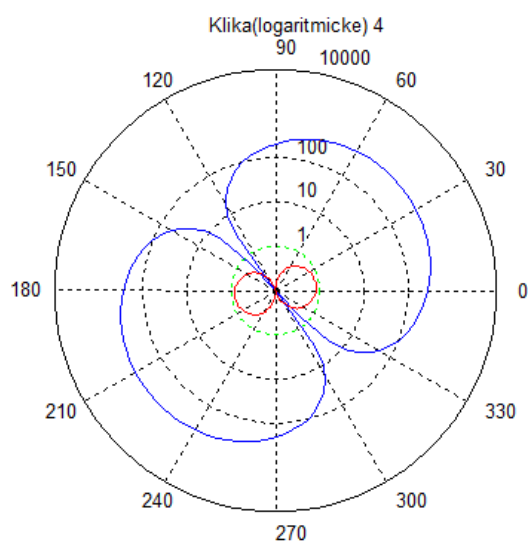
4.

5.

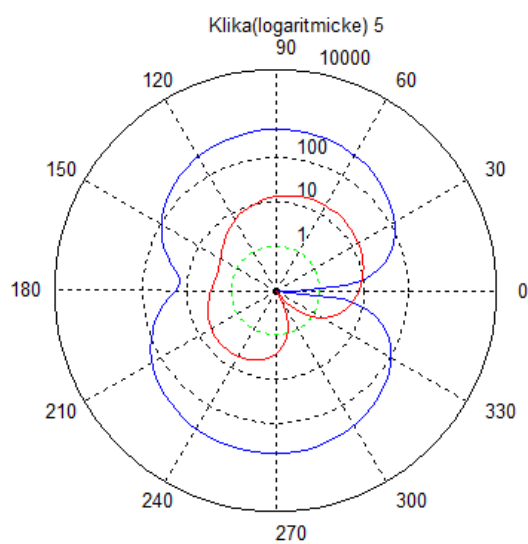
6.

Obrázek A.14: Výsledné dialogové okno po ustavení všech vyvažovacích lunet

A PŘÍLOHA

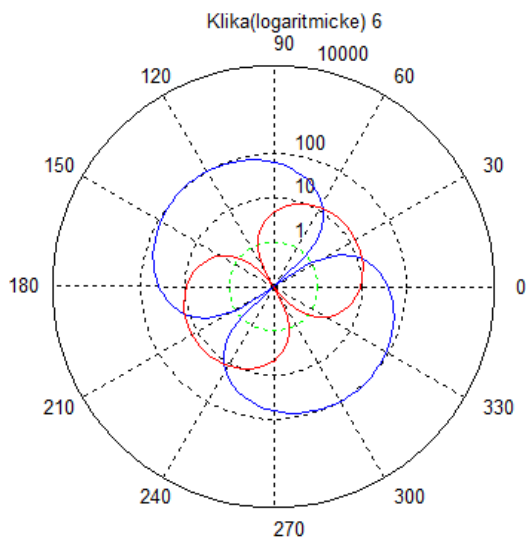


Obrázek A.15: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 4. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek A.16: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 5. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

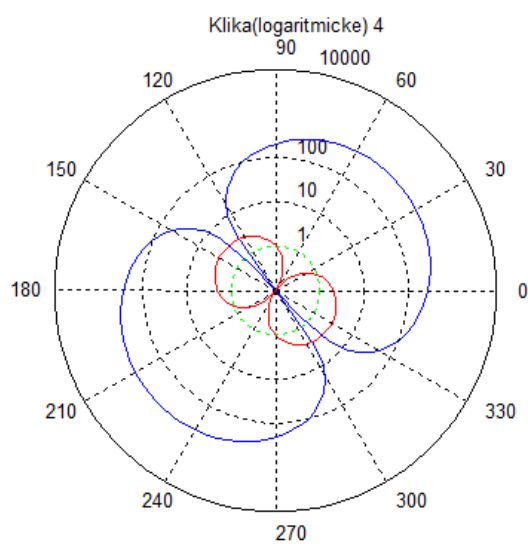


Obrázek A.17: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 6. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

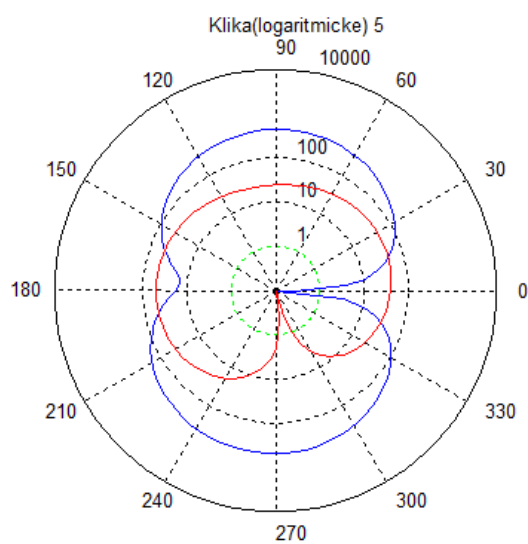
| Vykreslení | | Boční lunety | | Kolmé lunety | | Vyber vyvažovaná dýchání | |
|----------------------------------|--------------------|--|---------------|-------------------------------------|---------|-------------------------------------|----|
| Otočení hřídele | Staticky hřídel | Luneta 1 | Posunul[m] | Luneta1.0 | Sila[N] | <input checked="" type="checkbox"/> | 1. |
| Počáteční natočení [°] | 0 | <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | levá 0.0001 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | |
| Zvětšení průhybu [%] | 0 | <input type="checkbox"/> Vyvažovací | pravá 0.00015 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input checked="" type="checkbox"/> | 2. |
| Vyvažování | | Luneta 2 | Posunul[m] | Luneta2.0 | Sila[N] | <input checked="" type="checkbox"/> | 3. |
| Proveď vyvážení MNČ | Identifikace A | <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | levá 0.005 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | |
| <input type="checkbox"/> Kapa(A) | Vypočteno! | <input checked="" type="checkbox"/> Vyvažovací | pravá 0.0001 | Luneta3.0 | Sila[N] | <input checked="" type="checkbox"/> | 4. |
| <input type="checkbox"/> C | Analyza dat | Luneta 3 | Posunul[m] | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | |
| <input type="checkbox"/> M | | <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | levá 0.002 | Luneta4.0 | Sila[N] | <input type="checkbox"/> | 5. |
| <input type="checkbox"/> Norm2 | | <input checked="" type="checkbox"/> Vyvažovací | pravá 0.0025 | Luneta5.0 | Sila[N] | <input type="checkbox"/> | |
| <input type="checkbox"/> Norm1 | | Luneta 4 | Posunul[m] | Luneta6.0 | Sila[N] | <input type="checkbox"/> | 6. |
| <input type="checkbox"/> Norm2 | | <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | levá 0.001 | <input type="checkbox"/> | 0 | | |
| <input type="checkbox"/> Norm1 | | <input type="checkbox"/> Vyvažovací | pravá 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | | |
| Měřtko vykreslení | Číslo podmíněnosti | Luneta 5 | Posunul[m] | <input checked="" type="checkbox"/> | 0.0015 | | |
| Horní mez [cm] | Kapa | <input checked="" type="checkbox"/> Aktivní | levá 0.0015 | <input type="checkbox"/> | 0.002 | | |
| Dolní mez [mm] | 0.001 | <input type="checkbox"/> Vyvažovací | pravá 0.002 | <input type="checkbox"/> | 0 | | |
| | PCA | Luneta 6 | Posunul[m] | <input checked="" type="checkbox"/> | 0.0001 | | |
| | | <input type="checkbox"/> Vyvažovací | pravá 0.0002 | <input type="checkbox"/> | 0.0002 | | |

Obrázek A.18: Nastavení lunet podle výsledků analýzy pro úlohu 2

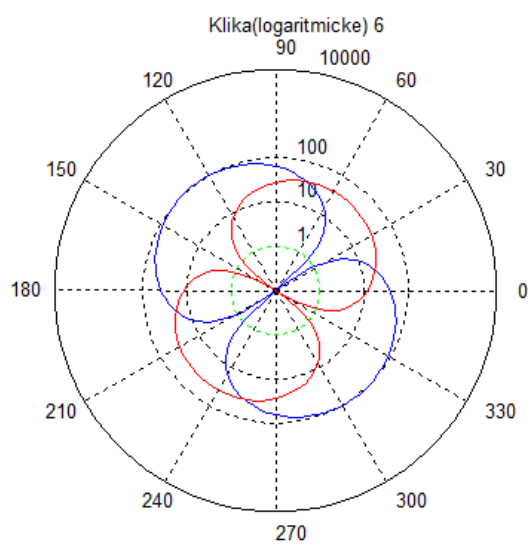
A PŘÍLOHA



Obrázek A.19: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 4 po analýze. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

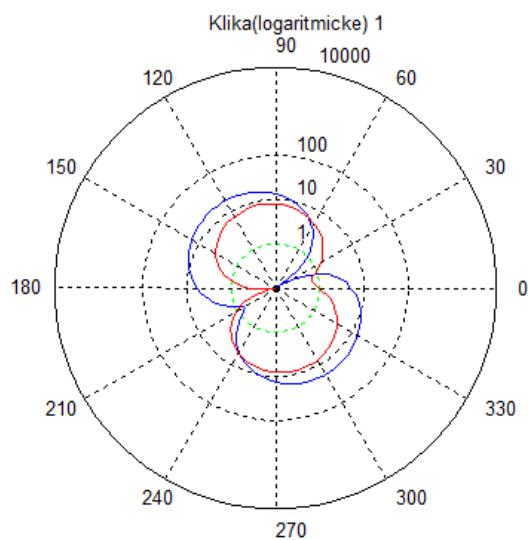


Obrázek A.20: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 5 po analýze. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

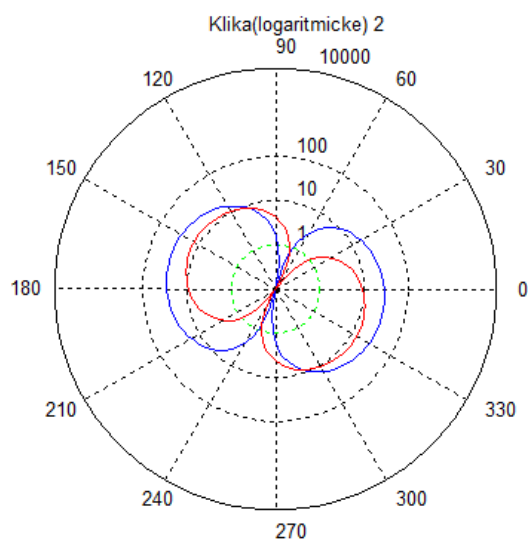


Obrázek A.21: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 6 po analýze. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A.3 Úloha 3

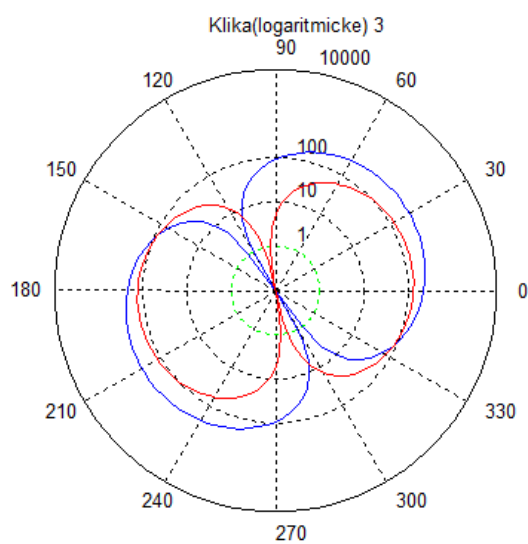


Obrázek A.22: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 1. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

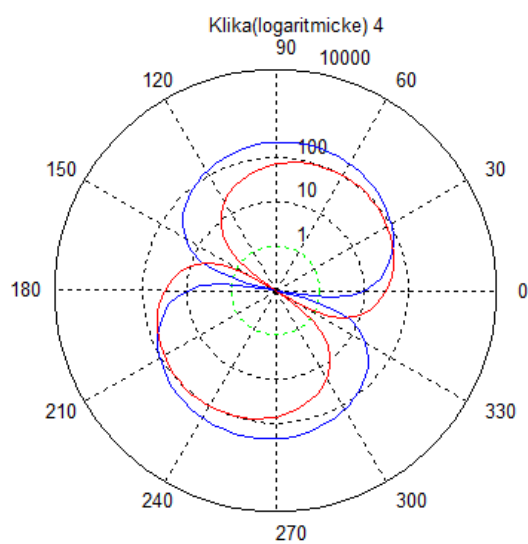


Obrázek A.23: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 2. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA

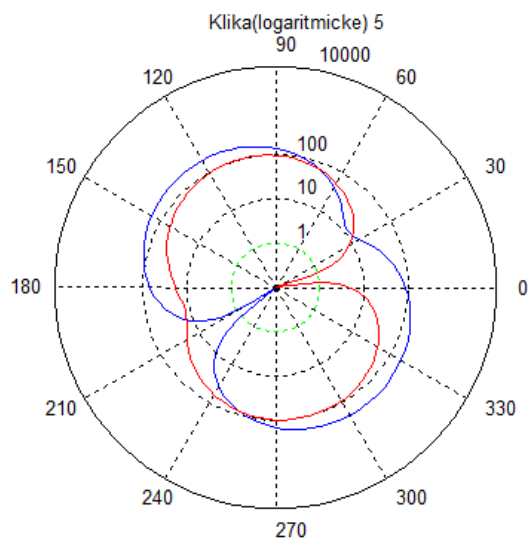


Obrázek A.24: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 3. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

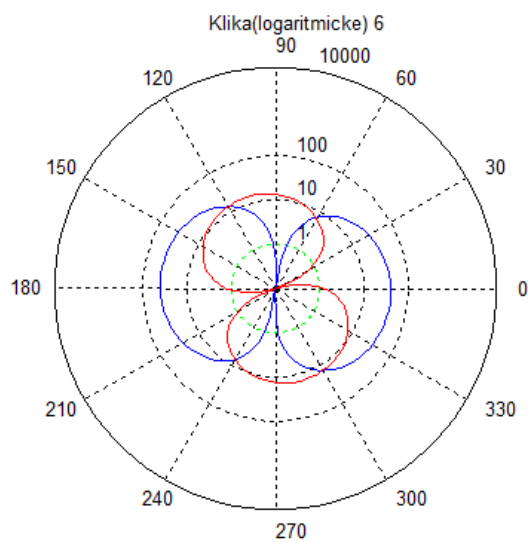


Obrázek A.25: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 4. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení

A PŘÍLOHA



Obrázek A.26: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 5. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení



Obrázek A.27: Dýchání v log.polárních souřadnicích pro kliku 6. Modrá barva-počáteční nastavení, červená barva-optimální ustavení