

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

PLZEŇ, 2017

Bc. VÁCLAV HELMA

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Václav HELMA**

Osobní číslo: **A15N0106P**

Studijní program: **N3918 Aplikované vědy a informatika**

Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**

Název tématu: **Pokročilé řízení pohonů s využitím dodatečné zpětnovazební informace**

Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :


1. Seznamte se s principy senzorů užívaných v aplikacích řízení pohybu pro měření polohy, rychlosti a zrychlení.
2. Sestavte matematický model elektromechanické soustavy v prostředí systému Matlab. Uvažujte teoretický případ dokonale tuhé zátěže a dále vícehmotový model zahrnující dynamiku pružných módů mechanického systému.
3. Navrhněte vhodné algoritmy pro řízení otáček a polohy využívající dodatečnou zpětnovazební informaci o pohybu na straně poháněné zátěže. Srovnajte navržené strategie řízení s konvenčními metodami užívanými v regulovaných servopohonech z hlediska robustnosti a dosažitelné kvality řízení.
4. Navržené algoritmy simulačně otestujte na sestaveném matematickém modelu.
5. Implementujte navržené algoritmy na vhodné HW platformě a otestujte je na laboratorním modelu servopohonu s pružnou zátěží.

Rozsah grafických prací: dle potřeby
Rozsah kvalifikační práce: 40-50 stránek A4
Forma zpracování diplomové práce: tištěná
Seznam odborné literatury:

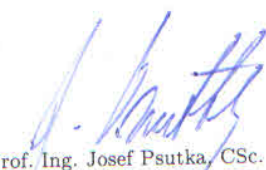
V. Kempe: Inertial MEMS, Principles and Practice
A. Bahr: Speed Acquisition Methods for High-Bandwidth Servo Drives

Vedoucí diplomové práce: Ing. Martin Goubej, Ph.D.
Nové technologie pro informační společnost

Datum zadání diplomové práce: 3. října 2016
Termín odevzdání diplomové práce: 21. května 2017


Doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.
děkan




Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 3. října 2016

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....

vlastnoruční podpis

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce, panu Ing. Martinu Gouběji, PhD., za odborné vedení práce a ochotu při poskytování cenných rad a věcných připomínek, které vedly k vypracování této práce. Rád bych také poděkoval své rodině za podporu během studia.

Anotace

Tato práce se zabývá pokročilým řízením pohonů s využitím dodatečné zpětnovazební informace z MEMS akcelerometru. Uvažován je nejprve případ dokonale tuhého mechanického systému s řízením pomocí kombinace standardního PID regulátoru a kompenzátoru neznámé vstupní poruchy. Navržen je modifikovaný kompenzátor využívající dodatečnou informaci, díky němuž je možné zvětšit šířku pásma uzavřené smyčky. Dále je popsáno řízení pružného dvoumotového systému s využitím PI regulátoru a virtuální změny poměru rezonancí pomocí informace z čidla reakčního momentu. Algoritmus byl následně upraven pro využití MEMS akcelerometru namísto momentového čidla.

Klíčová slova

pokročilé řízení pohonů, dodatečná zpětnovazební informace, MEMS akcelerometr, kompenzátor neznámé vstupní poruchy, dvoumotový systém, virtuální změna poměru rezonancí

Annotation

This thesis deals with advanced servo drive controls using auxiliary feedback information from MEMS accelerometers. First, the case of a perfectly rigid mechanical system controlled with a combination of standard PID controller and disturbance observer is considered. Modified disturbance observer algorithm using auxiliary information is designed which allows it to increase closed loop bandwidth. Furthermore, control of a flexible two-mass system by means of PI controller and resonance ratio control method using information from reaction torque sensor is described. The algorithm is then modified to use the MEMS accelerometer instead of torque sensor.

Keywords

advanced servo drive control, auxiliary feedback information, MEMS accelerometer, disturbance observer, two-mass system, resonance ratio control

Obsah

1	Úvod	1
2	Senzory a akční členy pro řízení pohonů	2
2.1	Inerciální MEMS senzory	2
2.1.1	Akcelerometr	2
2.1.2	Gyroskop	2
2.1.3	Technické parametry MEMS senzorů	3
2.1.4	Chyby měření inerciálních MEMS senzorů	4
2.2	Inkrementální rotační snímač	5
2.2.1	Chyby měření IRC snímače	5
2.3	Elektromotory	5
2.3.1	Stejnoseměrný motor	5
2.3.2	Střídavé motory	8
3	Modely elektromechanických soustav	10
3.1	Proudová smyčka	11
3.2	Mechanické soustavy	12
3.2.1	Rychlostní smyčka - tuhý model	12
3.2.2	Rychlostní smyčka - pružný model	12
3.2.3	Polohové smyčky	15
4	Standardní regulační struktury pro řízení pohonů	15
4.1	PID regulace	16
4.2	Kaskádní regulace	17
5	Řízení tuhého systému s využitím kompenzátoru neznámé poruchy na vstupu	18
5.1	Interpretace vstupní poruchy	19
5.2	Základní verze algoritmu	19
5.2.1	Návrh kompenzátoru ve frekvenční oblasti	20
5.2.2	Návrh kompenzátoru pomocí rekonstruktoru stavu	23
5.3	Algoritmus využívající dodatečnou informaci	28
5.3.1	Komplementární filtrace	28
5.3.2	Návrh a analýza kompenzátoru	31
5.4	Porovnání algoritmů	41
5.5	Možnosti ladění návrhových parametrů algoritmu	43
6	Řízení pružného dvouhmotového systému s virtuální změnou poměru rezonancí	46
6.1	Dosažitelná kvalita regulace rychlosti a polohy s využitím PI, respektive PD regulátoru	46

6.2	Virtuální změna poměru rezonancí	53
6.2.1	Začlenění derivační složky regulátoru	53
6.2.2	Zpětná vazba od reakčního momentu	55
6.3	Možnosti ladění návrhových parametrů algoritmu	61
7	Implementace algoritmů v řídicím systému	62
7.1	Tuhý systém s kompenzátorem poruchy na vstupu	63
7.1.1	Implementace algoritmu využívajícího dodatečnou informaci	63
7.1.2	Implementace základní verze algoritmu	67
7.2	Pružný dvoumotový systém s virtuální změnou poměru rezonancí .	68
8	Experimentální testy	69
8.1	Virtuální změna poměru rezonancí	73
9	Závěr	74

1 Úvod

Řízení pohonů je velkou oblastí průmyslové automatizace. S rostoucími požadavky na rychlost a přesnost automatické výroby rostou samozřejmě i nároky na řízení pohybu. Nejčastěji používanými regulačními schémata v praxi jsou dnes stále ještě PID regulátory využívající informaci o poloze (případně rychlosti) motoru, často se také využívá schématu kaskádní regulace. V některých aplikacích s vysokými nároky na rychlost a přesnost pohybu však nemusí být tyto algoritmy dostačující.

S nástupem MEMS technologií jsou k dispozici velmi malé a levné senzory, kterými lze měřit dynamické veličiny spojené s pohybem nikoliv pouze na straně motoru (jako tomu je ve většině praktických aplikací), ale i na straně poháněné zátěže. Je zřejmé, že využití takové informace může vést ke zlepšení kvality a rychlosti regulace. Přírozenou snahou tedy je navrhnout řídicí schémata, která by umožnila efektivní využití takové dodatečné informace.

Cílem této práce je navrhnout algoritmy řízení pohonů s využitím dodatečné informace z MEMS akcelerometru, a to jak pro případ dokonale tuhého mechanického systému, tak pro systém s pružnostmi v pracovním mechanismu.

V první části práce jsou představeny senzory a akční členy používané v řízení pohonů. V této kapitole jsou popsány inerciální MEMS senzory, na jejichž využití je práce zaměřena, ale také inkrementální rotační čidlo (IRC), jež je nedílnou součástí většiny pohonů. Text se zabývá především fyzikálními principy čidel, technickými parametry a chybami měření. Dále jsou zde shrnuty nejhojněji používané druhy elektromotorů, jejich funkční princip a způsob buzení.

Ve druhé části jsou popsány matematické modely elektromechanických soustav. Nejprve je zmíněn model proudové smyčky. Dále se text zaměřuje na způsoby modelování mechanických částí, ať už se jedná o dokonale tuhé systémy, nebo vícehmotové systémy umožňující modelovat libovolně mnoho pružných módů mechanické soustavy. Speciálním případem je pak dvouhmotový systém, na který je kladen zvláštní důraz a je popsán podrobněji.

V další kapitole jsou stručně shrnuty standardně používané regulační struktury v řízení pohonů. Uveden je koncept klasického PID regulátoru a jeho běžné modifikace. Zmíněna je také regulace s využitím kaskádní struktury, která je v řízení pohonů velmi rozšířená.

Dále se text zabývá možnostmi řízení elektromechanické soustavy s tuhou mechanickou částí. Popsán je koncept kompenzátoru neznáme vstupní poruchy, který lze použít v kombinaci s klasickým PID. Představena je potom možnost začlenění dodatečné informace z akcelerometru umožňující dosáhnout větší šířky pásma regulace. Provedena je jak matematická analýza algoritmu, tak simulační experimenty ověřující správnost jejich závěrů. Nabídnuto je také porovnání algoritmu s použitím dodatečné informace a základní verze (tedy bez jejího využití).

V další části je pozornost věnována řízení dvouhmotového systému. Nejprve je analyzován vliv tzv. poměru rezonancí na dosažitelnou kvalitu regulace rychlosti (polohy) pomocí PI (PD) regulátoru. Uvedena je možnost jeho virtuální změny

zavedením zpětné vazby od reakčního momentu mezi motorem a zátěží, načež je navrženo schéma umožňující využití měření akcelerometru místo momentového čidla. Provedena je opět matematická analýza regulační smyčky, která je následně podpořena simulačními testy.

Předposlední kapitola je věnována možnostem implementace navržených algoritmů v řídicím systému reálné času (konkrétně v systému REX).

Nakonec jsou shrnuty průběhy experimentů na laboratorním modelu servopohonu.

2 Senzory a akční členy pro řízení pohonů

2.1 Inerciální MEMS senzory

Inerciální senzory jsou čidla, která jsou spojena s pozorovaným objektem a která určují změny pozice tohoto objektu vzhledem k inerciálnímu systému souřadnic. Využívají inerciální síly působící na objekt k určení dynamického chování. Externí síly působící na těleso způsobují zrychlení a změnu orientace. Základní měřené dynamické veličiny jsou zrychlení a úhlová rychlost.

V dnešní době jsou velmi rozšířené tzv. MEMS (micro-electro-mechanical systems) senzory. MEMS jsou velmi malá zařízení, která jsou dnes vyráběna ve velkých sériích a jsou tedy snadno dostupná a velmi levná, což patří mezi jejich největší výhody.

2.1.1 Akcelerometr

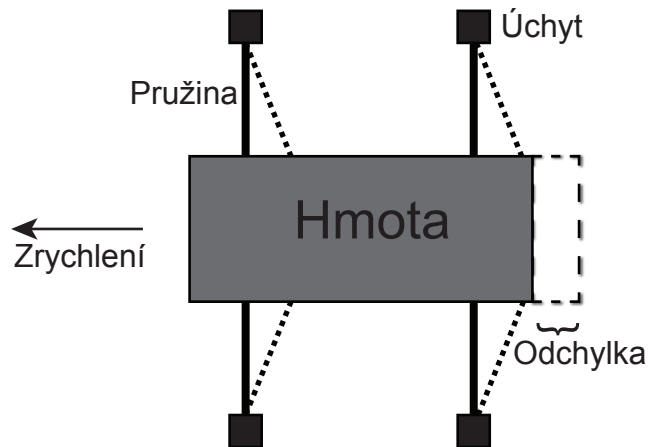
Akcelerometr převádí zrychlení na elektrický signál, který reprezentuje více či méně dobrý odhad skutečného zrychlení.

Jedním z nejúspěšnějších uspořádání jednodimenzionálního (1D) akcelerometru je jednoduchý systém hmoty s pružinou (obrázek 2.1.1) s jedním stupněm volnosti. Na tomto principu pracuje většina typů akcelerometrů. Hmota je zavěšena na jedné nebo více pružinách, které by se v případě 1D akcelerometru měly ideálně napínat pouze v jedné ose a vykazovat nekonečnou pevnost v ostatních směrech. Jakékoliv odchýlení od takového ideálního chování vede k nežádoucím efektům jako je tzv. cross-coupling efekt. Pro modelování (často i realizaci) trojdimenzionálního (3D) akcelerometru se využívají tři paralelní 1D akcelerometry.

2.1.2 Gyroskop

MEMS gyroskopy se využívají pro měření úhlové rychlosti (na rozdíl od klasických). Velmi rozšířené MEMS gyroskopy jsou tzv. vibrační gyroskopy, které využívají efekt Coriolisovy síly.

Coriolisova síla je setrvačná síla působící na tělesa pohybující se v rotující neinerciální soustavě. Jedná se o odchylování přímočaře se pohybujících objektů



Obrázek 2.1.1: Schéma 1D MEMS akcelerometru

od přímého směru, pokud je pozorujeme z neinerciální vztažné soustavy. Pokud se těleso pohybuje směrem ke středu otáčení, působí síla ve směru otáčení. V případě pohybu tělesa od středu otáčení působí síla proti směru otáčení. Vztah pro výpočet Coriolisovy síly je ve tvaru

$$\mathbf{F}_c = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}, \quad (2.1.1)$$

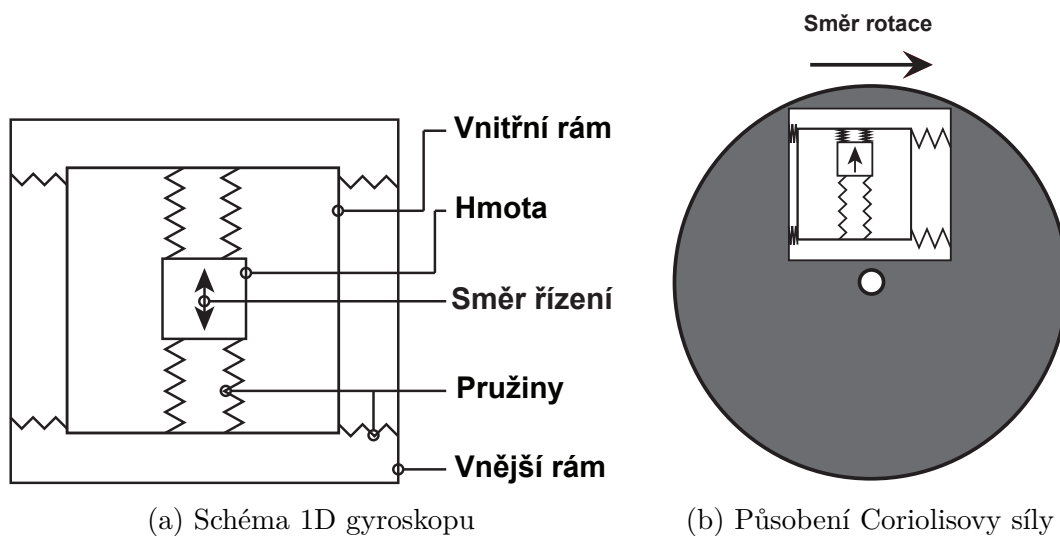
kde \mathbf{F}_c je Coriolisova síla, m je hmota tělesa, $\boldsymbol{\omega}$ je úhlová rychlost a \mathbf{v} je rychlost v neinerciální vztažné soustavě.

Základem vibračního gyroskopu (obrázek 2.1.2a) je hmota, která je připevněna k vnitřnímu rámu pomocí jedné sady pružin. Vnitřní rám je pak připojen k vnějšímu rámu pomocí druhé sady pružin. Hmota je spojitě sinusově řízena podél první sady pružin. Jakákoliv rotace systému se projeví na hmotě ve formě zrychlení způsobeného Coriolisovou silou, které má za následek změnu polohy hmoty ve směru druhé sady pružin. Když bude hmota řízena od osy rotace, vlivem Coriolisovy síly bude tlačena jedním směrem. Bude-li hmota řízena směrem k ose rotace, hmota se vychýlí druhým směrem. Působení Coriolisovy síly na vibrační gyroskop je schématicky znázorněno na obrázku 2.1.2b.

2.1.3 Technické parametry MEMS senzorů

Důležitými technickými parametry MEMS senzorů jsou

- počet os - 1D, 2D nebo 3D,
- výstup - analogový nebo digitální,
- rozsah měření,
- rozlišení - uváděno v počtu bitů,



Obrázek 2.1.2: Vibrační MEMS gyroskop

- šířka pásma - uváděno v Hertzích, značí počet možných spolehlivých měření za vteřinu.

2.1.4 Chyby měření inerciálních MEMS senzorů

Bez ohledu na to jak kvalitní senzor pro měření používáme, měřená data budou vždy obsahovat jisté nepřesnosti. Tyto nepřesnosti jsou způsobeny celou řadou chyb, přičemž každá z nich může mít jiný vliv na měřená data. Chyby těchto senzorů se dají rozdělit do dvou základních kategorií - deterministické a stochastické. Dominantními chybami pak jsou statický bias a šum měření.

Statický bias

Statický bias se řadí mezi deterministické chyby. Můžeme ho uvažovat jednoduše jako kladnou nebo zápornou konstantu aditivně přidanou k měřenému signálu. Vlivem teplotní citlivosti MEMS senzorů se navíc hodnota biasu může měnit s měnící se teplotou okolí, proto se nemusí jednat čistě o konstantní signál v čase, ale může to být po částech konstantní signál.

Šum měření

Šum měření je chybou stochastickou. Je to náhodný proces s nulovou střední hodnotou, který se objevuje aditivně v měřených datech. V mnoha případech je dostačující ho uvažovat (případně modelovat) jako bílý šum s normálním rozdělením se střední hodnotou v nule a variancí odpovídající intenzitě šumu.

2.2 Inkrementální rotační snímač

Inkrementální rotační senzor (IRC) měří úhlovou dráhu. Často se používá také pro měření úhlové rychlosti, která je určována diferencí měřené úhlové dráhy.

Inkrementální rotační snímač, jehož schéma je na obrázku 2.2.1a, je složen ze zdroje světla (obvykle LED žárovky), optického disku, který je spojen s připojovací hřídelí senzoru, a světelného senzoru. Optický disk (obrázek 2.2.1b) obsahuje střídavě průsvitná a neprůsvitná místa, kterými projde, respektive neprojde světlo ze zdroje k senzoru. Často jsou využívány tři kanály (stopy). První stopa (označovaná jako kanál A) slouží k počítání pulzů, tedy přerušování světelného paprsku ze zdroje světla otáčejícím se optickým diskem. Druhá stopa (kanál B) je posunuta o 90° oproti kanálu A. V závislosti na tom, zda se kanál A oproti kanálu B předbíhá či zpožďuje, lze určit směr otáčení. Poslední stopou (kanál Z) je referenční značka polohy inkrementálního snímače, která umožňuje měření absolutní polohy. V případě absence kanálu Z lze potom měřit pouze polohu relativní. Příklad průběhu signálů jednotlivých kanálů je na obrázku 2.2.1c.

2.2.1 Chyby měření IRC snímače

Inkrementální rotační snímač měří vzhledem ke své konstrukci a funkčnímu principu velmi přesně. Jeho přesnost je v podstatě určena rozlišením konkrétního IRC, tedy počtem pulzů (přerušování světelného paprsku), které jsou generovány a počítány během jednoho otočení. Informace o úhlové poloze je tedy k dispozici s omezenou přesností. Převod signálu na diskretní v amplitudě se nazývá kvantování, protože jeho hodnoty se dají vyjádřit jen po určitých kvantech. Nejmenší možné měřitelné změně signálu se potom říká kvantizační úroveň. Chyba měření, tedy rozdíl mezi kvantovaným signálem a měřenou veličinou, se nazývá kvantizační šum. Na obrázku 2.2.2 je znázorněn průběh signálu před kvantováním, po kvantování a kvantizační šum, mřížka určuje kvantizační úroveň.

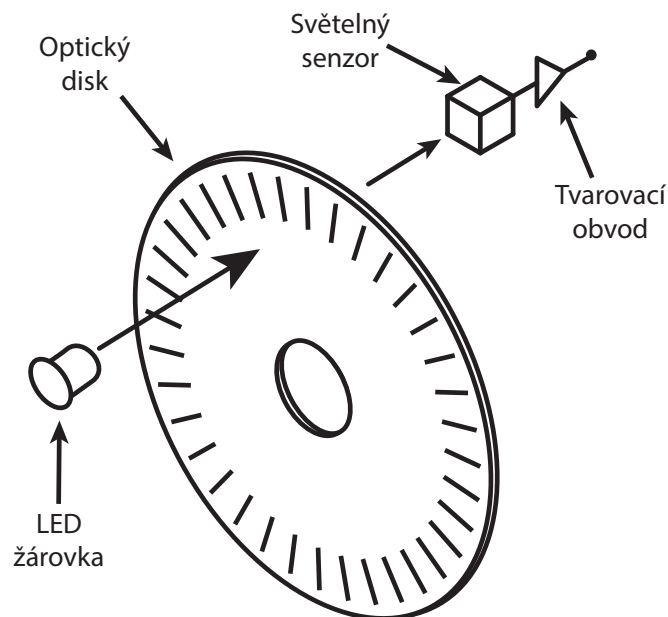
2.3 Elektromotory

Elektrické motory tvoří širokou paletu akčních členů převádějících elektrickou energii na pohyb (polohu nebo sílu). Společně s budiči a regulátory pak tvoří pohonné jednotky pro elektromechanické systémy.

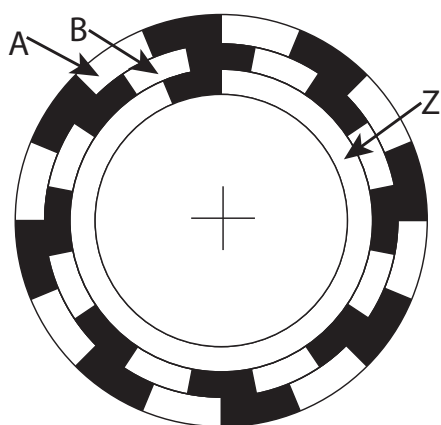
2.3.1 Stejnosměrný motor

Stejnosměrné (SS) motory využívají Lorentzovy síly, která působí na vodič v magnetickém poli a ve speciálním případě, kdy je vodič veden kolmo na magnetické indukční čáry, má tvar

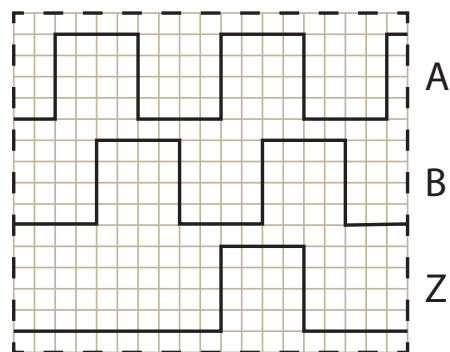
$$F = B \cdot I \cdot l, \quad (2.3.1)$$



(a) Princip IRC



(b) Optický disk

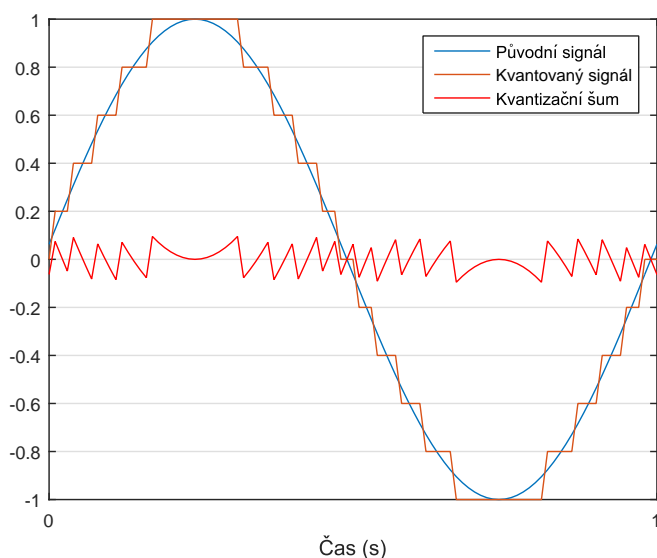


(c) Průběh signálů

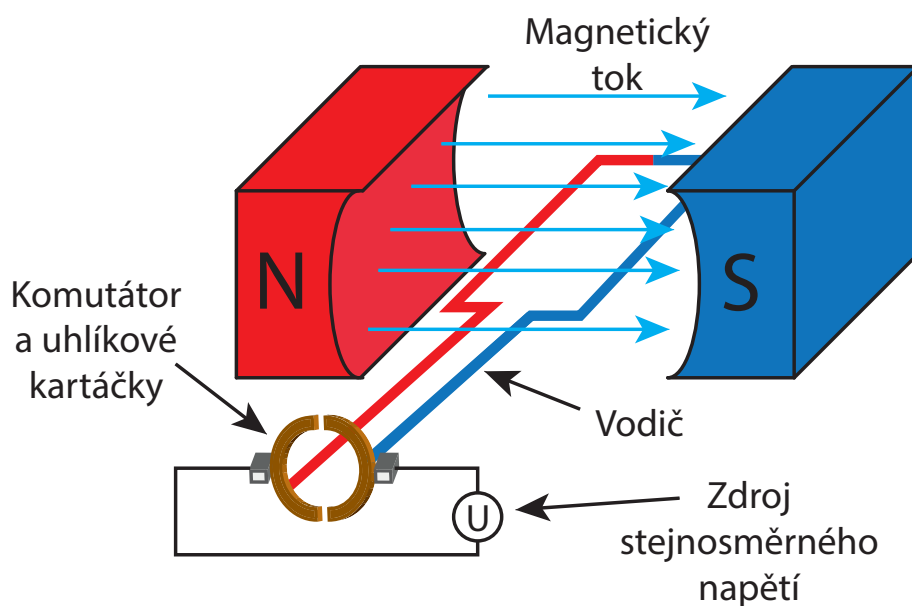
Obrázek 2.2.1: Inkrementální rotační snímač

kde F je síla, I elektrický proud, B magnetická indukce a l délka vodiče, kterým protéká proud. Síla motoru tedy závisí přímo na protékajícím proudu.

Stejnoseměrný motor (obrázek 2.3.1) tvoří dvě základní části - stator a rotor. Stator je pevná část motoru (neotáčí se) a je tvořený buď permanentním magnetem nebo elektromagnetem. Rotor je smyčka, kterou protéká elektrický proud a jedná se o otáčivou část motoru. Rotační pohyb je způsobován tangenciální (tečnou) složkou síly, která s natočením pochopitelně mění velikost i znaménko. Pro zajištění plynulého otáčivého pohybu tedy musí být zajištěna periodická komutace proudu. Při roztočení rotoru vzniká zpětná reakce - indukované napětí, které působí proti napájecímu proudu a omezuje tak maximální otáčky bez zatížení.



Obrázek 2.2.2: Kvantování



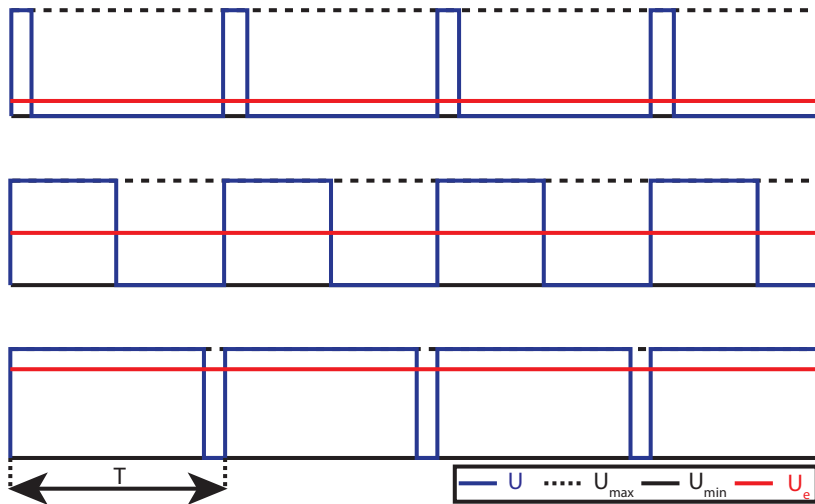
Obrázek 2.3.1: Stejnoseměrný motor

Buzení stejnosměrného motoru

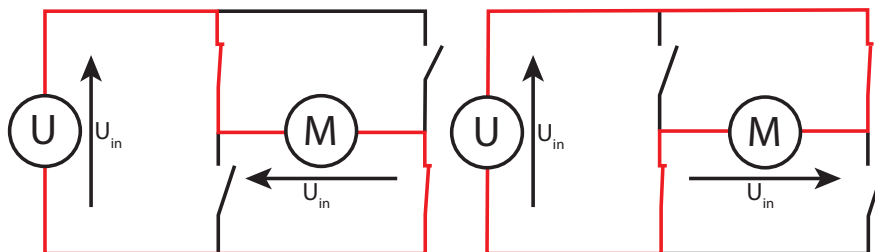
Rychlost otáčení SS motoru je přímo úměrná napětí a zatěžovacímu momentu. Rychlost otáčení tedy lze přímo měnit velikostí budícího napětí. Pro tento účel se v současné době využívá výhradně pulzně šířkové modulace (PWM), která pracuje na principu proměnné šířky pulzu. S vysokou frekvencí tedy spínáme a rozpínáme stejnosměrné napětí, motor vlivem své setrvačnosti nestačí tyto velmi rychlé změny

napájecího napětí sledovat a chová se, jakoby byl napájen napětím o velikosti střední hodnoty napěťového signálu (U_e). Možné průběhy signálu PWM jsou na obrázku 2.3.2a.

Pro kompletní čtyřkvadrantové řízení motoru se pak používá tzv. H-můstek, který je složen ze čtyř tranzistorů. Při různé kombinaci sepnutí těchto tranzistorů lze docílit pohybu motoru v obou směrech a také brzdění. Na obrázku 2.3.2b jsou znázorněny základní dva stavy H-můstku, při kterých se motor otáčí v opačných směrech.



(a) Příklad průběhu PWM signálu



(b) Základní dva stavy H-můstku (U - zdroj, M - motor)

2.3.2 Střídavé motory

Ve střídavých elektromotorech je točivé magnetické pole vytvářeno střídavým proudem s fázemi připojenými na soustavy statorových vinutí geometricky uspořádaných (vzájemně natočených) o úhel, o který jsou posunuty fáze střídavého napájecího napětí. Nejčastěji se tedy jedná o tři fáze posunuté o 120° vůči sobě.

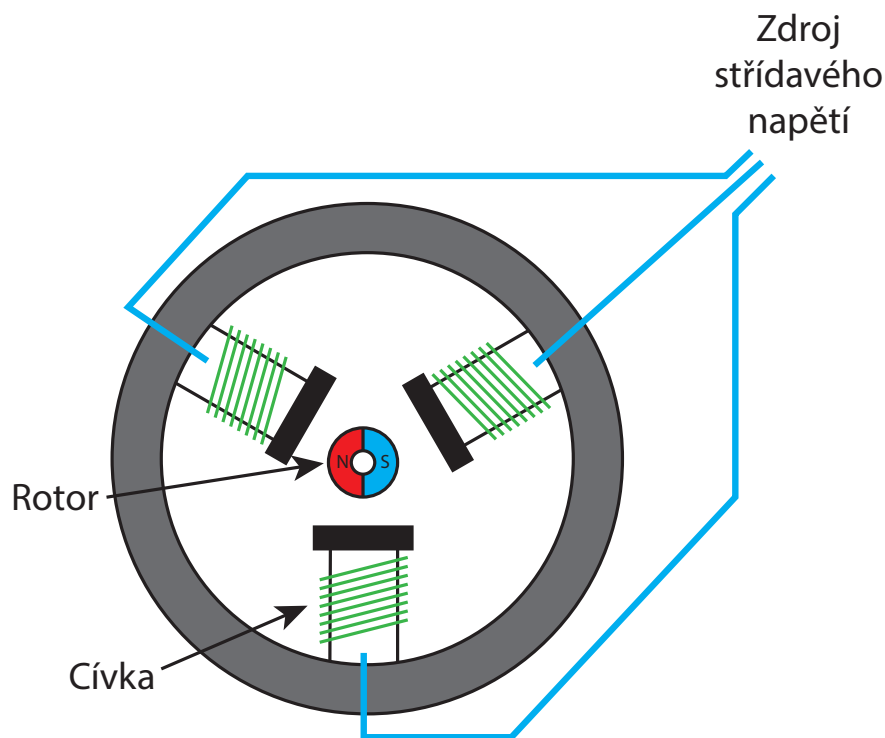
Otáčky n_s točivého pole jsou určeny frekvencí napájecího napětí f a počtem pólových párů vícefázového vinutí p dle vztahu

$$n_s = \frac{f}{p}. \quad (2.3.2)$$

Rozlišujeme dva základní typy střídavých motorů - synchronní a asynchronní.

Synchronní motor

Synchronní motor (obrázek 2.3.3) pracuje na synchronních otáčkách. Rotor je tvořen permanentním magnetem nebo elektromagnetem. Stator, na který je přiveden střídavý proud, vytváří točivé magnetické pole. Při zapnutí má toto pole otáčky odpovídající počtu pólů a frekvenci napájecího napětí dle vztahu (2.3.2). Póly rotoru jsou přitahovány protipóly statoru a odpuzovány statorovými póly stejného druhu. Rotor se vlivem své setrvačnosti neroztočí okamžitě synchronně s točivým polem statoru. Jakmile se otáčky rotoru přiblíží díky rozběhovému systému otáčkám točivého pole, je rotor vtažen do synchronních otáček a běží dál synchronně.

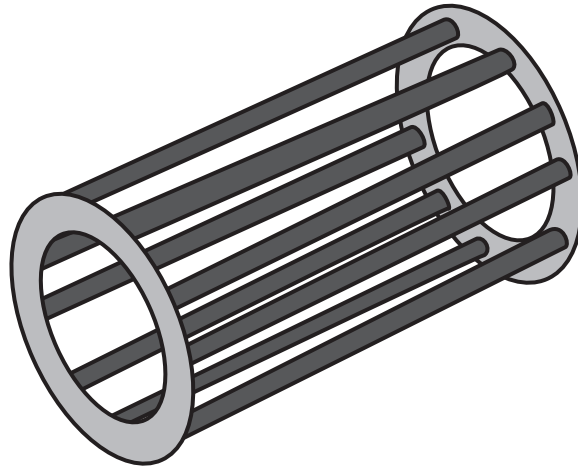


Obrázek 2.3.3: Třífázový synchronní motor

Asynchronní motor

Asynchronní motory se od těch synchronních liší konstrukcí. Rotor je ve tvaru válcové klece, jedná se tedy o kovové tyče, které jsou bez jakékoliv izolace na konci spojeny kovovými kruhy nakrátko, což se nazývá kotva nakrátko (obrázek 2.3.4). Stator pak (v případě třífázového asynchronního motoru) obsahuje tři statorové cívky, které jsou vyvedeny na svorkovnici a je možné je spojit do hvězdy nebo do trojúhelníku. Tyto cívky pak uvnitř motoru vytváří točivé magnetické pole, které

indukuje v kleci rotoru proud, který dále vytváří vlastní elektromagnetické pole. Pole statoru a rotoru spolu poté reagují a vzniká kroutící moment. Proud se v kleci indukuje pouze za podmínky, že se úhlová rychlost kotvy liší od úhlové rychlosti točivého magnetického pole. Otáčky rotoru tedy nikdy nemůžou dosáhnout otáček daných frekvencí napájecího napětí, proto se motor nazývá asynchronní.



Obrázek 2.3.4: Kotva nakrátko

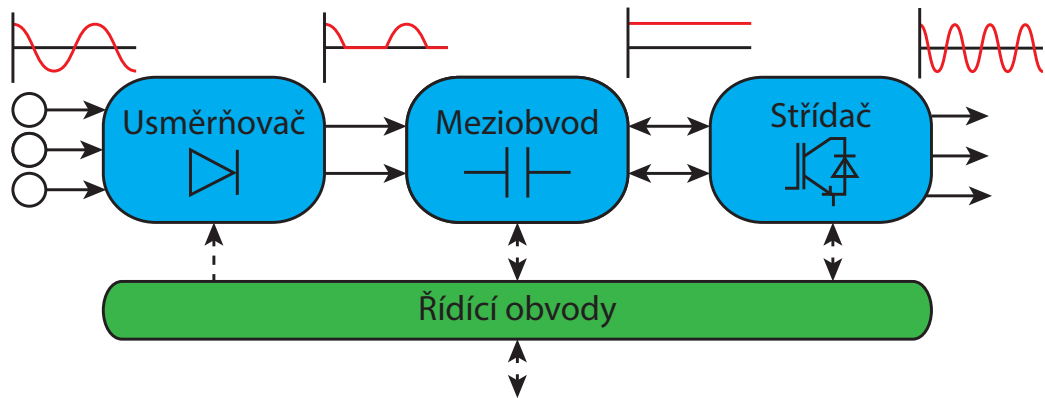
Buzení střídavého motoru

Rychlost otáčení střídavého motoru závisí na otáčkách točivého magnetického pole, které jsou dány frekvencí napájecího napětí. Zařízení schopné měnit frekvenci střídavého napětí v určitém rozsahu se nazývá frekvenční měnič.

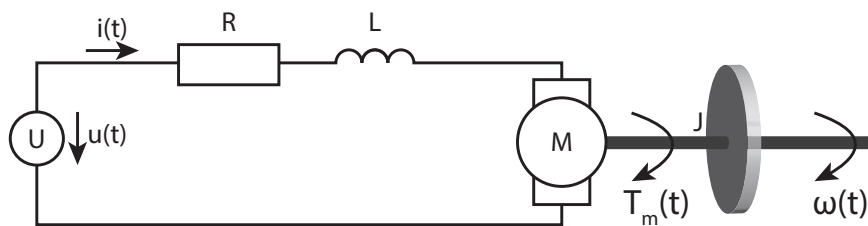
Měnič, jehož funkční princip je na obrázku 2.3.5, lze rozdělit na čtyři hlavní části - usměrňovač, meziobvod, střídač a řídicí obvody (mikroprocesor). Usměrňovač ze střídavého napětí vytvoří pulzující stejnosměrné napětí. Meziobvod dále toto napětí přemění na konstantní (téměř) stejnosměrné napětí (vyhladí jej). Střídač nakonec ze stejnosměrného napětí pomocí PWM vytvoří střídavé napětí o potřebné frekvenci.

3 Modely elektromechanických soustav

Schéma jednoduché elektromechanické soustavy je na obrázku 3.0.1. Skládá se, jak název napovídá, z elektrického obvodu a mechanické části, kterou je motor s hřídelí.



Obrázek 2.3.5: Frekvenční měnič



Obrázek 3.0.1: Elektromechanický systém

3.1 Proudová smyčka

Chování proudové smyčky, tedy závislost proudu v obvodu pohonu na napětí, lze s využitím Kirchhoffova zákona popsat diferenciální rovnicí prvního řádu ve tvaru

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}, \quad (3.1.1)$$

kde R je odpor, L indukčnost, $u(t)$ napětí a $i(t)$ proud.

Přenos systému (3.1.1), tedy podíl Laplaceových transformací výstupu (zde proudu) a vstupu (zde napětí) za nulových počátečních podmínek, je

$$P_I(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}s + 1}. \quad (3.1.2)$$

Dále víme, že proud v obvodu motoru $i(t)$ je přímo úměrný kroučicímu momentu motoru $T_m(t)$ přes konstantu K_m ($T_m(t) = K_m \cdot i(t)$). Můžeme tedy napsat přenos z napětí $u(t)$ na kroučící moment $T_m(t)$ ve tvaru

$$P_T(s) = \frac{T_m(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{R \cdot K_m}}{\frac{L}{R}s + 1} = \frac{K_i}{\tau_I s + 1}, \quad (3.1.3)$$

přičemž K_i značí statické zesílení a τ_I časovou konstantu systému.

Dynamika proudové smyčky se při návrhu řízení elektromechanické soustavy často zanedbává, protože časová konstanta τ_I je v porovnání s časovou konstantou mechanické soustavy velmi malá. Proudová smyčka je tedy významně rychlejší než ta rychlostní (mechanická) a lze ji proto nahradit pouze statickým členem K_i .

3.2 Mechanické soustavy

3.2.1 Rychlostní smyčka - tuhý model

Máme-li dokonale tuhý mechanický systém, potom rychlostní smyčku, tedy závislost úhlové rychlosti motoru $\omega(t)$ na kroutícím momentu $T_m(t)$ motoru při působení viskózního tření B a kroutícího momentu způsobeného zátěží $T_l(t)$, lze pomocí druhého Newtonova pohybového zákona vyjádřit ve formě lineární diferenciální rovnice prvního řádu

$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m(t) - T_l(t) - B\omega(t). \quad (3.2.1)$$

Budeme-li uvažovat zátěžový kroutící moment $T_l(t)$ jako aditivní poruchu na vstupu systému, přenos systému (z kroutícího momentu na rychlost) je ve tvaru

$$P_\omega(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{\frac{1}{B}}{\frac{J}{B}s + 1} = \frac{K_\omega}{\tau_\omega s + 1}. \quad (3.2.2)$$

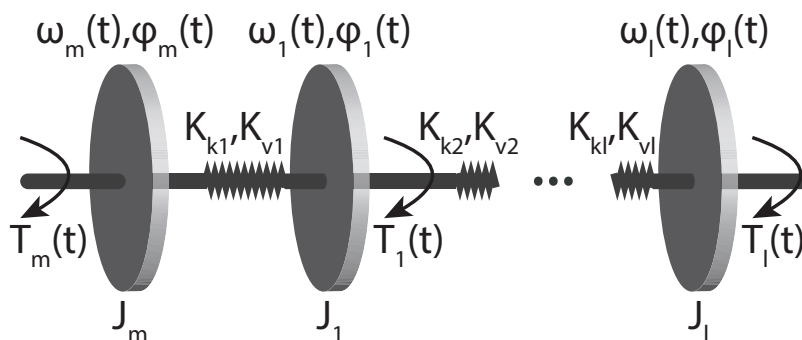
V některých aplikacích se rovněž v modelu neuvažuje viskózní tření B a systém je pak možné modelovat pouhým integrátorem

$$P_\omega(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{Js}. \quad (3.2.3)$$

3.2.2 Rychlostní smyčka - pružný model

V některých aplikacích není dostatečně přesné modelovat mechanický systém jako dokonale tuhý, protože hřídel motoru a použité komponenty v pracovním mechanismu (převodovky, deformovatelné ozubené kolo) mohou vykazovat nějakou pružnost. Pružná může být i samotná konstrukce připojená k pohonu (např. rameno robotického manipulátoru, včetně obráběcího stroje). Pro modelování pružného systému se využívají vícehmotové systémy. Vícehmotová soustava (obrázek 3.2.1) je v podstatě generický model pružného systému, který umožňuje modelovat libovolně mnoho pružných módů a tím aproximovat chování kmitavých mechanických soustav se soustředěnými i rozprostřenými parametry. Speciálním případem je potom dvouhmotový systém (obrázek 3.2.2a), který bude dále podrobněji popsán.

Vstupem mechanického subsystému na obrázku je kroutící moment motoru $T_m(t)$, moment zátěže $T_l(t)$ působí na druhém konci hřídele s pružností K_k a tlumením K_v . Pokud nastane rozdíl mezi úhly natočení jednotlivých konců hřídele



Obrázek 3.2.1: Vícehmotový systém

$\Delta\theta(t) = \theta_m(t) - \theta_l(t)$ a jejich úhlovými rychlostmi $\Delta\omega(t) = \omega_m(t) - \omega_l(t)$, přenáší hřídel reakční kroutící moment

$$T_s(t) = K_k \cdot \Delta\theta(t) + K_v \cdot \Delta\omega(t). \quad (3.2.4)$$

Kroutící moment motoru, který je vstupní veličinou tohoto systému, působí na hmotu motoru s momentem setrvačnosti J_m silovými účinky v jednom směru, zatímco reakční kroutící moment $T_s(t)$ působí v opačném směru. Tyto interakce, zanedbáme-li viskózní tření, lze opět s využitím druhého Newtonova pohybového zákona zapsat pomocí diferenciální rovnice

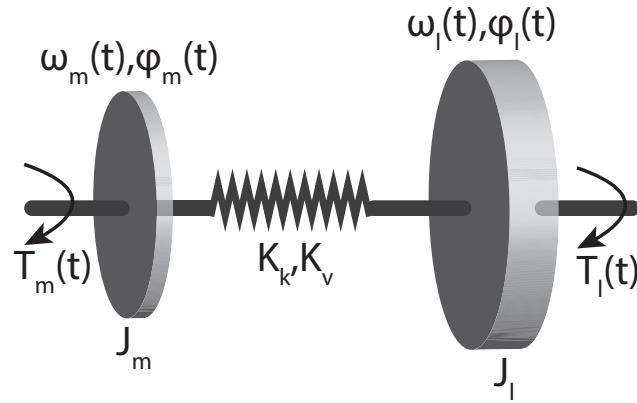
$$J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - T_s(t). \quad (3.2.5)$$

Z třetího Newtonova pohybového zákona je zřejmé, že reakční moment $T_s(t)$ musí silově působit v opačném směru na zátěž s momentem setrvačnosti J_l , na kterou působí také kroutící moment $T_l(t)$ vyvolaný zátěží. Při zohlednění těchto jevů a zanedbání viskózního tření můžeme psát další diferenciální rovnici

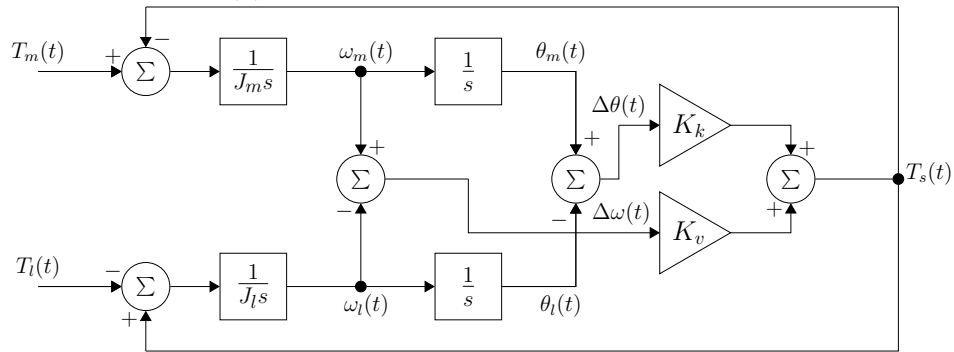
$$J_l \cdot \frac{d\omega_l(t)}{dt} = T_s(t) - T_l(t). \quad (3.2.6)$$

Celý mechanický subsystém je tedy potom matematicky popsán dvěma propojenými rovnicemi (3.2.5) a (3.2.6). Blokové schéma tohoto systému je na obrázku 3.2.2b.

Zajímavé jsou přenosy z momentu $T_m(t)$ na rychlost motoru $\omega_m(t)$, respektive



(a) Schéma dvouhmotového systému



(b) Blokové schéma dvouhmotového systému

Obrázek 3.2.2: Dvouhmotový systém

rychlost zátěže $\omega_l(t)$

$$\begin{aligned}
 P_{\omega_m, T_m}(s) &= \frac{\omega_m(s)}{T_m(s)} = \frac{J_l s^2 + K_v s + K_k}{s (J_m J_l s^2 + K_v (J_m + J_l) s + K_k (J_m + J_l))} = \\
 &= \frac{K_1}{s} \cdot \frac{s^2 + 2\xi_z \omega_z s + \omega_z^2}{s^2 + 2\xi_p \omega_p s + \omega_p^2}, \quad (3.2.7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\omega_l, T_m}(s) &= \frac{\omega_l(s)}{T_m(s)} = \frac{K_v s + K_k}{s (J_m J_l s^2 + K_v (J_m + J_l) s + K_k (J_m + J_l))} = \\
 &= \frac{K_2}{s} \cdot \frac{\frac{2\xi_z}{\omega_z} s + 1}{s^2 + 2\xi_p \omega_p s + \omega_p^2}, \quad (3.2.8)
 \end{aligned}$$

kde K_1, K_2 jsou jistá zesílení, ω_p je přirozená frekvence páru komplexně sdružených pólů obou přenosů, ξ_p je jejich relativní činitel tlumení, ω_z je potom přirozená frekvence páru komplexně sdružených nul přenosu (3.2.7) a ξ_z je jejich relativní činitel tlumení.

Zesílení, přirozené frekvence a relativní činitele tlumení lze vyjádřit pomocí

původních fyzikálních parametrů systému

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\omega_p^2}{(J_m + J_l)\omega_z^2}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{K_k(J_m + J_l)}{J_m J_l}}, \quad \omega_z = \sqrt{\frac{K_k}{J_l}}, \\ K_2 &= \frac{\omega_p^2}{J_m + J_l}, \quad \xi_p = \sqrt{\frac{K_v^2(J_m + J_l)}{4K_k J_m J_l}}, \quad \xi_z = \sqrt{\frac{K_v^2}{4K_k J_l}}. \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Pokud budeme uvažovat $K_k \rightarrow \infty$, obě přenosové funkce (3.2.7) a (3.2.8) přejdou do tvaru přenosu (3.2.3), což skutečně odpovídá případu nekonečně tuhého systému.

3.2.3 Polohové smyčky

Dále nás zajímají přenosy z kroutícího momentu motoru $T_m(t)$ na úhlovou polohu (dráhu) $\varphi(t)$. Vztah mezi $\varphi(t)$ a úhlovou rychlostí $\omega(t)$ je

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t). \quad (3.2.10)$$

Úhlovou polohu tedy získáme integrací úhlové rychlosti. Přenosovou funkci z kroutícího momentu na polohu pak tedy dostaneme zařazením přenosu integrátoru ($\frac{1}{s}$) do série k přenosové funkci z kroutícího momentu na rychlost.

Pro případ tuhého systému s viskózním třením můžeme tedy psát

$$P_\varphi(s) = \frac{\varphi(s)}{T_m(s)} = \frac{\frac{1}{B}}{s \left(\frac{J}{B}s + 1 \right)} = \frac{K_\omega}{s(\tau_\omega s + 1)}, \quad (3.2.11)$$

v případě tuhého systému bez viskózního tření má přenos tvar

$$P_\varphi(s) = \frac{\varphi(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{Js^2}. \quad (3.2.12)$$

Přenosy z kroutícího momentu $T_m(t)$ na úhlové polohy pružného dvouhmotového systému $\varphi_m(t)$ a $\varphi_l(t)$ jsou

$$P_{\varphi_m, T_m}(s) = \frac{\varphi_m(s)}{T_m(s)} = \frac{K_1}{s^2} \cdot \frac{s^2 + 2\xi_z \omega_z s + \omega_z^2}{s^2 + 2\xi_p \omega_p s + \omega_p^2}, \quad (3.2.13)$$

$$P_{\varphi_l, T_m}(s) = \frac{\varphi_l(s)}{T_m(s)} = \frac{K_2}{s^2} \cdot \frac{\frac{2\xi_z}{\omega_z} s + 1}{s^2 + 2\xi_p \omega_p s + \omega_p^2}. \quad (3.2.14)$$

4 Standardní regulační struktury pro řízení pohonů

Cílem zpětnovazebního řízení (regulace) je pro příslušný systém navrhnout regulátor generující na základě zpětnovazební informace řízení $u(t)$, které splní dané

požadavky na chování uzavřené smyčky. Těmito požadavky mohou být stabilita, rychlost vysledování referenčního signálu, kvalita potlačení externích poruch, robustnost uzavřené smyčky a další.

4.1 PID regulace

V praxi nejhojněji používám regulátorem je tzv. PID regulátor. Řízení $u(t)$ je tvořeno třemi složkami - proporciální (P), integrační (I) a derivační (D). Řízení je generováno na základě regulační odchylky $e(t)$, která je dána rozdílem referenčního signálu (požadované hodnoty) $r(t)$ a výstupu řízeného systému $y(t)$, tedy $e(t) = r(t) - y(t)$, jeho předpis je

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (4.1.1)$$

kde K_p je proporciální konstanta, K_i je integrační konstanta a K_d je derivační konstanta. Přenos takového regulátoru tedy je

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (4.1.2)$$

To je tvar ideálního PID regulátoru. Takový regulátor však není možné fyzikálně realizovat, protože poslední člen přenosu (4.1.2) není ryzí (ideální derivátor není možné implementovat). Ideální derivační složka by navíc velmi zesilovala vysokofrekvenční šum měření. Oba tyto problémy se dají vyřešit zavedením tzv. filtrované derivace

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\tau_d s + 1}, \quad (4.1.3)$$

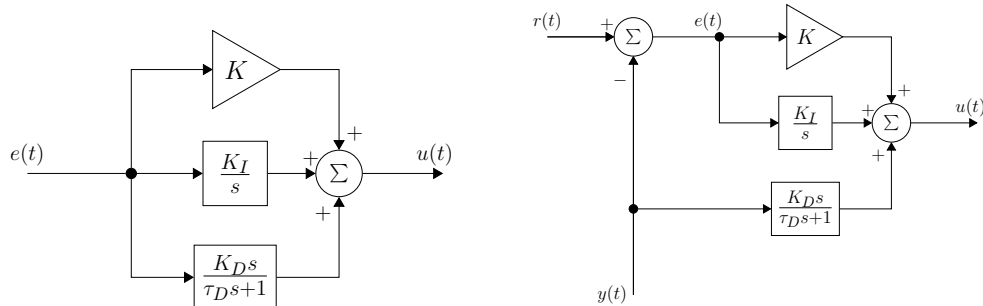
kde τ_d je filtrační časová konstanta, pomocí které lze měnit frekvenční pásmo, na kterém se derivátor chová jako ideální. V reálných aplikacích však toto frekvenční pásmo nemůže být libovolně široké, aby nedocházelo ke zmiňovanému zesilování šumu měření, který má obvykle vysokofrekvenční charakter. Blokové schéma tohoto regulátoru je na obrázku 4.1.1a.

V praxi se potom nejčastěji používá PID regulátor, u kterého je filtrovaná derivační složka zavedena pouze od výstupu $y(t)$ (obrázek 4.1.1b), nikoliv od regulační odchylky $e(t)$. Tím se vyřeší problém nežádoucích rázů (prudkých změn v řízení), které by vznikaly při skokových změnách referenčního signálu. Laplaceův obraz řízení $U(s)$ generovaného tímto regulátorem v závislosti na Laplaceových obrazech regulační odchylky $E(s)$ a výstupu systému $Y(s)$ je

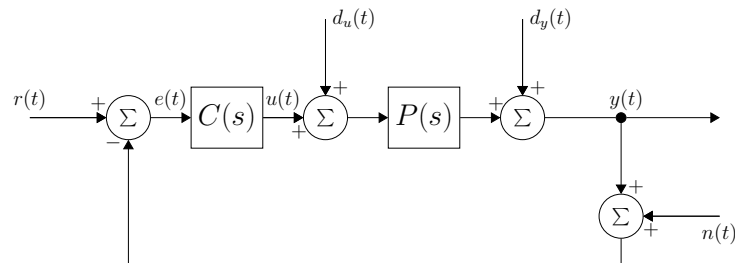
$$U(s) = K_p E(s) + \frac{K_i}{s} E(s) - \frac{K_d s}{\tau_d s + 1} Y(s). \quad (4.1.4)$$

Na obrázcích 4.1.1c a 4.1.1d jsou bloková schémata uzavřené smyčky, kde $C(s)$ je přenos regulátoru, $P(s)$ je přenosová funkce řízeného systému, $d_u(t)$ je porucha

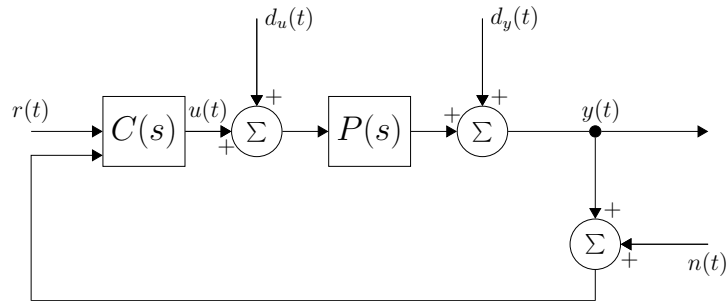
na vstupu systému, $d_y(t)$ je porucha na výstupu systému a $n(t)$ je šum měření. Blokové schéma 4.1.1c s regulátorem o jednom vstupu se často využívá při návrhu regulátoru a analýze vlastností uzavřené smyčky. Schéma 4.1.1d s regulátorem o dvou vstupech je však obecnější, neboť zahrnuje i regulátor s derivační složkou zavedenou od výstupu řízeného systému (4.1.4).



(a) PID (derivační složka od odchylky) (b) PID (derivační složka od výstupu)



(c) Uzavřená smyčka - schéma 1



(d) Uzavřená smyčka - schéma 2

Obrázek 4.1.1: Bloková schémata PID regulátoru a uzavřené smyčky

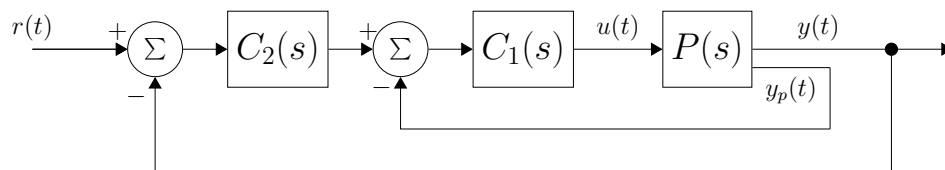
Často se také používají modifikace regulátoru, kde se při generování řízení neuplatňují všechny složky, tedy proporciální, integrační a derivační, ale pouze některé z nich. Nejběžněji používané jsou P, PI a PD regulátory.

4.2 Kaskádní regulace

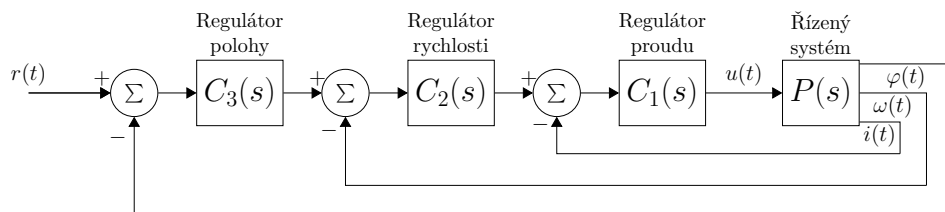
Kaskádní regulace je v řízení pohonů velmi rozšířená. Využívá jedné nebo více pomocných regulovaných veličin, aby snížila normalizované zpoždění mezi akční ve-

ličinou a pomocnou regulovanou veličinou. Velkou výhodou takovéto struktury je možnost postupného a samostatného ladění jednotlivých smyček. Blokové schéma kaskádní regulace s jednou pomocnou regulovanou veličinou je na obrázku 4.2.1a, přičemž $P(s)$ značí přenos řízeného systému, $C_2(s)$ přenos hlavního regulátoru, $C_1(s)$ přenosovou funkci pomocného regulátoru, $r(t)$ referenční signál, $y(t)$ regulovanou veličinu a $y_p(t)$ pomocnou regulovanou veličinu. Jednotlivé regulátory pak mohou být typu PID.

U pohonů se často vnitřní smyčkou myslí regulátor proudu (krouticího momentu), vnější smyčkou potom regulátor rychlosti, které je někdy dle potřeby nadřazena ještě smyčka polohová, viz obrázek 4.2.1b.



(a) Obecné schéma kaskádní regulace s jednou pomocnou veličinou



(b) Kaskádní regulace pohonu

Obrázek 4.2.1: Kaskádní regulace

5 Řízení tuhého systému s využitím kompenzátoru neznámé poruchy na vstupu

Poruchy a nepřesnosti se vyskytují ve všech reálných systémech a aplikacích a zpravidla mají negativní vliv na chování uzavřené smyčky. Potlačení těchto poruch je tedy klíčovým problémem při návrhu řídicích systémů. Pokud můžeme poruchu měřit, je možné ji snadno eliminovat pomocí dopředné vazby. Velmi často však není možné poruchu měřit (nebo by to bylo příliš nákladné). V takových případech se obvykle poruchy potlačují pomocí klasického zpětnovazebního řízení. Tento přístup je však do jisté míry omezující, zejména použijeme-li řídicí algoritmus s jedním stupněm volnosti, což je nejčastěji používaná regulační struktura. Kvalita potlačení poruchy je v takovém případě svázána s kvalitou sledování referenčního signálu a není tedy možné oba tyto požadavky na uzavřenou smyčku specifikovat zvlášť, což může být limitující.

Jiným přístupem je pokusit se odhadnout (rekonstruovat) poruchu z měřených dat a následně tento odhad použít pro potlačení poruchy, taková metoda může v kombinaci s klasickým zpětnovazebním regulátorem kvalitativně zlepšit chování uzavřené smyčky.

5.1 Interpretace vstupní poruchy

Jak již bylo zmíněno v části 3, poruchou na vstupu systému je zcela určitě kroučící moment způsobený zátěží $T_l(t)$, který působí na hřídel motoru. To je přímo zřejmé z rovnice (3.2.1).

Do vstupní poruchy lze zahrnout i nepřesnou znalost parametrů řízeného systému. Vezmeme-li stavový popis systému ve tvaru

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{e}d_u(t), \quad (5.1.1)$$

kde $\mathbf{x}(t)$ je vektor stavu systému, $u(t)$ je vstup, $d_u(t)$ je porucha na vstupu, \mathbf{A} je matice dynamiky, \mathbf{B} je vektor řízení a \mathbf{e} je vektor poruchy. Matice dynamiky a vektor poruchy jsou složeny z parametrů systému. Budeme-li nyní předpokládat, že odchylka matice dynamiky $\Delta\mathbf{A}$ a vektoru řízení $\Delta\mathbf{B}$ od nominálních hodnot \mathbf{A}_0 a \mathbf{B}_0 jsou aditivní, tedy

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A}, \quad (5.1.2)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \Delta\mathbf{B}, \quad (5.1.3)$$

potom lze stavovou reprezentaci systému rozepsat do tvaru

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x} + (\mathbf{B}_0 + \Delta\mathbf{B})u(t) + \mathbf{e}d_u(t) = \\ &= \mathbf{A}_0\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_0u(t) + \underbrace{(\Delta\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \Delta\mathbf{B}u(t) + \mathbf{e}d_u(t))}_{\tilde{d}_u(t)}, \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

přičemž $\tilde{d}_u(t)$ lze chápat jako zobecněnou vstupní poruchu. Není to však úplně korektní, protože zobecněná porucha $\tilde{d}_u(t)$ je funkcí stavu a řízení, tudíž se již nejedná o nezávislou veličinu.

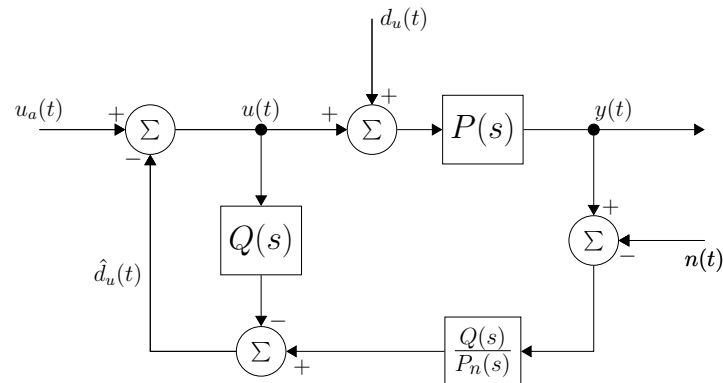
Stejný problém nastává, chceme-li jako vstupní poruchu interpretovat viskózní tření z rovnice (3.2.1), které je lineární funkcí úhlové rychlosti, což je výstup systému a viskózní tření tedy znovu není nezávislý signál.

5.2 Základní verze algoritmu

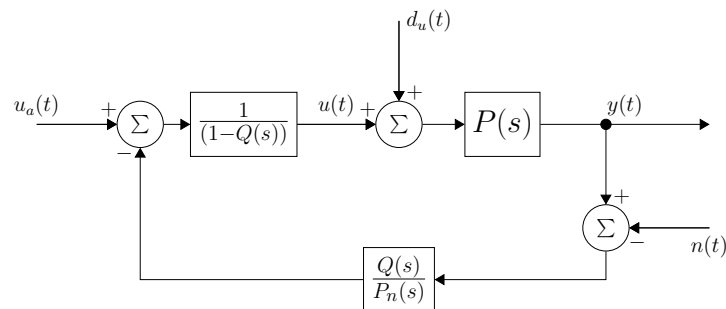
Cílem metody je z měřených dat na základě znalosti modelu odhadovat neznámou poruchu na vstupu systému a tu posléze kompenzovat řízením. V anglicky psané literatuře je tato metoda známá pod názvem Disturbance Observer (DOB). V použité literatuře jsou uvedené články [3], [4], které tuto metodu popisují.

5.2.1 Návrh kompenzátoru ve frekvenční oblasti

Základní myšlenku algoritmu lze dobře ilustrovat pomocí blokového diagramu na obrázku 5.2.1a, kde $P(s)$ je řízený systém, $P_n(s)$ je jeho nominální model, $Q(s)$ je zatím nespecifikovaný filtr, $u_a(t)$ je řízení před započítáním kompenzace poruchy (obvykle generované zpětnovazebním regulátorem), $u(t)$ je výsledné řízení kompenzující vstupní poruchu, $y(t)$ je výstup systému, $d_u(t)$ je porucha na vstupu systému, $\hat{d}_u(t)$ je její odhad a $n(t)$ je šum měření.



(a) Základní schéma



(b) Ekvivalentní schéma

Obrázek 5.2.1: Schéma kompenzátoru vstupní poruchy

Pokud bychom uvažovali, že $Q(s) = 1$, $P_n(s) = P(s)$ a $n(t) = 0$ potom bychom dostali Laplaceův obraz odhadu poruchy ve formě

$$\hat{D}_u(s) = \frac{1}{P(s)}Y(s) - U(s) = U(s) + D_u(s) - U(s) = D_u(s). \quad (5.2.1)$$

V tomto ideálním případě se tedy odhad poruchy $\hat{d}_u(t)$ přesně rovná poruše samotné $d_u(t)$. Tento signál je pak následně v součtovém členu odečten od řízení $u_a(t)$ a působení vstupní poruchy je tak dokonale potlačeno.

Takový ideální případ však nemůže nikdy nastat. Největším problémem je, že přenos řízeného systému a tedy i jeho nominální model jsou obvykle ryzí (řád jeho jmenovatele je vyšší než řád čitatele) a není tedy možné implementovat jeho inverzi

$P_n(s)^{-1}$. Lze však realizovat tzv. aproximativní inverzi $Q(s) \cdot P_n(s)^{-1}$ pomocí filtru $Q(s)$, který je tedy zřejmě klíčovým prvkem při návrhu kompenzátoru. Platí pro něj následující omezení.

1. Filtr musí mít relativní řád (rozdíl řádů jmenovatele a čitatele přenosové funkce) větší nebo roven relativnímu řádu nominálního modelu, aby bylo možné implementovat aproximativní inverzi.
2. Čím širší bude frekvenční pásmo, na kterém bude platit $Q(s) \approx 1$, tím lépe bude porucha $d_u(t)$ potlačena. Je zde však protichůdný limitující požadavek na potlačení šumu měření. Inverze nominálního modelu má obvykle derivační charakter a bude tedy zesilovat vysokofrekvenční (u IRC senzoru kvantizační) šum měření. Propustné pásmo filtru $Q(s)$ tedy nemůže být libovolně široké, zlomová frekvence filtru musí být zvolena tak, aby nedocházelo k zesilování šumu měření.

System $Q(s)$ tedy bude filtr typu dolní propust a jeho návrhovými parametry jsou struktura filtru a zlomová frekvence.

Lepší představu o chování kompenzátoru si lze udělat, pokud spočítáme přenosy z exogenních signálu na výstup

$$F_{y,u_a}(s) = \frac{Y(s)}{U_a(s)} = \frac{P(s)P_n(s)}{Q(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}, \quad (5.2.2)$$

$$F_{y,d_u}(s) = \frac{Y(s)}{D_u(s)} = \frac{P(s)P_n(s)(1 - Q(s))}{Q(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}, \quad (5.2.3)$$

$$F_{y,n}(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{P(s)Q(s)}{Q(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}. \quad (5.2.4)$$

Na nízkých frekvencích, kde přibližně platí $Q(s) \approx 1$, dostaneme

$$F_{y,u_a}(s) \approx P_n(s), \quad F_{y,d_u} \approx 0, \quad F_{y,n} \approx 1, \quad (5.2.5)$$

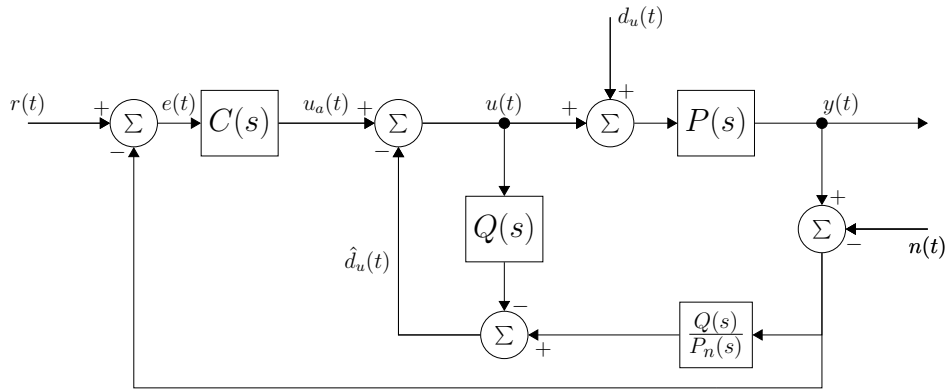
z čehož vyplývá, že na těchto frekvencích se kompenzátor chová jako nominální systém, jehož vstup není zatěžován žádnou poruchou. Na vysokých frekvencích, kde platí $Q(s) \approx 0$, potom dostaneme

$$F_{y,u_a}(s) \approx P(s), \quad F_{y,d_u} \approx P, \quad F_{y,n} \approx 0. \quad (5.2.6)$$

Na vysokých frekvencích pak zřejmě kompenzátor na potlačení poruchy nemá žádný vliv.

Pro praktické úlohy řízení, kdy vedle potlačení poruch zároveň požadujeme sledování referenčního signálu se celé schéma doplní o zpětnovazební regulátor s přenosem $C(s)$ (obrázek 5.2.2). Přenos ze vstupní poruchy na výstup potom je

$$F_{y,d_u} = \frac{Y(s)}{D_u(s)} = \frac{P(s)P_n(s)(1 - Q(s))}{Q(s)(P(s) - P_n(s)) + (1 + P(s)C(s))P_n(s)}. \quad (5.2.7)$$



Obrázek 5.2.2: Schéma kompenzátoru se zpětnovazebním regulátorem

Nespornou výhodou takové řídicí struktury je, že můžeme nezávisle navrhovat kompenzátor (tedy problém potlačení poruchy) a zpětnovazební regulátor (tedy problém sledování).

Při řízení polohy mechanického systému (3.2.12) jsou požadavky na strukturu filtru $Q(s)$ pro dosažení nulové odezvy výstupu systému v ustáleném stavu na poruchu ve tvaru libovolného polynomu určitého řádu (obvykle nám stačí nultý řád, tedy konstantní porucha) ze zjevných důvodů stejné jako požadavky na filtr $G(s)$ u algoritmu využívajícího dodatečnou informaci. Tyto požadavky jsou podrobně popsány v části 5.3.2. V případě odregulování konstantní poruchy v ustáleném stavu a při využití zpětnovazebního PD regulátoru, může být přenos $Q(s)$, stejně jako filtr $G(s)$ v části 5.3.2, libovolný systém se statickým zesílením rovným jedné. Nestací nám však první řád, kvůli výše zmíněnému požadavku na relativní řád filtru (ten musí být roven alespoň dvěma).

Algoritmus reprezentovaný schématem na obrázku 5.2.2 byl následně simulačně otestován za následujících podmínek.

- Přenos řízeného systému a jeho nominálního modelu měl tvar $P(s) = P_n(s) = \frac{1}{s^2}$.
- Zpětnovazební regulátor byl nejprve navržen jako ideální PD regulátor metodou přiřazení pólů ($p_1 = p_2 = -1$) uzavřené smyčce. Tento přenos byl následně vynásoben filtrem prvního řádu se zlomovou frekvencí $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$, aby byla zajištěna ryzost přenosu a filtrace derivační složky.
- Šum $n(t)$ byl kvantizační šum vzniklý kvantováním s kvantizační úrovní $q_{\text{úroveň}} = \frac{2\pi}{5000}$.
- Porucha na vstupu systému byla volena jako harmonická $d_u(t) = A_{d_u} \sin(\omega_{d_u} t)$, kde $A_{d_u} = 5$ a $\omega_{d_u} = 0,03 \text{ rad/s}$.
- Filtr $Q(s)$ byl volen jako Butterworthův filtr druhého řádu a byl zkoumán vliv volby zlomové frekvence ω_q na kvalitu regulace.

- Referenční signál byl volen jako skoková změna z hodnoty $r(t) = 0$ na hodnotu $r(t) = 1$ v čase $t = 1\text{ s}$.

Výsledky simulačního experimentu jsou na obrázku 5.2.3. Vidíme, že pokud je zlomová frekvence ω_q filtru $Q(s)$ příliš malá (obrázek 5.2.3a), odhad poruchy $\hat{d}_u(t)$ nestačí sledovat poruchu $d_u(t)$ a tím pádem tato porucha není dostatečně kompenzována, což se nepříznivě projeví i na výstupu systému. Na obrázku 5.2.3b vidíme výsledky simulace při vhodně nastavené zlomové frekvenci, v takovém případě je porucha $d_u(t)$ vysledována a potlačena, proto i výstup systému sleduje referenční signál. Pokud budeme ω_q dále zvyšovat (obrázky 5.2.3c a 5.2.3d), bude zesilován kvantizační šum měření, což se samozřejmě projeví na odhadu poruchy a také na řízení $u(t)$, kde můžeme sledovat velmi rychlé a prudké změny. Výstup systému velmi dobře sleduje referenční signál, protože systém $P(s)$ dokáže tyto rychlé změny v řízení odfiltrovat, to plyne i z přenosu (5.2.4), pro který na frekvencích, kde $Q(s) \approx 1$, platí $F_{y,n} \approx 1$ (nedochází tedy k zesilování šumu na výstupu systému). Takový řídicí algoritmus však není v praxi použitelný právě kvůli oněm rychle se měnícím akčním zásahům, které nejsme schopni elektromotorem generovat bez jeho poškození. Vidíme tedy, že zlomová frekvence filtru $Q(s)$ je klíčovým návrhovým parametrem kompenzátoru.

5.2.2 Návrh kompenzátoru pomocí rekonstruktoru stavu

Máme-li tuhý systém

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m(t) + d_u(t), \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t) \quad (5.2.8)$$

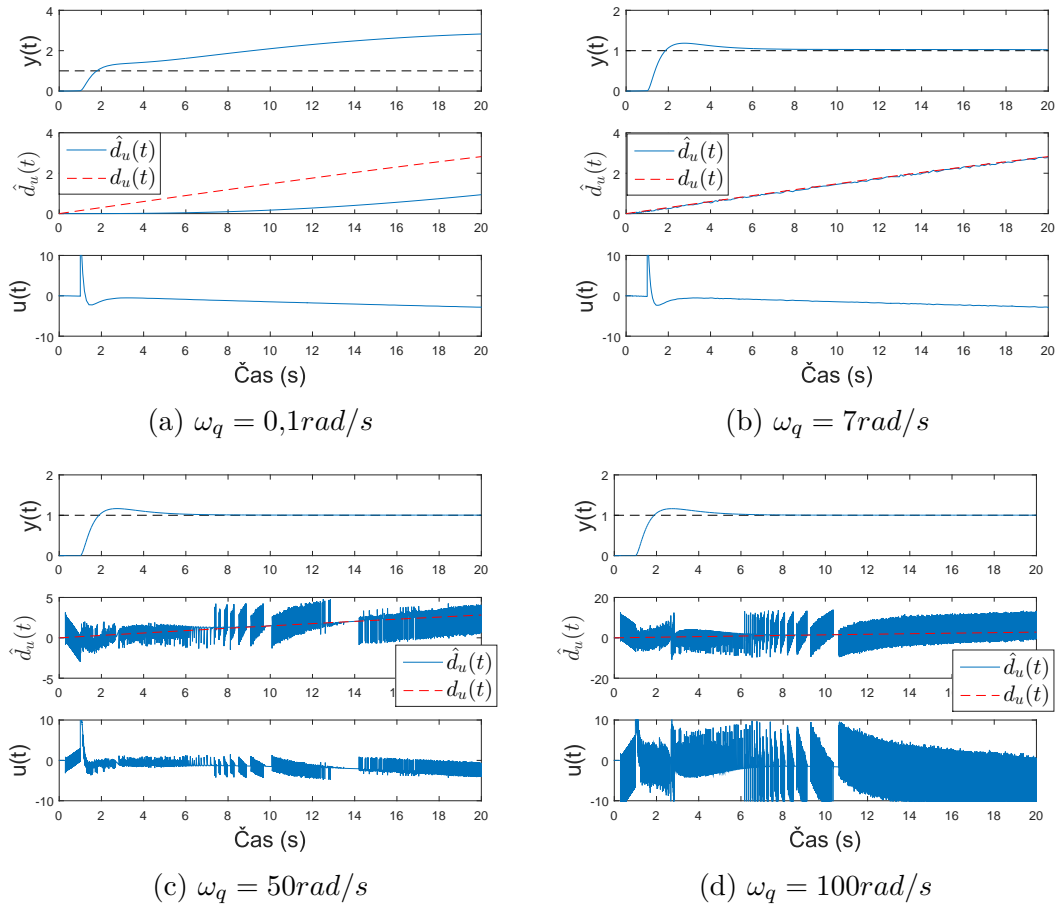
a budeme-li uvažovat, že první časová derivace poruchy $d_u(t)$ je nulová (jedná se tedy o konstantní poruchu), můžeme napsat stavovou reprezentaci rozšířeného systému (o model poruchy)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u(t), \\ y(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (5.2.9)$$

kde $\mathbf{x}(t)$ je vektor stavu

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \omega(t) \\ d_u(t) \end{bmatrix}. \quad (5.2.10)$$

V nejjednodušším případě můžeme pro odhad stavu, jehož součástí je i porucha na vstupu systému, použít úplný rekonstruktor stavu. Efektivnější variantou by bylo



Obrázek 5.2.3: Simulační experiment - základní verze algoritmu ve frekvenční oblasti

využití redukovaného rekonstruktoru a odhadovat tak pouze poruchu, nicméně pro ilustraci algoritmu postačí ten úplný. Úplný rekonstruktor stavu lze popsat rovnicí

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}(y(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)), \quad (5.2.11)$$

kde $\hat{\mathbf{x}}(t)$ je odhad stavu a $\mathbf{L} = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T$ je ziskový vektor, který je třeba určit. Odhad poruchy je

$$\hat{d}_u(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \hat{\mathbf{x}}(t). \quad (5.2.12)$$

Při určení ziskového vektoru lze vyjít z diferenciální rovnice pro chybu rekonstrukce $\mathbf{e}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}(t). \quad (5.2.13)$$

Přirozeným požadavkem je, aby chyba rekonstrukce konvergovala k nule, což bude splněno, pokud matice dynamiky $\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$ bude stabilní. Návrh ziskového vektoru

tedy lze řešit přiřazením stabilních vlastních čísel p_1, p_2, p_3 matici dynamiky chyby rekonstrukce. Jedná se tedy o řešení polynomiální identity

$$\det(\lambda \mathbf{I}_3 - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})) = (\lambda - p_1)(\lambda - p_2)(\lambda - p_3), \quad (5.2.14)$$

kde \mathbf{I}_3 je identická matice dimenze tři. Řešení této rovnosti je

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_1 - p_2 - p_3 \\ p_1 p_2 - (-p_1 - p_2)p_3 \\ -p_1 p_2 p_3 \end{bmatrix}. \quad (5.2.15)$$

Blokové schéma kompenzátoru je na obrázku 5.2.4a.

Pokud vyjdeme z upravené rovnice rekonstruktoru stavu a rovnice pro odhad poruchy ve tvaru

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}) \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}y(t), \quad (5.2.16)$$

$$\hat{d}_u(t) = \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}(t), \quad (5.2.17)$$

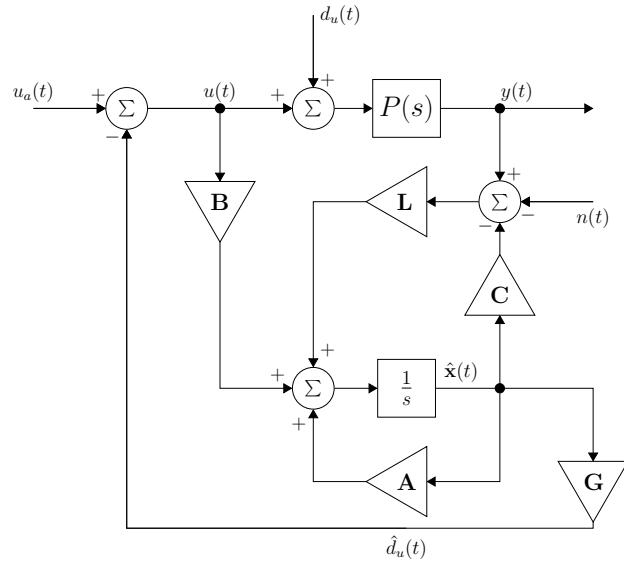
můžeme nakreslit ekvivalentní schéma kompenzátoru (obrázek 5.2.4b), kde

$$O_u(s) = \mathbf{G}(s\mathbf{I}_3 - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}))^{-1} \mathbf{B}, \quad (5.2.18)$$

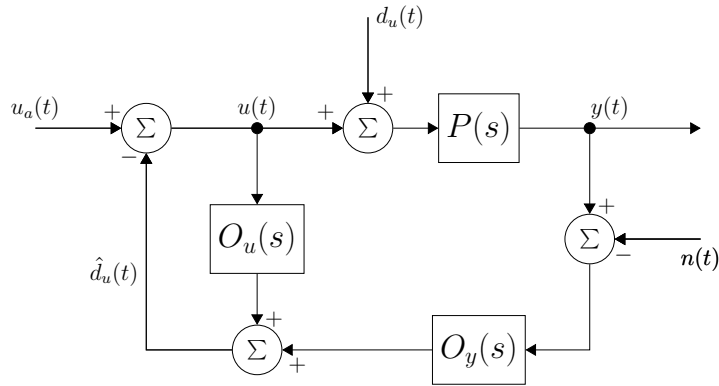
$$O_y(s) = \mathbf{G}(s\mathbf{I}_3 - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}))^{-1} \mathbf{L}. \quad (5.2.19)$$

Je zřejmé, že tento kompenzátor má obdobnou strukturu jako ten navržený ve frekvenční oblasti (obrázek 5.2.1a), liší se pouze postup návrhu filtrů signálů $u(t)$ a $y(t)$. Intuitivnější a méně komplikovaný je návrh ve frekvenční oblasti (při předem zvolené struktuře filtru $Q(s)$ nám zbude pouze jeden návrhový parametr v podobě zlomové frekvence).

Pro sledování referenčního signálu se schéma doplňuje o zpětnovazební regulátor stejným způsobem jako v případě kompenzátoru navrženém ve frekvenční oblasti. Takový řídicí algoritmus byl simulačně vyzkoušen za stejných podmínek jako v části 5.2.1 (stejný systém, nominální model, regulátor, šum měření a vstupní porucha). V tomto případě byl zkoumán vliv vlastních čísel matice dynamiky chyby rekonstrukce na kvalitu regulace. Vlastní čísla byla volena všechna shodná (tedy $p = p_1 = p_2 = p_3$) a jediným návrhovým parametrem je potom p . Abychom dosáhli stability chyby rekonstrukce a tedy její konvergence do nuly, všechna vlastní čísla musí být v levé polorovině komplexní roviny. Parametr p tedy musí být záporný, čím menší ho navíc budeme volit, tím se bude zrychlovat konvergence chyby rekonstrukce. Výsledky simulací jsou na obrázku 5.2.5. Dostáváme, dle očekávání, kvalitativně velmi podobné výsledky jako v případě kompenzátoru navrženém ve frekvenční oblasti. Pro pomalá vlastní čísla (obrázek 5.2.5a), chyba rekonstrukce konverguje k nule velmi pomalu a dostáváme tak špatný odhad $\hat{d}_u(t)$, což se projevuje i na výstupu systému. Vhodně zvolený je poté parametr p na obrázku 5.2.5b, kde dostáváme dobrý odhad vstupní poruchy, a proto i výstup systému sleduje



(a) Základní schéma



(b) Ekvivalentní schéma

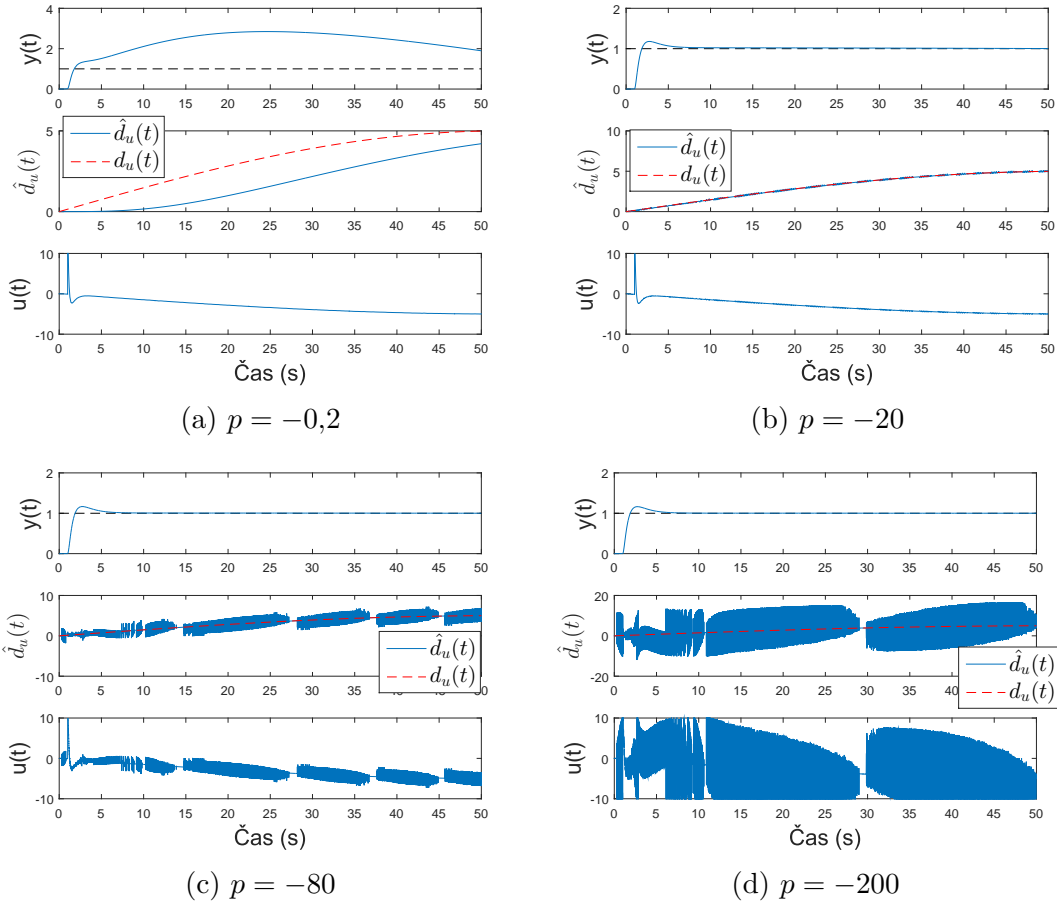
Obrázek 5.2.4: Blokové schéma kompenzátoru s rekonstruktorem stavu

dobře referenční signál. Na obrázcích 5.2.5c a 5.2.5d je dynamika chyby rekonstrukce (daná vlastními čísly její matice) příliš agresivní, to se projeví prudkými změnami v odhadu vstupní poruchy $\hat{d}_u(t)$, které se přenesou i na řízení $u(t)$. Takové chování je, jak již bylo zmíněno, nežádoucí.

Úlohu rekonstrukce stavu lze formulovat i stochasticky. Pokud zdiskretizujeme rozšířený spojitý systém (5.2.9) a přidáme k němu stochastickou část ve formě aditivních šumů stavu $\mathbf{w}(k)$ a měření $\mathbf{v}(k)$, dostaneme diskrétní stochastický popis ve tvaru

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}^d u(k-1) + \mathbf{w}(k-1), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k),\end{aligned}\tag{5.2.20}$$

kde $\mathbf{w}(k)$ a $\mathbf{v}(k)$ jsou bílé šумы s normálním rozložením $\mathbf{w}(k) \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}; \mathbf{Q})$ a $\mathbf{v}(k) \sim$



Obrázek 5.2.5: Simulační experiment - základní verze algoritmu s využitím rekonstruktoru stavu

$\mathcal{N}(\mathbf{0}; \mathbf{R})$. přičemž \mathbf{Q} a \mathbf{R} jsou kovarianční matice stavového šumu a šumu měření. K odhadu stavu takového stochastického systému je vhodné použít tzv. Kalmanův filtr. Algoritmus se většinou konceptualizuje do dvou kroků. V kroku predikce je počítán odhad stavu a kovarianční matice chyby predikce v současném časovém okamžiku $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$, $\mathbf{P}(k|k-1)$ za využití modelu a znalosti filtračního odhadu stavu a kovarianční matice chyby predikce v předešlém časovém okamžiku $\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)$, $\mathbf{P}(k-1|k-1)$ dle rovnic

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) + \mathbf{B}^d u(k-1), \quad (5.2.21)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}. \quad (5.2.22)$$

V kroku filtrace je poté použita informace z měření pro vylepšení současného

prediktivního odhadu dle vztahů

$$\mathbf{L}(k) = \mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^T(\mathbf{HP}(k|k-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (5.2.23)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{L}(k)(y(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)), \quad (5.2.24)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{L}(k)\mathbf{HP}(k|k-1). \quad (5.2.25)$$

5.3 Algoritmus využívající dodatečnou informaci

Tuhý polohový systém (3.2.12) lze v časové oblasti při uvažování poruchy na vstupu $d_u(t)$ popsat rovnicí

$$J \underbrace{\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}}_{\epsilon(t)} = u(t) + d_u(t), \quad (5.3.1)$$

přičemž $u(t) = T_m(t)$. Z toho plyne, že úhlové zrychlení $\epsilon(t)$, které je druhou časovou derivací úhlové dráhy $\varphi(t)$, je přímo úměrné výrazu na pravé straně rovnice, což je vstup zatížený poruchou. Tuto veličinu je tedy možné měřit akcelerometrem (pokud známe moment setrvačnosti J), zároveň je to však stejná veličina, která je v části 5.2.1 odhadována pomocí aproximativní inverze nominálního modelu.

V části 2.1.4 bylo zmíněno, že MEMS senzory (včetně MEMS akcelerometru) jsou zatíženy nízkofrekvenčními poruchami a na nízkých frekvencích tedy nebudou poskytovat přesná měření. Naopak inverze polohového nominálního modelu je v podstatě dvojitý derivátor a jako takový (kromě toho, že jej není možné implementovat) zesiluje vysokofrekvenční šum měření polohy (v případě použití inkrementálního snímače se jedná o kvantizační šum). Nabízí se tedy možnost tyto dva signály vhodně zkombinovat, k čemuž lze použít tzv. komplementární filtraci.

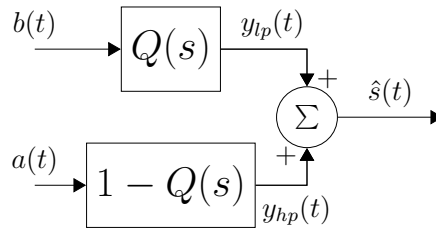
5.3.1 Komplementární filtrace

Uvažujme dva signály $a(t)$, $b(t)$, jejichž užitečné složky (signál bez poruch) $s(t)$ se rovnají. Signál $a(t)$ potom obsahuje aditivní poruchy o nízké frekvenci $v(t)$ a signál $b(t)$ pro změnu ty vysokofrekvenční $n(t)$. Nyní můžeme navrhnout filtr s přenosem $Q(s)$, který bude mít charakter dolní propusti a k němu dostaneme filtr $(1 - Q(s))$, který bude zřejmě horní propustí. Pokud vhodně zvolíme strukturu filtru $Q(s)$ a zejména jeho zlomovou frekvenci, potom je filtr $Q(s)$ schopný potlačit vysokofrekvenční poruchy signálu $b(t)$ a filtr $(1 - Q(s))$ naopak nízkofrekvenční poruchy signálu $a(t)$. Přivedeme-li tedy na vstup $Q(s)$ signál $b(t)$ a na vstup $(1 - Q(s))$ signál $a(t)$ a výstupy obou filtrů $y_{lp}(t)$ a $y_{hp}(t)$ sečteme, dostaneme ve formě Laplaceových obrazů jednotlivých veličin odhad užitečné složky signálu $\hat{s}(t)$

$$\begin{aligned} \hat{S}(s) &= Q(s)B(s) + (1 - Q(s))A(s) = \\ &= Q(s)(S(s) + N(s)) + (1 - Q(s))(S(s) + V(s)) = \\ &= \underbrace{(1 - Q(s) + Q(s))}_{\approx 1} S(s) + \underbrace{Q(s)N(s)}_{\approx 0} + \underbrace{(1 - Q(s))V(s)}_{\approx 0} \approx S(s). \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

Z tohoto vztahu je také zřejmé, že čím přesněji bude platit $Q(s)N(s) \approx 0$ a $(1 - Q(s))V(s) \approx 0$, tedy čím lépe budou oba filtry schopné potlačit poruchy obsažené v signálech, tím přesnější odhad $\hat{s}(t)$ užitečného signálu $s(t)$ dostaneme. Na obrázku 5.3.1 je blokové schéma komplementárního filtru.

Při návrhu komplementárního filtru jsou tedy stěžejní dva problémy, a sice volba struktury dolní propusti $Q(s)$ (tedy typu a řádu filtru) a určení zlomové frekvence tohoto filtru. Na obrázku 5.3.2a jsou v porovnání amplitudové frekvenční



Obrázek 5.3.1: Blokové schéma komplementárního filtru

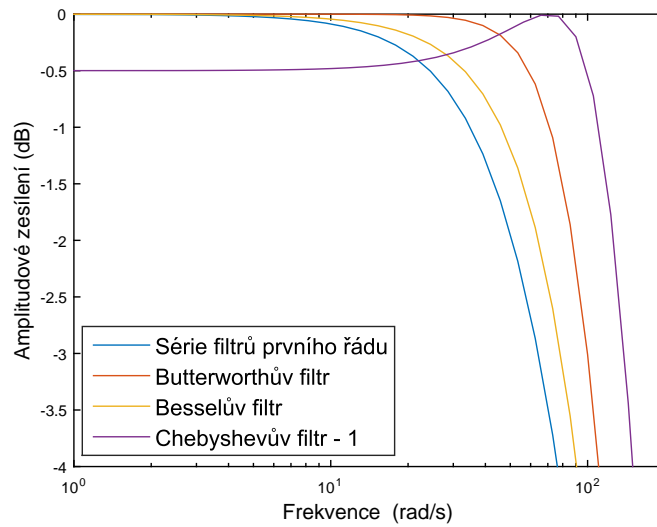
charakteristiky různých filtrů druhého řádu (s charakterem dolní propusti) se zlomovou frekvencí $\omega_q = 100rad/s$ (stejný je i jejich relativní řád a je tedy možné tyto filtry použít pro implementaci aproximativní inverze nominálního modelu polohového systému, jak bylo zmíněno v části 5.2.1).

Vhodnou volbou se jeví být Butterworthův filtr, který na nízkých frekvencích vstupní signál propouští na výstup, na vysokých frekvencích ho tlumí a zároveň má nejstrmější přechod z propustného pásma do nepropustného (na obrázku 5.3.2a v okolí frekvence $\omega = 100rad/s$, což je zvolená zlomová frekvence filtru). Přenos Butterworthova filtru druhého řádu lze vyjádřit ve tvaru

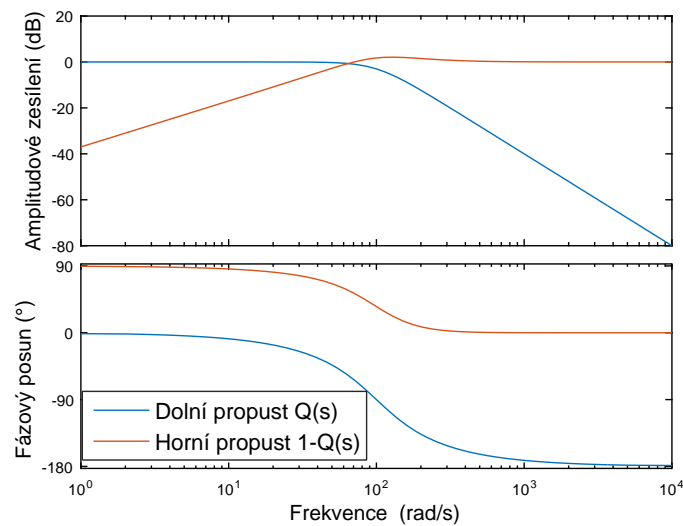
$$Q(s) = \frac{\omega_q^2}{s^2 + 2\xi_q\omega_qs + \omega_q^2}, \quad (5.3.3)$$

přičemž relativní činitel tlumení je vždy $\xi_q = 0,707$ a jediným návrhovým parametrem potom je přirozená (zlomová) frekvence filtru ω_q . Na obrázku 5.3.2b jsou znovu k vidění Bodeho frekvenční charakteristiky takového filtru tentokrát v porovnání s jeho doplňkem $(1 - Q(s))$.

Na obrázcích 5.3.3 jsou pro ilustraci vlivu zlomové frekvence komplementárního filtru na kvalitu odhadu $\hat{s}(t)$ znázorněny výsledky simulačního experimentu. Na vstup dolní propusti $Q(s)$ (Butterworthův filtr druhého řádu) byl přiveden signál $b(t)$, což je užitečný signál $s(t)$ zatížený bílým šumem (tedy vysokofrekvenční poruchou). Na vstup horní propusti $(1 - Q(s))$ byl pak přiveden signál $a(t)$ skládající se z užitečného signálu $s(t)$ a konstantní (nízkofrekvenční) poruchy. Oba signály $b(t)$ a $a(t)$ společně s užitečným signálem $s(t)$, kterým je zde harmonický signál s úhlovou frekvencí $\omega = 2rad/s$, jsou na obrázku 5.3.3a. Na zbylých obrázcích 5.3.3 jsou výsledky simulací opakovaně prováděných při různé volbě zlomové frekvence ω_q Butterworthova filtru. Konkrétně zde můžeme vidět porovnání užitečného signálu $s(t)$ s jeho odhadem $\hat{s}(t)$ a také výstupy obou dílčích filtrů (dolní propusti



(a) Amplitudová charakteristika - detail



(b) Komplementární filtr - frekvenční charakteristiky

Obrázek 5.3.2: Frekvenční charakteristiky filtrů druhého řádu

$y_{lp}(t)$ a horní propusti $y_{hp}(t)$), z kterých lze snadno určit, který ze signálů $a(t)$, $b(t)$ je více zohledněn v odhadu užitečného signálu.

Při velmi malé zlomové frekvenci je zjevně zohledněn převážně signál $a(t)$ s konstantní poruchou, což se neblaze projeví na kvalitě odhadu užitečného signálu. S rostoucím ω_q můžeme sledovat, že komplementární filtr začíná zohledňovat i signál $b(t)$ s vysokofrekvenční poruchou, což má vliv na zlepšenou kvalitu odhadu. Můžeme rovněž sledovat, že v případě kdy je zlomová frekvence ω_q v okolí frekvence

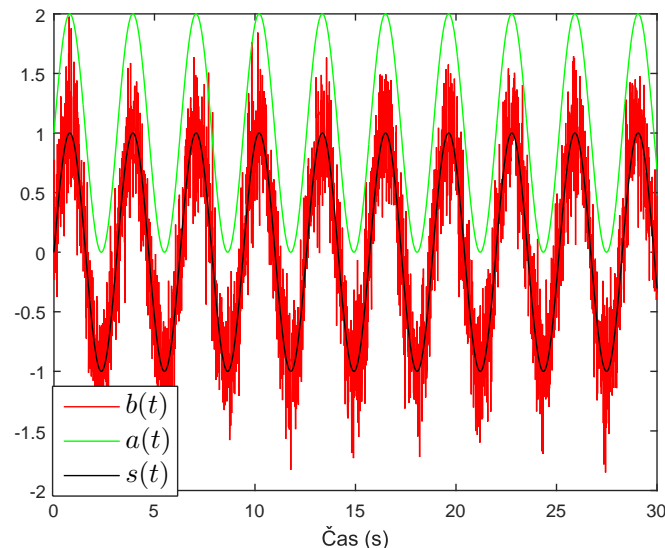
užitečného signálu $\omega = 2\text{rad/s}$ jsou výstupy obou dílčích filtrů fázově posunuté, výhodou komplementárního filtru však je, že po sečtení obou signálů dostáváme odhad se správnou fází. Ve druhém extrémním případě, kdy je zlomová frekvence příliš vysoká, je naopak zohledňován zejména signál $b(t)$ a výsledný odhad obsahuje vysokofrekvenční šum, který není dostatečně potlačen.

5.3.2 Návrh a analýza kompenzátoru

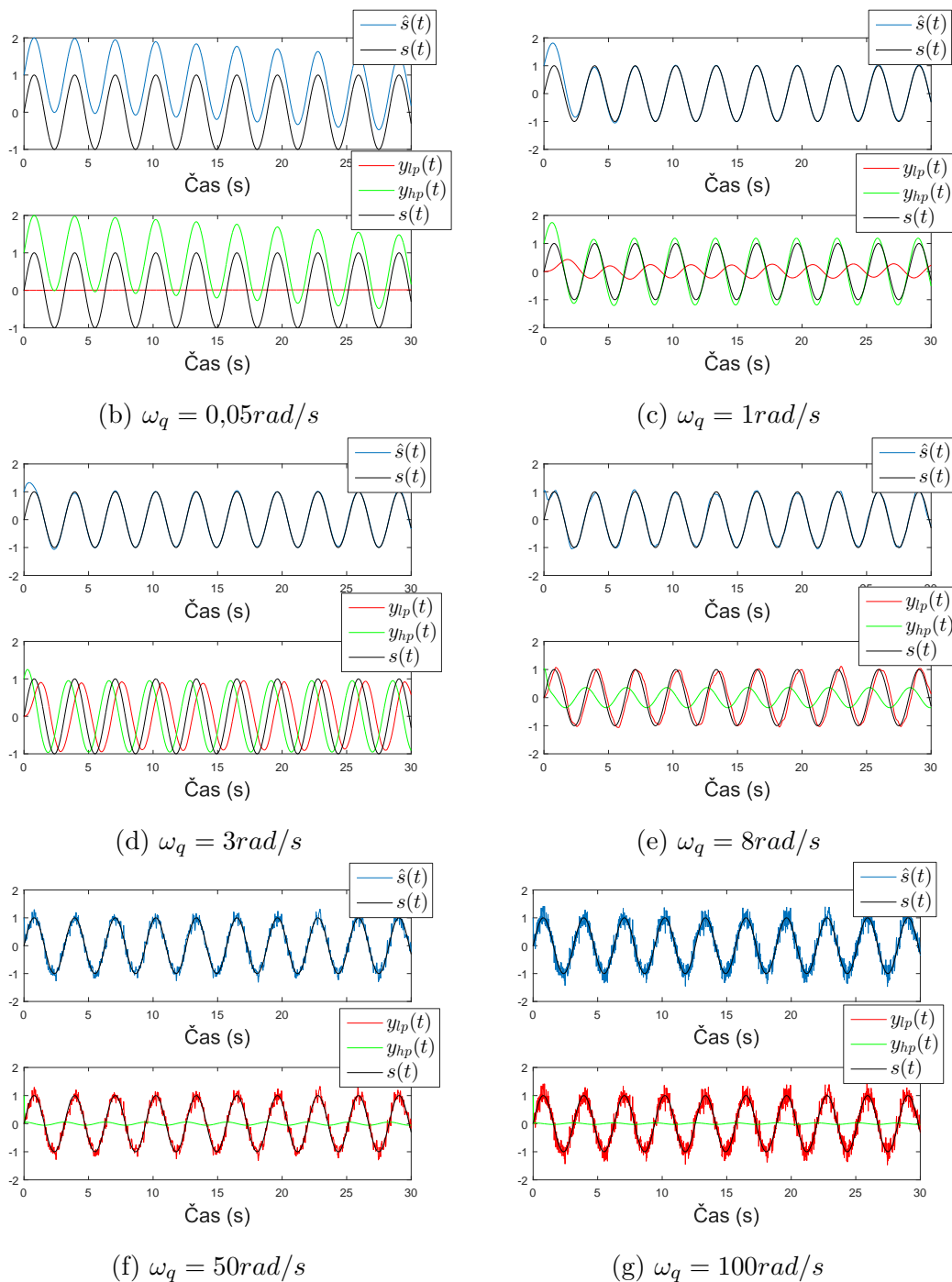
Nyní tedy můžeme s využitím komplementárního filtru využít pro odhad poruchy na vstupu systému $d_u(t)$ (a následné jejího potlačení) i dodatečnou informaci z měření akcelerometru. Blokové schéma kompenzátoru je na obrázku 5.3.4a.

Novým členem je zde přenos $G(s)$. Pokud bychom uvažovali $G(s) = 1$, vyvstali by dva problémy. Za prvé by vznikla rychlá (algebraická) smyčka u řízení $u(t)$ a také porucha měření akcelerometru $v(t)$ bude kromě statického biasu (potlačovaného horní propustí komplementárního filtru) jistě obsahovat i vysokofrekvenční šum, který nechceme propouštět. Oba dva problémy se tedy dají vyřešit, pokud budeme přenos $G(s)$ uvažovat jako dolní propust.

Výhodou kompenzátoru s využitím dodatečné informace oproti základní verzi však je, že propustné frekvenční pásmo filtru $G(s)$ bude moci být pravděpodobně širší než propustné pásmo filtru $Q(s)$. Předpoklad je založen na tom, že filtr $Q(s)$ má, na rozdíl od $G(s)$, na vstup přiveden signál, jehož šum je zesilován dvojitým derivátorem (měřený signál polohy je přiveden na vstup systému $Q(s)P_n^{-1}(s)$). K potlačení tohoto zesíleného šumu je tedy zapotřebí volit zlomovou frekvenci velmi konzervativně. Naopak, pokud bychom vybrali filtr $G(s)$ takový, že jeho amplitudová frekvenční charakteristika bude bez překmitu (to nemusí být velký



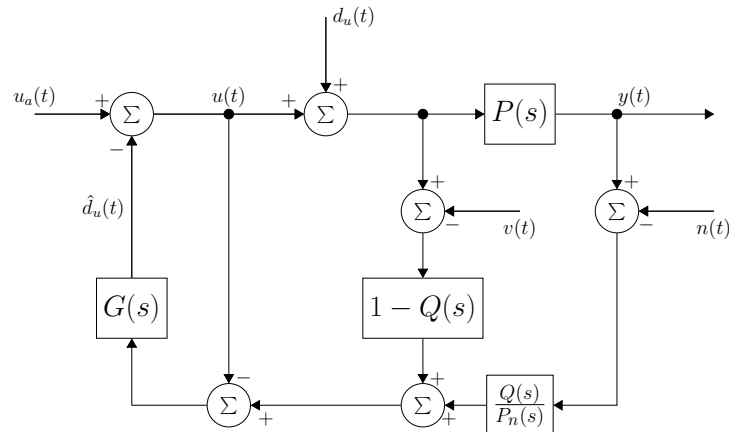
(a) Vstupy filtrů



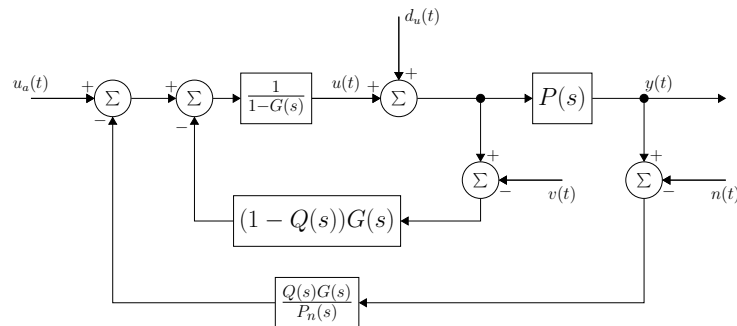
Obrázek 5.3.3: Komplementární filtr - simulační experiment

problém), šum měření akcelerometru bude v nejhorším případě (špatně zvolená zlomová frekvence) propouštěn, nikoliv však zesilován. Z toho důvodu může být propustné pásmo $G(s)$ širší než u filtru $Q(s)$. **Kompenzátor využívající dodatečnou informaci by tedy dle předpokladu měl zvětšit šířku pásma**

regulace a tím zlepšit její kvalitu.



(a) Základní schéma



(b) Ekvivalentní schéma

Obrázek 5.3.4: Schéma kompenzátoru vstupní poruchy s dodatečnou informací

Analýza kompenzátoru ve frekvenční oblasti

Na obrázku 5.3.4b je ekvivalentní schéma kompenzátoru, pomocí něhož lze snáze určit přenosové funkce z exogenních signálů na výstup

$$F_{y,u_a}(s) = \frac{Y(s)}{U_a(s)} = \frac{P(s)P_n(s)}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}, \quad (5.3.4)$$

$$F_{y,d_u}(s) = \frac{Y(s)}{D_u(s)} = \frac{P(s)P_n(s)(1 - G(s))}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}, \quad (5.3.5)$$

$$F_{y,n} = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{P(s)Q(s)G(s)}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}, \quad (5.3.6)$$

$$F_{y,v}(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{P(s)P_n(s)(1 - Q(s))G(s)}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)}. \quad (5.3.7)$$

S využitím těchto přenosů můžeme provést analýzu chování systému. Na nízkých frekvencích, kde přibližně platí $Q(s) \approx 1$ a $G(s) \approx 1$ dostáváme

$$F_{y,u_a}(s) \approx P_n(s), \quad F_{y,d_u} \approx 0, \quad F_{y,n} \approx 1, \quad F_{y,v}(s) \approx 0, \quad (5.3.8)$$

z čehož vyplývá, že na nízkých frekvencích se kompenzátor chová jako nominální systém, na jehož vstup nepůsobí žádná porucha. S výhodou je zde potlačen vliv šumu měření akcelerometru na výstup systému, který se na nízkých frekvencích objevuje (statický bias). Na vyšších frekvencích, kde zhruba platí $Q(s) \approx 0$ a $G(s) \approx 1$ lze psát

$$F_{y,u_a}(s) \approx P(s), \quad F_{y,d_u} \approx 0, \quad F_{y,n} \approx 0, \quad F_{y,v}(s) \approx P(s). \quad (5.3.9)$$

Na těchto frekvencích se kompenzátor chová jako řízený systém s dokonale potlačenou poruchou na vstupu. Vidíme tedy, že skutečně dochází ke zvětšení šířky pásma regulace, kompenzátor je schopen potlačit poruchu i na frekvencích, kde platí $Q(s) \approx 0$. Na vysokých frekvencích, kde platí $Q(s) \approx 0$ a $G(s) \approx 0$ dostáváme

$$F_{y,u_a}(s) \approx P(s), \quad F_{y,d_u} \approx P(s), \quad F_{y,n} \approx 0, \quad F_{y,v}(s) \approx 0, \quad (5.3.10)$$

z čehož je zřejmé, že v takovém případě nemá kompenzátor žádný vliv na potlačení poruchy na vstupu systému.

Požadavky na strukturu filtru $G(s)$ bez zpětnovazebního regulátoru

Pro návrh filtrů $Q(s)$ a $G(s)$ je dále důležité zkoumat jakou strukturu musí mít tyto filtry pro dosažení nulové odezvy výstupu systému v ustáleném stavu obecně na poruchu ve tvaru libovolného polynomu n -tého řádu ($D(s) = \frac{1}{s^{n+1}}$), následně se však omezíme na konstantní poruchu (0. řád polynomu). K tomu využijeme větu o konečné hodnotě

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sF_{y,d_u}(s)D(s) = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{P(s)P_n(s)(1 - G(s))}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + P_n(s)} \frac{1}{s^{n+1}} \stackrel{!}{=} 0. \end{aligned} \quad (5.3.11)$$

Je zřejmé, že velkou roli při vyšetřování limity budou hrát nulové póly řízeného systému a nominálního modelu, zavedeme tedy

$$P(s) = \frac{1}{s^2} \overline{P(s)}, \quad P_n(s) = \frac{1}{s^2} \overline{P_n(s)} \quad (5.3.12)$$

a můžeme vztah (5.3.11) upravit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\overline{P(s)P_n(s)}(1 - G(s))}{Q(s)G(s)(\overline{P(s)} - \overline{P_n(s)}) + \overline{P_n(s)}} \frac{1}{s^{n+2}} \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.3.13)$$

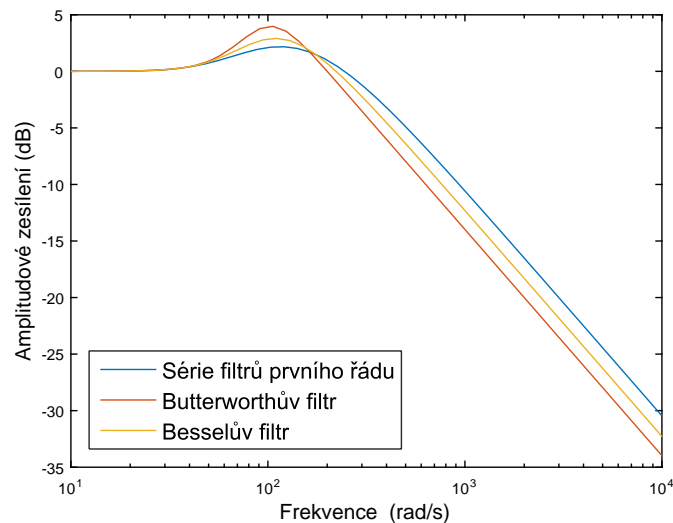
Abychom splnili tuto rovnost, přenos $(1 - G(s))$ musí mít $n + 3$ nul v počátku. Musí být tedy ve tvaru

$$(1 - G(s)) = s^{n+3} \overline{(1 - G(s))} \quad (5.3.14)$$

a $\overline{(1 - G(s))}$ nesmí mít žádný pól v počátku (nesmí tedy dojít ke krácení). Filtr $G(s)$ s minimálním řádem splňující tuto podmínku musí mít tvar

$$G(s) = \frac{a_{n+2}s^{n+2} + \dots + a_0}{s^{n+3} + a_{n+2}s^{n+2} + \dots + a_0}. \quad (5.3.15)$$

Ve speciálním případě, kdy požadujeme nulovou odezvu systému v ustáleném stavu na konstantní poruchu ($n = 0$) je tedy zapotřebí, aby přenos $(1 - G(s))$ měl tři nuly v počátku. Přenos $G(s)$ musí být stabilní, jeho jmenovatel tedy může být stejný jako v případě libovolného filtru (série prvních řádů, Butterworthův filtr, atd.), čítec je potom daný. Taková struktura filtru je omezující, na obrázku 5.3.5 jsou v porovnání amplitudové charakteristiky filtrů, jejichž jmenovatele byly navrženy různými způsoby (konkrétně jako série prvních řádů, jako Butterworthův a Besselův filtr) se zlomovou frekvencí $\omega_g = 100 \text{ rad/s}$. Všechny tyto filtry mají překmit a může tedy docházet k zesilování vysokofrekvenč-



Obrázek 5.3.5: Amplitudové charakteristiky filtrů pro potlačení konstantní poruchy

ního šumu. Zároveň vidíme, že navzdory složitosti filtru (třetí řád), jejich amplitudové charakteristiky vykazují malou strmost v nepropustném pásmu. Ani jeden z těchto filtrů tedy není příliš vhodný pro náš účel, přeci jen nejvhodnější z nich je zřejmě filtr jehož jmenovatel byl určen jako série filtrů prvního řádu.

Na obrázku 5.3.6 jsou potom k vidění výsledky simulací, které byly provedeny za těchto podmínek.

- Přenos řízeného systému a jeho nominálního modelu měl tvar $P(s) = P_n(s) = \frac{1}{s^2}$.
- Šumy $n(t)$ a $v(t)$ nebyly uvažovány, tedy $n(t) = 0$ a $v(t) = 0$.
- Porucha na vstupu systému byla volena jako

$$d_u(t) = \begin{cases} 0; & t < 1 \\ 1; & t \geq 1 \end{cases} .$$

- Filtr $Q(s)$ byl Butterworthovým filtrem druhého řádu se zlomovou frekvencí $\omega_q = 20\text{rad/s}$.
- Struktura filtru $G(s)$ byla volena tak, aby přenos $(1 - G(s))$ měl postupně jednu až tři nuly v počátku. Jmenovatel byl vždy určen jako série prvních řádů se zlomovou frekvencí $\omega_g = 100\text{rad/s}$. Byl tedy zkoumán vliv počtu nul v počátku u přenosu $(1 - G(s))$ na potlačení konstantní poruchy.
- Referenční signál byl volen nulový.

Z obrázků je zřejmé, že pokud má přenos $(1 - G(s))$ v počátku pouze jednu nulu, výstup stále roste, má-li v počátku dvě nuly dostaneme trvalou nenulovou hodnotu výstupu v ustáleném stavu. Dle teoretických předpokladů, kompenzátor s filtrem $G(s)$, pro který platí, že $(1 - G(s))$ má tři nuly v počátku, dokáže v ustáleném stavu konstantní poruchu potlačit.

Požadavky na strukturu filtru $G(s)$ se zpětnovazebním regulátorem

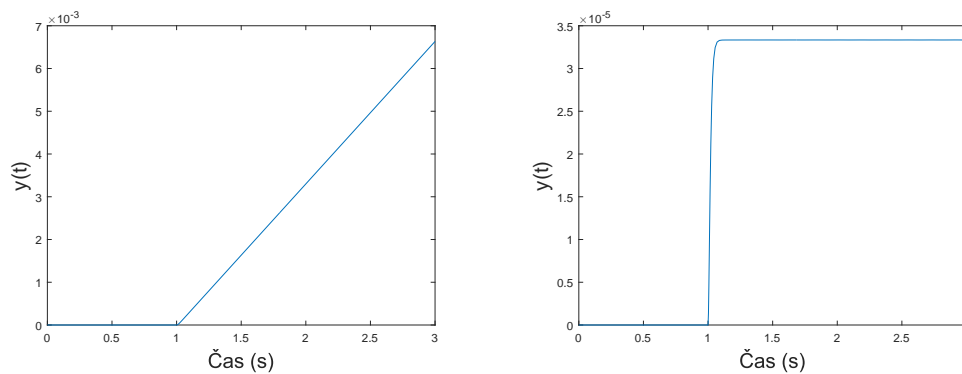
Jak již bylo zmíněno, struktura filtru (5.3.15) je značně limitující. Ve většině aplikací však vyjma potlačení poruchy požadujeme navíc sledování referenčního signálu, proto se sluší prozkoumat, zda se požadavky na strukturu filtru $G(s)$ nezmírní, doplníme-li regulační schéma o zpětnovazební regulátor. Blokové schéma takového systému je na obrázku 5.3.7.

Přenos ze vstupní poruchy na výstup je

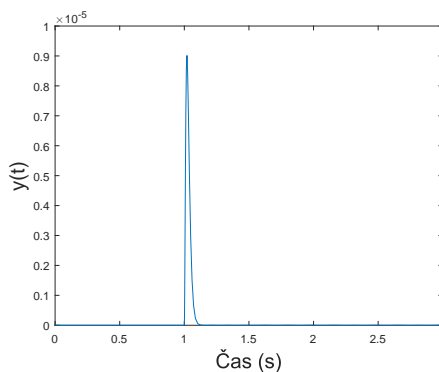
$$F_{y,d_u} = \frac{Y(s)}{D_u(s)} = \frac{P(s)P_n(s)(1 - G(s))}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + (1 + P(s)C(s))P_n(s)}. \quad (5.3.16)$$

S využitím věty o konečné hodnotě, můžeme pro dosažení nulové odezvy výstupu systému v ustáleném stavu na poruchu ve tvaru libovolného polynomu n -tého řádu psát

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{P(s)P_n(s)(1 - G(s))}{Q(s)G(s)(P(s) - P_n(s)) + (1 + P(s)C(s))P_n(s)} \frac{1}{s^{n+1}} \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.3.17)$$



(a) 1 nula v počátku u přenosu $(1 - G(s))$ (b) 2 nuly v počátku u přenosu $(1 - G(s))$



(c) 3 nuly v počátku u přenosu $(1 - G(s))$

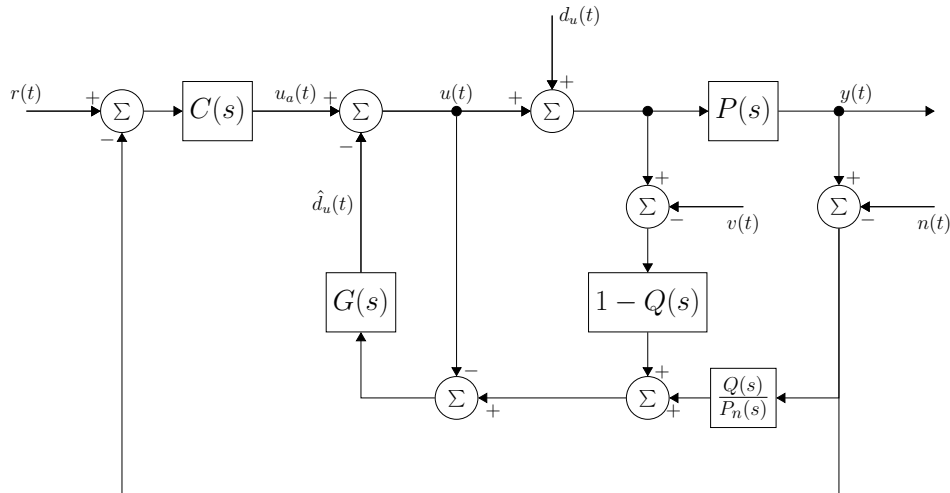
Obrázek 5.3.6: Vliv počtu nul v počátku přenosu $(1 - G(s))$ na odezvu systému na konstantní poruchu

Zavedeme-li nyní znovu značení (5.3.12), můžeme tento vztah upravit do tvaru

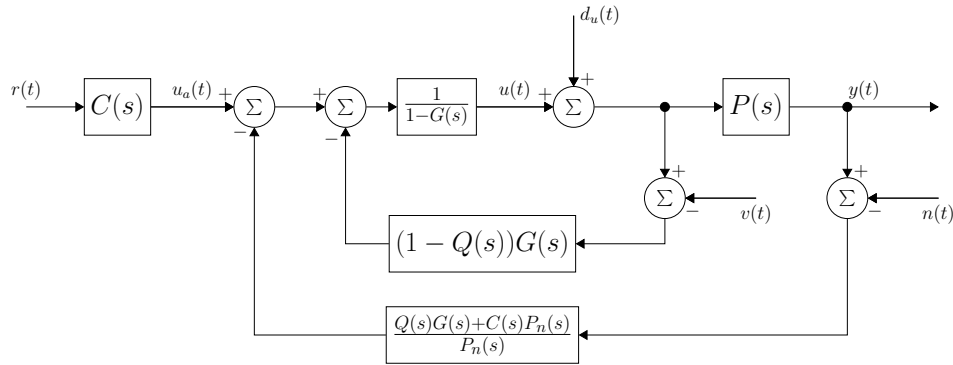
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\overline{P(s)P_n(s)}(1 - G(s))}{s^2 \left[Q(s)G(s)(\overline{P(s)} - \overline{P_n(s)}) + \overline{P_n(s)} \right] + \overline{P(s)P_n(s)}C(s)} \frac{1}{s^n} \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.3.18)$$

V tomto případě tedy záleží na volbě regulátoru $C(s)$. Pokud $C(s)$ nebude mít ani jeden pól a nulu v počátku, potom stačí, aby přenos $(1 - G(s))$ měl v počátku $n + 1$ nul. Pokud by regulátor měl v počátku nulu (derivační člen), pak by přenos $(1 - G(s))$ musel mít v počátku $n + 2$ nul. V případě, že by regulátor měl v počátku pól, stačí n nul v počátku přenosu $(1 - G(s))$.

Můžeme tedy konstatovat, že pro splnění požadavku na potlačení konstantní poruchy ($n = 0$) v ustáleném stavu, nám při použití regulátoru, který nemá žádný pól a žádnou nulu v počátku (tuto podmínku splňuje PD regulátor, který byl již použit při simulačních experimentech u základní verze algoritmu) postačí takový systém, pro který platí,



(a) Základní schéma



(b) Ekvivalentní schéma

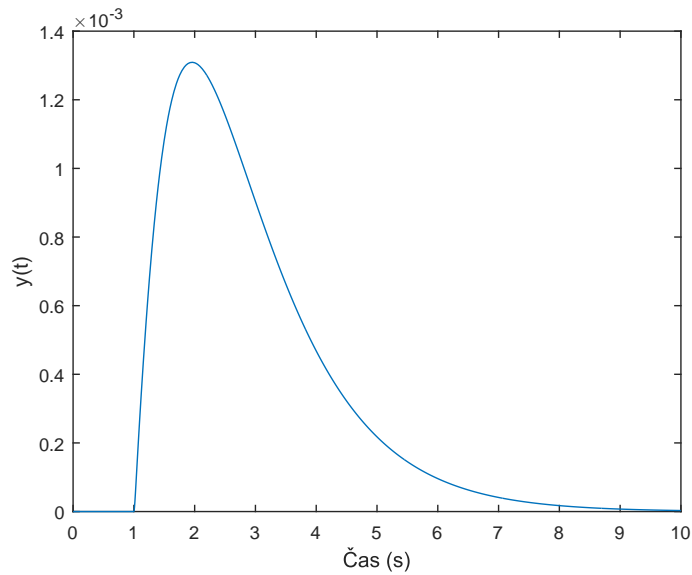
Obrázek 5.3.7: Schéma kompenzátoru vstupní poruchy s dodatečnou informací doplněného o zpětnovazební regulátor

že přenos $(1 - G(s))$ má jednu nulu v počátku. Tomuto požadavku vyhoví libovolný přenos $G(s)$ se statickým zesílením rovným jedné, může to tedy být libovolný filtr. Doplněním řídicího algoritmu o vhodný zpětnovazební regulátor jsme tedy mimo jiné zmírnili přísný požadavek na strukturu filtru $G(s)$ (5.3.15).

Za stejných podmínek jako v případě bez regulátoru byl proveden simulační experiment. Použit byl stejný PD regulátor jako při simulacích v části 5.2.1 a filtr $G(s)$ byl volen prvního řádu se zlomovou frekvencí $\omega_g = 100\text{rad/s}$. Předpoklad byl tedy simulačně potvrzen, což dokládá obrázek 5.3.8.

Nakonec byl proveden simulační test za přítomnosti šumů měření, byly zvoleny následující podmínky.

- Přenos řízeného systému a jeho nominálního modelu měl tvar $P(s) = P_n(s) = \frac{1}{s^2}$.

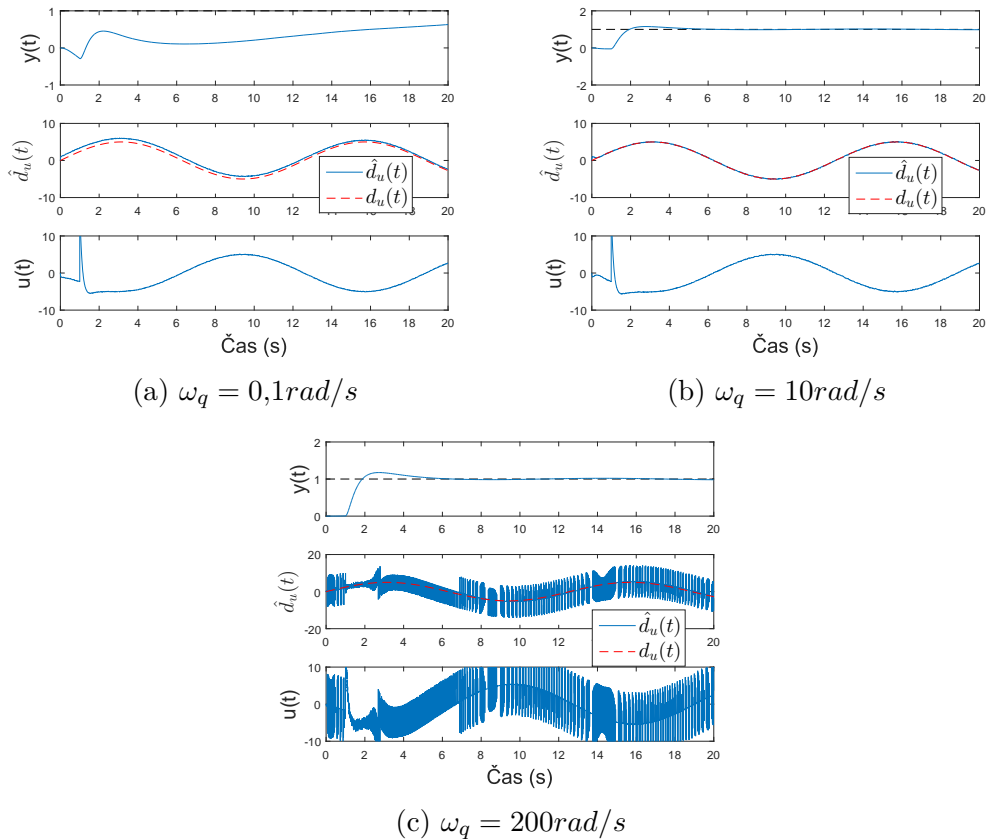


Obrázek 5.3.8: Odezva výstupu na konstantní poruchu - zpětnovazební regulátor, filtr $G(s)$ prvního řádu

- Zpětnovazební regulátor byl nejprve navržen jako ideální PD regulátor metodou přiřazení pólů ($p_1 = p_2 = -1$) uzavřené smyčky. Tento přenos byl následně vynásoben filtrem prvního řádu se zlomovou frekvencí $\omega_c = 10rad/s$, aby byla zajištěna ryzost přenosu a filtrace derivační složky.
- Šum IRC senzoru $n(t)$ byl kvantizační šum vzniklý kvantováním s kvantizační úrovní $q_{úroveň} = \frac{2\pi}{5000}$.
- Šum akcelerometru $v(t)$ byl modelován bílým šumem s normálním rozdělením $v(t) \sim \mathcal{N}(1; 0,005)$. Takový signál modeluje jak statický bias, tak vysokofrekvenční šum.
- Porucha na vstupu systému byla volena jako harmonická $d_u(t) = A_{d_u} \sin(\omega_{d_u} t)$, kde $A_{d_u} = 5$ a $\omega_{d_u} = 0,5rad/s$.
- Filtr $G(s)$ byl volen prvního řádu se zlomovou frekvencí $\omega_g = 100rad/s$.
- Filtr $Q(s)$ byl volen jako Butterworthův filtr druhého řádu a byl zkoumán vliv volby zlomové frekvence ω_q na kvalitu regulace.
- Referenční signál byl volen jako skoková změna z hodnoty $r(t) = 0$ na hodnotu $r(t) = 1$ v čase $t = 1s$.

Výsledky experimentů jsou na obrázku 5.3.9. Při malé zlomové frekvenci ω_q (obrázek 5.3.9a) můžeme pozorovat velmi pomalé vysledování vstupní poruchy, což

je způsobeno přítomností statického biasu v měření akcelerometru (tato nízkofrekvenční porucha není dostatečně potlačena). Tento jev se samozřejmě projeví v negativním směru i na výstupu řízeného systému. Při vhodném nastavení zlomové frekvence filtru $Q(s)$ dosahuje řídicí smyčka dobrých výsledků, což je podloženo průběhem signálů na obrázku 5.3.9b. Pokud zvolíme zlomovou frekvenci ω_q příliš vysokou (obrázek 5.3.9c), dochází opět k zesilování vysokofrekvenčního šumu, což se zle promítne na odhadu vstupní poruchy $\hat{d}_u(t)$ a zejména potom na řízení $u(t)$.



Obrázek 5.3.9: Simulační experiment - verze algoritmu využívající dodatečnou informaci

Řízení rychlosti

Pro řízení rychlosti je samozřejmě rovněž možné tuto metodu použít. Rychlostní smyčka je prvního řádu, a proto i filtr $Q(s)$ postačí prvního řádu. Jako zpětnovazební regulátor může posloužit PI regulátor, pomocí kterého je možné libovolně přiřadit oba póly uzavřené smyčky. Je také zřejmé, že rychlostní uzavřená smyčka s PI regulátorem bude mít při vhodné volbě parametrů regulátoru totožný tvar jako uzavřená polohová smyčka s ideálním PD regulátorem. Z toho tedy vyplývá, že závěry a poznatky získané z analýzy a simulačních experimentů pro polohový

system se dají zobecnit i na ten rychlostní. Pokud bychom se stejně jako v případě řízení polohy zajímali o strukturu filtru $G(s)$ pro dosažení nulové odezvy výstupu systému (uzavřené smyčky s kompenzátorem vstupní poruchy) na poruchu ve tvaru libovolného polynomu n -tého řádu a budeme-li uvažovat

$$P(s) = \frac{1}{s} \overline{P(s)}, \quad P_n(s) = \frac{1}{s} \overline{P_n(s)}, \quad (5.3.19)$$

můžeme s využitím věty o konečné hodnotě analogicky jako v případě řízení polohy psát

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\overline{P(s)P_n(s)(1-G(s))}}{s \left[Q(s)G(s)(\overline{P(s)} - \overline{P_n(s)}) + \overline{P_n(s)} \right] + \overline{P(s)P_n(s)C(s)}} \frac{1}{s^n} \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.3.20)$$

Můžeme tedy konstatovat, že pokud regulátor bude mít jeden pól v počátku, což odpovídá PI regulátoru, potom pro potlačení poruchy ve tvaru polynomu n -tého řádu postačí, aby přenos $(1-G(s))$ měl v počátku n nul. Použijeme-li tedy PI regulátor a filtr $G(s)$ zvolíme prvního řádu, potom je systém schopen v ustáleném stavu potlačit na výstupu systému dokonce poruchu ve tvaru lineární funkce, nikoliv pouze konstantní poruchu.

5.4 Porovnání algoritmů

Jak již bylo zmíněno v části 5.3.2, algoritmus s využitím dodatečně informace by oproti základní verzi měl mít širší frekvenční pásmo regulace. Takový řídicí systém by tedy měl být schopen potlačit vstupní poruchy se širším frekvenčním spektrem. Toto tvrzení lze podpořit rovněž simulačním experimentem, který byl proveden za těchto podmínek.

- Přenos řízeného systému a jeho nominálního modelu měl tvar $P(s) = P_n(s) = \frac{1}{s^2}$.
- Zpětnovazební regulátor byl nejprve navržen jako ideální PD regulátor metodou přiřazení pólů ($p_1 = p_2 = -1$) uzavřené smyčky. Tento přenos byl následně vynásoben filtrem prvního řádu se zlomovou frekvencí $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$, aby byla zajištěna ryzost přenosu a filtrace derivační složky.
- Šum IRC senzoru $n(t)$ byl kvantizační šum vzniklý kvantováním s kvantizační úrovní $q_{\text{úroveň}} = \frac{2\pi}{5000}$.
- Šum akcelerometru $v(t)$ byl modelován bílým šumem s normálním rozdělením $v(t) \sim \mathcal{N}(1; 0,005)$. Takový signál modeluje jak statický bias, tak vysokofrekvenční šum.

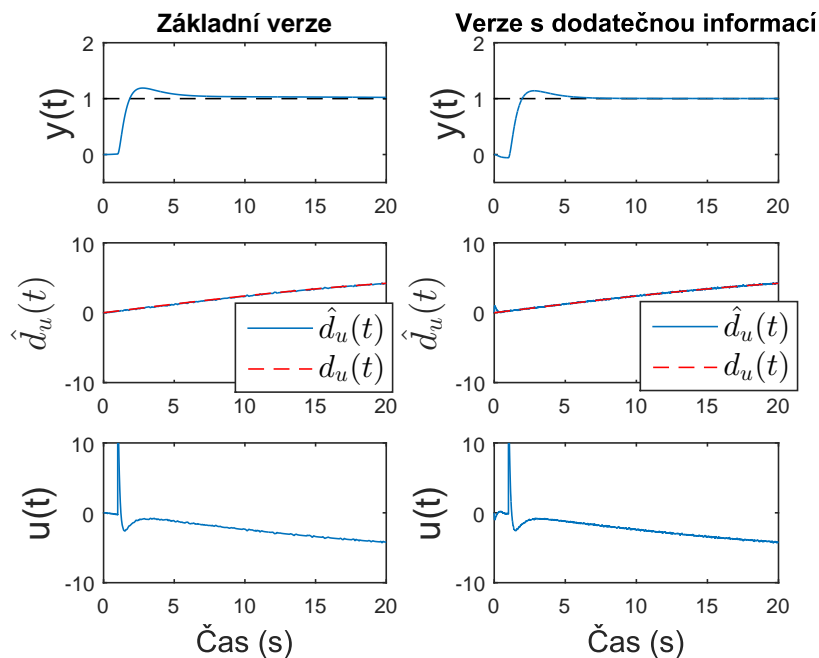
- Filtr $Q(s)$ byl volen jako Butterworthův filtr druhého řádu se zlomovou frekvencí $\omega_q = 10\text{rad/s}$. Při vyšší zlomové frekvenci by již docházelo k zesilování kvantizačního šumu. V případě algoritmu s využitím dodatečné informace by naopak při výrazně nižší zlomové frekvenci nebyl komplementární filtr schopen dostatečně potlačit statický bias.
- Filtr $G(s)$ byl u algoritmu s využitím dodatečné informace volen prvního řádu se zlomovou frekvencí $\omega_g = 100\text{rad/s}$.
- Porucha na vstupu systému byla volena jako harmonická $d_u(t) = A_{d_u} \sin(\omega_{d_u} t)$, kde $A_{d_u} = 5$. Byl zkoumán vliv úhlové frekvence harmonické poruchy ω_{d_u} na kvalitu regulace při využití obou algoritmů.
- Referenční signál byl volen jako skoková změna z hodnoty $r(t) = 0$ na hodnotu $r(t) = 1$ v čase $t = 1\text{s}$.

Výsledky experimentu jsou na obrázku 5.4.1. Pro velmi nízkou frekvenci ω_{d_u} poruchy $d_u(t)$ není znatelný rozdíl v kvalitě regulace, protože oba dva algoritmy dovedou vstupní poruchu vysledovat a posléze i potlačit. Se zvyšující ω_{d_u} je znát, že základní verze algoritmu není schopna poruchu přesně vysledovat, což má neblahý vliv na kvalitu regulace (výstup systému není schopen sledovat referenční signál). Naopak při použití algoritmu s dodatečnou informací dostáváme stále velmi dobrý odhad $\hat{d}_u(t)$ poruchy $d_u(t)$, a proto i velmi dobrou kvalitu regulace (výstup systému sleduje referenční signál). S dalším zvyšováním frekvence poruchy nad určitou mez se opět kvalita regulace při využití obou algoritmů příliš neliší. To je dáno tím, že poruchu s dostatečně vysokou frekvencí tlumí přímo řízený systém $P(s)$, vysoké frekvence poruchy (nad jistou mez) tedy není zapotřebí potlačovat řízením. Šířku frekvenčního spektra poruchy, kterou chceme potlačovat kompenzátořem (konkrétně tedy řízením $u(t)$), lze určit volbou zlomové frekvence ω_g filtru $G(s)$. Z výsledků simulačního experimentu je však zřejmé, že využitím algoritmu s dodatečnou informací (tedy rozšířením pásma regulace) výrazně vylepšíme chování uzavřené smyčky.

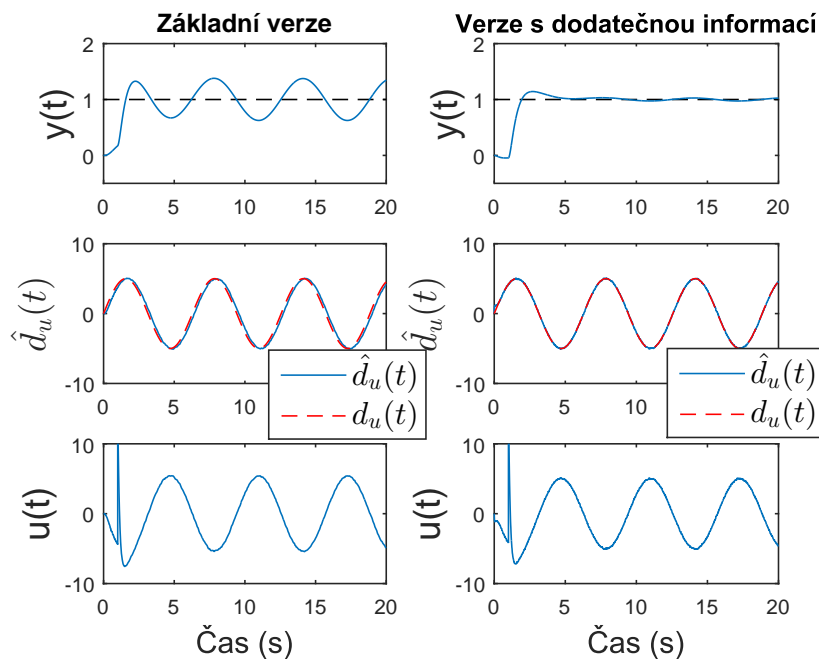
Tvrzení, že algoritmus s využitím dodatečné informace zlepšuje kvalitu regulace, lze navíc ještě doložit porovnáním amplitudových frekvenčních charakteristik přenosů ze vstupní poruchy na výstup (5.2.7) a (5.3.16). Amplitudové charakteristiky jsou na obrázku 5.4.2a při využití stejného nastavení všech parametrů systému jako tomu bylo při simulačním experimentu. Na obrázku 5.4.2b jsou potom amplitudové charakteristiky přenosů ze šumu měření polohy $n(t)$ na výstup $y(t)$ pro základní verzi algoritmu a algoritmus s využitím dodatečné informace. Vidíme, že na vysokých frekvencích, kde platí $G(s) \approx 0$, dosáhneme lepšího potlačení šumu v případě algoritmu s dodatečnou informací.

5.5 Možnosti ladění návrhových parametrů algoritmu

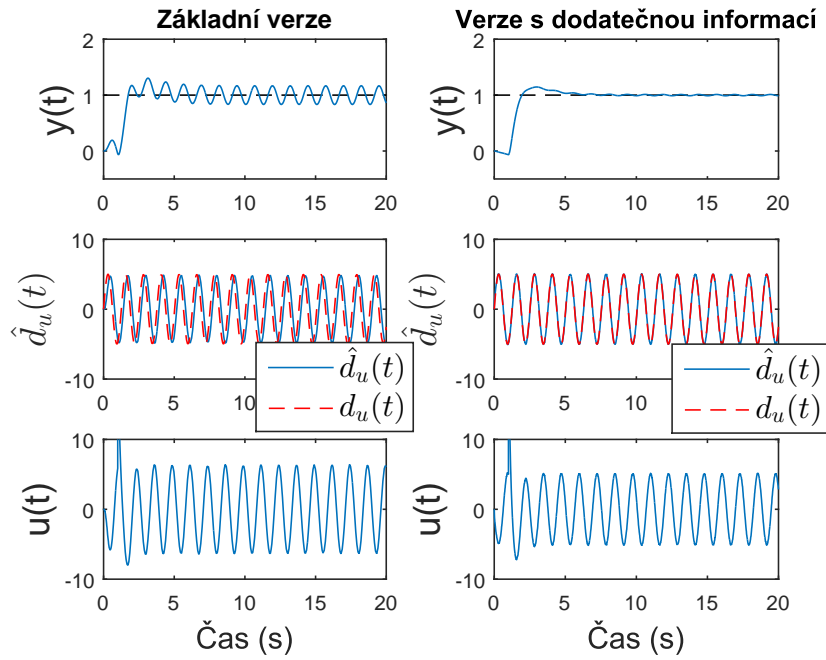
V případě řízení polohy s využitím kompenzátoru vstupní poruchy budeme uvažovat, že zpětnovazební regulátor bude PD regulátorem s filtrovanou derivační



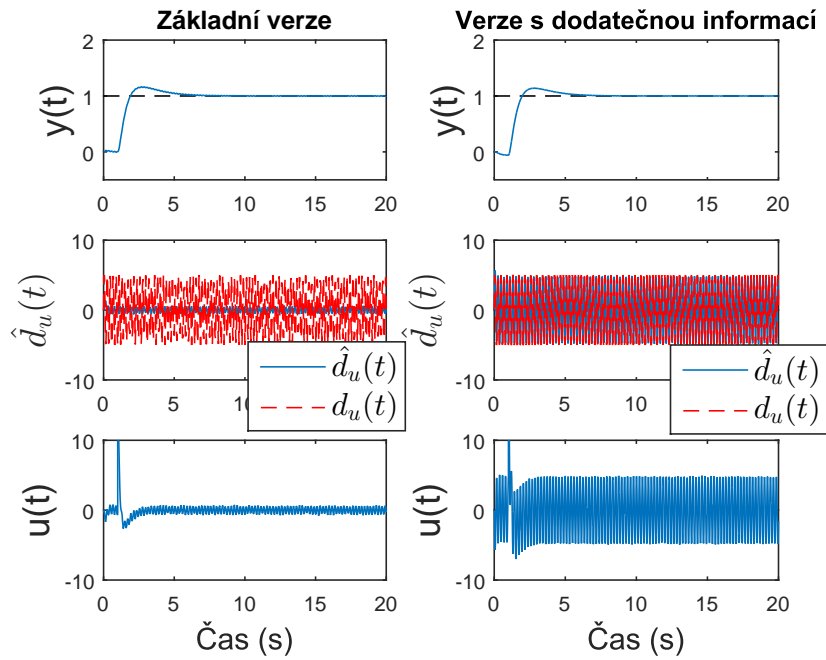
(a) $\omega_{d_u} = 0,05 \text{ rad/s}$



(b) $\omega_{d_u} = 1 \text{ rad/s}$



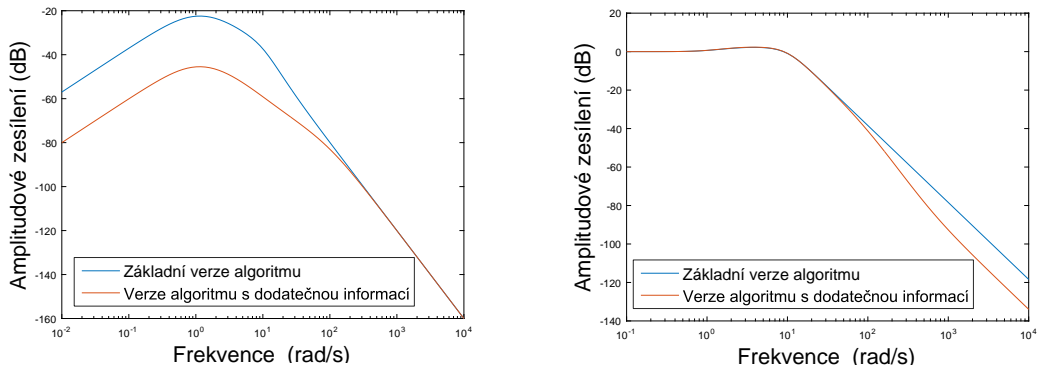
(c) $\omega_{d_u} = 5\text{rad/s}$



(d) $\omega_{d_u} = 30\text{rad/s}$

Obrázek 5.4.1: Simulační experiment - porovnání algoritmů

složkou zavedenou od výstupu řízeného systému, filtr $Q(s)$ bude Butterworthův filtr druhého řádu, filtr $G(s)$ prvního řádu a nominální model řízeného systému



(a) Přenos z poruchy $\hat{d}_u(t)$ na výstup $y(t)$ (b) Přenos ze šumu $n(t)$ na výstup $y(t)$

Obrázek 5.4.2: Porovnání amplitudových charakteristik přenosů při použití obou algoritmů

popsaný přenosem $P_n(s) = \frac{1}{Js^2}$. V případě rychlostní regulace potom využijeme PI regulátor, filtry $Q(s)$ i $G(s)$ prvního řádu a nominální model ve tvaru $P_n(s) = \frac{1}{Js}$. Důvody, které vedou k volbám takovýchto struktur subsystémů řídicího algoritmu, byly popsány v předchozích částech. V obou případech (řízení polohy i rychlosti) tedy dostaneme jeden parametr nominálního modelu řízeného systému a po jednou návrhovém parametru u obou filtrů $Q(s)$ a $G(s)$. PI regulátor rychlosti má potom parametry dva, PD regulátor polohy má navíc ještě časovou konstantu filtru derivace složky, která je převrácenou hodnotou jeho zlomové frekvence. Možnosti volby těchto návrhových parametrů jsou popsány v následujících bodech.

- Přirozeným požadavkem je, aby nominální model $P_n(s)$ odpovídal, co možná nejpřesněji, řízenému systému $P(s)$. Parametr J (moment setrvačnosti) je tedy vhodné získat z identifikačního experimentu provedeném na řízeném systému $P(s)$.
- Parametry PI regulátoru K_p a K_i je možné vypočítat přiřazením pólů uzavřené smyčky (zde opět využijeme identifikovaný model řízeného systému). Póly je rozumné volit reálné (kmitavý přechodový děj je nežádoucí) a samozřejmě záporné (stabilita uzavřené smyčky je elementárním požadavkem). Čím menší je navíc budeme volit, tím rychlejší uzavřenou smyčku dostaneme. Stejným způsobem můžeme vypočítat parametry PD regulátoru K_p a K_d , pokud (pouze) při výpočtu budeme uvažovat ideální PD regulátor. Filtrační zlomovou frekvenci pak lze určit experimentálně. Cílem je dosáhnout chování derivátoru na co možná nejširším frekvenčním pásmu, proto požadujeme velkou hodnotou této zlomové frekvence. Budeme ji tedy postupně navyšovat, dokud nebude docházet k zesilování kvantizačního šumu IRC čidla na výstupu regulátoru.
- Při volbě zlomové frekvence ω_q filtru $Q(s)$ je možné začít u základní verze

algoritmu. Parametr ω_q budeme opět zvětšovat, dokud se na řízení (a také na odhadu poruchy) nepříznivě neprojeví zesílený šum měření (to je nežádoucí jev). Při implementaci algoritmu s dodatečnou informací pak bude možné (v případě, že by se na výstupu systému projevovali nízkofrekvenční poruchy měření akcelerometru) zlomovou frekvenci ω_q ještě o něco navýšit, protože vysokofrekvenční kvantizační šum IRC čidla bude navíc potlačován filtrem $G(s)$.

- Pro dosažení co možná největší šířky pásma regulace požadujeme co možná největší zlomovou frekvenci ω_g filtru $G(s)$. Její velikost vhodně omezíme v případě, že by se na řízení začal nepříznivě projevovat vysokofrekvenční šum měření akcelerometru, nebo v případě, že by rekonstruktor poruchy byl příliš rychlý a řízení by v důsledku potlačovalo i část vysokofrekvenčního spektra poruchy, které již potlačuje samotný řízený systém. S tím samozřejmě souvisí velmi rychlé změny řízení, které jsou v tomto případě nežádoucí.

6 Řízení pružného dvoumotového systému s virtuální změnou poměru rezonancí

6.1 Dosažitelná kvalita regulace rychlosti a polohy s využitím PI, respektive PD regulátoru

Uvažujme pružný dvoumotový rychlostní systém popsany přenosy (3.2.7) a (3.2.8). Nyní pro jednoduchost zanedbáme tlumení, tedy $K_v = 0$, $\xi_z = 0$, a znormujeme přenos jak v zesílení ($K_1 = 1$), tak v čase ($\omega_z = 1$). Po těchto úpravách dostaneme přenosy systému

$$P_{\omega_m, T_m}(s) = \frac{w_m(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{s} \frac{s^2 + 1}{s^2 + r^2}, \quad (6.1.1)$$

$$P_{\omega_l, T_m}(s) = \frac{w_l(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{s} \frac{1}{s^2 + r^2}, \quad (6.1.2)$$

kde

$$r = \frac{\omega_p}{\omega_z} = \sqrt{1 + \frac{J_l}{J_m}} \quad (6.1.3)$$

je tzv. poměr rezonancí, tedy poměr přirozené (rezonanční) frekvence pólů přenosů (3.2.7), (3.2.8) a přirozené (antirezonanční) frekvence nul přenosu (3.2.7). Vidíme, že poměr rezonancí je závislý na poměru momentů setrvačnosti J_l , J_m , což jsou fyzikální parametry systému. Takový systém odpovídá výběru fyzikálních parametrů

$$J_m = 1, \quad J_l = r^2 - 1, \quad K_k = J_l. \quad (6.1.4)$$

Budeme-li nyní uvažovat PI regulátor s přenosem

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s}, \quad (6.1.5)$$

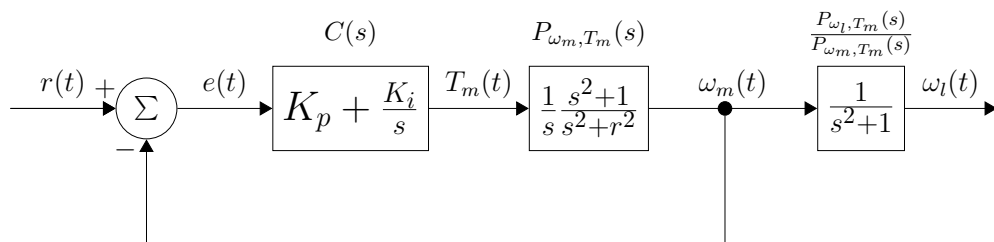
a zpětnou vazbu od rychlosti motoru ω_m , přenos uzavřené smyčky bude

$$F_{\omega_m, r}(s) = \frac{\omega_m(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P_{\omega_l, T_m}(s)}{1 + C(s)P_{\omega_l, T_m}(s)} = \frac{(K_p s + K_i)(s^2 + 1)}{s^4 + K_p s^3 + (r^2 + K_i)s^2 + K_p s + K_i}. \quad (6.1.6)$$

Přenos od referenčního signálu $r(t)$ na rychlost zátěže ω_l potom je

$$F_{\omega_l, r}(s) = \frac{\omega_l(s)}{R(s)} = F_{\omega_m, r}(s) \frac{P_{\omega_l, T_m}(s)}{P_{\omega_m, T_m}(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s^4 + K_p s^3 + (r^2 + K_i)s^2 + K_p s + K_i}. \quad (6.1.7)$$

Oba přenosy mají stejné póly, přenos $F_{\omega_l, r}(s)$ pak na rozdíl od $F_{\omega_m, r}(s)$ postrádá dvojici komplexně sdružených nul, má pouze jednu reálnou nulu danou regulátorem. Blokové schéma uzavřené smyčky je na obrázku 6.1.1.



Obrázek 6.1.1: Uzavřená smyčka s normovaným dvoumotovým systémem

Charakteristický polynom uzavřené smyčky

$$a_z(s) = s^4 + K_p s^3 + (r^2 + K_i)s^2 + K_p s + K_i \quad (6.1.8)$$

je čtvrtého řádu a regulátor má pouze dva nezávislé parametry K_p , K_i . Z toho vyplývá, že zpětnou vazbou můžeme libovolně přiřadit pouze dva póly, zbylé dva potom budou určeny (dané) jako funkce poměru rezonancí a oněch dvou libovolně přiřazených pólů. Mějme tedy požadovaný charakteristický polynom uzavřené smyčky

$$\begin{aligned} a_z^w(s) &= (s^2 + 2\xi^w \omega^w s + \omega^{w2})(s^2 + 2\xi^a \omega^a s + \omega^{a2}) = \\ &= s^4 + (2\omega^a \xi^a + 2\omega^w \xi^w)s^3 + (4\omega^a \omega^w \xi^a \xi^w + \omega^{a2} + \omega^{w2})s^2 + \\ &\quad + (2\omega^{a2} \omega^w \xi^w + 2\omega^a \omega^{w2} \xi^a)s + \omega^{w2} \omega^{a2}, \end{aligned} \quad (6.1.9)$$

kde ω^w a ξ^w jsou přiřazená frekvence a relativní činitel tlumení páru libovolně přiřaditelných pólů, ω^a a ξ^a jsou přiřazená frekvence a relativní činitel tlumení

páru určených pólů uzavřené smyčky. Položíme-li nyní $a_z(s) = a_z^w(s)$, dostaneme soustavu rovnic

$$K_p = 2\omega^a \xi^a + 2\omega^w \xi^w, \quad (6.1.10)$$

$$K_i = \omega^{w^2} \omega^{a^2}, \quad (6.1.11)$$

$$r^2 + \omega^{w^2} \omega^{a^2} = 4\omega^a \omega^w \xi^a \xi^w + \omega^{a^2} + \omega^{w^2}, \quad (6.1.12)$$

$$\omega^a \xi^a + \omega^w \xi^w = \omega^{a^2} \omega^w \xi^w + \omega^a \omega^{w^2} \xi^a. \quad (6.1.13)$$

Vyřešením této soustavy dostaneme vztahy pro parametry regulátoru a také pro vlastní frekvenci a relativní činitel tlumení určeného páru pólů uzavřené smyčky

$$K_p = \frac{2\xi^w \omega^{w^5} + (8\xi^{w^3} - 4\xi^w) \omega^{w^3} + 2\xi^w r^2 \omega^w}{\omega^{w^4} + (4\xi^{w^2} - 2) \omega^{w^2} + 1}, \quad (6.1.14)$$

$$K_i = \frac{\omega^{w^6} + (4\xi^{w^2} - r^2 - 1) \omega^{w^4} + r^2 \omega^{w^2}}{\omega^{w^4} + (4\xi^{w^2} - 2) \omega^{w^2} + 1}, \quad (6.1.15)$$

$$\omega^a = \sqrt{\frac{\omega^{w^4} - (r^2 - 4\xi^{w^2} + 1) \omega^{w^2} + r^2}{\omega^{w^4} + (4\xi^{w^2} - 2) \omega^{w^2} + 1}}, \quad (6.1.16)$$

$$\xi^a = \frac{(r^2 - 1) \omega^w \xi^w}{\omega^a (\omega^{w^4} + (4\xi^{w^2} - 2) \omega^{w^2} + 1)}. \quad (6.1.17)$$

Rovnici (6.1.13) lze upravit do tvaru

$$\xi^w \omega^w (1 - \omega^{a^2}) = \xi^a \omega^a (\omega^{w^2} - 1), \quad (6.1.18)$$

z čehož vyplývá, že přirozené frekvence ω^w a ω^a nemohou být současně větší než jedna. Největší dosažitelná šířka pásma uzavřené smyčky je tedy v tomto případě (normovaný řízený systém) rovna jedné.

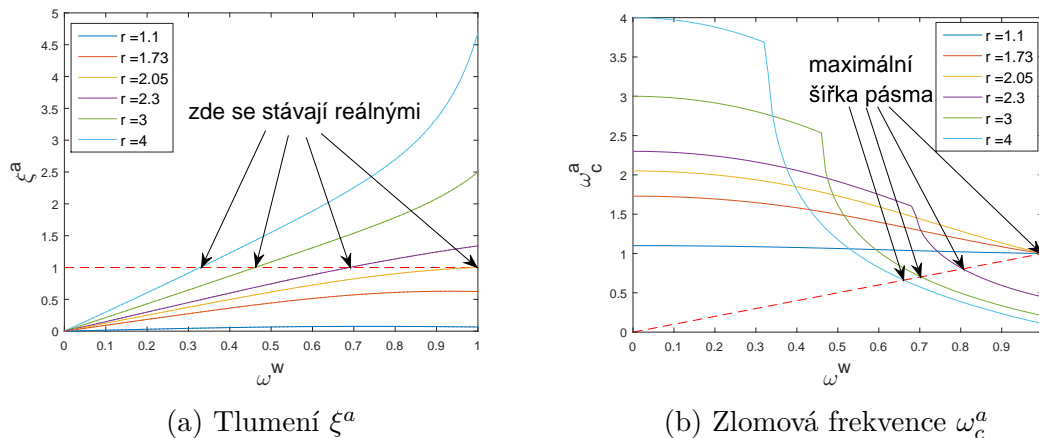
Kvalita regulace (zejména šířka pásma a kmitavost uzavřené smyčky) ovlivněná polohou určených pólů uzavřené smyčky závisí, jak již bylo zmíněno, na poměru rezonancí a umístění volitelného páru pólů. Pokud položíme $\xi^w = 0,8$ a zvolíme konkrétní hodnotu poměru rezonancí r , parametr ξ^a bude dle rovnice (6.1.17) funkcí volitelné přirozené frekvence ω^w , kterou je rozumné procházet od nuly až po nejvyšší možnou šířku pásma uzavřené smyčky, tedy $\omega^w \in \langle 0; 1 \rangle$. Průběhy této funkce pro různé hodnoty r jsou na obrázku 6.1.2a. Vidíme, že pro malé r je relativní činitel tlumení určeného páru pólů ξ^a velmi malý pro všechny ω^w . S rostoucím poměrem rezonancí r potom tato funkce roste stále strměji. V momentě, kdy funkční hodnota protne hranici $\xi^a = 1$ (na obrázku znázorněno červenou čárkovanou čarou) se oba určené póly uzavřené smyčky stávají reálnými (nekmitavými). Tento jev se však projeví na jejich zlomové frekvenci. Máme-li dvojici pólů p_1 a p_2 , můžeme jejich zlomovou frekvenci určit jako

$$\omega_c^a = \min(|p_1|, |p_2|). \quad (6.1.19)$$

Pokud se tedy jedná o pár komplexně sdružených pólů, zlomovou frekvencí je potom přímo jejich přirozená frekvence. Zlomová frekvence ω_c^a jako funkce proměnné ω^w pro různé hodnoty r je na obrázku 6.1.2b. Šířka pásma uzavřené smyčky ω_{bw} je potom určena jako

$$\omega_{bw} = \min(\omega_c^a, \omega^w), \quad (6.1.20)$$

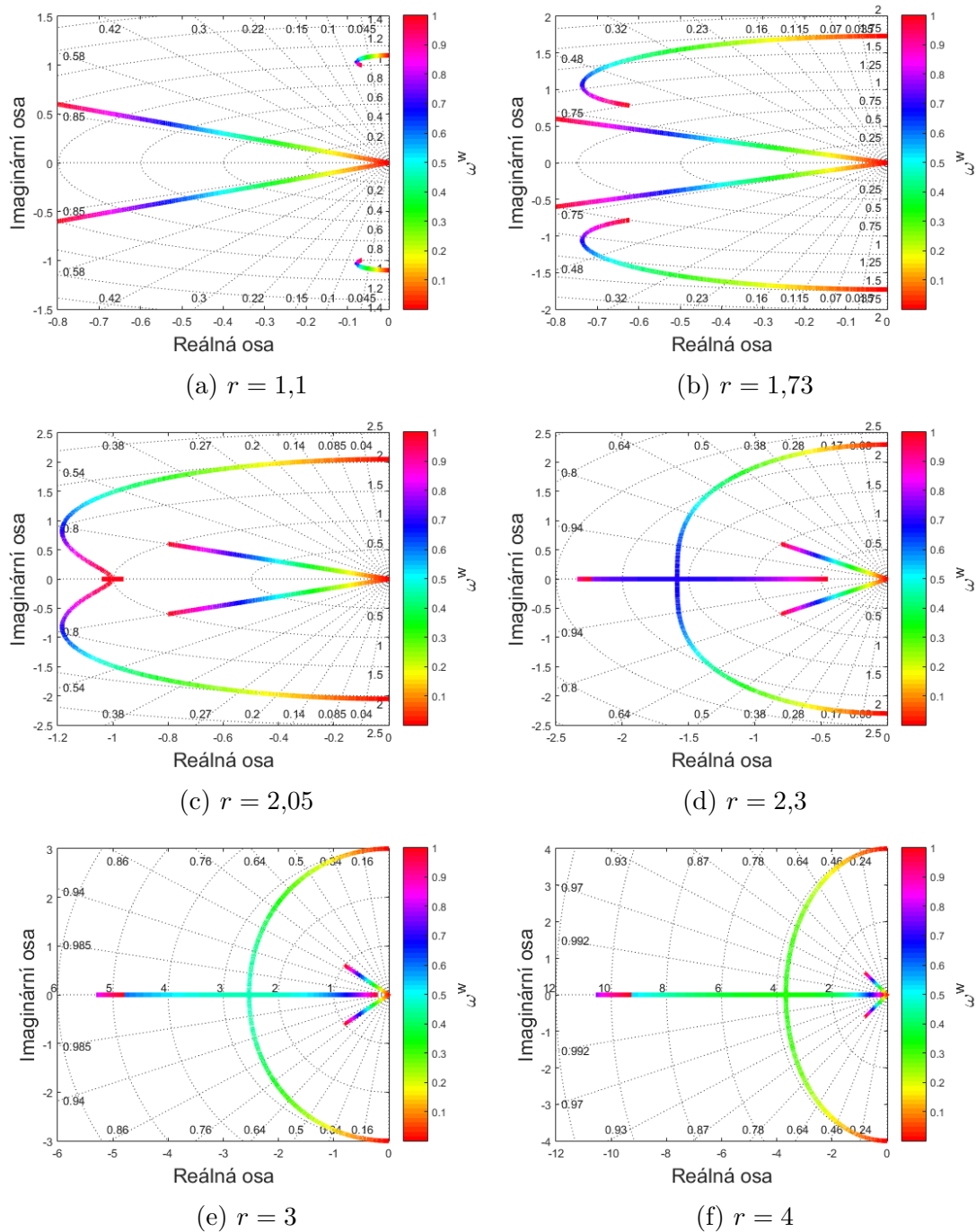
přičemž přirozená frekvence volitelného páru pólů ω^w je zároveň jejich zlomovou frekvencí a na obrázku je znázorněna červenou čárkovanou čarou. Nejvyšší možná šířka pásma uzavřené smyčky zjevně nastane při rovnosti $\omega^w = \omega_c^a$.



Obrázek 6.1.2: Tlumení a zlomové frekvence určeného páru pólů uzavřené smyčky

Na obrázcích 6.1.3 je potom vidět pohyb všech čtyř pólů uzavřené smyčky v komplexní rovině pro konkrétní r při proměnné přirozené frekvenci ω^w . Měníci se ω^w je znázorněna pomocí barevné škály. **Znovu se můžeme přesvědčit, že pro malý poměr rezonancí r je pár určených pólů komplexně sdružený pro všechna ω^w s malým relativním činitelem tlumení ξ^a (systém tedy bude mít kmitavou odezvu), nicméně lze tak dosáhnout maximální šířky pásma uzavřené smyčky. S rostoucím r se potom určené póly přibližují reálné ose a stávají se reálnými při stále menší ω^w , přičemž jeden z nich pak míří směrem k imaginární ose a při velkém r tak omezuje šířku pásma uzavřené smyčky.** Závěrem lze tedy konstatovat, že nejvyšší kvality řízení (malé kmitavosti a velké šířky pásma) při použití PI regulátoru lze dosáhnout, pokud bude rezonanční poměr systému r okolo dvou. Pokud budeme volit jiné přijatelné ξ^w , dostaneme velmi podobné výsledky.

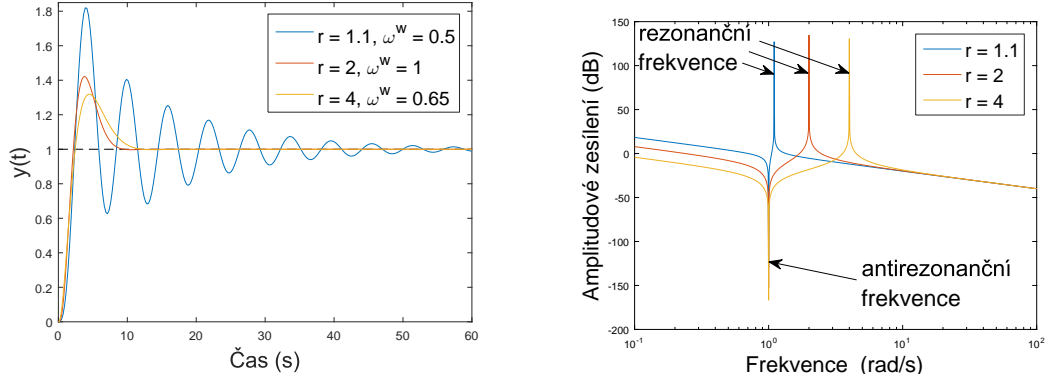
Na obrázku 6.1.4a jsou vykresleny přechodové charakteristiky přenosů $F_{\omega_l, r}(s)$ (od referenčního signálu na rychlost zátěže) uzavřených smyček (obrázek 6.1.1) tvořené řízenými systémy s různými poměry rezonancí r a PI regulátory $C(s)$ naladěnými tak, abychom dosáhli co nejlepšího chování uzavřené smyčky, tedy relativní činitel tlumení byl volen vždy $\xi^w = 0,8$ a přirozené frekvence viz legenda



Obrázek 6.1.3: Pohyb pólů uzavřené smyčky v komplexní rovině v závislosti na ω^w

obrázku 6.1.4a. Můžeme pozorovat kmitavý, slabě tlumený průběh přechodové charakteristiky uzavřené smyčky se systémem s malým poměrem rezonancí, dále dobré chování smyčky při rezonančním poměru $r = 2$ a také pomalejší přechodový děj u smyčky, kde je $r = 4$ (zde to ještě není tak markantní, při rostoucím r

by se efekt zvýrazňoval). Na obrázku 6.1.4b jsou potom amplitudové frekvenční charakteristiky řízeného systému, konkrétně přenosů od krouťícího momentu na rychlost motoru $P_{\omega_m, T_m}(s)$, kde jsou dobře patrné rezonanční a antirezonanční frekvence systému.



(a) Přeběžná charakteristika uzavřené smyčky (b) Amplitudová frekvenční charakteristika řízeného systému

Obrázek 6.1.4: Charakteristiky - dvoumotorový systém

Nyní budeme uvažovat obecný (nenormovaný) systém s přenosy

$$\tilde{P}_{\omega_m, T_m} = \frac{K_1 s^2 + \omega_z^2}{s s^2 + \omega_p^2} = \frac{K_1}{s} \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + r^2 \omega_z^2}, \quad (6.1.21)$$

$$\tilde{P}_{\omega_l, T_m} = \frac{K_2}{s} \frac{1}{s^2 + \omega_p^2} = \frac{K_2}{s} \frac{1}{s^2 + r^2 \omega_z^2} \quad (6.1.22)$$

$$(6.1.23)$$

a PI regulátor s proporciálním zesílením \tilde{K}_p a integračním zesílením \tilde{K}_i . Charakteristický polynom uzavřené smyčky a jeho požadovaný tvar pak jsou

$$\tilde{a}_z(s) = s^4 + K_1 \tilde{K}_p s^3 + (r^2 \omega_z^2 + K_1 \tilde{K}_i) s^2 + K_1 \tilde{K}_p \omega_z^2 s + K_1 \tilde{K}_i \omega_z^2, \quad (6.1.24)$$

$$\tilde{a}_z^w(s) = (s^2 + 2\tilde{\xi}^w \tilde{\omega}^w s + \tilde{\omega}^{w2})(s^2 + 2\tilde{\xi}^a \tilde{\omega}^a s + \tilde{\omega}^{a2}), \quad (6.1.25)$$

kde $\tilde{\xi}^w$ a $\tilde{\omega}^w$ jsou relativní činitel tlumení a přirozená frekvence volitelného páru pólů uzavřené smyčky, $\tilde{\xi}^a$ a $\tilde{\omega}^a$ jsou pak příslušné parametry určeného páru pólů.

Z řešení polynomiální identity $\tilde{a}_z = \tilde{a}_z^w$ plynou následující rovnosti

$$\tilde{K}_p = \frac{2\tilde{\omega}^a \tilde{\xi}^a + 2\tilde{\omega}^w \tilde{\xi}^w}{K_1}, \quad (6.1.26)$$

$$\tilde{K}_i = \frac{\tilde{\omega}^{w^2} \tilde{\omega}^{a^2}}{K_1 \omega_z^2}, \quad (6.1.27)$$

$$\tilde{\omega}^a = \sqrt{\frac{\tilde{\omega}^{w^4} - (r^2 \omega_z^2 - 4\omega_z^2 \tilde{\xi}^{w^2} + \omega_z^2) \tilde{\omega}^{w^2} + r^2 \omega_z^4}{\tilde{\omega}^{w^4} + (4\omega_z^2 \tilde{\xi}^{w^2} - 2\omega_z^2) \tilde{\omega}^{w^2} + \omega_z^4}} \omega_z, \quad (6.1.28)$$

$$\tilde{\xi}^a = \frac{\omega_z^3 (r^2 - 1) \tilde{\omega}^w \tilde{\xi}^w}{\frac{\tilde{\omega}^a}{\omega_z} (\tilde{\omega}^{w^4} + (4\omega_z^2 \tilde{\xi}^{w^2} - 2\omega_z^2) \tilde{\omega}^{w^2} + \omega_z^4)} \quad (6.1.29)$$

a také

$$\tilde{\xi}^w \tilde{\omega}^w (\omega_z^2 - \tilde{\omega}^{a^2}) = \tilde{\xi}^a \tilde{\omega}^a (\tilde{\omega}^{w^2} - \omega_z^2). \quad (6.1.30)$$

Podobně jako v případě normovaného systému tedy můžeme konstatovat, že největší dosažitelná šířka pásma uzavřené smyčky je antirezonanční frekvence ω_z . Nyní položíme

$$\tilde{\xi}^w = \xi^w, \quad \tilde{\omega}^w = \omega^w \cdot \omega_z, \quad (6.1.31)$$

přičemž přirozená frekvence volitelného páru pólů uzavřené smyčky s normovaným systémem ω^w zde poslouží jako jakási relativní přirozená frekvence vztahená k maximální šířce pásma uzavřené smyčky ω_z . Dosadíme-li tyto vztahy do (6.1.28) a (6.1.29), po úpravě dostaneme

$$\tilde{\omega}^a = \sqrt{\frac{\omega^{w^4} - (r^2 - 4\xi^{w^2} + 1)\omega^{w^2} + r^2}{\omega^{w^4} + (4\xi^{w^2} - 2)\omega^{w^2} + 1}} \omega_z = \omega^a \omega_z, \quad (6.1.32)$$

$$\tilde{\xi}^a = \frac{(r^2 - 1)\omega^w \xi^w}{\omega^a (\omega^{w^4} + (4\xi^{w^2} - 2)\omega^{w^2} + 1)} = \xi^a. \quad (6.1.33)$$

Z těchto vztahů a (6.1.31) plyne, že uzavřená smyčka s nenormovaným řízeným systémem bude mít stejné relativní činitele tlumení a ω_z -krát větší přirozené frekvence. Parametry regulátoru pak lze vyjádřit pomocí těch pro normovaný systém

$$\tilde{K}_p = \frac{K_p \omega_z}{K_1}, \quad \tilde{K}_i = \frac{K_i \omega_z^2}{K_1}. \quad (6.1.34)$$

Můžeme tedy konstatovat, že závěry ohledně vlivu poměru rezonancí r na dosažitelnou kvalitu regulace rychlosti PI regulátorem jsou i v případě nenormovaného řízeného systému stejné jako v případě normovaného systému. Tyto závěry tedy platí obecně. Při volbě $\tilde{\xi}^w = \xi^w$ a $\tilde{\omega}^w = \omega^w \cdot \omega_z$ bude uzavřená smyčka mít kvalitativně stejnou, pouze ω_z -krát rychlejší, odezvu než uzavřená smyčka normovaného systému při volbě parametrů ξ^w , ω^w .

Řízení polohy potom lze implementovat zařazením nadřazené regulační smyčky (stačí P regulátor). Pokud bychom chtěli polohový systém

$$\tilde{P}_{\varphi_m, T_m} = \frac{K_1}{s^2} \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + r^2 \omega_z^2}, \quad (6.1.35)$$

$$\tilde{P}_{\varphi_l, T_m} = \frac{K_2}{s^2} \frac{1}{s^2 + r^2 \omega_z^2} \quad (6.1.36)$$

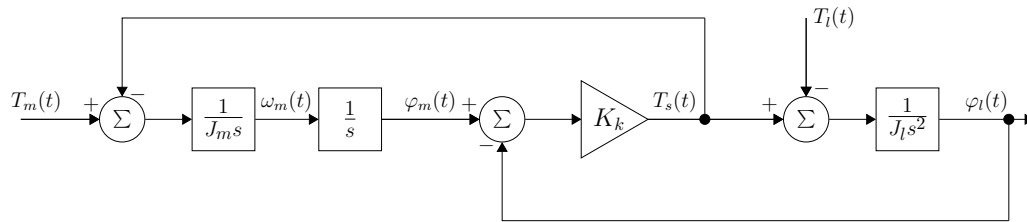
řídit přímo (bez vnitřní rychlostní smyčky) PD regulátorem s přenosem

$$C(s) = K_p^d + K_d s, \quad (6.1.37)$$

dostali bychom totožný tvar uzavřené smyčky jako v případě rychlostní PI regulace, kde by platilo $\tilde{K}_p = K_d$ a $\tilde{K}_i = K_p^d$. Je tedy zřejmé, že i pro tento případ platí výše popsané závěry ohledně vlivu rezonančního poměru r na dosažitelnou kvalitu regulace.

6.2 Virtuální změna poměru rezonancí

V této části budeme vycházet ze schématu dvoumotového systému (obrázek 3.2.2b), které lze pro jednoduchost při zanedbání tlumení překreslit do podoby na obrázku 6.2.1. Jedná se zde především o grafické zjednodušení, navržené algoritmy budou samozřejmě platné i pro tlumený systém.

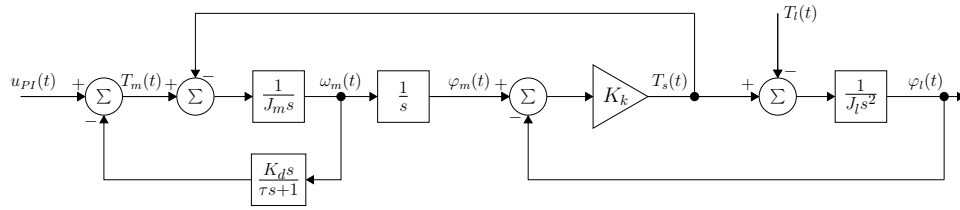


Obrázek 6.2.1: Blokové schéma netlumeného dvoumotového systému

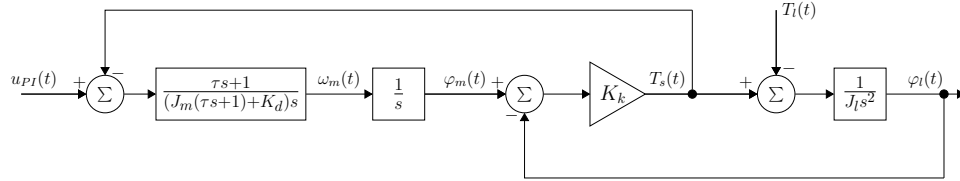
6.2.1 Začlenění derivační složky regulátoru

Uvažujme, že vstup řízeného rychlostního systému (kroučící moment) na obrázku 6.2.1 je generovaný PI regulátorem, jako je tomu na obrázku 6.1.1, označme jej $u_{PI}(t)$. Nyní navíc přidáme filtrovanou derivační složku regulátoru zavedenou od výstupu řízeného systému (v tomto případě úhlové rychlosti na motoru $\omega_m(t)$) a dostaneme tak tedy PID regulátor. Schéma na obrázku 6.2.1 se změní do podoby na obrázku 6.2.2a, což lze ekvivalentně vyjádřit blokovým schématem na obrázku 6.2.2b. Porovnáme-li nyní schémata na obrázcích 6.2.1 a 6.2.2b zjistíme, že jsou formálně stejná. Pokud bychom dali do rovnosti

$$\frac{1}{J_m s} = \frac{\tau s + 1}{(J_m(\tau s + 1) + K_d)s}, \quad (6.2.1)$$



(a) Základní schéma



(b) Ekvivalentní schéma

Obrázek 6.2.2: Blokové schéma PID regulace rychlostního systému

byla by totožná. Nyní se zaměříme na přenos na pravé straně této rovnice. Pokud budeme uvažovat frekvenční pásmo, kde pro filtr derivační složky platí $\frac{1}{\tau s + 1} \approx 1$, dostaneme

$$\frac{\tau s + 1}{(J_m(\tau s + 1) + K_d)s} \approx \frac{1}{(J_m + K_d)s}. \quad (6.2.2)$$

Ze vztahů (6.2.1) a (6.2.2) vyplývá, že na těchto nízkých frekvencích jsme schopni pomocí derivační složky regulátoru virtuálně změnit moment setrvačnosti hmoty motoru J_m a tudíž i poměr rezonancí r .

Pokud bychom tedy měli řízený systém, který by měl parametr r takový, že by nebylo možné dosáhnout dostatečné kvality řízení PI regulátorem, můžeme s využitím derivační složky (parametru K_d) poměr r virtuálně změnit na námi požadovaný rezonanční poměr r^w dle vztahu

$$K_d = \frac{J_l}{r^{w2} - 1} - J_m \quad (6.2.3)$$

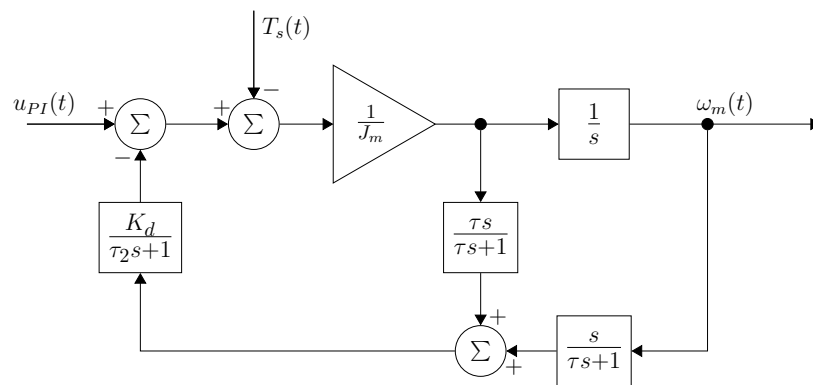
a následně zbylou část regulátoru (proporciální a integrační složku) navrhovat jako v případě PI regulátoru pro systém s rezonančním poměrem r^w a příslušnými dalšími parametry. Například pokud bychom uvažovali normovaný řízený systém, pak se zavedením derivační složky virtuálně nezmění pouze poměr rezonancí r ale i zesílení K_1 (systém tedy již není normovaný v zesílení). Navrhli bychom tedy parametry regulátoru K_p a K_i pro normovaný systém s rezonančním poměrem r^w a následně bychom je ještě museli upravit dle vztahu (6.1.34), v tomto případě bychom konkrétně dostali parametry regulátoru generující řízení $u_{PI}(t)$

$$\tilde{K}_p = K_p \frac{J_m + K_d}{J_m}, \quad \tilde{K}_i = K_i \frac{J_m + K_d}{J_m}. \quad (6.2.4)$$

Zlomová frekvence filtru derivační složky by pro správnou funkčnost řídicího algoritmu měla být větší než je rezonanční frekvence systému, tedy $\frac{1}{\tau} > \omega_p$. To může činit algoritmus prakticky nepoužitelným z důvodu zesilování šumu měření derivačním členem.

Využití dodatečné informace

Derivací úhlové rychlosti je úhlové zrychlení. Pokud bychom tedy byli schopni měřit zrychlení akcelerometrem na straně motoru (to je obtížné), mohli bychom využít komplementární filtrace pro rozšíření propustného pásma filtru derivační složky podobným způsobem jako tomu bylo v případě kompenzátoru poruchy na vstupu tuhého systému v části 5.3. Tento přístup je znázorněn blokovým schématem na obrázku 6.2.3, přičemž pro zlomové frekvence jednotlivých filtrů musí platit $\frac{1}{\tau_2} > \frac{1}{\tau}$.



Obrázek 6.2.3: Blokové schéma PID regulace s využitím dodatečné informace

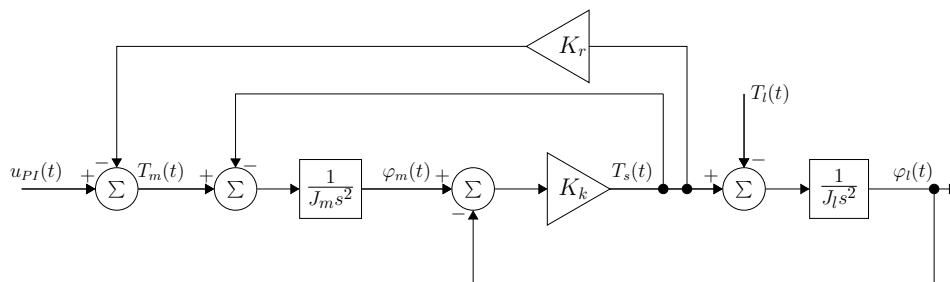
6.2.2 Zpětná vazba od reakčního momentu

V případě, že bychom byli schopni měřit reakční moment $T_s(t)$, mohli bychom od něj zavést zpětnou vazbu způsobem, který je znázorněn blokovými schématy na obrázku 6.2.4. Ze schématu na obrázku 6.2.4b je zřejmé, že zavedením takovéto zpětné vazby jsme opět schopni virtuálně změnit moment setrvačnosti J_m a v důsledku tedy i poměr rezonancí r . Tato metoda je v anglicky psané literatuře známá pod názvem Resonance Ratio Control. V použité literatuře jsou uvedené články [6], [7], které metodu popisují.

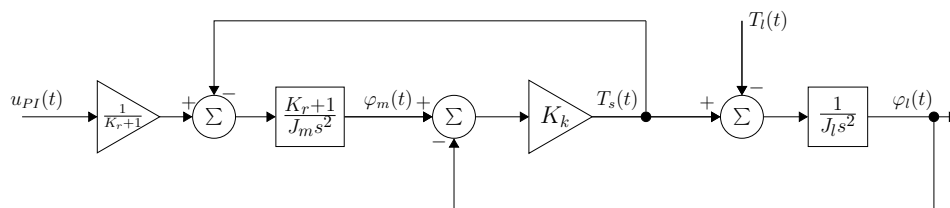
Budeme-li chtít virtuálně změnit rezonanční poměr řízeného systému r na námi požadovaný r^w (za cílem lepší kvality řízení), budeme volit parametr K_r dle vztahu

$$K_r = \frac{J_m}{J_l} (r^{w2} - 1) - 1 = \frac{r^{w2} - 1}{r^2 - 1} - 1. \quad (6.2.5)$$

V tomto případě není virtuálně změněno zesílení K_1 , respektive jeho změna způsobená změnou momentu setrvačnosti J_m je vykompenzována členem zesilujícím



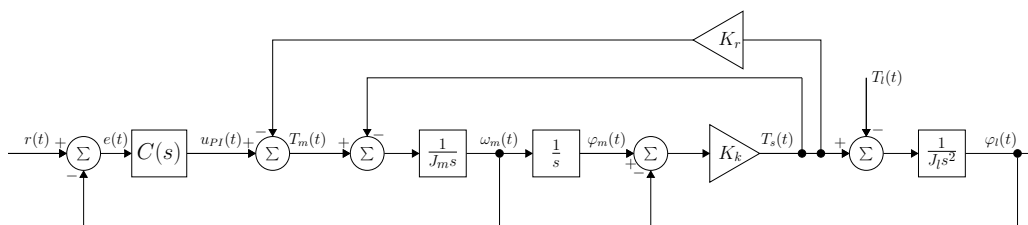
(a) Základní schéma



(b) Ekvivalentní schéma

Obrázek 6.2.4: Zavedení zpětné vazby od reakčního momentu

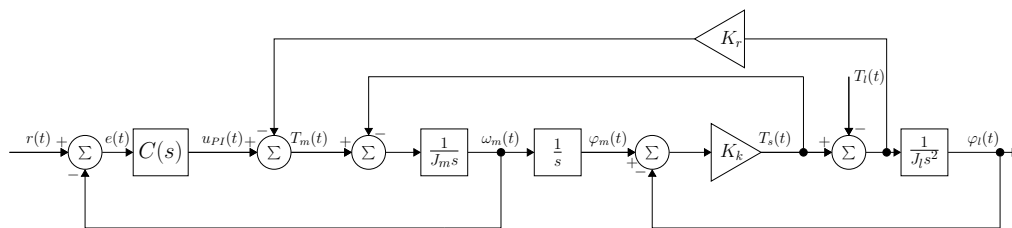
řízení generované PI regulátorem ($\frac{1}{K_{r+1}}$), viz obrázek 6.2.4b. Pro řízení normovaného systému jsou parametry regulátoru generující řízení $u_{PI}(t)$ přímo rovny těm vypočteným pro normovaný systém s rezonančním poměrem r^w , tedy $\tilde{K}_p = K_p$ a $\tilde{K}_i = K_i$. Na obrázku 6.2.5 je blokové schéma kompletní regulační smyčky včetně PI regulátoru.



Obrázek 6.2.5: PI regulátor a zpětná vazba od reakčního momentu

Dále je zajímavé zkoumat jaký vliv bude mít zavedení zpětné vazby od signálu $T_s(t) - T_i(t)$ namísto té od reakčního momentu $T_s(t)$ samotného na potlačení poruchového momentu $T_i(t)$ na rychlosti zátěže $\omega_l(t)$. Tato modifikace řídicího algoritmu je ve formě blokového schématu znázorněna na obrázku 6.2.6.

Jak již bylo zmíněno, oba dva řídicí algoritmy znázorněné blokovými schématy na obrázcích 6.2.5 a 6.2.6, se budou lišit tím, jak dobře dokážou potlačit poruchový moment $T_i(t)$ na výstupu systému. Budou nás tedy zajímat přenosy z momentu $T_i(t)$ na rychlost zátěže $\omega_l(t)$. V případě regulačního algoritmu se zpětnou vazbou



Obrázek 6.2.6: PI regulátor a zpětná vazba od signálu $T_s(t) - T_l(t)$

od reakčního momentu $T_s(t)$ obrázek (6.2.5) dostaneme přenosovou funkci

$$\begin{aligned}
 F_{\omega_l, T_l}^{T_s}(s) &= \frac{\omega_l(s)}{T_l(s)} = \frac{b^{T_s}(s)}{a^{T_s}(s)} = \\
 &= - \frac{s(J_m s^2 + K_p s + K_i + K_k + K_k K_r)}{J_l J_m s^4 + J_l K_p s^3 + (J_l K_k K_r + J_l K_i + J_l K_k + J_m K_k) s^2 + K_k K_p s + K_i K_k}.
 \end{aligned} \tag{6.2.6}$$

Pro případ, kdy je zpětná vazba zavedena od signálu $T_s(t) - T_l(t)$ dostaneme přenos

$$\begin{aligned}
 F_{\omega_l, T_l}^{T_s - T_l}(s) &= \frac{\omega_l(s)}{T_l(s)} = \frac{b^{T_s - T_l}(s)}{a^{T_s - T_l}(s)} = \\
 &= - \frac{s(J_m s^2 + K_p s + K_i + K_k)}{J_l J_m s^4 + J_l K_p s^3 + (J_l K_k K_r + J_l K_i + J_l K_k + J_m K_k) s^2 + K_k K_p s + K_i K_k}.
 \end{aligned} \tag{6.2.7}$$

Zkoumáme-li nyní schopnost obou smyček potlačit poruchový moment $T_l(t)$ na výstupu systému $\omega_l(t)$, potom nás zajímají amplitudové frekvenční charakteristiky obou přenosů. Oba dva přenosy obsahují derivátor, což způsobí, že amplitudové charakteristiky budou při $\omega \rightarrow 0$ vycházet z nuly (dostaneme tedy nulovou odezvu v ustáleném stavu na konstantní poruchový moment T_l). Obě amplitudové charakteristiky budou rovněž při $\omega \rightarrow \infty$ končit v nule, protože řád jmenovatelů obou přenosů je vyšší než řád jejich čitatelů. Zásadním rozdílem z hlediska amplitudového zesílení na nízkých frekvencích je však rozdíl v derivačních zesíleních, které jsou nízkofrekvenčními faktory. V případě přenosu (6.2.6) je toto zesílení

$$K_s^{T_s} = \frac{K_i + K_k + K_k K_r}{K_i K_k}, \tag{6.2.8}$$

v případě přenosu (6.2.7) potom je

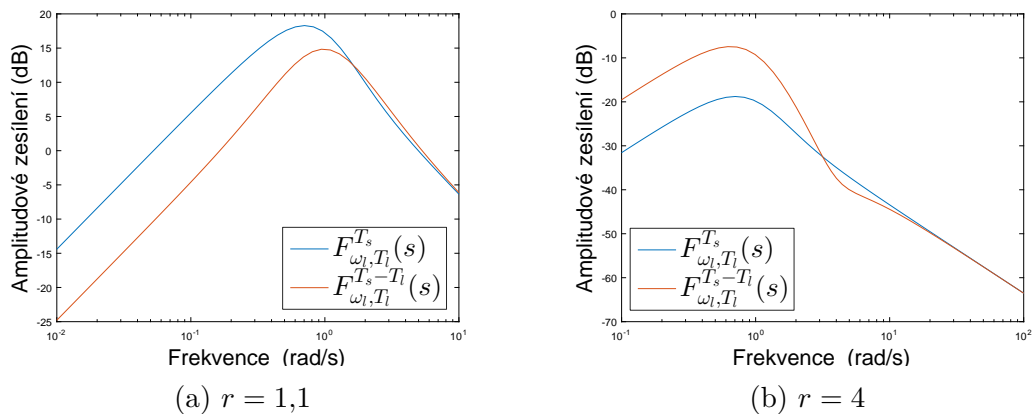
$$K_s^{T_s - T_l} = \frac{K_i + K_k}{K_i K_k}. \tag{6.2.9}$$

Zesílení $K_s^{T_s}$ obsahuje oproti $K_s^{T_s - T_l}$ v čitateli navíc člen $K_k K_r$. Parametr K_k (jedná se o pružnost) je ze své podstaty vždy kladný. Zesílení K_r je v tomto případě navrhováno podle vztahu (6.2.5), ze kterého je zřejmé, že parametr K_r (a tedy i člen

$K_k K_r$) je kladný, pokud námi požadovaný virtuální rezonanční poměr r^w je větší než skutečný rezonanční poměr systému r . Naopak zesílení K_r (stejně tak jako člen $K_k K_r$) je záporné, pokud námi požadovaný poměr rezonancí r^w je menší než poměr rezonancí řízeného systému r . **Z této analýzy plyne, že pokud budeme chtít dodatečnou zpětnou vazbu poměr rezonancí virtuálně navýšit, potom na nízkých frekvencích dosáhneme lepšího potlačení poruchového momentu $T_1(t)$ na výstupu systému $\omega_1(t)$ pomocí algoritmu na obrázku 6.2.6 (zpětná vazba od signálu $T_s(t) - T_1(t)$). Naopak, budeme-li chtít dodatečnou zpětnou vazbu rezonanční poměr virtuálně snížit, lépe poruchu na nízkých frekvencích potlačuje algoritmus se zpětnou vazbou od reakčního momentu (obrázek 6.2.5).** Pokud platí $r^w = r$ potom je $K_r = 0$ a zpětná vazba je pochopitelně zrušena.

Na obrázku 6.2.7 jsou vykresleny Bodeho amplitudové frekvenční charakteristiky pro dvě následující konkrétní smyčky.

- Řízený systém je normovaným systémem. V prvním případě má systém rezonanční poměr $r = 1,1$, ve druhém případě je potom $r = 4$.
- Parametr K_r je v obou případech volen tak, abychom dosáhli virtuální změny poměru rezonancí na $r^w = 2$.
- Parametry regulátoru K_p a K_i jsou v obou případech určeny tak, aby volitelný pár pólů uzavřené smyčky měl relativní činitel tlumení $\xi^w = 0,8$ a přirozenou frekvenci $\omega^w = 1 \text{ rad/s}$.



Obrázek 6.2.7: Porovnání amplitudových charakteristik odezev $\omega_l(t)$ na poruchový moment $T_l(t)$

Průběhy těchto charakteristik tedy potvrzují výše uvedené tvrzení ohledně potlačení poruchového momentu T_l na nízkých frekvencích jednotlivými smyčkami.

Využití dodatečné informace

Přepíšeme-li znovu rovnici (3.2.6)

$$J_l \underbrace{\frac{d\omega_l(t)}{dt}}_{\epsilon_l(t)} = T_s(t) - T_l(t), \quad (6.2.10)$$

můžeme konstatovat, že signál $T_s(t) - T_l(t)$ je přímo úměrný úhlovému zrychlení na straně zátěže $\epsilon_l(t)$ a lze tedy pro jeho měření využít akcelerometru (je však zapotřebí znát moment setrvačnosti zátěže J_l). V případě, že bychom dostávali ideální měření nezatížené poruchami, mohli bychom přímo aplikovat algoritmus na blokovém schématu 6.2.6 se zpětnou vazbou od signálu $T_s(t) - T_l(t)$, nicméně měření akcelerometru obsahuje nízkofrekvenční poruchy.

Z rovnice (3.2.5) lze vyvodit, že reakční moment $T_s(t)$ lze interpretovat jako poruchu působící na vstup systému $\frac{1}{J_m s}$, jehož výstupem je úhlová rychlost ω_m . Pro odhad této poruchy na nízkých frekvencích můžeme využít stejně jako v části 5.2.1 rekonstruktor poruchy.

Tento odhad posléze můžeme za pomoci komplementární filtrace zkombinovat s daty z akcelerometru, který poskytuje dobrá měření veličiny $T_s(t) - T_l(t)$ na vysokých frekvencích. Výsledný signál potom můžeme přenásobit zesílením K_r , odečíst ho od řízení $u_{PI}(t)$ a tím virtuálně změnit poměr rezonancí řízeného systému r . Blokové schéma tohoto algoritmu je na obrázku 6.2.8a, uvažujeme zde dokonale znalost modelu systému, konkrétně jeho části $\frac{1}{J_m s}$, jejíž inverze se používá pro odhad reakčního momentu. Při předpokladu této znalosti modelu, lze nakreslit ekvivalentní blokové schéma na obrázku 6.2.8b (navíc jsou zde zanedbané poruchy $n(t)$ a $v(t)$, což je pouze grafické zjednodušení). Filtr $Q(s)$ může být v tomto případě prvního řádu, protože relativní řád přenosu $\frac{1}{J_m s}$ je jedna.

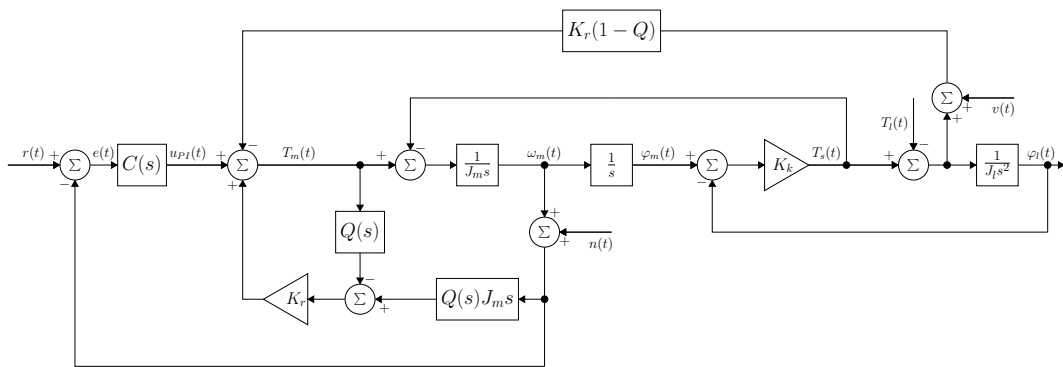
Pokud nyní porovnáme blokové schéma na obrázku 6.2.8b s těmi na obrázcích 6.2.5 a 6.2.6, snadno zjistíme, že v případě schématu využívajícího komplementární filtraci odhadu a měření dostaneme přenos z poruchového momentu $T_l(t)$ na rychlost zátěže $\omega_l(t)$ ve tvaru

$$F_{\omega_l, T_l}^Q(s) = Q(s)F_{\omega_l, T_l}^{T_s}(s) + (1 - Q(s))F_{\omega_l, T_l}^{T_s - T_l}(s). \quad (6.2.11)$$

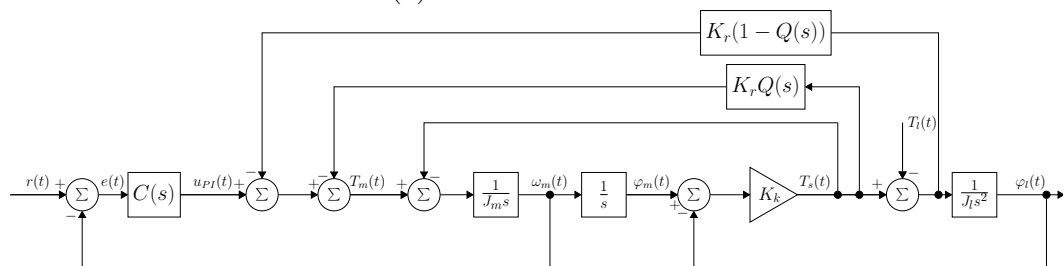
Z tohoto vztahu je dále patrné, že na nízkých frekvencích, kde platí $Q(s) \approx 1$, dostaneme $F_{\omega_l, T_l}^Q(s) \approx F_{\omega_l, T_l}^{T_s}(s)$ a smyčka zde tedy potlačuje poruchový moment $T_l(t)$ stejně jako algoritmus se zpětnou vazbou od reakčního momentu T_s . Naopak na vysokých frekvencích, kde platí $Q(s) \approx 0$, dostáváme $F_{\omega_l, T_l}^Q(s) \approx F_{\omega_l, T_l}^{T_s - T_l}(s)$ a poruchový moment $T_l(t)$ je zde potlačován jako v případě algoritmu se zpětnou vazbou zavedenou od signálu $T_s(t) - T_l(t)$.

O tomto tvrzení se můžeme přesvědčit pohledem na obrázek 6.2.9, kde jsou amplitudové charakteristiky následujících smyček v porovnání s charakteristikami přenosů $F_{\omega_l, T_l}^{T_s}(s)$ a $F_{\omega_l, T_l}^{T_s - T_l}(s)$.

- Řízený systém je normovaným systémem. V prvním případě má systém rezonanční poměr $r = 1,1$, ve druhém případě je potom $r = 4$.



(a) Základní schéma



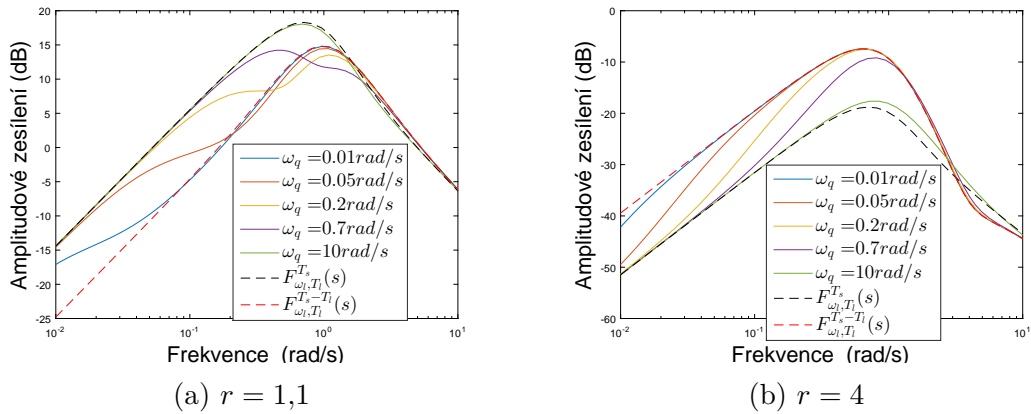
(b) Ekvivalentní schéma

Obrázek 6.2.8: Zpětná vazba od reakčního momentu s využitím měření akcelerometru

- Parametr K_r je v obou případech volen tak, abychom dosáhli virtuální změny poměru rezonancí na $r^w = 2$.
- Parametry regulátoru K_p a K_i jsou v obou případech určeny tak, aby volitelný pár pólů uzavřené smyčky měl relativní činitel tlumení $\xi^w = 0,8$ a přirozenou frekvenci $\omega^w = 1 \text{ rad/s}$.
- Filtr $Q(s)$ je volen prvního řádu s různými zlomovými frekvencemi ω_q .

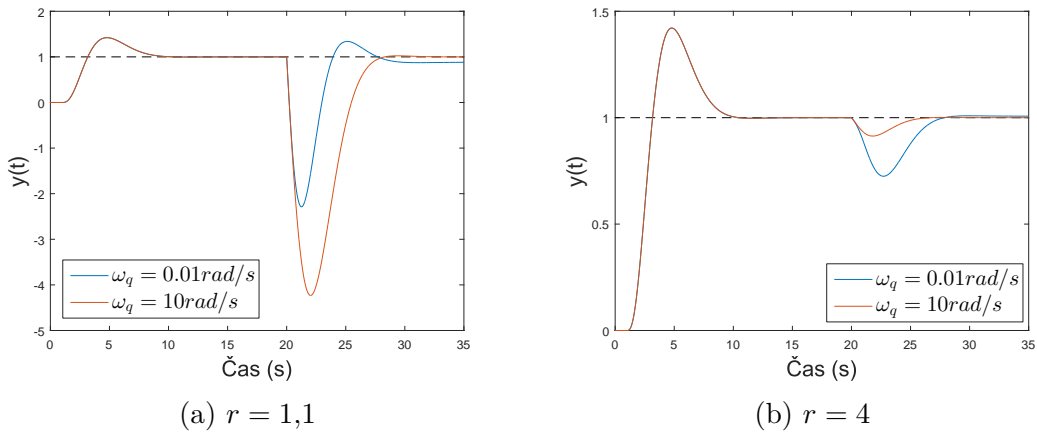
Z analýzy vyplývá, že pokud bude rezonanční poměr řízeného systému r malý a budeme ho chtít s využitím algoritmu s komplementární filtrací virtuálně navýšit, potom je rozumné (z hlediska lepšího potlačení poruchového momentu $T_1(t)$ na nízkých frekvencích) volit zlomovou frekvenci ω_q filtru $Q(s)$ co možná nejmenší a spoléhat tak více na měření akcelerometru než na odhad reakčního momentu $T_s(t)$. Naopak, bude-li poměr rezonancí r velký a budeme tedy požadovat jeho virtuální snížení, potom je lepší volit zlomovou frekvenci ω_q velkou a tím pádem přikládat větší váhu odhadu reakčního momentu než měření akcelerometru.

Simulační experimenty se smyčkou využívající komplementární filtraci (obrázek 6.2.8) jsou na obrázku 6.2.10, můžeme na něm pozorovat vývoj úhlové rychlosti



Obrázek 6.2.9: Porovnání amplitudových charakteristik odezev $\omega_l(t)$ na poruchový moment $T_l(t)$ - komplementární filtrace

zátěže $\omega_l(t)$ v čase. Parametry smyčky byly voleny stejně jako v případě amplitudových charakteristik na obrázku 6.2.9, šумы měření $n(t)$ a $v(t)$ byly zanedbány, referenční signál $r(t)$ byl skokovou změnou z hodnoty $r(t) = 0$ na $r(t) = 1$ v čase $t = 1s$, poruchový moment $T_l(t)$ byl volen rovněž jako skoková změna z hodnoty $T_l(t) = 0$ na $T_l(t) = 1$ v čase $t = 20s$. Vidíme, že přechodový děj při změně refe-



Obrázek 6.2.10: Simulační experimenty - komplementární filtrace

renčního signálu je pochopitelně stejný. Rozdíl nastává v reakci výstupu systému na změnu poruchového momentu $T_l(t)$.

6.3 Možnosti ladění návrhových parametrů algoritmu

Zpětnovazební regulátor budeme uvažovat typu PI a filtr $Q(s)$ prvního řádu se zlomovou frekvencí ω_q . Možnosti ladění návrhových parametrů řídicího algoritmu

na obrázku 6.2.8 jsou popsány v následující bodech.

- Pomocí identifikačního experimentu určíme parametry systému, konkrétně moment setrvačnosti motoru J_m a zátěže J_l a rezonanční poměr r . Parametr J_l je zapotřebí při přepočtu úhlového zrychlení na signál $T_s(t) - T_l(t)$ dle vztahu (6.2.10), parametr J_m se pak využívá při realizaci aproximativní inverze nominálního modelu řízeného systému.
- Parametr K_r určíme dle vztahu (6.2.5), přičemž použijeme parametr r z identifikace a požadovaný rezonanční poměr budeme volit ideálně $r^w = 2$. Po zavedení dodatečné zpětné vazby (dané odhadem komplementárního filtru), můžeme (stále bez zpětnovazebního regulátoru) provést identifikaci systému (buzení bude přivedeno na signál $u_{PI}(t)$, viz obrázek 6.2.8) a přesvědčit se tak, zda se rezonanční poměr systému virtuálně posunul k námi požadované hodnotě r^w . Pokud je stále příliš vzdálený, můžeme K_r experimentálně měnit a opakovaně provádět identifikační experimenty.
- V případě, že budeme dodatečnou zpětnou vazbou rezonanční poměr systému virtuálně zvětšovat, potom je rozumné volit ω_q nejmenší takové, kdy ještě nedochází ke zhoršení kvality regulace vlivem propouštění nízkofrekvenčních poruch měření akcelerometru horní propustí komplementárního filtru. Tento jev sice v ustáleném stavu eliminuje zpětnovazební PI regulátor (v případě konstantní poruchy - biasu), nicméně dojde ke zhoršení kvality (nejspíše i doby) přechodového děje. Budeme-li poměr rezonancí virtuálně snižovat, potom je rozumné volit zlomovou frekvenci ω_q největší takovou, kdy ještě nedochází k zesilování kvantizačního šumu, které by se nepříznivě promítlo na řízení ve formě prudkých změn.
- Parametry regulátoru lze určit přiřazením volitelného páru pólů uzavřené smyčky s řízeným systémem nyní již s rezonančním poměrem r^w . Při vhodném nastavení parametrů regulátoru pak určené póly uzavřené smyčky budou nekmitavé (či velmi silně tlumené) a zároveň nebudou omezovat šířku pásma regulace danou libovolně přiřazenými póly.

7 Implementace algoritmů v řídicím systému

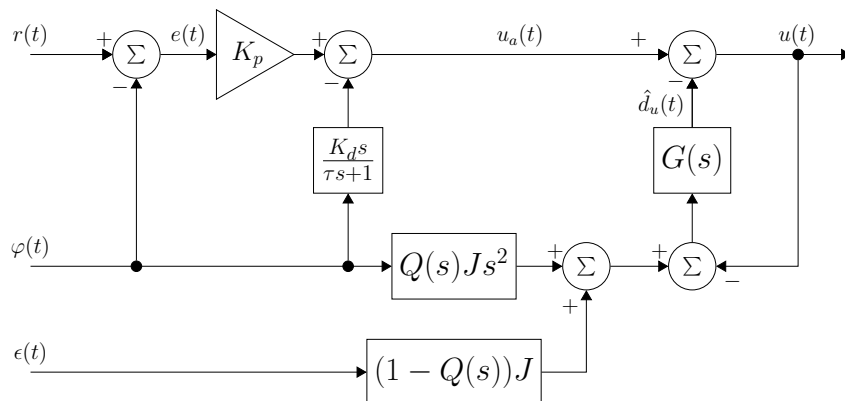
Řídicí algoritmy pro řízení reálné elektromechanické soustavy skládající se z elektromotoru, IRC čidla, MEMS akcelerometru a řídicí jednotky byly realizovány v systému REX. Systém REX je řídicí systém reálného času a jedná se o soubor softwarových nástrojů pro řízení strojů, technologií a procesů. Programování algoritmů řídicího systému REX probíhá na standardním PC v grafickém vývojovém prostředí.

7.1 Tuhý systém s kompenzátorem poruchy na vstupu

7.1.1 Implementace algoritmu využívajícího dodatečnou informaci

Implementace v kompaktní formě

Máme-li řídicí smyčku popsanou blokovým schématem na obrázku 5.2.2 a použijeme-li PD regulátor s derivační složkou zavedenou od výstupu místo regulátoru s přenosem $C(s)$, můžeme výsledný řídicí algoritmus znázornit blokovým schématem na obrázku 7.1.1. Filtry $Q(s)$ a $G(s)$ mají tvar



Obrázek 7.1.1: Blokové schéma kompaktního řídicího algoritmu s dodatečnou informací

$$Q(s) = \frac{\omega_q^2}{s^2 + 2\xi_q\omega_q s + \omega_q^2}, \quad G(s) = \frac{\omega_g}{s + \omega_g}, \quad (7.1.1)$$

kde relativní činitel tlumení ξ_q bude v případě Butterworthova filtru vždy $\xi_q = 0,707$ a jediným návrhovým parametrem filtru $Q(s)$ bude přirozená (zlomová) frekvence filtru ω_q , návrhovým parametrem filtru $G(s)$ je pak zřejmě ω_g .

Algoritmus je systémem se třemi vstupy, konkrétně referenčním signálem $r(t)$, měřenou úhlovou polohou $\varphi(t)$ a měřeným úhlovým zrychlením $\epsilon(t)$. Systém má dále jeden výstup v podobě řízení $u(t)$. Takový systém lze převést do kompaktního tvaru ve formě stavového popisu čtvrtého řádu

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \end{aligned} \quad (7.1.2)$$

kde vektor vstupu je $\mathbf{u}(t) = [r(t) \quad \varphi(t) \quad \epsilon(t)]^T$ a výstupem pak je přímo řízení,

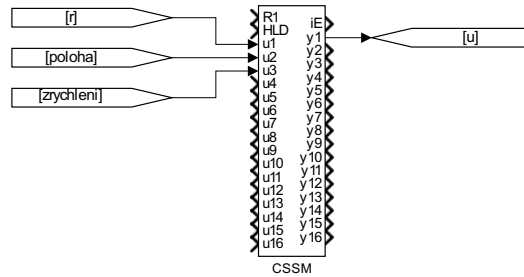
tedy $y(t) = u(t)$. Příslušné matice potom jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\omega_q^2}{\tau} & -\frac{\tau\omega_q^2+2\omega_q\xi_q}{\tau} & -\frac{2\tau\omega_q\xi_q+1}{\tau} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} K_p\omega_g & -\frac{J\tau^2\omega_g\omega_q^2+K_p\tau^2\omega_g+K_d\tau\omega_g-K_d}{\tau^2} & -\omega_g J \\ 0 & \frac{2J\tau^3\omega_g\omega_q^3\xi_q+K_d\tau\omega_g-K_d}{\tau^3} & 0 \\ 0 & -\frac{4J\tau^4\omega_g\omega_q^4\xi_q^2-J\tau^4\omega_g\omega_q^4+K_d\tau\omega_g-K_d}{\tau^4} & \omega_g J\omega_q^2 \\ 0 & \frac{8J\tau^5\omega_g\omega_q^5\xi_q^3-4J\tau^5\omega_g\omega_q^5\xi_q+K_d\tau\omega_g-K_d}{\tau^5} & -2\omega_g J\omega_q^3\xi_q \end{bmatrix}, \quad (7.1.3)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} K_p & \frac{-K_p\tau-K_d}{\tau} & 0 \end{bmatrix}.$$

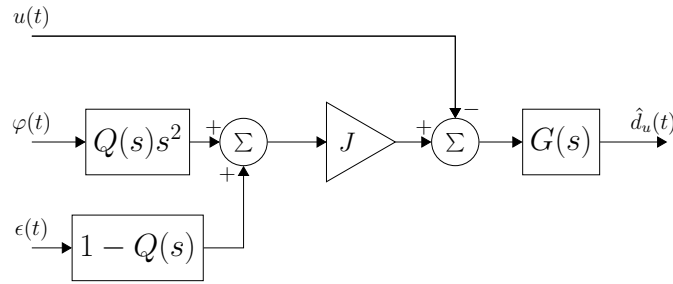
Systém ve stavové reprezentaci je možné realizovat v systému REX pomocí bloku CSSM. Blok CSSM spojitý systém interně diskretizuje pomocí tvarovače nultého řádu. Pokud bychom chtěli využít jinou diskretizační metodu (například lichoběžníkovou), můžeme využít blok DSSM, kam se zadávají přímo matice diskrétního systému. Implementace algoritmu v grafickém prostředí řídicího systému REX je na obrázku 7.1.2.



Obrázek 7.1.2: Implementace algoritmu v kompaktní formě

Verze se rekonstruktorem poruchy a PD regulátorem implementovanými zvlášť

Abychom snížili řád a tedy i složitost systému, který je třeba implementovat, můžeme řídicí algoritmus rozdělit na rekonstruktor poruchy a zpětnovazební regulátor. Obě tyto části posléze můžeme implementovat odděleně. Rekonstruktor vstupní poruchy lze znázornit blokovým schématem na obrázku 7.1.3. Jedná se o systém se třemi vstupy ($u(t)$, $\varphi(t)$, $\epsilon(t)$) a jedním výstupem - odhadem vstupní poruchy $\hat{d}_u(t)$. Systém lze opět převést do stavové reprezentace ve tvaru (7.1.2),



Obrázek 7.1.3: Blokové schéma rekonstruktoru vstupní poruchy - poloha

přičemž příslušné matice jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_g \omega_q^2 & -2\omega_g \omega_q \xi_q - \omega_q^2 & -2\omega_q \xi_q - \omega_g \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} J\omega_g \omega_q^2 & J\omega_g & -\omega_g \\ -J\omega_g \omega_q^2 (2\omega_q \xi_q + \omega_g) & -J\omega_g^2 & \omega_g^2 \\ J\omega_g \omega_q^2 (4\omega_q^2 \xi_q^2 + 2\omega_g \omega_q \xi_q + \omega_g^2 - \omega_q^2) & J\omega_g^3 - J\omega_g \omega_q^2 & -\omega_g^3 \end{bmatrix},$$

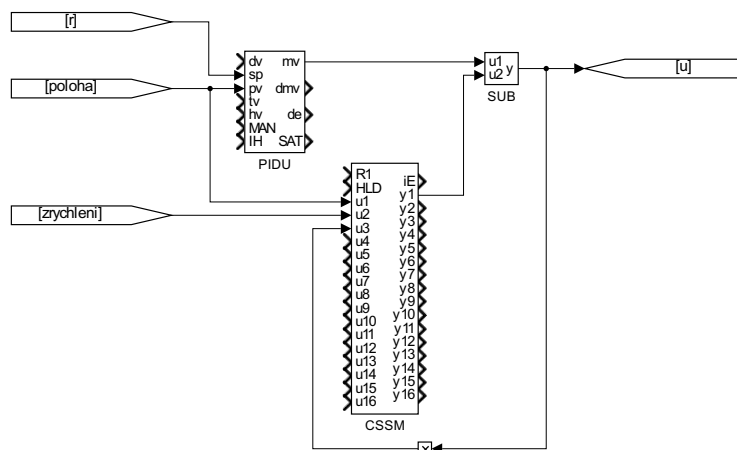
(7.1.4)

$$\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D} = [0 \ 0 \ 0].$$

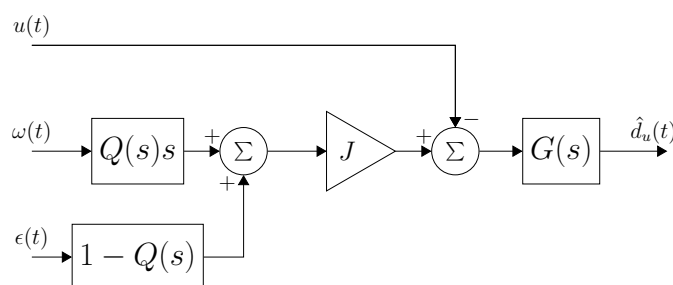
Vektorem vstupu je zde $\mathbf{u}(t) = [\varphi(t) \ \epsilon(t) \ u(t)]^T$ a výstupem přímo odhad poruchy $y(t) = \hat{d}_u(t)$. Tento systém je možné v systému REX implementovat pomocí funkčního bloku CSSM (nebo DSSM). PD regulátor je možné implementovat pomocí bloku PIDU z knihovny funkčních bloků REXu. Výhodou takové implementace je, že můžeme zvlášť sledovat odhad poruchy a výstup zpětnovazebního regulátoru, což nám může pomoci při ladění návrhových parametrů. Implementace algoritmu v grafickém prostředí REXu je na obrázku 7.1.4.

Implementace rychlostní smyčky

Pokud bychom místo polohy $\varphi(t)$ řídili rychlost $\omega(t)$, mohli bychom použít filtr $Q(s)$ prvního řádu (jak již bylo zmíněno v části 5.3.2) a snížit tak řád rekonstruktoru poruchy. Jediným návrhovým parametrem filtru $Q(s)$ pak bude opět jeho zlomová frekvence ω_q . V části 5.3.2 bylo rovněž zmíněno, že pro regulaci rychlosti se hodí použít PI regulátor, kterým je možné libovolně přiřadit oba dva póly uzavřené smyčky. Blokové schéma rekonstruktoru je na obrázku 7.1.5. Takový systém



Obrázek 7.1.4: Implementace PD regulátoru a rekonstruktoru poruchy v REXu



Obrázek 7.1.5: Blokové schéma rekonstruktoru vstupní poruchy - rychlost

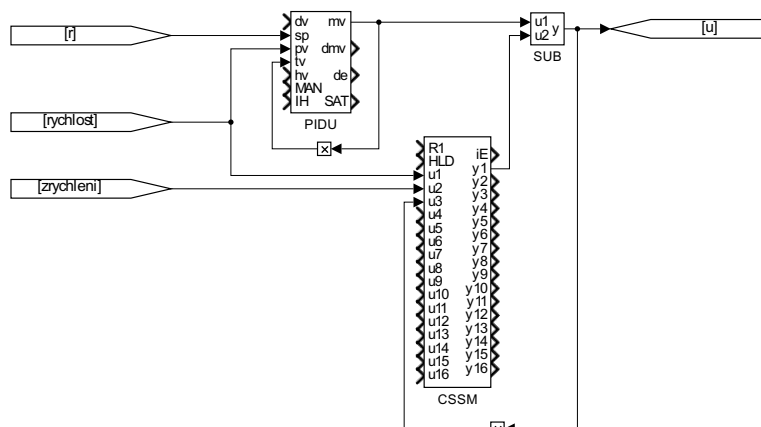
je druhého řádu a příslušné matice stavové reprezentace (7.1.2) jsou

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_g \omega_q & -\omega_g - \omega_q \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \omega_g J \omega_q & \omega_g J & -\omega_g \\ -\omega_g J \omega_q (\omega_g + \omega_q) & -\omega_g J (\omega_g + \omega_q) & \omega_g^2 \end{bmatrix}, \quad (7.1.5)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektorem vstupu je zde $\mathbf{u}(t) = [\omega(t) \ \epsilon(t) \ u(t)]^T$ a výstupem přímo odhad poruchy $y(t) = \hat{d}_u(t)$. Tento systém je znovu možné implementovat pomocí bloku CSSM (či DSSM) v REXu. PI regulátor lze stejně jako PD regulátor realizovat pomocí bloku PIDU z knihovny funkčních bloků systému REX. Součástí regulátoru je v tomto případě integrační složka a je tedy zapotřebí zamezit jejímu unášení při saturaci (to je i důvod proč je rozumné realizovat PI regulátor a rekonstruktor poruchy odděleně). Na to je však v bloku PIDU pamatováno, stačí přivést saturovaný výstup regulátoru na příslušný vstup regulátoru a vhodně zvolit danou konstantu (jedná se o tzv. antiwindup), zároveň tak bude zajištěn bezrázový přechod při případném přepínání mezi automatickým a manuálním režimem. Implementace algoritmu v grafickém prostředí řídicího systému REX je na obrázku 7.1.6.

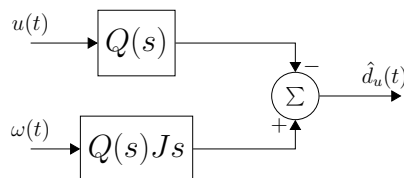


Obrázek 7.1.6: Implementace PI regulátoru a rekonstruktoru poruchy v REXu

Regulaci polohy je potom možné zajistit pomocí kaskádní regulace, tedy doplněním algoritmu o nadřazenou regulační smyčku, přičemž v tomto případě pro dosažení nulové regulační odchylky v ustáleném stavu při konstantním referenčním signálu postačí pouhý P (proporciální) regulátor, což je v souladu s principem vnitřního modelu.

7.1.2 Implementace základní verze algoritmu

Implementaci základní verze algoritmu lze provést také více způsoby, zde je uvedena varianta regulace rychlosti. Regulační smyčka rychlosti $\omega(t)$ tedy byla rozdělena na rekonstruktor poruchy a PI regulátor. Blokové schéma základní verze rekonstruktoru (bez dodatečné informace) je na obrázku 7.1.7. Jedná se o systém



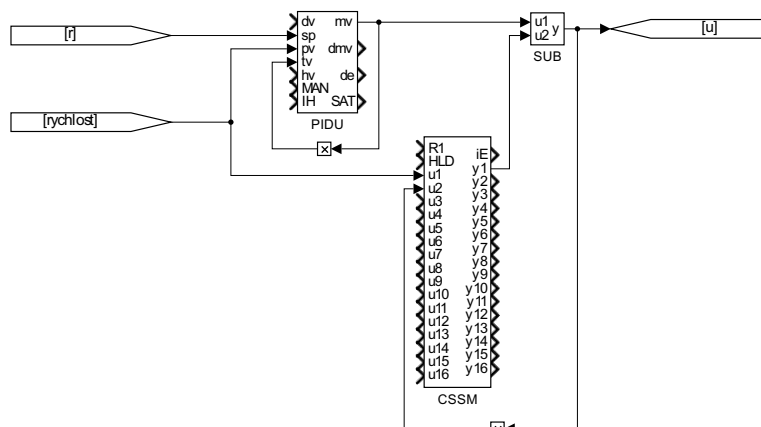
Obrázek 7.1.7: Blokové schéma rekonstruktoru vstupní poruchy - základní verze prvního řádu, který lze vyjádřit ve stavové reprezentaci

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= ax(t) + \mathbf{B}u(t), \\ y(t) &= cx(t) + \mathbf{D}u(t), \end{aligned} \quad (7.1.6)$$

kde vektorem vstupu je $\mathbf{u}(t) = [\omega(t) \quad u(t)]^T$ a výstupem odhad poruchy $y(t) = \hat{d}_u(t)$, příslušné skaláry a vektory a , \mathbf{B} , c a \mathbf{D} jsou

$$a = -\omega_q, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -J\omega_q^2 & -\omega_q \end{bmatrix}, \quad c = 1, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} J\omega_q & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.1.7)$$

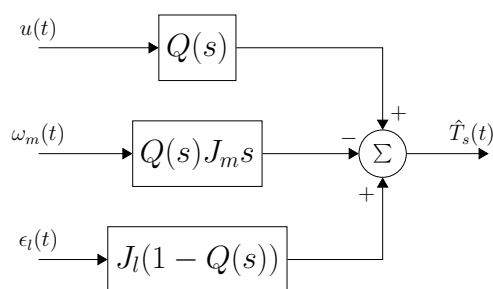
Implementace algoritmu v REXu je na obrázku 7.1.8.



Obrázek 7.1.8: Implementace základní verze algoritmu s řízením rychlosti v REXu

7.2 Pružný dvoumotový systém s virtuální změnou poměru rezonancí

Rychlostní řídicí smyčku je možné rozdělit na PI regulátor a rekonstruktor reakčního momentu $T_s(t)$. Blokové schéma rekonstruktoru je na obrázku 7.2.1. Takový



Obrázek 7.2.1: Blokové schéma rekonstruktoru reakčního momentu

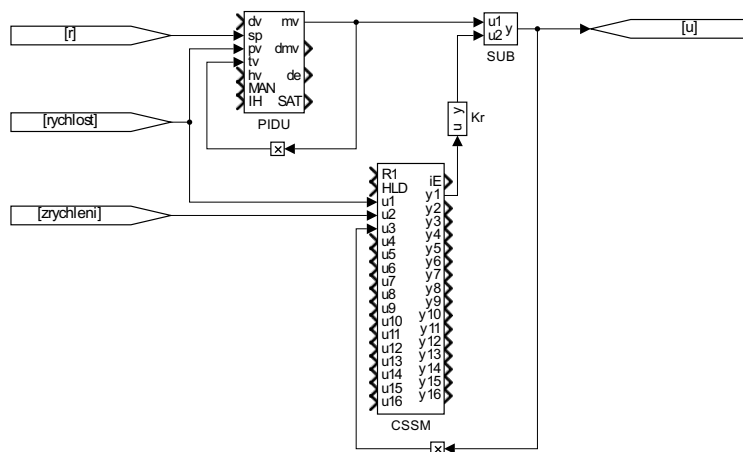
systém lze modelovat systémem prvního řádu ve stavové reprezentaci

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= ax(t) + \mathbf{B}u(t), \\ y(t) &= cx(t) + \mathbf{D}u(t), \end{aligned} \quad (7.2.1)$$

kde vektorem vstupu je $\mathbf{u}(t) = [\omega_m(t) \quad \epsilon_l(t) \quad u(t)]^T$ a výstupem odhad reakčního momentu $y(t) = \hat{T}_s(t)$, příslušné skaláry a vektory a , \mathbf{B} , c a \mathbf{D} jsou

$$a = -\omega_q, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} J_m\omega_q^2 & -J_l\omega_q & \omega_q \end{bmatrix}, \quad c = 1, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -J_m\omega_q & J_l & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.2.2)$$

Implementace algoritmu v REXu je na obrázku 7.2.2.



Obrázek 7.2.2: Implementace algoritmu se změnou poměru rezonancí v REXu

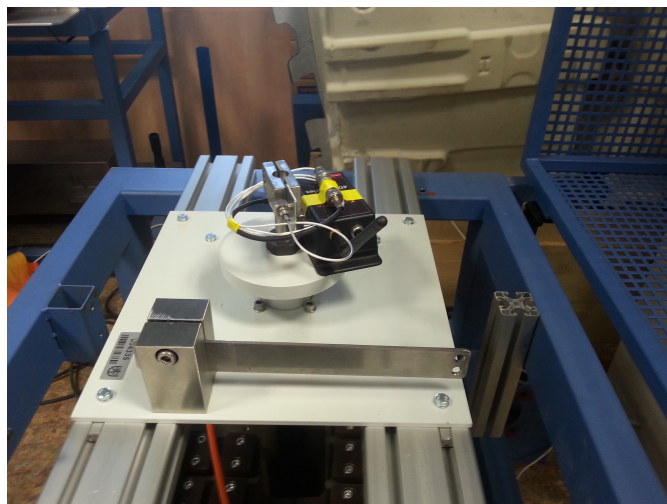
8 Experimentální testy

Experimentální testy nebylo možné provést v plném rozsahu z důvodu technických potíží s laboratorním modelem servopohonu (fotografie jsou na obrázku 8.0.1), které se v daném čase nepodařilo odstranit.

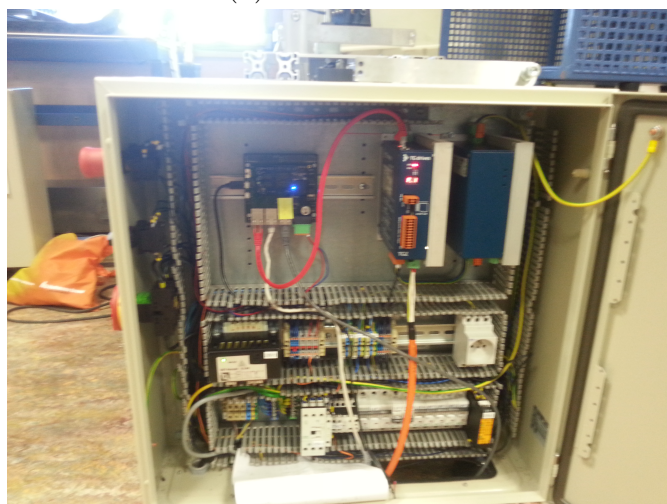
Hlavní příčinou problémů byla přítomnost rušení z elektrické sítě v proudové smyčce a měřeních, což odhalila analýza pomocí výpočtu amplitudových frekvenčních spekter jednotlivých signálů. Na obrázku 8.0.2a je k vidění amplitudové frekvenční spektrum proudu v případě, že jeho referenční hodnota byla nulová. Můžeme si všimnout, že signál obsahuje frekvenci 50Hz , což odpovídá frekvenci napětí elektrické sítě v České republice. Dále jsou v signálu k vidění vyšší harmonické frekvence, dominantní je třetí harmonická (150Hz). Rušení kmitočtem



(a) Laboratorní model



(b) Detail modelu



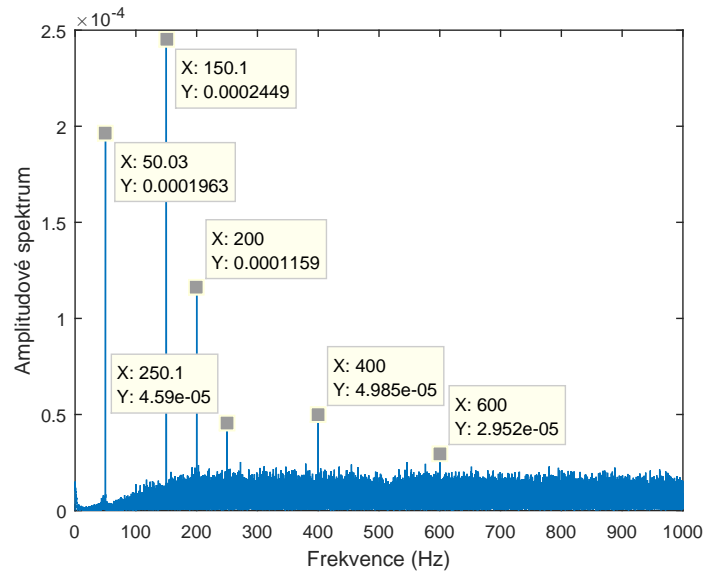
(c) Řídící jednotka

Obrázek 8.0.1: Fotografie laboratorního modelu

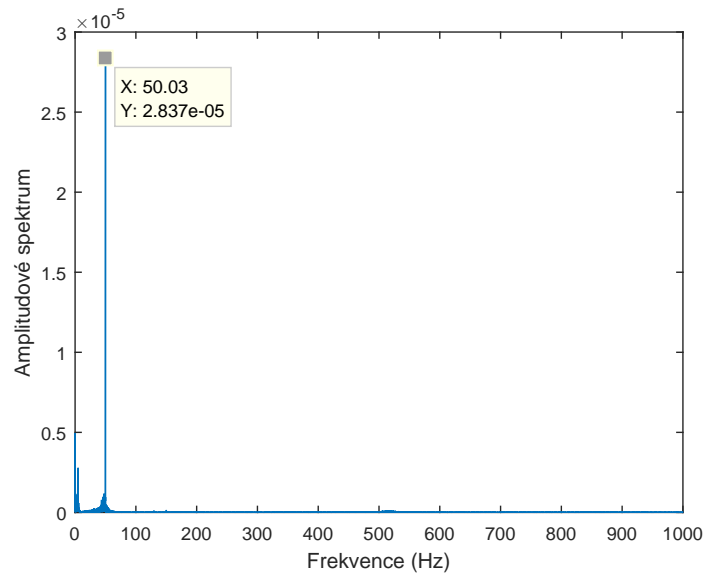
50Hz je přítomné i v měření polohy pomocí IRC čidla, viz amplitudové frekvenční spektrum na obrázku 8.0.2b. Podíváme-li se na amplitudové spektrum měření akcelerometru (obrázek 8.0.2c), který byl umístěn na pružné zátěži, můžeme kromě první a třetí harmonické frekvence elektrické sítě pozorovat ještě výskyt kmitočtu zhruba 130Hz , to je způsobeno vybuzením rezonanční (vlastní) frekvence mechanického systému o této hodnotě nejspíše právě frekvencí 150Hz v proudové smyčce. Z tohoto důvodu byla měření akcelerometru téměř nepoužitelná. Hodí se podotknout, že před výpočtem amplitudových spekter byla od signálů odečtena jejich střední hodnota (stejnoseměrná složka zde není zajímavá). Na obrázku 8.0.3 potom můžeme vidět, jak vypadá časový průběh signálu z měření akcelerometru před a po spuštění pohonu. Výše popsané potíže jsou pravděpodobně způsobeny

pronikáním frekvence elektrické sítě do měření proudu ve fázích motoru, jde nejspíše o hardwarový problém návrhu frekvenčního měniče. Problém je nutné řešit s výrobcem. Jedná se o novou výrobní řadu elektromechanické soustavy, která ještě není vyzkoušena.

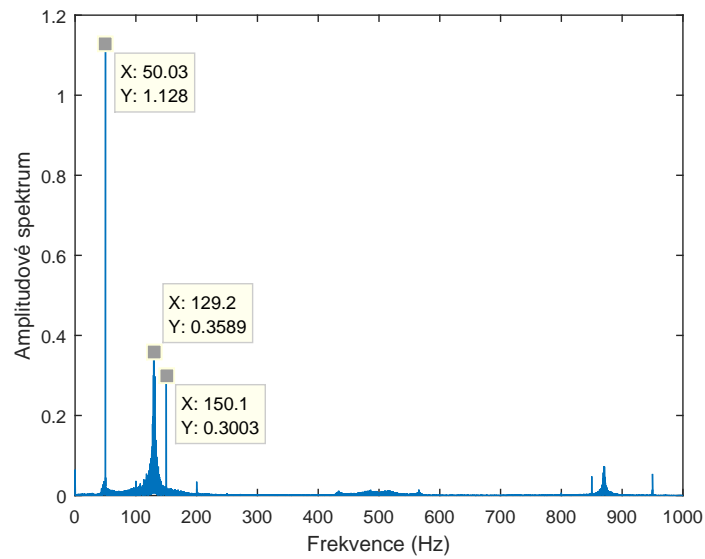
Frekvenční charakteristiky řízeného systému (získané měřením) jsou na obrázku 8.0.4. Můžeme vidět, že systém má dvě rezonanční a dvě antirezonanční frekvence. Přičemž ona rezonanční frekvence o hodnotě 128Hz je vybudována kmitočtem 150Hz v proudové smyčce a způsobuje, jak již bylo zmíněno, další zkreslení



(a) Proud

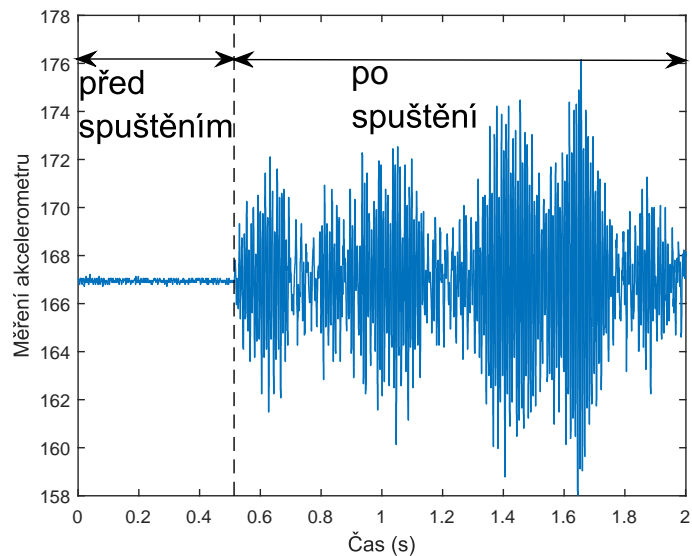


(b) Poloha - IRC



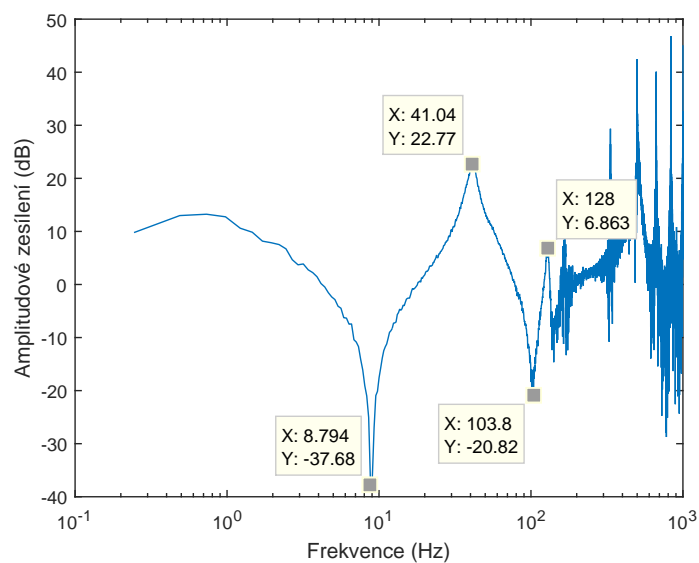
(c) Zrychlení - Akcelerometr

Obrázek 8.0.2: Amplitudová spektra měřených signálů

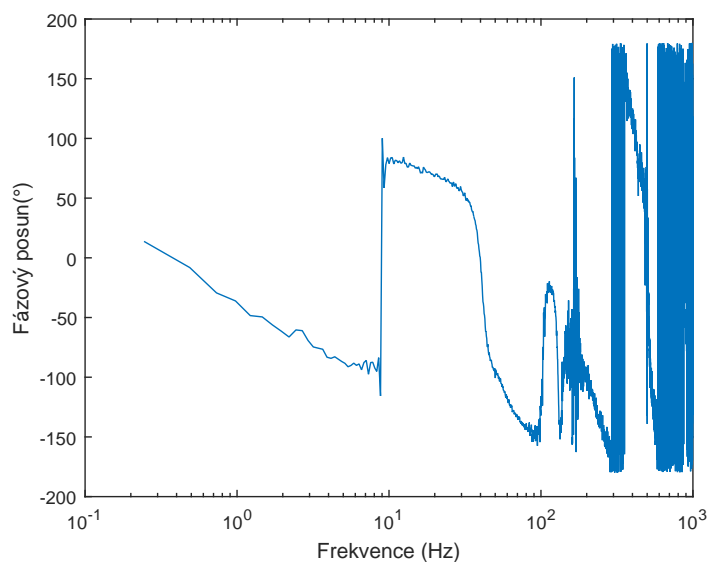


Obrázek 8.0.3: Časový průběh signálu z akcelerometru

měřeného zrychlení. Dále se hodí podotknout, že zpracování měřeného signálu pomocí filtrace signálu z měření akcelerometru pásmovou propustí není možné, protože poruchy o první a třetí harmonické frekvenci elektrické sítě (50Hz , 150Hz) jsou právě v blízkosti rezonančních frekvencí řízeného systému (41Hz , 128Hz).



(a) Amplitudová charakteristika



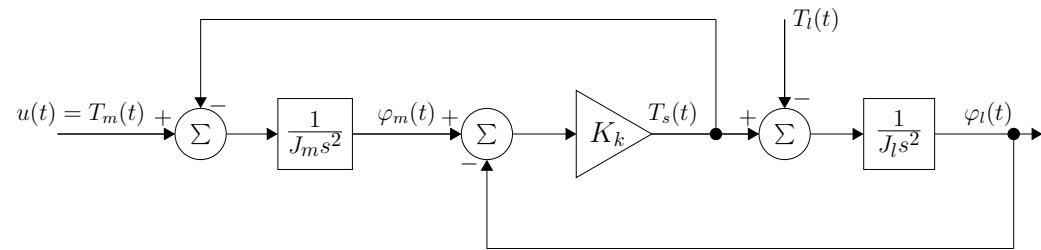
(b) Fázová charakteristika

Obrázek 8.0.4: Frekvenční charakteristiky řízeného systému

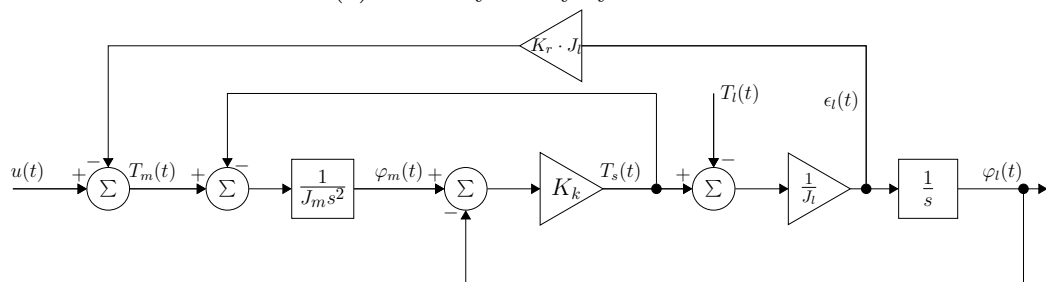
8.1 Virtuální změna poměru rezonancí

Pro ilustraci možnosti virtuální změny poměru rezonancí řízeného systému byl proveden následující experiment. Nejprve byla naměřena frekvenční charakteristika samotného řízeného systému (blokové schéma na obrázku 8.1.1a), jejíž amplitudové a fázové průběhy jsou na obrázku 8.0.4. Následně byla zavedena akcelerační zpětná vazba (blokové schéma na obrázku 8.1.1b), přičemž odstranění

statického biasu bylo uskutečněno odečtením střední hodnoty signálu při měření v klidu (systém nebyl v pohybu), a byl zkoumán vliv změny parametru $K_r \cdot J_l$ na virtuální změnu rezonančního poměru. Při měření frekvenční charakteristiky byl systém buzen širokopásmovým signálem $u(t)$. Na obrázku 8.1.2 jsou k vidění vý-



(a) Samotný řízený systém



(b) Řízený systém s akcelerační zpětnou vazbou

Obrázek 8.1.1: Bloková schémata - experiment

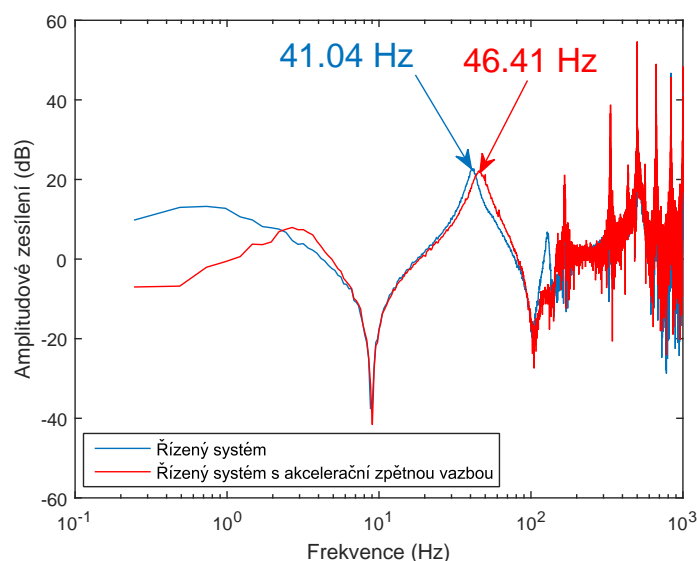
sledky experimentu porovnávající amplitudové frekvenční charakteristiky řízeného systému samotného a s akcelerační zpětnou vazbou. Vidíme, že skutečně dochází k posunu první rezonanční frekvence, přičemž první antirezonanční frekvence zůstává na stejné hodnotě a tím se tedy virtuálně mění jejich poměr. Bohužel nebylo možné dosáhnout výraznějších výsledků (větší změny poměru rezonancí), protože při větší hodnotě $K_r \cdot J_l$ se smyčka stávala nestabilní vlivem poruch měření, které byly popsány výše.

9 Závěr

Cílem práce bylo navrhnout algoritmy pro řízení pohonů, poté je otestovat nejprve simulačně a nakonec i experimentálně na vhodném laboratorním modelu.

Úvodní části textu byly věnovány popisu sensorů a akčních členů užívaných v řízení pohonů, byly zde rovněž představeny matematické modely elektromechanických soustav a regulační struktury, které se standardně používají v dané oblasti.

V dalších částech se přešlo k hlavnímu problému, tedy návrhu algoritmů využívajících dodatečnou informaci z měření akcelerometru. Nejprve byla popsána možnost řízení dokonale tuhého systému pomocí kompenzátoru neznámé poruchy na vstupu řízeného systému. Byla provedena poměrně rozsáhlá analýza chování



Obrázek 8.1.2: Porovnání amplitudových charakteristik - experiment

uzavřené smyčky ve frekvenční oblasti, zkoumán byl rovněž vliv struktury jednotlivých subsystémů řídicího algoritmu na potlačení poruchy. Validita teoretických závěrů byla podpořena řadou simulačních testů. Byl rovněž proveden simulační experiment srovnávající šířku pásma regulace uzavřené smyčky s využitím dodatečné informace a bez jejího využití. Poznatky získané z analýzy systému a simulačních experimentů byly následně využity pro formulaci metodiky volby návrhových parametrů řídicího algoritmu. Dále byl představen přístup, kterým lze využít informaci z měření akcelerometru na straně poháněné zátěže pro virtuální změnu rezonančního poměru pružného dvouhmotového systému za účelem lepší říditelnosti (z hlediska lepšího tlumení vibrací či zvětšení šířky pásma regulace) systému PI regulátorem. I v tomto případě byla provedena analýza vlivu návrhových parametrů systémů na kvalitu regulace, jejíž správnost byla ověřena simulačním testem. Získané poznatky byly opět využity při formulaci metodiky volby návrhových parametrů řídicího algoritmu.

Závěrečné části práce byly věnovány implementaci algoritmů v REXu, což je řídicí systém reálného času, a experimentálním pokusům. Bylo uvedeno několik možností implementace řídicího algoritmu s kompenzátorem neznámé vstupní poruchy pro tuhý mechanický systém včetně schémat přímo z grafického jazyka systému REX. Stejně tak byla uvedena možnost implementačního řešení algoritmu s virtuální změnou poměru rezonancí pro pružný dvouhmotový systém. Experimentální pokusy bohužel nebylo možné uskutečnit v plném rozsahu z důvodu technických problémů s laboratorním modelem servopohonu, nicméně byla alespoň provedena analýza těchto problémů a zjištěna jejich příčina. Nakonec byla experimentálně ověřena možnost změny poměru rezonancí s využitím zpětné vazby od měřeného zrychlení.

Použitá literatura

- [1] Volker Kempe: *Inertial MEMS Principle and Practice*, 2011.
- [2] Alexander Bahr: *Speed Acquisition Methods for High-Bandwidth Servo Drives*, 2005.
- [3] Erwin Schrijver, Johannes van Dijk: *Disturbance Observers for Rigid Mechanical Systems: Equivalence, Stability, and Design*, 2002.
- [4] Wen-Hua Chen, Jun Yang, Lei Guo, Shihua Li: *Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods - An Overview*, 2016.
- [5] Kouhei Ohnishi, Masaaki Shibata, Toshiyuki Murakami: *Motion Control for Advanced Mechatronics*, 1996.
- [6] Kazuaki Yuki, Toshiyuki Murakami, Kouhei Ohnishi: *Vibration Control of 2 Mass Resonant System by Resonance Ratio Control*, 1993.
- [7] Seiichiro Katsura, Kouhei Ohnishi: *Force Servoing by Flexible Manipulator Based on Resonance Ratio Control*, 2007.
- [8] Emre Sariyildiz, Gong Chen, Haoyong Yu: *Robust Position Control of a Novel Series Elastic Actuator via Disturbance Observer*, 2015.
- [9] Koji Sugiura, Yoichi Hori: *Vibration Suppression in 2- and 3-Mass System Based on the Feedback of Imperfect Derivative of the Estimated Torsional Torque*, 1996.
- [10] Martin Goubej: *Fundamental Performance Limitations in PID Controlled Elastic Two-mass Systems*, 2016.
- [11] Slobodan N. Vukosavić: *Digital Control of Electrical Drives*, 2007.