

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra informatiky a výpočetní techniky

Bakalářská práce

Simulace lentikulární desky

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 2.5.2017

Milan Brunclík

Abstract

English title of this thesis is Lenticular Sheet Simulation. It is focused on lenticular sheets and their simulations and it explains principles behind lenticular technology and its application. It contains description of various mechanical and optical parameters of lenticular sheet (mechanical and visual pitch, thickness, curvature radius, viewing angle and refraction index). It includes an analysis of various methods used to specify and measure these parameters with special attention paid to use only ordinary tools. This analysis is extended with practical experiments with real sheets to validate and assess usability of these methods. This part also contains simulations done to examine dependencies between sheet parameters and principles of measurement methods. Part of this work is software application used to make these simulations.

Abstrakt

Tato práce se zabývá lentikulárními deskami a jejich simulací. Je v ní popsán princip, na kterém je deska založena, a oblasti použití. Obsahuje popis mechanických a optických parametrů, které jsou pro desku charakteristické (mechanická a vizuální rozteč, tloušťka, poloměr zakřivení, zorný úhel a index lomu). Jsou zde analyzovány metody použitelné pro jejich stanovení pomocí běžně dostupných pomůcek. Teoretická část je doplněna experimenty s reálnými deskami, pomocí nichž se ověřovala použitelnost těchto metod. Součástí práce je řada simulací, kterými byla zkoumána závislost mezi některými parametry a podstata metod pro jejich stanovení. Práce obsahuje softwarovou aplikaci, která byla za tímto účelem vyvinuta.

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Stereoskopie	1
1.2	Bariérová metoda	2
1.3	Lentikulární technologie	3
2	Lentikulární deska	4
3	Parametry desky	6
3.1	Rozteč čoček	6
3.2	Zorný úhel	7
3.3	Index lomu	9
3.4	Tloušťka desky	10
3.5	Poloměr zakřivení čočky	11
4	Stanovení parametrů desky	13
4.1	Rozteč	13
4.2	Tloušťka desky	17
4.3	Zorný úhel	19
4.4	Měření rozptylu	23
5	Simulátor	28
5.1	Analýza problému	29
5.1.1	Rekurzivní sledování paprsku	29
5.1.2	Průsečík se zakřivenou částí	30
5.1.3	Průsečík s rovnou částí	31

5.1.4	Odraz a lom paprsku	32
5.2	Implementace	34
5.3	Použití	35
6	Závěr	42
	Seznam obrázků	43
	Seznam tabulek	45
	Seznam symbolů	46
	Literatura	47

1 Úvod

Tato bakalářská práce na téma „Simulace lentikulární desky“ se věnuje lentikulárním deskám, které jsou klíčovým prvkem technologie nazývané lentikulární tisk. Cílem práce je navrhnout postupy, které by pomocí běžně dostupných prostředků umožnily odhadovat parametry lentikulární desky. Takto získané hodnoty by bylo možné použít v aplikaci pro náhled lentikulárního tisku LenticularPreview¹.

V následujícím textu se budu věnovat popisu toho, jak lentikulární deska vypadá, na jakých principech je založena a jaké jsou její základní parametry. Pro hlubší pochopení principů a snazší experimentování jsem vytvořil simulátor průchodu paprsku lentikulární deskou. Ten je přílohou této práce a je mu věnována kapitola 5 na konci textu. Pokud se budu dále v textu zmiňovat o simulátoru a výsledcích simulace, jde o data získaná tímto nástrojem.

Protože se s tímto textem může setkat čtenář, kterému termíny z předchozího odstavce mohou znít cize, zařadil jsem do textu stručný úvod do této problematiky vycházející z [3, 8, 9, 10]. Čtenář obeznámený se základy může tuto kapitolu přeskóčit.

1.1 Stereoskopie

Lentikulární tisk patří do skupiny metod, které se používají pro vytvoření iluze prostorového vjemu. Při pozorování našeho okolí vzniká prostorový vjem v mozku složením obrazu z očí, kdy levé a pravé oko sledují scénu z různých úhlů.

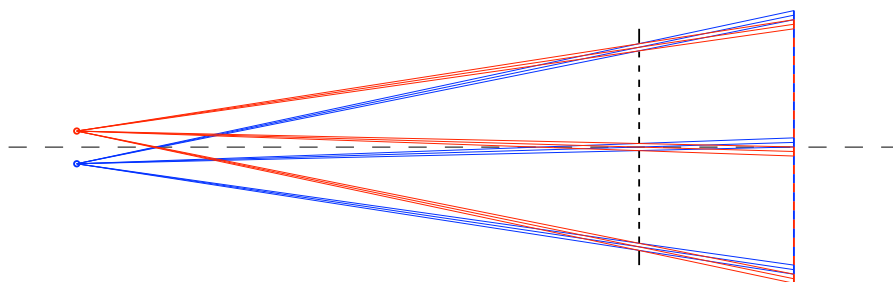
Pokud bychom chtěli dosáhnout podobného efektu uměle, je třeba vytvořit pro každé oko příslušný obraz. Tato technika se nazývá stereoskopie. První zařízení pracující na principu vytvoření odlišného obrazu pro levé a pravé oko (stereoskop) se objevilo v polovině 19. století a mělo formu stereoskopických brýlí. Jejich pomocí divák sledoval scénu tvořenou dvojicí oddělených obrázků, kde každé oko vidělo svůj obrázek. Nevýhodou této techniky bylo, že každý divák potřeboval vlastní prohlížeč se sadou obrázků.

¹Tato aplikace vznikla na KIV FAV v roce 2015 a jejím autorem je Petr Vaněček

Do kategorie stereoskopie můžeme zařadit také 3D brýle používané při sledování filmů v kině nebo na displeji TV. V tomto případě je obraz pro obě oči promítán na společnou plochu pro více diváků a obraz je rozdělen pro pravé a levé oko až v brýlích. Pro oddělení obrazu se používají různé typy filtrů v závislosti na použité zobrazovací technologii. Jak fungují různé typy filtrů je popsáno např. na stránkách UF3D [6] v kapitole „Stereoskopické displeje“.

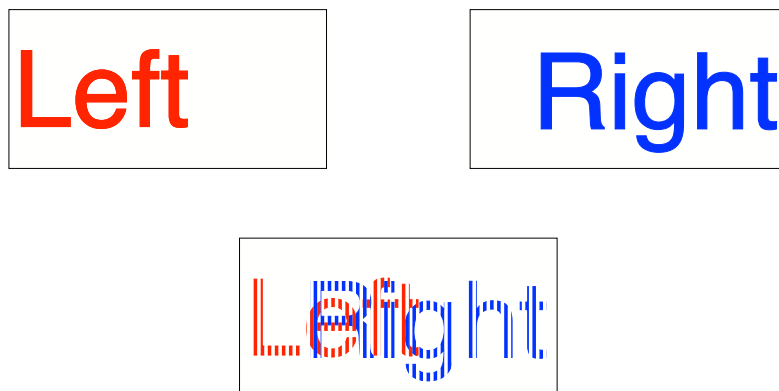
1.2 Bariérová metoda

Potřebu použití speciálního prohlížeče na straně diváka odstraňují autostereoskopické metody. Ty pracují na odlišném principu – k oddělení obrazu pro levé a pravé oko dochází na straně pozorovaného obrazu. Princip ukazuje bariérová metoda, která je po technické stránce velmi jednoduchá. Před obrazem je připevněna bariéra (deska se svislými štěrbinami), která propouští obraz určený pro dané oko a ostatní zakrývá. Tuto situaci ilustruje obrázek 1.



Obrázek 1: Bariérová metoda

Při přípravě podkladu jsou oba obrazy rozděleny na svislé proužky a proloženy (viz obrázek 2) – z levého obrázku se vyberou sudé sloupce a z pravého liché (pořadí je prohozené). Vzdálenost bariéry od podkladu, rozteč a šířka štěrbin jsou stanoveny tak, aby divák z určeného místa viděl levým okem sloupečky z levého obrazu a pravým okem z pravého obrazu. Poloha diváka před obrazem je velmi důležitá – pokud se dostane mimo určenou oblast, uvidí levé oko obraz pro pravé oko a naopak, případně uvidí obě oči stejný obraz. Tyto situace jsou detailně rozebrány na stránkách UF3D [6] v kapitole „Podstata autostereoskopického vícehledového displeje“.



Obrázek 2: Podklad pro bariérovou metodu

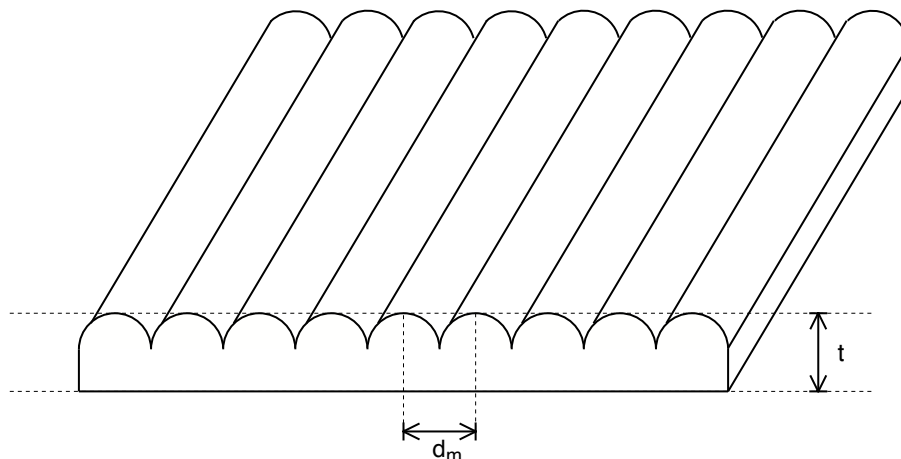
Maska, která slouží pro filtrování obrazu, představuje zároveň slabé místo této metody. Tím je blokování části obrazu maskovacími proužky – čím jsou širší, tím užší jsou štěrbiny a tím méně světla propustí. Užší štěrbiny na druhé straně dovolí zvětšit zónu, ze které je možné pozorovat obraz bez chyb a narušení prostorové iluze. Šířka štěrbin proto závisí na konkrétním použití.

1.3 Lentikulární technologie

Zdokonalením bariéry je lentikulární technologie, která místo štěrbin pro výběr obrazu používá čočky, jenž v závislosti na pozorovacím úhlu zobrazí určitou část obrazu pod nimi. Čočky mají tvar „válců“, jejichž podélné osy jsou rovnoběžné s osami štěrbin v bariéře. Díky tomuto tvaru mají optické vlastnosti čočky pouze v jedné rovině (kolmé na osu válce). Dále v textu se budu věnovat této technologii.

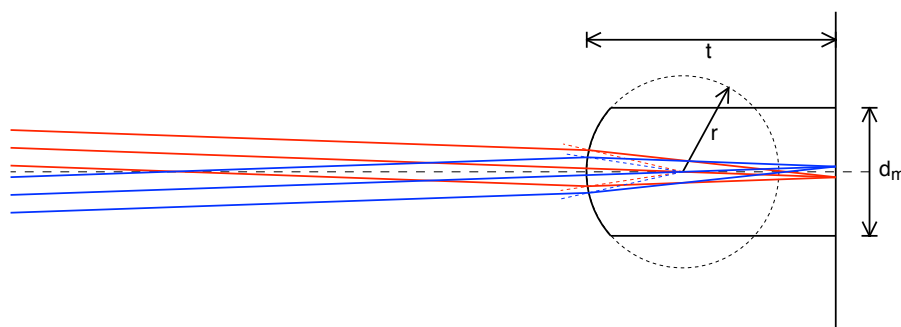
2 Lentikulární deska

V předchozí kapitole jsem se zmínil o technologii, která používá soustavu čoček ve formě desky. Na obrázku 3 je vidět, jak taková deska vypadá. Je tvořena řadami čoček válcového tvaru, které jsou umístěny těsně vedle sebe a jsou rovnoběžné. Většinou jsou vyrobeny z plastu – nejčastěji z polykarbonátu, akrylátu nebo PET. Velikost čoček může být různá a závisí na pozorovací vzdálenosti, pro kterou je deska určena. V praxi se můžeme setkat s rozměry od desetin mm po jednotky mm.



Obrázek 3: Lentikulární deska

Paprsek, který prochází čočkou, se láme dle Snellova zákona[13]. Čočka tak zobrazuje zvětšenou část pozadí, která odpovídá úhlu pohledu. Obrázek 4 ukazuje, jak vypadá průchod paprsků pro dva různé směry. Příprava pozadí vypadá podobně jako u bariérové metody – opět vznikne složením z více obrázků, které jsou rozřezány na proužky a sestaveny v obráceném pořadí. Pokud se jako pozadí používá potištěná plocha, tak se celý proces její přípravy a výroby nazývá lentikulárním tiskem. V případě, kdy jako pozadí slouží displej, používáme termín lentikulární displej.



Obrázek 4: Lentikulární čočka

Vlastnost, kdy nám čočka zobrazuje pro určité úhly pohledu odpovídající části podkladu, je možné využít pro získání několika typů vizuálních efektů. Kromě již zmiňované iluze prostorového obrazu, kdy levé a pravé oko vidí různý obraz, to jsou různé typy dynamických efektů, které vznikají vzájemným pohybem desky a pozorovatele (změnou úhlu). Zde většinou obě oči vidí stejný obraz (díky použití vodorovné orientace čoček), který se postupně mění. Mezi nejznámější takové efekty patří:

- jednoduchá animace – pohyb objektu je rozfázován do několika snímků
- změna velikosti – jednotlivé snímky zobrazují předmět s různou velikostí
- proměna – snímky zachycují postupnou proměnu jednoho objektu v jiný
- náhlá výměna snímků

Za určitých podmínek je možné oba typy efektů kombinovat a získat tak např. 3D obraz s paralaxou, kdy se mění poloha blízkého objektu vůči vzdálenému pozadí při drobné změně úhlu pohledu.

3 Parametry desky

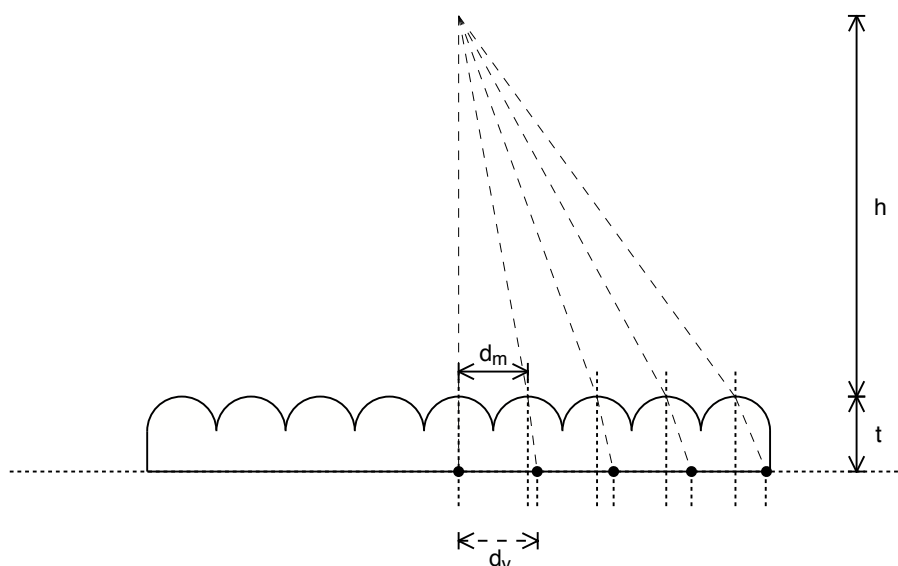
Vlastnosti desky jsou popsány řadou parametrů, které můžeme rozdělit do několika skupin:

- mechanické – mechanická rozteč čoček, tloušťka, poloměr zakřivení čochky
- optické – vizuální rozteč čoček, zorný úhel, index lomu
- chemické – složení materiálu

V následujících kapitolách se budu věnovat těm parametrům, které mají zásadní vliv na optické vlastnosti, protože ty jsou důležité pro předtiskovou přípravu podkladu a simulaci průchodu paprsku.

3.1 Rozteč čoček

Rozteč lentikulárních čoček je jedním z hlavních parametrů desky, který má vliv na přípravu podkladu pro tisk. Je možné ji uvádět jako šířku čochky nebo vzdálenost jejich středů, ale běžně se používá převrácená hodnota, která vyjadřuje počet čoček na jednotku délky (nejčastěji palec – inch). V praxi se udává jako počet čoček na palec (Lenticules per inch) – Lpi^2 .



Obrázek 5: Vizuální a mechanická rozteč

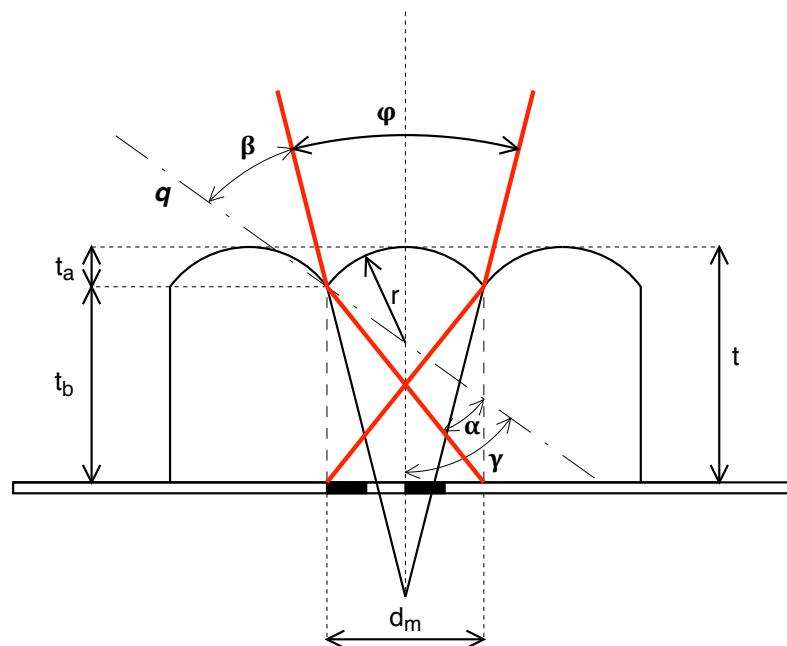
²Zde je vhodné upozornit na rozdíl mezi jednotkami Lpi (Lenticules per inch) a lpi (lines per inch), které se používají pro definici hustoty rastru používaného v ofsetovém tisku.

Takto definovaná rozteč d_m se označuje jako mechanická (mechanical pitch), protože vyjadřuje mechanickou vzdálenost čoček na desce. Ta je určena formou při výrobě desky a je uváděna výrobcem. Při přípravě podkladu je třeba vzít také v úvahu vzdálenost pozorovatele od desky, protože paprsky od jednotlivých čoček přicházejí pod různými úhly a dochází k jejich lomu. Tuto situaci ilustruje obrázek 5. Tato rozteč se nazývá vizuální a její hodnota v L_{pi} je menší než u mechanické rozteče.

Faktory, které ovlivňují vizuální rozteč d_v , jsou mimo jiné vzdálenost pozorovatele od desky h a tloušťka desky t . Čím je odstup pozorovatele větší nebo deska tenčí, tím menší je rozdíl mezi mechanickou d_m a vizuální d_v roztečí. Při pohledu z nekonečna jsou potom identické, protože paprsky procházejí deskou paralelně.

3.2 Zorný úhel

Dalším významným parametrem lentikulární desky je zorný úhel φ znázorněný na obrázku 6. Ten je svírán extrémními paprsky vycházejícími z potišťené oblasti příslušející jedné čočce.



Obrázek 6: Zorný úhel

Pro úhel φ platí následující vztahy (převzaté z [5])

$$\varphi = 2(\gamma - \beta),$$

kde úhel β svírá paprsek vycházející z čočky krajním bodem s kolmicí k povrchu čočky (normálou) q v tomto bodě, γ představuje úhel mezi osou čočky a normálou.

Podle Snellova zákona zde platí následující

$$\beta = \arcsin \left(\frac{n \sin \alpha}{n_v} \right).$$

Konstanty n a n_v představují index lomu světla v materiálu čočky a ve vzduchu, úhel α svírá vnitřní paprsek s normálou. Pro něj platí následující vztah

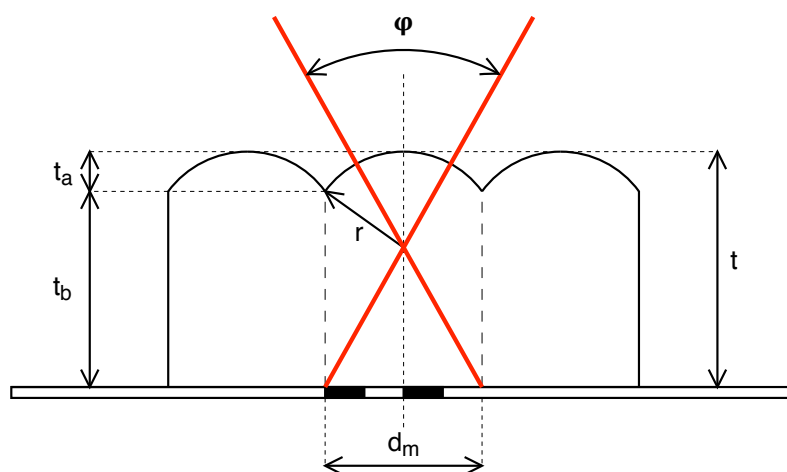
$$\alpha = \gamma - \arctan \left(\frac{d_m}{t_b} \right),$$

kde d_m je šířka čočky a t_b tloušťka substrátu pod ní. Ty plynou z následujících vztahů

$$\begin{aligned} \gamma &= \arcsin \left(\frac{d_m}{2r} \right), \\ t_b &= t - t_a, \\ t_a &= r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{d_m}{2} \right)^2}. \end{aligned}$$

V praxi je zorný úhel dalším údajem, který uvádí výrobce desek. Jak je z jeho odvození zřejmé, nese v sobě také informaci o poloměru zakřivení čočky r a indexu lomu n , protože oba tyto faktory jsou spolu s tloušťkou desky t a mechanickou roztečí d_m pro výsledný úhel určující.

Jiná definice zorného úhlu, která je zmíněna v [6], používá místo extrémních paprsků paprsky procházející středem zakřivení čočky. Situace je znázorněna na obrázku 7.



Obrázek 7: Zorný úhel – alternativa

Na takto definovaný zorný úhel nemá index lomu čočky vliv, protože paprsky se v tomto případě nelámou, a závisí tak pouze na rozteči d_m , tloušťce t a poloměru zakřivení r .

Úhel φ lze v tomto případě vyjádřit vztahem

$$\varphi = 2 \arctan \frac{d_m}{2(t - r)}.$$

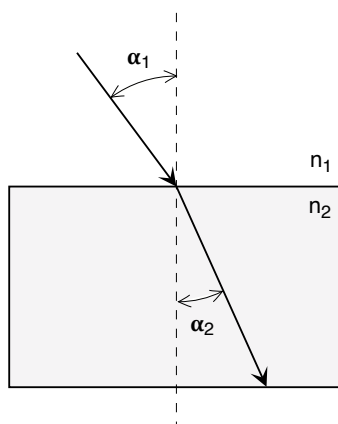
Hodnota úhlu se u běžně dostupných polymerových desek pohybuje mezi 24° a 60° . Desky se zorným úhlem $24^\circ - 30^\circ$ se používají pro vytvoření iluze 3D obrazu – zde je třeba, aby každé oko vidělo jiný obraz. Desky se zorným úhlem $45^\circ - 60^\circ$ pak nalézají uplatnění při výměně obrázků a tvorbě animací – zde je naopak žádoucí, aby obě oči viděly stejný obraz.

3.3 Index lomu

Na několika místech jsem zmínil Snellův zákon, který popisuje lom paprsku na rozhraní dvou prostředí a definuje vztah mezi úhlem a rychlostí světla v daném prostředí. Jeho matematický přepis vypadá následovně

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

úhly paprsků α_1 a α_2 jsou vztaženy k normále plochy v místě, kde dochází k lomu, v_1 a v_2 představují fázové rychlosti v jednotlivých prostředích, λ_1 a λ_2 odpovídající vlnové délky, n_1 a n_2 indexy lomu.



Obrázek 8: Lom světla

Z fyzikálního hlediska je index lomu bezrozměrná veličina, která udává poměr fázových rychlostí světla ve vakuu c a v daném materiálu v

$$n = \frac{c}{v}.$$

Fázová rychlost světla závisí na optické hustotě materiálu, kterým světlo prochází. Pro vzduch je za normálních podmínek 1,0003, pro vodu 1,33, vysoký index lomu 2,46 má diamant. U polymerů používaných pro výrobu lentikulárních desek se hodnoty indexu lomu pohybují v rozmezí 1,5 - 1,6.

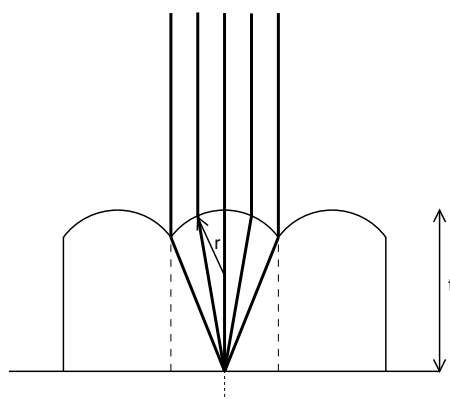
3.4 Tloušťka desky

Tloušťka desky se většinou volí tak, aby její zadní strana odpovídala ohniskové rovině. Vhodnou tloušťku je možné vypočítat podle následujícího vzorce, ve kterém opět figurují index lomu n a poloměr zakřivení čočky r

$$t = \frac{nr}{n - 1}.$$

U takové desky by potom bylo možné tisknout přímo na její zadní stranu nebo k ní potištěný substrát přilepit. Zajistí se tak konstantní vzdálenost desky a podkladu, nedochází zde k dalšímu lomu a zabrání se vniknutí nečistot mezi desku a substrát.

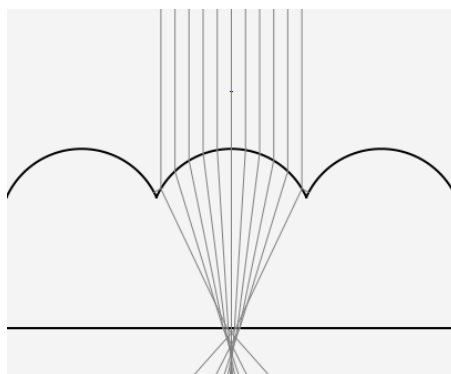
Výše uvedený vztah platí pro ideální čočku, která netrpí optickými vadami a souběžné paprsky soustředí do jednoho nekonečně malého bodu, jak je vidět na obrázku 9.



Obrázek 9: Průchod souběžných paprsků

Obrázek 10 vytvořený pomocí simulátoru ilustruje, jaká je situace u reálné čočky. Zde se projevuje sférická aberace³ a paprsky se tak nesoustředí do jednoho bodu, ale vytvoří kruhovou plošku.

³Otvorová (někdy též nazývaná kulová) vada je způsobena tím, že paprsky procházející okrajem optických prvků se zaostří nepatrně jinam nežli paprsky procházející blízko jejich středu.



Obrázek 10: Simulace průchodu souběžných paprsků

Proto se volí ideální tloušťka tak, aby byla plocha průniku co nejmenší. Někdy je také třeba zohlednit tloušťku lepidla mezi deskou a potištěným substrátem, pokud se netiskne přímo na desku.

3.5 Poloměr zakřivení čočky

Optické vlastnosti lentikulární desky jsou dány indexem lomu materiálu, tloušťkou desky, mechanickou roztečí čoček a poloměrem zakřivení čoček. Z pohledu diváka je nejdůležitější jejich kombinace v podobě zorného úhlu.

Pokud uvažujeme počet obrázků za jednou čočkou konstantní, potom malý zorný úhel umožňuje, aby každé oko diváka vidělo jiný obraz. Proto se desky s malým zorným úhlem hodí pro 3-D efekt. Velký zorný úhel naopak umožňuje, aby obě oči viděly tentýž obraz. Proto se desky s velkým zorným úhlem používají pro efekt prudké výměny.

Při volbě poloměru zakřivení a ostatních parametrů desky můžeme použít následující řetězec úvah. V nich se snažíme o výrobu takových čoček, které se co nejvíce chovají jako ideální, tj. netrpí aberacemi (vadami).

- Čočka by měla mít kruhový průřez, protože tak je výrobně nejsnazší.
- Materiál (a tedy index lomu) volíme s ohledem na mechanické vlastnosti lentikulární desky, cenu, vlastnosti při výrobě. Obvykle ale nemáme jinou možnost, než materiál s indexem lomu přibližně 1,5.
- Mechanická rozteč by měla být co největší, aby se eliminoval vliv difrakce (ohybu) světla.
- Povrch čočky by měl být co nejplošší, tj. poloměr křivosti by měl být podstatně větší než mechanická rozteč. Tak se zajistí platnost paraxiální aproxi-

mace, při níž reálná čočka funguje ideálně (rovnoběžné paprsky se zaostřují do ohniskové roviny).

- Čočka s malým poloměrem křivosti má velkou ohniskovou vzdálenost. Deska musí být proto velmi silná, tj. tloušťka \gg mechanická rozteč. Taková deska bude poskytovat jen malý zorný úhel.

Výsledná lentikulární deska má tedy vynikající zobrazovací vlastnosti, ale malý zorný úhel a malé rozlišení (velkou mechanickou rozteč). Navíc je tlustá, což sice zvyšuje její cenu, na druhou stranu zlepšuje její mechanickou odolnost. Desky s takovými parametry se obvykle používají pro 3-D zobrazení.

Pro návrh desky vhodné k efektu prudké výměny potřebujeme maximalizovat zorný úhel. To pochopitelně vede k opačným volbám než v předchozích úvahách. Výsledkem bývá podstatně tenčí deska s výrazně zakřivenými čočkami (poloměr křivosti je srovnatelný s polovinou mechanické rozteče), ale mnohem výraznějšími aberacemi.

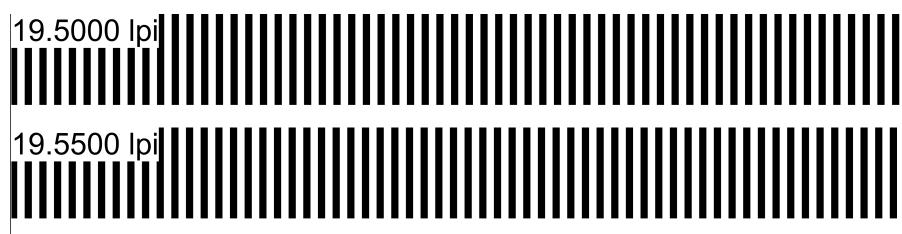
Praktický návrh lentikulární desky je proto hledáním kompromisu.

4 Stanovení parametrů desky

Cílem mé práce má být nalezení a ověření metod pro stanovení parametrů, které jsou důležité pro předtiskovou přípravu podkladu, za použití běžně dostupných prostředků.

4.1 Rozteč

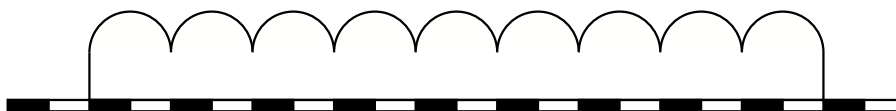
Co nejpřesnější určení rozteče patří mezi klíčové úkoly při přípravě tiskové předlohy a je třeba mu věnovat patřičnou pozornost. Pro jeho určení se používá optická metoda nazývaná anglicky *pitchtest*, kdy se pod lentikulární desku položí arch s testovacími proužky. Na obrázku 11 je vidět ukázka proužků z takového archu.



Obrázek 11: Ukázka proužku Pitchtestu

Každý z proužků je složen z čar, které mají určitou tloušťku (např. $1/2$ rozteče) a jejich hustota odpovídá definovanému Lpi. Pokud chceme dosáhnout vysoké přesnosti, měl by být krok změny rozteče mezi proužky co nejmenší. Na tvorbu testovacích obrazců existuje řada nástrojů, já jsem použil program ze stránek 3D Mix [14].

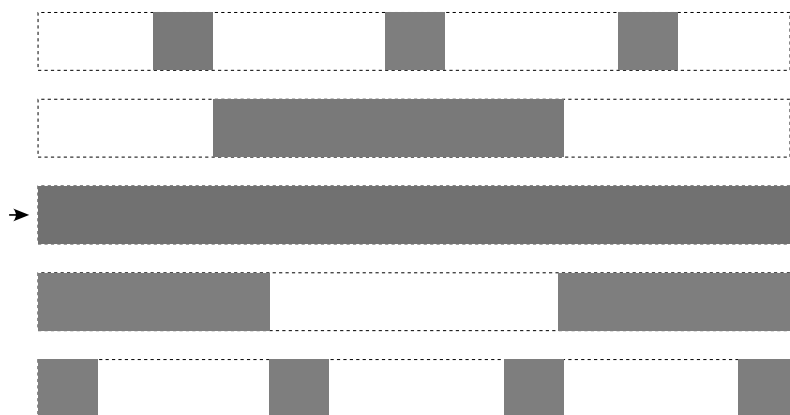
Nyní je třeba rozlišit, jakou rozteč chceme změřit. Při zjišťování vizuální rozteče se položí deska na arch zadní (hladkou) stranou a po slícování se deska pozoruje z předem určené vzdálenosti, protože na ní závisí výsledná hodnota (viz 3.1).



Obrázek 12: Určení vizuální rozteče

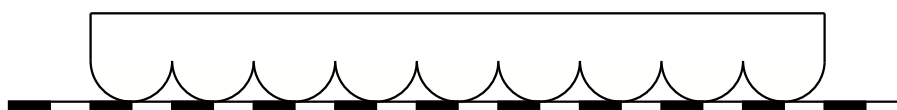
V místech testovacích proužků se ukáží různě široké pásy, které se periodicky opakují. Jejich šířka a počet závisí na poměru mezi vizuální roztečí desky a roztečí čar na testovacím proužku. V ideálním případě, pokud dojde k přesné shodě, se daný proužek zobrazí jako souvislý pás přes celou šířku. Jinak se vybírá proužek, který dává co nejdelší souvislý úsek. Přibližný výsledek je na obrázku 13.

Pro zvýšení přesnosti se někdy používá víceúrovňová metoda, kdy se nejdříve použije obrazec s velkými rozdíly mezi L_{pi} u jednotlivých proužků. Tím se získá hrubý odhad, který se dále zpřesňuje použitím obrazce s menšími rozdíly.



Obrázek 13: Určení vizuální rozteče – shoda

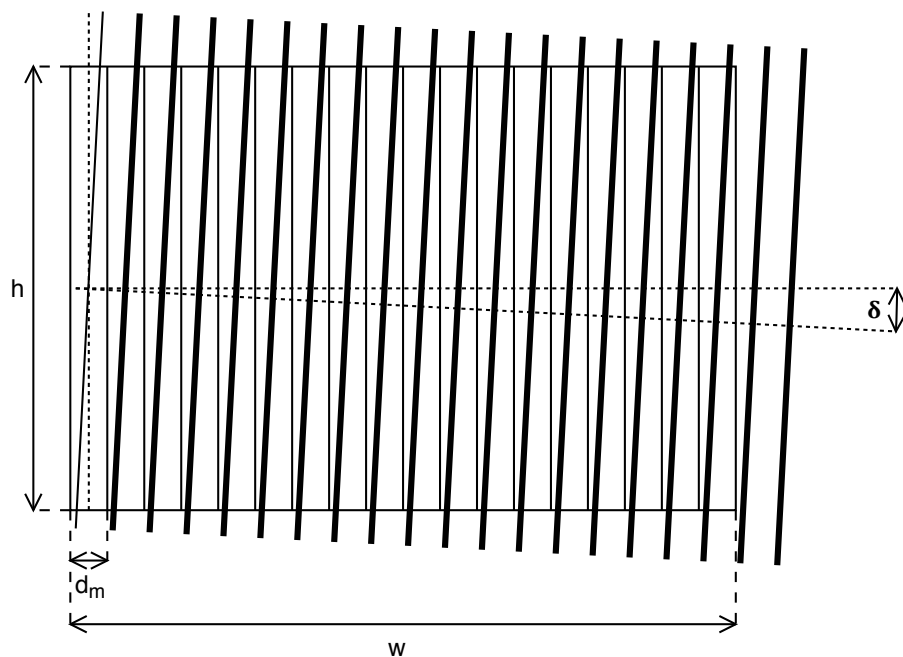
Pokud chceme určit mechanickou rozteč, položíme desku na arch přední stranou (s čočkami) a s použitím lupy pozorujeme testovací proužky. Vybereme ten, kde se nemění poloha čáry vůči hraně čočky. Při tomto postupu je vhodné osvětlit desku bočním světlem.



Obrázek 14: Určení mechanické rozteče

Mechanickou rozteč desky je také možné určit na základě znalosti rozteče vizuální a pozorovací vzdálenosti. Další možností je zvolit vhodnou „nekonečnou“ vzdálenost (v praxi stačí několik metrů), kdy už se vizuální a mechanická rozteč téměř neliší.

Přesnost určení mechanické (ale i vizuální) rozteče pomocí *pitchtestu* závisí na přesnosti slícování substrátu s obrazcem a testované desky. Pro slícování se používá pomocná linka, která je na okraji obrazce. Měla by procházet středem vybrané čočky po celé její délce. Případná nepřesnost plynoucí z pootočené desky bude záviset na poměru šířky čočky a délky části této linky pod čočkou. Čím je šířka čočky menší a délka kontrolovaného úseku delší, tím menší je možná chyba.



Obrázek 15: Chyba vzniklá potočením obrazce

Maximální úhel odchylky⁴ δ je možné vyjádřit z výšky (délky) pozorovaného úseku desky h a mechanické rozteče d_m

$$\delta = \arctan \frac{d_m}{h}.$$

Při této odchylce dojde k relativní změně rozteče vzoru ε

$$\varepsilon = \frac{1}{\cos \delta}$$

a výsledná rozteč čar obrazce $d_{m\varepsilon}$ potom bude

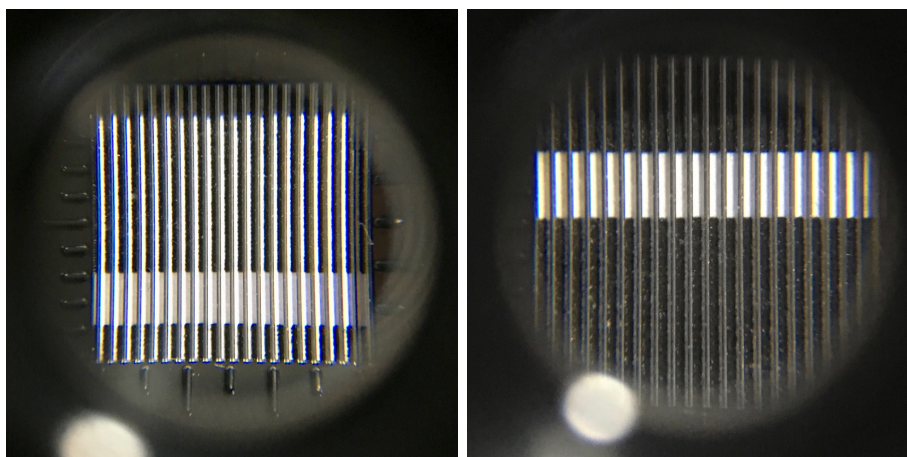
$$d_{m\varepsilon} = \varepsilon d_m = \frac{d_m}{\cos \delta}.$$

Absolutní velikost odchylky narůstá s šířkou desky w . Cílem je udržet v celém rozsahu desky tuto odchylku pod rozumnou hranicí. Ideálním výsledkem by bylo, pokud by její velikost nepřesáhla velikost tiskového bodu tiskárny.

Situaci s velikostí tiskového bodu je možné ilustrovat na příkladu tisku při 600 dpi s deskou o mechanické rozteči 40 Lpi. Velikost bodu zde odpovídá 1/15 šířky čočky. Za akceptovatelnou se považuje chyba pod 1/4. Taková chyba znamená u této desky toleranci 0,16 mm. Dalším faktorem ovlivňující přesnost je kvalita samotného testovacího obrazce. Při jeho tisku může nastat problém s jeho přesným rozměrem a nebo linearitou.

⁴Platí za předpokladu, že se podaří udržet pomocnou linku uvnitř jedné čočky

Při praktickém ověření této metody jsem měl k dispozici 3 desky, u dvou z nich jsem znal jejich typ, třetí byla neznámá deska. Hrubý odhad Lpi jsem provedl pomocí měřítka a lupy, kdy jsem pod lupou spočítal počet čoček na 1 cm délky. Potom jsem si vyrobil pomocí programu PitchTest[14] příslušné testovací obrazce s krokem 0,01 Lpi. Na obrázku 16 je vidět, jak vypadá posunutý (vlevo) a jak vystředěný (vpravo) testovací proužek pod lupou.



Obrázek 16: Měřicí obrazec pod lupou

Při následné kontrole testovacího archu jsem zjistil, že obrazec je v příčném směru nepatrně větší (širší), než by měl být podle rozměru předlohy. Tento rozdíl byl u obrazce širokého 180 mm přibližně 0,4 mm. Tato deformace pochopitelně měla vliv na výsledek – naměřená hodnota byla vyšší než skutečná a tento rozdíl činil přibližně 0,22%. V podélném směru byla velikost obrazce naopak menší, než byla jeho předloha.

Tabulka 1 obsahuje hodnoty deklarované výrobcem, zjištěné při odečtu a po korekci deformace testovacího obrazce:

Deska	LPI	Naměřené	Po korekci
Finze 40	40	40,09	40,00
Finze 50	50	50,11	50,00
Neznámá	–	39,98	39,90

Tabulka 1: Naměřené hodnoty mechanické rozteče

Když porovnám naměřené mechanické rozteče po korekci tiskové chyby, výsledek se po zaokrouhlení přibližuje deklarovaným hodnotám. Během tohoto experimentu se ukázala nutnost pečlivé kontroly kvality tisku. Zejména při tisku na neznámých tiskárnách je třeba věnovat péči kontrole rozměrů. V tomto případě se chyba blíží šířce čočky.

Ideální je, když můžeme tisknout testovací obrazec na stejném zařízení, na kterém se bude tisknout výsledný podklad. V tomto případě se nám stejná deformace, která ovlivnila měření, projeví i při finálním tisku (musí ale zůstat zachována stejná orientace tisku). Tím odpadá nutnost přepočtu.

4.2 Tloušťka desky

Pokud hodnotu tohoto parametru neznáme nebo si ji chceme ověřit, můžeme z běžně dostupných nástrojů použít posuvné měřítko nebo třmenový mikrometr. Posuvné měřítko je dostupnější varianta, ale jeho přesnost je řádově nižší. Kvalitní výrobky splňující požadavky technických norem *DIN 862* a *DIN 863* nesmí mít větší chyby měření, než které jsou uvedeny v tabulkách 2 a 3.

Min. jednotka	Chyba
0,1 mm	50 μm
0,05 mm	50 μm
0,02 mm	20 μm
0,01 mm	20 μm

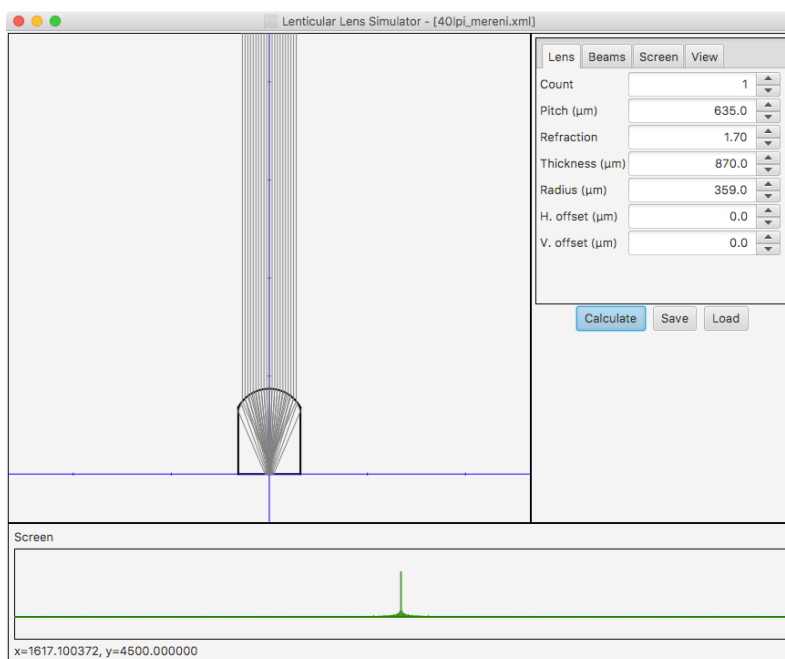
Tabulka 2: Přípustná chyba u posuvných měřítek

Rozsah	Chyba
0 - 25 mm	4 μm

Tabulka 3: Přípustná chyba u třmenových mikrometrů

Abych mohl posoudit dopad nepřesnosti měření spolu s chováním reálné čočky, udělal jsem sadu simulací pro typické desky se 40 a 50 Lpi. Parametry těchto desek jsem převzal z [7].

První simulace byla pro desku se 40 Lpi (rozteč 635 μm , index lomu 1,7, poloměr 359 μm , tloušťka 870 μm). Nejdříve jsem stanovil optimální tloušťku desky tak, aby šířka svazku soustředěných paprsků na zadní stěně čočky byla co nejmenší. Nalezená hodnota 870 μm odpovídala tabulkové hodnotě. Obrázek 17 ilustruje, jak vypadá výsledek na virtuálním plátně simulátoru. Průběh intenzit má tvar velmi úzké jehly.



Obrázek 17: Simulace ideálně zaostřeného paprsku

Pak jsem provedl sadu simulací a pozoroval jsem, jak se průběh intenzit mění v závislosti na tloušťce desky. Průběh odpovídá gaussovské křivce, jako šířku jsem si zvolil vzdálenost krajních bodů, kde hodnota klesne pod 50% maxima. Získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4.

Tloušťka (μm)	770	780	790	800	810	820	830	835	840	845
Ploška (μm)	28,1	23,8	19,8	16,0	12,8	9,57	6,84	5,60	4,44	3,39
Tloušťka (μm)	850	855	860	865	870	875	880	885	890	895
Ploška (μm)	2,44	1,60	0,90	0,34	0,02	0,55	1,19	2,79	5,14	7,26
Tloušťka (μm)	900	905	910	915	920	930	940	950	960	970
Ploška (μm)	9,06	10,7	12,7	15,3	18,7	25,3	33,4	34,6	36,8	42,8

Tabulka 4: Závislost velikosti plošky na tloušťce – 40 Lpi

Velikost tiskového bodu je pro 600 dpi přibližně 42 μm . Pokud uvážím chybu měření u posuvného měřidla, tak by ploška paprsku měla být stále menší, než je tiskový bod. Pro práci s tenčími deskami bude asi vhodnějším nástrojem mikrometr.

Simulaci jsem zopakoval také pro desku s 50 Lpi (rozteč 508 μm , index 1,56, poloměr 255 μm , tloušťka 610 μm). Zde se ukázal nesoulad mezi optimální tloušťkou 710 μm a deklarovanou 610 μm (viz tabulka 5).

Tloušťka (μm)	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700
Ploška (μm)	24,4	20,7	17,2	13,9	11,0	8,17	5,8	3,7	1,97	0,64
Tloušťka (μm)	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800
Ploška (μm)	0,05	1,64	4,37	7,37	11,0	15,6	19,6	23,3	28,0	32,1

Tabulka 5: Závislost velikosti plošky na tloušťce – 50 Lpi

Tento rozdíl může být způsoben buď chybou měření, nebo jde o úmyslně tenčí čočku, kdy se při aplikaci počítá s umístěním substrátu v určité vzdálenosti (např. s vrstvou lepidla). Srovnám-li ale velikost plošky pro deklarovanou hodnotu tloušťky s velikostí tiskového bodu, stále by tato odchylka byla v mezích tolerance, i kdyby se tisklo přímo na její zadní stranu.

Další krok byl praktický a zkusil jsem změřit tloušťku desek, které jsem měl k dispozici. K dispozici jsem měl posuvné měřítko s rozlišením 0,05 mm. Pro zlepšení přesnosti jsem zkusil měření opakovat na různých místech desky, ale naměřené hodnoty byly stejné. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 6.

Deska	Deklarovaná	Naměřená
Finze 40	835 μm	0,85 mm
Finze 50	610 μm	0,65 mm
Neznámá	–	0,95 mm

Tabulka 6: Naměřené hodnoty tloušťky

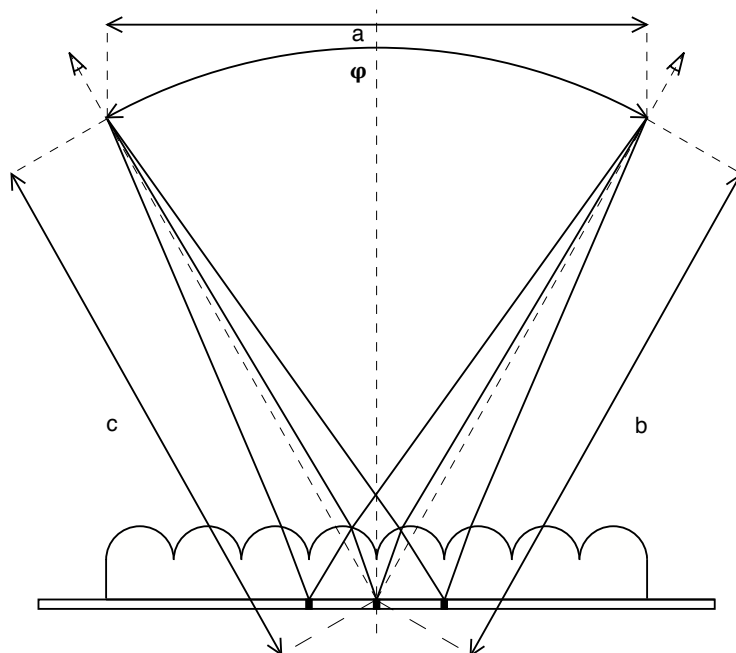
Za předpokladu, že se závislost velikosti plošky na tloušťce desky bude chovat obdobně jako u simulovaných desek, bude odchylka ve velikosti plošky způsobená rozdílem deklarované a naměřené tloušťky v mezích tolerance.

4.3 Zorný úhel

Samotná definice zorného úhlu desky není jednoznačná. Při studiu podkladů jsem narazil na dvě varianty založené na výpočtu z fyzických parametrů desky. Ty jsem již zmínil v kapitole 3.2. Dalším způsobem, kterým lze stanovit zorný úhel, je empirická metoda s pozorováním testovacího obrazce.

Pro vizuální určení zorného úhlu je možné použít podobný obrazec jako pro odhad vizuální rozteče čoček. Obrazec, který je vygenerovaný na míru pro zkoumanou desku a pozorovací vzdálenost, slícujeme tak, aby testovací proužky nebyly pod středem čočky, ale na rozhraní mezi dvěma čočkami. Při pozorování z definované vzdálenosti měníme pozorovací úhel a zaznamenáme si, pod jakým úhlem se objevil plný proužek testovacího obrazce. S další změnou pozorovacího úhlu tento obrazec

zmizí a po čase se opět objeví. Rozdíl mezi těmito úhly je hledaný zorný úhel. Tento princip je zachycen na obrázku 18.



Obrázek 18: Vizuální určení úhlu

Když si tyto body zaznameneáme spolu s bodem na obrázci, který jsme takto sledovali, určíme svíraný úhel φ pomocí vztahu vycházejícího z cosinové věty

$$\varphi = \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc},$$

kde a je vzdálenost mezi pozorovacími body, b a c jsou vzdálenosti těchto bodů od zvoleného místa na desce. Pokud je deska přesně slícována s obrazcem, platí $b = c$. V reálném případě bude většinou $b \neq c$.

Hodnoty úhlů naměřené touto metodou na deskách, které jsem použil v předchozích pokusech, jsou uvedeny v tabulce 7.

Deska	Deklarovaná	a	b	c	Naměřená
Finze 40	49°	599	685	713	50,7°
Finze 50	54°	698	535	854	54,7°
Neznámá	–	633	619	808	50,5°

Tabulka 7: Naměřené hodnoty úhlu – vizuální metoda

Pro zajímavost uvádím v tabulce 8 hodnoty, které byly vypočítány pomocí metod s paprsky procházejícími středem zakřivení a s extrémními paprsky. Výpočet byl možný pro desky, kde byl znám poloměr zakřivení. Pro metodu s extrémními paprsky je dále třeba znát také index lomu. Ten jsem neměl k dispozici, proto jsem použil hodnotu 1,56, kterou mají běžně používané desky. Chtěl jsem získat pouze orientační výsledky.

Deska	Deklarovaná	Středové p.	Extrémní p.
Finze 40	49°	67,4°	117,4°
Finze 50	54°	71,1°	60,5°

Tabulka 8: Vypočítané hodnoty úhlu – středové paprsky

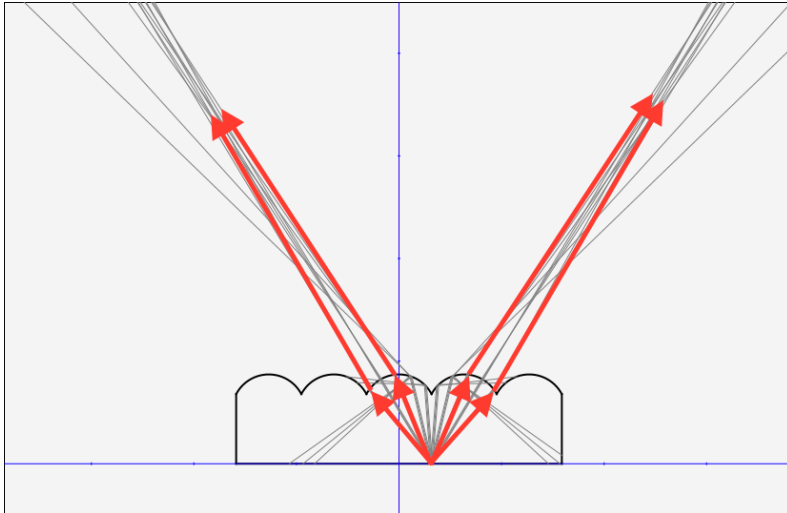
Na první pohled je zřejmé, že tento způsob určování úhlů dává odlišné hodnoty. Tyto metody asi nebudou v praxi vhodné pro stanovení zorného úhlu.

Zajímavé výsledky poskytla empirická metoda, rozhodl jsem se proto tuto metodu hlouběji prostudovat pomocí simulace. Zajímalo mne:

- jaký je vztah mezi zorným úhlem a ostatními parametry
- zda je ovlivněn pouze fyzickými rozměry desky nebo zda také závisí na indexu lomu
- zda by bylo možné získat opticky ekvivalentní čočky se stejnou tloušťkou, mechanickou roztečí a zorným úhlem a s různou kombinací indexu lomu a poloměru zakřivení

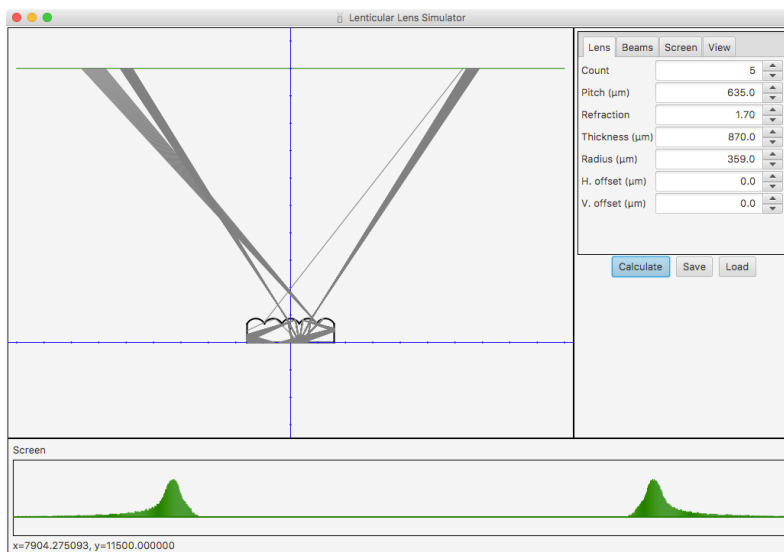
Pokud by se tato hypotéza potvrdila, bylo by možné pomocí simulace určit zorný úhel čočky tím, že by se pro naměřenou tloušťku, rozteč a vhodný index lomu stanovil poloměr zakřivení tak, aby byl paprsek zaostřen na zadní plochu. Poté by se pomocí simulace určil zorný úhel.

Obrázek 19 ilustruje, jak vypadá simulace zobrazení jedné plošky umístěné na zadní straně desky na rozhraní mezi dvěma čočkami, která vyzařuje paprsky všemi směry. Na detailu je vidět, jak paprsky ubíhají do dvou oblastí.



Obrázek 19: Detail simulace zorného úhlu

Na obrázku 20 je celá simulace s více paprsky. Výsledkem jsou dvě oblasti na virtuálním plátně, ze kterých by bylo možné tuto plošku pozorovat. Zorný úhel se potom stanoví ze vzájemné vzdálenosti těchto oblastí a vzdálenosti plátna od zadní roviny čoček.

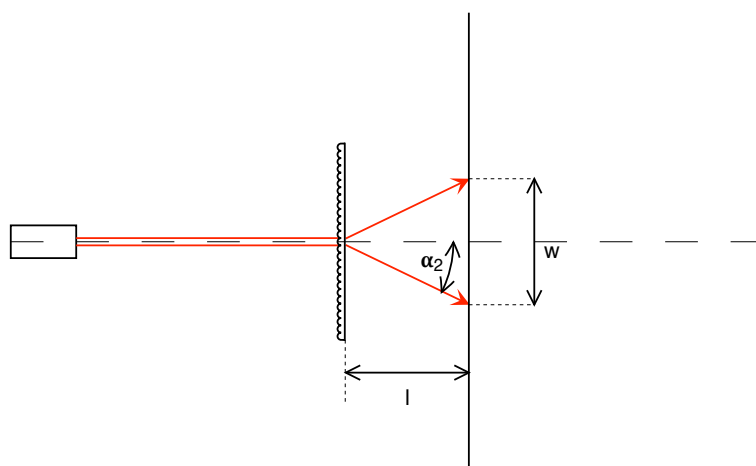


Obrázek 20: Simulace zorného úhlu

Při simulaci jsem zjistil, že je možné pro danou rozteč, tloušťku a proměnlivý index lomu vhodným zakřivením povrchu dosáhnout zaostření svazku na zadní ploše. Zorný úhel desky v tomto případě závisí právě na poloměru zakřivení. Pro předem danou tloušťku, mechanickou rozteč a zorný úhel existuje jen jedna kombinace indexu lomu a poloměru zakřivení, kdy je paprsek zaostřen na zadní stěnu desky.

4.4 Měření rozptylu

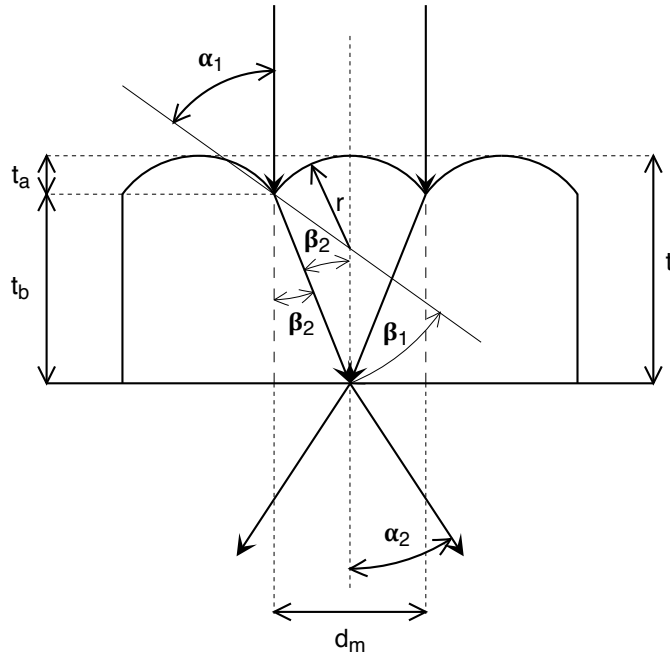
Dále jsem se zabýval myšlenkou, zda lze využít rozptylu paprsků po průchodu deskou k určení parametrů desky. Podstatou je svazek rovnoběžných paprsků, který dopadá kolmo na lentikulární desku. Paprsky jsou při průchodu čočkou soustředěny v ohnisku, které by mělo být na zadní (ploché) straně desky nebo v její blízkosti. Za ohniskem se paprsky začnou opět rozbíhat. V přesně definované vzdálenosti za deskou by se umístila matnice se stupnicí, kde se měří velikost vzniklého obrazu (viz obrázek 21).



Obrázek 21: Rozptyl paprsku za čočkou

Vzniklý obraz má tvar čáry, která je kolmá na směr čoček. Na základě šířky w vzniklého obrazu (délky čáry) a vzdálenosti l matnice od lentikulární desky je možné stanovit úhel α_2 , pod kterým se svazek světla rozptyluje. Tento úhel závisí mimo jiné na indexu lomu. Jak se ukázalo při simulaci a následně při rozboru, závisí také na mechanické rozteči čoček, tloušťce desky a jejím zakřivení.

Na obrázku 22 je znázorněn detail průchodu svazku paprsků čočkou a jeho rozptyl za ohniskem. Dochází zde k dvojitmu lomu paprsku – poprvé na zakřivené straně, podruhé na ploché straně desky.



Obrázek 22: Detail rozptylu paprsku

Pokud se soustředíme na krajní paprsky, vidíme, že vstupující paprsek svírá s normálou úhel α_1 , při průchodu se láme a dále pokračuje pod úhlem β_1 vůči normále, dokud nenarazí na zadní stěnu čočky. Paprsek v tomto místě svírá s normálou zadní stěny úhel β_2 . Při průchodu se opět láme a čočku opouští vzhledem k normále pod úhlem α_2 .

Pro úhel α_1 platí následující vztahy

$$\sin \alpha_1 = \frac{d_m}{2r},$$

$$\cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{d_m^2}{4r^2}}.$$

Úhel β_1 vypočítáme dle Snellova zákona

$$\beta_1 = \arcsin \left(\frac{n_v}{n_l} \sin \alpha_1 \right) = \arcsin \frac{n_v d_m}{n_l 2r}.$$

Úhel β_2 získáme jako rozdíl

$$\beta_2 = \alpha_1 - \beta_1.$$

A pro úhel α_2 opět použijeme Snellův zákon

$$\alpha_2 = \arcsin \left(\frac{n_l}{n_v} \sin \beta_2 \right) = \arcsin \left(\frac{n_l}{n_v} \sin(\alpha_1 - \beta_1) \right),$$

v dalším kroku nahradíme β_1

$$\alpha_2 = \arcsin \left(\frac{n_l}{n_v} \sin \left(\alpha_1 - \arcsin \frac{n_v d_m}{n_l 2r} \right) \right),$$

další úprava využije vzorce $\sin(\alpha - \beta) = \cos(\beta) \sin(\alpha) - \cos(\alpha) \sin(\beta)$ a získáme

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{n_l}{n_v} \left(\cos \arcsin \frac{n_v d_m}{n_l 2r} \sin \arcsin \frac{d_m}{2r} - \cos \arcsin \frac{d_m}{2r} \sin \arcsin \frac{n_v d_m}{n_l 2r} \right),$$

po odstranění $\sin \arcsin$ získáme

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{n_l}{n_v} \left(\frac{d_m}{2r} \cos \arcsin \frac{n_v d_m}{n_l 2r} - \frac{n_v d_m}{n_l 2r} \cos \arcsin \frac{d_m}{2r} \right),$$

o nyní odstraníme také $\cos \arcsin$ a zjednodušíme výraz

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{n_l}{n_v} \left(\frac{d_m}{2r} \sqrt{1 - \left(\frac{n_v d_m}{n_l 2r} \right)^2} - \frac{n_v d_m}{n_l 2r} \sqrt{1 - \left(\frac{d_m}{2r} \right)^2} \right),$$

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{d_m}{2r} \left(\sqrt{\left(\frac{n_l}{n_v} \right)^2 - \left(\frac{d_m}{2r} \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{d_m}{2r} \right)^2} \right).$$

Tímto jsme získali vyjádření úhlu rozptylu svazku paprsků po průchodu čočkou. Nyní se na jeho základě pokusíme určit index lomu lentikulární desky n_l .

$$\sin \alpha_2 = \frac{d_m}{2r} \left(\sqrt{\left(\frac{n_l}{n_v} \right)^2 - \left(\frac{d_m}{2r} \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{d_m}{2r} \right)^2} \right).$$

a nyní vyjádříme koeficient $\frac{n_l}{n_v}$

$$\frac{n_l}{n_v} = \sqrt{\left(\frac{2r \sin \alpha_2}{d_m} \right)^2 + \left(\frac{2r \sin \alpha_2}{d_m} \right) \sqrt{-\frac{(d_m - 2r)(d_m + 2r)}{r^2}} + 1}.$$

Pro n_l tedy platí vztah

$$n_l = n_v \sqrt{\left(\frac{2r \sin \alpha_2}{d_m} \right)^2 + \left(\frac{2r \sin \alpha_2}{d_m} \right) \sqrt{-\frac{(d_m - 2r)(d_m + 2r)}{r^2}} + 1}.$$

Pokud tedy budeme znát s dostatečnou přesností poloměr zakřivení a úhel rozptylu svazku paprsků za deskou, můžeme vypočítat index lomu lentikulární desky. S použitím vztahů z kapitoly 3.2 by bylo možné dopočítat také zorný úhel metodou

využívající extrémní paprsky. Jak ale ukázaly testy provedené v kapitole 4.3), tyto hodnoty nemají v praxi využití.

K vyzkoušení metody založené na měření rozptylu jsem opět využil známé desky z minulých pokusů, u kterých byly známy parametry od výrobce nebo získané měřením pod mikroskopem. Jejich základní parametry jsou shrnuty v tabulce č. 9

		Finze 40 LPI	Finze 50 LPI
Rozteč	d_m	0,635 mm	0,508 mm
Tloušťka	t	0,838 mm	0,610 mm
Zakřivení	r	0,359 mm	0,255 mm

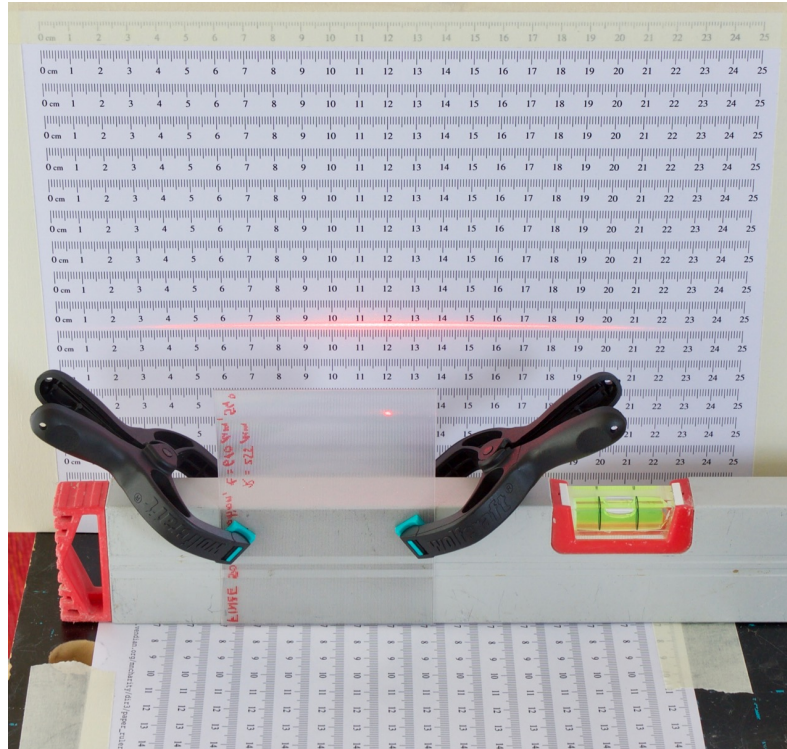
Tabulka 9: Parametry testovaných desek

Měření probíhalo na stole v částečně zatemněné místnosti s nízkou hladinou osvětlení. Jako zářič byl použit laserový LED modul s průměrem paprsku 4 mm a vlnovou délkou 650 nm (červené světlo). Kvůli stabilitě byl chycen do malého svěráku, připevněného k desce stolu.

Lentikulární deska byla umístěna ve vzdálenosti 540 mm od zářiče. Kvůli fixaci a měření vzdálenosti byla uchycena svorkami k hranolu, se kterým bylo možné pohybovat. Matnice byla tvořena matným papírem s vytištěnou stupnicí. Tuto matnici jsem fixoval na stole ve vzdálenosti 60 mm (pro desku s 50 Lpi) resp. 100 mm (pro desku se 40 Lpi) od zadní části lentikulární desky (a 600 mm od zářiče).

Po zapnutí zářiče jsem zkontroloval kolmost desky vůči zářiči (odraz paprsku od povrchu se promítal zpět na zářič) a změřil šířku obrazce. Vzhledem k tomu, že průměr paprsku je větší, než je rozměr jedné čočky, je výsledný obraz složen z několika překrývajících se obrazců. Ty jsou ale od sebe vzdáleny o šířku čočky, toto lze zohlednit a výslednou hodnotu upravit – odečíst šířku paprsku od naměřené hodnoty. Větší problém by způsobil paprsek užší, který by nepokryl celou čočku.

Obraz má tvar čáry s tloušťkou odpovídající síle paprsku. Já jsem měl desku otočenou tak, že lentikulární čočky byly orientovány svisle, a promítaný obraz (čára) byl vodorovně. Při odečítání hodnot je třeba nalézt místo, které prohlásíme za hranici. Mělo by to být místo, kde začne intenzita paprsku výrazně klesat. Reálná situace je zachycena na obrázku 23. Tento přechod má délku odpovídající průměru paprsku (v tomto případě kolem 4 mm) a za ním už je jen tenká linka, která se postupně ztrácí. Tato linka vzniká vícenásobnými odrazy v lentikulárních čočkách a její intenzita je výrazně nižší.



Obrázek 23: Měření rozptylu paprsku

Naměřené hodnoty rozptylu jsou zaneseny v tabulce č. 10. Pro desku s 50 Lpi jsem zvolil menší vzdálenost od matnice kvůli většímu rozptylu paprsku.

		Finze 40 LPI	Finze 50 LPI
Šířka mm	w	100,0	88,0
Vzdálenost mm	l	100,0	60,0
Rozptyl °	α_2	45,0	55,71
Rozptyl	$\sin \alpha_2$	0,7071	0,8662

Tabulka 10: Naměřené hodnoty rozptylu

Tyto hodnoty byly dále použity pro výpočet indexu lomu. Tabulka č. 11 obsahuje výsledné hodnoty.

		Finze 40 LPI	Finze 50 LPI
Index lomu	n_l	1,545	1,354

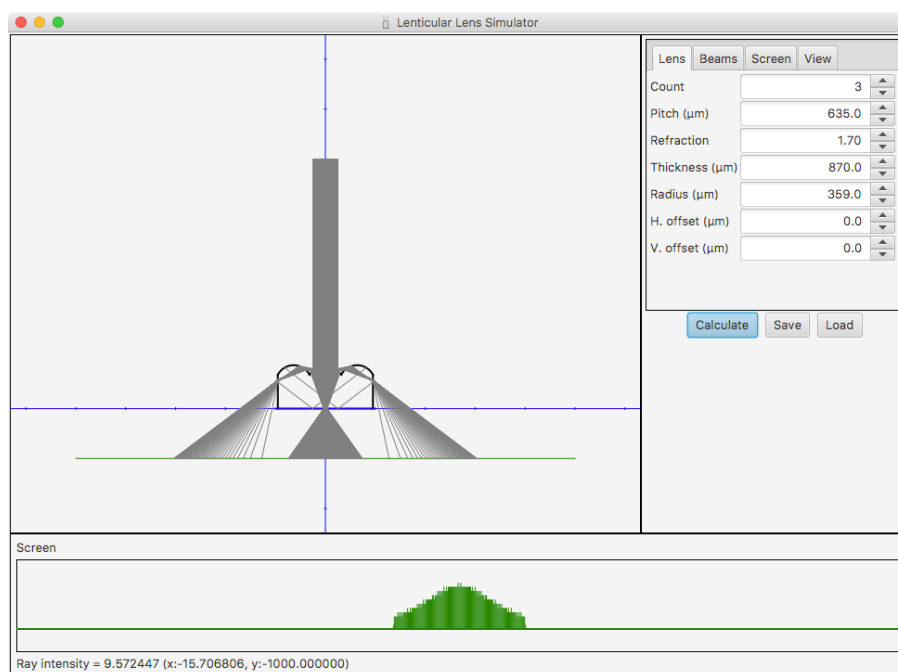
Tabulka 11: Vypočítané hodnoty indexu lomu

U desky označené jako 50 LPI vyšla hodnota indexu podezřele nízká, protože typické hodnoty jsou v rozmezí 1,5 - 1,6. Bohužel se mi nepodařilo najít oficiální údaje o indexu lomu, abych je mohl porovnat se stanovenými. Je možné, že chyba vznikla při odečtu, kdy bylo špatně stanoveno místo, kde čára zaniká. Dále by chyba mohla být způsobena zjednodušeným optickým modelem, který byl použit.

5 Simulátor

Tato kapitola je věnována popisu simulátoru, který jsem naprogramoval jako pomůcku pro návrh a simulaci zkoumaných metod. Cílem mé práce nebylo vytvořit komfortní simulátor pro obecné použití.

Program počítá dráhu svazku paprsků procházejících lentikulární deskou (řadou čoček) a dopadající na plochu virtuálního plátna, kde se tyto paprsky zaznamenávají. Následující obrázek ukazuje okno simulátoru a jeho jednotlivé části jsou detailně popsány v kapitolách 5.2 a 5.3.



Obrázek 24: Okno simulátoru

Simulace je řízena parametry, které jsou pro větší přehlednost rozděleny do čtyř skupin:

- Lens – lentikulární deska
- Beams – svazku paprsků
- Screen – virtuálního plátno
- View – zobrazení a simulace

5.1 Analýza problému

Cílem simulace je mít možnost sledovat chování paprsků na cestě od zdroje až po dopad na plochu představovanou virtuálním plátnem. Při implementaci jsem vycházel z informací [15], zejména z kapitoly věnované technice sledování paprsku.

5.1.1 Rekurzivní sledování paprsku

Základem je určení bodu, kde by měl paprsek přecházet mezi rozhraními. V tomto místě dochází k jeho možnému lomu a odrazu. Ve většině případů se paprsek rozdělí na dva nové. To, jak lom dopadne, záleží na úhlu, který paprsek svírá s normálou v tomto místě.

Pokud je tento úhel nulový (tzn. paprsek má stejný směr jako normála), prochází dále do nového prostředí beze změny směru. Jeho část se ale odrazí zpět ke zdroji. V případě, že je tento úhel nenulový (paprsek má jiný směr, než normála), dochází ke změně směru (ohybu) procházejícího paprsku. Také zde dochází k částečnému odrazu, ale odražený paprsek už nemíří zpět ke zdroji.

V případě, že dochází k přechodu paprsku z opticky hustšího prostředí (vyšší hodnota indexu lomu) do opticky řidšího, může dojít k totálnímu odrazu. V tomto případě neprochází paprsek skrz rozhraní, ale zůstává uvnitř opticky hustšího prostředí. K tomuto jevu dochází při dosažení (a překročení) kritického úhlu dopadu.

Výpočet pokračuje rekurzivně pro nově získané paprsky tak dlouho, dokud není splněna některá z ukončujících podmínek:

- paprsek dopadne na virtuální plátno
- paprsek opustí scénu nezachycen – je odražen mimo čočku nebo po průchodu čočkou mine plátno
- je překročen maximální počet průchodů/odrazů (omezení hloubky rekurze)
- intenzita paprsku klesne pod minimální úroveň

Po ukončení rekurze pokračuje simulace výpočtem pro další paprsek z původního svazku.

Objekty, se kterými simulátor počítá, jsou jen dvou typů – přímky a kružnice, respektive jejich části – úsečky a kruhové oblouky. Pro nalezení průsečíků se používají

rovnice přímky a kružnice z analytické geometrie[4]. Kromě průsečíku je ale také nezbytné určení úhlu dopadu, a proto musíme znát také normálu v tomto místě.

5.1.2 Průsečík se zakřivenou částí

Prvním případem je nalezení průsečíku paprsku se zakřivenou částí čočky. Z matematického hlediska není tento bod ničím jiným, než společným bodem polopřímky reprezentující paprsek a kružnice reprezentující čočku.

Paprsek je určen polopřímkou vycházející z bodu A a určené směrovým vektorem t . Parametrické vyjádření přímky je dáno dvojicí rovnic

$$\begin{aligned}x &= A_x + it_x, \\y &= A_y + it_y, i \in R.\end{aligned}$$

Kružnici se středem v bodě B a poloměrem r popíšeme pomocí středové rovnice:

$$(x - B_x)^2 + (y - B_y)^2 = r^2.$$

Pokud do rovnice kružnice dosadíme rovnici přímky, získáme kvadratickou rovnici s proměnnou i

$$(A_x + it_x - B_x)^2 + (A_y + it_y - B_y)^2 = r^2,$$

po úpravě získáme tvar

$$\begin{aligned}(t_x^2 + t_y^2)i^2 + 2(t_x(A_x - B_x) + t_y(A_y - B_y))i + \\+ (A_x^2 + A_y^2 + B_x^2 + B_y^2 - 2A_xB_x - 2A_yB_y - r^2) = 0.\end{aligned}$$

Pro výpočet kořenů i_1 a i_2 kvadratické rovnice použijeme klasický postup s diskriminantem D a po úpravě získáme následující vztahy

$$\begin{aligned}i_1 &= \frac{-2(t_x(A_x - B_x) + t_y(A_y - B_y)) + \sqrt{D}}{2(t_x^2 + t_y^2)}, \\i_2 &= \frac{-2(t_x(A_x - B_x) + t_y(A_y - B_y)) - \sqrt{D}}{2(t_x^2 + t_y^2)},\end{aligned}$$

kde diskriminant

$$\begin{aligned}D &= \left(2(t_x(A_x - B_x) + t_y(A_y - B_y))\right)^2 - \\&\quad - 4(t_x^2 + t_y^2)(A_x^2 + A_y^2 + B_x^2 + B_y^2 - 2A_xB_x - 2A_yB_y - r^2).\end{aligned}$$

Při výpočtu mohou nastat tři možnosti:

- $D < 0$ – přímka nemá s kružnicí společný bod
- $D = 0$ – přímka má s kružnicí pouze jeden společný bod (dotýká se jí)
- $D > 0$ – přímka kružnicí protíná a má dva společné body

Naše situace je ale složitější – nepracujeme s přímkou a kružnicí, ale s polopřímkou a kruhovým obloukem. Je tedy nezbytné ještě vyloučit výsledky, které jsou mimo určenou oblast řešení.

Hodnota i musí být kladná, protože hledáme průsečík ve směru paprsku. Záporná hodnota by znamenala opačný směr. Dále musí bod na kružnici ležet uvnitř oblouku. Pokud tam náhodou leží oba body, tak je třeba vybrat ten bližší (s menší hodnotou i).

Opětovným dosazením získaného parametru i do rovnice přímky získáme souřadnice průsečíku. Ještě zbývá určit normálu v tomto bodě. Je to spojnice nalezeného průsečíku se středem kružnice. Nyní již můžeme určit úhel.

5.1.3 Průsečík s rovnou částí

Druhým případem je průsečík paprsku s rovnou částí čočky. Tato jednodušší varianta je vlastně hledání průsečíku polopřímky a úsečky.

V tomto případě k parametrické rovnici vyjadřující paprsek v předchozím případě přidáme druhou rovnici představující úsečku vycházející z bodu B . Její směrový vektor u je dán jejím počátečním a koncovým bodem

$$\begin{aligned}x &= B_x + ju_x, \\y &= B_y + ju_y, j \in R.\end{aligned}$$

Dosazením jedné rovnice do druhé získáme následující soustavu rovnic

$$\begin{aligned}A_x + it_x &= B_x + ju_x, \\A_y + it_y &= B_y + ju_y, i \in R, j \in R,\end{aligned}$$

z první rovnice vyjádříme i a dosadíme jej do druhé. Po úpravě získáme

$$j = \frac{t_x(A_y - B_y) - t_y(A_x - B_x)}{t_x u_y - t_y u_x}.$$

Zde je třeba před výpočtem zkontrolovat, zda je jmenovatel $t_x u_y - t_y u_x$ nenulový. To může nastat v případě, že jsou paprsek a úsečka rovnoběžné – zde nemusí existovat průsečík a nebo naopak leží úsečka přímo na přímce.

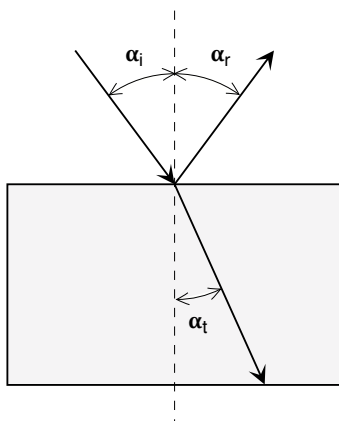
Pokud je jmenovatel nenulový, získáme hodnotu j a je opět třeba zkontrolovat, zda průsečík leží na části přímky odpovídající úsečce. To je splněno, pokud platí $0 \leq j \leq 1$. Dosazením do parametrické rovnice úsečky získáme souřadnice průsečíku.

Opět je pro následující krok výpočtu nezbytné určit normálu úsečky v tomto bodě. Její směrový vektor získáme ze směrového vektoru úsečky u prohozením jeho složek a změnou znaménka u jedné ze složek (získáme tak 2 vektory – vzájemně opačné).

Zvláštním případem bude hledání průsečíku paprsku s virtuálním plátnem. V tomto případě půjde opět o hledání společného bodu s úsečkou, ale už nás nebude zajímat úhel. Pouze na základě hodnoty j určíme, na který segment paprsek dopadl a přičteme jeho hodnotu.

5.1.4 Odraz a lom paprsku

Dalším krokem je určení úhlu, který svírá paprsek s normálovým vektorem. Ten je důležitý pro stanovení odraženého paprsku a paprsku, který se láme a prochází do nového prostředí.



Obrázek 25: Odraz a lom světla

Odražený paprsek svírá s normálou stejně velký úhel α_r , jako paprsek originální, ale s opačným znaménkem. Platí zde pravidlo, že velikost úhlu odrazu α_r je shodná s úhlem dopadu α_i

$$\alpha_r = -\alpha_i.$$

Procházející paprsek se láme a v novém prostředí svírá s normálou úhel α_t , který stanovíme podle vztahu ze Snellova zákona

$$\alpha_t = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_i\right).$$

Kromě směru paprsků je třeba stanovit ještě jejich intenzitu, aby bylo možné výsledek správně vizualizovat. K jejich výpočtu slouží Fresnelovy rovnice[2]

$$R_{\perp} = \left[\frac{n_1 \cos \alpha_i - n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_i\right)^2}}{n_1 \cos \alpha_i + n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_i\right)^2}} \right]^2,$$

$$R_{\parallel} = \left[\frac{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_i\right)^2} - n_2 \cos \alpha_i}{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_i\right)^2} + n_2 \cos \alpha_i} \right]^2.$$

Kde R_{\perp} vyjadřuje koeficient energie odraženého světla polarizovaného v rovině kolmé na rovinu dopadu a R_{\parallel} polarizovaného v rovině paralelní s rovinou dopadu. V simulaci budeme uvažovat nepolarizované světlo a pro výsledný koeficient energie odraženého paprsku použijeme průměr

$$R = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2}.$$

Pro koeficient procházejícího paprsku T platí

$$T = 1 - R.$$

Při výpočtu koeficientů v případě přechodu paprsku z hustšího do řidšího prostředí je třeba dát pozor na dosažení kritického úhlu, kdy hodnota výrazu pod odmocninou přechází do záporných hodnot. V tomto případě je zbytečné počítat intenzitu odraženého a procházejícího paprsku, protože zde dochází k úplnému odrazu (paprsek neprochází skrz, vše se odrazí).

V simulátoru jsou implementována některá zjednodušení. Prvním z nich je tvar zakřivení čočky, který je interpretován jako kružnice s ostrým přechodem na hraně mezi sousedními čočkami. Dále se neuvažuje polarizace světelného paprsku, ke které dochází při odrazech a která má vliv na intenzitu odraženého světla. Také se neuvažuje pohlcování světla v materiálu čočky.

5.2 Implementace

Pro implementaci simulátoru jsem zvolil platformu Java a její grafické rozhraní Java FX. Hlavním důvodem byla popularita tohoto jazyka a snadná přenositelnost zdrojového kódu i přeložené aplikace mezi různými operačními systémy. Aplikaci je tak možné bez úprav přeložit a spustit ve Windows, v macOS nebo na dalších platformách podporujících Java FX.

Vlastní vývoj probíhal v prostředí NetBeans 8.2 a JDK 8 na platformě macOS s použitím dalších nástrojů pro návrh uživatelského rozhraní (Balsamiq Mockups) a správu verzí (GitHub). Při tvorbě rozhraní jsem čerpal cenné informace z [11, 12].

Zdrojové kódy aplikace jsou rozděleny do tří balíčků:

- *raytracer* – výpočtová část (sledování paprsku)
- *simulator* – řídicí a zobrazovací část
- *test* – sada unit testů

Balíček *raytracer* obsahuje:

- *Point.java* – bod a jeho souřadnice
- *Direction.java* – směrový vektor (paprsku)
- *Element.java* – segment paprsku (počátek, směr, intenzitu a následující segmenty - odražený a průchozí paprsek)
- *Surface.java* – abstraktní třída definující povrch, na kterém dochází k lomu a odrazu paprsku; obsahuje metody pro hledání průsečíku s paprskem a pro výpočet parametrů odraženého a průchozího paprsku
- *CurvedSurface.java* – implementace zakřiveného povrchu (čočky)
- *FlatSurface.java* – implementace rovného povrchu (deska)
- *Screen.java* – implementace virtuálního plátna (matnice)

Balíček *simulator* obsahuje:

- *Simulator.java* – hlavní třída aplikace
- *MainPanel.java* – hlavní okno

- `PreviewPanel.java` – panel s vizualizací scény
- `ResultsPanel.java` – panel se stavovým řádkem a plátnem
- `ScreenPanel.java` – panel se zobrazením hodnot na plátně
- `ParametersPanel.java` – panel s ovládacími prvky
- `NumericSpinner.java` – implementace numerického vstupního pole s tlačítky pro změnu hodnoty (Spinner)
- `Parameters.java` – parametry výpočtu, jejich uložení a načtení

Balíček *test* obsahuje sadu unit testů pro třídy balíčku *raytracer* a jejich metody. Tyto testy pokryly většinu situací, ke kterým při výpočtu dochází, a sloužily jako neocenitelná pomůcka při implementaci a testování výpočtového algoritmu bez nutnosti používat grafické rozhraní aplikace Java FX.

Detailní popis tříd a jejich metod je součástí podrobnější dokumentace vygenerované z komentářů nástrojem Javadoc.

5.3 Použití

Program je možné spustit dvěma způsoby. Prvním je poklepání myši na soubor *Simulator.jar* ve správci souborů. Druhým potom použitím příkazové řádky operačního systému a aplikace Java runtime:

```
java -jar Simulator.jar
```

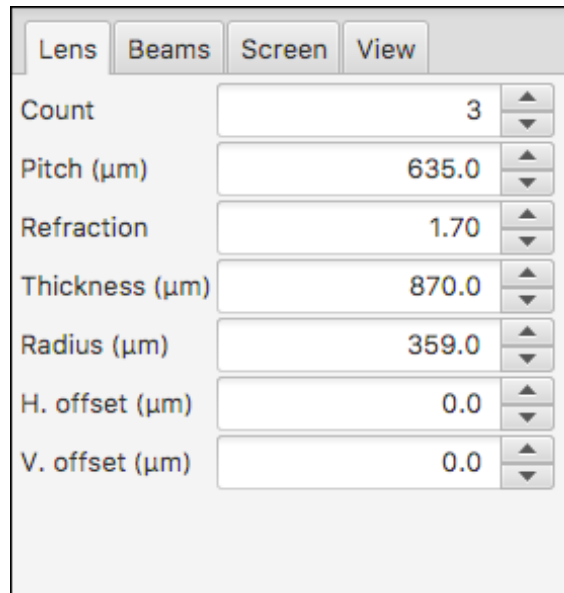
Po spuštění se zobrazí hlavní okno. V jeho pravé části je sekce, kde je možné nastavit parametry simulace. Ta je rozdělena do čtyř záložek:

- Lens – lentikulární deska
- Beams – svazek paprsků
- Screen – virtuální plátno
- View – zobrazení a simulace

Jako základní jednotky pro zadání tloušťky, šířky nebo polohy jsou použity μm^5 .

⁵Je možné použít i jiné jednotky (*mm*, *palce*, *body*), všechny hodnoty ale musí být vyjádřeny ve stejných jednotkách. Výsledné hodnoty zobrazované ve stavovém řádku je potom nezbytné interpretovat také v těchto jednotkách.

Úhly jsou uváděny ve stupních a jsou vztaheny vůči obrazové rovině desky. Orientace je zvolena proti směru hodinových ručiček. Paprsek jdoucí kolmo vzhůru svírá úhel 90° , paprsek jdoucí z levého dolního rohu do pravého horního je potom z intervalu $0^\circ - 90^\circ$.



Parameter	Value
Count	3
Pitch (μm)	635.0
Refraction	1.70
Thickness (μm)	870.0
Radius (μm)	359.0
H. offset (μm)	0.0
V. offset (μm)	0.0

Obrázek 26: Parametry lentikulární desky

Na obrázku 26 jsou zobrazeny ovládací prvky pro nastavení parametrů čoček na lentikulární desce. Hodnoty je možné zadat přímo nebo je možné jemně upravit pomocí myši. Význam editovatelných položek je následující:

- Count – počet čoček na desce
- Pitch – mechanická rozteč (šířka čočky)
- Refraction – index lomu
- Thickness – celková tloušťka desky
- Radius – poloměr zakřivení čočky
- H. offset – horizontální posun středu desky
- V. offset – vertikální posun středu desky

Na obrázku 27 jsou parametry simulovaného svazku paprsků. Způsob zadávání hodnot je stejný, jako v předešlém případě:

- V. offset – vertikální posun středu plochy zářiče
- H. offset – horizontální posun středu plochy zářiče
- Width – šířka plochy zářiče (šířka svazku)
- Direction – hlavní směr paprsků (ve °)
- Spread angle – úhel rozptylu paprsků ve svazku (ve °)
- Steps – krok při dělení svazku (počet paprsků)
- Beams – počet svazků vycházejících ze zářiče
- Gaussian – intenzita paprsků klesá se vzdáleností od středu
- G. Sigma – parametr σ pro modelování Gaussovy křivky[1]

Parameter	Value
H. offset (µm)	0.0
V. offset (µm)	5000.0
Width (µm)	500.0
Direction (°)	270.0
Spread angle (°)	0.0
Steps	1
Beams	1000
Gaussian	<input type="checkbox"/>
G. Sigma	1.0

Obrázek 27: Parametry svazku paprsků

Z roviny zářiče vychází jeden nebo více svazků paprsků – jejich počet je zadán (*Beams*) a jsou rovnoměrně rozmístěny na ploše zářiče. Každý svazek je rozdělen na několik paprsků (*Steps*). Rozptyl svazku paprsků určuje, jak moc se tyto paprsky rozbíhají. Je tedy možné nasimulovat bodový nebo plošný zdroj světla s paralelními či rozbíhajícími se paprsky.

Na obrázku 28 jsou parametry virtuálního plátna. Tento objekt slouží podobně jako matnice ve fotoaparátu – zobrazuje dopadající paprsky:

- Width – šířka plátna
- V. offset – vertikální posun středu plátna
- H. offset – horizontální posun středu plátna
- Orientation – orientace (natočení) plátna (ve °)
- Segments – počet segmentů registrujících dopadající paprsky

Plátno je rozděleno na segmenty, kde si každý segment pamatuje celkovou intenzitu paprsků, které na něj dopadly. Tato hodnota je potom zobrazena pomocí grafu v panelu *Screen*. Polohu, orientaci a velikost plátna je možné dle potřeby upravit. Naměřené hodnoty ovlivňuje počet segmentů. Pokud je jich příliš mnoho, výsledek obsahuje mnoho izolovaných hodnot. Opačným extrémem je výrazně nízký počet segmentů působící jako průměrovací filtr.

Lens	Beams	Screen	View
Width (μm)	10000.0	▲▼	
H. Offset (μm)	0.0	▲▼	
V. Offset (μm)	-1000.0	▲▼	
Orientation (°)	0.0	▲▼	
Segments	1000	▲▼	

Obrázek 28: Parametry plátna

Na obrázku 29 je poslední záložka s parametry zobrazení a výpočtu simulace:

- Zoom – koeficient zmenšení zobrazení
- V. offset – vertikální posun počátku souřadnic
- H. offset – horizontální posun počátku souřadnic
- Max. steps – maximální počet kroků simulace pro paprsek (hloubka výpočtu)
- Min. intensity – minimální intenzita paprsku pro výpočet
- Infinity – zobrazení paprsků směřujících do nekonečna (mimo čočky nebo plátno)
- Max. beams – maximální počet zobrazených paprsků

Vizualizaci je možné zmenšit nebo zvětšit tak, aby byl k dispozici buď celkový náhled či podrobný detail. Zadaný faktor zmenšení určuje, jak moc se obraz zmenší proti referenční velikosti. Podobně vertikální a horizontální posun určuje, jak se posune počátek souřadnic. Rychlost vykreslování paprsků je možné zvýšit omezením jejich počtu. Dalšího zrychlení a zpřehlednění scény je možné dosáhnout potlačením zobrazení paprsků mířících do nekonečna. Tyto parametry mají vliv pouze na zobrazení náhledu – neovlivňují přesnost výpočtu.

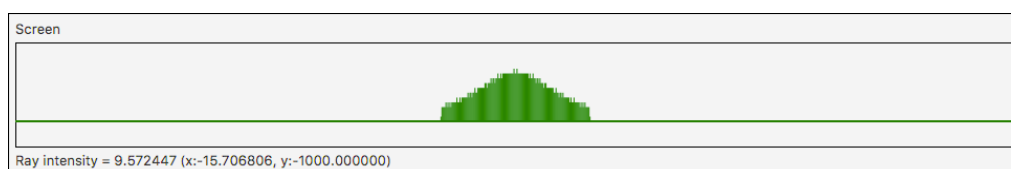
Lens	Beams	Screen	View
Zoom			2.00
H. offset (µm)			0.0
V. offset (µm)			-2500.0
Max. steps			16
Min. intensity			0.020
Max. beams			1000
Infinity	<input type="checkbox"/>		

Obrázek 29: Parametry zobrazení a simulace

Rychlost a přesnost výpočtu je ovlivněna parametry pro minimální intenzitu paprsku a maximální počet kroků, kterým jeden paprsek může projít. Omezení počtu

kroků má také vliv na paměťové nároky aplikace, protože každý krok může jejich počet zdvojnásobit.

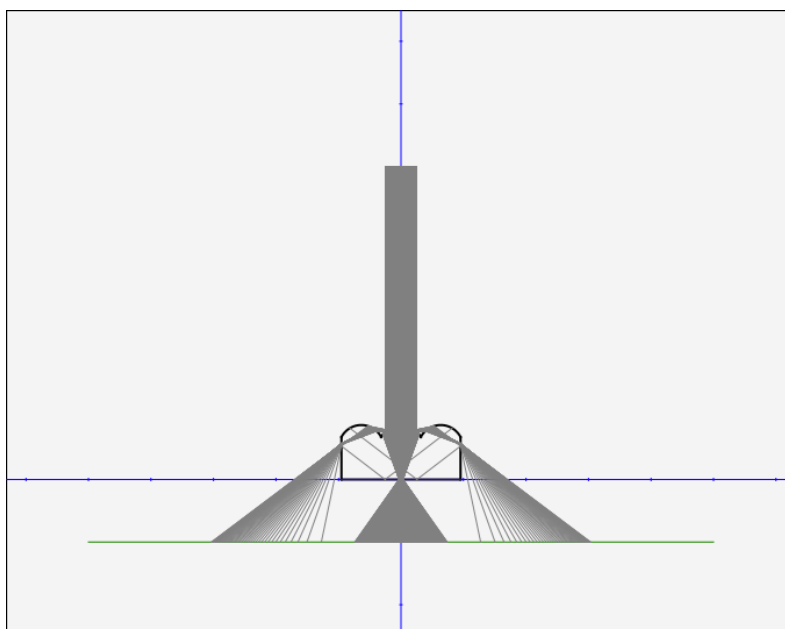
Simulace se spustí stiskem tlačítka **Calculate**. Pomocí tlačítek **Save** a **Load** je možné uložit hodnoty nastavení do XML souboru a nebo je načíst zpět. Při ukončení aplikace se aktuální hodnoty nastavení uloží do souboru *simulator.xml* tak, aby se při dalším startu aplikace obnovily a bylo možné pokračovat v simulaci.



Obrázek 30: Výsledek simulace na plátně

Výsledek simulace paprsků dopadajících na plátno je na obrázku 30. Poloha bodu na plátně a intenzita paprsku v daném místě je průběžně zobrazována ve stavovém řádku. Důležitá je pouze vodorovná poloha kurzoru myši nad panelem, ta se přepočítává na pozici na plátně. Svislý rozměr slouží pro reprezentaci intenzity.

Pro přibližné zobrazení výsledku slouží část okna aplikace s náhledem. Obrázek 31 ilustruje, jak vypadá vizualizace hodnot z předchozího případu.



Obrázek 31: Vizualizace výsledku

Modře je zvýrazněna osa souřadného systému, vůči které jsou vztaženy polohy svazku, paprsků a plátna. Značky na osách jsou od sebe vzdáleny 1 mm. Zelenou barvou je zobrazeno plátno, které zachycuje dopadající paprsky. Ty jsou vykresleny tmavě šedou barvou.

Také v tomto panelu funguje sledování kurzoru a ve stavovém řádku se zobrazují reálné souřadnice. Klepnutím myši je možné aktivovat měřicí funkci. Na dané místo se položí virtuální značka a při následujícím pohybu myši je počítána vzdálenost od aktuální pozice kurzoru k této značce. Kromě této vzdálenosti se také počítá vzdálenost na vertikální a horizontální ose a úhel. Opětovným klepnutím myši se měření vypne.

6 Závěr

Výsledkem mé práce je rozbor metod pro stanovení parametrů lentikulární desky.

Analyzoval jsem měření vizuální a mechanické rozteče čoček pomocí testovacího obrazce a možné chyby, ke kterým může dojít. Na reálné desce jsem si ověřil, jaký vliv má nepřesný tisk obrazce a špatné slícování.

Porovnal jsem různé definice zorného úhlu, kdy jsem zjistil, že jednotlivé metody poskytují odlišné výsledky. Podařilo se mi určit, která z definic je použita pro desky Finze.

Dále jsem se věnoval určení tloušťky substrátu s čočkami. Zde jsem zkoumal vliv chyby měření a dospěl jsem k závěru, že je možné pro jeho určení použít kvalitní posuvné měřítko.

Jako součást práce jsem vytvořil simulátor průchodu svazku paprsků lentikulární deskou, který kromě drah paprsků simuluje také jejich intenzitu na stínítku. Díky tomu je možné získat lepší představu o jejich vlivu.

Závěrem bych ještě uvedl, že se mi nepodařilo nalézt spolehlivé metody pro stanovení všech parametrů lentikulární desky.

Seznam obrázků

1	Bariérová metoda	2
2	Podklad pro bariérovou metodu	3
3	Lentikulární deska	4
4	Lentikulární čočka	4
5	Vizuální a mechanická rozteč	6
6	Zorný úhel	7
7	Zorný úhel – alternativa	8
8	Lom světla	9
9	Průchod souběžných paprsků	10
10	Simulace průchodu souběžných paprsků	11
11	Ukázka proužku Pitchtestu	13
12	Určení vizuální rozteče	13
13	Určení vizuální rozteče – shoda	14
14	Určení mechanické rozteče	14
15	Chyba vzniklá pootočením obrazce	15
16	Měřicí obrazec pod lupou	16
17	Simulace ideálně zaostřeného paprsku	18
18	Vizuální určení úhlu	20
19	Detail simulace zorného úhlu	22
20	Simulace zorného úhlu	22
21	Rozptyl paprsku za čočkou	23
22	Detail rozptylu paprsku	24
23	Měření rozptylu paprsku	27

24	Okno simulátoru	28
25	Odraz a lom světla	32
26	Parametry lentikulární desky	36
27	Parametry svazku paprsků	37
28	Parametry plátna	38
29	Parametry zobrazení a simulace	39
30	Výsledek simulace na plátně	40
31	Vizualizace výsledku	40

Seznam tabulek

1	Naměřené hodnoty mechanické rozteče	16
2	Přípustná chyba u posuvných měřítek	17
3	Přípustná chyba u třmenových mikrometrů	17
4	Závislost velikosti plošky na tloušťce – 40 Lpi	18
5	Závislost velikosti plošky na tloušťce – 50 Lpi	19
6	Naměřené hodnoty tloušťky	19
7	Naměřené hodnoty úhlu – vizuální metoda	20
8	Vypočítané hodnoty úhlu – středové paprsky	21
9	Parametry testovaných desek	26
10	Naměřené hodnoty rozptylu	27
11	Vypočítané hodnoty indexu lomu	27

Seznam symbolů

α	Úhel svíraný normálou a krajním vnitřním paprskem
α_1, α_2	Úhly svírané paprsky a normálou
β	Úhel svíraný normálou a krajním vnějším paprskem
γ	Úhel svíraný deskou a substrátem s obrazcem
γ	Úhel svíraný normálou a osou čočky
ε	Relativní změna rozteče
φ	Úhel svíraný protějšími krajními paprsky = zorný úhel
c	Rychlost světla ve vakuu
d_m	Mechanická rozteč čoček
d_v	Vizuální rozteč čoček
h	Vzdálenost diváka od desky
Lpi	Počet čoček na palec – lenticules per inch
lpi	Počet čar na palec – lines per inch
n	Index lomu světla
n_1, n_2	Indexy lomu světla
n_l	Index lomu světla v lentikulární desce
n_v	Index lomu světla ve vzduchu
q	Kolmice k povrchu čočky – normálový vektor
r	Poloměr zakřivení čočky
t	Tloušťka lentikulární desky
t_a	Tloušťka vlastní čočky
t_b	Tloušťka substrátu pod čočkou
v	Fázová rychlost světla v materiálu
v_1, v_2	Fázové rychlosti světla

Literatura

- [1] *Gaussian Function* [online]. Wolfram MathWorld. Dostupné z: <<http://mathworld.wolfram.com/GaussianFunction.html>>.
- [2] *Fresnel Equations* [online]. Wikipedia. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_equations>.
- [3] JOHNSON, R. B. – JACOBSEN, G. A. *Advances in Lenticular Lens Arrays for Visual Display*. 5874. SPIE, August 2005.
- [4] KOČANDRLE, M. – BOČEK, L. *Matematika pro gymnázia. Analytická geometrie*. Prometheus, 2011. ISBN 978-80-7196-390-5.
- [5] *Lenticular Lens* [online]. Wikipedia. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Lenticular_lens>.
- [6] LOBAZ, P. *KVU/UF3D - 3D fotografie a alternativní techniky ve fotografii* [online]. Dostupné z: <<http://www.kiv.zcu.cz/~lobaz/uf3d/>>.
- [7] LOBAZ, P. *KVU/UF3D - Pomůcky pro tvorbu lentikulárních tisků* [online]. Dostupné z: <<http://www.kiv.zcu.cz/~lobaz/uf3d/lenticular/index.html>>.
- [8] OKOSHI, T. *Three-Dimensional Imaging Techniques*. ATARA PRESS, 2011. ISBN 978-09-8222-514-1.
- [9] ROBERTS, D. E. *History of Lenticular and Related Autostereoscopic Methods*, 2003. Dostupné z: <http://www.microlens.com/pdfs/history_of_lenticular.pdf>.
- [10] ROBERTS, D. E. – SMITH, T. *The History of Integral Print Methods*. Dostupné z: <<http://lenticulartechnology.com/files/2014/02/Integral-History.pdf>>.
- [11] SCHILDT, H. *Java: The Complete Reference. Ninth Edition*. Oracle Press, 2014. ISBN 978-00-7180-855-2.
- [12] SCHILDT, H. *Introducing JavaFX 8 Programming*. Oracle Press, 2015. ISBN 978-00-7184-255-6.
- [13] *Snell's Law* [online]. Wikipedia. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Snell%27s_law>.
- [14] WASSENMILLER, E. – SHERUDILO, T. *Lenticular Software Tools* [online]. 3D Mix. Dostupné z: <<http://www.3dmix.com/eng/download.php>>.

- [15] ŽÁRA, J. et al. *Moderní počítačová grafika*. Computer Press, 2004. ISBN 80-251-0454-0.