Posudek oponenta na bakalářskou práci Tomáše Zítky

„Problémy aplikace Vopěnkovy Alternativní teorie množin"

Předložená bakalářská práce se zabývá alternativní teorií množin, rozvíjenou od 70. let 20. století Petrem Vopěnkou a jeho spolupracovníky. Začíná krátkým úvodem, po němž autor v kapitole 2 předkládá stručný popis alternativní teorie množin a jejích fenomenologických východisek, v kapitole 3 ji zařazuje do širšího kontextu porovnáním se Zermelo–Fraenkelovou teorií množin, nestandardní analýzou a konstruktivní matematikou, a kapitola 4 je pokusem o rozbor překážek, které brání širšímu uplatnění teorie. Po závěrečném shrnutí následuje ještě dodatek s přehledem axiomů Zermelo–Fraenkelovy teorie množin.

Popis v kapitole 2 vystihuje základní pojmy a směřování alternativní teorie množin, ale pro čtenáře, který s problematikou není obeznámen, podle mého názoru nebude příliš přínosný. Formulace jako „spleť jevů" nebo „jímka, do níž padají vhodné objekty z těch, které se objevují nebo vznikají" jsou z Vopěnkových děl převzaty bez upřesňující diskuse a ve výsledku působí vágně (zejména jako základ formalizovaného systému alternativní teorie množin). Potřebné myšlenkové přesnosti výkladu je zde možná spíše na škodu snaha o doslovnou věrnost původním pramenům.

Kapitola 3 začíná porovnáním alternativní teorie množin s teorií ZFC. Zde bych očekával podrobnější představení Zermelo–Fraenkelovy teorie, než jaké podává dodatek A (nikde alespoň není řečeno, že práce je určena pouze absolventům standardního množinového kurzu). Asi bych dokonce uvažoval o předřazení takového shrnutí před kapitolu 2, kde by tak zmínky o klasické teorii množin získaly na určitosti. Naopak výklad o nestandardních modelech Peanovy aritmetiky na tomto místě působí neorganicky a lépe by se hodil do kapitoly 3.2. Pro zařazení do kontextu by mohlo být vhodné srovnat Vopěnkovu teorii také s jinou „alternativní teorií množin", např. s tzv. *pocket set theory*, diskutovanou v článku [3] (ve které také existují jen dvě nekonečné kardinality).

Kapitola 3.3 se věnuje vztahu alternativní teorie množin a konstruktivní matematiky. Zde autor správně poukazuje na konceptuální souvislost s bezbodovou topologií (kterou by mohl představit i podrobněji, včetně vztahu k Heytingovým algebrám a tím k intuicionistické logice). Úvahy o přijetí alternativní teorie množin a konstruktivní matematiky v kapitole 3.3.2 patří spíše do následující kapitoly. S tématem naopak souvisí článek K. Lano [Ann. Pure Appl. Logic 59 (1993), 141–156] o intuicionistické variantě alternativní teorie množin.

V kapitole 4 se autor poctivě snaží naplnit jeden z bodů zadání a analyzovat překážky uplatnění Vopěnkovy teorie, ale výsledkem jsou spíše různá vágní a spekulativní tvrzení („Pročež je ATM často odmítnuta téměř bez zamyšlení se nad podstatou...", „Bez vazby na klasickou a známou matematiku se [matematik] cítí vyděděně..." atd.) Bylo by přitom možné důsledněji vyjít z komentářů obsažených v literatuře, například v poslední kapitole článku [3], v recenzi A. Levyho [J. Symbolic Logic 49 (1984), 1423–1424] nebo v článku S. A. Rasmussena [Danish Yearbook of Philosophy 23 (1986), 59–119]. V kapitole 4.3 je podle mého názoru mylný údaj, že prof. Vopěnka „nemohl od roku 1971 v Čechách přednášet ani publikovat" — přednášel na MFF UK a publikoval řadu prací např. v *Commentationes Mathematicæ*.

V práci jsem si povšiml jen dvou formálních matematických chyb (v definici 12 a v charakterizaci nekonečně malých čísel na str. 16), ale je tu bohužel řada překlepů, a to i ve jménech autorů: Russell (str. 5, 19), von Neumann (str. 14, 15), Bernays (str. 14), Robinson (str. 20). Najdeme i pár gramatických chyb a chyb v interpunkci (např. několik vět na str. 11 dole).

V rámci obhajoby prosím o zodpovězení následujících otázek:

- Můžete vysvětlit tvrzení „... numerická nestabilita, nespojitost v topologii, nevyčíslitelnost v informatice se v konstruktivní logice projevují jako spory" (str. 17)?
- Co znamená věta „... podařilo [se] vypracovat v klasické teorii množin pojetí téměř všech matematických disciplín, což jim poskytlo záruku bezespornosti" (str. 19) ve světle druhé Gödelovy věty o neúplnosti?

Přes dříve uvedené výhrady je zřejmé, že se autor předložené práce velmi detailně seznámil s obtížným tématem a psaní textu věnoval značnou péči. **Doporučuji přijetí práce k obhajobě a její hodnocení stupněm velmi dobře.**

T. Kaiser

V Plzni dne 12. června 2017.

prof. RNDr. Tomáš Kaiser, DSc.
Katedra matematiky
Západočeská univerzita v Plzni