

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

KATEDRA MECHANIKY

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

Plzeň, 2017

Bc. Eva MENCLOVÁ



## DIPLOMOVÁ PRÁCE

Počítačové modelování  
jízdních vlastností formule Student

Bc. Eva MENCLOVÁ

# Prohlášení

Předkládám k posouzení tuto diplomovou práci zpracovanou na závěr inženýrského studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni. Prohlašuji, že jsem ji vypracovala samostatně a výhradně s použitím uvedených pramenů a literatury.

V Plzni, 31. května 2017

Eva Menclová

# Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala všem, kteří mi pomohli s vypracováním této diplomové práce. V první řadě patří velký dík Ing. Michalu Hajžmanovi, Ph.D. za jeho příkladné vedení, odborné rady a pečlivé korektury. Dále chci poděkovat Bc. Janu Rendlovi za jeho velmi cenné rady v oblasti práce v modulu ADAMS/Car a v MATLABu.

Eva Menclová

# Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá počítačovým modelováním jízdních vlastností formule Student se zaměřením na modelování pneumatik. Jsou představeny funkce pneumatiky, silové účinky působící na pneumatiku a způsoby modelování pneumatik. V práci je použit semi-empirický model pneumatik *Pacejka Magic Formula*, který je schopen popsat silové účinky působící na pneumatiku na základě teoretických vztahů a znalosti experimentálních dat. Experimentální data jsou využita pro identifikaci neznámých parametrů vzorců *Magic Formula* v softwaru MATLAB a pomocí nástroje Tire Data and Fitting Tool softwaru MSC.ADAMS. Dalším cílem této práce je tvorba modelu formule Student v modulu ADAMS/Car. Jsou zde popsány konstrukční části modelu formule a postup návrhu pružin a tlumičů. Dále jsou představeny simulace jízdních stavů, které příslušely některým dynamickým testům mezinárodní soutěže Formula SAE.

**Klíčová slova:** modelování pneumatik, *Pacejka Magic Formula*, experimentální data, parametry, simulace, modul ADAMS/Car, Formula SAE

# Abstract

This master thesis deals with the computer modeling of the handling of the formula Student with the focus on the tire modeling. Functions of the tire, forces and torques acting on the tire and the ways of the tire modeling are introduced. This thesis is focused on the semi-empirical tire model called *Pacejka Magic Formula* which is able to define forces and torques acting on the tire using basic mathematical equations and experimental data. The experimental data are used for the identification of the unknown parameters of the *Magic Formula* equations in the MATLAB software and in a special tool of the MSC.ADAMS software called Tire Data and Fitting Tool. The construction of the formula Student model in the ADAMS/Car module is another aim of this thesis. Construction parts of the formula model and the process of the suspension design are described. The simulations of driving tests similar to chosen dynamic tests of the international competition Formula SAE are introduced.

**Keywords:** tire modeling, *Pacejka Magic Formula*, experimental data, parameters, simulations, ADAMS/Car module, Formula SAE

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>6</b>
1.1	Struktura práce . . . . .	6
1.2	Cíl práce . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Modelování silničních vozidel jako vázaných soustav těles</b>	<b>8</b>
2.1	Konstrukce silničních vozidel . . . . .	8
2.1.1	Zavěšení kol . . . . .	9
2.1.2	Odpružení . . . . .	9
2.1.3	Řízení . . . . .	10
2.1.4	Brzdový systém . . . . .	10
2.2	Teoretické základy softwaru MSC.ADAMS . . . . .	11
2.2.1	Formulace rovnic . . . . .	11
2.2.2	Systém prvního řádu . . . . .	15
2.3	Modul ADAMS/Car . . . . .	15
2.3.1	Základní pojmy . . . . .	16
2.3.2	Šablona . . . . .	17
2.3.3	Subsystém . . . . .	18
2.3.4	Sestava . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Vlastnosti a modelování pneumatik</b>	<b>20</b>
3.1	Konstrukce pneumatiky a kola . . . . .	20
3.1.1	Pneumatika . . . . .	20
3.1.2	Vozidlové kolo . . . . .	21
3.2	Funkce pneumatiky . . . . .	22
3.3	Silové účinky působící na pneumatiku . . . . .	22
3.4	Způsoby modelování pneumatik . . . . .	24
3.4.1	Základní rozdělení modelů . . . . .	24
3.5	Pacejka Magic Formula . . . . .	25
3.5.1	Obecný vzorec modelu . . . . .	26
3.5.2	Magic Formula pro pouhý smyk . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Identifikace parametrů pro modely pneumatik</b>	<b>31</b>
4.1	Experimentální data . . . . .	31
4.1.1	<i>Free-Rolling (Cornering)</i> . . . . .	33
4.1.2	<i>Drive/Brake/Combined</i> . . . . .	36
4.2	Identifikace parametrů v MATLABu . . . . .	38
4.2.1	Konečná úprava experimentálních dat . . . . .	38
4.2.2	Optimalizace . . . . .	39

---

4.2.3	Výsledky . . . . .	40
4.3	Identifikace parametrů v Tire Data and Fitting Tool . . . . .	43
4.3.1	Výsledky . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Model formule Student</b>	<b>48</b>
5.1	Přední náprava . . . . .	49
5.2	Zadní náprava . . . . .	50
5.3	Řízení . . . . .	51
5.4	Přední stabilizátor . . . . .	52
5.5	Zadní stabilizátor . . . . .	53
5.6	Karoserie . . . . .	54
5.7	Přední a zadní pneumatiky . . . . .	54
5.8	Sestava formule Student . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Návrh vypružení a simulace jízdních stavů</b>	<b>58</b>
6.1	Návrh pružin . . . . .	58
6.1.1	Kinematika pružin . . . . .	58
6.1.2	Návrh tuhosti pružin . . . . .	60
6.2	Návrh tlumičů . . . . .	62
6.3	Simulace jízdních stavů . . . . .	63
6.3.1	Torzni tuhost stabilizátoru . . . . .	63
6.3.2	Klopení karoserie – <i>Skid-Pad</i> . . . . .	65
6.3.3	Síly v nožích a úhel zkroucení stabilizátoru . . . . .	66
6.3.4	Změna jízdního pruhu . . . . .	70
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>75</b>
	<b>Literatura</b>	<b>76</b>

# 1 Úvod

Formula SAE je pojem, který je známý všem významným technickým univerzitám po celém světě. Jedná se o mezinárodní soutěž studentských týmů, které navrhují a konstruují svůj jednomístný závodní vůz formulového typu. Cílem je postavení takového vozu, který je výkonný, dobře ovladatelný, spolehlivý, bezpečný, ale zároveň i estetický a ekologický. Soutěž se skládá z několika disciplín, ve kterých jsou formule podrobeny tzv. statickým a dynamickým testům. Mezi statické testy patří např. prezentace návrhu a konstrukce vozu nebo marketingový plán. Dynamické testy se skládají např. z testu akcelerace, jízdy na trati ve tvaru osmičky nebo z vytrvalostního závodu na 22 km. Statické a dynamické disciplíny jsou bodově ohodnoceny a lze z nich získat maximálně 1000 bodů. Vítězný tým je určen na základě nejvyššího bodového ohodnocení.

Je proto zřejmé, že je velkou výhodou mít virtuální model formule Student k dispozici, a to především z důvodu možnosti analýzy jeho dynamického chování na trati. Tato diplomová práce se zčásti zabývá vytvořením virtuálního modelu formule, se kterým je možné realizovat některé z výše uvedených dynamických testů, a dozvědět se tak o dynamickém chování formule více.

S dynamickým chováním formule jsou nesporně spjaty pneumatiky. Pneumatiky jsou jedinou částí vozidla, která je přímo spojena s vozovkou, proto je na místě věnovat pneumatikám náležitou pozornost a zabývat se možnostmi jejich modelování. V současné době je používána celá řada modelů, jako např. modely založené na laminátové teorii, membránové teorii nebo kartáčové (*brush*) modely pneumatik. Jedno z hlavních témat této práce je semi-empirický model pneumatik *Pacejka Magic Formula*, který popisuje silové účinky působící na pneumatiku za podmínky znalosti teoretických vztahů a dat získaných z měření.

Na základě experimentálních dat lze identifikovat neznámé parametry vyskytující se ve vzorcích *Magic Formula*. Aby bylo možné data využít k optimalizaci, je potřeba nejdříve provést jejich podrobnější zpracování. Následuje optimalizační proces, během kterého jsou parametry modelu *Pacejka Magic Formula* identifikovány. Model pneumatik s identifikovanými parametry lze poté implementovat do modelu formule a provést tak jeho zpřesnění.

## 1.1 Struktura práce

Práce je strukturována do pěti kapitol. Kapitola 2 je věnována modelování vozidel jako vázaných soustav těles. Čtenář je seznámen s konstrukcí silničních vozidel, s teoretickými základy softwaru MSC.ADAMS a se základy práce v modulu ADAMS/Car. V kapitole 3 jsou hlavním tématem pneumatiky a jejich konstrukce, funkce, působící silové účinky a způsoby modelování. Dále je zde podrobněji představen model pneumatiky *Pacejka Magic Formula*. Kapitola 4 je věnována popisu a zpracování experimentálních dat a identifikaci neznámých parametrů vzorců *Magic Formula* ve výpočtovém softwaru MATLAB. V této kapitole je také stručně popsána identifikace neznámých parametrů pomocí nástroje Tire Data and Fitting



Tool. Následující kapitola 5 pojednává o konstrukčních částech modelu formule Student vytvořeného v modulu ADAMS/Car. Tématem poslední kapitoly 6 je návrh vypružení modelu formule a dále jsou zde popsány simulace, které byly s modelem realizovány.

### 1.2 Cíl práce

Hlavní cílem předkládané práce je identifikace parametrů modelu pneumatik *Pacejka Magic Formula* a vytvoření výpočtového modelu formule Student pro dynamické simulace. Dílčí cíle této práce lze shrnout do následujících bodů:

- Seznámení s problematikou modelování vozidel jako vázaných soustav těles.
- Představení základů práce v modulu ADAMS/Car.
- Popis konstrukce pneumatiky, funkcí pneumatiky a silových účinků působících na pneumatiku.
- Představení modelu pneumatik *Pacejka Magic Formula*.
- Vysvětlení zpracování experimentálních dat získaných od konzorcia FSAE TTC.
- Objasnění způsobů identifikace neznámých parametrů pro model pneumatik *Pacejka Magic Formula*.
- Představení konstrukčních částí modelu formule Student v modulu ADAMS/Car.
- Popis simulací jízdních stavů, které byly s modelem formule Student realizovány.

## 2 Modelování silničních vozidel jako vázaných soustav těles

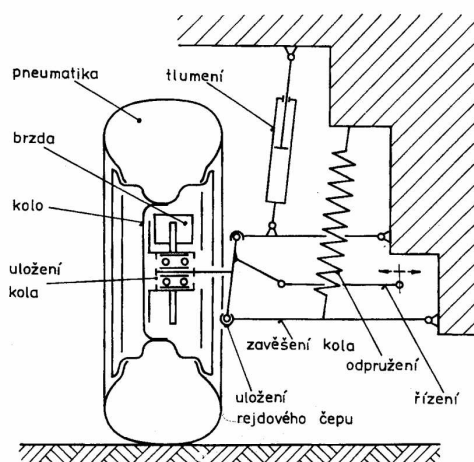
Tato kapitola bude věnována modelování silničních vozidel jako vázaných soustav těles. Nejprve bude popsána konstrukce silničních vozidel, dále budou uvedeny teoretické základy softwaru MSC.ADAMS a nakonec se tato kapitola bude věnovat modulu ADAMS/Car a jeho základním principům použití. V této sekci budou mj. vysvětleny pojmy jako sestava, šablona nebo subsystém.

### 2.1 Konstrukce silničních vozidel

Vozidlo lze rozdělit na tři základní konstrukční celky. Těmito celky jsou [2]:

- Karoserie
- Podvozek
- Pohonná soustava

Karoserie představuje nosnou část silničního vozidla a je zároveň nejdůležitějším prvkem ochrany posádky. Skládá se ze stovek dílů dle typu vozidla a je funkčně rozdělena na deformační část a na prostor pro řidiče a spolujezdce (kabina) [13]. Úkolem deformační části je pohlcení a ztlumení energie nárazu, kabina by se naopak měla deformovat co nejméně. U některých typů vozidel se vyskytuje samonosná karoserie, která přebírá funkci nosného rámu.



Obr. 2.1: Konstrukční části podvozku [2]

Podvozek je spodní část silničního vozidla a lze ho dále rozdělit na zavěšení kol, kola a pneumatiky, odpružení, řízení a brzdový systém. Na obr. 2.1 jsou tyto části vyznačeny.

Pohonná (nebo také hnací) soustava vozidla je složena z motoru, spojky, převodovky, rozvodovky a z hnacích hřídelí. Spojka zajišťuje přenos točivého momentu mezi motorem a převodovkou a umožňuje řazení rychlostních stupňů. V současnosti jsou osobní automobily opatřeny nejčastěji kotoučovou spojkou. Funkce převodovky spočívá v převodu otáček hnací hřídele motoru na otáčky kol vozidla. Rozlišujeme převodovky manuální a automatické. Rozvodovka zabezpečuje přenos hnacího momentu z převodovky na hnací hřídele nápravy. Její důležitou součástí je diferenciál, který rozděluje poměr otáček na výstupních hřídelích. Při průjezdu zatáčkou umožňuje různou rychlost kol na stejné nápravě. Hnací hřídele (poloosy) přenášejí točivý moment z rozvodovky na kola.

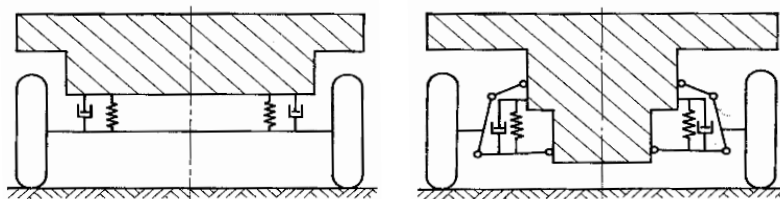
Nedílnou součástí každého silničního vozidla je příslušenství. Jedná se o pomocná zařízení, přístroje a prostředky, které jsou po technické stránce nezbytné pro činnost vozidla, jako např. elektrické zapalovací zařízení, chladicí systém nebo systém osvětlení. Do této kategorie spadá také povinná výbava, která musí být ve vozidle, je-li vozidlo používáno za účelem provozu na veřejných komunikacích.

V následujících sekcích budou popsány části podvozku určující dynamické vlastnosti vozidla. Jsou jimi zavěšení kol, odpružení, řízení a brzdový systém. Součástí podvozku jsou i pneumatiky a kola, jejichž popis ale není součástí této kapitoly. Problematika kol a pneumatik bude podrobněji rozebrána v kapitole 3.

### 2.1.1 Zavěšení kol

Pojmem *zavěšení kol* je rozuměn způsob připojení kol k rámu nebo karoserii vozidla [2]. Zavěšení kol umožňuje svislý pohyb kola při pružení a eliminuje nežádoucí pohyby (boční posuv a naklápění kola) na přijatelnou hodnotu. Další z jeho funkcí je přenos svislých, brzdných a hnacích sil, příčných sil a hnacích a brzdných momentů mezi kolem a karoserií [2]. Rozlišujeme dva hlavní druhy zavěšení kol:

- Závislé zavěšení (tuhá náprava)
- Nezávislé zavěšení (ostatní typy náprav)



Obr. 2.2: Závislé (vlevo) a nezávislé (vpravo) zavěšení kol [2]

### 2.1.2 Odpružení

Odpružení zmenšuje přenos kmitavých pohybů nápravy na podvozkové části a karoserii a chrání tak vozidlo i řidiče před nežádoucími otřesy. Zvyšuje životnost některých dílů podvozku, zajišťuje stálý kontakt pneumatiky s vozovkou a tím i neustálý přenos obvodových sil [2]. Pokud by došlo u řídicích kol ke ztrátě styku pneumatiky s vozovkou, snížila by se tím úroveň ovladatelnosti vozidla.

Existuje mnoho typů pružin, některé z nich mohou být [2]:

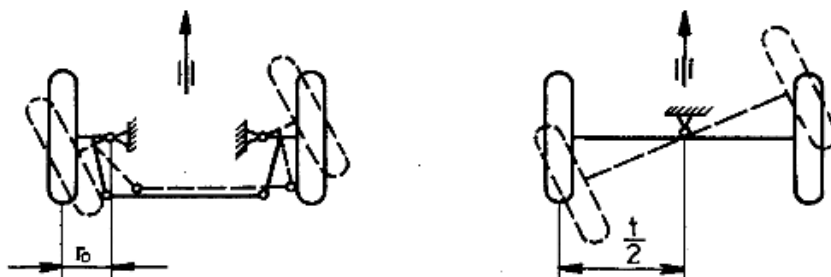
- Ocelové (vinuté, listové a torzní)
- Pryžové
- Vzduchové
- Vzduchokapalinové

Součástí odpružení jsou také tlumiče, které tlumí kmitavý pohyb náprav a podvozku a zajišťují tak vysokou bezpečnost jízdy včetně vysokého jízdního pohodlí. V současné době se používají výhradně teleskopické tlumiče, které lze rozdělit na [2]:

- Dvouplášťové
- Jednoplášťové

### 2.1.3 Řízení

Úkolem řízení je udržování nebo změna směru jízdy vozidla. Podle konstrukce ho lze rozdělit na řízení jednotlivými koly a řízení celou nápravou, které se používá např. u nákladních automobilů. Schémata obou typů řízení jsou znázorněna na obr. 2.3. Vozidla jsou obvykle řízena natočením předních kol kolem rejdového čepu, tzv. osy řízení.



Obr. 2.3: Přední náprava: řízení předními koly (vlevo) a řízení celou nápravou (vpravo) [2]

Dříve se u vozidel používalo řízení přímé, které bylo ovládáno pouze silou řidiče (řidič musel někdy vyvíjet poměrně velkou sílu k vytočení předních kol). Dnes se ale všechny automobily vyrábí s posilovačem řízení, který podstatně ulehčuje zatáčení.

Řízení by mělo splňovat požadavek snadné, bezpečné a rychlé ovladatelnosti. Geometrie řízených kol proto musí být zkonstruována tak, aby nevznikly žádné nežádoucí kmity ani rázy.

### 2.1.4 Brzdový systém

Funkce brzdového systému spočívá ve schopnosti snížit rychlost vozidla, nebo jej zastavit a stojící vozidlo zajistit tak, aby se nepohybovalo. Snížení rychlosti vozidla se dosahuje zpravidla třením mezi rotujícími a pevnými částmi, nejčastěji mezi brzdovým kotoučem a brzdovými čelistmi. Při procesu brzdění se pohybová energie mění na energii tepelnou. Aby nedošlo vlivem tření k přehřátí a k poškození brzd, musí být teplo odváděno do okolí.

Podle způsobu přenosu energie z ovládacího prvku, jimiž jsou pedál nebo ruční brzda, na ovládací zařízení brzdových mechanismů, lze rozdělit ovládací soustavy na [2]:

- Hydraulické
- Vzduchové

- Mechanické
- Kombinované (např. hydromechanické)

Brzda je část brzdového systému, kde vznikají třecí síly působící proti směru pohybu vozidla nebo proti tendenci k pohybu vozidla. Nejčastěji používané typy brzd jsou:

- Bubnové
- Kotoučové

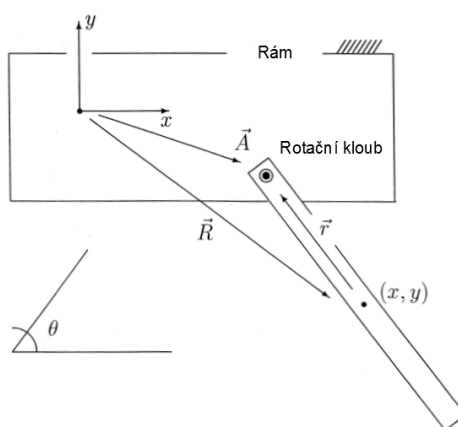
## 2.2 Teoretické základy softwaru MSC.ADAMS

Při práci s jakýmkoliv softwarem určeným pro vyšetřování dynamiky soustav těles je nutné znát nejen způsob jeho použití, ale také teorii, na které je daný software založen. Vysvětlením základních principů simulace mechanického pohybu je možné porozumět řešícím technikám implementovaným v daném softwaru.

Tato kapitola se bude zabývat výpočtovými metodami implementovanými v softwaru MSC.ADAMS. Bude popsán postup, jakým jsou tvořeny diferenciální a algebraické rovnice popisující mechanické systémy a jak jsou tyto soustavy rovnic řešeny numericky. Přestože systém MSC.ADAMS pracuje ve třech dimenzích, pro větší názornost bude použita k objasnění této problematiky rovinná (2D) úloha.

### 2.2.1 Formulace rovnic

Vhodný způsob objasnění simulace mechanického systému je vyšetření pohybu fyzikálního kyvadla v rovině. Na tomto příkladu budou formulovány rovnice a způsob řešení kinematiky i dynamiky systému. Mechanický systém je zobrazen na obr. 2.4. Těleso kyvadla je uchyceno k pevnému rámu rotační vazbou.



Obr. 2.4: Kyvadlo [6]

### Pohybové rovnice

Základem řešiče ADAMS/Solver pro automatické sestavení a řešení pohybových rovnic jsou Lagrangeovy rovnice. Je proto důležitá znalost celkové kinetické a celkové potenciální energie soustavy.

Celková kinetická energie kyvadla (obr. 2.4)  $E_k$  je dána výrazem

$$E_k = \frac{1}{2} (m\dot{x}^2 + m\dot{y}^2 + I\dot{\theta}^2), \quad (2.1)$$

kde  $x$  a  $y$  jsou souřadnice středu hmotnosti kyvadla v pevném souřadném systému, úhel  $\theta$  je úhel natočení vůči vodorovné ose  $x$ ,  $m$  je hmotnost kyvadla a  $I$  je moment setrvačnosti vůči jeho středu hmotnosti.

Celková potenciální energie  $E_p$  kyvadla je

$$E_p = mgy, \quad (2.2)$$

kde  $g$  je tíhové zrychlení a  $y$  je vertikální vzdálenost středu hmotnosti od vodorovné osy  $x$ .

Nyní lze zavést tzv. Lagrangián

$$L = E_k - E_p \quad (2.3)$$

jako rozdíl mezi celkovou kinetickou a celkovou potenciální energií systému. Pro soustavy s více tělesy je pak Lagrangián ve tvaru

$$L = \sum_{j=1}^N E_{kj} - E_{pj}, \quad (2.4)$$

kde  $E_{kj}$  je kinetická energie  $j$ -tého tělesa,  $E_{pj}$  je potenciální energie  $j$ -tého tělesa a  $N$  vyjadřuje celkový počet těles v soustavě. Protože se soustava na obr. 2.4 skládá pouze z jednoho tělesa, bude uvažován v dalších krocích počet těles  $N = 1$ .

Pohyb soustavy těles dle Lagrange je popsán rovnicí [6]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}, \quad (2.5)$$

kde  $\mathbf{q}$  je vektor zobecněných souřadnic,  $\dot{\mathbf{q}}$  je vektor zobecněných rychlostí,  $\Phi_{\mathbf{q}}$  je Jacobiho matice vazbových rovnic,  $\boldsymbol{\lambda}$  je vektor Lagrangeových multiplikátorů a  $\mathbf{Q}$  je vektor zobecněných sil. Lagrangeova rovnice smíšeného typu (2.5) je základem úloh dynamiky v řešiči ADAMS/Solver.

Vektor zobecněných souřadnic pro případ kyvadla na obr. 2.4 je ve tvaru

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Obecně je vektor zobecněných souřadnic  $\mathbf{q}$  dimenze  $n$ . Ve dvoudimenzionálním případě platí  $n = 3N$ , kde  $N$  je počet těles v soustavě.

Lagrangián  $L$  je skalární veličina, zatímco  $\mathbf{q}$  je vektor. Z tohoto důvodu je výraz v rovnici (2.5)

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \left[ \frac{\partial L}{\partial q_1}, \frac{\partial L}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial L}{\partial q_n} \right]^T \quad (2.7)$$

vektor délky  $n$ . Výraz  $\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$  vyjadřuje parciální derivace Lagrangiánu podle zobecněných rychlostí a jedná se opět o vektor dimenze  $n$ .

Jacobiho matice vazbových rovnic  $\Phi_{\mathbf{q}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}}$  je tvořena z parciálních derivací vazbových rovnic podle zobecněných souřadnic. Matice  $\Phi_{\mathbf{q}}$  je obdélníková matice o velikosti  $m \times n$ , kde  $m \geq 0$  je počet vazbových rovnic.

Sloupcový vektor  $\mathbf{Q}$  je vektor vnějších sil, které musí být v rovnováze se členy rovnice (2.5) na levé straně. Potenciální síly jsou obsaženy ve členu  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}}$ , jehož jedinou složkou je zpravidla tíhová síla, vazbové síly jsou obsaženy ve výrazu  $\Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda}$ , kde  $\boldsymbol{\lambda}$  je vektor Lagrangeových multiplikátorů o velikosti  $m < n$ .

Lagrangián pro rovinné kyvadlo na obr. 2.4 má tvar

$$L = E_k - E_p = \frac{1}{2} (m\dot{x}^2 + m\dot{y}^2 + I\dot{\theta}^2) - mgy. \quad (2.8)$$

Pro člen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$  pak platí

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\dot{x} \\ m\dot{y} \\ I\dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Časová derivace výrazu (2.9) je ve tvaru

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) = \begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ I\ddot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Pro druhý člen rovnice (2.5) platí

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Dosazením výrazů (2.10) a (2.11) do rovnice (2.5) přejde tato rovnice do tvaru [6]

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ mg \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}. \quad (2.12)$$

Systém rovnic (2.12) je soustava tří diferenciálních rovnic druhého řádu. Síly v translačních směrech jsou uvedeny v prvních dvou rovnicích. Třetí rovnice má význam momentové dynamické podmínky rovnováhy. V obecném případě systém rovnic (2.12) přechází do tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial E_p}{\partial \mathbf{q}} + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}, \quad (2.13)$$

kde  $\mathbf{M}$  je matice hmotnosti systému o velikosti  $n \times n$  a  $E_p$  je potenciální energie soustavy.

### Vazbové rovnice

Jak již bylo uvedeno výše, soustava (2.12) je soustava o třech rovnicích. Celkový počet neznámých je ale pět. Neznámé jsou v tomto případě souřadnice  $x$  a  $y$ , úhel natočení  $\theta$  a Lagrangeovy multiplikátory  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ . Je tedy jasné, že soustava (2.12) je soustavou nedourčenou, a je proto nutné formulovat další dvě rovnice. Tyto dodatečně určené rovnice jsou dány vazbovými podmínkami vyplývajícími ze skutečnosti, že je kyvadlo uchyceno rotačním kloubem (čepem) k rámu.

Pro bod rotační vazby kyvadla platí podmínka

$$\vec{R} + \vec{r} - \vec{A} = \vec{0}, \quad (2.14)$$

kde vektor  $\vec{A}$  udává polohu rotačního kloubu v pevném (inerciálním) souřadném systému, vektor  $\vec{r}$  je vektor jdoucí ze středu hmotnosti kyvadla k rotačnímu kloubu a vektor  $\vec{R}$  udává polohu středu hmotnosti kyvadla v pevném souřadném systému. Všechny tři vektory jsou znázorněny na obr. 2.4.

Podmínku (2.14) lze přepsat do vazbové rovnice [6]

$$\vec{\Phi}(x, y, \theta) = (x - l \cos \theta - A_1) \vec{i} + (y + l \sin \theta - A_2) \vec{j} = \vec{0}, \quad (2.15)$$

kde  $\vec{i}$  a  $\vec{j}$  jsou jednotkové vektory podél souřadnicových os  $x$  a  $y$  globálního souřadného systému a  $l$  představuje délku od středu hmotnosti do rotační vazby, tedy délku vektoru  $\vec{r}$ . Rovnici (2.15) lze do maticového zápisu zapsat jako

$$\begin{bmatrix} x - A_1 - l \cos \theta \\ y - A_2 + l \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Jacobiho matice pro  $\vec{\Phi}$  je matice o velikosti  $2 \times 3$

$$\Phi_{\mathbf{q}} = \frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l \sin \theta \\ 0 & 1 & l \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Nyní je již možné zapsat poslední člen rovnice (2.12) na levé straně ve tvaru

$$\Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ l \sin \theta & l \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ l \lambda_1 \sin \theta + l \lambda_2 \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Soustava rovnic (2.12) má tedy konečnou podobu

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ mg \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ l \lambda_1 \sin \theta + l \lambda_2 \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

V souhrnu lze konstatovat, že je dynamika kyvadla dána:

- soustavou tří rovnic (2.19),
- dvěma vazbovými rovnicemi (2.16).



Je tedy řešena úloha určena pěti rovnicemi

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} + \lambda_1 &= 0, \\
m\ddot{y} + \lambda_2 + mg &= 0, \\
I\ddot{\theta} + \lambda_1 l \sin \theta + \lambda_2 l \cos \theta &= 0, \\
x - A_1 - l \cos \theta &= 0, \\
y - A_2 + l \sin \theta &= 0,
\end{aligned} \tag{2.20}$$

o pěti neznámých  $x$ ,  $y$ ,  $\theta$ ,  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ . Systém je nyní kompletně definován.

## 2.2.2 Systém prvního řádu

Systém rovnic (2.20) je soustava algebro-diferenciálních rovnic (DAE). V programovém kódu MSC.ADAMS simulace je tento problém řešen zavedením nové závislé proměnné pro každý člen s vyšší derivací. Po vytvoření těchto závisle proměnných dojde k redukci systému na systém prvního řádu. Jsou tedy zavedeny proměnné, pro které platí

$$u = \dot{x}, \tag{2.21}$$

$$v = \dot{y}, \tag{2.22}$$

$$\omega = \dot{\theta}. \tag{2.23}$$

Rovnice (2.20) pak přechází v následující systém, který obsahuje pouze diferenciální rovnice prvního řádu a algebraické rovnice [6]

$$\begin{aligned}
m\dot{u} + \lambda_1 &= 0, \\
m\dot{v} + \lambda_2 + mg &= 0, \\
I\dot{\omega} + \lambda_1 l \sin \theta + \lambda_2 l \cos \theta &= 0, \\
\dot{x} - u &= 0, \\
\dot{y} - v &= 0, \\
\dot{\theta} - \omega &= 0, \\
x - A_1 - l \cos \theta &= 0, \\
y - A_2 + l \sin \theta &= 0.
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Nově vytvořený nelineární systém (2.24) se skládá z osmi diferenciálních a algebraických rovnic pro osm neznámých

$$\mathbf{z} = [u, v, \omega, x, y, \theta, \lambda_1, \lambda_2]^T \tag{2.25}$$

a popisuje dynamiku kyvadla v softwaru MSC.ADAMS.

## 2.3 Modul ADAMS/Car

Software ADAMS/Car je specializované prostředí programu MSC.ADAMS určené k modelování vozidel. Umožňuje vytvářet virtuální prototypy vozidel a analyzovat je stejně jako reálné fyzické modely.

Modul ADAMS/Car je založen na určitém hierarchickém principu. Nejzákladnějším prvkem je šablona (*template*) reprezentující konkrétní konstrukční část vozidla jako např.

řízení, přední nápravu nebo stabilizátor. Všechny šablony se tvoří v prostředí zvaném *Template Builder*. Ze šablony se následně vytvoří subsystém (*subsystem*), který lze spojit s dalšími subsystémy a vytvořit tak kompletní sestavu (*assembly*). Sestavou může být přední náprava, zadní náprava nebo celé vozidlo. Prakticky to znamená, že pokud je vytvořena sestava, je tvořena ze subsystémů a každému z těchto subsystémů přísluší v databázi jedna šablona. Dále je třeba poznamenat, že veškeré simulace a analýzy probíhají na úrovni sestavy, jejíž subsystémy se dají efektivně zaměňovat a zjistit tak vliv změny subsystému za jiný. Tyto úkony, ať už simulace nebo úpravy sestav a subsystémů, se provádí v prostředí *Standard Interface*.

Protože se v uživatelském prostředí ADAMS/Car používají termíny, jejichž význam nemusí být běžnému uživateli hned zřejmý, budou dále tyto základní pojmy vysvětleny.



Obr. 2.5: Úvodní nabídka ADAMS/Car

### 2.3.1 Základní pojmy

- **Hardpoint**

*Hardpoint* (pevný bod) je jeden z nejzákladnějších prvků šablony, které určují polohu všech komponent. Jsou to body, které obsahují informace pouze o své poloze. Je-li tvořen nový *hardpoint*, zadává se jeho umístění a typ (*left*, *right*, *single*) [14]. Modul ADAMS/Car pracuje v symetrickém prostředí, to znamená, že je-li vytvořen nebo změněn jakýkoliv prvek na jedné straně vozidla, dojde automaticky k vytvoření či změně daného prvku na straně druhé. Je to jedna z výhod ADAMS/Car, která značně zrychluje práci oproti obecnému prostředí.

- **General part**

*General part* (obecné těleso) reprezentuje ve fyzikálním modelu těleso. Je určeno polohou, orientací, hmotností, momenty setrvačnosti a typem materiálu. Pokud bude změněna geometrie tělesa, platí, že všechny parametry obsažené v *general part* zůstanou nezměněny. Chceme-li, aby byly nastaveny hodnoty odpovídající dané geometrii, je možné zvolit jejich automatické přepočítání. Tuto možnost je ale vhodné volit jen tehdy, je-li geometrie namodelována dostatečně přesně vzhledem ke skutečnému modelu.

- **Geometry**

Geometrie slouží jako vizuální reprezentace prvku a je vždy příslušná obecnému tělesu. V prostředí ADAMS/Car lze zvolit mezi spojnící (člankem), elipsoidem, válcem a linkou. Geometrie obsahuje pouze informace o svých rozměrech, ostatní parametry jako je např. hmotnost nebo materiál jsou zahrnuty v příslušném *general part*. Jak bylo zmíněno v předešlém odstavci, geometrii je možné brát pouze jako reprezentaci prvku,

nebo ji využít a přepočítat ostatní parametry podle jejího tvaru. Výhodou modulu ADAMS/Car je možnost importu CAD modelu do dané šablony konstrukční části.

- **Vazba**

Vazby (*Attachments*) definují spojení mezi jednotlivými částmi a určují tak jejich pohyb. Nejčastěji používané vazby jsou sférické, Hookeovy klouby a rotační vazby. Lze ale také zvolit posuvnou, cylindrickou, rovinnou, nebo pevnou vazbu. Odebraný počet stupňů volnosti závisí na typu vazby. Při vytváření vazby se nejdříve zadávají tělesa, která bude vazba spojoval, poté umístění a eventuálně její orientace.

- **Komunikátor**

Komunikátory jsou klíčové elementy, které zajišťují výměnu informací mezi šablonami, subsystemy a mezi virtuálním standem [5]. Podle směru přenosu informace se rozlišují dva typy komunikátorů, vstupní (*input*) a výstupní (*output*). Vstupní komunikátor požaduje informaci od ostatních subsystemů nebo od virtuálního standu. Výstupní naopak informaci jiným subsystemům poskytuje. *Input* a *output* komunikátory spolu vždy tvoří pár. Aby vzájemný přenos informací fungoval správně, musí být oba dva shodně pojmenovány. Komunikátory mohou zajišťovat spojení dvou šablon na konkrétním místě, mohou určovat orientaci konstrukčního rámu, nebo např. pohyb vazby [14].

- **Mount part**

*Mount part* je prvek, který se připojuje k dalším tělesům. Jestliže je v ADAMS/Car vytvořen *mount part*, je automaticky vytvořen i *input* komunikátor třídy *mount*. Tento nově vytvořený komunikátor by měl být pojmenován stejně jako *part*, ke kterému je *mount part* připojen. Dá se tedy říci, že *mount part* (spolu s komunikátory) definuje spojení mezi částmi z různých šablon.

- **Construction frame**

*Construction frame* (vztažný souřadný systém) je základním prvkem některých komponent. Na rozdíl od pevných bodů v sobě vztažné souřadné systémy nesou informaci nejen o poloze, ale i o orientaci [5]. V případech, kdy chceme znát pouze polohu, je ale lepší použít *hardpoint*.

### 2.3.2 Šablona

Před tvorbou modelu je vždy nutné vhodně si zvolit souřadnicový systém. V prostředí *Template Builder* (i *Standard Interface*) je používán systém, jehož osa  $x$  směřuje proti směru jízdy vozidla. Osa  $y$  je příčná osa směřující z pohledu řidiče doprava a osa  $z$  je osa ve svislém směru, jejíž kladný směr je orientován nahoru.

Šablona (*template*) je nejzákladnějším stavebním prvkem softwaru ADAMS/Car. Je složena z těles, která jsou definována svojí geometrií, hmotností, těžištěm a materiálem. Tyto obecná tělesa (*general parts*) jsou mezi sebou propojeny vazbami. Vazby spolu s komunikátory zajišťují také spojení různých šablon navzájem.

Vždy je nutné si nejdříve promyslet přesnou polohu všech těles v šabloně, protože se při tvorbě šablony nejdříve vytváří pevné body udávající právě polohu jednotlivých komponent. Jsou-li všechny pevné body na svém místě, je na řadě tvorba obecných těles, které přiřadíme příslušné nově vytvořené geometrii. Je zde také možnost *general part* přiřadit i naimportovanému CAD modelu. Po tvorbě těles následuje umístění vazeb. Součástí šablon náprav jsou

také silové prvky, jako jsou pružiny a tlumiče, jejichž správný návrh je někdy poměrně komplikovaný a bude podrobněji vysvětlen v jedné z následujících kapitol. Poslední krok je správná definice komunikátorů a *mount parts* zajišťující přenos informací mezi částmi modelu.

Někdy je výhodné použít již vytvořené šablony z ADAMS/Car a následně je předělat podle vlastních rozměrů a parametrů. Tento postup byl využit při tvorbě modelu formule Student.

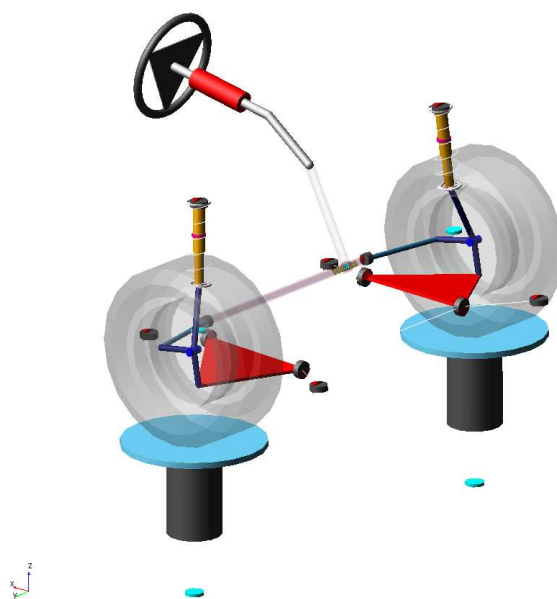
### 2.3.3 Subsystem

Pokud jsou všechny šablony hotové, je potřeba z nich vytvořit subsystemy. Jak bylo zmíněno výše, tvorba i editace šablon a sestav se provádí v rozhraní *Standard Interface*. V menu definice nového subsystemu se kromě jeho názvu, šablony a posunutí vzhledem ke globálnímu souřadnému systému, zadává i jeho typ (*any, front, rear, trailer*). Určení typu je důležité z důvodu správné funkčnosti modelu v případě, že mají přední a zadní náprava stejně pojmenované komunikátory [14]. V některých případech může být nevýhodou, že na úrovni subsystemu lze provádět na modelu jen menší úpravy, jako např. změny souřadnic pevných bodů, změny hmotnosti a ostatních parametrů částí modelu nebo změny rozměrů geometrie.

### 2.3.4 Sestava

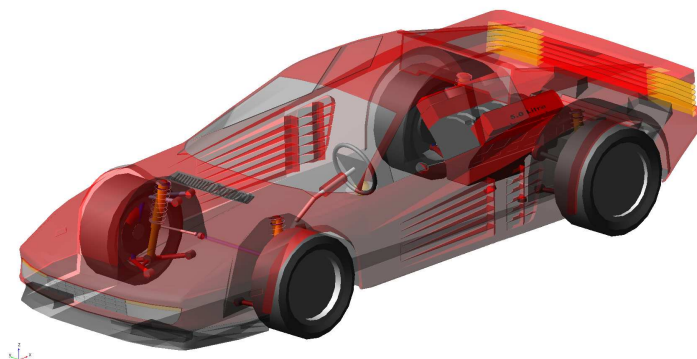
V ADAMS/Car lze vytvořit sestavu přední nápravy (*front suspension*), zadní nápravy (*rear suspension*) nebo sestavu celého vozidla (*full vehicle*).

Chceme-li začít testovat přední nápravu, stačí použít pouze subsystem dané nápravy. Je možné do sestavy vložit navíc řízení nebo stabilizátor, není to však nezbytné. Někdy je ovšem výhodné sestavit nápravu i s řízením a stabilizátorem a otestovat tak jejich správnou funkčnost a komunikaci mezi dílčími subsystemy.



Obr. 2.6: Ukázka sestavy přední nápravy s řízením (databáze MSC.ADAMS)

Sestava celého vozidla vyžaduje vložení subsystému přední a zadní nápravy, předních a zadních kol, řízení a karoserie. Pro dynamické analýzy je nutný motor a v některých případech i systém brzd. Jak u přední nápravy, tak i u celého vozidla lze vložit další subsystémy. V případě formule Student byly navíc vloženy do modelu subsystémy předního a zadního stabilizátoru.



Obr. 2.7: Ukázka sestavy celého vozidla (databáze MSC.ADAMS)

## 3 Vlastnosti a modelování pneumatik

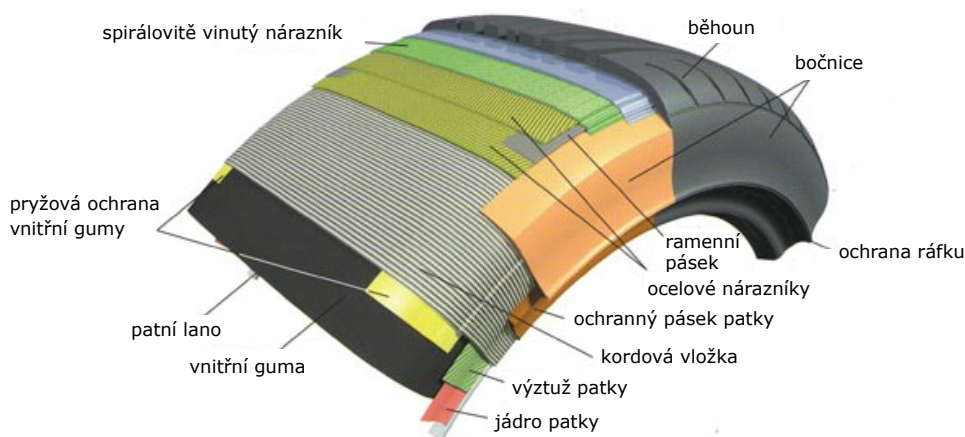
Jedno z témat druhé kapitoly bylo vozidlo a jeho rozdělení na základní konstrukční části. Každá z konstrukčních celků vozidla má svůj význam a vliv na chování vozidla na vozovce. Přesto existuje jedna část, která svojí důležitostí převyšuje ostatní. Pneumatiky a kola jsou jediným spojovacím článkem mezi vozovkou a vozidlem, nesou hmotnost vozidla a nákladu, mají zcela mimořádný význam pro jízdní bezpečnost vozidla, přenášejí hnací momenty, brzdící momenty a síly a jsou důležitou součástí pro celkové jízdní pohodlí. To je jen několik z mnoha aspektů, kvůli kterým je na místě věnovat pneumatikám náležitou pozornost a zabývat se nejenom jejich vlastnostmi, ale i způsoby modelování.

### 3.1 Konstrukce pneumatiky a kola

V této podkapitole budou znázorněny a následně popsány části pneumatiky a vozidlového kola.

#### 3.1.1 Pneumatika

Pneumatika je složena z pláště (s duší nebo bez duše), který je připojen na ráfek a naplněný stlačeným vzduchem. Pokud se u pneumatik nevyskytuje duše, její funkci přebírá vlastní plášť opatřený bezdušovým ventilem. Plášť je pružná vnější část pneumatiky, která zajišťuje styk s vozovkou a jehož patková část dosedá na ráfek [2]. Jednotlivé části pneumatiky jsou vyznačeny na obr. 3.1.

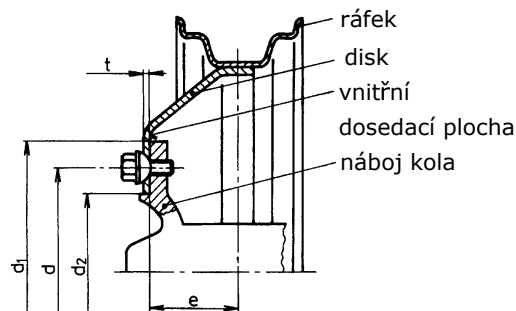


Obr. 3.1: Konstrukce pneumatiky [8]

- **Běhoun** – má za úkol chránit kordovou vložku před mechanickým poškozením, spojuje automobil s vozovkou. Je vyrobený ze speciální směsi, která zajišťuje vysokou odolnost pneumatiky proti obrušování.
- **Bočnice** – je bokem pláště pneumatiky, který chrání kostru proti mechanickému poškození a nepříznivými povětrnostními vlivy.
- **Kordová vložka** (kostra) – jejím úkolem je zajištění nosnosti pneumatiky, přenos hmotnosti, brzdné a řídicí síly z kola automobilu na běhoun. Jedná se o soustavu rovnoběžných kordových nití z různého materiálu, které jsou obaleny pryží.
- **Vnitřní guma** – slouží především k ochraně kostry a dále u bezdušových plášťů pneumatik zabraňuje pronikání vzduchu do kostry.
- **Patní lano** – je složené ze svazku ocelových lan, která zajišťují správné usazení pneumatiky na ráfek vozu a tím i přenos sil na pneumatiku z ráfku.
- **Jádro patky** – zajišťuje přenos a rozložení sil z tuhé patní oblasti do pružné bočnice. Jsou to pryžové výplně v oblasti přechodu patního lana do bočnice pneumatiky.
- **Ochranný pásek patky** – pásek velmi tvrdé gumy, který chrání povrch patky před mechanickým poškozením.

### 3.1.2 Vozidlové kolo

Vozidlová kola se skládají z ráfků, které mají potřebnou nosnost a umožňují přenos sil. Kola se podle použití rozdělují do několika skupin, např. pro motocyklisty, nákladní automobily, autobusy, traktory nebo přípojná vozidla [2]. Kola lze dále rozdělit také podle provedení střední nosné části. Rozlišují se disková, hvězdicová, drátová a paprsková kola. Hlavní části a charakteristické rozměry jsou znázorněny na obr. 3.2.



Obr. 3.2: Hlavní rozměry a části diskového kola [2]

- $t$  – tloušťka střední nosné části
- $d_1$  – průměr dosedací plochy pro brzdový buben nebo průměr šroubu náboje
- $d$  – průměr roztečné kružnice pro připevňovací šrouby
- $d_2$  – průměr středního otvoru kola
- $e$  – zális (vzdálenost mezi vnitřní dosedací plochou disku a střední rovinou ráfku), může nabývat kladných i záporných hodnot (na obr. 3.2 je zális kladný)

## 3.2 Funkce pneumatiky

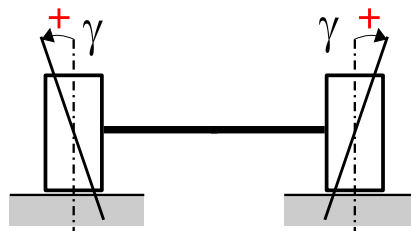
Pneumatiky jako jediné zajišťují spojení mezi vozidlem a vozovkou, proto mají celou řadu důležitých funkcí [2].

1. **Nesení zátěže** – Pneumatiky jsou oporou nejen při jízdě, ale i při stání vozidla. Musí být schopny vydržet přenos zátěže při akceleraci a brzdění.
2. **Vedení směru** – Stabilita vozidla je závislá na schopnosti pneumatiky udržet stopu. Pneumatika musí odolat příčným silám, aniž by vozidlo opustilo trajektorii. Ideální směrové stability se dosahuje pomocí rozdílnosti tlaku na přední a zadní nápravě.
3. **Tlumení** – Pneumatiky jsou schopny díky svojí vertikální pružnosti a dobré elastičnosti vzduchu pohltit nárazy, které nastanou při přejezdu vozidla přes překážku nebo přes nerovnosti na vozovce. Správně nahuštěné pneumatiky zajišťují vysokou úroveň komfortu jízdy při zachování příznivých řídicích vlastností.
4. **Valení** – Čím je valivý odpor nižší a pneumatiky se odvalují rovnoměrněji, tím je spotřeba paliva nižší.
5. **Přenos výkonu** – Úroveň přenosu výkonu je určena styčnou plochou mezi zemí a pneumatikou. Tato plocha má rozlohu jen několik centimetrů čtverečních.
6. **Životnost** – I po milionech otáčkách kola si pneumatiky zachovávají svůj výkon, obecně tedy platí, že mají velkou životnost. Míra opotřebení závisí na podmínkách jejich použití. Záleží nejen na rychlosti jízdy, stavu vozovky, zátěži a způsobu jízdy, ale i na kvalitě kontaktu se zemí. Proto je velmi důležité dodržovat a pravidelně kontrolovat správné nahuštění pneumatik, které má vliv na velikost a tvar styčné plochy a na rozložení tlaků v různých místech pneumatiky v kontaktu s vozovkou.

## 3.3 Silové účinky působící na pneumatiku

Před tím, než budou popsány síly a momenty působící na pneumatiku, je nutné znát následující veličiny. Jsou jimi *camber angle*  $\gamma$  [°] (úhel odklonu), *slip angle*  $\alpha$  [°] (úhel skluzu) a *slip ratio*  $\kappa$  [%] (koeficient skluzu).

*Camber angle*  $\gamma$  (jinak také *inclination angle*) udává velikost odklonu od vertikální roviny kola. Jeho kladná orientace na vozidle je vyznačena na obr. 3.3 a na obr. 3.4.



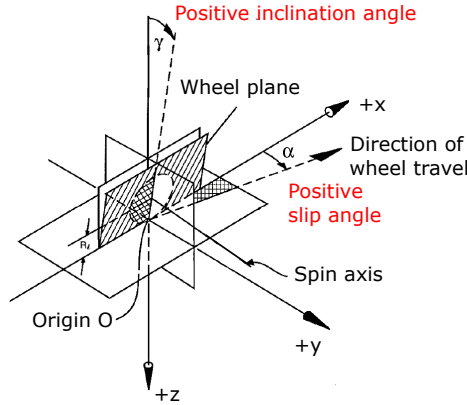
Obr. 3.3: Orientace úhlu odklonu

*Slip angle*  $\alpha$  je úhel mezi vertikální rovinou kola a mezi rovinou, která prochází svislou osou kola a zároveň je totožná se směrem vektoru rychlosti kola. Pokud je tedy  $\alpha$  nenulový, liší se směr natočení kola a směr, ve kterém se kolo skutečně pohybuje. Úhel skluzu  $\alpha$  je vyznačen na obr. 3.5 a platí pro něj vztah [7]



$$\tan \alpha = -\frac{v_y}{v_x}, \quad (3.1)$$

kde  $v_x$  a  $v_y$  jsou velikosti složek vektoru rychlosti  $\mathbf{v}$  vyznačené na obr. 3.5.



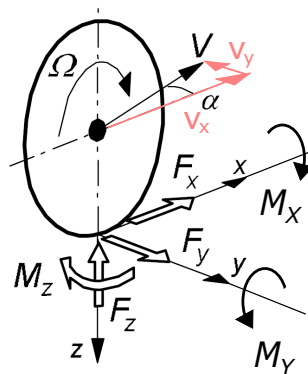
Obr. 3.4: Úhel skluzu a úhel odklonu [9]

*Slip ratio*  $\kappa$ , neboli koeficient skluzu, je bezrozměrná veličina. Na rozdíl od úhlu skluzu, který se vztahuje k příčné rovině, *slip ratio* vyjadřuje skluz v rovině podélné. Je úzce spojen s obvodovou silou  $F_x$  a také s výkonem pohonu. Platí pro něj vztah [3]

$$\kappa = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \frac{\Omega \cdot R_e}{v \cdot \cos \alpha} - 1, \quad (3.2)$$

kde  $\Omega$  je úhlová rychlost hnaného kola,  $\Omega_0$  je úhlová rychlost nepoháněného kola,  $R_e$  je efektivní poloměr valení,  $v$  je rychlost a  $\alpha$  je úhel skluzu. Platí-li  $\kappa = 0$ , vozidlo se nachází ve stavu volnoběhu, kdy žádné z kol není hnáno ( $\Omega = \Omega_0$ ). Začne-li vozidlo prudce brzdit, dojde k zamčení hnaného kola ( $\Omega = 0$ ) a pro koeficient skluzu bude platit  $\kappa = -1$ .

Při jízdě i stání vozidla dochází přes pneumatiky a kola k přenosu silových účinků  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  na vozovku. Jejich orientace je znázorněna na obr. 3.5.



Obr. 3.5: Silové účinky působící na pneumatiku [7]

Obvodová síla  $F_x$ , označována jako *longitudinal force*, působí v podélném směru pneumatiky a je velmi úzce spojena s koeficientem skluzu  $\kappa$  [9]. Platí, že v případě brzdění vozidla je  $F_x$  záporná. Při zatáčení se úhly  $\alpha$  a  $\gamma$  stávají nenulovými a dochází ke vzniku dalších sil, jejichž výsledkem je boční síla  $F_y$  (*lateral force*). Síla  $F_z$ , známá jako radiální nebo vertikální síla (*vertical force*), působí v kolmém směru na vozovku.

Při jízdě vozidla v zatáčce dojde k posunutí vertikální síly  $F_z$  ze svého původního působíště do boku. Díky tomuto bočnímu posuvu pak vzniká klopný moment  $M_x$  (*overturning moment*). Obvodový moment  $M_y$ , znám pod názvem *rolling resistance moment*, působí v kladném směru osy  $y$ , tudíž proti hnacímu momentu. Dá se říci, že je důsledkem různých faktorů, které vedou ke ztrátě energie [9]. Moment  $M_z$  je silový účinek, který se snaží vyrovnávat směr valení pneumatiky se směrem natočení pneumatiky. Je tedy jasné, že ke vzniku momentu  $M_z$  dojde jen tehdy, je-li úhel skluzu  $\alpha$  nenulový. Protože se tento silový účinek snaží docílit minimální hodnoty úhlu  $\alpha$ , označuje se jako vratný moment  $M_z$  (*self-aligning torque*). Při dalších úvahách je ovšem nutné si uvědomit, že  $M_z$  není všemocný. Překročí-li  $\alpha$  určitou mez, zvětší se tím i boční síla  $F_y$ , moment  $M_z$  ztrácí svojí původní účinnost, vozidlo se stává při jízdě nestabilním a dostává se do smyku. Velký vliv na  $M_z$  má i tlak v pneumatice.

Jeden z velmi důležitých aspektů ovlivňující nejen silové účinky přenášené pneumatikou, ale i její celkové chování na vozovce, je tlak. Jedná se o jednu z mála veličin, kterou může uživatel měnit a kontrolovat. Tlak může měnit charakteristiky pneumatiky mnoha různými způsoby.

Pokud je velikost tlaku vyšší, zvětší se tím celková tuhost pneumatiky. Nevýhodou ale je, že dojde ke zhoršení jízdního komfortu, ke snížení koeficientu tření a tím k nepříznivému ovlivnění chování vozidla v zatáčkách a ke zhoršení kvality brzdění i akcelerace. Jestliže je tlak nižší, zvětší se koeficient tření díky zvětšení styčné plochy. Zvětší-li se styčná plocha, zvýší se i vratný moment  $M_z$  [9]. Podhuštěné pneumatiky se ale daleko více opotřebovávají, což vede k rapidnímu snížení jejich životnosti. Dalším nedostatkem je také nadměrné zahřívání pneumatiky.

### 3.4 Způsoby modelování pneumatik

Pneumatika je velmi složitý konstrukční prvek, jehož vlastnosti i chování jsou ovlivněny množstvím konstrukčních a provozních parametrů. Během dlouholetého vývoje vznikly různé matematické modely, které lze dělit dle několika hledisek, např. podle účelu, pro který je model navržen, podle složitosti modelu, podle podmínek či oblasti použití, nebo podle přístupu k samotnému modelování [10].

#### 3.4.1 Základní rozdělení modelů

##### 1. Matematický popis pneumatik

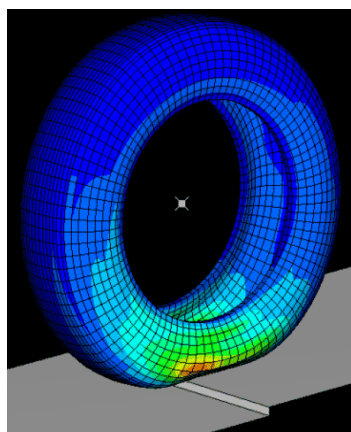
Tyto modely vznikají teoretickými postupy na základě jednoduchých fyzikálních modelů pneumatiky. Takto je tvořena většina modelů pro pochopení základních principů chování pneumatiky. Při vhodně zvoleném fyzikálním modelu mohou být i tyto modely dostatečně přesné pro omezenou oblast použití.

##### 2. Modely s čistě empirickým základem

Základ tvoří experimentální data získaná převážně při měření za podmínek co nejvíce se blížících skutečnému provozu.

### 3. Pokročilé teoretické modely

Teoretické modely se používají k detailní analýze chování pneumatiky. Do této skupiny patří simulační kartáčový model pneumatiky (*brush tire model*), dále modely na základě membránové teorie, laminátové teorie, teorie tenkých skořepin nebo teorie sítě. V současné době jsou ovšem převážně využívány modely vytvořené na základě metody konečných prvků (MKP). Řešení pomocí MKP, které spočívá v diskretizaci kontinua na konečný počet prvků vhodného typu a tvaru, umožňuje komplexnější postupy v modelování kontaktu pláště s vozovkou. Diskretizovaná pneumatika pomocí MKP je zobrazena na obr. 3.6.



Obr. 3.6: MKP model pneumatiky [11]

Obecně platí, že modely založené na empirických základech jsou vhodnější pro dynamické simulace jízdy vozidla. Teoretické modely jsou vhodné spíše pro analýzy vlastností konstrukce pneumatiky.

V další kapitole bude podrobněji popsán model pneumatiky, který byl vyvinut nizozemským odborníkem na dynamiku pneumatik, Hansem B. Pacejkou. Jeho model je známý pod názvem *Pacejka Magic Formula*.

### 3.5 Pacejka Magic Formula

*Pacejka Magic Formula* je široce používaný model pneumatiky, který je schopen popsat velikosti sil a momentů působící na pneumatiku na základě daných univerzálních vztahů za podmínky znalosti změřených experimentálních dat. Protože se tento model opírá jak o teoretické vztahy, tak o experimenty, je nazýván modelem semi-empirickým.

Jeho první verze byla publikována v roce 1987. Během následujících třech desítek let se *Magic Formula* dále vyvíjela a zdokonalovala až do dnešní podoby, kterou známe pod názvem *PAC2002*. Model je hojně využíván nejen v simulacích dynamiky vozidel, ale i v automobilových simulátorech počítačových her z důvodu jeho snadné programovatelnosti a rychlosti získaných výsledků.

Vzorce *Magic Formula* pro popis základních charakteristik interakčních sil jsou rozděleny podle typů provozních podmínek. Rozlišujeme:

- Pouhý smyk v zatáčce (*Pure slip cornering conditions*)
- Pouhý podélný smyk (*Pure slip longitudinal conditions*)
- Kombinovaný smyk (*Combined slip conditions*)

V případě pouhého smyku v zatáčce se jedná o zatáčení nepoháněných pneumatik při konstantní rychlosti. Pouhý podélný smyk je pouze akcelerace a brzdění bez zatáčení a kombinovaný smyk představuje rozjíždění nebo brzdění v zatáčce. Pro účely modelu formule a s ním spojených dynamických simulací budou postačující podmínky pouhého smyku v zatáčce a pouhého podélného smyku.

### 3.5.1 Obecný vzorec modelu

Existují dvě obecné formy vzorce *Magic Formula*, sinová a kosinová. Sinová forma se používá pro vyjádření obvodové síly  $F_x$  v závislosti na koeficientu skluzu  $\kappa$  a pro boční sílu  $F_y$  v závislosti na úhlu skluzu  $\alpha$ . Kosinová forma je užívána pro vratný moment  $M_z$  v závislosti na úhlu skluzu  $\alpha$  z důvodu odlišného průběhu oproti silám  $F_x$  a  $F_y$ . Obecné formule mají tvar [7]

$$y(x) = D \sin \left[ C \arctan (Bx - E (Bx - \arctan Bx)) \right], \quad (3.3)$$

$$y(x) = D \cos \left[ C \arctan (Bx - E (Bx - \arctan Bx)) \right]. \quad (3.4)$$

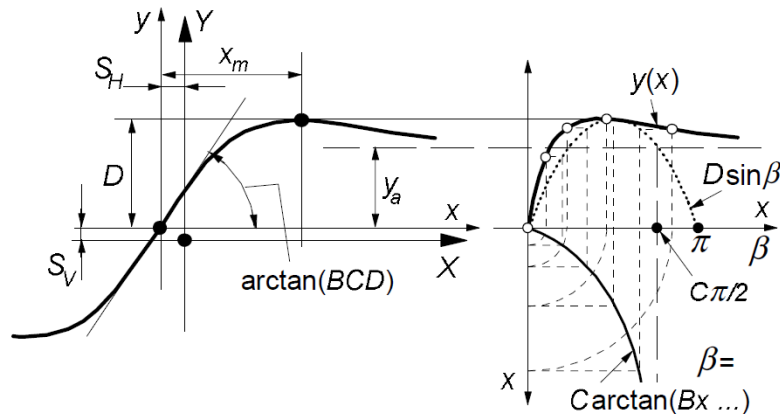
Dále platí

$$Y(X) = y(x) + S_V, \quad (3.5)$$

$$x = X + S_H, \quad (3.6)$$

kde  $Y$  je označení pro výstupní proměnnou  $F_x$ ,  $F_y$  a  $M_z$  a  $x$  pro vstupní proměnnou  $\alpha$  a  $\kappa$ . Nezávislé proměnné  $B$ ,  $C$ ,  $D$  a  $E$  jsou neznámé parametry, jejichž hodnoty budou zjištěny na základě znalosti experimentálních dat:

- $B$  – tuhostní parametr (*stiffness factor*)
- $C$  – parametr tvaru (*shape factor*)
- $D$  – amplituda (*peak factor*)
- $E$  – parametr křivosti (*curvature factor*)
- $S_V$  – vertikální posuv (*vertical shift*)
- $S_H$  – horizontální posuv (*horizontal shift*)



Obr. 3.7: Křivka sinové formy vzorce *Magic Formula*, význam parametrů [7]

Průběhy silových účinků popsané rovnicemi (3.3) a (3.4) by přirozeně procházely počátkem souřadného systému. Aby byl umožněn křivkám posuv ve směru osy  $x$  i  $y$ , byl zaveden horizontální posuv  $S_H$  a vertiální posuv  $S_V$ .

Dále budou uvedeny obecné předpisy pro neznámé parametry rovnice (3.3). Pro *shape factor*  $C$  platí vztah [12]

$$C = 2 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{y_a}{D}, \quad (3.7)$$

kde  $y_a$  je asymptota křivky. Součin parametrů  $BCD$  odpovídá sklonu křivky v počátku. Umístění vrcholu křivky je dáno faktorem  $E$ , který se vztahuje ke vzdálenosti  $x_m$  vyznačené na obr. 3.7. Pro parametr  $E$  platí vztah

$$E = \frac{Bx_m - \tan \frac{\pi}{2C}}{Bx_m - \arctan Bx_m}. \quad (3.8)$$

Pro faktory kosinové formy modelu (3.4) platí vztahy

$$C = \frac{2}{\pi} \arccos \frac{y_a}{D}, \quad (3.9)$$

$$E = \frac{Bx_0 - \tan \frac{\pi}{2C}}{Bx_0 - \arctan Bx_0}, \quad (3.10)$$

kde  $x_0$  je vzdálenost od osy  $y$  do místa, kde nabývá křivka na ose  $x$  nulové hodnoty.

### 3.5.2 Magic Formula pro pouhý smyk

Ještě před tím, než budou uvedeny konkrétní vzorce pro výpočet sil, bude shrnuto, které veličiny budou do modelu vstupovat a které vystupovat.

Vstupní proměnné:

- $\kappa$  [-] – koeficient skluzu (*longitudinal slip*)
- $\alpha$  [rad] – úhel skluzu (*slip angle*)
- $\gamma$  [rad] – úhel odklonu (*camber angle*)
- $F_z$  [N] – radiální síla (*vertical load*)

Výstupní proměnné:

- $F_x$  [N] – obvodová síla (*longitudinal force*)
- $F_y$  [N] – boční síla (*lateral force*)
- $M_x$  [Nm] – klopný moment (*overturning moment*)
- $M_y$  [Nm] – obvodový moment (*rolling resistance moment*)
- $M_z$  [Nm] – vratný moment (*self-aligning torque*)

Protože jsou pro základní charakteristiky pneumatik stěžejní silové účinky  $F_x$ ,  $F_y$  a  $M_z$ , velikostmi momentů  $M_x$  a  $M_y$  se nebudeme dále zabývat. Nyní budou uvedeny konkrétní vzorce pro výpočet sil.

**Obvodová síla  $F_x$  pro pouhý smyk [5]**

$$F_x = F_{x0}(\kappa, F_z, \gamma), \quad (3.11)$$

$$F_{x0} = D_x \sin[C_x \arctan(B_x \kappa_x - E_x(B_x \kappa_x - \arctan(B_x \kappa_x)))] + S_{Vx}, \quad (3.12)$$

$$\kappa_x = \kappa + S_{Hx}, \quad (3.13)$$

$$\gamma_x = \gamma \cdot \lambda_{\gamma x}, \quad (3.14)$$

$$C_x = p_{Cx1} \cdot \lambda_{Cx}, \quad (3.15)$$

$$D_x = \mu_x \cdot F_z \cdot \zeta_1, \quad (3.16)$$

$$\mu_x = (p_{Dx1} + p_{Dx2} df_z) \cdot (1 + p_{px3} dp_i + p_{px4} dp_i^2) \cdot (1 - p_{Dx3} \gamma^2) \lambda_{\mu x}, \quad (3.17)$$

$$E_x = (p_{Ex1} + p_{Ex2} df_z + p_{Ex3} df_z^2) (1 - p_{Ex4} \text{sgn}(\kappa_x)) \cdot \lambda_{Ex}, \quad (3.18)$$

kde pro  $E_x$  platí, že  $E_x \leq 1$ .

Pro  $K_x$  (*longitudinal slip stiffness*) platí

$$K_x = F_z \cdot (p_{Kx1} + p_{Kx2} df_z) \cdot \exp(p_{Kx3} df_z) \cdot (1 + p_{px1} dp_i + p_{px2} dp_i^2) \cdot \lambda_{Kx}, \quad (3.19)$$

$$B_x = \frac{K_x}{C_x D_x}, \quad (3.20)$$

$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2} df_z) \cdot \lambda_{Hx}, \quad (3.21)$$

$$S_{Vx} = F_z \cdot (p_{Vx1} + p_{Vx2} df_z) \cdot \lambda_{Vx} \cdot \lambda_{\mu x} \cdot \zeta_1. \quad (3.22)$$

**Boční síla  $F_y$  pro pouhý smyk [5]**

$$F_y = F_{y0}(\alpha, \gamma, F_z), \quad (3.23)$$

$$F_{y0} = D_y \sin[C_y \arctan(B_y \alpha_y - E_y(B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y)))] + S_{Vy}, \quad (3.24)$$

$$\alpha_y = \alpha + S_{Hy}, \quad (3.25)$$

$$\gamma_y = \gamma \cdot \lambda_{\gamma y}, \quad (3.26)$$

$$C_y = p_{Cy1} \cdot \lambda_{Cy}, \quad (3.27)$$

$$D_y = \mu_y \cdot F_z \cdot \zeta_2, \quad (3.28)$$

$$\mu_y = (p_{Dy1} + p_{Dy2} df_z) \cdot (1 + p_{py3} dp_i + p_{py4} dp_i^2) \cdot (1 - p_{Dy3} \gamma_y^2) \cdot \lambda_{\mu y}, \quad (3.29)$$

$$E_y = (p_{Ey1} + p_{Ey2} df_z) \cdot (1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma_y) \text{sgn}(\alpha_y)) \cdot \lambda_{Ey}, \quad (3.30)$$

kde pro  $E_y$  platí, že  $E_y \leq 1$ .

Pro  $K_y$  (*cornering stiffness*) platí

$$K_{y0} = p_{Ky1} \cdot F_{z0} \cdot (1 + p_{py1} dp_i) \cdot \sin \left( 2 \arctan \frac{F_z}{p_{Ky2} F'_{z0} (1 + p_{py2} dp_i)} \right) \cdot \lambda_{F_{z0}} \cdot \lambda_{K_y}, \quad (3.31)$$

$$F'_{z0} = F_{z0} \cdot \lambda_{F_{z0}}, \quad (3.32)$$

$$K_y = K_{y0} \cdot (1 - p_{Ky3} |\gamma_y|) \cdot \zeta_3, \quad (3.33)$$

$$B_y = \frac{K_y}{C_y D_y}, \quad (3.34)$$

$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} df_z) \cdot \lambda_{Hy} + p_{Hy3} \cdot \gamma_y \cdot \lambda_{Ky\gamma} \cdot \zeta_0 + \zeta_4 - 1, \quad (3.35)$$

$$S_{Vy} = F_z \cdot [(p_{Vy1} + p_{Vy2} df_z) \cdot \lambda_{Vy} + (p_{Vy3} + p_{Vy4} df_z) \cdot \gamma_y \cdot \lambda_{Ky\gamma}] \cdot \lambda_{\mu y} \cdot \zeta_2. \quad (3.36)$$

### Vratný moment $M_z$ pro pouhý smyk [5]

$$M_z = M_{z0}(\alpha, \gamma, F_z), \quad (3.37)$$

$$M_{z0} = -t \cdot F_{y0} + M_{zr}, \quad (3.38)$$

$$t(\alpha_t) = D_t \cos[C_t \arctan(B_t \alpha_t - E_t(B_t \alpha_t - \arctan(B_t \alpha_t)))] \cdot \cos(\alpha), \quad (3.39)$$

$$\alpha_t = \alpha + S_{Ht}, \quad (3.40)$$

$$M_{zr}(\alpha_r) = D_r \cdot \cos[C_r \arctan(B_r \alpha_r)] \cdot \cos(\alpha), \quad (3.41)$$

$$\alpha_r = \alpha + S_{Hf}, \quad (3.42)$$

$$S_{Hf} = S_{Hy} + \frac{S_{Vy}}{K_y}, \quad (3.43)$$

$$\gamma_z = \gamma \cdot \lambda_{\gamma z}, \quad (3.44)$$

$$B_t = (q_{Bz1} + q_{Bz2} df_z + q_{Bz3} df_z^2) \cdot (1 + q_{Bz4} \gamma_z + q_{Bz5} |\gamma_z|) \cdot \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}}, \quad (3.45)$$

$$C_t = q_{Cz1}, \quad (3.46)$$

$$D_t = F_z \cdot (q_{Dz1} + q_{Dz2} df_z) \cdot (1 - q_{pz1} dp_i) \cdot (1 + q_{Dz3} \gamma_z + q_{Dz4} \gamma_z^2) \cdot \frac{R_0}{F'_{z0}} \cdot \gamma_t \cdot \zeta_5, \quad (3.47)$$

$$E_t = (q_{Ez1} + q_{Ez2} df_z + q_{Ez3} df_z^2) \cdot \left[ 1 + (q_{Ez4} + q_{Ez5} \gamma_z) \cdot \left( \frac{2}{\pi} \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right) \right], \quad (3.48)$$

kde pro  $E_t$  platí, že  $E_t \leq 1$ .

$$S_{Ht} = q_{Hz1} + q_{Hz2} df_z + (q_{Hz3} + q_{Hz4} df_z) \cdot \gamma_z, \quad (3.49)$$

$$B_r = \left( q_{Bz9} \cdot \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}} + q_{Bz10} B_y C_y \right) \cdot \zeta_6, \quad (3.50)$$

$$C_r = \zeta_7, \quad (3.51)$$

$$D_r = F_z [(q_{Dz6} + q_{Dz7} df_z) \cdot \lambda_{Mr} + (q_{Dz8} + q_{Dz9} df_z) \cdot (1 + q_{pz2} dp_i) \cdot \gamma_z] R_0 \cdot \lambda_{\mu y} + \zeta_8 - 1. \quad (3.52)$$

### Význam parametrů vystupujících ve vzorcích

Ve vzorcích *Magic Formula* pro pouhý smyk vystupují zatím neznámé sady koeficientů  $p...x$ ,  $p...y$  a  $q...z$ . Cílem je na základě znalosti experimentálních dat tyto koeficienty zjistit a tím zkompletovat model. Jejich počet je 68. Přírůstek  $df_z$  představuje přírůstek vertikálního zatížení kola,  $dp_i$  je přírůstek tlaku v pneumatice. Aby byl model zjednodušen a redukován počet neznámých, byly oba přírůstky voleny jako nulové.  $\zeta_0 - \zeta_8$  jsou redukční

faktory a pro případ ustáleného pouhého smyku jsou všechny rovny jedné. Tzv. *scaling faktory*  $\lambda_{\dots x}$ ,  $\lambda_{\dots y}$  a  $\lambda_{\dots z}$  jsou pomocné faktory pro případnou rychlou změnu vstupních proměnných nebo některého z *Magic Formula* koeficientů. Platí pro ně také rovnost jedné.  $R_0$  je poloměr nezátížené pneumatiky a  $F_{z0}$  je radiální zatížení na počátku.

Na základě *Magic Formula* vzorců pro pouhý smyk byly vytvořeny příslušné funkce v MATLABu, které byly využity pro identifikaci neznámých sad koeficientů  $p_{\dots x}$ ,  $p_{\dots y}$  a  $q_{\dots z}$ .



## 4 Identifikace parametrů pro modely pneumatik

Na konci předchozí kapitoly bylo řečeno, že má-li být vzorec *Magic Formula* kompletní, musí být všechny koeficienty v uvedených vztazích určeny. Identifikace tedy spočívá v nalezení celkem šedesáti osmi neznámých koeficientů  $\mathbf{p}_x$ ,  $\mathbf{p}_y$  a  $\mathbf{q}_z$  a v následné kompletaci modelu pro výpočet silových účinků  $F_x, F_y$  a  $M_z$  působících na pneumatiku. K nalezení těchto neznámých bylo využito experimentálních dat, která byla naměřena pro FSAE TTC.

FSAE TTC (*The FSAE Tire Test Consortium*) je konzorcium sdružující univerzity a výzkumné organizace, které mají své Formula SAE týmy a které zaplatí poplatky za možnost využívat data z měření pneumatik. Z vybraných poplatků se ve firmě *Calspan* realizují konkrétní měření. Garantem měření je *Milliken Research Associates* ([www.milliken-research.com](http://www.milliken-research.com)) sídlící na univerzitě v Buffalu. Vedoucím měření byl spoluředitel FSAE TTC, Edward M. Kasprzak.

V této kapitole bude nejdříve popsán způsob zpracování experimentálních dat. Následně bude vysvětlen postup identifikace pomocí optimalizace ve výpočtovém programu MATLAB a pomocí nástroje Tire Data and Fitting Tool softwaru MSC.ADAMS.

### 4.1 Experimentální data

Pro účely této diplomové práce byla s ohledem na reálně používané pneumatiky formule ZČU ([www.uwbracing.cz](http://www.uwbracing.cz)) vybrána data naměřena pro FSAE TTC v květnu roku 2015. Měření bylo rozděleno podle dvou základních jízdních stavů:

- Zatáčení – *Free-Rolling (Cornering)*
- Akcelerace/brzdění – *Drive/Brake/Combined*

Kromě jízdy v zatáčce a akcelerace/brzdění bylo měřeno i tzv. přechodové (transientní) chování pneumatiky. Tento jízdní stav se týká jen velmi malých rychlostí a zatáčení ve velmi malých, až nulových rychlostech. Protože budou později prováděny simulace formule Student za vyšších provozních rychlostí příslušných jízdě na okruhu, bude měření přechodového chování pneumatiky pro identifikaci koeficientů vynecháno.

Byly testovány následující typy pneumatik:

- Continental 205 / 510R13
- Hoosier 20.5 × 6.0 13 R25B A2500
- Hoosier 20.5 × 7.0 13 R25B A2500
- Hoosier 18.0 × 7.5 10 R25B
- Hoosier 18.0 × 6.0 10 R25B
- Hoosier 6.0 / 18.0 LCO C2000

#### 4. Identifikace parametrů pro modely pneumatik

Formule Student obouvá na suchém povrchu pneumatiky typu Hoosier  $18.0 \times 7.5$  R25B, proto se později zaměříme pouze na data z měření pneumatik tohoto typu.

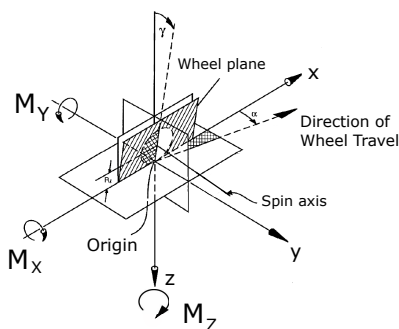
Měření všech typů pneumatik bylo dále rozděleno na jednotlivé testy (tzv. *runs*). Pro každý test platily odlišné průběhy vstupních veličin. V tab. 4.1 jsou uvedeny vstupní i výstupní veličiny (kanály), které byly ve všech testech sledovány.

Kanál	Jednotky	Popis
AMBTMP	°C	Teplota v místnosti
ET	sec	Čas testu
FX	N	Obvodová síla
FY	N	Boční síla
FZ	N	Radiální zatížení
IA	°	Úhel odklonu
MX	Nm	Klopný moment
MZ	Nm	Vratný moment
N	ot/min	Úhlová rychlost kola
NFX	-	Normalizovaná podélná síla
NFY	-	Normalizovaná boční síla
P	kPa	Tlak v pneumatice
RE	cm	Efektivní poloměr
RL	cm	Poloměr zatížené pneumatiky
RST	°C	Teplota povrchu testovacího pásu
SA	°	Úhel skluzu
SL	-	Koeficient skluzu na bázi $R_e$ ( $SL = 0 \Rightarrow FX = 0$ )
SR	-	Koeficient skluzu na bázi $R_l$ ( $SR = 0 \Rightarrow FX \neq 0$ )
TSTC	°C	Teplota povrchu pneumatiky – střed
TSTI	°C	Teplota povrchu pneumatiky – uvnitř
TSTO	°C	Teplota povrchu pneumatiky – vně
V	km/h	Rychlost testovacího pásu

Tab. 4.1: Tabulka sledovaných kanálů [15]

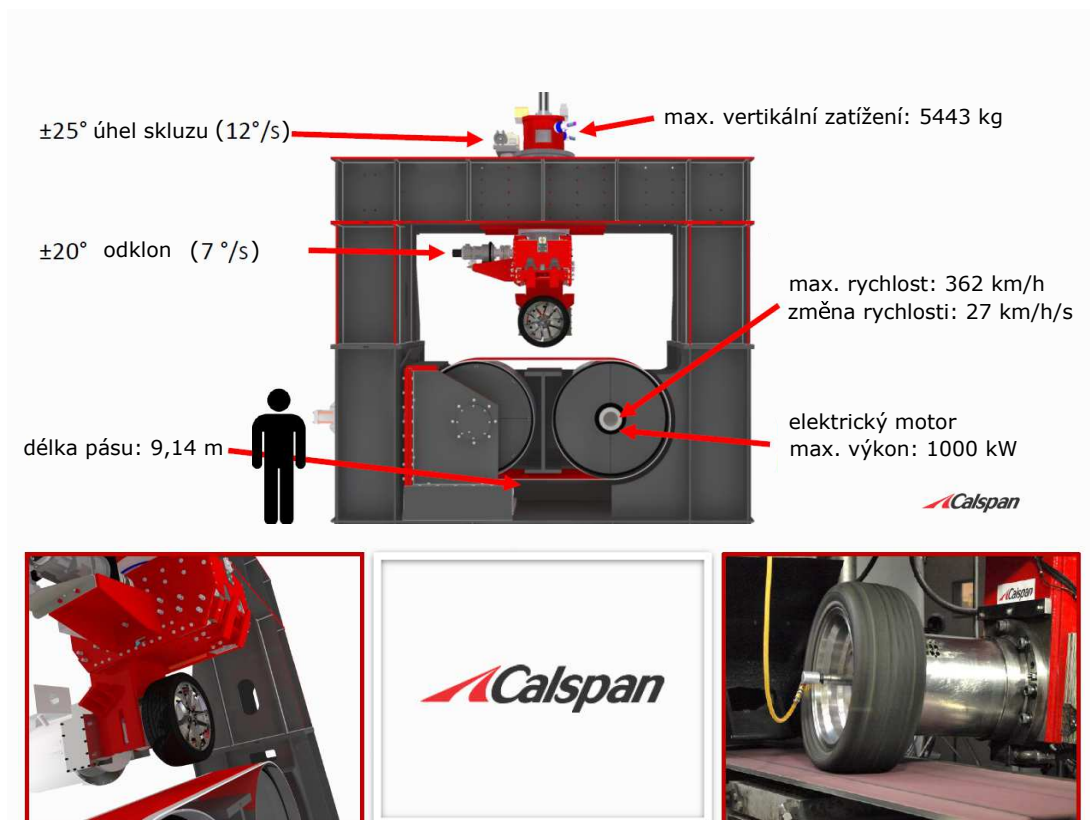
Číslo testů základních jízdních stavů, kde jsou zahrnuty všechny typy pneumatik, jsou:

- *Free-Rolling (Cornering): run 1–33*
- *Drive/Brake/Combined: run 34–65*



Obr. 4.1: Souřadný systém měření

Na obr. 4.2 je znázorněn stand pro testování pneumatik od firmy *Calspan*, na kterém bylo měření provedeno. Jedná se o nejvýkonnější stroj na testy pneumatik na světě, který je využíván nejlepšími automotive společnostmi [15].



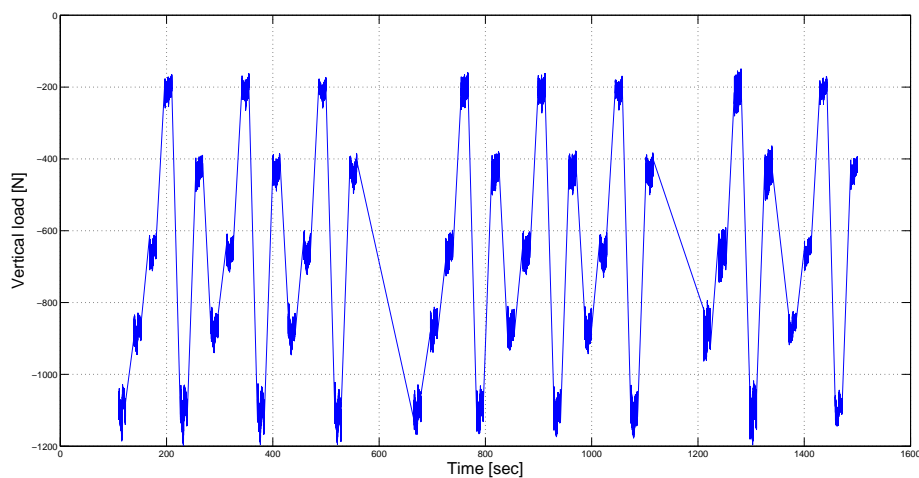
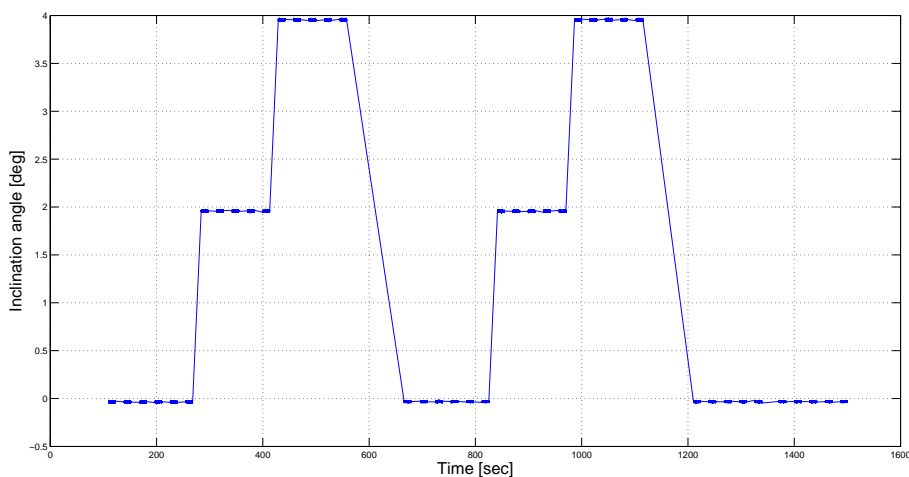
Obr. 4.2: Stand pro testování pneumatik společnosti *Calspan* [15]

#### 4.1.1 *Free-Rolling (Cornering)*

Měření jízdního stavu *Cornering* bylo kvůli jeho délce rozděleno na dva testy [15]. Typu pneumatik formule Student odpovídaly testy č. 24 a 25. Z těchto dvou testů byl vybrán test č. 25, protože byl pro účely této diplomové práce vhodnější. Obecně platí, že jsou některé veličiny během testu regulovány a jiné pozorovány. Průběhy, které jsou záměrně měněny na předem určené hodnoty, jsou tudíž chápány jako vstupní veličiny. Ostatní (výstupní) veličiny jsou pouze sledovány a jejich průběh zaznamenán. Vstupními veličinami pro jízdní stav *Cornering* jsou:

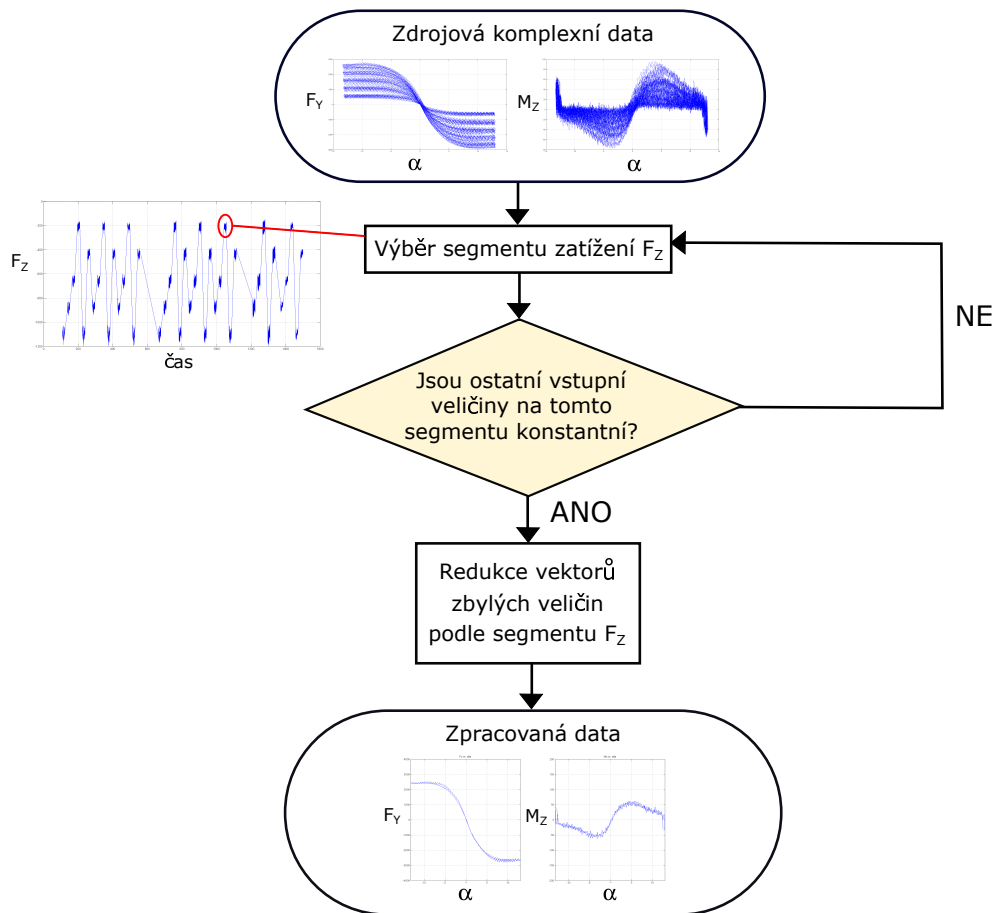
- $v$  – rychlost pásu [km/h]
- $\alpha$  – úhel skluzu [ $^\circ$ ]
- $p$  – tlak v pneumatice [kPa]
- $F_z$  – radiální zatížení [N]
- $\gamma$  – úhel odklonu [ $^\circ$ ]

Rychlost pásu  $v$  byla během testu udržována konstantní ( $v = 25 \text{ mph} = 40,2 \text{ km/h}$ ) a úhel skluzu  $\alpha$  se měnil v pravidelných cyklech od  $-12^\circ$  do  $+12^\circ$ .

Obr. 4.3: Ukázka časového průběhu vstupní veličiny  $F_z$  pro jízdní stav *Cornering*Obr. 4.4: Ukázka časového průběhu vstupní veličiny  $\gamma$  pro jízdní stav *Cornering*

Protože v případě tohoto jízdního stavu platí, že při jízdě v zatáčce nejsou pneumatiky hnány (*Free-Rolling*), bude pro koeficient skluzu  $\kappa$  platit, že  $\kappa = 0$  (tedy  $SL = 0$ ). Nemá proto smysl zabývat se podélnou silou  $F_x$ , která je úzce svázána právě s veličinou  $\kappa$ . Stěžejní jsou nyní závislosti  $F_y(\alpha)$  a  $M_z(\alpha)$  potřebné k identifikaci koeficientů.

Data, která byla během jednoho testu naměřena, jsou vizuálně velmi nepřehledné křivky. Aby se s daty dalo dále pracovat, je nutné je začít systematicky rozdělovat na menší segmenty podle vstupních veličin, a tím je připravit na další zpracování. Na obr. 4.5 je vývojový diagram, kde je popsán postup zpracování dat.



Obr. 4.5: Vývojový diagram zpracování experimentálních dat

Podle postupu popsaného v diagramu byly vytvořeny sady dat s redukovanými vektory veličin. Data v této podobě jsou již vhodná pro automatizovanou identifikaci parametrů, přesto je ještě potřebná jejich konečná úprava, která bude vysvětlena v další podkapitole. Celkem bylo vytvořeno 12 balíčků dat s různými kombinacemi vstupních veličin  $F_z$  a  $\gamma$ . Úseky dat byly voleny tak, aby v nich byl konstantní tlak  $p$  o hodnotě 12 psi. V tab. 4.2 jsou uvedeny hodnoty všech vstupních veličin pro jízdní stav *Cornering*.



Obr. 4.6: Fotografie z měření jízdního stavu *Cornering* [15]

Síla $F_z$ [lb]	Úhel odklonu $\gamma$ [°]	Tlak $p$ [psi]
100	0	12
150	2	
200	4	
250		

Tab. 4.2: Tabulka hodnot vstupních veličin

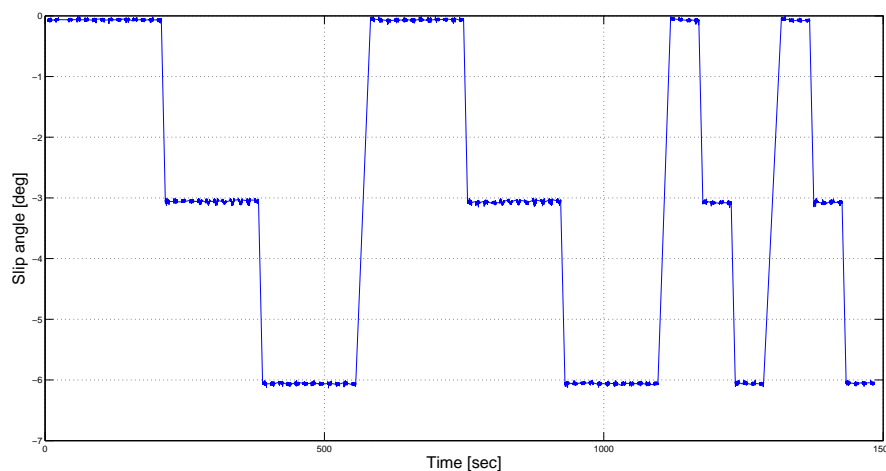
### 4.1.2 *Drive/Brake/Combined*

Zatímco se v testech jízdy v zatáčce cyklicky měnil úhel skluzu  $\alpha$ , v průběhu testování akcelerace/brzdění se ve smyčkách mění koeficient skluzu  $\kappa$  od cca  $-0,15$  do  $+0,15$ . Úhel skluzu  $\alpha$  je v určitých časových úsecích udržován na hodnotách  $0^\circ$ ,  $-3^\circ$  a  $-6^\circ$  (viz obr. 4.7). Rychlost pásu byla během testu opět konstantní ( $v = 40,2$  km/h). Ostatní vstupní veličiny jsou stejné jako v prvním měření:

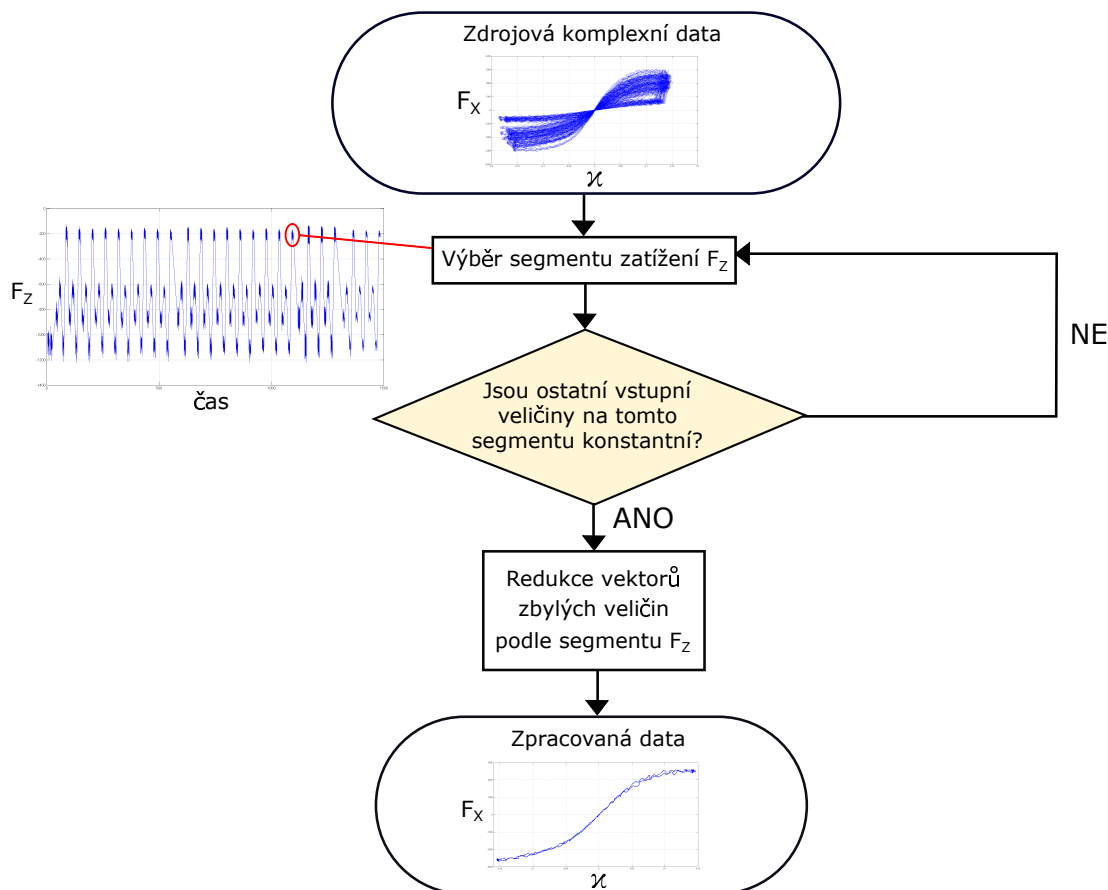
- $v$  – rychlost [km/h]
- $\alpha$  – úhel skluzu [°]
- $p$  – tlak v pneumatice [kPa]
- $F_z$  – vertikální zatížení [N]
- $\gamma$  – úhel odklonu [°]
- $\kappa$  – koeficient skluzu [-]

V prvním měření byly stěžejní závislosti  $F_y(\alpha)$  a  $M_z(\alpha)$ . Protože se tentokrát testuje chování pneumatiky při akceleraci a brzdění, bude nás zajímat obvodová síla  $F_x$  v závislosti na  $\kappa$  (koeficient skluzu  $\kappa$  v tomto případě není nulový, jako tomu bylo v předchozím měření).

Měření jednoho typu pneumatiky je, stejně jako u jízdního stavu *Cornering*, rozděleno na dva testy. Testy příslušné pneumatikám formule Student jsou testy č. 38 a 39, ze kterých byl vybrán *run* č. 39.

Obr. 4.7: Ukázka časového průběhu vstupu  $\alpha$  pro jízdní stav *Drive/Brake/Combined*

Na obr. 4.7 je časový průběh vstupní veličiny  $\alpha$ . Pro lepší názornost byl vytvořen další vývojový diagram zpracování dat pro jízdní stav *Drive/Brake/Combined*, který je na obr. 4.8.



Obr. 4.8: Vývojový diagram zpracování experimentálních dat

Protože je předpoklad pro optimalizaci parametrů podmínka pouhého smyku (*Pure slip condition*), bylo vytvořeno celkem 9 balíčků dat, které přísluší nulovému úhlu skluzu  $\alpha$ . Jízdní stavy se vstupní veličinou  $\alpha$  o velikosti  $-3^\circ$   $-6^\circ$  jsou pro podmínku pouhého smyku nevyhovující, protože při těchto jízdních stavech dochází jak ke smyku ( $\alpha \neq 0$ ), tak k prokluzu ( $\kappa \neq 0$ ) pneumatiky.



Obr. 4.9: Fotografie z měření jízdního stavu *Drive/Brake/Combined* [15]

Síla $F_z$ [lb]	Úhel odklonu $\gamma$ [°]	Úhel skluzu $\alpha$ [°]	Tlak $p$ [psi]
150	0	0	12
200	2	-3	
250	4	-6	

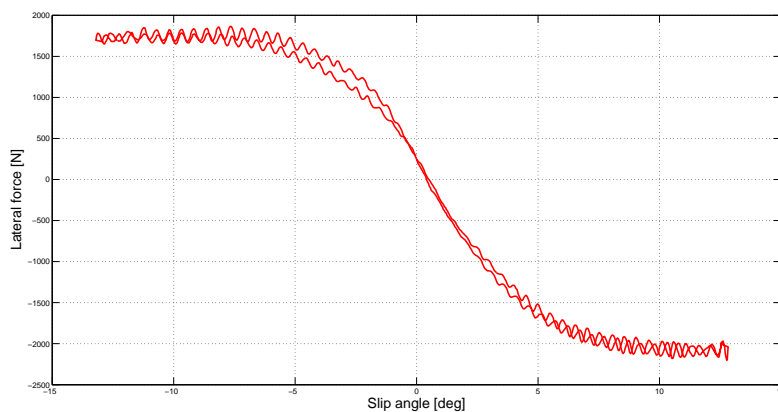
Tab. 4.3: Tabulka hodnot vstupních veličin

## 4.2 Identifikace parametrů v MATLABu

Jeden z hlavních cílů této diplomové práce byla identifikace neznámých koeficientů vzorců *Magic Formula* ke stanovení silových účinků  $F_x$ ,  $F_y$  a  $M_z$ . Data byla zpracována a nyní jsou připravena k dalším úpravám. Byly vytvořeny dva balíky dat, z nichž je jeden pro identifikaci koeficientů příslušných silám  $F_y$  a  $M_z$  a druhý pro koeficienty příslušné obvodové síle  $F_x$ . K optimalizaci bylo použito výpočtové prostředí MATLAB. Identifikace na základě zpracovaných experimentálních dat a znalosti vzorců *Magic Formula* probíhala pomocí optimalizační funkce *fmincon*.

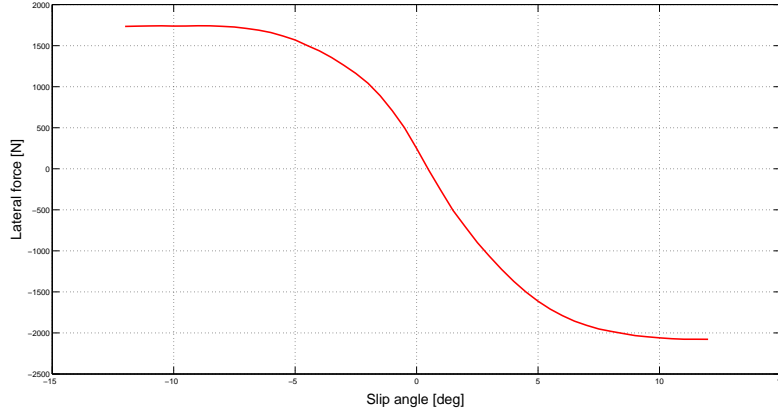
### 4.2.1 Konečná úprava experimentálních dat

Pro identifikaci dříve zmíněných šedesáti osmi koeficientů  $\mathbf{p}_x$ ,  $\mathbf{p}_y$  a  $\mathbf{q}_z$  jsou stěžejní závislosti  $F_x(\kappa)$ ,  $F_y(\alpha)$  a  $M_z(\alpha)$ , proto jsou z balíků dat nejdůležitější vektory  $F_X$ ,  $F_Y$ ,  $M_Z$ ,  $SL$  a  $SA$ . Problém spočívá v tom, že dané závislosti zobrazené těmito vektory nejsou dostatečně hladké tak, aby je bylo možné v optimalizaci použít. Na obr. 4.10 je vidět mírná oscilace průběhu křivky. Je navíc vidět, že dvěma hodnotám na svislé ose přísluší jedna hodnota na ose vodorovné, což je způsobeno zápisem výsledků v cyklech.

Obr. 4.10: Závislost boční síly  $F_y$  na úhlu skluzu  $\alpha$  z experimentálního měření

Aby byla data využitelná, je nutné nejdříve průběhy vyhladit a následně interpolovat. Tím se vytvoří finální křivky, se kterými již lze v optimalizačním procesu pracovat. K vyhlazení byl použit klouzavý průměr a k proložení pak lineární interpolace. Po těchto konečných úpravách jsou experimentální data připravena pro použití v optimalizačních funkcích.




 Obr. 4.11: Konečná závislost  $F_y(\alpha)$  po úpravě experimentálních dat

### 4.2.2 Optimalizace

Matematická optimalizace je obor, který se zabývá hledáním minimálních a maximálních hodnot funkcí. V mechanice se používá zejména tzv. parametrická optimalizace, jejíž cíl spočívá v nalezení parametrů modelu soustavy, které extremalizují zvolenou cílovou funkci  $\psi$  na množině přípustných parametrů  $\mathbf{p}$ . Parametrická optimalizace tedy hledá bod z přípustné množiny  $\mathbb{P}$ , ve kterém cílová (kriteriální) funkce  $\psi$  nabývá svého globálního extrému

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathbb{P}} \psi(\mathbf{p}) \quad (4.1)$$

nebo

$$\max_{\mathbf{p} \in \mathbb{P}} \psi(\mathbf{p}) \quad (4.2)$$

vzhledem k množině  $\mathbb{P}$  [16]. Protože bylo potřeba optimalizovat tři vektory koeficientů  $\mathbf{p}_x$ ,  $\mathbf{p}_y$  a  $\mathbf{q}_z$ , byly stanoveny tři kriteriální funkce ve tvaru

$$\psi_{px}(\mathbf{p}_x) = \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \frac{F_{xi}^m(\mathbf{p}_x, \kappa_i)}{F_{xi}^e(\kappa_i)} \right]^2, \quad (4.3)$$

$$\psi_{py}(\mathbf{p}_y) = \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \frac{F_{yi}^m(\mathbf{p}_y, \alpha_i)}{F_{yi}^e(\alpha_i)} \right]^2, \quad (4.4)$$

$$\psi_{qz}(\mathbf{p}_y, \mathbf{q}_z) = \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \frac{M_{zi}^m(\mathbf{p}_y, \mathbf{q}_z, \alpha_i)}{M_{zi}^e(\alpha_i)} \right]^2, \quad (4.5)$$

kde  $F_{xi}^m$ ,  $F_{yi}^m$  a  $M_{zi}^m$  jsou silové účinky vypočtené z modelu *Magic Formula* a  $F_{xi}^e$ ,  $F_{yi}^e$  a  $M_{zi}^e$  jsou silové účinky z experimentálního měření.

Vektory koeficientů lze zapsat ve tvaru součiny

$$\mathbf{p}_x = \mathbf{p}_{x0} \cdot \overline{\mathbf{p}}_x, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{p}_y = \mathbf{p}_{y0} \cdot \overline{\mathbf{p}}_y, \quad (4.7)$$

$$\mathbf{q}_z = \mathbf{q}_{z0} \cdot \overline{\mathbf{p}}_z, \quad (4.8)$$

kde  $\overline{\mathbf{p}}_x$ ,  $\overline{\mathbf{p}}_y$  a  $\overline{\mathbf{p}}_z$  jsou relativní parametry, které byly zavedeny za účelem lepší podmíněnosti úlohy a  $\mathbf{p}_{x0}$ ,  $\mathbf{p}_{y0}$  a  $\mathbf{q}_{z0}$  jsou počáteční vektory koeficientů vzorce *Magic Formula*.

Startovací vektory parametrů  $\overline{\mathbf{p}}_x$ ,  $\overline{\mathbf{p}}_y$  a  $\overline{\mathbf{p}}_z$  byly voleny jako jednotkové vektory. Volba složek počátečních vektorů koeficientů  $\mathbf{p}_{x0}$ ,  $\mathbf{p}_{y0}$  a  $\mathbf{q}_{z0}$  nebyla náhodná, ale jejich hodnoty byly nastaveny tak, aby se, jak svým znaménkem, tak i velikostí, přibližovaly reálným koeficientům používaných v modelech pneumatik tohoto typu. Proto byly využity koeficienty z jiného modelu pneumatik, které poskytl zdroj [5].

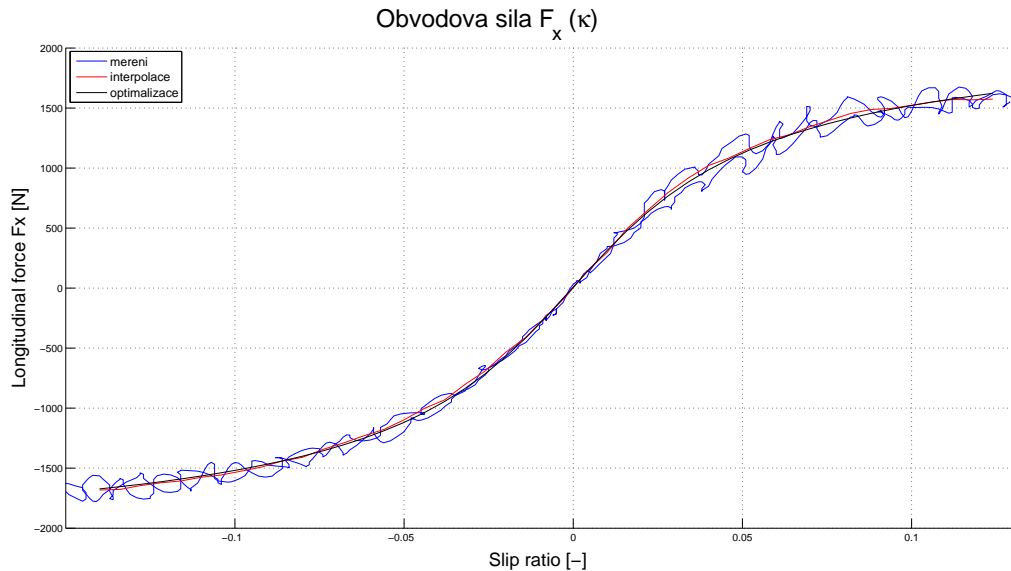
Jak bylo zmíněno na začátku této podkapitoly, identifikace probíhala v softwaru MATLAB pomocí funkce *fmincon*. Vstupními argumenty funkce *fmincon* jsou:

- Startovací vektor relativních parametrů ( $\overline{\mathbf{p}}_{x0}$ ,  $\overline{\mathbf{p}}_{y0}$  a  $\overline{\mathbf{p}}_{z0}$ )
- Horní a dolní hranice vektoru relativních parametrů  $\overline{\mathbf{p}}_x$ ,  $\overline{\mathbf{p}}_y$  nebo  $\overline{\mathbf{p}}_z$
- Další nastavení (jako např. tolerance výsledného vektoru nebo maximální počet iterací)

Hlavním výstupním argumentem je výsledný relativní vektor parametrů  $\overline{\mathbf{p}}_x$ ,  $\overline{\mathbf{p}}_y$  a  $\overline{\mathbf{p}}_z$ . Po dosazení do vztahů (4.6), (4.7) a (4.8) jsou zjištěny konečné vektory koeficientů  $\mathbf{p}_x$ ,  $\mathbf{p}_y$  a  $\mathbf{q}_z$  a vzorce *Magic Formula* jsou tímto kompletní.

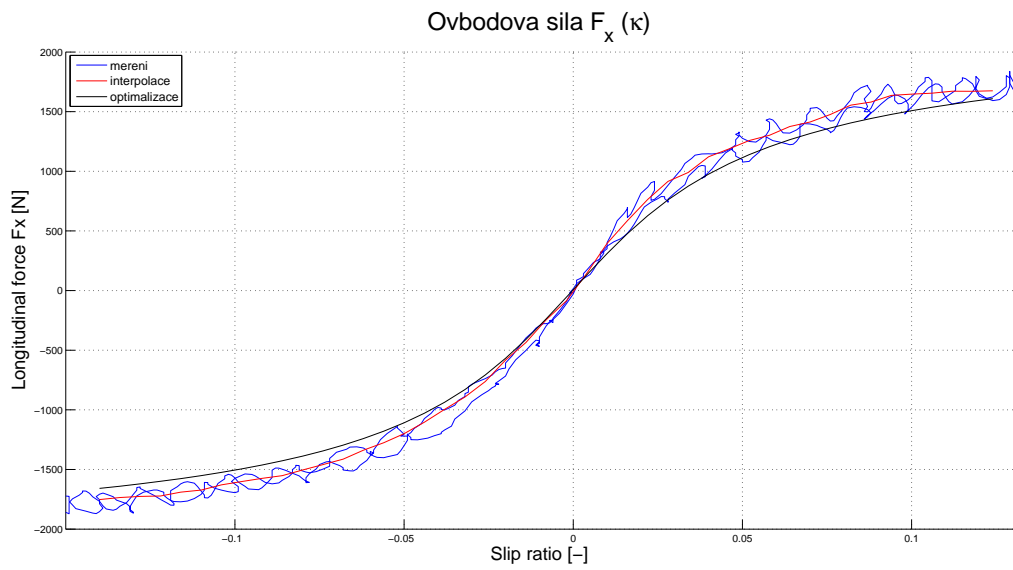
### 4.2.3 Výsledky

Protože je počet kombinací vstupních veličin v testu poměrně velký, nebudou zde prezentovány výsledky každé kombinace. Bude uveden vždy stav s nejlepší a nejhorší shodou s experimentálním měřením pro všechny tři silové účinky  $F_x$ ,  $F_y$  a  $M_z$ .

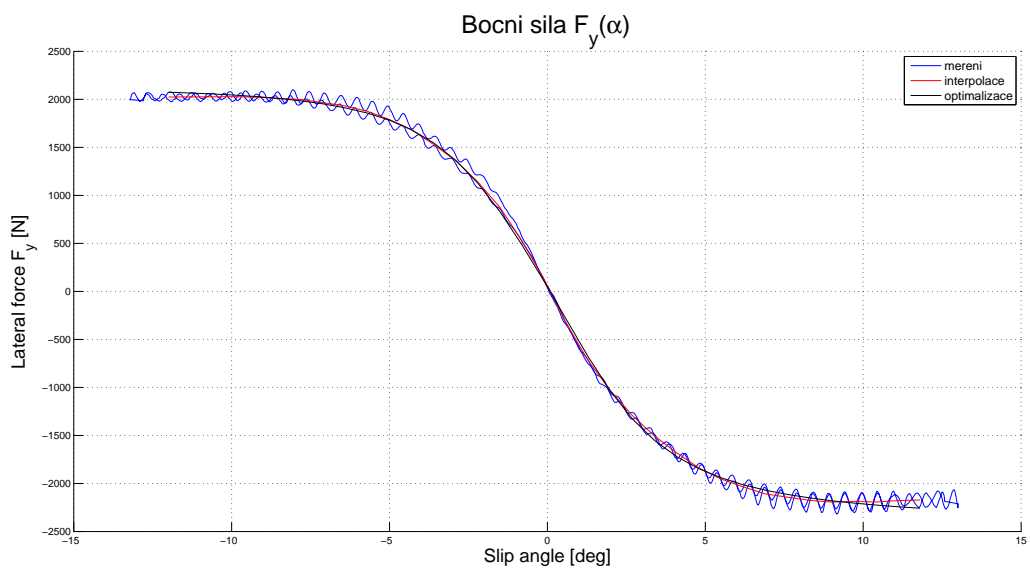


Obr. 4.12: Nejlepší shoda (vstupní veličiny:  $F_z = 150$  lb,  $\gamma = 4^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ )

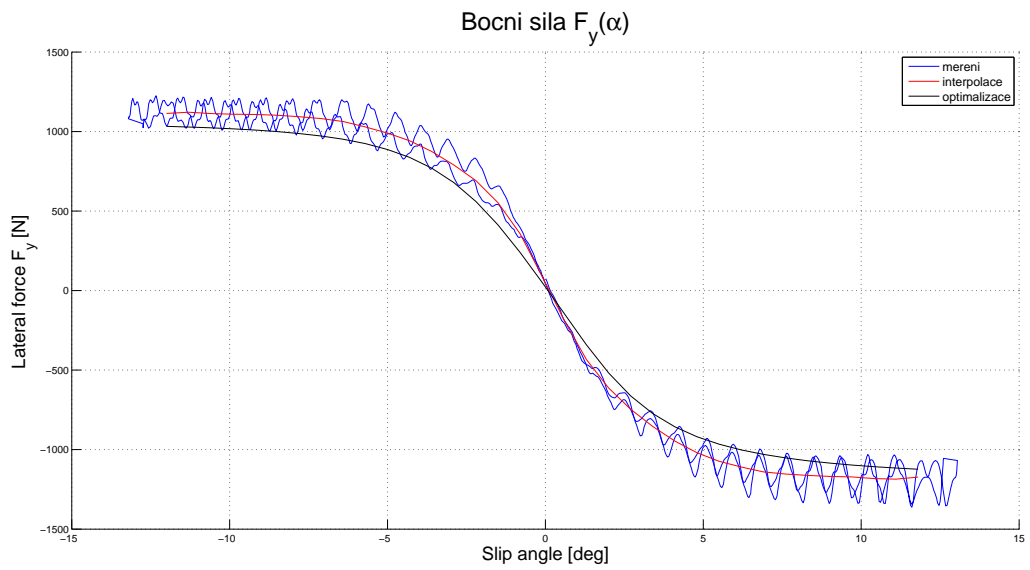
#### 4. Identifikace parametrů pro modely pneumatik



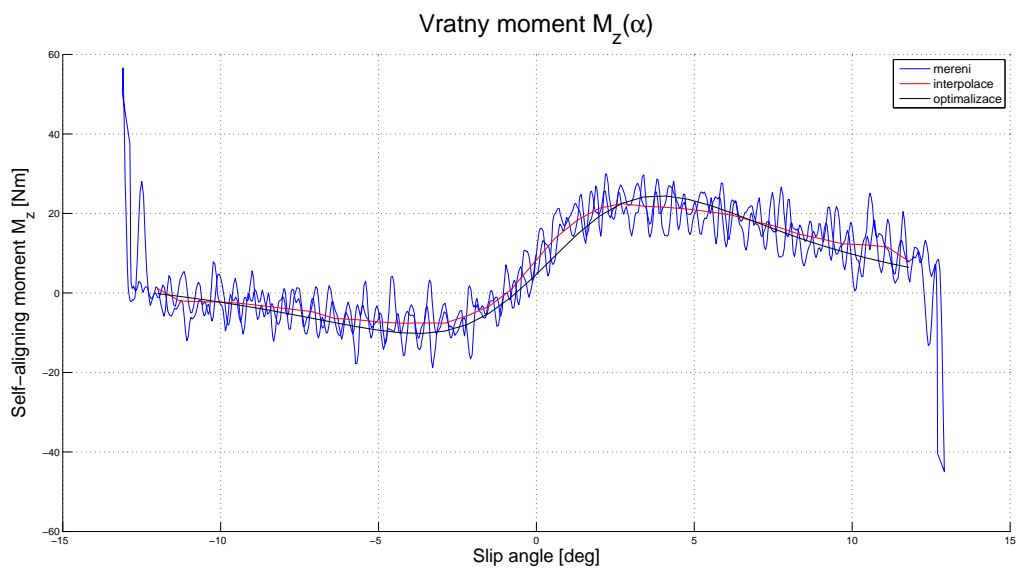
Obr. 4.13: Nejhorší shoda (vstupní veličiny:  $F_z = 150$  lb,  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ )



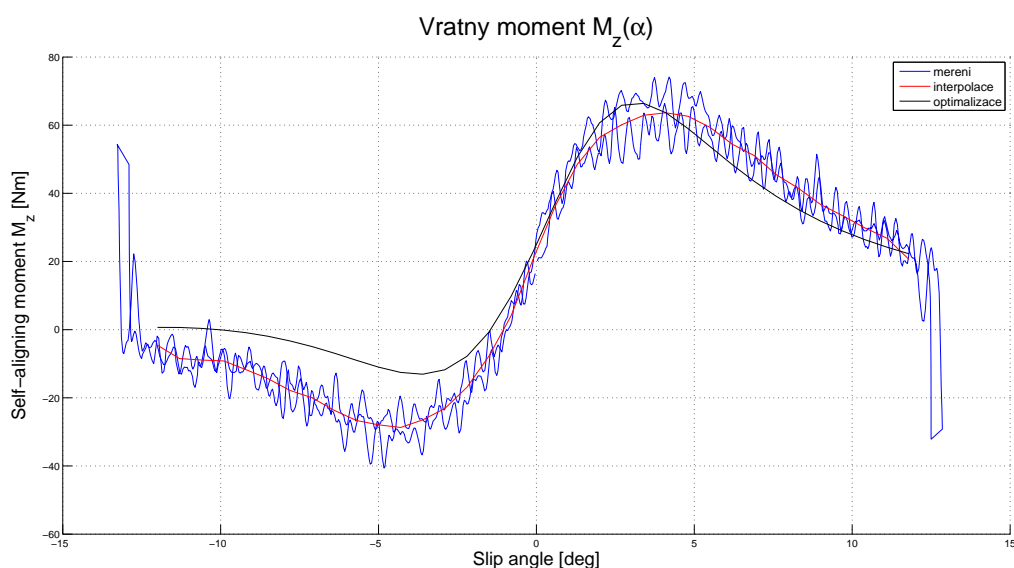
Obr. 4.14: Nejlepší shoda (vstupní veličiny:  $F_z = 200$  lb,  $\gamma = 0^\circ$ )



Obr. 4.15: Nejhorší shoda (vstupní veličiny:  $F_z = 100$  lb,  $\gamma = 0^\circ$ )



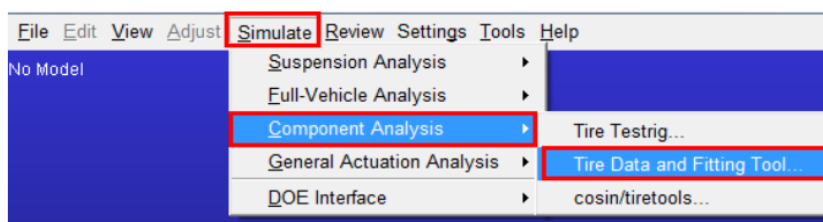
Obr. 4.16: Nejlepší shoda (vstupní veličiny:  $F_z = 100$  lb,  $\gamma = 2^\circ$ )

Obr. 4.17: Nejhorší shoda (vstupní veličiny:  $F_z = 250$  lb,  $\gamma = 4^\circ$ )

### 4.3 Identifikace parametrů v Tire Data and Fitting Tool

Tire Data and Fitting Tool (TDFT) je nástroj MSC.ADAMS, pomocí kterého je možné určit kompletní sady koeficientů modelu pneumatik *PAC2002* nebo modelu *PAC-MC* za podmínky znalosti experimentálních dat [5]. Pomocí tohoto nástroje lze také převést *property files* jiných modelů pneumatik na *property files* modelů pneumatik *PAC2002* a *PAC-MC*. Tire Data and Fitting Tool je schopen určit:

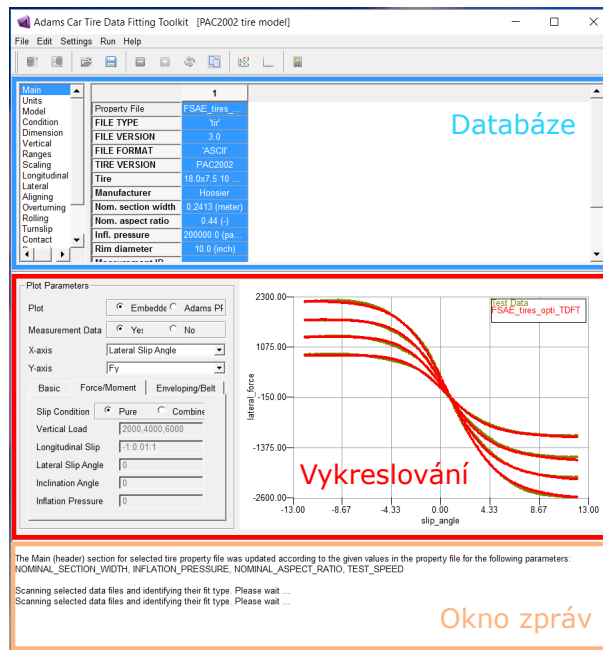
- Průběhy sil a momentů charakterizující dynamické vlastnosti pneumatiky za podmínek pouhého i kombinovaného smyku.
- Základní parametry pneumatiky jako jsou např. efektivní poloměr valení nebo délka a šířka kontaktní stopy.



Obr. 4.18: Umístění TDFT v prostředí ADAMS/Car [5]

Na obr. 4.18 je zobrazeno umístění nástroje Tire Data and Fitting Tool v modulu ADAMS/Car. Prostředí Tire Data and Fitting Tool lze rozdělit do tří částí, kterými jsou sekce databází, okno pro vykreslování závislostí a okno zpráv. Tyto sekce jsou vyznačeny na obr. 4.19.

## 4. Identifikace parametrů pro modely pneumatik



Obr. 4.19: Prostředí nástroje Tire Data and Fitting Tool

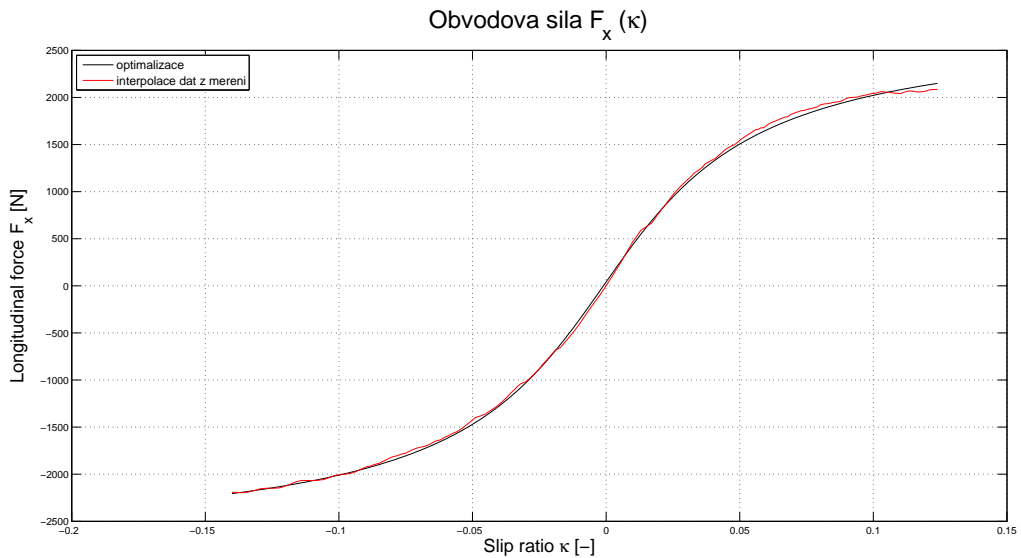
Po vytvoření nového *tire property file* (*File* → *Create New Tire Property*) je nejdříve nutné vyplnit základní parametry pneumatiky do tabulky v sekci databázi. Tyto parametry jsou např. rozměry pneumatiky, tlak v pneumatice nebo její výrobce a typ. Poté následuje import dat z měření pomocí souborů v tzv. *TYDEX* formátu. Vytvoření vyhovujících *TYDEX* souborů obsahující data z měření vyžaduje striktní respektování pravidel, která lze najít v [5]. Jízdní stav s jednou kombinací vstupních veličin přísluší jednomu *TYDEX* souboru. Na obr. 4.20 jsou vytvořené *TYDEX* soubory příslušející jednotlivým jízdním stavům pro *Free-Rolling* (*Cornering*) a vybraná data, která lze z těchto souborů načíst. Načte-li Tire Data and Fitting Tool správně data v souborech, může být provedena optimalizace za účelem nalezení parametrů modelu.

		Measurement File(s) Table																
		F	F	M	M	F	M	F	M	L	E	C	R	R	L	E	V	L
		x	y	x	z	x	y	x	z	o	f	a	n	a	l	i	n	t
		P	P	P	P	C	C	C	C	d	e	P	x	x	C	C	e	l
		u	r	r	r	o	o	o	o	R	a	t	X	Y	M	M	C	o
		r	e	e	e	b	b	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
		e	e	e	e	b	b	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
		e	e	e	e	b	b	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
		e	e	e	e	b	b	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
1	25_Fz_100lb_IA_0deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	25_Fz_100lb_IA_2deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	25_Fz_100lb_IA_4deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	25_Fz_150lb_IA_0deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	25_Fz_150lb_IA_2deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	25_Fz_150lb_IA_4deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	25_Fz_200lb_IA_0deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	25_Fz_200lb_IA_2deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	25_Fz_200lb_IA_4deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	25_Fz_250lb_IA_0deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	25_Fz_250lb_IA_2deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	25_Fz_250lb_IA_4deg.tdx	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

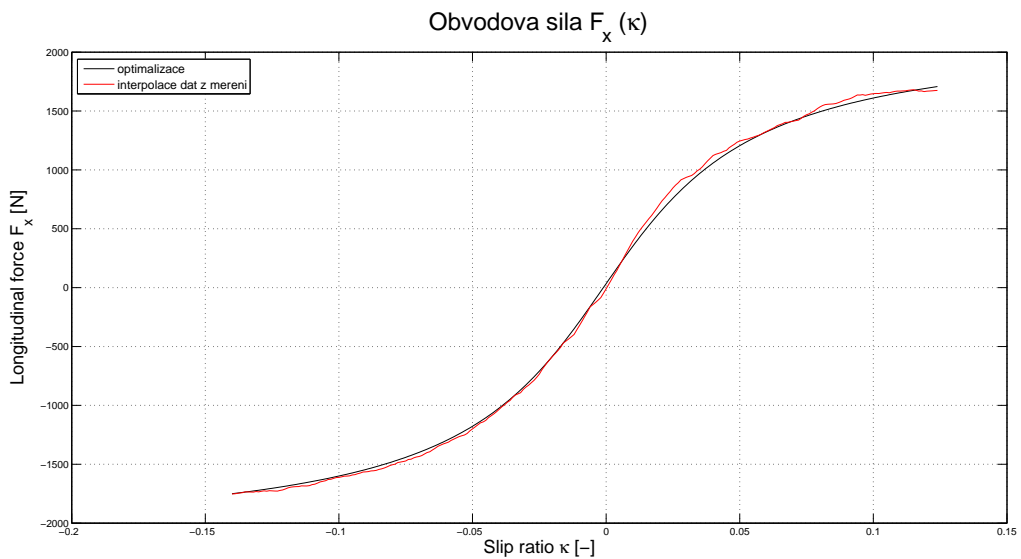
Obr. 4.20: Okno importu *TYDEX* souborů

### 4.3.1 Výsledky

Po provedení optimalizace lze výsledky ihned zobrazit v okně pro vykreslování (viz obr. 4.19). Hodnoty optimalizovaných koeficientů jsou k dispozici v okně pro import dat v záložkách *Longitudinal*, *Lateral* a *Aligning* (viz obr. 4.20). Výsledné křivky byly exportovány z Tire Data and Fitting Tool do MATLABu, kde bylo provedeno konečné srovnání s experimentálním měřením. Na obr. 4.21 až obr. 4.26 jsou uvedeny pouze stavy s nejlepší a nejhorší shodou s křivkami z měření pro všechny tři silové účinky  $F_x$ ,  $F_y$  a  $M_z$ .

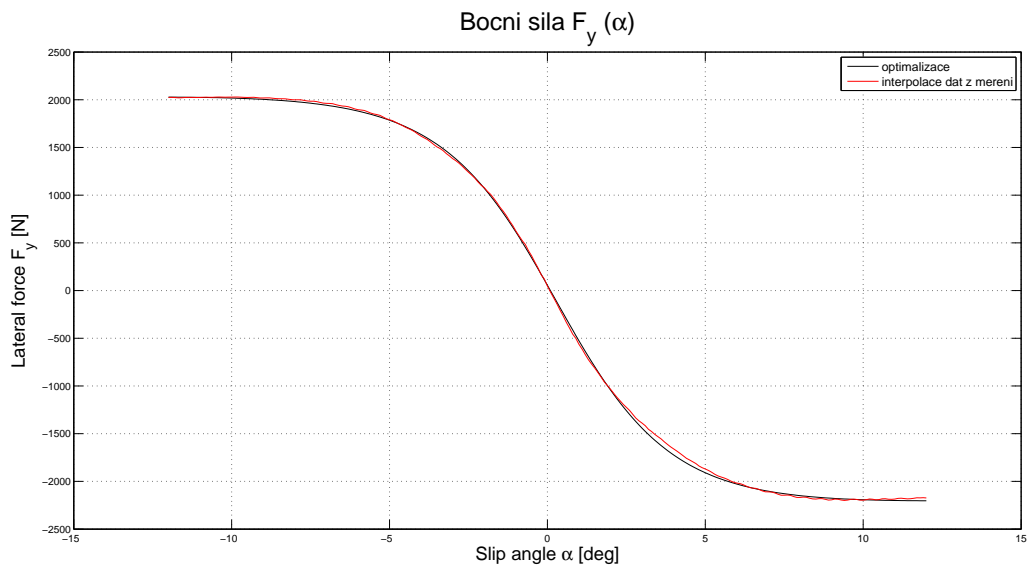


Obr. 4.21: Nejlepší shoda (Vstupní veličiny:  $F_z = 200$  lb,  $\gamma = 2^\circ$ )

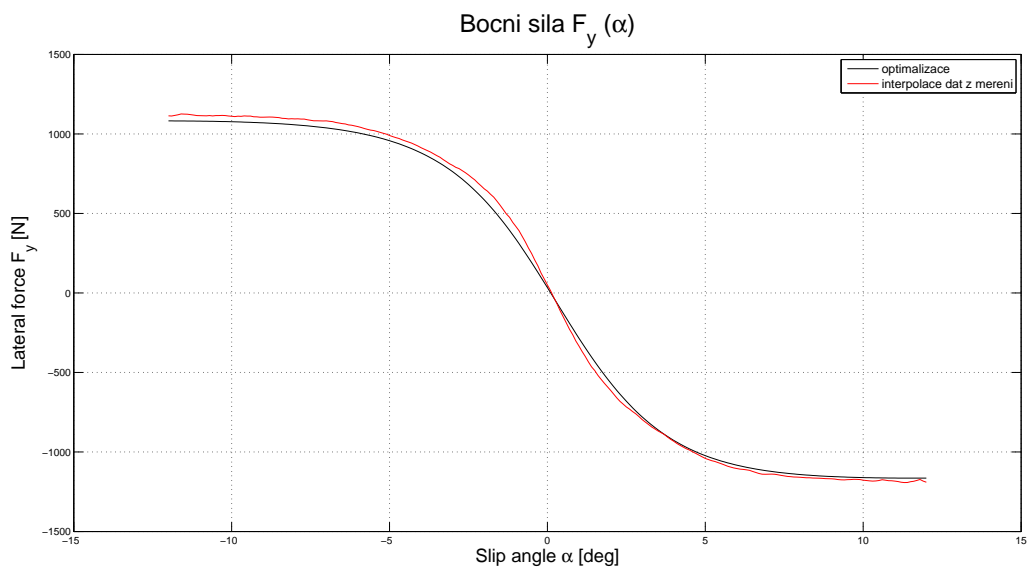


Obr. 4.22: Nejhorší shoda (Vstupní veličiny:  $F_z = 150$  lb,  $\gamma = 0^\circ$ )

#### 4. Identifikace parametrů pro modely pneumatik



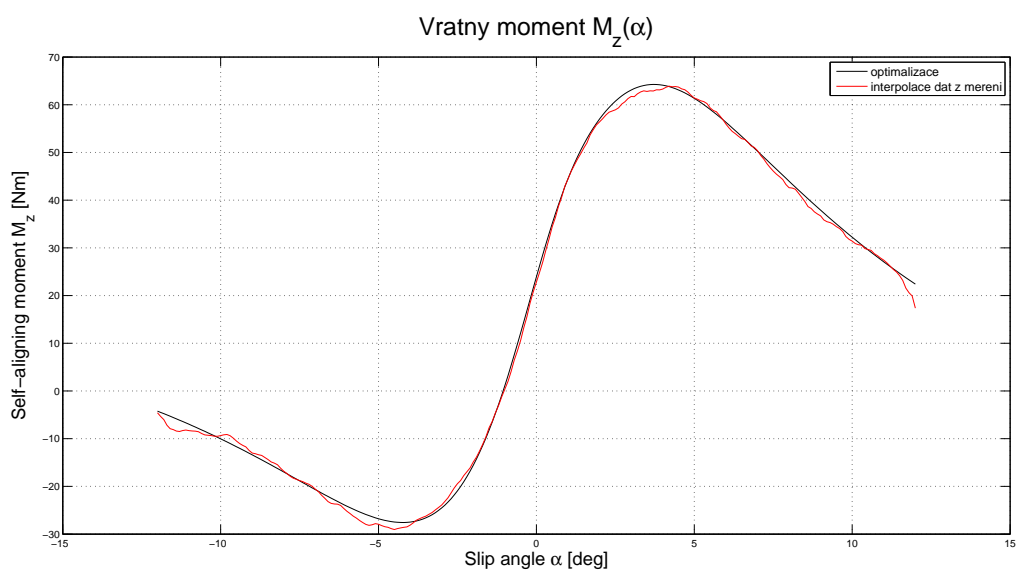
Obr. 4.23: Nejlepší shoda (Vstupní veličiny:  $F_z = 200$  lb,  $\gamma = 0^\circ$ )



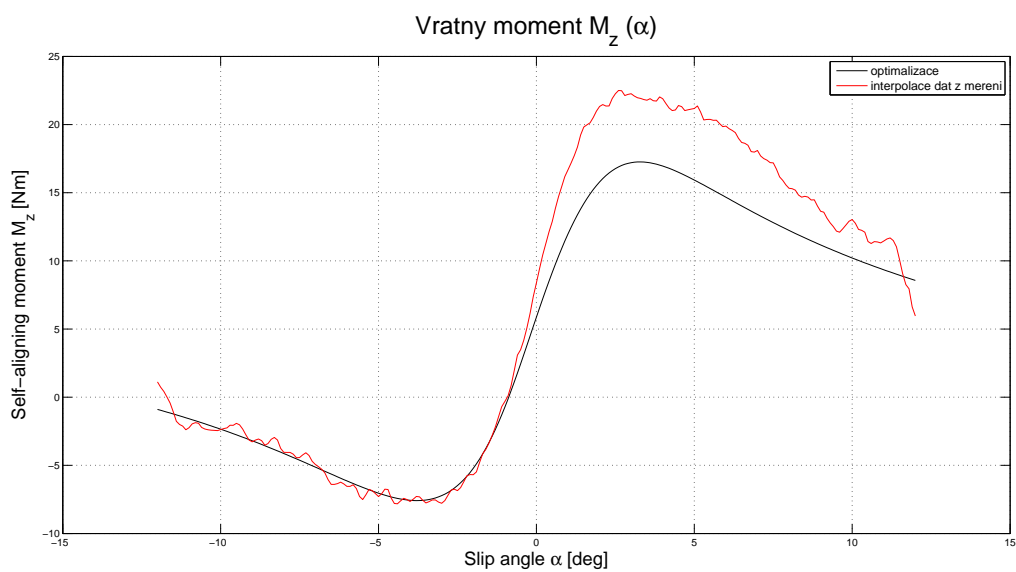
Obr. 4.24: Nejhorší shoda (Vstupní veličiny:  $F_z = 100$  lb,  $\gamma = 0^\circ$ )



#### 4. Identifikace parametrů pro modely pneumatik



Obr. 4.25: Nejlepší shoda (Vstupní veličiny:  $F_z = 250$  lb,  $\gamma = 4^\circ$ )



Obr. 4.26: Nejhorší shoda (Vstupní veličiny:  $F_z = 100$  lb,  $\gamma = 2^\circ$ )

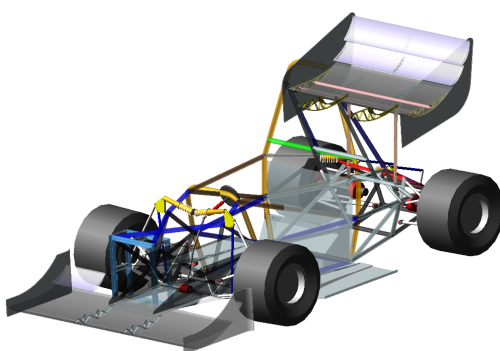
## 5 Model formule Student

Formule Student, nebo také Formule SAE ([www.fsaeonline.com](http://www.fsaeonline.com)), je mezinárodní soutěž univerzitních týmů pořádaná organizací *SAE International*, jejíž hlavním úkolem je postavit co nejlepší monopost formulového typu podle daných pravidel. Týmy soutěží v několika disciplínách, které jsou rozděleny do statické a dynamické části. Mezi disciplíny patří např. sprint, jízda v osmičce (*Skid-Pad*), vytrvalostní závod, test hlučnosti, test náklonu pod úhlem  $60^\circ$  a mnoho dalších.

Je proto výhodné mít model formule pro statické i dynamické simulace k dispozici. Model byl vytvořen v modulu ADAMS/Car. Jak bylo naznačeno v jedné z předchozích kapitol, k jeho vytvoření byl využit model formule od MSC.ADAMS, jehož komponenty byly upraveny podle nových rozměrů a parametrů. Sestava formule Student je tvořena následujícími subsystemy:

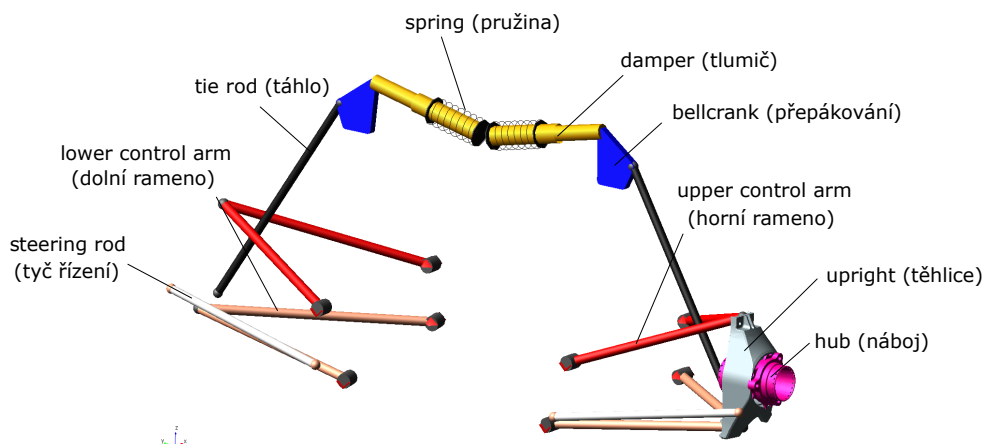
- Přední náprava
- Zadní náprava
- Řízení
- Přední stabilizátor
- Zadní stabilizátor
- Karoserie
- Pneumatiky

V této kapitole budou postupně popsány všechny subsystemy, u kterých budou uvedeny jejich kinematická schémata popisující konstrukci modelu. Barvy konstrukčních prvků subsystemů jsou vždy analogické k barvám prvků v kinematických schématech (např. analogie barev obr. 5.2 a obr. 5.3).



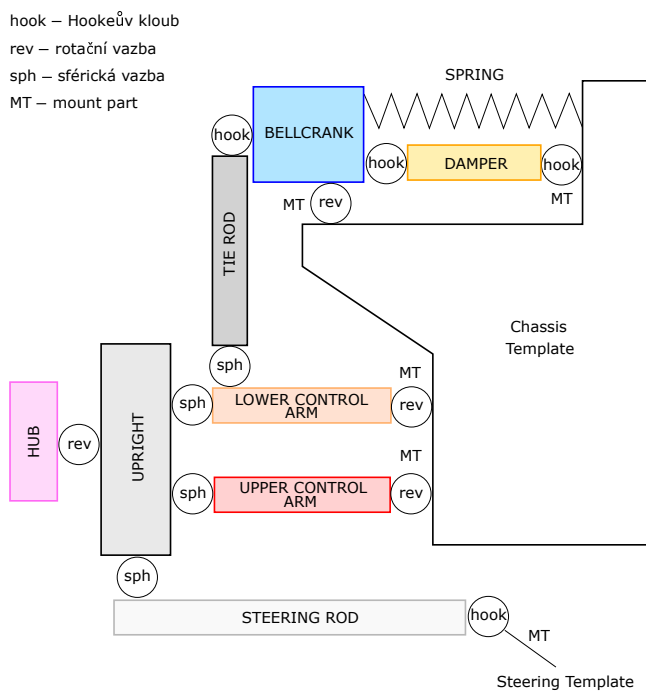
Obr. 5.1: Model formule Student

## 5.1 Přední náprava



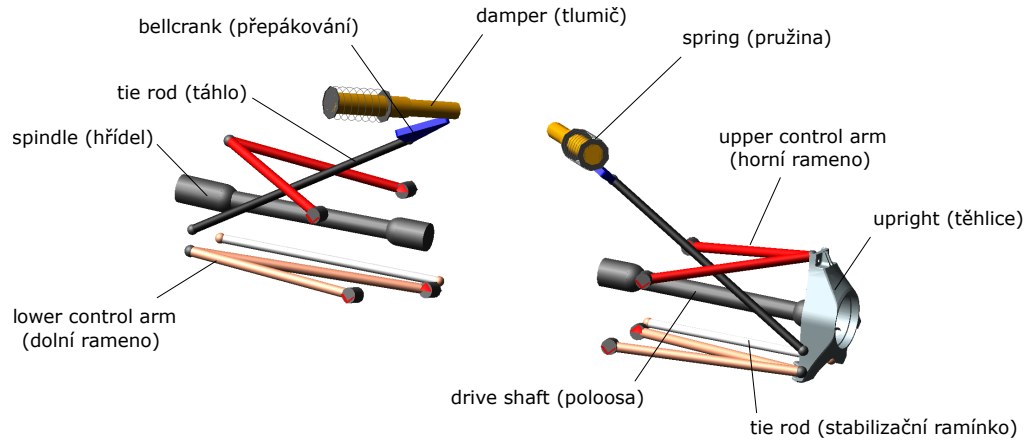
Obr. 5.2: 3D model přední nápravy

Model přední nápravy (*front suspension*) a popis jejích částí je zobrazen na obr. 5.2. Táhla, horní a spodní ramena a tyče řízení byly podle vzoru skutečné nápravy namodelovány jako duté. Do modelu byla dále importována geometrie těhlice, která byla využita k přepočítání momentů setrvačnosti na skutečné hodnoty na obou stranách nápravy. V přední i zadní nápravě bylo dále nutné navrhnout pružiny a tlumiče. Postup jejich návrhu bude vysvětlen v kapitole 6.



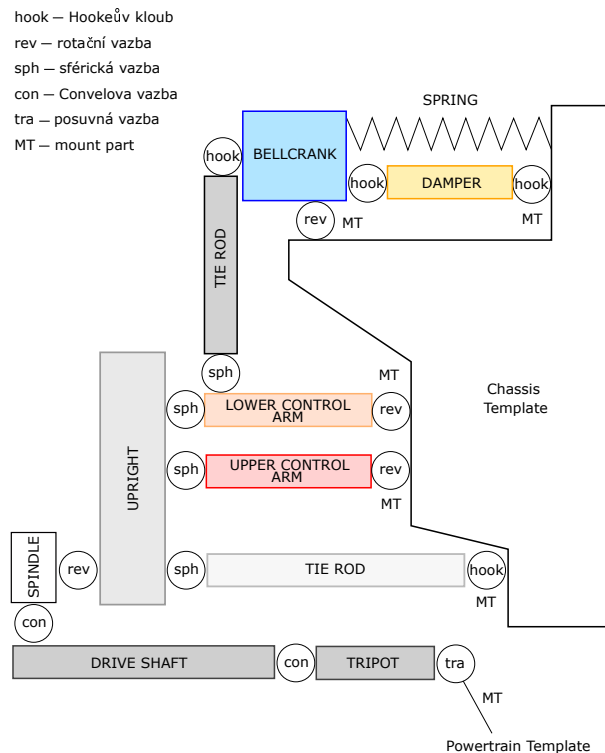
Obr. 5.3: Kinematické schéma přední nápravy (levá strana)

## 5.2 Zadní náprava



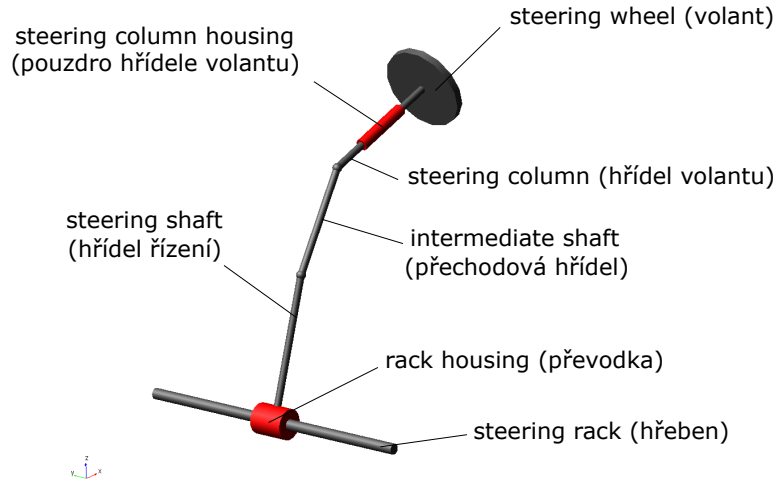
Obr. 5.4: 3D model zadní nápravy

Konstrukce zadní nápravy (*rear suspension*) je velmi podobná konstrukci přední nápravy. Horní a dolní ramena, táhla a stabilizační ramínka jsou dutá. Zatímco se přední náprava nipojovala pomocí tyčí řízení k šabloně řízení (*steering*), zadní náprava je spojena poloosou s pohonem (*powertrain*). Stabilizační ramínka a tlumiče jsou spojena s rámem (*chassis*) Hookeovým kloubem. Ostatní části, jako horní ramena, dolní ramena a přepákování, jsou s rámem spojeny pomocí rotační vazby. Vše je znázorněno v kinematickém schématu zadní nápravy na obr. 5.5. Zadní náprava je, stejně jako přední náprava, osově symetrická.



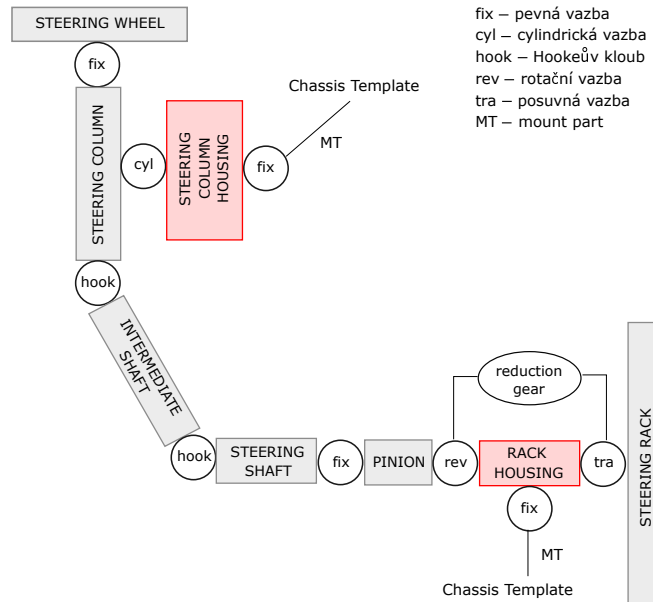
Obr. 5.5: Kinematické schéma zadní nápravy (levá strana)

### 5.3 Řízení



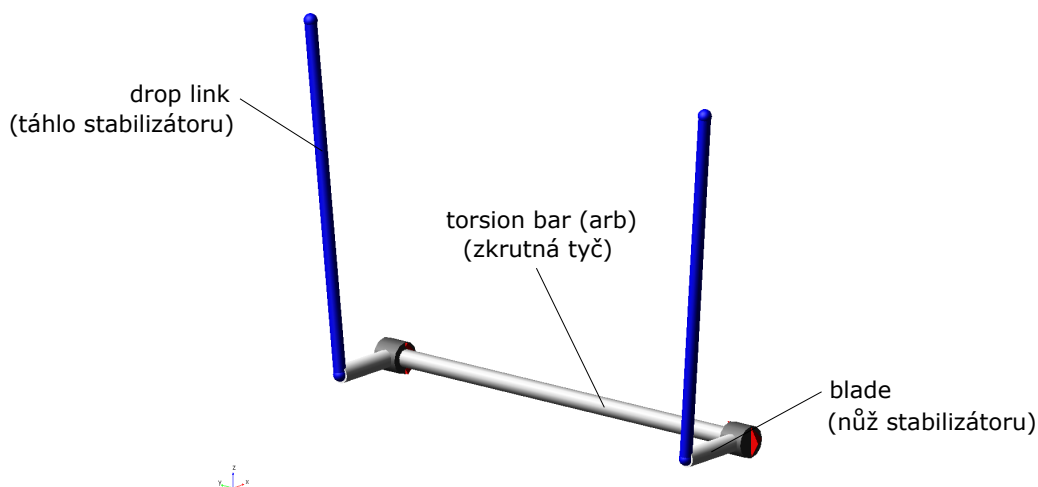
Obr. 5.6: Šablona řízení

Šablona řízení (*steering*) je spojena s přední nápravou přes tyč řízení (*steering rod*) a hřeben (*steering rack*). Způsob, jakým řízení funguje, velmi dobře znázorňuje kinematické schéma na obr. 5.7. V okamžiku, kdy řidič zatočí volantem, se rotační pohyb musí převést na pohyb posuvný. To zajišťuje hřeben a pastorek umístěný v převodce (*rack housing*), která provede převod z rotačního na posuvný pohyb v zadaném poměru.



Obr. 5.7: Kinematické schéma řízení

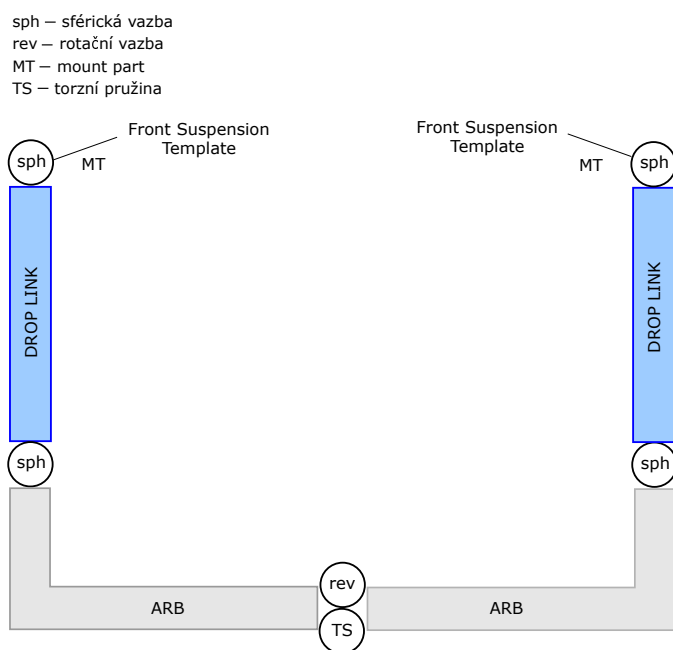
## 5.4 Přední stabilizátor



Obr. 5.8: Šablona předního stabilizátoru

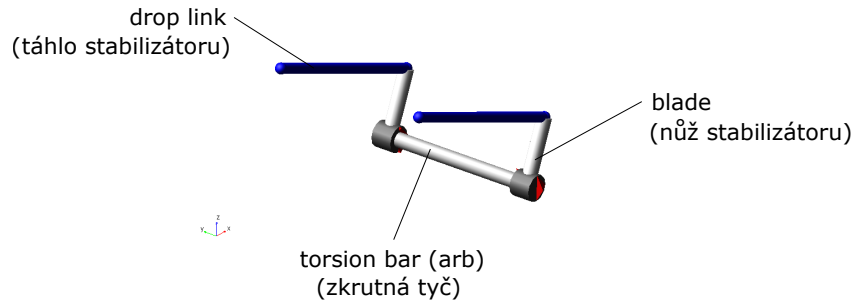
Funkce stabilizátoru spočívá ve snížení náklonu vozidla při průjezdu zatáčkou. Vozidlo proto může projet zatáčky ve vyšší rychlosti a za zvýšeného jízdního komfortu.

Přední stabilizátor (*front anti-roll bar*) formule Student je připojen k přední nápravě pomocí sférické vazby v místě prepákování (*bellcrank* – viz obr. 5.2). Pokud projíždí formule zatáčkou, zátěž na jednu stranu nápravy se zvýší, a tím dojde k náklonu celé formule na příslušnou stranu. Prepákování se natočí, jedno z táhel stabilizátoru se zvedne a na zkrutné tyči (*arb*) vznikne zkrut. Velikost zkrutu závisí na rozměrech a materiálu zkrutné tyče a na tuhosti torzní pružiny umístěné ve středu zkrutné tyče.



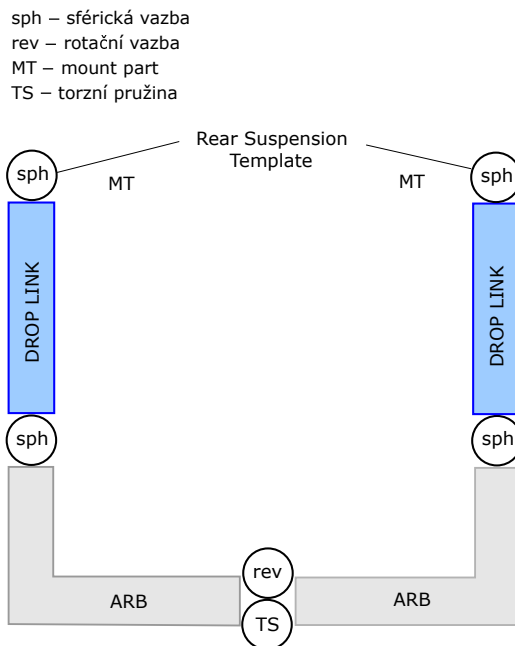
Obr. 5.9: Kinematické schéma předního stabilizátoru

## 5.5 Zadní stabilizátor



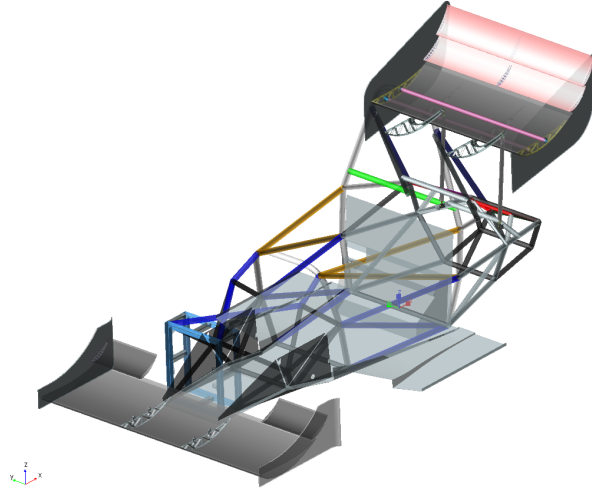
Obr. 5.10: Šablona zadního stabilizátoru

Zadní stabilizátor (*rear anti-roll bar*) se konstrukčně nijak neliší od předního stabilizátoru, jiné jsou pouze rozměry a orientace jednotlivých částí. Sférická vazba umístěná na konci táhla spojuje stabilizátor s přepákováním zadní nápravy. Kinematické schéma zadního stabilizátoru je zobrazeno na obr. 5.11.



Obr. 5.11: Kinematické schéma zadního stabilizátoru

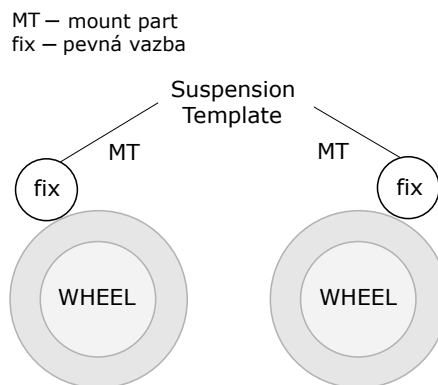
## 5.6 Karoserie



Obr. 5.12: Šablona karoserie

Šablona karoserie je tvořena jedním tuhým tělesem typu *solid*, kterému byly přiřazeny charakteristiky získané z CAD modelů. Nejsou zde umístěny žádné vazby, veškerou komunikaci s ostatními šablonami zajišťují výstupní komunikátory.

## 5.7 Přední a zadní pneumatiky



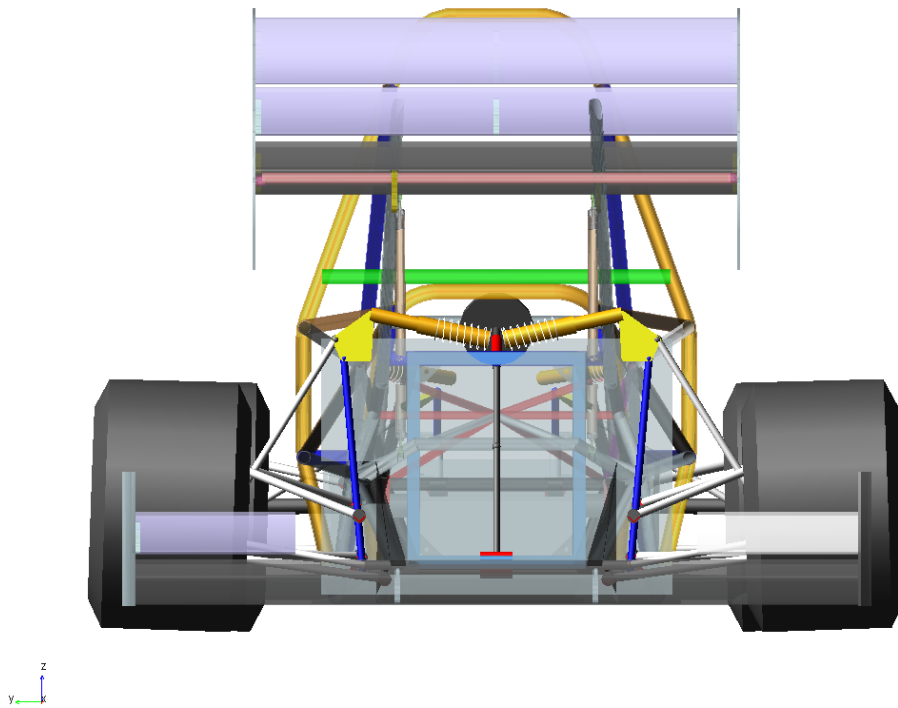
Obr. 5.13: Kinematické schéma předních i zadních pneumatik

Přední i zadní pneumatiky jsou připojeny k nápravám pomocí pevných vazeb. Sub-systémům předních i zadních pneumatik je přiřazen model pneumatik *PAC2002* pomocí tzv. *property file*, který obsahuje nejen jejich rozměry a další parametry, ale především koeficienty definující model. Kapitola 4 popisuje, jakým způsobem byly významné koeficienty modelu *PAC2002* identifikovány. Ostatní koeficienty, jejichž identifikace nebyla prioritní, byly ponechány na původních hodnotách.

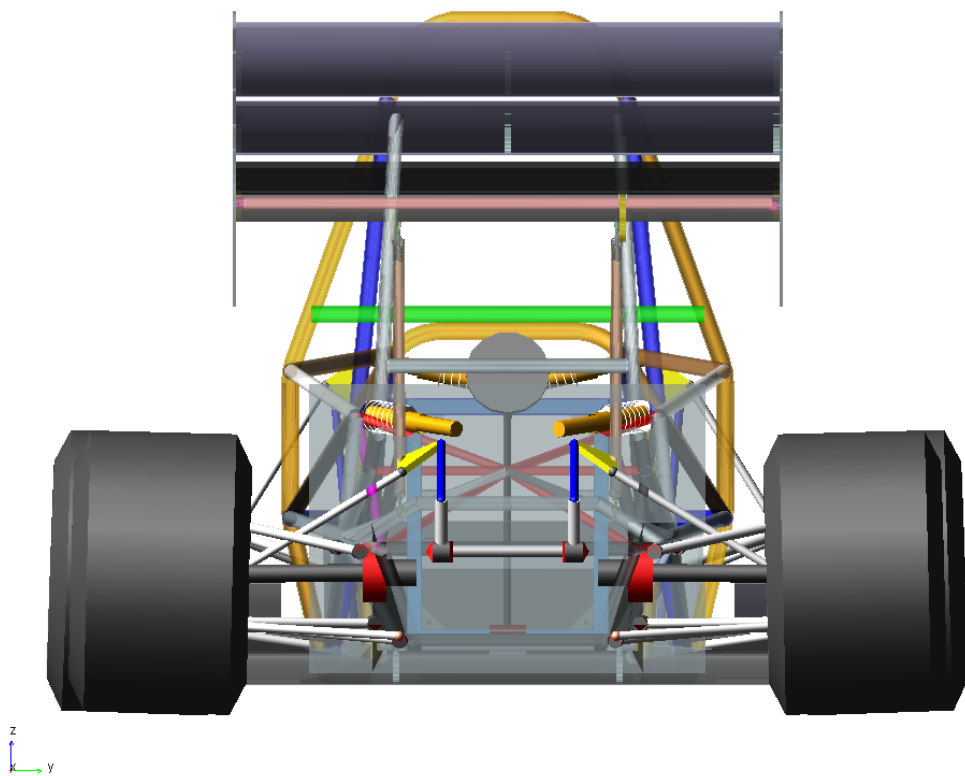


## 5.8 Sestava formule Student

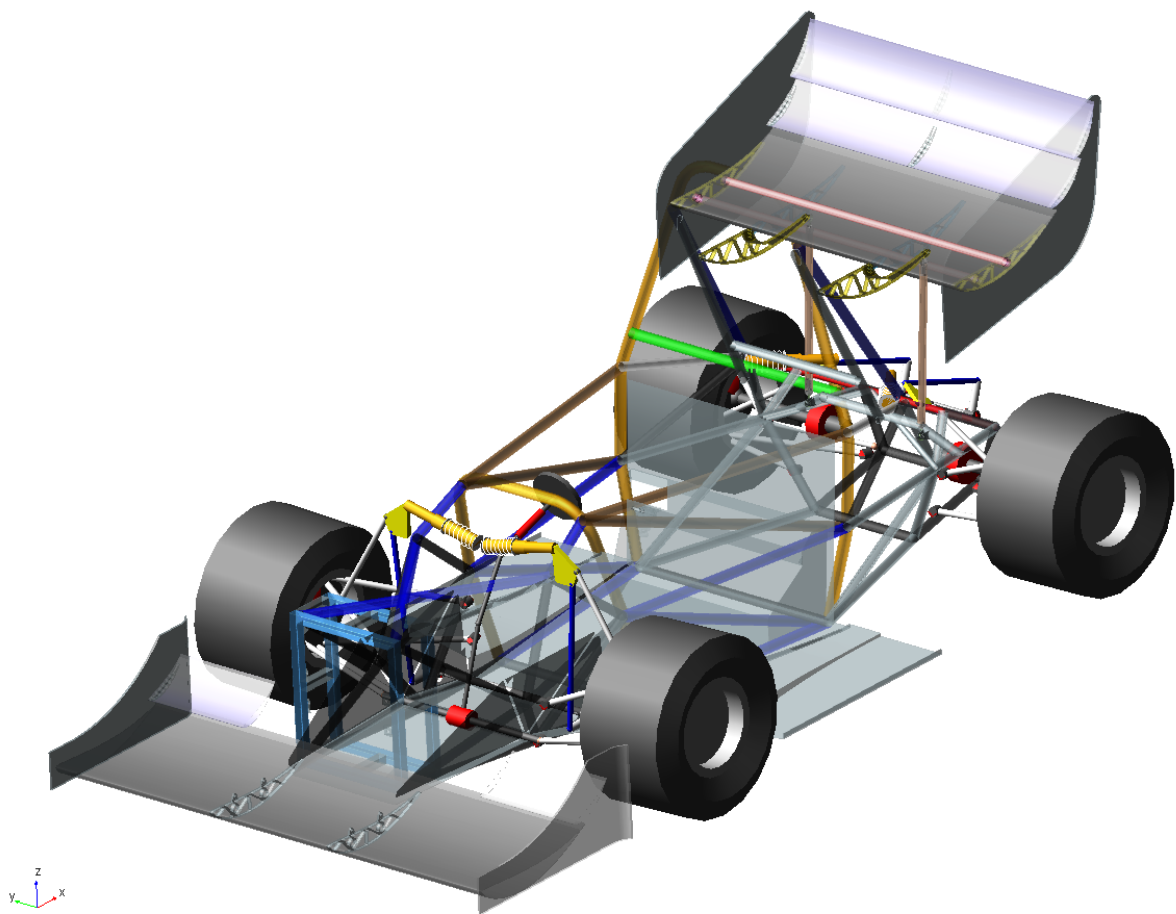
Subsystémy uvedené výše byly sestaveny do kompletního modelu formule. Sestava formule je zobrazena na obr. 5.14, obr. 5.15 a na obr. 5.16.



Obr. 5.14: Sestava formule Student – pohled zepředu



Obr. 5.15: Sestava formule Student – pohled zezadu



Obr. 5.16: Sestava formule Student – 3D pohled

# 6 Návrh vypružení a simulace jízd- ních stavů

Tématem předchozí kapitoly byl výpočtový (tzv. *multibody*) model formule Student a jeho tvorba v ADAMS/Car. Aby byl model formule „reálný“, musí mít pružiny a tlumiče nastaveny správné charakteristiky.

V této kapitole bude nejdříve vysvětlen postup návržení pružin a tlumičů náprav a následně budou popsány simulace, které byly s modelem realizovány. Výsledky simulací prezentované v této kapitole byly předány týmu formule Student ZČU.

## 6.1 Návrh pružin

Návrh pružin lze rozdělit na dvě části. První fáze se týká kinematického návrhu pružin, tzn. nastavení jejich délky v rovnovážné poloze na základě znalosti parametrů pružin a požadavků na jejich deformaci. Tématem druhé části je návržení tuhosti pružin, která bude určena dle rozložení hmotnosti na přední a zadní nápravu. Souřadnice uložení přepákování, jejichž znalost je pro návržení pružin nezbytná, byly dodány od spolupracovníků z týmu formule Student. Kompletní postup návrhu pružin bude vysvětlen na pružinách zadní nápravy. Postup návrhu pružin přední nápravy byl analogický.

### 6.1.1 Kinematika pružin

Pro návrh délky pružin v rovnovážné poloze jsou dle [4] a požadavků konstruktérů týmu ZČU dány následující parametry:

- Volná délka pružiny:  $l_0 = 125$  mm
- Chod pružiny: 1 : 1 (klesnou-li kola o 25 mm, pružina se prodlouží o 25 mm)
- Předpětí pružiny: charakterizováno stlačením o délce  $s = 5$  mm
- Posadí-li se do formule řidič, formule klesne o 25 mm

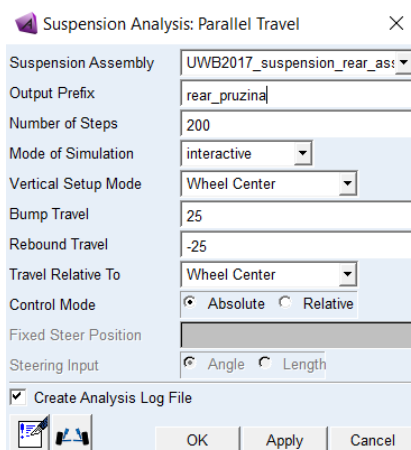
Požadovaná délka pružin v horní úvrati (za nepřítomnosti řidiče) je

$$l = l_0 - s, \tag{6.1}$$

$$l = 125 \text{ mm} - 5 \text{ mm}, \tag{6.2}$$

$$l = 120 \text{ mm}. \tag{6.3}$$

Aby byl zjištěn aktuální chod pružiny v modelu nápravy, byla provedena simulace typu *Parallel Wheel Travel*. Jedná se o předdefinovanou simulaci z ADAMS/Car přední nebo zadní nápravy, která umožňuje předepsat kolům velikost vertikálního posunutí (*Bump Travel* a *Rebound Travel* – viz obr. 6.1) vzhledem k ostatním konstrukčním částem nápravy.

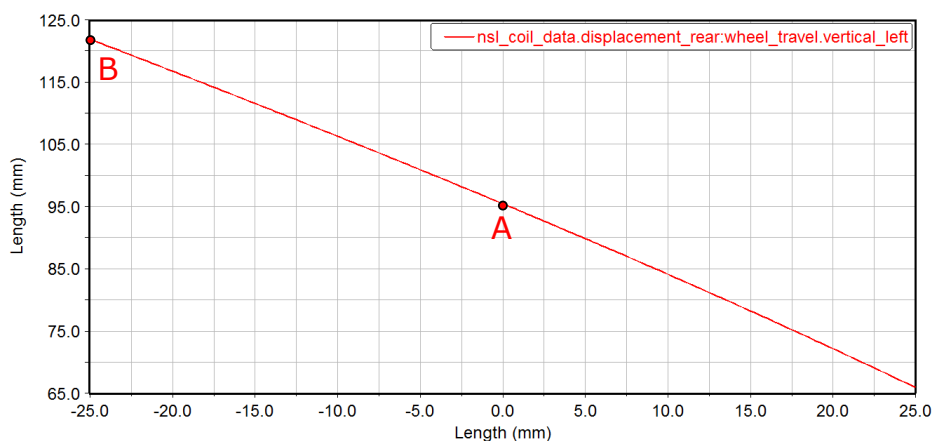
Obr. 6.1: Nastavení parametrů simulace *Parallel Wheel Travel*

Podle požadavku poklesu formule s řidičem byly nastaveny hodnoty *Bump Travel* a *Rebound Travel* na 25 a -25 mm. Po provedení simulace byla zobrazena závislost délky pružiny na posunutí středu kol. Na této závislosti (obr. 6.2) jsou vyznačeny body  $A[a_1; a_2]$  a  $B[b_1; b_2]$ , jejichž souřadnice  $a_2$  a  $b_2$  jsou

$$a_2 = 95,47 \text{ mm}, \quad (6.4)$$

$$b_2 = 121,91 \text{ mm}, \quad (6.5)$$

kde  $a_2$  je aktuální délka pružiny v rovnovážné poloze (za přítomnosti řidiče) a  $b_2$  je aktuální délka pružiny v horní úvratí (za nepřítomnosti řidiče).



Obr. 6.2: Závislost délky pružiny na poloze středu levého kola

Horizontální vzdálenost mezi body  $A$  a  $B$  je

$$x_{AB} = 25 \text{ mm}. \quad (6.6)$$

Vertikální vzdálenost mezi body  $A$  a  $B$  je

$$y_{AB} = b_2 - a_2 = 121,91 \text{ mm} - 95,47 \text{ mm}, \quad (6.7)$$

$$y_{AB} = 26,44 \text{ mm}. \quad (6.8)$$

Poměr vzdáleností  $y_{AB}$  a  $x_{AB}$  je

$$\frac{y_{AB}}{x_{AB}} = \frac{26,44 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} = 1,06. \quad (6.9)$$

Aktuální chod pružiny je tedy 1 : 1,06. Je proto jasné, že se pružina po posazení řidiče do kabiny stlačí více, než by měla. Z tohoto důvodu je nezbytné zmenšit aktuální délku pružiny v rovnovážné poloze  $a_2$  o vzdálenost  $v$ , pro kterou platí

$$v = b_2 - l, \quad (6.10)$$

$$v = 121,91 \text{ mm} - 120 \text{ mm} = 1,91 \text{ mm}. \quad (6.11)$$

Pro konečnou délku pružiny v rovnovážné poloze  $l_k$  platí

$$l_k = a_2 - v, \quad (6.12)$$

$$l_k = 95,47 \text{ mm} - 1,91 \text{ mm}, \quad (6.13)$$

$$l_k = 93,56 \text{ mm}. \quad (6.14)$$

Pružiny s konečnou délkou v rovnovážné poloze  $l_k$  splňují již všechny požadavky. Tentýž postup byl aplikován na pružiny přední nápravy.

### 6.1.2 Návrh tuhosti pružin

Návrh tuhostí pružin přední a zadní nápravy byl proveden za základě znalosti hmotnosti formule a jejího rozložení na obě nápravy. Hmotnost formule včetně řidiče byla uvažována cca 300 kg. Procentuální rozložení hmotnosti bylo přejato z formule týmu ZČU postavené v roce 2016 a je následující:

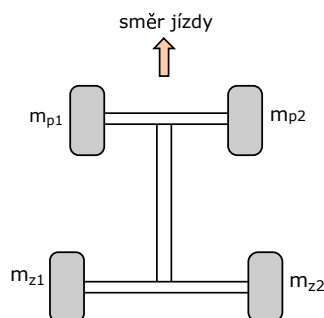
- Přední náprava – 45 %
- Zadní náprava – 55 %

Přepoččet na hmotnost  $m_P$  rozloženou na přední nápravu a hmotnost  $m_Z$  rozloženou na zadní nápravu je

$$m_P = 300 \cdot 0,45 = 135 \text{ kg} \approx 130 \text{ kg}, \quad (6.15)$$

$$m_Z = 300 \cdot 0,55 = 165 \text{ kg} \approx 170 \text{ kg}. \quad (6.16)$$

Hodnoty  $m_P$  a  $m_Z$  byly z důvodu jednodušších výpočtů zaokrouhleny.



Obr. 6.3: Označení přepočtených hmotností

Pro hmotnosti rozložené na kola (vyznačené na obr. 6.3) platí

$$m_{p1} = m_{p2} = m_p = 130/2 \text{ kg} = 65 \text{ kg}, \quad (6.17)$$

$$m_{z1} = m_{z2} = m_z = 170/2 \text{ kg} = 85 \text{ kg}. \quad (6.18)$$

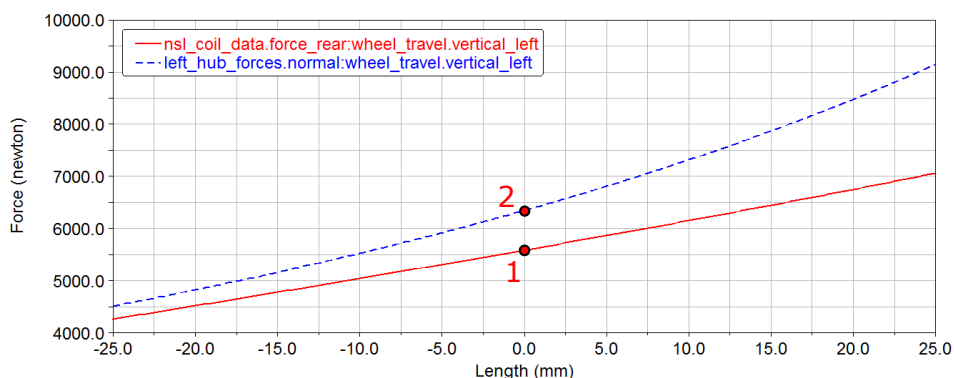
Reakce v kolech tedy jsou

$$R_{p1} = R_{p2} = R_p = m_p \cdot g = 65 \cdot 9,81 = 637 \text{ N}, \quad (6.19)$$

$$R_{z1} = R_{z2} = R_z = m_z \cdot g = 85 \cdot 9,81 = 834 \text{ N}, \quad (6.20)$$

kde  $g$  je tíhové zrychlení.

Nejprve bylo nutné zjistit poměr  $p$  mezi silou v pružině  $F_{pA}$  a silou působící v náboji kola  $F_{kA}$  na základě grafu na obr. 6.4. Tento graf byl vykreslen po provedení simulace zadní nápravy typu *Parallel Wheel Travel* a jsou na něm dvě závislosti. První (červená křivka) je závislost působící síly v pružině na poloze středu kola a druhá (modrá křivka) je závislost normálové síly působící v náboji kola na poloze středu kola. Průběhy sil nejsou lineární. Přesto je možné síly lineárně aproximovat z důvodu primární důležitosti hodnot příslušejících rovnovážné poloze. Krajiní hodnoty sil nejsou v tomto případě důležité.



Obr. 6.4: Závislost síly v pružině a normálové síly působící v náboji kola na poloze středu kola

Síly  $F_{pA}$  a  $F_{kA}$  v rovnovážné poloze (obr. 6.4 – bod 1 a 2) jsou

$$F_{pA} = 5583,38 \text{ N}, \quad (6.21)$$

$$F_{kA} = 6344,85 \text{ N}. \quad (6.22)$$

Poměr sil  $F_{pA}$  a  $F_{kA}$  je

$$p = \frac{F_{pA}}{F_{kA}} = \frac{5583,38 \text{ N}}{6344,85 \text{ N}} = 0,88. \quad (6.23)$$

Skutečná síla působící na náboj zadního kola je rovna reakci  $R_z$ , tzn., že platí

$$F_k = R_z = 834 \text{ N}. \quad (6.24)$$

Skutečná síla v pružině  $F_p$  je při zachování poměru  $p$  rovna

$$F_p = p \cdot F_k = 0,88 \cdot 834 = 734 \text{ N}. \quad (6.25)$$

Sílu  $F_p$  lze zapsat jako součin tuhosti  $k$  a deformace  $x$

$$F_p = k \cdot x, \quad (6.26)$$

kde  $x$  je součet deformace vlivem předpětí pružiny v horní úvrati a deformace pružiny  $y_{AB}$  způsobené vahou řidiče. Pro sílu  $F_p$  tedy platí

$$F_p = k \cdot (s + y_{AB}) = k \cdot (5 + 26,44) = k \cdot 31,44. \quad (6.27)$$

Dle vtaů (6.25) a (6.27) platí

$$F_p = k \cdot 31,44 = 734 \text{ N}. \quad (6.28)$$

Pro tuhost pružiny  $k$  platí

$$k = \frac{F_p}{x} = \frac{734 \text{ N}}{31,44 \text{ mm}} = 23,35 \text{ N/mm}. \quad (6.29)$$

Tuhost pružiny  $k$  v této fázi návrhu není zcela přesná, protože po jejím dosazení do modelu síla v náboji kola  $F_k$  neodpovídá v rovnovážné poloze hodnotě 834 N. Proto byl využit iterační proces se startovací hodnotou tuhosti  $k$ , během něhož je v jednom kroku změněna tuhost  $k$ , poté jsou přepočítány síly v pružině podle nové tuhosti a následně změněny hodnoty sil v *property file* pružin. Neodpovídá-li po odečtení z grafu síla  $F_k$  v rovnovážné poloze hodnotě 834 N, je zvolena jiná hodnota tuhosti  $k$  a celý proces se opakuje. Pomocí tohoto postupu byla zjištěna konečná tuhost pružin zadní nápravy

$$k_z = 19,5 \text{ N/mm}. \quad (6.30)$$

Deformace [mm]	Síla [N]
-100	-1950,0
-75	-1462,5
-50	-975,0
-25	-487,5
0	0
25	487,5
50	975,0
75	1462,5
100	1950,0

Tab. 6.1: Charakteristika zadních pružin modelu formule

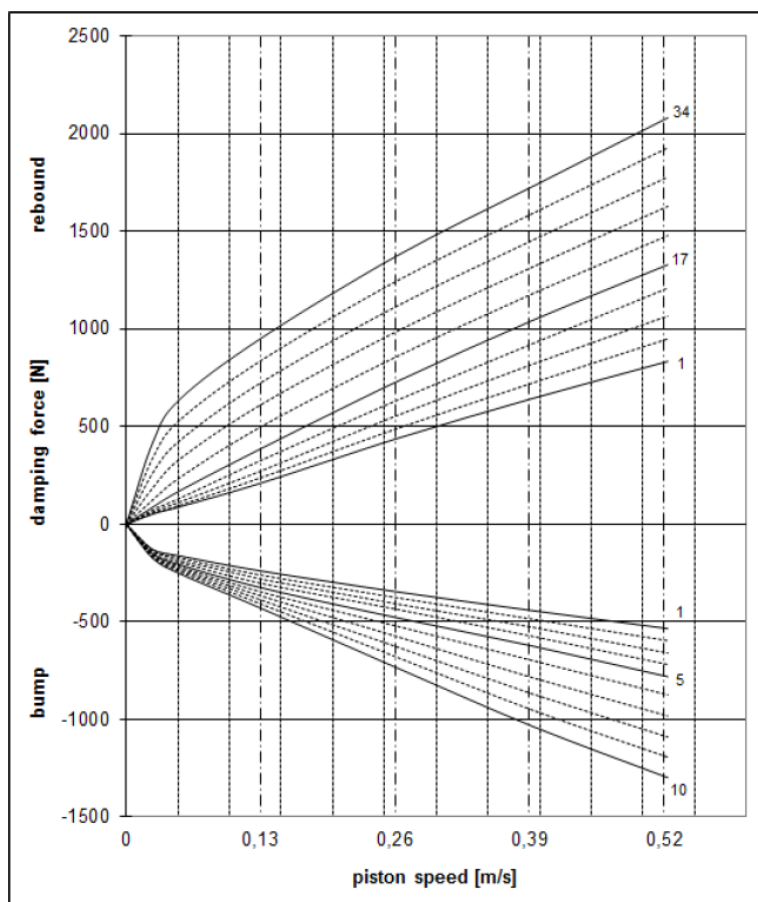
Tab. 6.1 popisuje charakteristiku zadních pružin odpovídající tuhosti  $k_z$ . Návrh tuhosti pružin přední nápravy probíhal podle stejného postupu. Tuhost pružin přední nápravy je

$$k_p = 20 \text{ N/mm}. \quad (6.31)$$

## 6.2 Návrh tlumičů

Pro návrh tlumičů byly od konstruktérů týmu ZČU k dispozici předem dané charakteristiky, které jsou zobrazeny na obr. 6.5. Protože byl návrh tlumičů proveden pomocí simulace *Single Lane Change*, která je popsána v sekci 6.3.4, bude postup návrhu vysvětlen v rámci této sekce.





Obr. 6.5: Charakteristiky tlumičů pro formuli Student (od konstruktérů týmu ZČU)

### 6.3 Simulace jízdních stavů

Simulace jízdních stavů byly realizovány za účelem vyhodnocení dynamického chování formule v zatáčkách. Testování bylo zaměřeno na jízdu na trati ve tvaru osmičky, během které bylo vyhodnocováno klopení karoserie. Další část simulací byla zaměřena na zjištění úhlu zkroucení zkrutné tyče předního a zadního stabilizátoru a na určení maximálních sil působících v nožích stabilizátorů. S modelem formule byla nakonec realizována simulace změny jízdního pruhu.

#### 6.3.1 Torzní tuhost stabilizátoru

Během testování jízdních stavů o příslušné rychlosti a poloměru zatáčky byla v případě testu *Skid-Pad* postupně měněna torzní tuhost zkrutné tyče předního i zadního stabilizátoru. Torzní tuhost byla vypočtena na základě znalosti vybraných a vtipovaných průměrů zkrutných tyčí (viz tab. 6.2) a délky zkrutných tyčí předního a zadního stabilizátoru

$$l_p = 500 \text{ mm}, \quad (6.32)$$

$$l_z = 450 \text{ mm}. \quad (6.33)$$

	Vnější průměr $D$ [mm]	Vnitřní průměr $d$ [mm]
Tyč č. 1	10	8
Tyč č. 2	12	10
Tyč č. 3	14	12
Tyč č. 4	16	14
Tyč č. 5	18	16

Tab. 6.2: Rozměry zkrutných tyčí

**Ukázkový výpočet torzní tuhosti – tyč č. 3**

Rozměry tyče jsou:

- $l = 500$  mm
- $D = 14$  mm
- $d = 12$  mm

Pro torzní tuhost tyče libovolného průřezu platí

$$k_t = \frac{G \cdot J_p}{l}, \quad (6.34)$$

kde  $G$  je modul pružnosti ve smyku,  $J_p$  je polární moment průřezu a  $l$  je délka tyče. Polární moment tyče mezikruhového průřezu je

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4), \quad (6.35)$$

kde  $D$  je vnější průměr tyče a  $d$  je vnitřní průměr tyče. Modul pružnosti ve smyku oceli je

$$G = 81 \cdot 10^9 \text{ Pa}. \quad (6.36)$$

Polární moment  $J_p$  je po dosazení vnějšího a vnitřního průměru tyče

$$J_p = \frac{\pi}{32} (0,014^4 - 0,012^4) = 1,7357 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4. \quad (6.37)$$

Po dosazení (6.36), (6.37) a délky tyče  $l$  do vztahu (6.34) je torzní tuhost tyče č. 3

$$k_t = 281,1882 \text{ Nm/rad}, \quad (6.38)$$

Protože jsou v softwaru MSC.ADAMS výchozí jednotky milimetry a stupně, musí být torzní tuhost převedena do jednotek Nmm/deg. Pro  $k_t$  tedy platí

$$k_t = 281\,188,2 \text{ Nmm/rad}, \quad (6.39)$$

$$k_t = \frac{\pi}{180} \cdot 281\,188,2 \text{ Nmm/deg}, \quad (6.40)$$

$$k_t = 4907,66 \text{ Nmm/deg}. \quad (6.41)$$

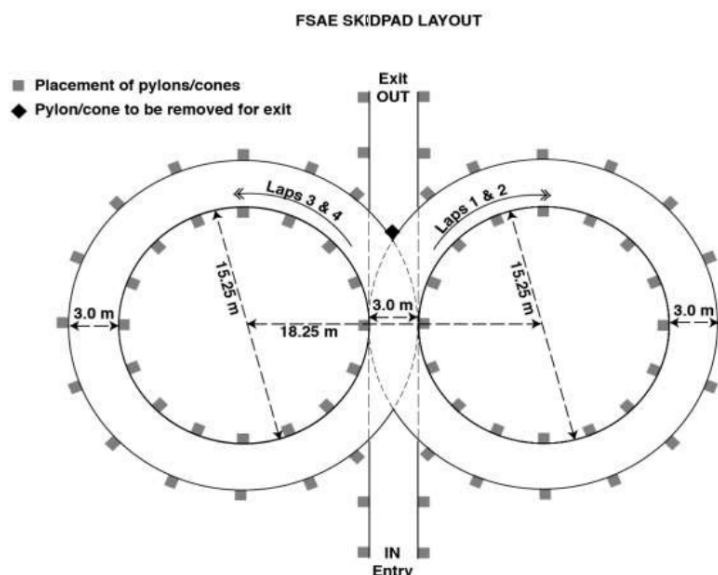
Stejným způsobem byly vypočteny ostatní torzní tuhosti a jejich hodnota byla přiřazena torzní pružině v subsystému příslušného stabilizátoru.

	Torzní tuhost $k_t$ [Nmm/deg]	
	Přední stabilizátor	Zadní stabilizátor
Tyč č. 1	1638,85	1820,94
Tyč č. 2	2980,13	3311,25
Tyč č. 3	4907,66	5452,95
Tyč č. 4	7528,04	8364,49
Tyč č. 5	10947,85	12164,28

Tab. 6.3: Torzní tuhosti zkrutných tyčí

### 6.3.2 Klopení karoserie – *Skid-Pad*

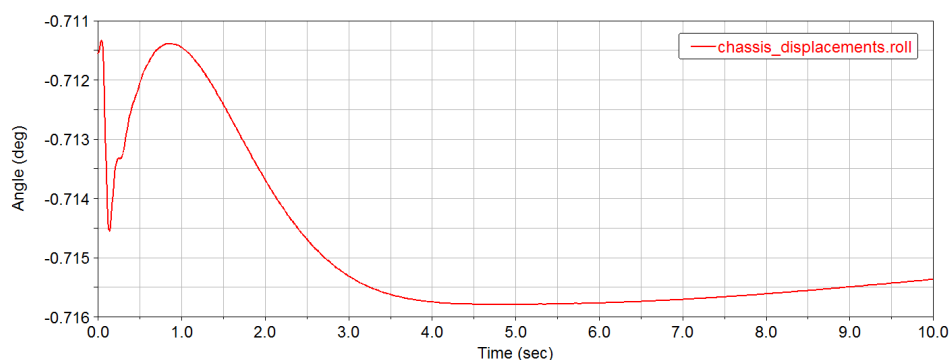
Protože je součástí dynamických testů v soutěži formule Student i průjezd trati ve tvaru osmičky (tzv. *Skid-Pad*), byly simulace zaměřeny na zjištění klopení karoserie (*roll angle*) právě při průjezdu trati tohoto typu. Schéma trati je zobrazeno na obr. 6.6.

Obr. 6.6: Schéma trati *Skid-Pad* [4]

Aby bylo zjištěno klopení formule v zatáčce, byla zvolena předdefinovaná dynamická simulace typu *Constant Radius Cornering*, při které formule jede po kružnici o zadaném poloměru. Poloměr kružnice byl nastaven podle reálného poloměru zatáčky osmičky na hodnotu 9,125 m a boční zrychlení formule  $a_y$  bylo postupně zvyšováno (viz tab. 6.4). Přestože při reálném testu může formule v zatáčce zrychlit nebo zpomalit, simulace byly zjednodušeny a rychlost formule byla nastavena na konstantní hodnotu. Při simulacích jednotlivých jízdních stavů měly zkrutné tyče předního i zadního stabilizátoru vždy stejné vnější i vnitřní poloměry. Pro úplnost bude uveden vztah mezi bočním zrychlením  $a_y$  a rychlostí vozidla  $v$ , pro který platí [1]

$$a_y = R \cdot \omega^2 = R \cdot \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{v^2}{R}, \quad (6.42)$$

kde  $R$  je poloměr zatáčky.

Obr. 6.7: Závislost klopení  $\psi$  na čase (tyč č. 3,  $a_y = 1$  g)

Klopení karoserie  $\psi$  v tab. 6.4 bylo odečítáno z grafu závislosti klopení na čase. Jeden z grafů je zobrazen na obr. 6.7, který platí pro tyč č. 3 a boční zrychlení 1 g. Na počátku děje dochází k mírnému zakmitnutí průběhu klopení, což je zřejmě způsobeno počáteční dynamickou nerovnováhou modelu formule. Klopení dosáhne své maximální (záporné) hodnoty cca v 5. vteřině, poté začne mírně klesat. Maximální klopení bylo vždy odečteno, zaokrouhloveno a doplněno do tab. 6.4.

Boční zrychlení $a_y$ [g]	Klopení $\psi$ [°]				
	Tyč č. 1	Tyč č. 2	Tyč č. 3	Tyč č. 4	Tyč č. 5
1	-0,88	-0,87	-0,72	—	—
1,25	-1,32	-1,10	-0,92	—	—
1,4	<i>out</i>	-1,22	-1,02	-0,86	-0,8

Tab. 6.4: Klopení karoserie – *Skid-Pad*

V tab. 6.4 je pro případ tyče č. 1 a bočního zrychlení 1,4 g vepsáno *out*. Znamená to, že během tohoto testu formule vyjela ze zatáčky, tudíž je stabilizátor se zkrutnou tyčí č. 1 pro další testy nevhodný. U zkrutných tyčí č. 4 a 5 nebyly simulace pro boční zrychlení 1 g a 1,25 g provedeny, protože v případě tyčí s vyššími průměry byly nejdůležitější hodnoty klopení  $\psi$  příslušné nejvyššímu bočnímu zrychlení  $a_y$ .

### 6.3.3 Síly v nožích a úhel zkroucení stabilizátoru

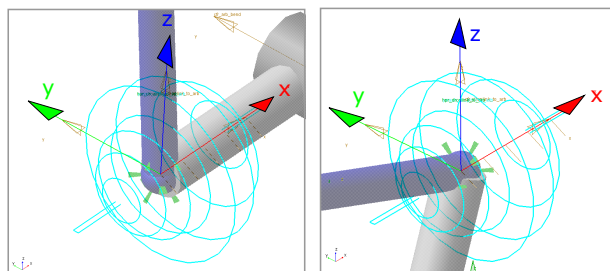
Další výpočty, které byly provedeny pro tým formule Student, se týkaly zjištění maximálních sil působících v nožích předního a zadního stabilizátoru a zjištění úhlu zkroucení zkrutných tyčí obou stabilizátorů. Pro tyto výpočty byla vybrána simulace typu *Quasi-Static Constant Radius Cornering*. Simulace byly realizovány pro následující jízdní stavy:

- $R = 9,125$  m,  $a_y = 1,4$  g ( $v = 40,3$  km/h)
- $R = 20$  m,  $a_y = 1,92$  g ( $v = 70$  km/h)

První jízdní stav přísluší *Skid-Pad* testu a druhý jízdní stav o vyšší rychlosti přísluší jízdě na testovacím okruhu.

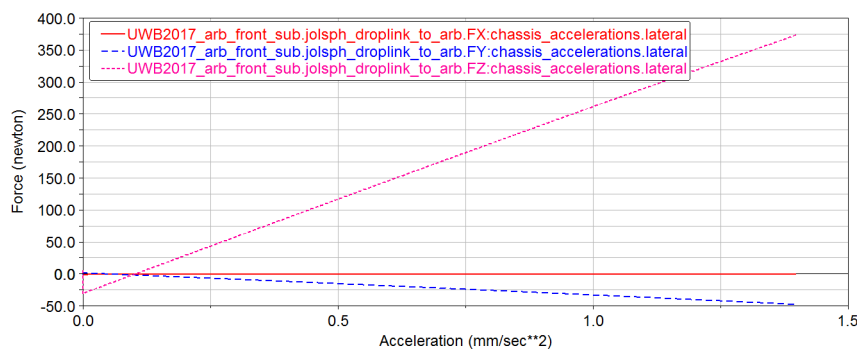
### Síly v nožích předního a zadního stabilizátoru

Síly působící v nožích stabilizátoru mají své působíště v místě středu sférických vazeb spojující nože a táhla stabilizátoru. Sférická vazba a orientace jejího lokálního souřadného systému jsou zobrazeny na obr. 6.8. Orientace souřadných os tohoto systému je pro sférické vazby předního i zadního stabilizátoru shodná s orientací globálního souřadného systému.



Obr. 6.8: Lokální souřadný systém sférické vazby předního stabilizátoru (vlevo) a zadního stabilizátoru (vpravo)

Skutečnost, že maximální síly působí ve stabilizátorech se zkrutnými tyčemi o nejvyšší torzní tuhosti, byla ověřena simulacemi. Proto byly zjištěny síly  $F_x$ ,  $F_y$  a  $F_z$  pouze ve stabilizátorech se zkrutnou tyčí č. 5, která má největší rozměry, a tudíž i nejvyšší torzní tuhost. Na obr. 6.9 je závislost sil působících v levém noži předního stabilizátoru na bočním zrychlení pro první jízdní stav.



Obr. 6.9: Závislost sil působících ve sférické vazbě předního stabilizátoru na bočním zrychlení ( $R = 9,125$  m,  $a_y = 1,4$  g)

		Levý nůž			Pravý nůž		
		$F_x$ [N]	$F_y$ [N]	$F_z$ [N]	$F_x$ [N]	$F_y$ [N]	$F_z$ [N]
Skid-Pad	Přední st.	$5,05 \cdot 10^{-4}$	-46,95	373,65	2,95	-36,03	-370,00
	Zadní st.	-469,45	-31,67	155,58	500,64	14,64	-174,26
Okruh	Přední st.	-0,91	-65,53	542,22	2,58	-52,74	-524,98
	Zadní st.	-643,68	-24,61	211,64	669,92	3,32	-238,22

Tab. 6.5: Síly působící v nožích

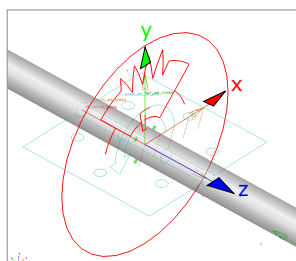
Podle tab. 6.5 působí maximální síla v levém noži předního stabilizátoru ve směru  $z$  a v pravém noži zadního stabilizátoru ve směru  $x$ . Dle obr. 6.8 směry působení maximálních sil odpovídají orientaci nožů v karoserii i následnému namáhání nožů na ohyb. Tyto silové účinky mají velikost

$$F_{max}^p = 542,22 \text{ N}, \quad (6.43)$$

$$F_{max}^z = 669,92 \text{ N}. \quad (6.44)$$

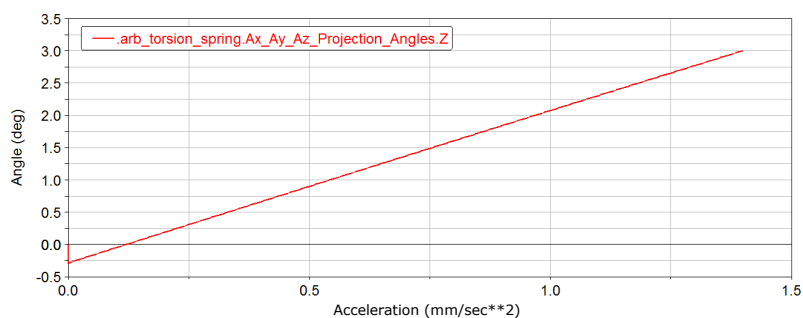
### Úhel natočení nožů

Úhel zkroucení zkrutné tyče stabilizátoru byl vyhodnocován v místě torzní pružiny. Protože ale chceme znát pouze natočení nože na jedné straně, budou hodnoty úhlů děleny dvěma.



Obr. 6.10: Torzní pružina stabilizátoru a její lokální souřadný systém

Na obr. 6.10 je vyznačen lokální souřadný systém torzní pružiny. Osa totožná s osou zkrutné tyče je osa  $z$ , bude tedy sledován úhel zkroucení kolem této osy. Velikost úhlu zkroucení byla zkoumána opět u tyče s nejvyšší torzní tuhostí, to znamená pouze u tyče č. 5. Na obr. 6.11 je průběh úhlu zkroucení předního stabilizátoru pro případ prvního jízdního stavu.



Obr. 6.11: Závislost úhlu zkroucení tyče na bočním zrychlení ( $R = 9,125 \text{ m}$ ,  $a_y = 1,4 \text{ g}$ )

	Úhel natočení $\varphi$ [°]	
	Přední stabilizátor	Zadní stabilizátor
<i>Skid-Pad</i>	1,50	-1,86
Okruh	2,16	-2,53

Tab. 6.6: Úhly natočení nožů

**Napětí ve zkrutných tyčích**

Z důvodu ověření, zda-li nebudou tyče stabilizátorů vystaveny namáhání, které by způsobilo trvalé deformace, bude stanoveno napětí v krutu působící v místě torzní pružiny obou stabilizátorů. Zkrutné tyče stabilizátorů jsou vyrobeny z oceli ČSN 15130.1, která má mez kluzu [17]

$$R_e = 443 \text{ MPa.} \quad (6.45)$$

Pro dovolené napětí v tahu platí

$$\sigma_{Dt} = \frac{R_e}{k}, \quad (6.46)$$

kde  $k$  je bezpečnost vztažená k mezi kluzu, jejíž hodnota byla zvolena a platí pro ni

$$k = 1,7. \quad (6.47)$$

Dovolené napětí v tahu je

$$\sigma_{Dt} = \frac{443}{1,7} = 260,59 \text{ MPa.} \quad (6.48)$$

Vztah mezi dovoleným napětím v tahu a dovoleným napětím v krutu pro houževnaté materiály je [18]

$$\tau_{Dk} \doteq 0,6 \sigma_{Dt}. \quad (6.49)$$

Pro dovolené napětí v krutu tedy platí

$$\tau_{Dk} = 156,35 \text{ MPa.} \quad (6.50)$$

Pevnostní podmínka je ve tvaru

$$|\tau_k| \leq \tau_{Dk}, \quad (6.51)$$

kde  $\tau_k$  je maximální hodnota napětí v krutu.

Bude ukázán výpočet maximálního napětí působícího na povrchu zkrutné tyče předního stabilizátoru pro případ testu *Skid Pad*. Ostatní hodnoty napětí budou uvedeny v tab. 6.7. Pro napětí působící na povrchu zkrutné tyče platí vztah

$$\tau_k = r \cdot \frac{M_k}{J_p} = r \cdot \frac{k_t \cdot \varphi}{J_p}, \quad (6.52)$$

kde  $r$  je poloměr tyče,  $M_k$  je kroučící moment a  $\varphi$  je úhel zkroucení tyče.

Polární moment průřezu  $J_p$  zkrutné tyče č. 5 je

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{32} (18^4 - 16^4) = 3872 \text{ mm}^4. \quad (6.53)$$

Poloměr tyče č. 5 je

$$r = \frac{D}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ mm.} \quad (6.54)$$

V předchozím případě byly hodnoty úhlů zkroucení děleny dvěma, aby byly zjištěny úhly natočení nožů. Nyní je ale potřeba znát úhly zkroucení celé tyče, proto budou uvažovány dvojnásobné hodnoty z tab. 6.6. Pro kroutící moment působící v tyči č. 5 platí

$$M_k = k_t \cdot \varphi = 10\,947,85 \cdot 3 = 32\,843,55 \text{ N mm.} \quad (6.55)$$

Napětí působící na povrchu tyče je

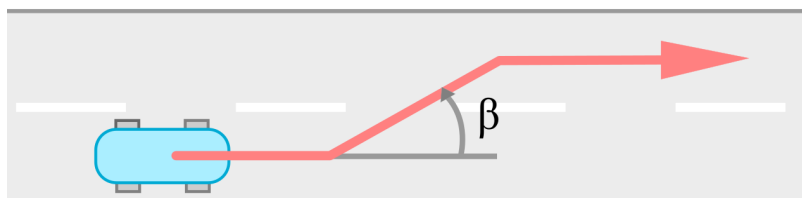
$$\tau_k = r \cdot \frac{k_t \cdot \varphi}{J_p} = 9 \cdot \frac{32\,843,55}{3872} = 76,34 \text{ MPa.} \quad (6.56)$$

	Napětí $ \tau_k $ [MPa]	
	Přední stabilizátor	Zadní stabilizátor
<i>Skid-Pad</i>	76,34	105,18
Okruh	109,93	143,07

Tab. 6.7: Napětí působící na povrchu zkrutných tyčí

Všechny hodnoty napětí v tab. 6.7 jsou menší než dovolené napětí  $\tau_{Dk}$ , tudíž je pevnostní podmínka (6.51) splněna.

### 6.3.4 Změna jízdního pruhu

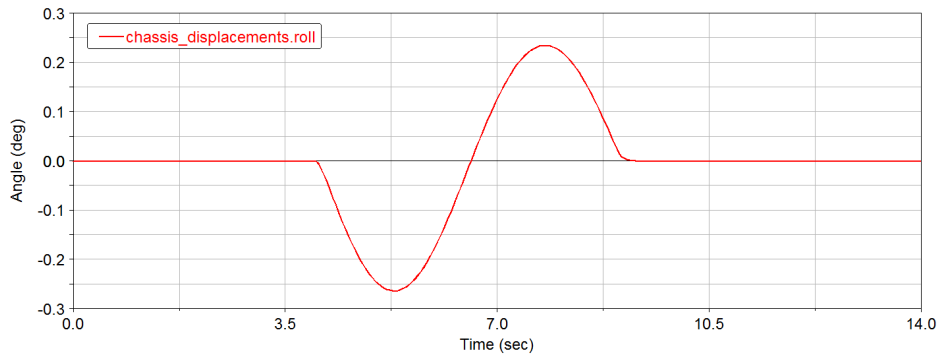


Obr. 6.12: Schéma simulace *Single Lane Change*

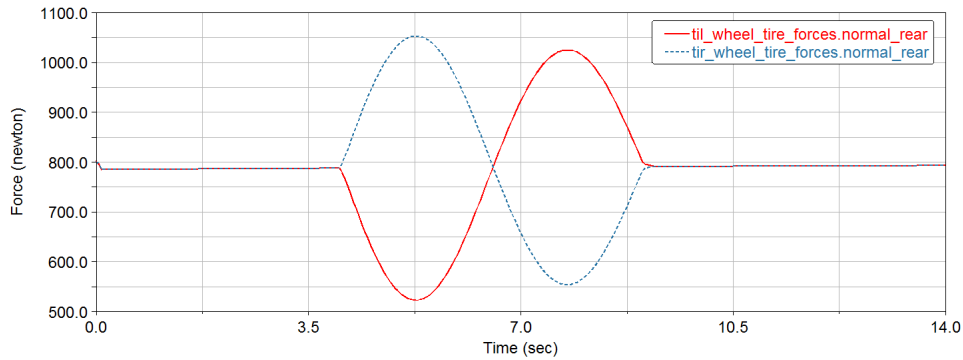
*Single Lane Change* je typ předdefinované simulace modulu ADAMS/Car, během které vozidlo přejíždí do vedlejšího jízdního pruhu. Schéma této simulace je zobrazeno na obr. 6.12. V parametrech simulace se kromě délky trvání a počtu kroků simulace nastavuje rychlost vozidla, úhel natočení volantu a časová délka manévru změny pruhu. Formule měla přední a zadní stabilizátor se zkrutnou tyčí č. 5. Byly vyhodnoceny průběhy normálových sil v pneumatikách a klopení karoserie pro následující parametry:

- Rychlost formule:  $v = 80 \text{ km/h}$
- Úhel natočení volantu:  $\beta = 5^\circ$
- Délka trvání manévru:  $t = 5 \text{ s}$





Obr. 6.13: Závislost klopení  $\psi$  na čase



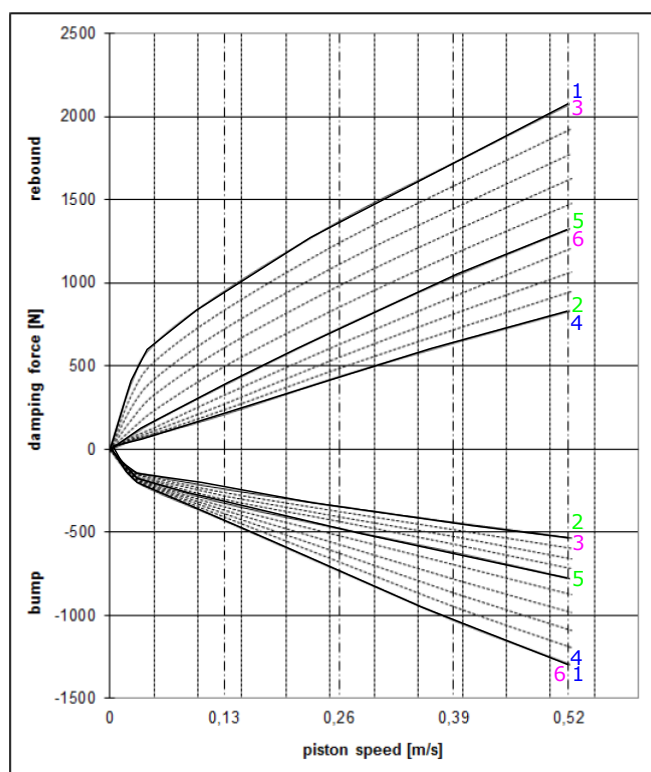
Obr. 6.14: Závislost normálových sil působících v levé (červená křivka) a pravé (modrá přivka) zadní pneumatice na čase

Na počátku manévru (v cca 4. vteřině simulace), kdy formule mírně zatočí doleva, dochází k odlehčování pneumatik na levé straně vozidla a k přitěžování pneumatik na straně pravé. V druhé části manévru, kdy se formule zařazuje do vedlejšího pruhu a zatáčí mírně doprava, dochází k posunu těžiště formule na opačnou stranu a tím i k odlehčení pneumatik na pravé straně. Na konci manévru jsou normálové síly působící v levé a pravé pneumatice opět totožné.

### Návrh tlumičů

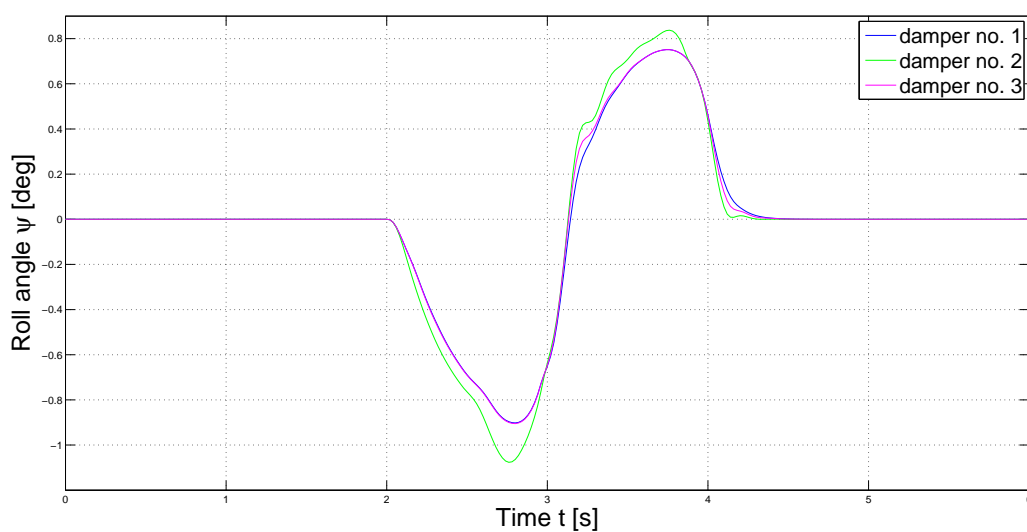
Na základě tlumicích charakteristik číselně vyznačených na obr. 6.15 bylo vytvořeno šest různých *property files*, které byly přiřazovány tlumičům přední a zadní nápravy. Tlumiče byly postupně testovány na simulaci změny jízdního pruhu, během níž byl vyhodnocován časový průběh klopení karoserie. Simulace byla nastavena tak, aby byl vliv tlumičů patrný. Parametry simulace jsou následující:

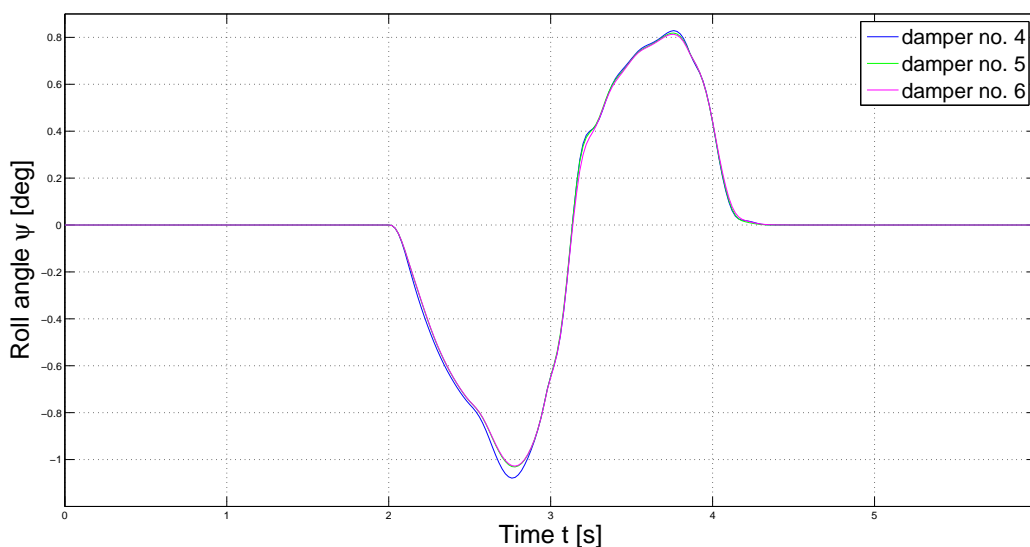
- Rychlost formule:  $v = 100$  km/h
- Úhel natočení volantů:  $\beta = 10^\circ$
- Délka trvání manévru:  $t = 2$  s



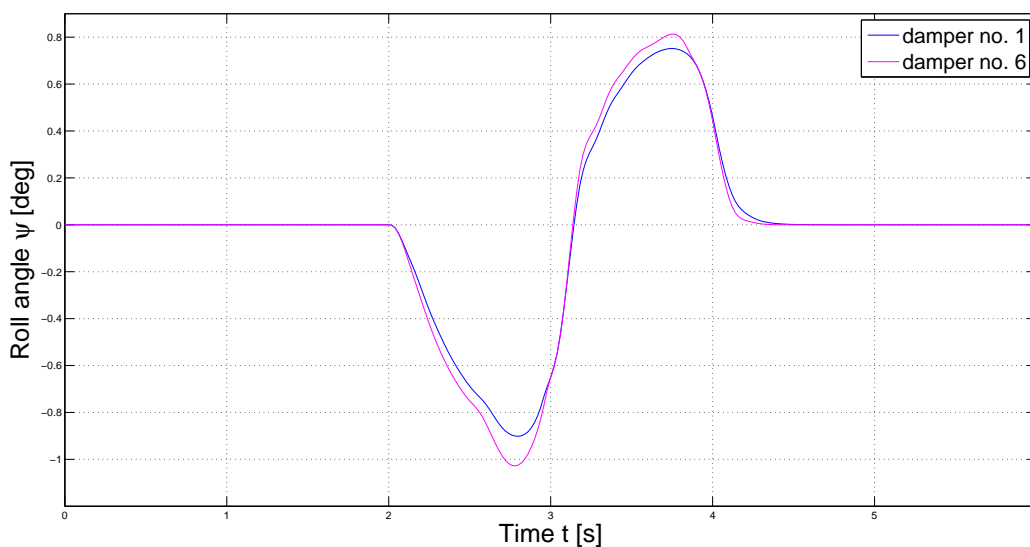
Obr. 6.15: Verze tlumicích charakteristik

Barvy čísel na obr. 6.15 jsou analogické s barvami průběhů na obr. 6.16 a obr. 6.17. Na obr. 6.16 jsou časové závislosti klopení pro tlumiče č. 1, 2 a 3. Na základě tohoto grafu lze tvrdit, že jsou tlumiče č. 1 nejlepší. Formule se naklápí nejméně a klopení má nejplynulejší průběh. To samé platí pro tlumič č. 6 v případě srovnání tlumičů č. 4, 5 a 6 na obr. 6.17.

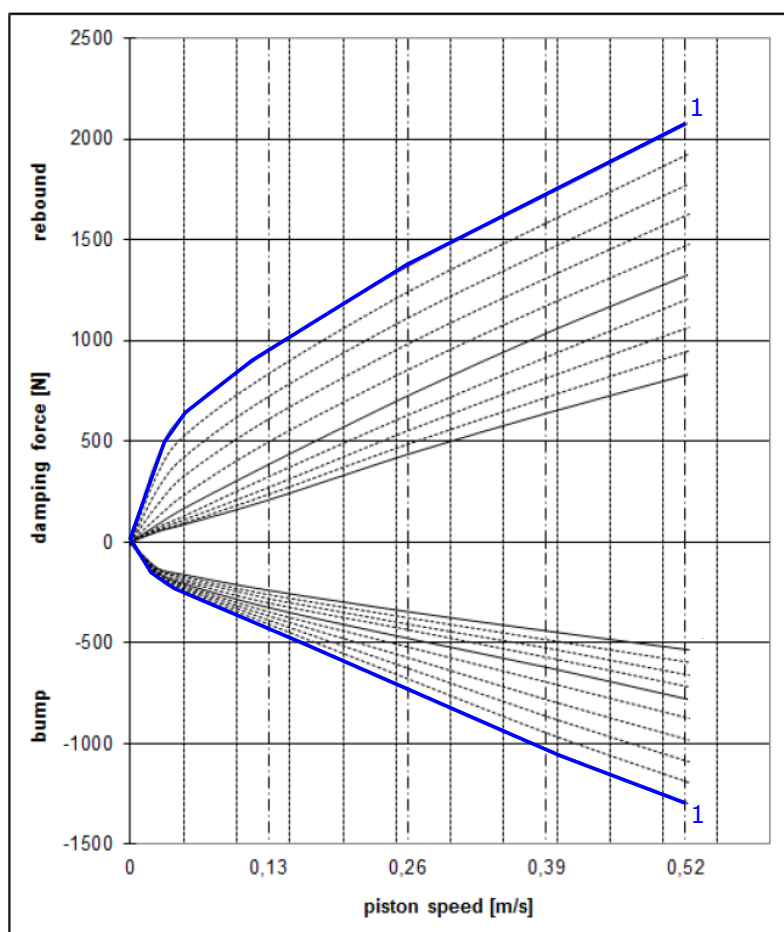
Obr. 6.16: Závislost klopení  $\psi$  na čase (tlumiče č. 1, 2 a 3)

Obr. 6.17: Závislost klopení  $\psi$  na čase (tlumiče č. 4, 5 a 6)

Protože byly tlumiče č. 1 a 6 vyhodnoceny jako nejlepší, je na místě provést srovnání klopení pro tyto dva tlumiče. Časové závislosti klopení pro tlumiče č. 1 a 6 jsou na obr. 6.18.

Obr. 6.18: Srovnání časové závislosti klopení  $\psi$  pro tlumiče č. 1 a 6

Podle grafu na obr. 6.18 lze s jistotou říci, že mají nápravy s tlumiči č. 1 nejlepší tlumicí vlastnosti. Jak extrémní hodnoty klopení, tak samotný průběh klopení jsou vzhledem k ostatním tlumičům jednoznačně neoptimalnější. Tlumicí charakteristika tlumiče č. 1 je zobrazena na obr. 6.19 a popsána v tab. 6.8.



Obr. 6.19: Charakteristika tlumiče č. 1

Rychlost [mm/s]	Síla [N]
-520	-1300
-425	-1100
-300	-800
-160	-500
-30	-200
0	0
40	580
140	1000
310	1500
490	2000
520	2100

Tab. 6.8: Charakteristika tlumiče č. 1 použitého v modelu formule

## 7 Závěr

Problematika modelování pneumatik je v současné době velmi aktuální téma. Pneumatiky jako jediné zajišťují spojení vozidla s vozovkou, a proto velmi významně ovlivňují dynamické vlastnosti vozidla. Pneumatiky nesou zátěž celého vozidla, pohlcují nárazy způsobené nerovnostmi na vozovce, zajišťují stabilitu vozidla, přenáší výkon a hlavně zajišťují přenos silových účinků na vozovku.

Model pneumatik *Pacejka Magic Formula*, jehož výstupem jsou síly a momenty působící na pneumatiku, je výjimečný tím, že využívá jen dvě obecné formy vztahu, které je možné aplikovat na hlavní silové účinky ovlivňující stabilitu vozidla. Jeho další předností oproti ostatním modelům je přímé využití experimentálních dat. Díky tomu lze model *Pacejka Magic Formula* považovat za model velmi blízký realitě.

Identifikace neznámých parametrů modelu *Pacejka Magic Formula* byla provedena ve výpočtovém prostředí MATLAB a následně pomocí nástroje Tire Data and Fitting Tool. V obou případech bylo dosaženo velmi uspokojivých výsledků pro obvodovou sílu  $F_x$  i pro boční sílu  $F_y$ . U některých jízdních stavů se nepodařilo přesně naladit vratný moment  $M_z$ . Větší odchylky optimalizovaných křivek vratného momentu  $M_z$  od křivek z experimentů byly zaznamenány jak po použití funkce *fmincon* v MATLABu, tak po optimalizaci pomocí Tire Data and Fitting Tool.

S modelem formule Student, vytvořeným v modulu ADAMS/Car, byly realizovány simulace, které příslušely dynamickým testům soutěže Formula SAE. Simulace byly zaměřeny na tzv. *Skid-Pad* test. Bylo zjišťováno klopení karoserie při průjezdu zatáčkami o různých rychlostech. Další část simulací byla věnována určení maximálních sil působících v nožích stabilizátorů a úhlu natočení nožů. Výsledky byly poté předány týmu formule Student ZČU. S modelem formule byly také provedeny simulace změny jízdního pruhu (*Single Lane Change*), během nichž bylo vyhodnoceno klopení a vertikální síly působící v pneumatikách. Pomocí této simulace byly navrženy tlumiče.

Na základě výše uvedeného je zřejmé, že byly cíle práce splněny. V budoucnu může být tato práce dále rozšířena. Cílem je doplnění modelu pneumatik *Pacejka Magic Formula* o kombinovaný smyk (*combined slip*), který nastává tehdy, jsou-li úhel skluzu  $\alpha$  a koeficient skluzu  $\kappa$  nenulové (tzn. během prudkého brzdění/akcelerace vozidla při průjezdu zatáčkou). Model může být dále zpřesněn o tzv. přechodové chování pneumatiky (*transient behaviour*), které dokáže postihnout odlišné vlastnosti pneumatiky při velmi malých rychlostech vozidla např. při parkování. Dále je možné se podrobněji zaměřit na využití nástroje Tire Data and Fitting Tool, pomocí něhož lze identifikovat více parametrů souvisejících s pneumatikami než bylo v rámci této práce prezentováno.

# Literatura

- [1] VLK, František, 2003. *Dynamika motorových vozidel*. Brno: Prof. Ing. František Vlk, DrSc., nakladatelství a vydavatelství
- [2] VLK, František, 2006. *Podvozky motorových vozidel*. Brno: Prof. Ing. František Vlk, DrSc., nakladatelství a vydavatelství
- [3] MILLIKEN, W. F., MILLIKEN, D. L., 1995. *Race car vehicle dynamics*. SAE, Warrendale
- [4] Standardy Formula SAE ([www.fsaeonline.com](http://www.fsaeonline.com))
- [5] Dokumentace a manuály k programu MSC.ADAMS
- [6] McCONVILLE, James B., McGRATH, Joseph F., 1998. *Introduction to ADAMS Theory*. Michigan: Mechanical Dynamics, Inc.
- [7] PACEJKA, Hans B., 2006. *Tire and Vehicle Dynamics*. The Netherlands: Delft University of Technology, SAE International
- [8] [www.ceskepneu.cz](http://www.ceskepneu.cz)
- [9] SMITH, Nicholas D., 2004. *Understanding Parametres Influencing Tire Modeling*. Colorado: Department of Mechanical Engineering, Colorado State University
- [10] LAVICKÝ, Ondřej, 2008. *Výpočtové metody deformačně-napěťových stavů pneumatiky*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
- [11] JEŘÁBEK, Miroslav, 2011. *Modely a charakteristiky pneumatik*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství
- [12] KUIPER E., VAN OOSTEN J. J. M., 2007. *The PAC2002 advanced handling tire model*. The Netherlands: MSC Software Benelux B.V., Publisher Taylor & Francis
- [13] [www.autolexicon.net](http://www.autolexicon.net)
- [14] KLEMSA, Tomáš, 2011. *Návrh a výpočtové modelování stabilizátoru trolejbusu*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky
- [15] Dokumentace k experimentálnímu měření
- [16] BULÍN, Radek, 2011. *Optimalizace pomocí částicových hejn v problémech mechaniky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky

## LITERATURA

---

- [17] Dokumentace k výrobním materiálům závodního vozu formule Student
- [18] MRŇÁK, Ladislav, DRDLA, Alexander, 1980. *Mechanika: Pružnost a pevnost*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury