Oponentský posudek disertační práce

RNDr. Jonáše Volka

Partial dynamic equations on discrete spatial domains.

Předložená disertace se zabývá parciálními dynamickými rovnicemi s diskrétní prostorovou proměnnou, zatímco časová proměnná může být spojitá i diskrétní.

Práce byla předložena ve formě souboru 6ti publikovaných prací, který byl doplněn podrobným komentářem o rozsahu cca 70ti stran.

Komentář je rozdělen do šesti kapitol. Kapitola 1 obsahuje podrobný a velmi poučený úvod do problematiky bohatě ilustrovaný i historickými poznámkami. Na modelových úlohách jsou tu vyloženy základní vlastnosti studovaných úloh a souvislosti spojitých modelů s různými formami modelů diskrétních resp. částečně diskrétních.

Další dvě kapitoly jsou věnovány rovnicím odvozeným z principu zachování, tj. rovnicím transportním a reakčně difuzním. Pro oba typy úloh autor uvádí nejprve stručný přehled klasické teorie. Pro lineární transportní rovnice je odvozen explicitní tvar řešení semidiskrétních, diskrétních rovnic i dynamických rovnic a dokázány věty o zachování znaménka resp. integrálu resp. součtu pro řešení takových úloh. Hlavním výsledkem pro nelineární semidiskrétní transportní rovnice je princip maxima, jehož pomocí jsou pak odvozeny věty o globální existenci a jednoznačnosti řešení. Také pro reakčně difuzní rovnici na mřížkách a dynamickou reakčně difuzní rovnici na nekonečných oblastech jsou dokázány principy maxima a vyšetřena existence a jednoznačnost řešení. Konečně, pozornost je věnována i implicitní diskretizaci a aplikacím na rovnice s kubickou nelinearitou. Ve čtvrté kapitole je metodika z předchozích kapitol aplikována na stacionární problémy. Jsou tu zejména odvozeny existenční věty pro diskrétní Neumannovu resp. periodickou úlohu splňující Landesmanovy-Lazerovy podmínky. V poslední kapitole jsou shrnuty některé stále otevřené problémy a náměty pro další směry výzkumu.

Práce obsažené v předloženém souboru byly vesměs publikovány v renomovaných odborných časopisech a tedy je zřejmé, že byly podrobeny důkladnému recenznímu řízení. V komentáři (natož pak samotných článcích) jsem nenalezl žádnou podstatnou chybu.

Mé připomínky jsou vesměs ryze formálního charakteru:

- $[2_4((1.1)), 3^{10}, 3_2]$ Ve výčtech pro hodnoty t by se mělo začít s $t = 0$.
- $[4^3]$ "has" $\rightarrow$ "have".

- [4_9] "influence of the environment"
- [6^{14-15}] Poznámka v závorce není na první pohled příliš srozumitelná.
- [6^{21}] Zde by se hodilo připomenout definici stability periodického řešení.
- [19_7] Zde by se hodilo připomenout definici lokálně ohraničeného řešení a případně zdůvodnit zda je zde omezení se na taková řešení důležité.
- [25^{11}] Vzhledem k tomu, že v v (2.15) je skalární funkce, bude tu překlep. Mělo by tu být $g : \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
- [56_{10}] Poněkud žertovné je zde použití pojmu "completely continuous".

Podle mých vědomostí byl podíl disertanta na pracech se spoluautory (P.Stehlík, A. Slavík) podstatný, tj. rovnocenný. Nicméně předpokládám, že bude k dispozici prohlášení spoluautorů o jeho příspěvku.

Při obhajobě mě budou zajímat odpovědi na následující otázky:

- Je omezení se na lokálně ohraničená řešení v případě úlohy (2.3) podstatné?
- Nebylo by možno přistupovat ke stacionárním periodickým resp. Neumannovým diskrétním úlohám tak, že bychom odečetli u od levé i pravé strany. Nedostali bychom tak algebraickou representaci s regulární maticí A ?
- Ve kterém z problémů zmíněných v kapitole 5 došlo mezitím k nějakému pokroku?

Předložená disertace je vynikajícím příspěvkem k teorii parciálních dynamických systémů. Důkazy byly provedeny pečlivě a důmyslně. Většina z nich vyžadovala velmi jemné a přesné úvahy. Výsledky v práci obsažené posouvají významně znalost problematiky v mezinárodním měřítku. Předložená práce podle mne plně vyhovuje požadavkům obvykle kladeným na PhD disertace a **doporučuji tudíž disertační práci RNDr. Jonáše Volka k obhajobě.**

M. Tvrdý

V Praze 14. 3. 2017

doc. RNDr. Milan Tvrdý, CSc.
oponent

POSUDEK OPONENTA DISERTAČNÍ PRÁCE

Autor práce: Jonáš Volek (FAV ZČU)
Název práce: Parciální dynamické rovnice na diskrétních prostorových oblastech
Vedoucí práce: Petr Stehlík (FAV ZČU), Pavel Drábek (FAV ZČU)
Oponent práce: Pavel Řehák (MÚ AVČR, FSI VUT)

Disertační práce Jonáše Volka čerpá zejména ze šesti článků, které převážně vytvořil v průběhu jeho doktorského studia; jeden z nich byl publikován již předtím. U dvou článků je jediným autorem, ostatní jsou společným dílem s vedoucím P. Stehlíkem, příp. s A. Slavíkem. Vyjma jednoho společného článku, který je v recenzním řízení, jsou všechny práce již publikovány, a to v solidních časopisech.

Ústředním tématem je studium objektů, které lze vesměs zahrnout pod pojem parciální dynamické rovnice na oblastech s diskrétní prostorovou proměnnou, přičemž časová proměnná může být spojitá, diskrétní či časově-škálová ve smyslu Hilgera.

Práce má dvě hlavní části. První část začíná zdařilým historickým přehledem, který si (poměrně široce) všímá zejména úlohy diferenčních a diferenciálních rovnic při modelování reálných jevů, ale též nástrojů pro vyšetřování jejich kvalitativních vlastností. Přehled je koncipován s ohledem na studované problémy, které jsou náplní dalších kapitol první části. Zejména jde o lineární příp. nelineární transportní rovnici (formule pro řešení, zachování znaménka či integrálu, principy maxima, existence, jednoznačnost, spojitá závislost), reakčně difúzní rovnice na mřížkách (principy maxima, existence, jednoznačnost, spojitá závislost vzhledem k výběru časové škály) a jisté diskrétní stacionární problémy, které lze formulovat jako algebraický systém; tyto zahrnují i diferenční rovnice na grafech. Poslední kapitola první části naznačuje některé směry pro budoucí výzkum. Druhá část sestává z originálních verzí výše zmíněných šesti článků, kde lze nalézt zejména technické detaily.

Práce je napsána slušnou angličtinou, čtivě a svižně, dobře se v ní orientuje. Je hutná tak akorát. Nic výrazně nechybí ani nepřebývá. Je přítomna motivace, čtenář je upozorněn na záludnosti a důležité momenty, je učiněno srovnání s existujícími výsledky. Člověka při čtení napadají přirozené otázky, na které často vzápětí nalézá v textu odpovědi. Dosažené výsledky jsou zajímavé, užitečné a vysoce netriviální (přinejmenším už jen tím, že se snaží hledat nové přístupy a/nebo prozkoumávat nové oblasti).

Na předloženém textu a odvedené práci autora oceňuji zejména snahu o systematický přístup, rozmanitost použitých metod, poukázání na důležitou roli zrnitosti časové škály, nalézání souvislostí s dalšími matematickými partiemi (jako např. stochastické procesy) a srozumitelný způsob výkladu.

Z textu je zřejmé, že se autor s jistotou pohybuje v poměrně rozsáhlých oblastech, které bylo potřeba pro tento výzkum nastudovat (jde zejména o partie z obyčejných i parciálních diferenciálních rovnic a diferenčních rovnic, o teorii časových škál, okrajové úlohy, nelineární analýzu atd.), dobře zvládá práci na jejich „pomezí" a je schopen vidět a odvozovat nové souvislosti.

Detailní komentáře

Prakticky v každé práci se vyskytují chyby a nedokonalosti. Ovšem v případě předložené disertační práce je toto pravidlo téměř porušeno. Výběr těch pár drobných nedokonalostí, překlepů, či nejasností, které jsem našel, je součástí níže uvedeného odstavce věnovaného konkrétním poznámkám. V nich uvádím i poznámky neutrálního rázu, či dotazy — některé mohou být chápány jako náměty do diskuse. U obhajoby není třeba reagovat na vše. Stačí, učiní-li uchazeč rozumný výběr.

∘ Při čtení historického exkurzu v první kapitole mne napadla mimo jiné i kritická myšlenka, že takto široce pojaté pojednání nemá v odborné práci tohoto typu co dělat, i když obecně jsem příznivcem motivačních úvah a různých přehledů. S dalším čtením mi ovšem úvodní kapitola začala dávat dobrý smysl a nakonec ji takto pojatou spíše vítám než odmítám.

∘ Na str. 5 se diskutuje odlišné chování řešení jisté diskretizace logistické rovnice ve srovnání s původní diferenciální rovnicí. Tato diskretizace však vznikla poněkud nestandardně. Totiž, že derivace byla nahrazena nikoliv diferencí, ale posunem. Jsou známy jiné diskrétní verze logistické rovnice, které mohou mít k původnímu spojitému protějšku blíž?

∘ 6^{25}: exist $\to$ exists.

∘ Ví se, ve kterých pracech se poprvé diskutovala souvislost diskrétních či semidiskrétních PDR se stochastickými pojmy?

∘ Raději bych se vyhnul (či ji nějak modifikoval) zkratce LDE, která je obvykle vymezená pro lineární DR.

∘ 8^{13}: $u(x-1) \to u(x-1,t)$.

∘ 8_{12}: Uvažuje se v literatuře i případ $\notin \ell^\infty$?

∘ str. 9 nahoře: „Spojujeme" 0 a 1. Tedy asi jisté typy ekvilibrií, které však silně závisí na nelinearitě. Kterou z nelinearit zde vlastně uvažujeme?

∘ 9^9: a priory $\to$ a priori (stejně na dalších třech místech).

∘ str. 21-22: Lze něco rozumného říct i v případě, kdy podmínka regresivity není splněna?

∘ str. 26, spojitá závislost: Jak dopadne srovnání s (existujícím?) spojitým případem?

∘ str. 31: Je možné, že jiné (avšak stále ještě smysluplné) diskrétní verze by se chovaly „rozumněji" (ve smyslu platnosti principu maxima)?

∘ str. 36, uprostřed: Lze nějak „populárně" popsat, čím je způsobena nejednoznačnost?

∘ 37_9: a $\to$ and.

∘ 38^1: Která verze principu maxima se zde má na mysli?

∘ Uvažuje se v literatuře i diskretizace RDE $(D(u)u_x)_x = \ldots$ s degenerovaným difúzním členem (tento model je důležitý v aplikacích), zejména tedy $D(0) = 0$?

∘ 39_{15}: Co je R?

∘ Věta 3.23: Poslednímu tvrzení asi nerozumím. Říká, že za uvedených předpokladů má počáteční podmínka nutně tvar konstantní posloupnosti (přičemž vycházíme z počáteční podmínky v obecném tvaru)?

o např. rovnice v (3.16): Umí se ztransformovat diskretizační kroky v obou proměnných na 1?

o 41_{10}: Jak je definován výraz $\|L\|_{\mathcal{L}(\ell^2)}$?

o 41_1: Proč je zde odkazováno na Lemma 3.5? Lemma 3.1 by nestačilo?

o Tabulka 3.1: Předpokládá se, že pro některé z otazníků by byl nalezen protipříklad?

o str. 49, uprostřed: V jakém smyslu je myšlen poměrně vágní výraz „corresponds" v popisu vztahů mezi různými formulacemi problémů?

o 50^5: φ_1 zde není specifikováno.

o Jak se zavádí pojem traveling wave řešení pro RD rovnice obecnějšího typu než semidiskrétní?

o Existují v literatuře výsledky pro (semi)diskrétní RD rovnice, kde je odvozena prahová hodnota rychlosti (ve smyslu hranice pro existenci či neexistenci traveling wave řešení)?

o Překlepy ve [44] na str. 65 a v [62] na str. 66.

Závěr

Měl jsem možnost vidět několik prezentací Jonáše Volka na mezinárodních konferencích. Vždy šlo o pečlivě připravené a srozumitelně podané příspěvky, které leckdy předčily i přednášky zkušených plenárníků.

Ze všech vědeckých ale i didaktických aktivit Jonáše Volka, které jsem schopen posoudit, mi vyplývá, že jde o člověka, který matematiku dělá nejen dobře, ale i s radostí, pokorou a zdravým kritickým přístupem. Pokud by takoví lidé neměli obdržet titul Ph.D., pak už nevím kdo.

Jeho disertace patří do nadprůměru všech disertačních prací (a to včetně zahraničních), které jsem měl možnost přečíst.

Vzhledem k výše uvedenému rád **doporučuji** posuzovanou dizertační práci k obhajobě. Rovněž **doporučuji**, aby byl RNDr. Jonáši Volkovi udělen titul Ph.D. v oboru Aplikovaná matematika.

Pavel Řehák

V Brně, 5. 1. 2017

Pavel Řehák (oponent)