

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA STROJNÍ

Studijní program: B2301 Strojní inženýrství

Studijní zaměření: Stavba energetických strojů a zařízení

BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Experimentální turbíny pro výzkum sekundárního proudění

Autor: **Adam Lejsek**

Vedoucí práce: **Ing. Marek Klimko**

Akademický rok 2016/2017

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Adam LEJSEK**

Osobní číslo: **S14B0174P**

Studijní program: **B2301 Strojní inženýrství**

Studijní obor: **Stavba energetických strojů a zařízení**

Název tématu: **Experimentální turbíny pro výzkum sekundárního proudění**

Zadávací katedra: **Katedra energetických strojů a zařízení**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Máte za úkol provést:

1. Rešerši týkající se experimentálního výzkumu sekundárního proudění se zaměřením na pokusné vzduchové turbíny v Evropě (i ve světě).
2. Popis pracovišť a experimentálních turbín vyhledaných v rámci rešerše.
3. Rozbor několika zajímavých článků publikovaných těmito pracovišti.
4. Analytický výpočet kritických otáček rotoru vzduchové turbíny VT-400.

Rešerše týkající se experimentálního výzkumu sekundárního proudění se zaměřením na pokusné vzduchové turbíny v Evropě i ve světě by měla obsahovat základní popis turbín, pracovišť, odkazy na zajímavé publikované články a rozbor několika z nich. Cílem praktické části je vykonat statickou a dynamickou analýzu rotoru turbíny VT-400, jejíž výsledkem bude analytický výpočet kritických otáček rotoru.

Rozsah grafických prací: výkresová dokumentace - dle potřeby

Rozsah kvalifikační práce: 30 - 40 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

- Dixon S. L., HALL C. A.: Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery, Burlington: Butterworth - Heinemann, 2010, 459 s., ISBN 978-1-85617-793-1
- Milčák P.: Vzduchová turbína VT400 - učební text, ZČU v Plzni, 2012
- Černoch S.: Strojně technická příručka, Nakladatelství technické literatury, Praha, 1977
- Nováková N.: Dynamické vlastnosti Lavalova rotoru - bakalářská práce, VUT v Brně, 2009

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Marek Klimko**
Centrum energetického výzkumu

Konzultant bakalářské práce: **Ing. Petr Milčák, Ph.D.**
Doosan Škoda Power

Datum zadání bakalářské práce: **17. října 2016**

Termín odevzdání bakalářské práce: **2. června 2017**



Doc. Ing. Milan Edl, Ph.D.
děkan



Dr. Ing. Jaroslav Synáč
vedoucí katedry

V Plzni dne 3. října 2016

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

V Plzni dne 1.6.2017

.....

podpis autora

Poděkování

Chtěl bych poděkovat Ing. Marku Klimkovi za odborné vedení práce a za poskytování rad a materiálních podkladů. Dále děkuji prof. Dr. Ing. Janu Dupalovi za jeho pomoc s praktickou částí bakalářské práce.

ANOTAČNÍ LIST BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

AUTOR	Příjmení Lejsek	Jméno Adam	
STUDIJNÍ OBOR	B2301 „Stavba energetických strojů a zařízení“		
VEDOUcí PRÁCE	Příjmení (včetně titulů) Ing. Klimko	Jméno Marek	
PRACOVIŠTĚ	ZČU - FST - KKE		
DRUH PRÁCE	DIPLLOMOVÁ	BAKALÁŘSKÁ	Nehodící se škrtněte
NÁZEV PRÁCE	Experimentální turbíny pro výzkum sekundárního proudění		

FAKULTA	strojní	KATEDRA	KKE	ROK ODEVZD.	2017
----------------	---------	----------------	-----	--------------------	------

POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

CELKEM	88	TEXTOVÁ ČÁST	88	GRAFICKÁ ČÁST	0
---------------	----	---------------------	----	----------------------	---

STRUČNÝ POPIS (MAX 10 ŘÁDEK) ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL POZNATKY A PŘÍNOSY	<p>Vypracovaná bakalářská práce je zaměřena na experimentální turbíny pro výzkum sekundárního proudění. Úvod je věnován základnímu popisu lopatkových strojů a axiálních turbín, jejich rozdělení, popisu průtočné části a stupně turbíny. Dále jsou popsány experimentální turbíny pro výzkum sekundárního proudění a přílehlá pracoviště. V dalších kapitolách je popsána a vyhodnocena statická a dynamická analýza rotoru turbíny VT-400, vedoucí k analytickému výpočtu kritických otáček rotoru.</p>
KLÍČOVÁ SLOVA ZPRAVIDLA JEDNOSLOVNÉ POJMY, KTERÉ VYSTIHUJÍ PODSTATU PRÁCE	<p>Lopatkové stroje, turbína, turbínový stupeň, sekundární proudění, experiment, kritické otáčky</p>

SUMMARY OF BACHELOR SHEET

AUTHOR	Surname Lejsek	Name Adam	
FIELD OF STUDY	B2301 “Design of Power Machines and Equipment“		
SUPERVISOR	Surname (Inclusive of Degrees) Ing. Klimko	Name Marek	
INSTITUTION	ZČU - FST - KKE		
TYPE OF WORK	DIPLOMA	BACHELOR	Delete when not applicable
TITLE OF THE WORK	Research of the Secondary Flow Using Experimental Turbines		

FACULTY	Mechanical Engineering	DEPARTMENT	Design of Power Machines	SUBMITTED IN	2017
----------------	------------------------	-------------------	--------------------------	---------------------	------

NUMBER OF PAGES (A4 and eq. A4)

TOTALLY	88	TEXT PART	88	GRAPHICAL PART	0
----------------	----	------------------	----	-----------------------	---

BRIEF DESCRIPTION TOPIC, GOAL, RESULTS AND CONTRIBUTIONS	<p>This Bachelor thesis is focused on the experimental turbines developed for the research of secondary flow. First of all, it focuses on turbomachines in general and then more specifically on axial turbines, how are they divided and how does the flow part and turbine stage work. After that, the thesis depicts the turbines used to study secondary flow and adjacent workplaces. In other chapters the thesis describes and evaluates static and dynamic analysis of the VT-400 turbine rotor. Finally, the analytical calculation of critical rotor revolutions is worked out.</p>
KEY WORDS	<p>Turbomachinery, turbines, turbine stage, secondary flow, experiment, critical revolutions</p>

Obsah

OBSAH	8
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK:	10
ÚVOD	14
1 LOPATKOVÉ STROJE	15
1.1 TRANSFORMACE ENERGIE V LOPATKOVÝCH STROJÍCH.....	15
1.2 ROZDĚLENÍ LOPATKOVÝCH STROJŮ.....	17
1.3 ZÁKLADNÍ ROVNICE LOPATKOVÝCH STROJŮ	18
1.3.1 Síla působící na lopatkovou mříž - Eulerova rovnice.....	18
1.3.2 Kroutící moment přenášený na rotor - zobecněná Eulerova rovnice.....	19
1.3.3 Obvodová práce.....	21
2 AXIÁLNÍ TURBÍNY	22
2.1 DĚLENÍ AXIÁLNÍCH TURBÍN	23
2.2 ZÁKLADNÍ PRINCIP PARNÍ TURBÍNY	24
2.3 TURBÍNOVÝ STUPEŇ.....	26
2.3.1 Rovnotlaký stupeň	26
2.3.2 Přetlakový stupeň.....	29
2.3.3 Curtisův stupeň.....	30
2.3.4 Porovnání jednotlivých typů stupňů	32
3 SEKUNDÁRNÍ PROUDĚNÍ	33
3.1 AINLEY A MATHIESON.....	35
3.2 DUNHAM A CAME.....	36
4 EXPERIMENTÁLNÍ PRACOVIŠTĚ PRO VÝZKUM SEKUNDÁRNÍHO PROUDĚNÍ	38
4.1 MINNESOTSKÁ UNIVERZITA	38
4.1.1 Analogie mezi tepelným a hmotnostním tokem.....	39
4.1.2 Experimentální zařízení	40
4.1.3 Postup experimentu.....	41
4.1.4 Testovací podmínky.....	42
4.1.5 Výsledky.....	43
4.1.5.1 Varianta s rozsáhlejší mezní vrstvou	46
4.1.5.2 Varianta s vyšším Reynoldsovým číslem	46
4.1.6 Závěry.....	46
4.2 SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVĚ.....	48
4.2.1 Experimentální zařízení	48
4.2.2 Postup experimentu.....	49
4.2.3 Výsledky.....	51
4.2.3.1 Průběh lokálních ztrát.....	52
4.2.3.2 Určení jednotlivých vírů	56
4.2.4 Závěry.....	57
4.3 POROVNÁNÍ ČTYŘ EVROPSKÝCH TUNELŮ	58
4.3.1 Experimentální zařízení	58
4.3.2 Porovnání výsledků.....	62
4.3.2.1 Vstupní oblast	62
4.3.2.2 Rozložení Machova čísla na povrchu lopatky.....	63

4.3.2.3 Základní tlak	64
4.3.2.4 Porovnání traverzování úplavu	65
4.3.3 Závěry	67
5 STATICKÁ ANALÝZA ROTORU VZDUCHOVÉ TURBÍNY VT-400	68
5.1 URČENÍ REAKCÍ V MÍSTECH ULOŽENÍ	70
5.2 VÝPOČET PRŮBĚHU SMYKOVÝCH SIL A OHYBOVÝCH MOMENTŮ	71
5.3 PRŮHYB	74
6 VÝPOČET KRITICKÝCH OTÁČEK ROTORU VZDUCHOVÉ TURBÍNY VT-400	75
6.1 KRITICKÉ OTÁČKY ROTORU	75
6.2 ANALYTICKÝ VÝPOČET KRITICKÝCH OTÁČEK	76
6.2.1 <i>Stručné odvození pohybové rovnice rotorového válcového konečného prvku</i>	76
6.2.2 <i>Modální analýza</i>	80
6.2.3 <i>Postup výpočtu</i>	82
6.2.4 <i>Výsledky modální analýzy</i>	83
ZÁVĚR	85
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	87

Seznam symbolů a zkratek:

Seznam symbolů:

Symbol	Název veličiny	Rozměr
a	součinitel teplotové vodivosti	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
a_t	měrná technická práce	$[J \cdot kg^{-1}]$
b	délka lopatky	$[m]$
B	šířka lopatkové sekce	$[m]$
\mathbf{B}	symetrická část matice tlumení	$[-]$
c	tětiva lopatky	$[m]$
c_a	absolutní rychlost	$[m \cdot s^{-1}]$
c_p	měrná tepelná kapacita	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
c_z	izoentropický součinitel vztlaku	$[-]$
d	průměr	$[m]$
$f(t)$	funkce buzení	$[-]$
F	síla	$[N]$
g	tíhové zrychlení	$[m \cdot s^{-2}]$
h	měrná entalpie	$[J \cdot kg^{-1}]$
H	hybnost	$[kg \cdot m \cdot s^{-1}]$
I_D	diametrický moment setrvačnosti	$[kg \cdot m^2]$
I_P	polární moment setrvačnosti	$[kg \cdot m^2]$
K	moment hybnosti	$[kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}]$
\mathbf{K}	matice tuhosti elementu	$[-]$
l	výška lopatky	$[m]$
l_u	obvodová práce	$[J \cdot kg^{-1}]$
l/c	štíhlost lopatky	$[-]$

m	hmotnost	[kg]
n	otáčky	[otáčky · min ⁻¹]
\mathbf{M}	matice hmotnosti elementu	[-]
Ma	Machovo číslo	[-]
M_o	ohybový moment	[N · m]
M_R	moment síly	[N · m]
n	počet břitů labyrintové ucpávky	[-]
p	statický tlak	[Pa]
p_0	celkový tlak	[Pa]
P	výkon	[W]
Pr	Prandtlovo číslo	[-]
q	měrné teplo	[J · kg ⁻¹]
r	poloměr	[m]
r_r	stupeň reakce	[-]
R	reakční síla	[N]
Re	Reynoldsovo číslo	[-]
s	rozteč	[m]
s/c	poměrná rozteč	[-]
S	plocha, průřez	[m ²]
Sc	Schmidtovo číslo	[-]
St	Stantonovo číslo	[-]
t	čas	[s]
T	teplota	[K]
u	obvodová rychlost	[m · s ⁻¹]
u_h	rychlostní profil	[m · s ⁻¹]

U	lokální rychlost proudění	$[m \cdot s^{-1}]$
U_{∞}	průměrná rychlost proudění	$[m \cdot s^{-1}]$
ν	nábojový poměr	$[-]$
V	objem	$[m^3]$
w	vstupní rychlost	$[m \cdot s^{-1}]$
w_a	měrná práce	$[J \cdot kg^{-1}]$
x	souřadnice x	$[m]$
y	souřadnice y	$[m]$
z	parametr aerodynamického zatížení	$[-]$
α	úhel náběhu proudu	$[^{\circ}]$
α_t	součinitel přestupu tepla	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
α_{∞}	úhel vztlakové síly	$[^{\circ}]$
β	úhel otočení proudu	$[^{\circ}]$
β_s	úhel lopatky vůči ose lopatkové řady	$[^{\circ}]$
γ	vzdálenost od stěny	$[m]$
δ	tloušťka mezní vrstvy	$[m]$
δ_e	ekvivalentní vůle	$[m]$
δ_r	radiální vůle	$[m]$
Δp	rozdíl tlaků	$[Pa]$
ζ	ztráty	$[-]$
η_{obv}	obvodová účinnost	$[-]$
η_{td}	termodynamická účinnost	$[-]$
λ	součinitel tepelné vodivosti	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$
ν	kinematická viskozita	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
ρ	hustota	$[kg \cdot m^{-3}]$

τ	smyková síla	[N]
φ	ztrátový součinitel	[-]
ψ	rychlostní ztrátový součinitel	[-]
ω	úhlová rychlost	[rad · s ⁻¹]
$\omega \mathbf{B}_t$	cirkulační matice tuhosti	[-]
$\omega \mathbf{G}$	matice gyroskopických účinků elementu	[-]

Seznam zkratk:

BS	Braunschweig
GO	Goettingen
OX	Oxfordská univerzita
RG	Rhode-St.-Genèse

Úvod

Převážná většina elektrické energie je v současnosti vytvářena pomocí turbín, především pomocí turbín parních. V dnešní době se parní turbíny využívají hlavně pro výrobu energie poháněním elektrických generátorů, ale také mohou sloužit jako pohon lodí, turbodmychadel a turbokompresorů, nebo jako točivá redukce pro snížení tlaku páry. Turbíny plynové pak našly využití nejen při výrobě elektrické energie, ale i v leteckém průmyslu, kde jsou důležitou součástí tryskových motorů.

Jedním z nejdůležitějších parametrů turbíny je její účinnost. V současnosti, kdy je kladen důraz na to, aby se neplýtvalo fosilními palivy, je každé procento, o které se účinnost zvýší, velice důležité. Jedno procento účinnosti navíc znamená o jedno procento méně spotřebovaného paliva a o jedno procento méně škodlivých plynů v ovzduší. Se zvyšováním účinnosti souvisí i výzkum proudění uvnitř turbíny. Toto proudění je nesmírně složité. Je viskózní, nestálé, stlačitelné a často i nadzvukové. Navíc i jeho geometrie je velice komplexní, a tak jsou k odhadnutí chování média v turbíně nezbytné numerické a experimentální metody.

Tato práce se zaměřuje na výzkum proudění experimentální cestou. Přesněji na výzkum proudění sekundárního, což je vedlejší druh proudění protékajícího turbínou. Hlavním cílem je popsat experimentální turbíny a přilehlá pracoviště pro výzkum tohoto proudění.

Úvodní kapitoly jsou věnovány základní teorii lopatkových strojů, jejich rozdělení a elementárním vztahům. Následuje stručný výklad k axiálním turbínám, zaměřující se převážně na turbínový stupeň.

Dále je vypracován krátký úvod k teorii sekundárního proudění a pak již následuje hlavní část celé práce. Tou je analýza odborných článků vedoucí k popisu experimentů, které zkoumají především chování sekundárního proudění v průtočné části turbíny. Popis zahrnuje i rozbor přilehlých pracovišť a podmínek při testování lopatkové řady. Na závěr jsou uvedeny výsledky jednotlivých experimentů.

V úplném závěru práce je vypracována statická a dynamická analýza rotoru vzduchové turbíny VT-400 vedoucí k analytickému vyšetření kritických otáček rotoru. Vzhledem ke složitosti analytického řešení této úlohy bylo třeba zavést zjednodušující předpoklady. Z toho plyne spíše orientační charakter výsledných hodnot.

1 Lopatkové stroje

Lopatkové stroje jsou využívány v mnoha různých odvětvích a mají velice rozsáhlé pole působnosti. Jejich hlavním účelem je většinou transformace energie, proto se mnoho z nich řadí mezi energetické stroje. Energie je vždy přenášena pomocí tekutiny, a proto se tyto stroje také nazývají tekutinové. [1]

Na rozdíl od objemových strojů, jejichž práce je přerušovaná, je transformace energie u lopatkových strojů kontinuální. Základním znakem lopatkových strojů jsou podstatné změny rychlosti pracovní látky, které jsou adekvátní změnám kinetické energie tekutiny při proudění kanály, vytvořenými zpravidla jako mezilopatkové prostory. Energie je přenášena z tekutiny na rotor (turbíny) nebo z rotoru na tekutinu (čerpadla, kompresory...). Proto se lopatkovým strojům často přezdívá turbostroje. [1]

1.1 Transformace energie v lopatkových strojích

V lopatkových strojích se vyskytují tři základní druhy energie.

- Hydraulická energie
 - přenášena tekutinou. Může být kinetická, tlaková, potenciální atd.
- Mechanická energie
 - spojena s pohybem nebo rotací těles a částí strojů.
- Tepelná energie
 - spojena se změnou teploty tekutiny, popř. se změnou její fáze, struktury.

Přeměnou těchto druhů energie z jedné na druhou konají lopatkové stroje práci. Podle přeměny energie dělíme stroje na hydraulické (pracovní látkou je kapalina) a tepelné (pracovní látkou jsou plyny a páry). [1]

Transformace u hydraulických strojů:

- hydraulická energie → mechanická energie - turbíny, motory
- mechanická energie → hydraulická energie - čerpadla

Transformace u tepelných strojů:

- tepelná energie → mechanická energie - turbíny, motory (vodní)
- mechanická energie → tepelná energie - kompresory, ventilátory

Lopatkové stroje se skládají z rotorové části (rotoru) a statorové části (statoru). Ve statoru se energie nemůže přivádět ani odvádět. Tudíž celková energie, resp. celková entalpie, tekutiny zůstává neměnnou. [1]

$$h_c = h + \frac{w^2}{2} = konst. \quad (1.1)$$

Vzájemně se však mění statická entalpie h a kinetická energie $\frac{w^2}{2}$.

- Při stlačování v kompresorech entalpie roste a kinetická energie klesá.
- Při expanzi v turbínách entalpie klesá a kinetická energie roste.

U hydraulických strojů se pracuje s měrnou energií, namísto s entalpií. Obě veličiny mají v zásadě stejný význam. [1]

V rotoru se mění celková energie tekutiny v energii přenesenou rotorem a naopak. Energie je přiváděna nebo odváděna rotorem. [1]

$$h_{c1} = h_1 + \frac{w_1^2}{2}, \quad h_{c2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}, \quad w_a = h_{c1} - h_{c2} \quad (1.2)$$

pro turbíny $w_a > 0$ - energie odvedená

pro kompresory $w_a < 0$ - energie přivedená

Kde: w_a - měrná práce

1.2 Rozdělení lopatkových strojů

Lopatkové stroje se podle způsobu využití energie dělí na [1]:

A. energie je přenášena na tekutinu

- bez skříně
 - ~ vrtule, větrná elektrárna
 - ~ lodní šroub
- se skříní
 - ~ čerpadla
 - ~ ventilátory
 - ~ kompresory

B. tekutina je užitá jako prostředek transformace energie

- ~ hydraulické spojky
- ~ měniče momentu

C. energie je odváděna z tekutiny

- turbíny
 - ~ rovnotlaké (akční)
 - ~ přetlakové (reakční)

Z hlediska proudění pracovního média vůči ose rotace se lopatkové stroje dělí na [1]:

- axiální
- radiální
- radiálně axiální
- diagonální
- tangenciální - pouze u vodních turbín (Peltonova turbína, Bánkiho turbína)

1.3 Základní rovnice lopatkových strojů

1.3.1 Síla působící na lopatkovou mříž - Eulerova rovnice

Při určování síly, kterou proud tekutiny působí na lopatkovou mříž, se využívá metody kontrolního objemu, na kterou se aplikují zákony [1]:

- zachování hmotnosti
- zachování hybnosti
- zachování energie

Vychází se z proudění v zakřiveném kanále, ve kterém kontrolní plochou S protéká určitý objem tekutiny V . Předpokládá se, že hranice tohoto objemu se posouvá stejnou rychlostí jako má tekutina. Podle věty o změně hybnosti je časová změna hybnosti rovna výslednicím vnějších sil \vec{R} (viz. rce. 1.3). [1]

$$\vec{R} = \frac{d\vec{H}}{d\tau} \quad (1.3)$$

Vnější síly, působící na tekutinu, mohou být hmotnostní (\vec{R}_h), či tlakové (\vec{R}_p) z okolní tekutiny, nebo síly působící od těles uvnitř či na hranici kontrolní plochy (\vec{R}_t). Výslednice \vec{R} vnějších sil je potom vektorovým součtem těchto sil (viz. rce. 1.4). [1]

$$\vec{R} = \vec{R}_h + \vec{R}_p + \vec{R}_t \quad (1.4)$$

Na element hmotnosti dm uvnitř kontrolního objemu, který se pohybuje rychlostí \vec{c}_a , působí síla $d\vec{R}$. Z Newtonova pohybového zákona poté platí rce. (1.5). [1]

$$d\vec{R} = \frac{d(d\vec{H})}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} (\vec{c}_a \cdot dm) \quad (1.5)$$

Integrací přes celý objem $V(\tau)$ dostaneme pro stacionární proudění tekutiny vztah:

$$\vec{R} = \frac{d\vec{H}}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int \vec{c}_a \cdot (\rho \cdot dV) = \int_{S(\tau)} \vec{c}_a \cdot \rho \cdot (\vec{c}_a \cdot d\vec{S}) \quad (1.6)$$

kde $d\vec{S}$ je vektor elementu kontrolní plochy, který má směr shodný se směrem normály ke kontrolní ploše. [1]

Výraz v rovnici (1.6) $\rho \cdot (\vec{c}_a \cdot d\vec{S})$ se rovná elementární změně hmotnosti dm . Ze stejné rovnice je výraz $\int_{S(\tau)} \vec{c}_a \cdot \rho \cdot (\vec{c}_a \cdot d\vec{S})$, který symbolizuje hybnost pracovní látky protékající přes kontrolní plochu za jednotku času, čili rozdíl hybnosti vystupující z kontrolní plochy a vstupující do kontrolní plochy. Díky těmto rovnostem se může rovnice (1.6) přepsat do tvaru rce (1.7 - níže). [1]

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \int_{S_2} \vec{c}_{a2} \cdot \rho_2 \cdot (\vec{c}_{a2} \cdot d\vec{S}_2) + \int_{S_1} \vec{c}_{a1} \cdot \rho_1 \cdot (\vec{c}_{a1} \cdot d\vec{S}_1) = \\ &= \int_{S_2} \vec{c}_{a2} \cdot dm_2 - \int_{S_1} \vec{c}_{a1} \cdot dm_1 = \vec{H}_2 - \vec{H}_1 \end{aligned} \quad (1.7)$$

kde: \vec{H}_1 - hybnost tekutiny vstupující do kontrolního objemu za jednotku času

\vec{H}_2 - hybnost tekutiny vystupující z kontrolního objemu za jednotku času

Podle principu akce a reakce působí na tělesa uvnitř nebo na hranici kontrolního objemu síla stejně velká jako síla \vec{R}_t , opačně orientovaná (viz. rce. 1.8). [1]

$$\vec{F} = -\vec{R}_t \quad (1.8)$$

Dosazením z rovnice (1.6) a (1.7) je výsledný vztah pro sílu působící na lopatkovou mříž [1]:

$$\vec{F} = -\vec{R} + \vec{R}_h + \vec{R}_p = \vec{H}_1 - \vec{H}_2 + \vec{R}_h + \vec{R}_p \quad (1.9)$$

1.3.2 Kroutící moment přenášený na rotor - zobecněná Eulerova rovnice

Pro případ, že jsou vstupní a výstupní průřezy kontrolního objemu na různých poloměrech, je třeba vycházet z momentů hybnosti. Poté platí rce. (1.10). [1]

$$dM_R = \frac{d^2K}{dt} \quad (1.10)$$

kde dM_R je moment, kterým rotor působí na tekutinu v elementárním kontrolním objemu

$\frac{d^2K}{dt}$ je změna momentu hybnosti elementárního kontrolního objemu za čas dt

Kroutící moment a momenty hybnosti se vztahují k ose rotace stroje a tudíž se do momentů hybnosti berou obvodové složky rychlostí s indexem u . Změna momentu hybnosti ve vstupním a výstupním průřezu za čas dt je:

$$d^2K_{1,2} = \rho_{1,2} \cdot (\vec{c}_{a1,2} \cdot d\vec{S}_{1,2}) \cdot r_{1,2} \cdot c_{au1,2} \cdot dt = dm_1 \cdot r_{1,2} \cdot c_{au1,2} \cdot dt \quad (1.11)$$

Změna momentu hybnosti elementárního kontrolního objemu je tedy:

$$d^2K = d^2K_2 - d^2K_1 = (r_2 \cdot c_{au2} - r_1 \cdot c_{au1}) \cdot dm \cdot dt \quad (1.12)$$

Po dosazení (1.12) do (1.10) vyjde moment, kterým rotor v kontrolním objemu působí na tekutinu:

$$dM_R = (r_2 \cdot c_{au2} - r_1 \cdot c_{au1}) \cdot dm \quad (1.13)$$

Moment, kterým tekutina uvnitř kontrolního objemu působí na rotor je poté opačný (viz. rce. 1.14). [1]

$$dM_K = -dM_R = (r_1 \cdot c_{au1} - r_2 \cdot c_{au2}) \cdot dm \quad (1.14)$$

Pro vyrovnanou rychlost na vstupu a na výstupu z lopatkové mříže má zobecněná Eulerova rovnice tvar:

$$M_K = (r_1 \cdot c_{au1} - r_2 \cdot c_{au2}) \cdot m \quad (1.15)$$

Pro proudění v axiálních lopatkových strojích (válcové plochy) platí:

- $r_1 = r_2 = r$
- $u_1 = u_2 = u$
- $c_{au1} - c_{au2} = w_{u1} - w_{u2}$
- $c_{au1,2} = w_{u1,2} + u_{1,2} = w_{u1,2} + r_{1,2} \cdot \omega$

Po zavedení do rovnice (1.15) vyjde kroutící moment [1]:

$$dM_K = [r_1 \cdot w_{u1} - r_2 \cdot w_{u2} + \omega \cdot (r_1^2 - r_2^2)] \quad (1.16)$$

1.3.3 Obvodová práce

Výkon na hřídeli stroje je:

$$\begin{aligned} dP &= \omega \cdot dM_K = (u_1 \cdot c_{au1} - u_2 \cdot c_{au2}) \cdot dm = \\ &= (u_1 \cdot w_{u1} - u_2 \cdot w_{u2} + u_1^2 - u_2^2) \cdot dm \end{aligned} \quad (1.17)$$

Práce vykonána ve stupni lopatkového stroje jednotkovým množstvím pracovní látky, tzv. obvodová práce je znázorněna na rovnici (1.18). [1]

$$l_u = \frac{dP}{dm} = u_1 \cdot c_{au1} - u_2 \cdot c_{au2} = u_1 \cdot w_{u1} - u_2 \cdot w_{u2} + u_1^2 - u_2^2 \quad (1.18)$$

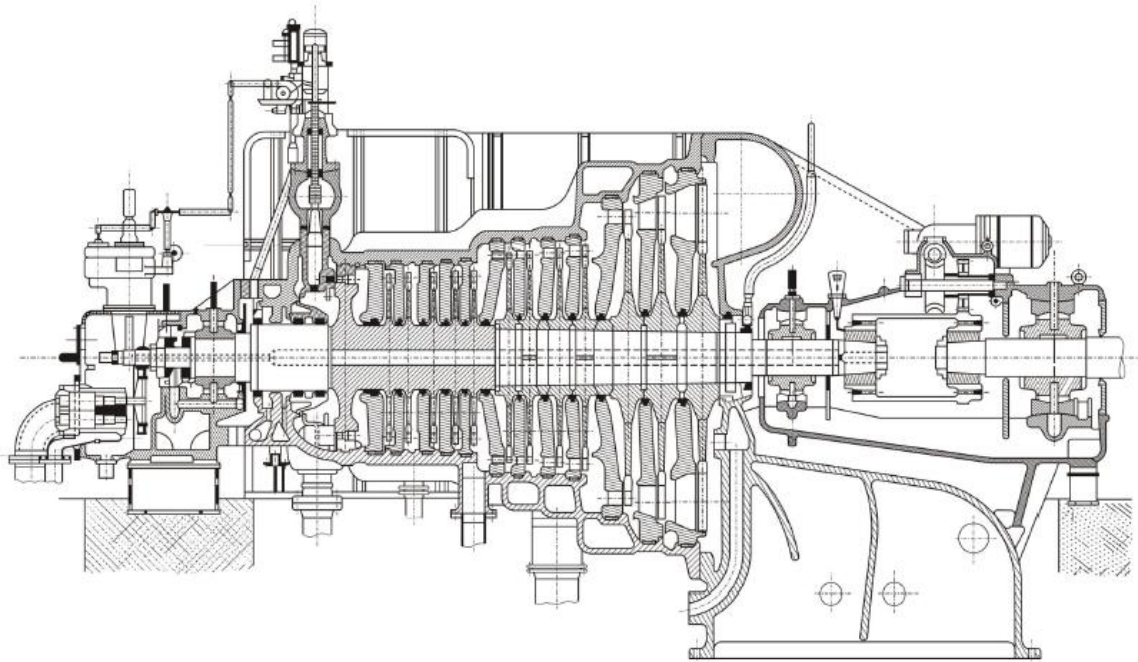
Tato rovnice se také nazývá Eulerova energetická rovnice. Jiný tvar Eulerovy rovnice je vyjádřen rovnicí (1.19) [1]

$$l_u = \frac{c_{a1}^2 - c_{a2}^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \quad (1.19)$$

2 Axiální turbíny

Jedním ze základních lopatkových strojů je turbína, ve které dochází k přeměně tepelné či hydraulické energie nesené kapalinou na energii mechanickou - rotaci hřídele. V oblasti energetiky je nejrozšířenější turbína parní, ve které se expanzí ohřáté vodní páry v jednom či v několika turbínových stupních přeměňuje vnitřní a kinetická energie páry na energii mechanickou. Hnaným strojem je ve valné většině případů elektrický generátor, sloužící k výrobě elektrické energie. Lze ale pohánět i další stroje jako kompresory, ventilátory, čerpadla atd. Parní turbína se využívá především v elektrárnách, teplárnách, spalovnách a v chemickém, cukrárenském nebo papírenském průmyslu. [1], [2]

Parní turbína se skládá z rozváděcích a oběžných kol. V lopatkách rozváděcího kola dochází k expanzi páry a přeměně tlakové energie na kinetickou. Vlivem tvaru profilu rozváděcích lopatek dojde k nárůstu obvodové složky rychlosti ve směru rotace oběžného kola. Kinetická energie páry poté působí na lopatky oběžného kola a je přeměněna na mechanickou (rotační) energii hřídele turbíny. Parní turbíny se dělí na turbíny axiální a radiální. Radiální turbíny zvládají pouze nižší výkony z důvodu osového namáhání oběžných lopatek, a proto se v současnosti vyrábí prakticky pouze turbíny axiální (viz. obr. 1). [2]



Obr. 1 - Schéma axiální turbíny [2]

2.1 Dělení axiálních turbín

Axiální turbíny se dělí podle [2]:

průběhu tlaku v oběžném kole

- rovnotlaké (akční) - k expanzi páry dochází pouze v rozváděcí části turbíny
- přetlakové (reakční) - k expanzi páry dochází v rozváděcí i oběžné části turbíny

počtu stupňů

- jednostupňové
- vícestupňové

parametrů páry

- s přehřátou vstupní párou - klasické provedení s přehřívákem
- se sytou vstupní párou - převážně využívané pro jaderné elektrárny
- pára s nadkritickými parametry - pro dosažení vyšší tepelné účinnosti

tlaku za posledním stupněm

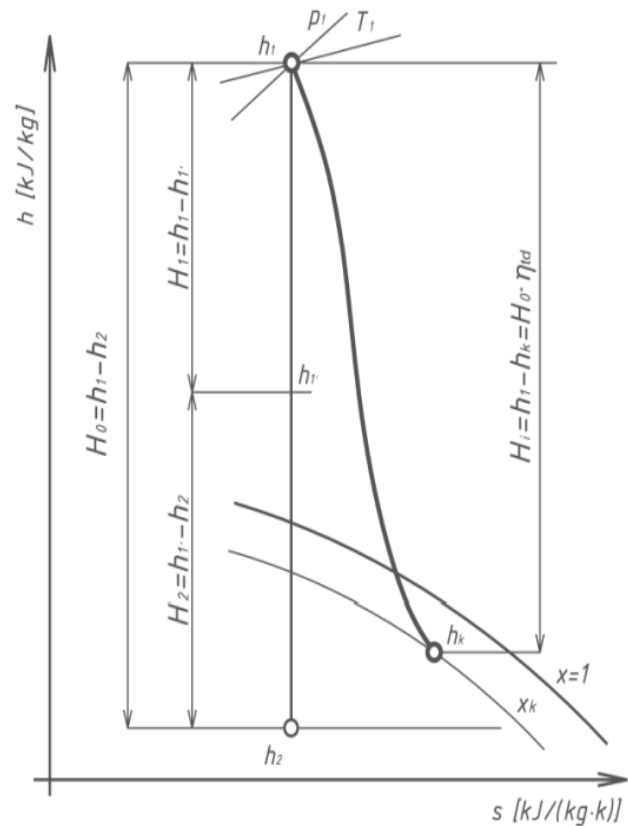
- kondenzační - pára jde po průchodu turbínou do kondenzátoru
- protitlaké - pára se dále využívá
- odběrové - pára se odebírá mezi jednotlivými stupni

Uspořádání rozváděcích kanálů

- s plným ostřikem
- s parciálním ostřikem - rozváděcí kanálky pouze v části obvodu skříně

2.2 Základní princip parní turbíny

Jak již bylo zmíněno výše, hlavním cílem parní turbíny je přeměna tepelné energie z vodní páry na mechanickou práci rotoru turbíny. Tato přeměna probíhá v jednom či více stupních parní turbíny. Stupeň parní turbíny je zpravidla tvořen jedním rozváděcím a jedním oběžným kolem. V jednotlivých stupních expanduje pára (snižuje svůj tlak) v rozváděcích, popřípadě i v oběžných lopátkách. Expanzí páry dochází k přeměně tlakové energie na kinetickou a obvodová složka rychlosti ve směru rotace oběžného kola je ještě umocňována díky tvaru profilu rozváděcích lopatek. Pára poté dopadá na lopatky oběžného kola a kinetická energie se mění na mechanickou - rotaci hřídele. [2], [3]



Obr. 2 - Průběh expanze páry v diagramu h-s [3]

Expanzi páry v turbíně se uvažuje jako izoentropický děj. To znamená, že výměna tepla mezi turbínou a okolím je nulová. Díky této idealizaci je možné využít první zákon termodynamiky pro kontrolní objem (viz. rce. 2.1) a po zjednodušení této rovnice snadno zjistit měrnou mechanickou práci turbíny beze ztrát (viz. rce. 2.2). [3]

$$q = h_2 - h_1 + g \cdot (y_2 - y_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + a_t \quad [J \cdot kg^{-1}] \quad (2.1)$$

$$a_t = H_0 = h_1 - h_2 \quad [J \cdot kg^{-1}] \quad (2.2)$$

Z rovnice (2.2) vyplývá, že měrná práce turbíny je rovna rozdílu měrných entalpií na vstupu a na výstupu. Tato rovnice se také nazývá izoentropický tepelný spád. Pokud vezmeme v úvahu ztráty, ke kterým při expanzi páry ve skutečnosti dochází, tak se skutečný izoentropický spád zmenší (viz obr. 2), a to podle rovnice (2.3). [3]

Z rovnice (2.3) se pak dá vyjádřit vnitřní termodynamická účinnost turbíny (viz. rce. 2.4). [3]

$$H_i = h_1 - h_k = H_0 \cdot \eta_{td} \quad [J \cdot kg^{-1}] \quad (2.3)$$

$$\eta_{td} = \frac{H_i}{H_0} \quad [-] \quad (2.4)$$

Z důvodu vyšší účinnosti se při vyšších izoentropických spádech využívá více stupňů řazených za sebou, které tento spád postupně zpracují. [3]

2.3 Turbínový stupeň

Stupeň lopatkového stroje je zpravidla tvořen lopatkovou řadou statorovou (rozdávčím kolem) a lopatkovou řadou rotorovou (oběžným kolem). Někdy je před první stupeň, nebo za poslední stupeň zařazena lopatková řada navíc, která upravuje směr proudění pracovní látky (páry) tak, aby byl v souladu s požadavky spolupracujícího stupně. V takovém případě tuto lopatkovou řadu přiřčujeme k sousednímu stupni. Stupeň může být také tvořen větším počtem lopatkových řad (např. Curtisův stupeň). [4]

Pro určení typu turbínového stupně je třeba nejprve určit základní parametr a tím je stupeň reakce. [5]

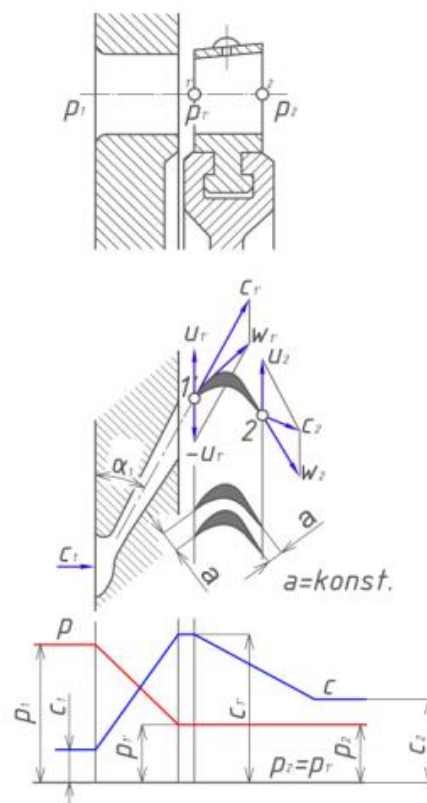
$$r_r = \frac{H_2}{H_1 + H_2} = \frac{H_2}{H_0} \quad [-] \quad (2.5)$$

Stupeň reakce je definován jako spád zpracovaný v oběžném kole ku celkovému spádu ve stupni (viz. obr. 2). Pokud je tento stupeň nulový, a pokud v mezilopatkových kanálech oběžných lopatek nedochází k další expanzi páry, nazývá se takový stupeň rovnotlaký. Někdy považujeme stupeň za rovnotlaký i v případě, že má malý stupeň reakce. Jestliže je reakce vyšší (0,4 až 0,6), jde o stupeň přetlakový. [6]

Může se stát, že tlak p_1 bude nižší než tlak p_2 . V mezilopatkových kanálech oběžné mříže dochází k růstu tlaku, tepelný spád H_2 nabývá záporných hodnot a stejně tak i stupeň reakce. Záporný stupeň reakce je známkou difuzorového proudění v oběžné mříži a dochází ke zvýšení ztráty energie. Proto je důležité se podobných případů vyvarovat. [6]

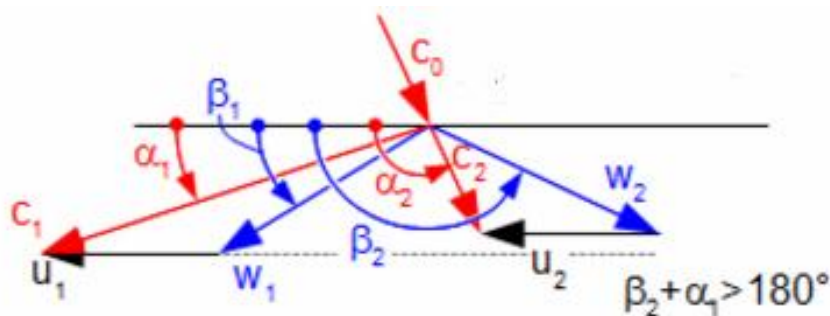
2.3.1 Rovnotlaký stupeň

Jak již bylo zmíněno výše, stupeň reakce u rovnotlakého stupně je roven nule. Z rovnice (2.5) potom vyplývá, že v idealizovaném případě se veškerý spád stupně zpracovává v rozváděcích lopatkách. Tím pádem by tlak v mezeře p_m za rozváděcími lopatkami měl být stejný jako tlak za stupněm p_2 . Ve skutečnosti tomu tak ale není a podle



Obr. 3 - Řez rovnotlakým stupněm s průběhem rychlostí a tlaků [3]

podmínek se může na oběžné lopatkování nastavit jistý přetlak $\Delta p = p_m - p_2$. [5]



Obr. 4 - Rychlostní trojúhelníky rovnotlakého stupně [7]

Na obr. 4 jsou znázorněny rychlostní trojúhelníky stupně. Pára vstupuje z rozváděcích lopatek absolutní rychlostí c_1 pod úhlem α_1 (obvykle $\alpha_1 = 12 - 13^\circ$). Složením absolutní rychlosti s rychlostí obvodovou u vyjde relativní vstupní rychlost do oběžných lopatek (bod 1 na obr. 3) w_1 . V pravé části obr. 4 jsou znázorněny rychlosti a jejich úhly na výstupu ze stupně. Relativní rychlost na výstupu z oběžných lopatek je w_2 . Při uvažování rychlostního ztrátového součinitele ψ (psi) v oběžných lopatkách je výstupní rychlost w_2 [5]:

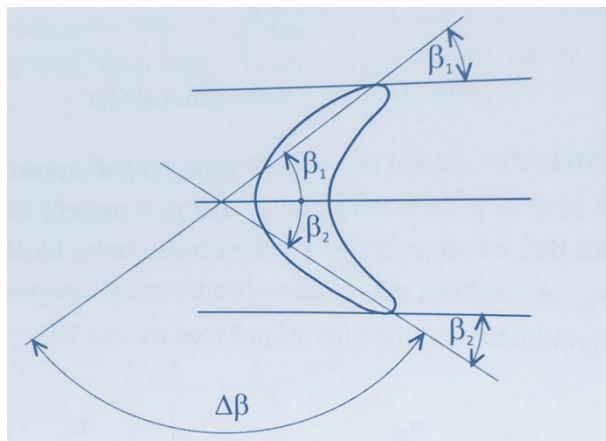
$$w_2 = \psi \cdot w_1 \quad [m \cdot s^{-1}] \quad (2.6)$$

Ztrátový součinitel ψ (a tím pádem i ztráty) je závislý na úhlu otočení proudu v oběžném kole [5]:

$$\Delta\beta = 180 - (\beta_1 + \beta_2) \quad [^\circ] \quad (2.7)$$

Tab. 1: Závislost součinitele ψ na součtu úhlů $\beta_1 + \beta_2$ [5]

$\beta_1 + \beta_2$ [°]	30	40	60	80	100
ψ [-]	0,83	0,8	0,87	0,89	0,94



Obr. 5 - Úhel otočení proudu v oběžných lopatkách [5]

Z obr. 5, z tabulky 1, ale také z rovnice (2.7) vyplývá, že s rostoucím součtem úhlů $\beta_1 + \beta_2$ se úhel otočení zmenšuje, součinitel ψ zvětšuje a ztráty tím pádem zmenšují. [5]

Ztráty znázorněné na obr. 10 mají následující definice [5]:

- ztráta v rozváděcích lopatkách

$$\zeta_r = (1 - \varphi^2) \cdot h_0 \quad (2.8)$$

- ztráta v oběžných lopatkách

$$\zeta_o = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = w_1^2 - \psi^2 \cdot w_1^2 = (1 - \psi^2) \cdot \frac{w_1^2}{2} \quad (2.9)$$

- ztráta výstupní rychlostí (za předpokladu, že se výstupní rychlost nevyužije v dalším stupni)

$$\zeta_v = \frac{c_2^2}{2} \quad (2.10)$$

Pomocí věty o změně toku hybnosti a rychlostních trojúhelníků je možno odvodit obvodovou účinnost rovnotlakého stupně η_{obv} . [5]

$$\eta_{obv} = 2 \cdot \varphi^2 \cdot \left(1 + \psi \cdot \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right) \cdot \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right) \cdot \frac{u}{c_1} \quad (2.11)$$

V praxi je nejčastější případ, kdy $\beta_1 = \beta_2$. Poté se rovnice zjednoduší na [5]:

$$\eta_{obv} = 2 \cdot \varphi^2 \cdot (1 + \psi) \cdot \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right) \cdot \frac{u}{c_1} \quad (2.12)$$

Účinnost je závislá na poměru u/c_1 . Vypočtením derivace účinnosti η_{obv} podle u/c_1 získáme její maximum (viz. rce. 2.13). [5]

$$\eta_{obv\ max} = \frac{1}{2} \cdot \varphi^2 \cdot \cos \alpha_1 \cdot (1 + \psi) \quad (2.13)$$

2.3.2 Přetlakový stupeň

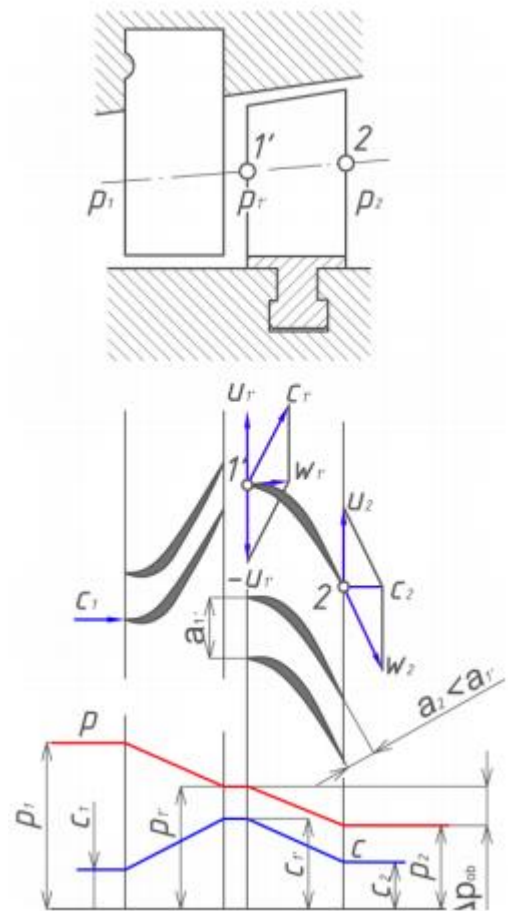
Za čistě přetlakový stupeň se považuje takový, jehož stupeň reakce je $r_r = 0,5$. To říká, že polovina spádu je zpracovávána v rozváděcím kole a druhá polovina v kole oběžném. Jelikož je oběžné lopatkování vystaveno polovině tlakového spádu, vzniká ztráta únikem pracovní látky nad oběžnými lopatkami, a ta výrazně ovlivňuje obvodovou účinnost přetlakového stupně. [5]

V případě, kdy $r_r = 0,5$, mají obě lopatkové řady shodné (kongruentní) lopatkování a také shodné rychlostní trojúhelníky (viz. obr. 7). Je tedy možné uvažovat, že $\varphi = \psi$. [5]

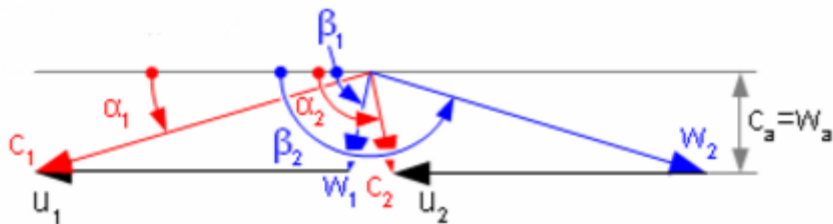
Analogicky jako u rovnotlakového stupně lze obvodovou účinnost popsat rovnicí (2.14). A stejně jako u předchozího typu stupně se pomocí derivace dopočítá maximální hodnota účinnosti (viz. rce. 2.15). [5]

$$\eta_{obv} = \frac{2 \cdot \frac{u}{c_1} \cdot \cos \alpha_1 - \left(\frac{u}{c_1}\right)^2}{2 \cdot \frac{u}{c_1} \cdot \cos \alpha_1 - \left(\frac{u}{c_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)} \quad (2.14)$$

$$\eta_{obv\ max} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1 + \frac{1}{\varphi^2} - 1} \quad (2.15)$$



Obr. 6 - Řez přetlakovým stupněm s průběhem rychlostí a tlaků [3]

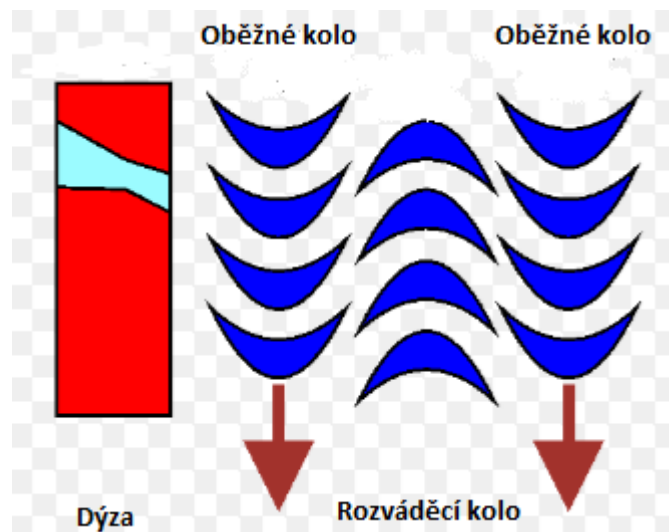


Obr. 7 - Rychlostní trojúhelníky přetlakového stupně [7]

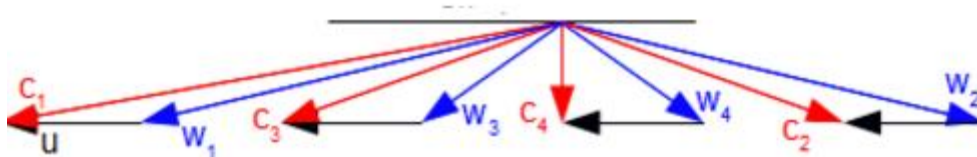
2.3.3 Curtisův stupeň

V Curtisově stupni expanduje pára pouze ve vstupní dýze. Pak následují rovnotlaké kanály prvního oběžného kola, pevné vratné kanály a nakonec opět rovnotlaké kanály druhého oběžného kola (viz. obr. 8). [5]

V ideálním případě je tlak za stupněm p_2 stejný jako v mezeře za vstupními dýzami p_m . Ve skutečnosti jsou zde jisté ztráty na obvodě (viz. níže). Jedná se o tzv. dvourychlostní stupeň a v principu je rovnotlaký. Za předpokladu, že $\beta_1 = \beta_2$, $\alpha_2 = \alpha_3$, $\beta_3 = \beta_4$ (viz. obr. 9) je možné uvažovat střední hodnoty ztrátových součinitelů φ a ψ . [5]



Obr. 8 - Řez Curtisovým stupněm [8]



Obr. 9 - Rychlostní trojúhelníky v Curtisově stupni [7]

Ztráty na obvodě jsou [5]:

- v rozváděcích lopatkách $\zeta_r = (1 - \varphi^2) \cdot h_0$
- v oběžných lopatkách $\zeta_{o1} = (1 - \psi^2) \cdot \frac{w_1^2}{2}$
- ve vratných lopatkách $\zeta_{v1} = (1 - \varphi^2) \cdot \frac{c_2^2}{2}$
- v oběžných lopatkách $\zeta_{o1} = (1 - \psi^2) \cdot \frac{w_3^2}{2}$
- ztráta výstupní rychlostí $\zeta_v = \frac{c_4^2}{2}$

Stejně jako u rovnotlakého a přetlakového stupně i u Curtisova stupně je možné odvodit rovnici pro účinnost (viz. rce. 2.16) a následně i pro její maximální hodnotu (viz. rce. 2.17). [5]

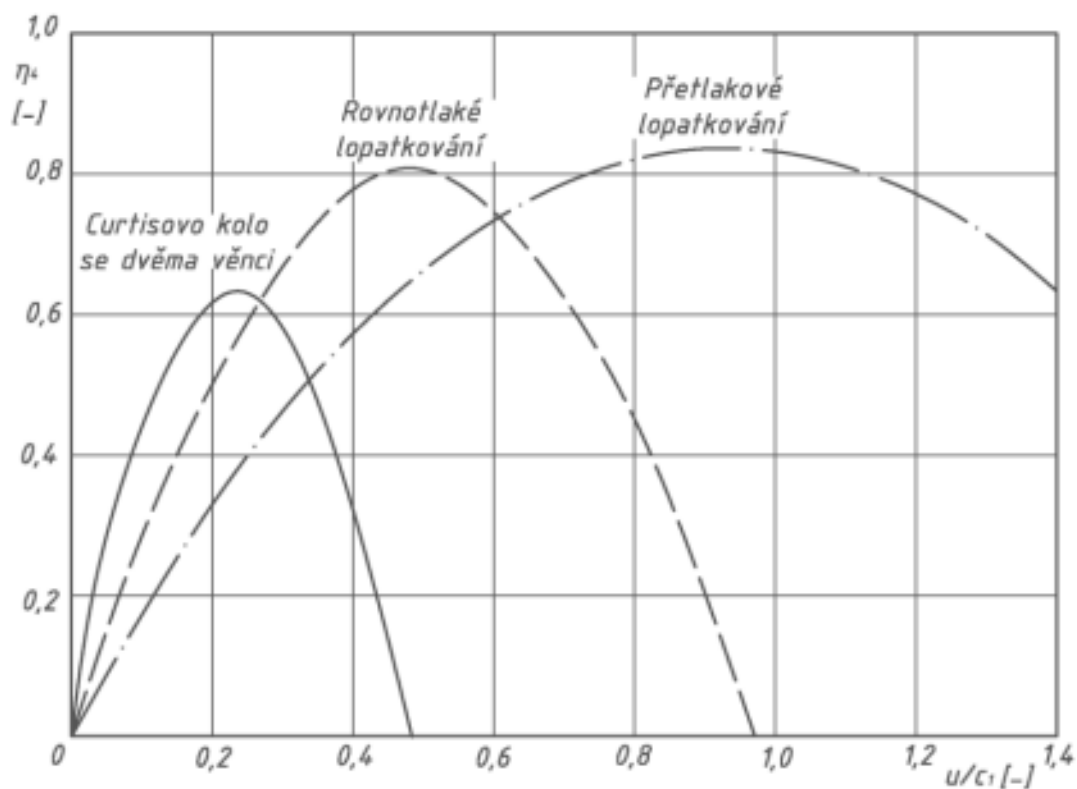
$$\eta_{obv} = 2 \cdot \varphi^2 \cdot (1 + \psi) \cdot \left[(1 + \psi^2) \cdot \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1} \right) - (1 + \psi) \cdot \frac{u}{c_1} \right] \cdot \frac{u}{c_1} \quad (2.16)$$

$$\eta_{obv \max} = \frac{\varphi^2 \cdot (1 + \psi) \cdot (1 + \psi^2) \cdot \cos^2 \alpha_1}{2 \cdot (2 + \psi + \psi^2)} \quad (2.17)$$

2.3.4 Porovnání jednotlivých typů stupňů

Hodnoty jednotlivých obvodových účinností jsou vykresleny na obr. 10. Je vidět, že optimální poměr u/c_1 pro rovnotlaký stupeň je kolem 0,5, pro přetlakový okolo hodnoty 0,68 a pro dvourychlostní Curtisův stupeň 0,24. Křivka účinnosti přetlakového stupně je nejvyšší a je velice plochá. To je ovšem dáno metodou zjišťování účinnosti turbínového stupně, která zde byla použita. Ta vychází ze znalosti rychlostních ztrátových součinitelů. Tato metoda nezahrnuje ztrátu účinkem pracovní látky radiální vůlí na obvodě oběžných lopatek a zrovna ta bude u přetlakového stupně největší. To účinnost tohoto stupně sníží prakticky na úroveň obvodové účinnosti rovnotlakého stupně. [5]

Je zřejmé, že nejnižší účinnosti dosahuje Curtisův stupeň, avšak tento stupeň se nepoužívá jako běžný řadový stupeň. Curtisův stupeň se používá jako první - regulační stupeň turbíny. Při stejné obvodové rychlosti totiž zpracuje čtyřikrát větší tepelný spád než stupeň rovnotlaký a osmkrát větší než stupeň přetlakový. Díky zakomponování Curtisova stupně jako regulačního stupně se mohou zvětšit lopatky následujících stupňů, a tím se zvýší jejich účinnost. Také dojde ke zmenšení úniku páry tzv. přední hřídelovou ucpávkou a zmenšuje celkový počet stupňů turbíny. [5]



Obr 10 - Obvodové účinnosti stupňů [3]

3 Sekundární proudění

Při proudění reálné tekutiny lopatkovou mříží dochází vlivem velmi složitých procesů ke vzniku energetických ztrát. Celkové ztráty se obvykle dělí na ztráty dílčí a ty se dají označit následovně [4] (značení se často liší v závislosti na autorovi, zemi původu atd.) :

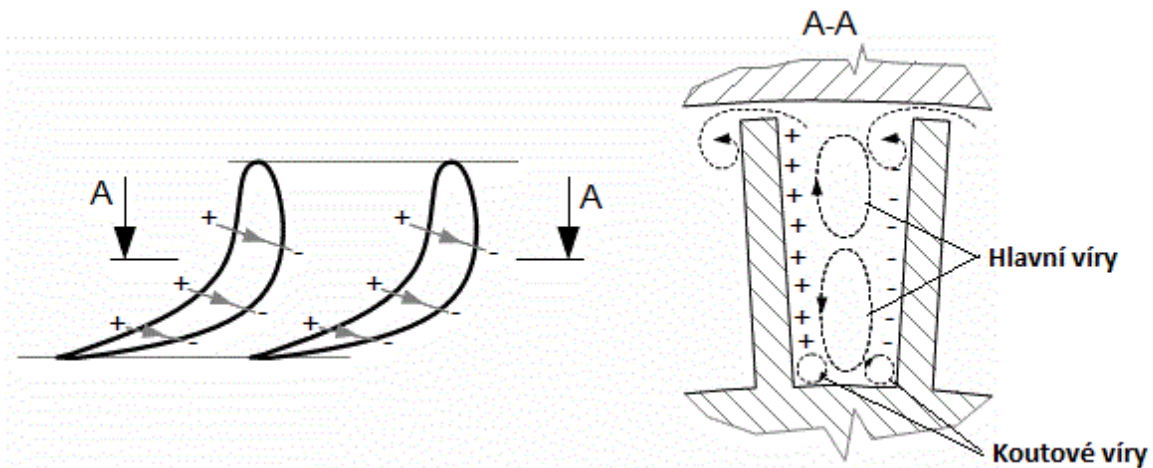
- profilové ztráty ζ_p
- ztráty vznikající sekundárním prouděním ζ_s
- ztráty vnitřní netěsností (ztráty radiální mezerou) $\zeta_{\delta p}$
- ztráty vějířové (rozčepýřením) ζ_r
- ztráty vznikající vzájemným účinkem sousedních lopatkových řad ζ_{vz}
- ztráty vlhkostí páry ζ_x

Tato kapitola se bude zabývat ztrátami způsobenými sekundárním prouděním. S těmito ztrátami jsou úzce spjaty ztráty radiální mezerou (viz. níže). Ztráty vznikající sekundárním prouděním vznikají v lopatkových řadách v důsledku rozdílného tlaku mezi sací a přetlakovou stranou lopatky a omezujícími radiálními mezerami lopatkového kanálu. Vzniká příčný gradient tlaku, který vede k vytváření příčného (sekundárního) proudění v lopatkovém kanálu a ke vzniku celé řady vírů. Víry narušují tvar rychlostních trojúhelníků a maří část kinetické energie proudu. [4]

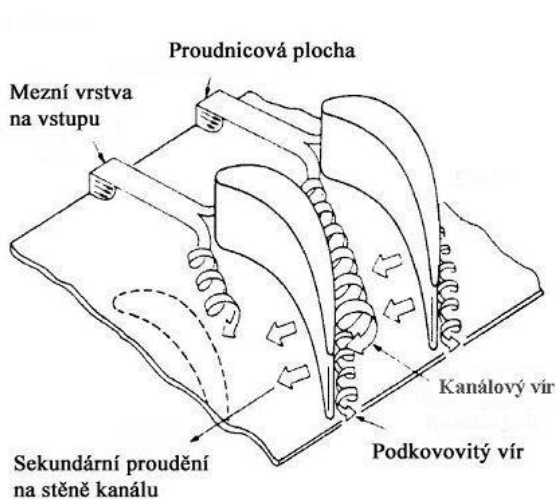
Ztráty vznikající sekundárním prouděním a ztráty radiální mezerou se souhrnně často nazývají ztráty okrajové. Ty se s rostoucí délkou lopatek zmenšují, jelikož se zmenšuje i vliv okrajových pásem a naopak. U lopatkových řad s krátkými lopatkami mají okrajová pásma dominantní vliv, což vede k nárůstu okrajových ztrát. Především u lopatkových řad, které mají velice krátké lopatky, může dojít k situaci, kdy se mohou okrajová pásma překrývat, a poté je účinnost lopatkové mříže velice nízká. [4]

Vlivem rozdílného příčného tlakového gradientu v jádře proudu a v blízkosti omezujících ploch dojde ke vzniku dvou hlavních protiběžných vírů (passage vortex). Především tato dvojice vírů vytváří sekundární proudění v rozsahu celého mezilopátkového kanálu, které se superponuje na základní proudění lopatkovou řadou. Toto proudění vede nejen ke vzniku proudění napříč mezilopátkovým kanálem, ale také generuje indukované proudění po výšce lopatek. Právě toto proudění na sací straně lopatky vede k zesílení mezní vrstvy na okrajích lopatek v posledním úseku obtékání podtlakové strany lopatky, a tím pádem zhoršuje proudění. [4]

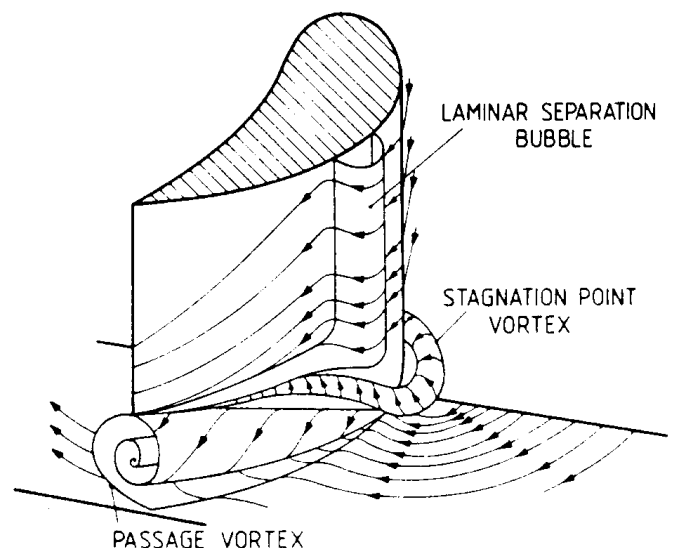
Kromě dvojice hlavních vírů dochází u okrajů lopatek ke vzniku dvou protiběžných koutových vírů. Další dvojice vírů vzniká vlivem proudění skrze radiální mezeru. Jednotlivé víry jsou zobrazeny na obr. 11, obr. 12 a obr. 13. [4], [9]



Obr. 11 - Víry v mezilopátkovém kanálu [9]



Obr. 12 - Dvojice koutových vírů tvořící podkovu [4]



Obr. 13 - Kleinův model [10]

3.1 Ainley a Mathieson

Jedna z metod pro předpovídání průběhu ztrát při průtoku média lopatkovou mříží byla sepsána dvojicí D. G. Ainley a G. C. R. Mathieson v roce 1951. Tato metoda byla využívána po mnoho let pro předvídání účinnosti turbín. Je založena na všeobecných předpokladech, o proudění a ztrátách v lopatkových mřížích, a korelacích dat. AM (Ainley-Mathieson) metoda může být využita pro určení účinnosti axiální turbíny pro téměř celý provozní rozsah turbíny. [4]

Metoda předpokládá, že Machovo číslo neovlivňuje odporové součinitele a že úhel dopadu proudění na lopatky neovlivňuje úhel výstupu média z lopatkové řady. Ainley a Mathieson odhadli, že rozmezí výchylky hmotnostního toku plynu se bude pohybovat $\pm 3\%$ a účinnosti kolem $\pm 2\%$. [4]

Základní rovnice pro sekundární ztráty podle Ainleyho a Mathiesona je odvozena z měření výkonnosti na konvenčních lopatkách využívající již předtím zaběhlé rovnice pro profilové ztráty dané Sieverdingem v roce 1985. Indukovaná rychlost vytvářená dvojicí hlavních vírů, která vede k disipaci kinetické energie, je úměrná základní rychlosti v mezilopatkovém kanálu a úhlu ohybu proudu. Tyto veličiny jsou také určující pro součinitel vztlaku. Ainley a Mathieson uvádí pro odporový součinitel odpovídající ztrátám sekundárním prouděním vztah (3.1). [4]

$$\zeta_s = \lambda \cdot \left(\frac{c_z}{s/c} \right) \cdot \frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos^3 \alpha_\infty} = \lambda \cdot z \quad (3.1)$$

kde:

s/c - poměrná rozteč

$\alpha_{1,2}$ - vstupní, výstupní úhel

α_∞ - úhel vztlakové síly

c_z - izoentropický součinitel vztlaku (viz. rce. 3.2)

z - parametr aerodynamického zatížení lopatkové řady (viz. rce. 3.3)

$$c_z = 2 \cdot \frac{s}{c} \cdot \frac{|\Delta w_u|}{w_\infty} = 2 \cdot \frac{s}{c} \cdot |\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2| \cdot \cos \alpha_\infty \quad (3.2)$$

$$z = \left(\frac{c_z}{s/c} \right) \cdot \frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos^3 \alpha_\infty} = 4 \cdot (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)^2 \cdot \frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos \alpha_\infty} \quad (3.3)$$

Součinitel teplotní vodivosti λ v rovnici (3.1) závisí hlavně na stupni urychlení proudu v lopatkové řadě. [4]

$$\lambda = f \cdot \left[\frac{\left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2}{1 + v} \right] \quad (3.4)$$

kde:

$$S_{1,2} = \pi \cdot d_{1,2} \cdot u_{h1,2} \cdot \cos \alpha_{1,2} \quad - \text{vstupní a výstupní průřezy mezilopatkového kanálu}$$

$$v = \frac{d_i}{d_o} \quad - \text{nábojový poměr}$$

Součinitel pro ztráty radiální mezerou je podle AM vyjádřena vztahem (3.5).

$$\zeta_{\delta r} = B \cdot \frac{\delta_r}{u_h} \cdot \frac{c_z^2}{s/c} \quad (3.5)$$

kde konstanta B je rovna 0,5 pro volný konec lopatek a 0,25 pro lopatkovou řadu s bandáží. δ_r je radiální vůle mezi statorem a rotorem, u_h je rychlostní profil v radiální mezeře s dominantním vlivem rychlosti stěny. [4]

3.2 Dunham a Came

V roce 1970 zpřesnili Dunham a Came vztahy pro ztráty v lopatkové mříži od Ainleyho a Mathiesona. Vztahy založili na nových údajích, které dříve ještě nebyly známy. Dunham a Came testovali metodu AM na 25 experimentálních turbínách a zjistili, že přestože je tato metoda dostačující pro klasické turbíny, je zavádějící, co se týče turbín malých rozměrů. Proto jednotlivé vztahy přepočítali a upravili. [4]

Součinitel pro ztráty sekundárním prouděním podle DC (Dunham-Came). [4]

$$\zeta_s = 0,0334 \cdot \frac{c}{u_h} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \cdot z \quad (3.6)$$

Pro ztrátu radiální mezerou. [5]

$$\zeta_{\delta r} = B \cdot \frac{c}{u_h} \cdot \left(\frac{\delta_e}{c}\right)^{0,78} \cdot z \quad (3.7)$$

kde $B = 0,47$ pro lopatkovou řadu bez bandáže a $B = 0,37$ pro lopatkovou řadu s bandáží.

Ekvivalentní vůle δ_e je počítána ze vzorce (3.8). [4]

$$\delta_e = \frac{\delta}{n} \quad (3.8)$$

kde:

δ - geometrická radiální vůle

n - počet břitů labyrintové ucpávky na bandáži

Jak je vidět z předchozích vztahů, ztráty sekundárním prouděním a radiální mezerou mají podobný tvar a často se tedy vyjadřují společně jako ztráty okrajové ζ_k (viz. rce. 3.9). [4]

$$\zeta_k = \zeta_s + \zeta_{\delta r} = \left[0,0334 \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} + B \cdot \left(\frac{\delta_e}{c}\right)^{0,78} \right] \cdot \frac{c}{u_h} \cdot z \quad (3.9)$$

Studiu sekundárních ztrát je dnes věnována poměrně velká pozornost, protože u lopatkových řad s kratšími lopatkami jsou tyto ztráty přibližně stejně velké nebo i větší než ztráty profilové. Aby se ztráty sekundárním prouděním minimalizovali, často se využívá místo přímých radiálních lopatek nakloněných lopatek, nakroucených lopatek, prohnutých lopatek a nakroucených prohnutých lopatek. [4]



Obr. 14 - Tvar lopatek [11]



Obr. 15 - Nakroucená lopatka [7]

4 Experimentální pracoviště pro výzkum sekundárního proudění

Proudění v průtočné části turbíny je velice komplexní a i přes rapidní vývoj v informačních technologiích je stále nejlepší cestou k porozumění 3D proudění v turbíně skrze experiment. Pokročilé experimentální pracoviště a nástroje pomáhají lépe pochopit viskózní 3D proudění a s ním spjaté sekundární proudění v lopatkové řadě turbíny. Vizualizace chování sekundárního proudění pomáhá předpovídat průběh ztrát skrze turbínu, a tím pádem významně přispívá ke zvyšování účinnosti. Z tohoto důvodu se ve střediscích po celém světě realizují projekty vyšetřující sekundární proudění a jeho vliv na účinnost, zahrnující experimenty ve speciálních aerodynamických tunelech.

Následující kapitoly se zabývají několika středisky na výzkum sekundárního proudění a metodami, které byly při experimentech využity. Rozbor zahrnuje 5 evropských experimentálních pracovišť a jedno pracoviště nacházející se v USA. I přestože byly experimenty prováděny koncem 20. století, jsou data z nich stále užitečná pro lepší pochopení chování a důsledků sekundárního proudění v průtočné části turbíny.

4.1 Minnesotská univerzita

Jedna ze studií na téma proudění průtočnou částí turbíny a vliv sekundárního proudění byla vypracována na minnesotské univerzitě, ve státě Minneapolis, v USA. Tato studie využívá analogii mezi tepelným a hmotnostním tokem, aby zjistila hodnoty transportních koeficientů pro dvě různé tloušťky mezní vrstvy v blízkosti stěny a pro dvě různé hodnoty Reynoldsova čísla. Výhodou této metody je, že dokáže poskytnout mnohem detailnější výsledky a snáze se určují oblasti s vyššími teplotními gradienty. Také odpadá problém vedení tepla testovaným materiálem, které je obvyklou překážkou, protože při něm u běžných metod dochází k vyhlazení lokálních extrémů. [12]

Měření probíhalo na lineární lopatkové řadě ve spojení s odnímatelnou stěnovou plochou. Na plochu byla nanášena vrstva naftalenu ($C_{10}H_8$), u které je pomocí speciálního měřicího zařízení sledována intenzita sublimace na více než šesti tisících místech. Tato technologie umožňuje získání přesných hodnot koeficientů proudění podél celé lopatkové řady. Z výsledků je poté možné odvozovat informace o proudění v pasáži mezi jednotlivými lopatkami. Extrémně vysoké transportní koeficienty poté naznačují místa potenciálního přehřátí a problémů, které by mohly nastat ve skutečné turbíně. [12]

4.1.1 Analogie mezi tepelným a hmotnostním tokem

Tato analogie je založena na skutečnosti, že diferenciální rovnice pro přenos hmoty a energie jsou v podstatě totožné. Při dodržení jistých zásad stačí prakticky jen zaměnit parametr teploty T a bezrozměrné Prandtlovo podobnostní číslo Pr (viz. rce. 4.1) za parametr rychlosti w a Schmidtovo číslo Sc (viz. rce. 4.2). [12]

Při využívání výsledků ze zkoumání hmotnostního toku pro předvídání toku tepelného, se musí brát v úvahu rozdíl mezi Schmidtovým a Prandtlovým číslem. Schmidtovo číslo pro difúzi naftalenu ve vzduchu je přibližně 2. Prandtlovo číslo je v tomto prostředí 0,7. Rozdíl mezi Schmidtovým a Prandtlovým číslem tedy není příliš vysoký, i tak je ale třeba vztahovat hodnoty k jistým referenčním hodnotám. To v tomto případě znamená vztahovat hodnoty naměřené na lopatkové řadě St_m (Stantonovo číslo, viz. rce. 4.3) k hodnotám naměřeným při absenci lopatek, tedy na samotné odnímatelné stěnové ploše St_{mo} . Tím se minimalizuje problém měnícího se Schmidtova (Prandtlova) čísla v závislosti na médiu. [12]

Prandtlovo číslo vyjadřuje podobnost mezi teplotním a rychlostním polem.

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (4.1)$$

kde: ν – kinematická vazkost

a – součinitel teplotové vodivosti

Schmidtovo číslo vyjadřuje poměr mezi kinematickou viskozitou (ν) a koeficientem molekulární difúze pasivního kontaminantu (D_m).

$$Sc = \frac{\nu}{D_m} \quad (4.2)$$

Stantonovo číslo vyjadřuje poměr mezi přiváděným konvektivním teplem a tepelnou kapacitou média.

$$St = \frac{\alpha_t}{\rho \cdot c_p \cdot w} \quad (4.3)$$

kde: α_t - součinitel přestupu tepla

ρ - hustota tekutiny

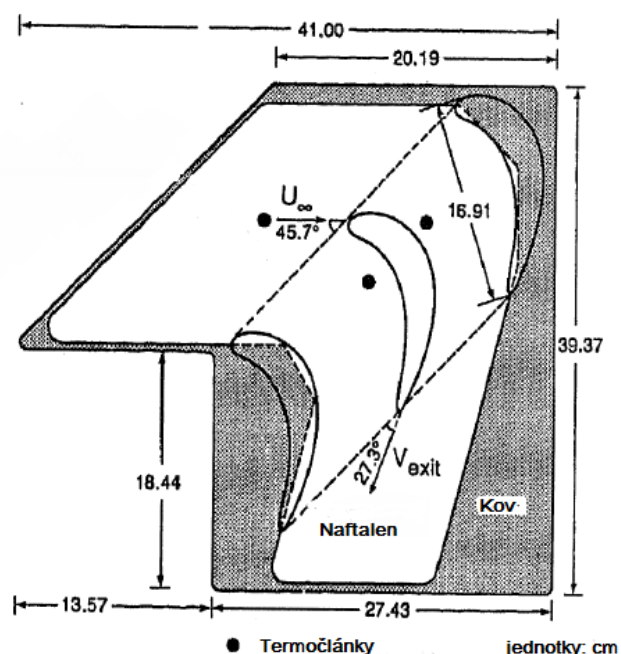
w - rychlost proudění tekutiny

c_p – měrná tepelná kapacita

4.1.2 Experimentální zařízení

Pro uskutečnění experimentu byl použit otevřený aerodynamický tunel s testovací sekcí 46,9 cm širokou a 60 cm vysokou. Testovací sekce má boky a vrchní část z plexiskla a ocelové dno. Po celé výšce testovací oblasti je přímá lopatková mříž o šesti lopatkách, navrhovaných na vysoké výkony. Délka lopatek je 16,91 cm a poměr stran 3,55 cm. Horní část má vyříznutý otvor pro zavedení testované plochy s nánosem naftalenu na pozici třetí, čtvrté a páté lopatky. [12]

Na obr. 16 je znázorněn náčrt testované plochy. Do povrchu naftalenu jsou zapuštěny tři termočlánky na různých pozicích. Ty měří teplotu v průběhu experimentu, aby se dal určit tlak při vypařování naftalenu. Hodnoty u všech 3 termočlánků se liší pouze o 0,02 °C, což svědčí o tom, že změny teploty po délce plochy jsou zanedbatelné. [12]



Obr. 16 – Testovaná plocha pokrytá vrstvou naftalenu [12]

4.1.3 Postup experimentu

Jako první se na motorem poháněném polohovacím stole provede kalibrace pomocí zařízení LVDT (Linear Variable Differential Transformer). Ještě před testem v aerodynamickém tunelu se změří počáteční vrstva naftalenu na testovaném plátu. Toto měření probíhá přes body v předem definované obdélníkové oblasti. V částech testované plochy, kde jsou předem očekávané vysoké gradienty teploty, se síť bodů zahustí. Po počáteční proceduře se testovaný plát upevní do tunelu a je na 90-120 minut vystaven proudění vzduchu. Poté se provede stejné měření vrstvy naftalenu jako na počátku. Během počátečního i závěrečného měření jsou také odměřeny referenční hodnoty na kovovém povrchu, ke kterým se poté vztahují naměřené hodnoty povrchu pokrytého naftalenem. [12]

Množství sublimovaného naftalenu se zjistí jednoduchým odečtením počátečních a konečných hodnot. Z výsledků se určí Stantonovo číslo. Je třeba si uvědomit, že sublimace naftalenu probíhá i při uchycování plátu do tunelu nebo při převážení, proto jsou zavedeny korekce dat, aby se minimalizovaly chyby v měření. Analýza dokazuje, že celková chyba měření je 4,7%. Na závěr je nutné poznamenat, že při experimentu sublimovaná vrstva nikdy nepřesáhla 0,15% z délky lopatky, tudíž nedošlo ke změně geometrie, která by ovlivnila experiment. [12]

4.1.4 Testovací podmínky

Průtok tunelem byl testován pro tři různé případy zahrnující dvě různé hodnoty Reynoldsova čísla a dvě rozdílné tloušťky mezní vrstvy. Rychlost hlavního proudění byla 8,2 m/s a 13,2 m/s. Intenzita turbulence byla pro nižší rychlost 1,20 % a pro vyšší rychlost 1,22 %. Turbulence byly zjišťovány pomocí metody žhavého drátku 21 cm před průtočnou částí ve středu sekce. Měření rychlosti proudění a mezní vrstvy byla zhotovena 22,9 cm, respektive 15,2 cm před průtočnou částí. [12]

Během experimentu se průběh teploty u jednotlivých variant lišil maximálně o 0,2 °C, což koresponduje s 2 procentní odchylkou u tlaku vypařování naftalenu. Tlak vypařování naftalenu, a tudíž i rychlost sublimace závisí především na teplotě. Přesné monitorování a stabilizování teploty je tedy nezbytné pro experiment pracující s hmotnostním tokem. [12]

Tab. 2 – Testovací podmínky [12]

	1. případ	2. případ	3. případ
Rychlost proudění	13,19 m/s	13,23 m/s	8,23 m/s
Reynoldsovo číslo	$1,42 \cdot 10^5$	$1,42 \cdot 10^5$	$8,86 \cdot 10^4$
Tloušťka mezní vrstvy 0,99U	1,504 cm	2,913 cm	1,171 cm
Pošinovací tloušťka	0,213 cm	0,378 cm	0,170 cm
Impulzní tloušťka	0,151 cm	0,284 cm	0,116 cm
$U/U_\infty = (\gamma/\delta)^{1/n}$	n = 5,90	n = 6,90	n = 5,43
Intenzita turbulence	1,20 %	1,20 %	1,22 %
St_{mo}	$1,472 \cdot 10^5$	$1,376 \cdot 10^{-3}$	$1,563 \cdot 10^{-3}$

kde:

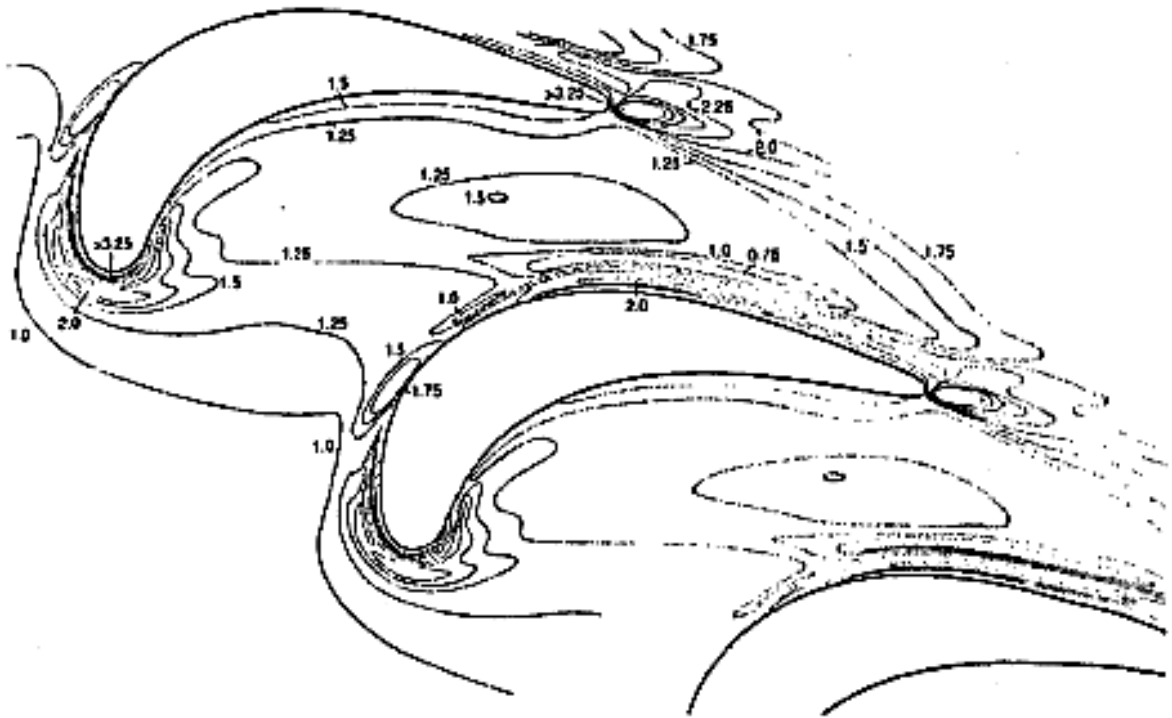
U - lokální rychlost proudění

U_∞ - průměrná rychlost proudění, měřená 22,9 cm od náběžné hrany lopatky

γ - vzdálenost od stěny

δ - tloušťka mezní vrstvy

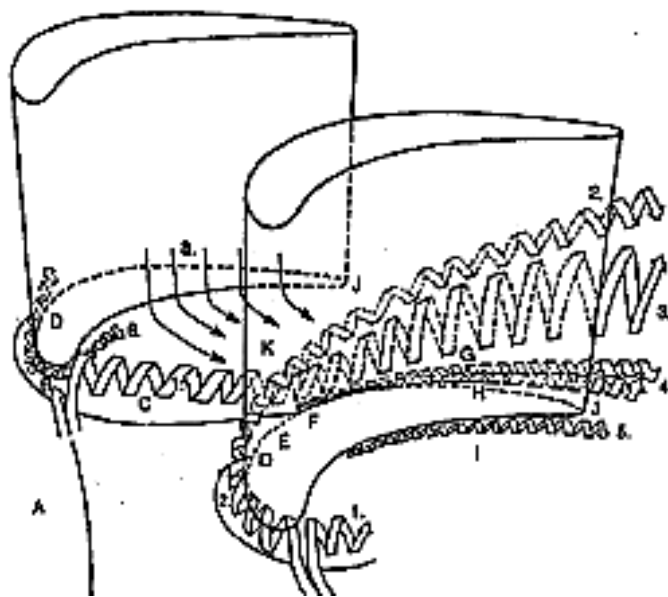
4.1.5 Výsledky



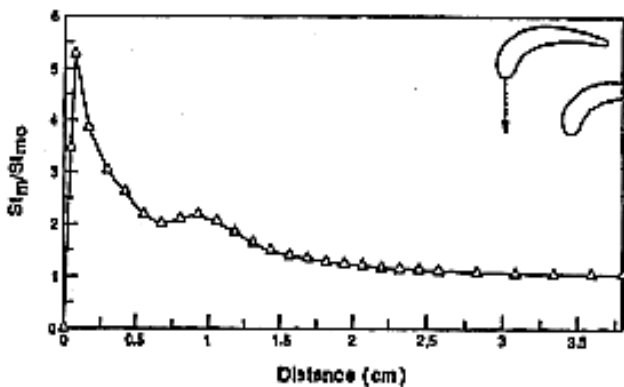
Obr. 17 – Hodnoty St_m/St_{m0} , výchozí měření

Na obr. 17 jsou znázorněny kontury hodnot bezrozměrných čísel St_m/St_{m0} při výchozím měření hmotnostního toku protékajícího testovanou sekcí. Všechny obrazce získané experimentem byly vygenerovány pomocí počítačového programu, který interpoluje datové body na čárové segmenty a čáry zároveň vyhladí. Prudký pokles hmotnostního toku v blízkosti lopatek vede k vykreslení velkého počtu čar v této oblasti. [12]

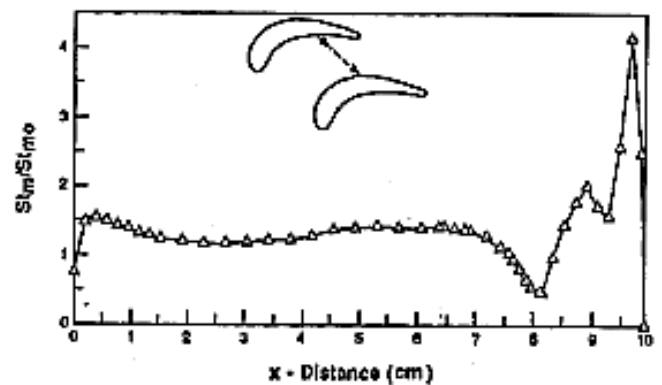
Jak je vidět z obr. 17, hmotnostní průtok přitékající do průtočné části (region A – viz. obr. 18) je totožný s tím, který byl změřen na samostatném testovacím plátu (bez lopatek), tedy $St_m/St_{m0} = 1$. Jak se proud blíží k náběžné hraně, je možné pozorovat vysoký nárůst hmotnostního toku, jakožto důsledek působení mezní vrstvy, která vytváří podkovovitý vír. Vznik koutových vírů má za následek nárůst poměru Stantonových čísel na své maximum $St_m/St_{m0} = 5,28$, blízko místa, kde je spojena náběžná hrana se stěnou. Obrázek 19 zobrazuje závislost poměru St_m/St_{m0} na vzdálenosti od náběžné hrany. První maximum je následek koutových vírů, zatímco druhé, menší maximum je následek víru podkovitého. [12]



Obr. 18 – Znázornění průtoku lopatkovou řadou



Obr. 19 – Závislost St_m/St_{m0} na vzdálenosti od náběžné hrany



Obr. 20 – Závislost St_m/St_{m0} na vzdálenosti od přetlakové části lopatky k podtlakové

Jak se proud nabíhající na náběžnou hranu rozdělí, vznikne na podtlakové straně lopatky oblast malého hmotnostního toku (region D), kde $St_m/St_{m0} \sim 1$. Hlavní protiběžný vír vytváří nárůst poměru na $St_m/St_{m0} = 1,36$ v regionu C, který se táhne od náběžné hrany jedné lopatky k podtlakové části lopatky přilehlé. Jak vír dopadne na povrch lopatky, odtrhne se od stěny a vytvoří 2 regiony. Region E, kde je poměr Stantonových čísel zvýšený, a region F, který je za odtrženým vírem a nabývá hodnot St_m/St_{m0} kolem 1. [12]

V mezilopátkové oblasti (region K) se hmotnostní průtok téměř nemění. Obrázek 20 nám vyjadřuje závislost St_m/St_{m0} na vzdálenosti přetlakové části lopatky k podtlakové, bráno v místě 70% vzdálenosti délky tětivy od náběžné hrany. První vrchol blíže přetlakové straně lopatky je důsledkem slabšího koutového víru na podtlakové straně a výsledná hodnota je zde $St_m/St_{m0} = 1,56$. V blízkosti podtlakové strany lopatky se pozoruje nejprve pokles a poté prudký nárůst hmotnostního průtoku. [12]

Náhlý pokles hmotnostního toku v regionu G je způsoben odtržením nově vzniklé mezní vrstvy (od hlavního víru). Toto je největší oblast vykazující takové chování proudu, které snižuje hmotnostní tok na hodnoty nižší, než byly naměřeny na samostatné desce, a to až na hodnoty $St_m/St_{m0} = 0,44$. Blíže přetlakové části lopatky se hmotnostní tok znovu zvyšuje a to výrazně (region H). Je to dáno dvojicí koutových vírů na přetlakové straně. Vír, který je blíže k povrchu lopatky, dosahuje maximálních hodnot až $St_m/St_{m0} = 4,2$, avšak zasahuje pouze malou oblast. Oproti tomu druhý vír, který je dále od stěny, dosahuje hodnot polovičních. [12]

Kromě vysokých nárůstů hmotnostního toku na náběžné hraně a po povrchu podtlakové části lopatky je vysoký nárůst zaznamenán ještě na odtokové hraně lopatky (region J). Hodnoty zde dosahují dvou vrcholů, z nichž ten vyšší je způsoben vznikem zpětného proudění za lopatkou. Druhý, menší vrchol, je pravděpodobně důsledkem interakce koutových vírů s proudem za lopatkou. Hlavní vrchol dosahuje hodnot St_m/St_{m0} kolem 4,6, zatímco ten menší kolem 2,25. V důsledku nárůstu hmotnostního toku podél lopatky a v oblasti za lopatkou se poměr Stantonových čísel ještě po poměrně dlouhou vzdálenost nesníží z hodnoty dosaženého vrcholu o hodnotě 4,6 na hodnotu menší než 2. [12]

4.1.5.1 Varianta s rozsáhlejší mezní vrstvou

Mezní vrstva na stěnové ploše je oproti prvnímu případu o 77% širší. Toho bylo dosaženo vložení drátka na plochu 50 cm před lopatkovou řadu. Rozdíly mezi konturami hodnot St_m/St_{m0} nejsou příliš velké. Hlavním rozdílem je větší hmotnostní průtok na přetlakové straně. Hodnoty na této straně se při širší mezní vrstvě dostávají nad hodnotu 2, kdežto u prvního případu bylo maximum 1,56. Hodnota 1,25 se u povrchu lopatky na přetlakové straně vyskytuje u obou případů, avšak u druhého případu je tato oblast mnohem větší. To je způsobeno rychlejším odtržením proudu a silnějším koutovým vírem na přetlakové straně. [12]

Dalším rozdílem případu s širší mezní vrstvou je menší hmotnostní tok v prostřední pasáži (sektor G), to je vidět při porovnání oblasti s hodnotou $St_m/St_{m0} = 1,25$, která je u druhého případu menší. Zajímavé je, že toto zmenšení intenzity proudění skrze střední část téměř vyvažuje větší hmotnostní tok na přetlakové straně a průměrné hodnoty skrze celou oblast jsou ve výsledku téměř totožné. [12]

4.1.5.2 Varianta s vyšším Reynoldsovým číslem

U této varianty bylo Reynoldsovo číslo zvýšeno o 38%. Ani tato varianta se od té původní příliš neliší, přesto jsou zde jisté rozdíly. Předně, část s hodnotou $St_m/St_{m0} = 1,5$ je u případu s vyšším Re rozlehlejší než u prvního případu a za druhé je v oblasti za lopatkami u třetího případu menší hmotnostní tok než u výchozího případu. Průměrné hodnoty St_m/St_{m0} jsou za lopatkami výrazně nižší u třetího případu, to může být přisuzováno prodloužení regionu s nižším hmotnostním tokem (G) až za odtokovou hranu lopatky. [12]

4.1.6 Závěry

Průměrné hodnoty poměru Stantonových čísel St_m/St_{m0} skrze celou průtočnou část mezi dvěma přilehlými lopatkami se z experimentu rovnají 1,31 (pro výchozí případ). Tato hodnota nám říká, že sekundární proudění zvýšilo hmotnostní tok sledovanou oblastí o 31%. Co se týče rozdílů variant, rozdíly hodnot u variant s širší mezní vrstvou a vyšším Reynoldsovým číslem se zdají nepatrné. Ovšem hodnoty poměrů jsou lehce zavádějící. Například hodnota St_{m0} je vůči prvnímu měření o 6,5% nižší pro případ s větší mezní vrstvou a o 6,2% vyšší pro případ s vyšším Re . Hodnoty St_m se ale u obou variant také odlišují o stejnou hodnotu a tudíž poměr vychází stejný. [12]

Z celého experimentu je možno vyvozovat několik závěrů [12]:

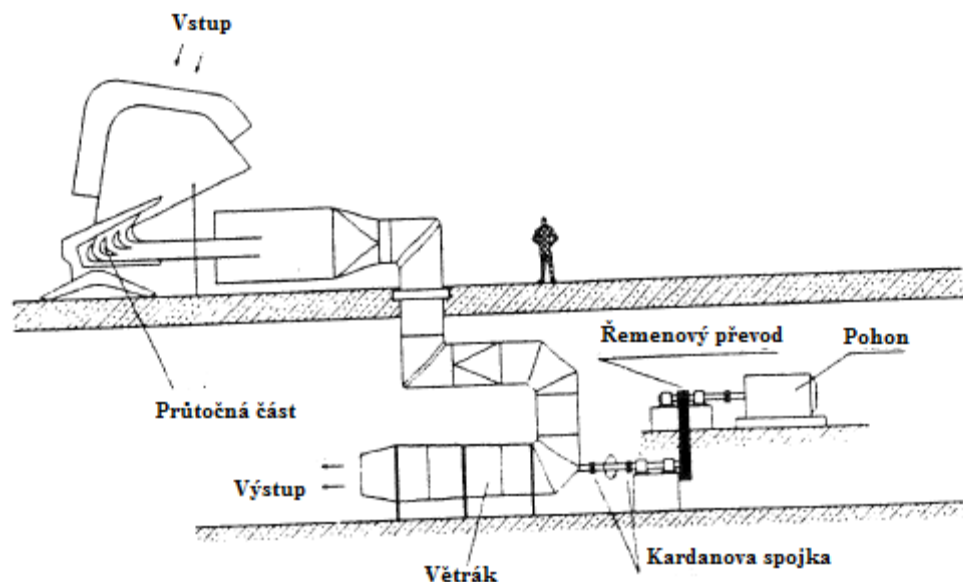
- při pozorování hmotnostního toku místo tepelného je možné sledovat oblast mnohem detailněji. Je jednodušší určit části s vyšší intenzitou turbulence a je možné získat větší přehled o tom, jak se chová sekundární proudění v lopatkové mříži.
- výsledky lze použít i pro předvídání toku tepelného.
- sekundární proudění obecně zvyšuje intenzitu proudění skrze oblast v průměru o 31%. V některých oblastech bylo ale zvýšení intenzity proudění mnohonásobně vyšší a s vyššími gradienty transportních koeficientů.

4.2 Slovenská technická univerzita v Bratislavě

Experiment zrealizovaný na Bratislavské technické univerzitě se zabýval zkoumáním sekundárního proudění skrze turbínu a mechanismem nárůstu ztrát, zapříčiněných právě sekundárním prouděním. Měření byla provedena při nízkých rychlostech v lineárním aerodynamickém tunelu na průtočné části rovnotlaké turbíny. Délka lopatky byla 500 mm. Experiment zahrnoval dvě měření pro dvě různé hodnoty štiřlosti. Proudění bylo měřeno v 5 různých rovinách v průtočné části a v jedné rovině za odtokovou hranou. [13]

4.2.1 Experimentální zařízení

Na Slovenské technické univerzitě v Bratislavě bylo pro tento experiment vybudováno zařízení, jehož schéma je zobrazeno na obr. 21. Jedná se o aerodynamický tunel s otevřeným oběhem. [13]



Obr. 21 - Experimentální zařízení na Bratislavské Univerzitě [13]

Testovací sekce má rozměry 1000 x 800 mm a skládá se ze 4 lopatek a 2 stěn z plexiskla. Lopatky jsou vyrobené ze zesíleného, vrstveného polystyrenu. Jejich poměr stran je nastavitelný pomocí pomocné pohyblivé vnitřní stěny. Celé zařízení je dimenzované na malé vstupní rychlosti kolem 65 m/s. Mezní vrstva na stěně je měnitelná pomocí mříží s nastavitelnými rozměry. Vstupní úhel je také nastavitelný, a to v rozmezích pro náběžný úhel -30 až 15 stupňů. [13]

Obecné charakteristiky průtočné částí jsou znázorněny v tabulce 3.

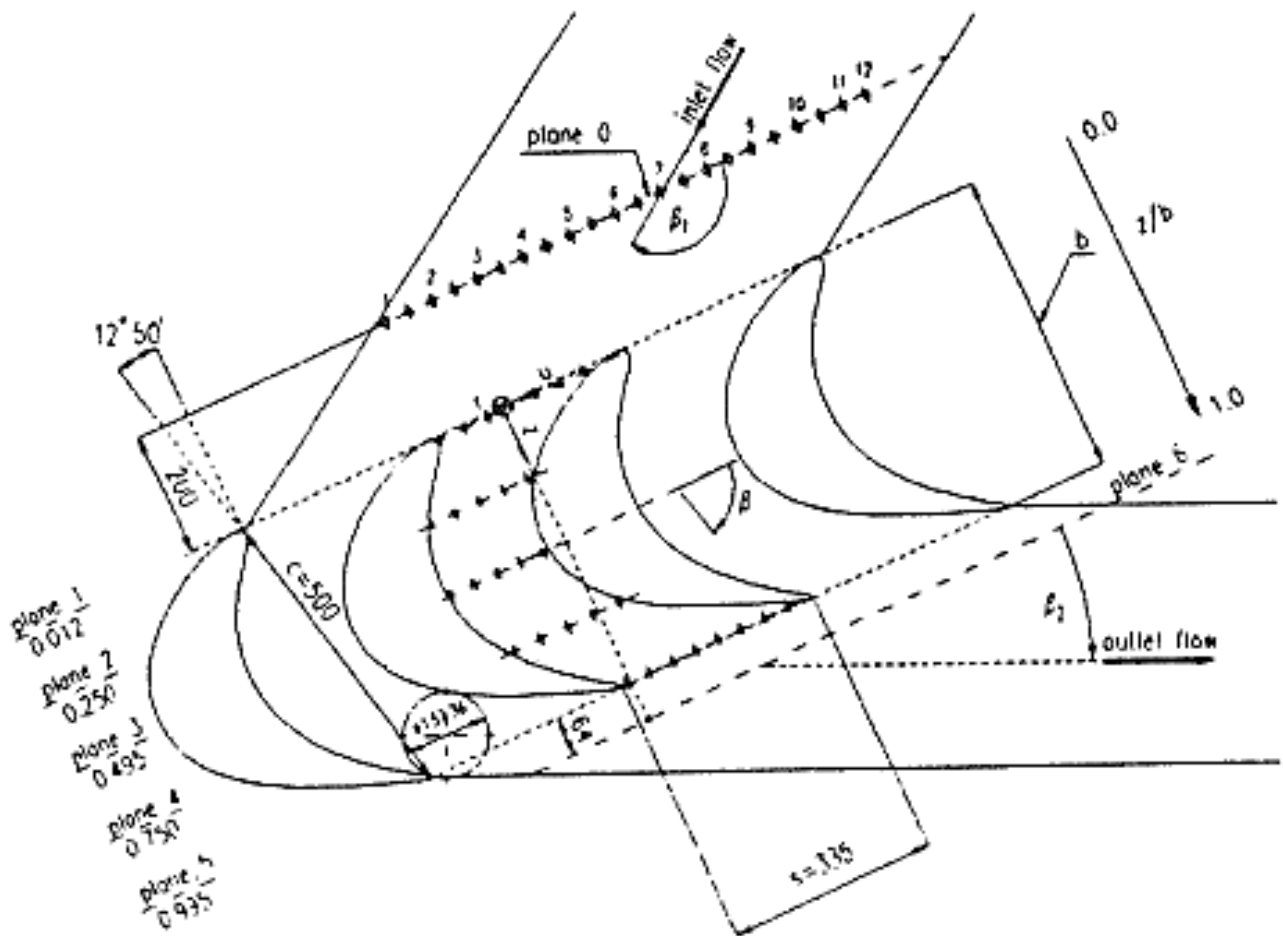
Tab. 3 – Obecné charakteristiky kaskády [13]

Geometrie profilu	ŠKODA B1
Tětiva lopatky	500 mm
Délka lopatky v axiálním směru	483 mm
Výška lopatky	800 mm
Štíhlost lopatky	0,2 - 1,6
Rozteč	335 mm
Poměrná rozteč	0,67
Úhel nastavení	12°50′
Úhel sklonu	125°30′
Vstupní úhel	140°
Výstupní úhel	14°30′

4.2.2 Postup experimentu

Hodnoty statického tlaku byly měřeny pomocí sond na 2 středních lopatkách, a to ve vzdálenosti 10, 25, 50, 125, 200 a 300 mm od stěny. Pro měření celkového tlaku, statického tlaku a vektorů rychlosti byly použity sférické sondy s pěti otvory. Pro oblasti uvnitř průtočné části se jednalo o 3 mm sondy, pro oblast za kaskádou 4 mm sondy. Sondy byly rovnoměrně rozmístěny na 6 až 8 pozicích mezi lopatkami. Úhel proudění byl určen z rozdílu tlaků. Hodnoty proudění na vstupu se měřily pomocí válcové sondy se třemi otvory. [13]

Profil lopatek, souřadný systém a roviny, ve kterých se měřilo, jsou zobrazeny na obr. 22. Body na obrázku představují polohy jednotlivých sond. [13]



Obr 22. – Testovací sekce [13]

Ve vstupní rovině 0 (plane 0-viz. obr. 21) byla rychlost proudu měřena ve 12 bodech, které jsou znázorněny na obrázku a ve 14 místech rovnoměrně rozmístěných po výšce lopatky. Charakteristiky mezní vrstvy byly měřeny na pozici č. 6. Hodnoty na vstupu jsou znázorněny v tabulce 4. Poměr hmotnostních toků na vstupu a uvnitř testovací sekce byl 0,991 pro variantu s poměrem stran 1,2 a 0,986 pro variantu s poměrem stran 0,5. [13]

Tab. 4 – Hodnoty na vstupu do testovací sekce [13]

Štíhlost	1,2	0,5
Vstupní rychlost proudu na střední rozteči	35,5 m/s	35,5 m/s
Intenzita turbulence	~2%	~2%
Vstupní úhel	148,6°	148,6°
Incidence	+8,6°	+8,6°
Pošinovací tloušťka / výška lopatky	0,0193	0,0327
Impulzní tloušťka / výška lopatky	0,0131	0,0206
Energetická tloušťka / výška lopatky	0,0246	0,0393
Tvarový faktor H12	1,42	1,59
Tvarový faktor H32	1,87	1,91
Pošinovací tloušťka – Reynoldsovo číslo	25910	17740
Impulzní tloušťka – Reynoldsovo číslo	17610	11150

4.2.3 Výsledky

Na obrázku 23 jsou znázorněny kontury tlakového koeficientu c_z na povrchu lopatky pro štíhlost 1,2. Tlakový koeficient je definován jako [13]:

$$c_z = \frac{p - p_{in}}{p_{oin} - p_{in}} \quad (4.4)$$

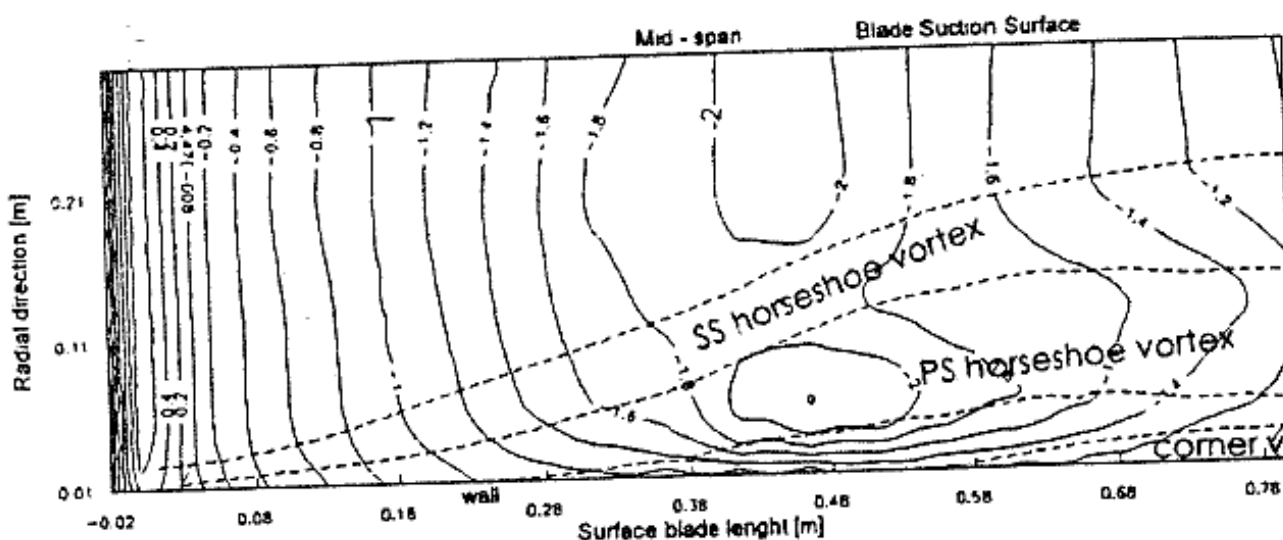
kde:

p – statický tlak v daném místě

p_{in} – statický tlak na vstupu

p_{oin} – celkový tlak na vstupu

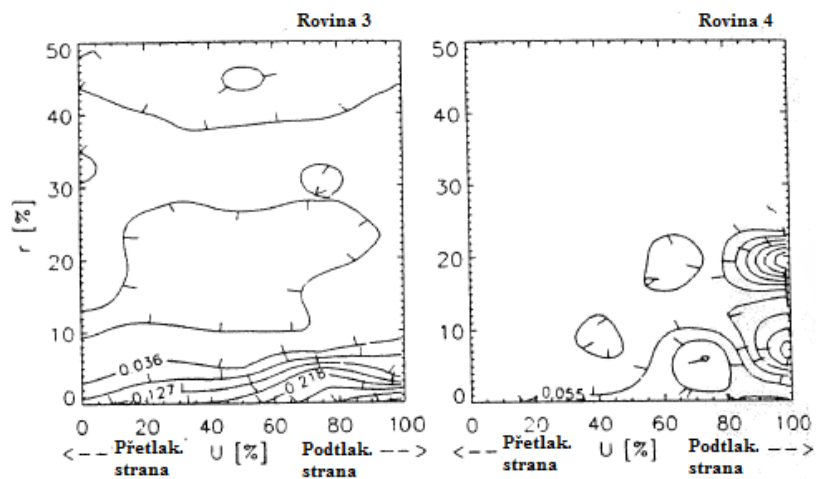
Na podtlakovém povrchu lopatky je vidět, jak podkovitý vír na této straně ovlivňuje rozložení tlaku (SS horseshoe vortex). Blíže ke stěně ovlivňuje rozložení tlaku další podkovovitý vír (PS horseshoe vortex). Tento vír je z přetlakové strany lopatky a na podtlakovou stranu se dostal působením hlavního protiběžného víru. Na obrázku je také vidět vliv sekundárního proudění a rohových vírů (corner v.). Varianta s menší štíhlostí má rozložení tlaku velice podobné. [13]



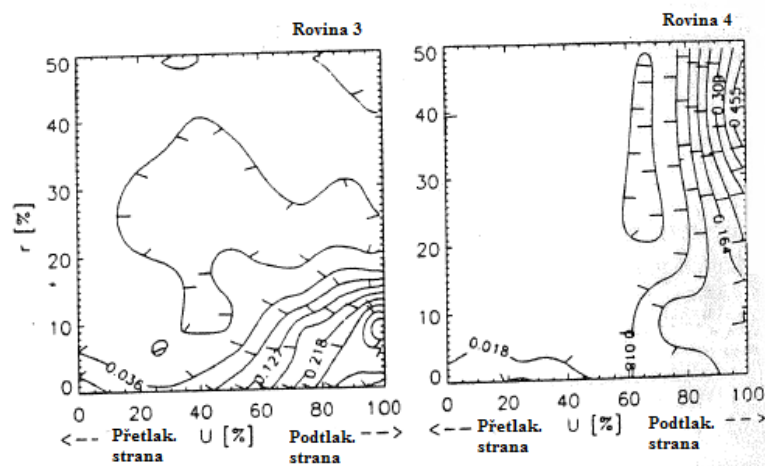
Obr. 23 – Rozložení tlaku na podtlakové straně lopatky pro hodnotu štíhlosti 1.2 [13]

4.2.3.1 Průběh lokálních ztrát

Ke studiu lokálních ztrát je výhodné porovnání konturových grafů ztrát všech rovin, ve kterých se měřilo. Pro příklad je zde porovnána rovina 3 a 4 pro obě varianty (viz. obr. 24 a 25). Souřadnice u a r jsou bezrozměrné. Z obrázku obou případů je vidět změna struktury lokálních ztrát mezi rovinou 3 a 4. U obrázku 25 dojde ovšem k vyhlazení lokálních extrémů. To je následek působení intenzivnějšího sekundárního proudění. Je třeba podotknout, že maxima lokálních ztrát nám neudávají středy vírů. Obecně jsou nejvyšší ztráty v oblastech vysokých sekundárních rychlostí. [13]

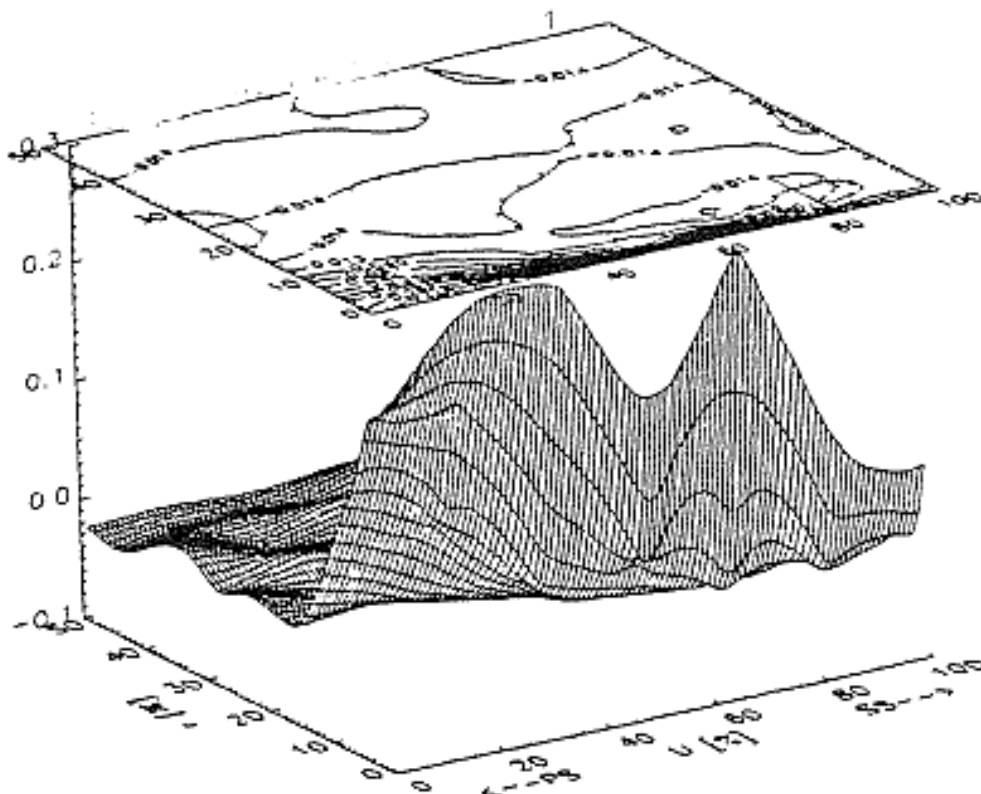


Obr. 24 – Lokální ztráty pro hodnotu štíhlosti 1,2 [13]



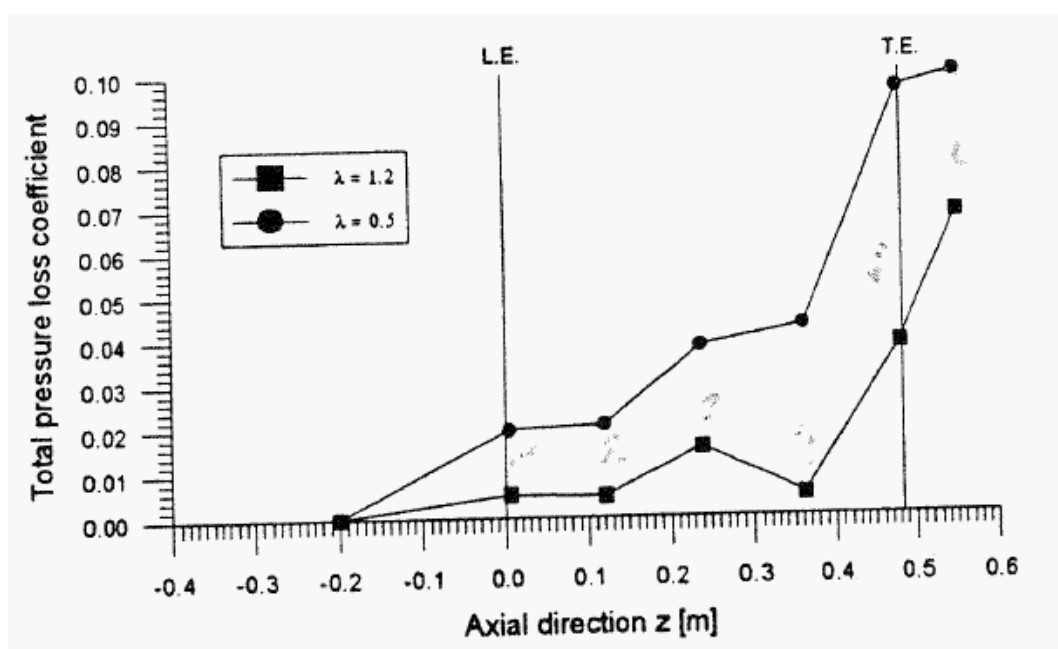
Obr. 25 – Lokální ztráty pro hodnotu štíhlosti = 0,5 [13]

Vliv dopadu hlavního protiběžného víru na lopatku nám ukazuje nárůst ztrát na 3D grafu z roviny 1 (viz. obr. 26). Graf je vyhotoven pro variantu se štíhlostí 1,2. [13]



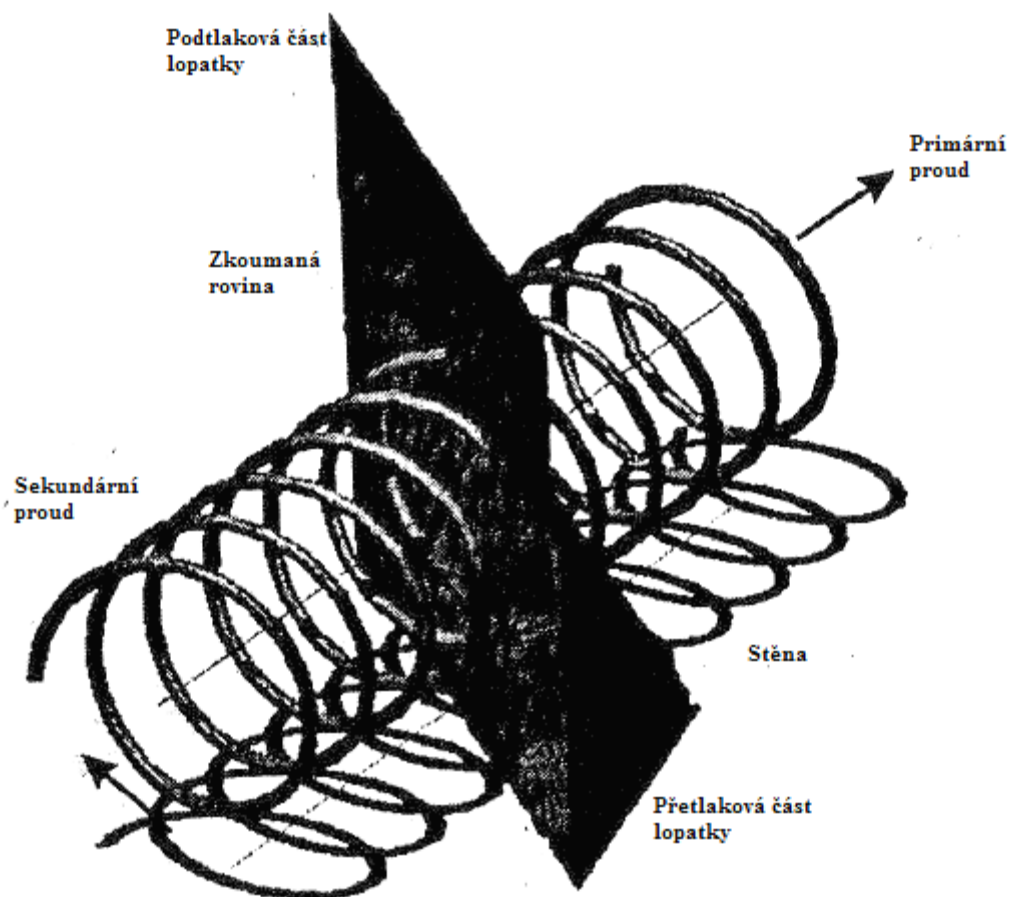
Obr. 26 – Nárůst lokálních ztrát indukující podkovovitý vír [13]

Z hodnot ztrátových koeficientů v jednotlivých rovinách byl sestaven graf průběhu ztrát skrze průtočnou část (viz. obr. 27). [13]



Obr. 27 - Průběh ztrát skrze testovanou sekci [13]

Z obrázku 27 je vidět, že navzdory velké intenzitě sekundárního proudění, která byla ve druhé rovině zaznamenána, stoupanou celkové ztráty u obou variant pouze o malou hodnotu. Ve 4. rovině dojde dokonce k poklesu ztrát u varianty se štíhlostí 1,2. Vysvětlení podává interpretace sekundárního proudu, která předpokládá, že se sekundární proud ovíjí kolem proudu primárního. Ve 2. a 4. rovině dochází k interakci sekundárního proudu s lopatkou, který vede k vyššímu transportu energie ze střední oblasti do rohu přetlakové strany lopatky (viz. obr. 28). [13]



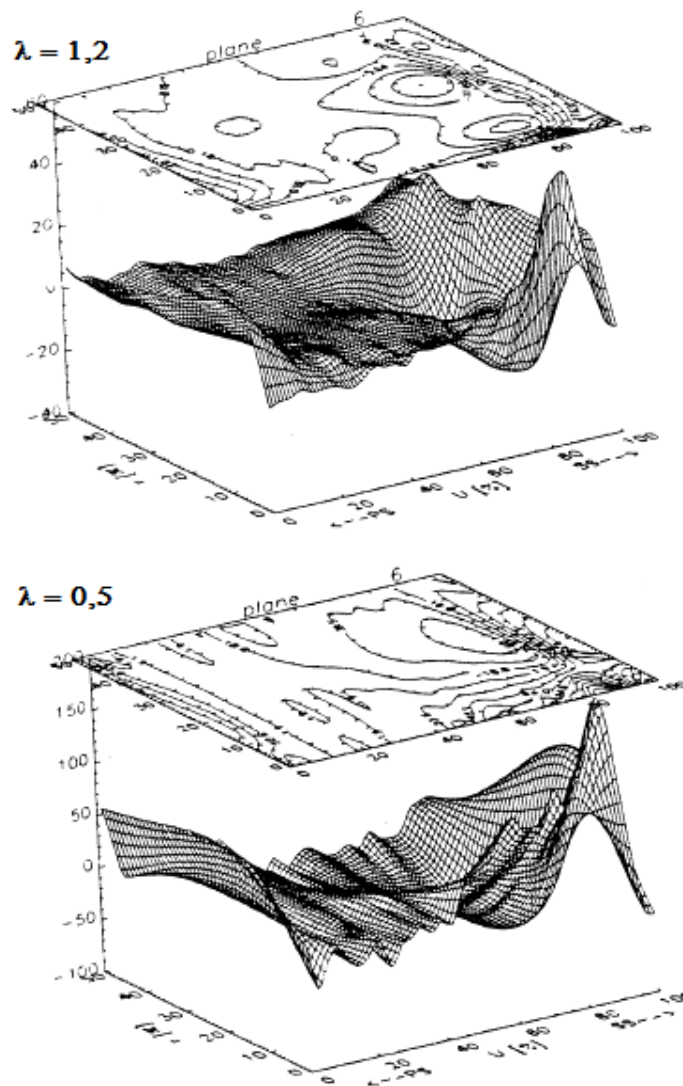
Obr. 28 - Interakce hlavního protiběžného víru se zkoumanou rovinou [13]

4.2.3.2 Určení jednotlivých vírů

K identifikaci jednotlivých vírů se využilo 3 různých metod [13]:

- podle rozložení úhlů proudění skrze průtočnou část
- podle složek vířivosti v axiálním směru
- podle složek sekundárních rychlostí

Nejnázornější metodou je určení jednotlivých vírů pomocí vektorů vířivosti v axiálním směru. Grafy složek vířivosti napomáhají k určení polohy, rozsahu a směru proudu ve zkoumané rovině. Na 3D grafech je možné určit polohu jednotlivých vírů. Hlavní protiběžný vír a část podkovitého víru na přetlakové straně vykazují negativní hodnoty vířivosti. Na druhé straně podtlaková část podkovitého víru a koutové víry mají hodnoty vířivosti kladné. [13]

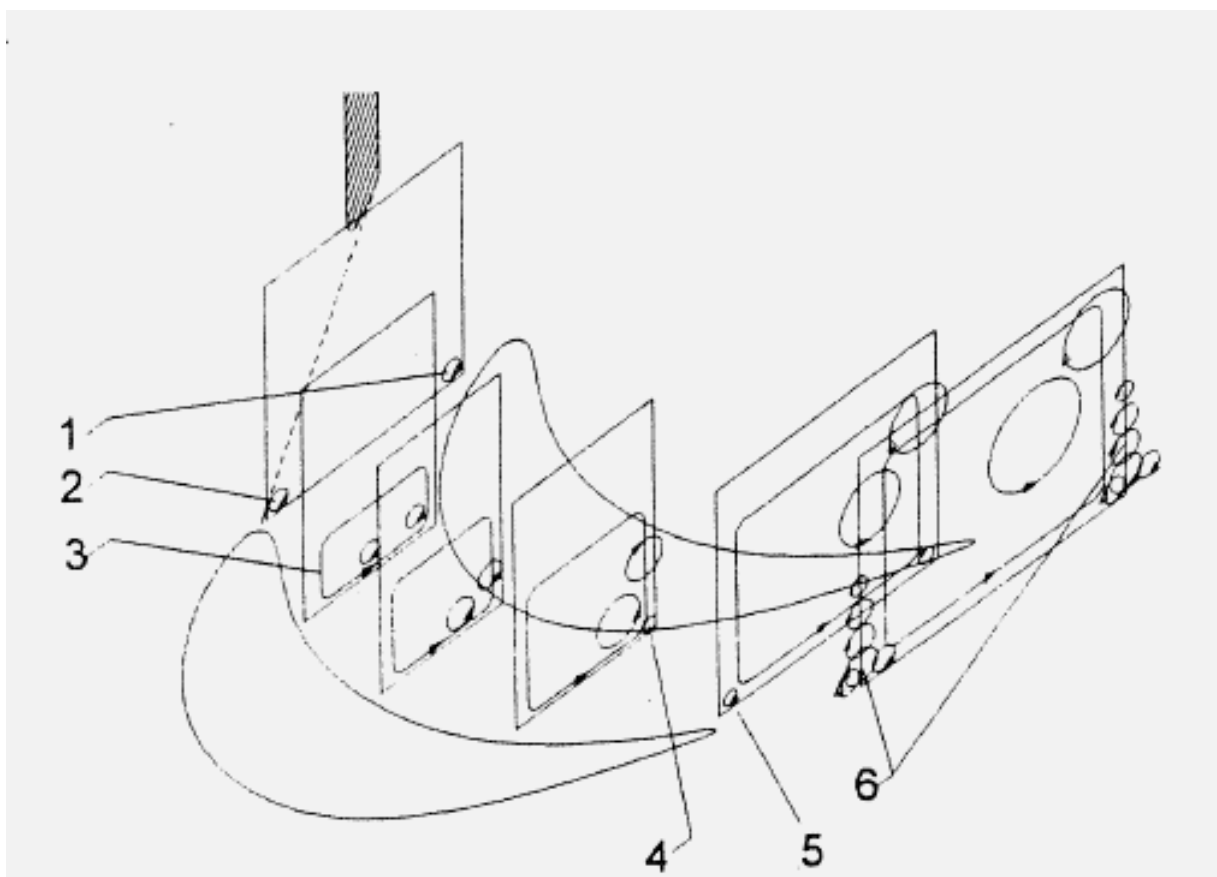


Obr. 29 - 3D graf vířivosti v rovině 6 [13]

Obrázek 29 zobrazuje velikosti vektorů vířivosti v rovině 6. Výchytky od nulové vířivosti indikují polohu jednotlivých sekundárních i primárních vírů. Největší výkyv do kladných hodnot je důsledkem vzniku vysoké vírové aktivity za odtokovou hranou. Obrázek také dokazuje, že u varianty s menší hodnotou štíhlosti lopatky se vyskytují mnohem vyšší hodnoty vířivosti. [13]

4.2.4 Závěry

Z experimentu vyplývá, že štíhlost lopatky má na chování 3D proudění výrazný vliv, především ve střední oblasti, kde začnou interagovat sekundární proudění z obou stran lopatky. Experiment se v dané době ukázal jako významný, protože měření ve větším měřítku potvrdilo předchozí teorie o chování proudění uvnitř průtočné části turbíny. Obrázek 30 vizualizuje identifikované víry v jednotlivých měřených rovinách. [13]



Obr. 30 - Víry napříč lopatkovou částí [13]

1 - podkovovitý vír (podtlaková strana), 2 - podkovovitý vír (přetlaková strana), 3 - hlavní protiběžný vír,
4 - koutový vír (podtlaková strana), 5 - koutový vír (přetlaková strana), 6 - vírové struktury za odtokovou hranou

4.3 Porovnání čtyř evropských tunelů

Je známo, že výsledky experimentálních měření v aerodynamických tunelech jsou do jisté míry ovlivněny jejich prostředím. Tento experiment se zaměřuje na vliv rozdílů mezi testovacími sekcemi některých tunelů. Konkrétně zkoumá 4 evropské tunely o různých testovacích sekcích, ve kterých došlo k měření tíže lopatkové řady plynové turbíny pro sub/transsonické proudění a vyhodnocuje vliv "tunelových efektů" na měření. [14]

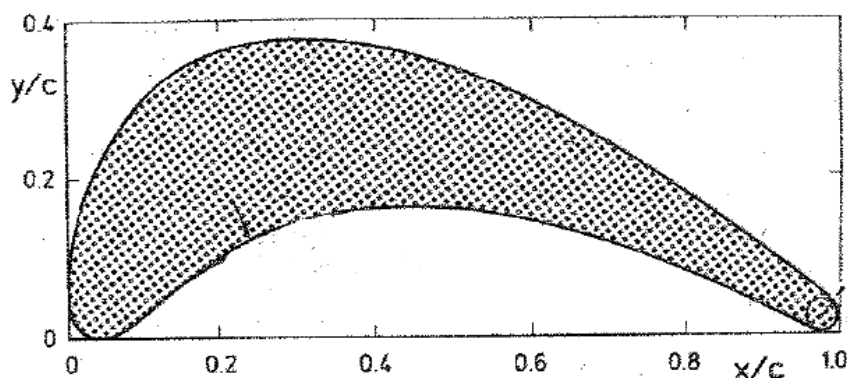
Lokace porovnávaných tunelů [14]:

- Von Karmanův ústav, Rhode-St.-Genèse, Belgie (dále RG)
- Německé středisko pro letectví a kosmonautiku, Goettingen, Německo (dále GO)
- Německé středisko pro letectví a kosmonautiku, Braunschweig, Německo (dále BS)
- Oxfordská univerzita, Velká Británie (dále OX)

Reynoldsovo číslo bylo při měření transsonického proudění na výstupu z turbíny $Re = 8 \cdot 10^5$. Intenzita turbulence nebyla uměle zvyšována. Jednotlivé testovací sekce měly rozdílné rozměry a také pracovaly s jinými měřicími sondami, co se tvaru a velikosti týče. Provozní podmínky byly stabilní i přerušované a vlastnosti proudění byly měřeny na povrchu lopatky. Porovnávány byly výsledky rozložení tlaku podél povrchu lopatky a traverzování úplavu. [14]

4.3.1 Experimentální zařízení

Jako testovací model byla zvolena turbínová kaskáda, která je typická pro rotor plynové turbíny. Na obrázku 31 je zobrazena lopatka z použité lopatkové řady. Parametry kaskády jsou zobrazeny v tabulce 5. V GO byly lopatky opatřeny drátem o průměru 0,05 mm na podtlakové straně lopatky v místě $x/c = 0,6$. [14]



Obr. 31 - Tvar lopatky [14]

Tab. 5 – Parametry kaskády [14]

s/c	0,71
$\arccos(o/s)$	67,8°
β_s	33,3°
β_1	30°

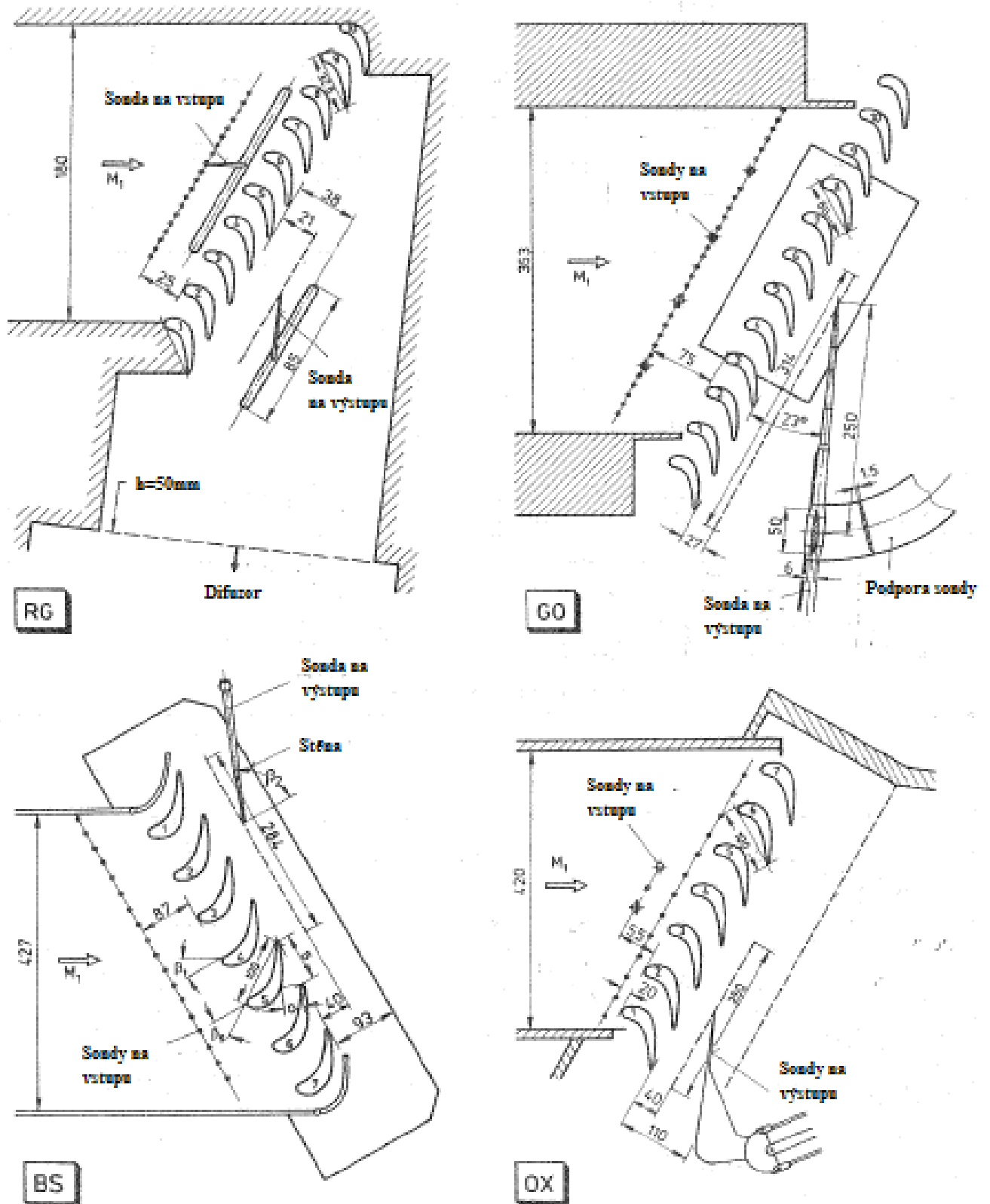
kde: s/c - poměrná rozteč

$\arccos(o/s)$ - měřicí úhel

β_s - úhel lopatky vůči ose lopatkové řady

β_1 - náběžný úhel

Mezi jednotlivými testovacími sekcemi je mnoho rozdílů. Tvar a parametry jsou zobrazeny na obrázku 32, respektive v tabulce 6. Šířka testovací sekce se pohybuje v rozmezí $B = 50 - 300$ mm. Tětiva lopatky zase v rozmezí $c = 32,6 \div 100$ mm. Počet lopatek byl 7 nebo 10. Testovací část v BS a OX jsou stejných velikostí, a tím pádem v nich bylo možné testovat fyzicky totožnou lopatkovou kaskádu, bez upravování velikostí. Poměr délky lopatky v axiálním směru ku šířce tunelu se pohybuje mezi 3 - 20. Poměr délky lopatky v radiálním směru vůči šířce tunelu je od 0,8 - 5. Všechna zařízení jsou vybavena pevnými paralelními stěnami. [14]



Obr. 32 - Testovací sekce jednotlivých zařízení [14]

Tab. 6 – Parametry kaskády [14]

Parametry	RG	GO	BS	OX
Typ aerodynamického tunelu	Otevřený	Otevřený	Uzavřený (cirkulační)	Otevřený
Rozměry B x H ₁ [mm]	50 x 180	125 x 353	300 x 427	300 x 420
Délka stěny v mm (axiální směr)	1000	2550	1550	800
Délka proudění v radiálním směru [mm]	200	650	250	290
Počet lopatek	10	10	7	7
Rozdíl mezi nominální a reálnou hodnotou [mm]	±0,031	±0,025	±0,055	±0,055
Tětiva [mm]	32,6	60	100	100
Štíhlost lopatky [mm]	1,534	2,083	3,000	3,000
Skutečný měřicí úhel (o/s) [°]	67,74±0,10	67,92±0,11	67,96±0,03	67,96±0,03
Skutečné stoupání [mm]	23,15±0,04	42,58±0,19	70,88±0,10	70,88±0,10
Skutečný úhel stoupání [°]	33,14±0,09	33,56±0,12	33,29±0,03	33,29±0,03

Pro přizpůsobení proudu pro daný poměr Machova a Reynoldsova čísla M/Re byly měřeny vlastnosti proudu v rovinách před i za lopatkovou řadou. Měřeny byly hodnoty statického a celkového tlaku a úhly proudění. V případě RG, BS a OX byly použity člankové sondy, kde každá tyč měřila jednu charakteristiku proudu (kromě sondy v RG, kde jedna tyč měřila jak celkový tlak, tak úhel vychýlení). V GO byla využita klínová sonda. Všechny sondy byly pečlivě kalibrovány. Tlak na povrchu lopatek byl měřen pomocí sond upevněných na 2 středních lopatkách. Jedna lopatka byla opatřena sondami na podtlakové straně, druhá na přetlakové. Sondy pro měření tlaku na povrchu byly umístěny na 2 lopatky, aby bylo možné umístit co nejvíce těchto sond. Intenzita turbulence byla měřena jedním žhaveným drátem za účelem získání hodnot fluktuací v hlavním proudu. [14]

Až na zařízení BS umožňují všechna zařízení testování při supersonických rychlostech proudění. Přesto pouze GO se dostane do dostatečně vysokých Machových čísel. V BS a OX je možné na výstupu měnit Reynoldsovo číslo nezávisle na Machově čísle. Testování při transsonických rychlostech ($M_2 = 0,8 - 1,1$) se provádělo při Reynoldsových číslech blízkých se hodnotě $Re_2 = 8 \cdot 10^5$. Pro nejnižší M_2 bylo v zařízeních RG a GO $Re_2 \approx 3,5 \cdot 10^5$. Pro lepší srovnání při nízkých Machových číslech bylo v BS Re_2 sníženo na hodnoty, které jsou v GO a RG. Celková teplota byla blízká teplotě okolí. [14]

Tab. 7 – Provozní podmínky [14]

Parametry	RG	GO	BS	OX
Rychlost na výstupu z kaskády	Sub/transsonický	Sub/transsonický	Sub/transsonický	Sub/transsonický
Re_2	Závislé na výstupní rychlosti		Nezávislé na výstupní rychlosti	
Intenzita turbulence	1%	1%	0,3 - 0,6 %	<1%
Celková teplota [K]	278	290	313	287

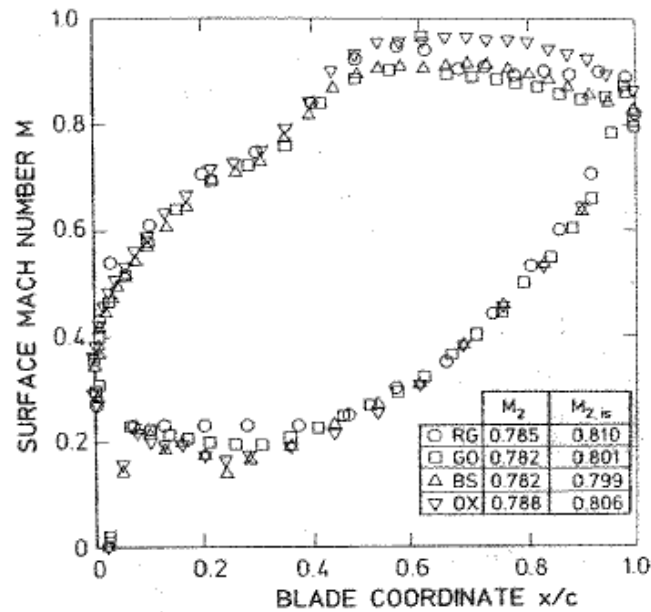
4.3.2 Porovnání výsledků

4.3.2.1 Vstupní oblast

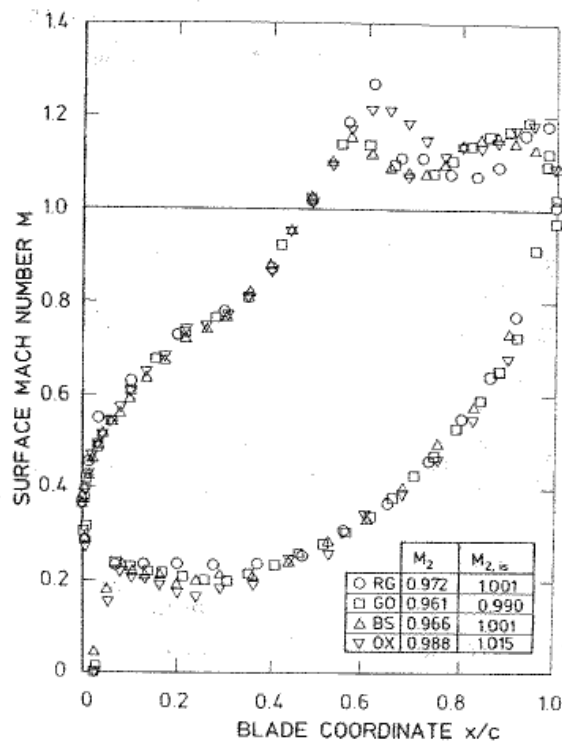
Sklon kaskády a mezery mezi koncovými lopatkami a horní/spodní stěnou byly zvoleny tak, že vstupní úhel proudění byl ve všech případech téměř totožný, a to kolem $\beta = 30^\circ$. Změna celkového tlaku v čase byla velice malá s relativní odchylkou $\pm 0,1\%$. Hodnoty Machova čísla na vstupu se u tunelů RG a GO pohybují těsně ($\pm 0,003\%$) kolem hodnoty 0,282. U BS je to 0,260 a v případě OX 0,252. Hodnoty Ma jsou vyšší, než teoretické hodnoty pro dané tunely. To je dáno vznikem mezní vrstvy na stěně, která urychlí proud mezi vstupem a zúžením. Tento efekt je ještě umocněný při větší délce vstupní trubky a užším kanálu. To je vidět na RG a GO, které mají poměr délky ku šířce cca 20 a jejich hodnoty Ma jsou výrazně vyšší, nežli hodnoty u BS a OX, které mají poměr pouze 5, respektive 3. [14]

4.3.2.2 Rozložení Machova čísla na povrchu lopatky

Pro čistě subsonické proudění je rozložení Machova čísla po povrchu lopatky znázorněno na obrázku 33 a pro proudění transsonické na obrázku 34. Proudění je charakterizováno akcelerací po podtlakové straně lopatky až do místa $x/c = 0,6$ a mírným zpomalením po ohnutí proudu do kolmého směru. [14]



Obr. 33 - Hodnoty Machova čísla po povrchu lopatky pro čistě subsonické proudění [14]



Obr. 34 - Hodnoty Machova čísla po povrchu lopatky pro transsonické proudění [14]

V případě subsonického proudění jsou hodnoty Ma na výstupu ve všech 4 zařízeních v rozmezí pouhých šesti tisícín. V druhé polovině podtlakové části se ale rozložení Machových čísel poměrně výrazně liší. Zajímavé je, že OX dosahuje v této oblasti vyšších hodnot Ma než zařízení BS, a to i přesto, že na vstupu byly hodnoty Ma v OX nižší než ty v BS. Tento jev byl také pozorován při jiných Machových číslech na výstupu a předpokládá se, že je to zapříčiněno rozdílným měřením výstupního statického tlaku, kde dojde na výstupu ke ztrátě tlaku, způsobenou měřicí sondou. [14]

V přední části podtlakové i přetlakové strany lopatky RG a v zadní části podtlakové strany se vyskytují mírně vyšší Machova čísla. To je dáno tvarem lopatky v RG, která se od ostatních trošku liší. Že je tato výchylka dána rozdílným tvarem lopatky bylo ověřeno i numericky. [14]

Lokální maximum v místě $x/c = 0,61$ na podtlakové části lopatky GO je způsobeno drátem, který je umístěn po proudu od sondy připnuté na povrch lopatky. Porovnání s jiným testem bez drátu neprokazuje žádné další rozdíly vůči lokálním nebo celkovým charakteristikám proudu u jiných zařízení. [14]

V transsonickém proudění se dosáhne rychlosti zvuku ($Ma = 1$) v místě $x/c \approx 0,47$ na podtlakové straně lopatky a v místě $x/c \approx 0,99$ na přetlakové straně lopatky. To vede k poměrně přímému profilu sonického proudění skrze lopatkovou řadu. Porovnání rozložení Ma pro jednotlivá zařízení jinak vede k poměrně podobným závěrům jako u proudění subsonického. Vlivem rozdílného tvaru lopatky u RG dochází k turbulizaci mezní vrstvy poblíž zúžení. Na konci lopatky je větší rozdíl mezi jednotlivými Ma a to $\Delta Ma_2 = 0,027$. To by mohlo ovlivnit lokaci kompresních rázů. V místech $x/c \approx 0,65$ a $x/c \approx 0,99$ dochází k výraznému zpomalení. [14]

4.3.2.3 Základní tlak

Základní tlak je tlak na odtokové hraně lopatky. Tento tlak je důležitý pro výpočet ztrát v téže oblasti a při volbě systému, který tlumí rázy při supersonickém proudění. Základní tlak byl vyjádřen pomocí bezrozměrných koeficientů c_p , který se ve všech případech, kromě OX, v závislosti na Ma_2 , téměř nelišil. Kritické $Ma_{2,cr}$ dosahuje hodnot $0,8 \div 0,86$. Nejvyššího koeficientu tlaku c_p se dosáhlo těsně nad touto hodnotou (cca $Ma_2 = 0,866$). V těchto místech dochází k mírným rázům na odtokové hraně, které způsobují navýšení tlaku. Jak Ma_2 dále roste, roste i velikost rázů a s tím je spojen výrazný pokles základního tlaku. [14]

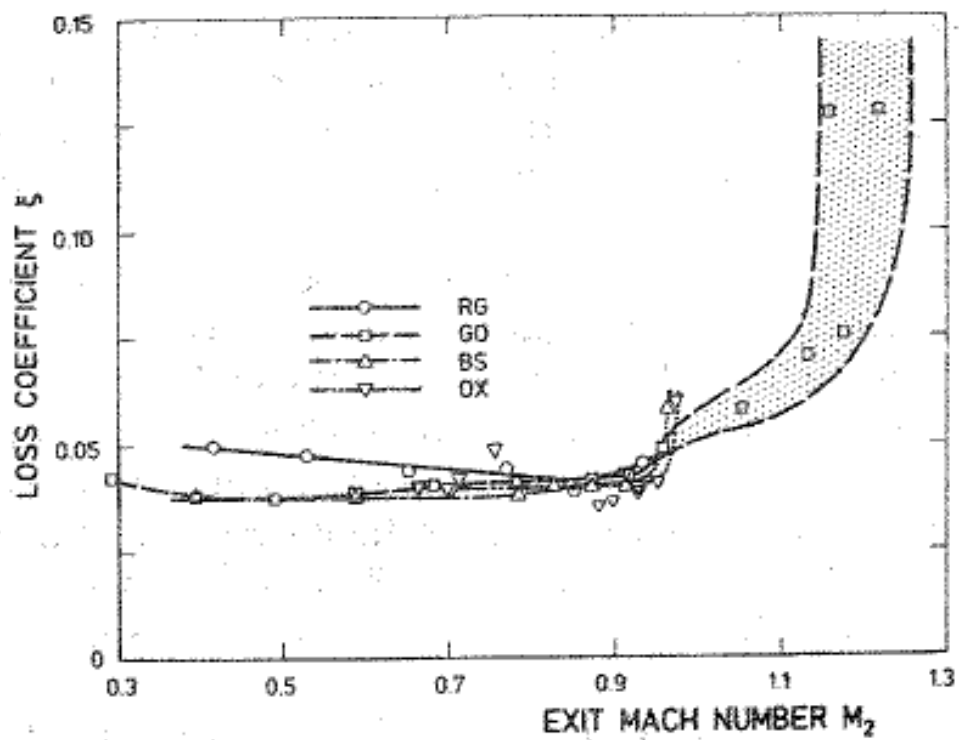
4.3.2.4 Porovnání traverzování úplavu

Charakteristiky při traverzování úplavu byly měřeny ve 3 až 4 bodech v případě RG a GO a pouze v 1 bodě v případě BS a OX. Výsledky jsou zobrazeny na obrázcích 35-37. Pro velká Machova čísla na výstupu $M_2 > 0,95$ je v případě GO zobrazeno i rozmezí relativních odchylek. Kaskáda nebyla navržena na supersonické rychlosti a dochází k odtržení mezní vrstvy, což vede k vysokým ztrátám. [14]

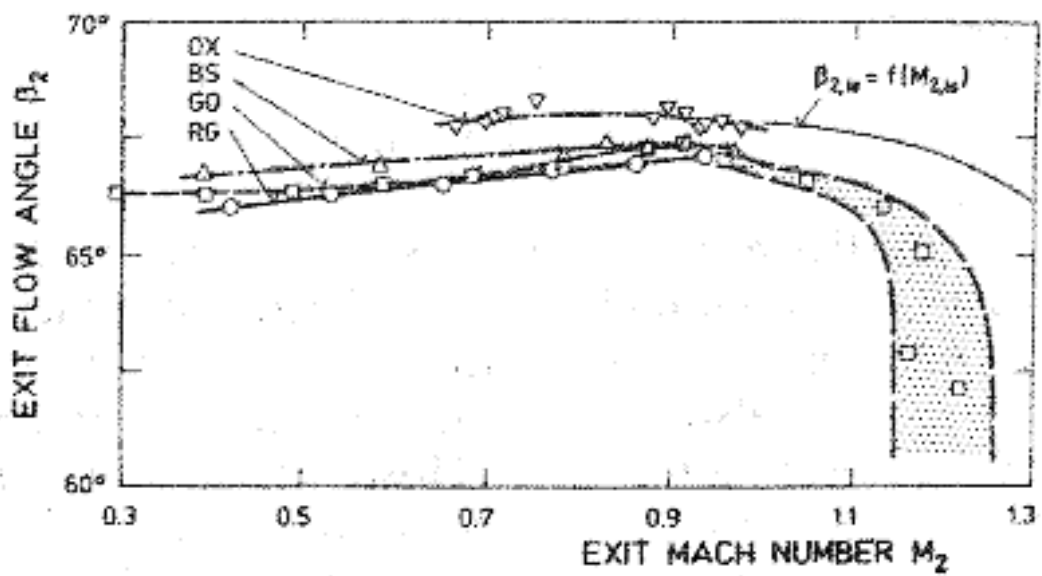
Pro hodnoty $M_2 < 0,95$ jsou ztrátové koeficienty téměř konstantní (viz. obr. 35). Výskyt vyšších ztrát pro nejnižší hodnoty M_2 v případech RG a GO je způsoben nižšími Reynoldsovými čísly na výstupu. U OX se vyskytují 3 hodnoty, které se vychylují od ostatních hodnot i přesto, že $Re_2 = konst.$ To může být způsobeno nedostatečným nastavením tlaku při velice krátkém čase, kdy probíhal test v OX. Ztráty v GO a BS nad hodnotami $M_2 > 0,92$ narostou vlivem silných rázů na odtokové hraně lopatky. [14]

Podle předpokladů se výstupní úhel až do $M_2 = 0,95$ mírně zvyšuje (viz. obr. 36). V transsonických hodnotách se v RG, GO a BS vytváří velice úzký pás $\beta_2 = 67,2 \pm 0,2^\circ$, který se téměř neliší oproti izoentropickým hodnotám výstupního úhlu. Při vyšších M_2 se výstupní úhel začne prudce zmenšovat, to je dáno již zmíněnými ztrátami. [14]

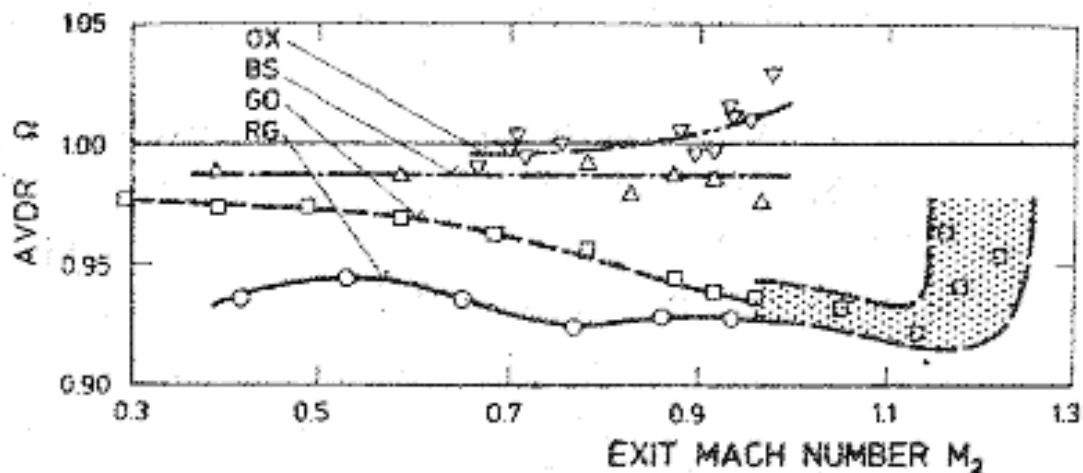
Porovnání proudění na vstupu a výstupu je provedeno pomocí poměru axiální rychlosti a hustoty Ω , které je vyhodnocováno pro střední oblast průtočné části (viz. obr. 37). Odchylka Ω od 1 poukazuje na výskyt třídímenzionálního proudění nebo chybu měření, přesněji na chybu v měření úhlů proudění β_1 a β_2 . Pro OX a BS vyšly hodnoty $\Omega = 1,000 \pm 0,025$, což dokazuje, že proudění v obou tunelech je dvoudímenzionální. Oproti tomu hodnoty v RG a GO vykazovaly odchylky až $\Delta\Omega = 0,08$, což poukazuje na 3D proudění. Přesto se zdá, že to neovlivňuje měření výstupního úhlu ani ztrát. [14]



Obr. 35 - Průběh ztrátových koeficientů v závislosti na různých výstupních Machových číslech [14]



Obr. 36 - Průběh výstupního úhlu v závislosti na různých výstupních Machových číslech [14]



Obr. 37 - Průběh koeficientu Ω v závislosti na různých výstupních Machových číslech [14]

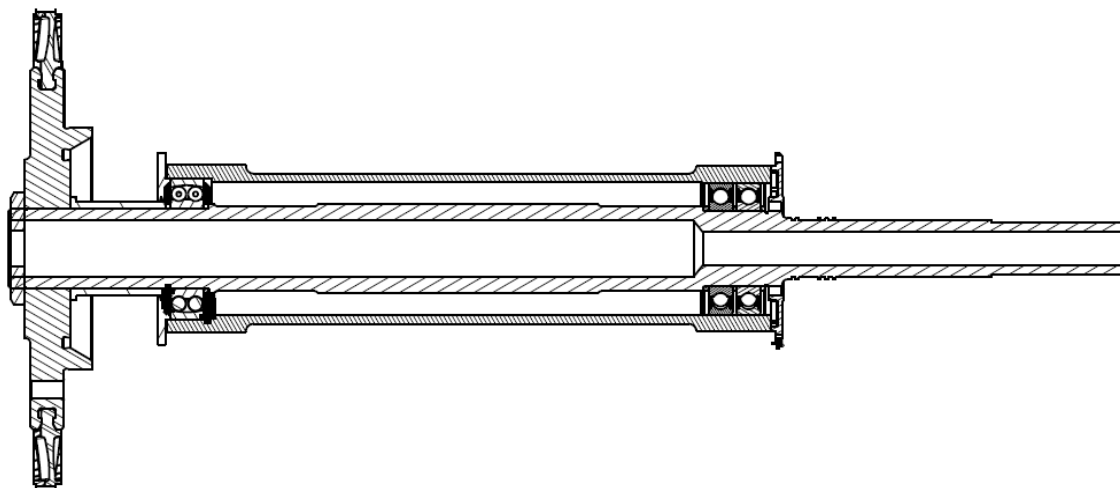
4.3.3 Závěry

Z porovnání výsledků vyplývá [14]:

1. vstupní Machovo číslo vypočtené ze statického a celkového tlaku je ve třech zařízeních vyšší než se předpokládalo. To má za následek mezní vrstva, která vzniká na boční straně vstupního kanálu. Tento problém je možné odstranit jinou geometrií vstupního tunelu.
2. Machovo číslo na povrchu se u jednotlivých zařízení příliš neliší. Bohužel nebylo možné zajistit porovnání při totožných Machových číslech na výstupu, takže výsledky nejsou zcela spolehlivé. Machova čísla je třeba určovat nezávisle vůči měření v koncové části sekce, tedy bez přítomnosti měřicí sondy na výstupu.
3. průběh ztrát je mezi jednotlivými zařízeními téměř totožný. Nad $M_2 > 0,92$ ztráty narůstají vlivem působení rázů.
4. výstupní úhly se pro jednotlivé případy neliší s hodnotou $\beta_2 = 67,2 \pm 0,2^\circ$, v rozmezí $M_2 = 0,8 \div 1,0$ a podle předpokladu jsou těsně pod hodnotou izoentropického proudu $\beta_2 = 67,8^\circ$.
5. poměr rychlosti v axiálním směru vůči hustotě poukazuje na 2D proudění ve 2 zařízeních. Druhé dva tunely vykazují nižší hodnoty vlivem geometrie vstupní oblasti. Ukazuje se ale, že pro rozmezí $\Omega = 0,9 \div 1$ nejsou ovlivněny výsledky ztrátových koeficientů a výstupních úhlů.

5 Statická analýza rotoru vzduchové turbíny VT-400

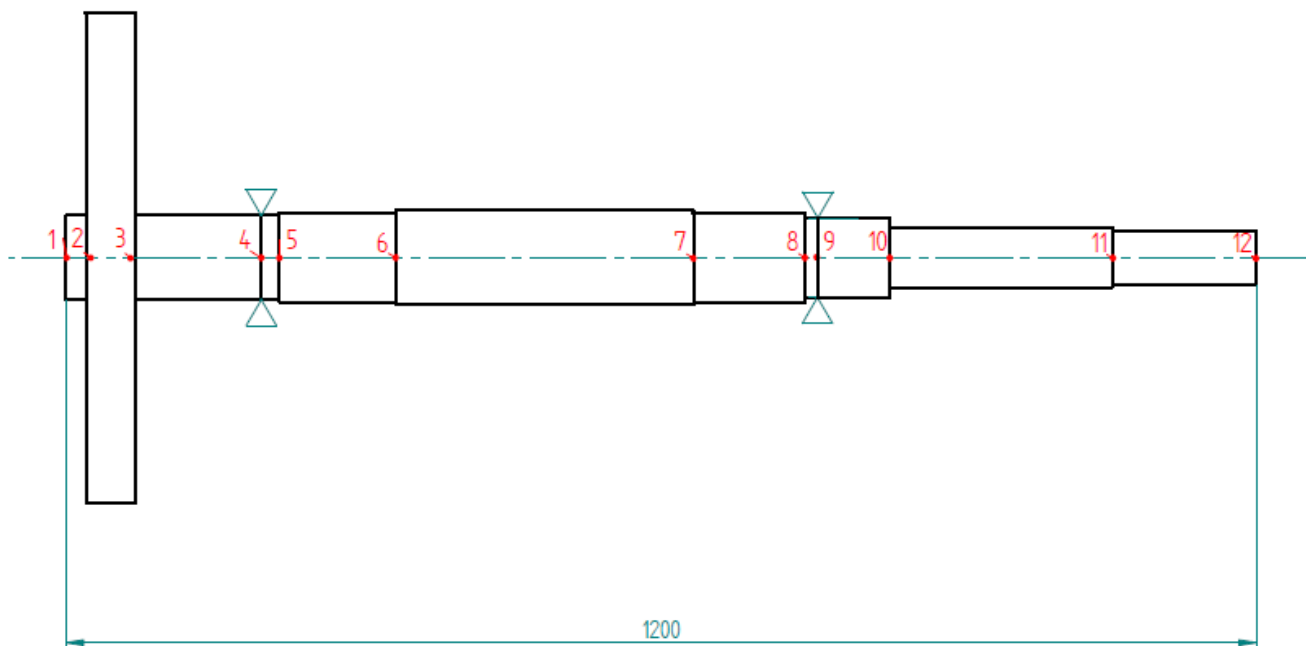
Statická analýza slouží pro zjištění průběhu smykové síly a ohybového momentu po celé délce rotoru turbíny. Dále se z ní určí reakce v místech uložení ložisek a čára průhybu rotoru. Vzhledem ke složitosti a komplexnosti úlohy se pro zjednodušení bude uvažovat, že rotor je uložen ve 2 ložiscích místo 3, z nichž jedno je radiálně-axiální. Úloha bude řešena jako základní úloha mechaniky, a to jako přepisovaný nosník na 2 podporách zatížen tíhovou silou od rotujícího kotouče a tíhovou silou od vlastní hmotnosti rotoru.



Obr. 38 - Sestava analyzovaného rotoru

Rotor je rozdělen podle jednotlivých odstupňování hřídele (úkopy a zaoblení jsou zanedbány) a umístění ložisek. Rozdělený rotor je zobrazen na obr. 39. Oblast mezi body 2 a 3 je místo, kde je koncentrována hmota (místo rotujícího disku). Uzly 4 a 9 vyjadřují umístění ložisek.

Pro každý element rozděleného rotoru jsou v tabulce 8 vyjádřeny geometrické rozměry, moduly pružnosti v tahu, respektive smyku, hustota, hmotnost a v poslední řadě tíhová síla. Hodnota tíhového zrychlení g , využitého k výpočtu tíhové síly je uvažována $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Materiál rotoru je konstrukční ocel 11 500 a rotující oběžné kolo je vyrobeno ze slitiny hliníku.

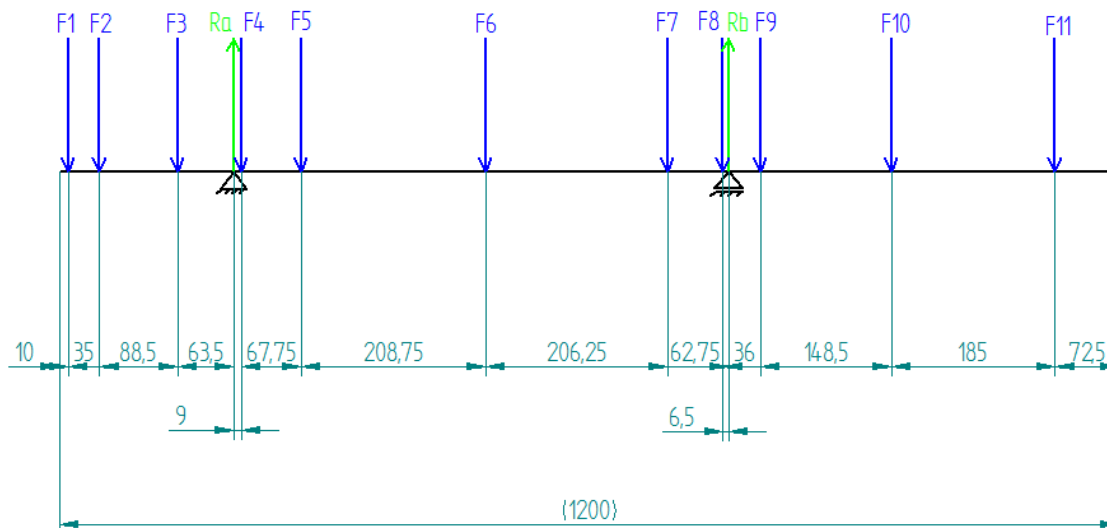


Obr. 39 - Rozdělení rotoru na jednotlivé části

Tab. 8 – Hodnoty rotoru

Element číslo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Délka [mm]	20	50	127	18	117,5	300	112,5	13	72	225	145
Vnější průměr [mm]	85	494	85	85	90	95	90	80	80	60	55
Vnitřní průměr [mm]	60	60	60	60	60	60	60	35	35	35	35
Modul pružnosti v tahu E [GPa]	210	70	210	210	210	210	210	210	210	210	210
Modul pružnosti ve smyku G [GPa]	80	26	80	80	80	80	80	80	80	80	80
Hustota [kg/m ³]	7850	2700	7850	7850	7850	7850	7850	7850	7850	7850	7850
Hmotnost [kg]	0,447	15,976	2,818	0,402	3,259	10,028	3,120	0,415	2,296	3,293	1,608
Tíhová síla [N]	4,39	156,72	27,64	3,94	31,97	98,37	30,61	4,07	22,52	106,38	15,77

Hmotnost oběžného kola je 14,86 kg. V oblasti mezi uzly 2 a 3 je k této hmotnosti také připočtena hmotnost odpovídajícího úseku rotoru. Jednotlivé tíhové síly působí ve středisku hmotností odpovídajících úseků. Jejich poloha je naznačena na obrázku 40.



Obr. 40 - Rozložení sil po délce nosníku

5.1 Určení reakcí v místech uložení

Nejprve je nutné určit reakční síly v uložení nosníku (rotoru). Tyto reakce jsou označeny R_a a R_b . Jejich orientace je odhadnuta na obr. 40. Velikost těchto reakcí se určí z podmínek rovnováhy, a to ze silové podmínky rovnováhy ve svislém směru (viz. rce. 5.1) a z momentové podmínky rovnováhy k bodu A (viz. rce. 5.2).

$$\sum F_y = 0 \quad (5.1)$$

$$\sum M_A = 0 \quad (5.2)$$

Po dosazení jednotlivých silových účinků do rovnic (5.1), respektive (5.2) vzniknou odpovídající rovnice (5.3), (5.4).

$$R_a + R_b - F_1 - F_2 - \dots - F_{11} = 0 \quad (5.3)$$

$$F_1 \cdot 187 \cdot 10^{-3} + F_2 \cdot 152 \cdot 10^{-3} + F_3 \cdot 63,5 \cdot 10^{-3} - F_4 \cdot 9 \cdot 10^{-3} - \dots \\ \dots + R_b \cdot 552 \cdot 10^{-3} - F_9 \cdot 588 \cdot 10^{-3} - \dots - F_{11} \cdot 921,5 \cdot 10^{-3} = 0 \quad (5.4)$$

Jedná se o jednoduchou soustavu 2 rovnic o 2 neznámých. Z rovnice (5.2) se vyjádří reakce R_b a dosadí se do rovnice (5.1), ze které se vypočte reakce R_a . Následně se dopočte hodnota R_b .

$$R_a = 284,99 \text{ N}$$

$$R_b = 217,39 \text{ N}$$

5.2 Výpočet průběhu smykových sil a ohybových momentů

Určení vnitřních silových účinků se řeší pomocí metody řezu. Nosník není rozdělen podle jednotlivých odstupňování hřídele, ale podle působišť vnějších silových účinků. Je tedy rozdělen tak, jak je to zobrazeno na obr. 39. Oblast mezi levým koncem nosníku a silou F_1 je považována za oblast I, oblast mezi silami F_1 a F_2 za oblast II atd.

Pro určení smykových sil se pro jednotlivé oblasti zavede silová rovnováha buď z levé, nebo z pravé strany (ze které je to výhodnější) a pro určení ohybových momentů se obdobně zavede momentová rovnováha. Vzhledem k absenci obtížného zatížení bude průběh smykových sil v jednotlivých oblastech konstantní a průběh ohybového momentu bude mít přímkový průběh. Výpočet je názorně předveden níže pro oblast III (tedy mezi silami F_2 a F_3), postupuje se zleva. Souřadnice x je vzdálenost od levého konce nosníku.

$$\tau_{III}(x) = -F_1 - F_2 \quad (5.5)$$

$$\tau_{III}(45) = \tau_{III}(135,5) = -F_1 - F_2 = -4,39 - 156,72 = -161,11 \text{ N} \quad (5.6)$$

$$M_{oIII}(x) = -F_1 \cdot (x - 10) - F_2 \cdot (x - 45) \quad (5.7)$$

$$M_{oIII}(45) = -4,39 \cdot (45 - 10) - 156,72 \cdot (45 - 45) = -153,65 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (5.8)$$

$$M_{oIII}(133,5) = -4,39 \cdot (133,5 - 10) - 156,72 \cdot (133,5 - 45) = -14\,411,89 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (5.9)$$

Obdobně jako oblast III se počítají i ostatní oblasti. V první oblasti (bráno zleva) vychází jak smyková síla, tak ohybový moment nulový. To je dáno zavedeným zjednodušením, ve skutečnosti dosahují síly a momenty v těchto oblastech nenulových hodnot. Totéž platí pro smykovou sílu v poslední oblasti.

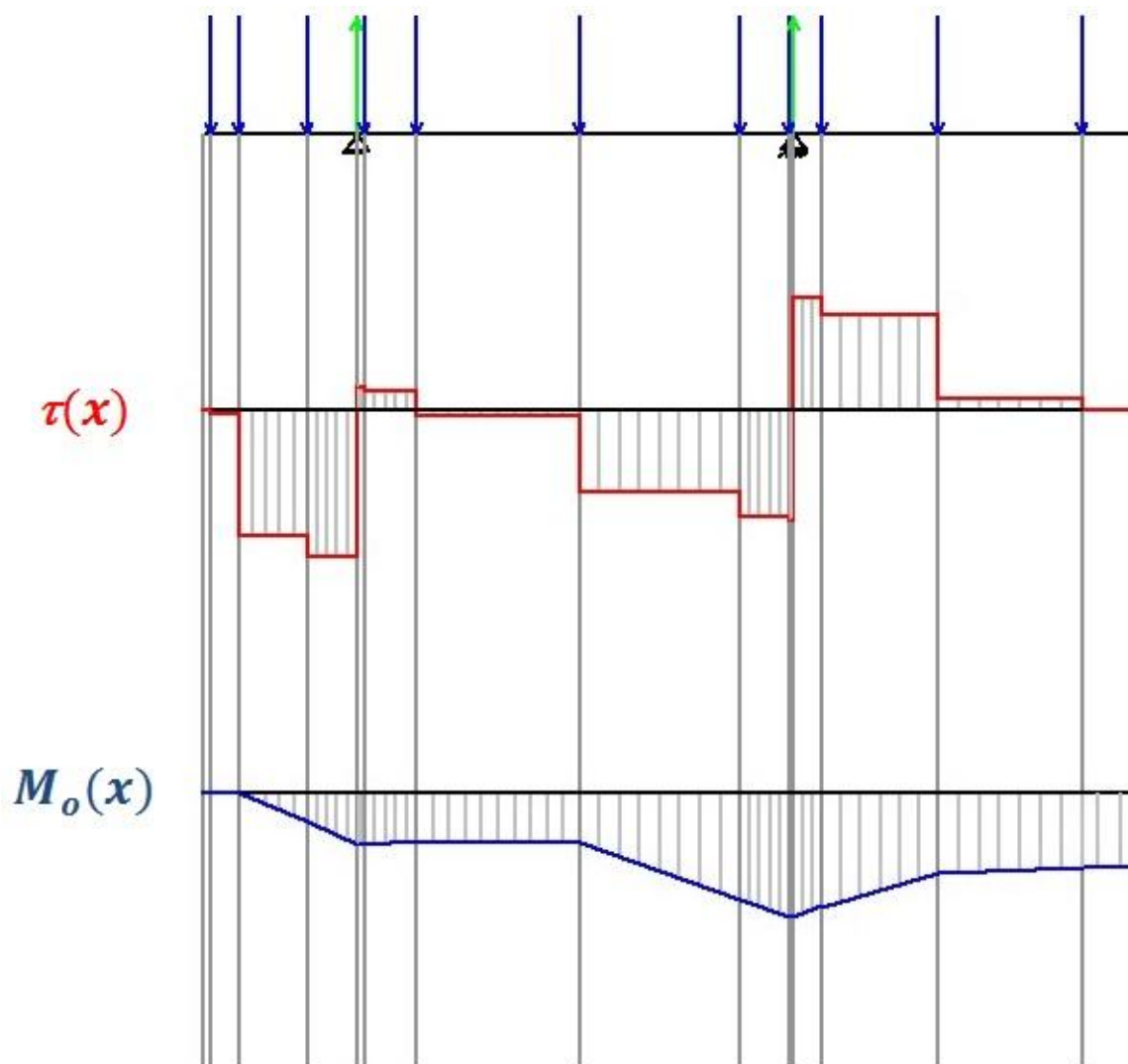
V tabulce 9 jsou zobrazeny hodnoty smykových sil pro jednotlivé oblasti. Jelikož hodnoty ohybových momentů nejsou v celé oblasti konstantní, nelze je udávat v kontextu s oblastmi. Proto jsou v tabulce 10 znázorněny hodnoty ohybových momentů pro jednotlivé body rozděleného nosníku. Body představují průniky sil a nosníku a oba konce nosníku (viz. obr. 40). Mezi body je průběh přímkový, což je znázorněno na obr. 41.

Tab. 9 – Hodnoty smykové síly

Obl. č.	τ [N]
I	0
II	-4,39
III	-161,11
IV	-188,75
V	28,64
VI	24,70
VII	-7,27
VIII	-105,64
IX	-136,25
X	-140,32
XI	144,67
XII	122,15
XIII	15,77
XIV	0

Tab. 10 – Hodnoty ohybového momentu

Bod č.	M_o [N · m]
1	0
2	0
3	-153,65
4	-14 411,89
5	-26 397,5
6	-26 139,71
7	-24 688,36
8	-25 778,27
9	-54 722,56
10	-63 272,01
11	-64 184,06
12	-58 975,94
13	-40 836,67
14	-37919,22
15	-37919,22

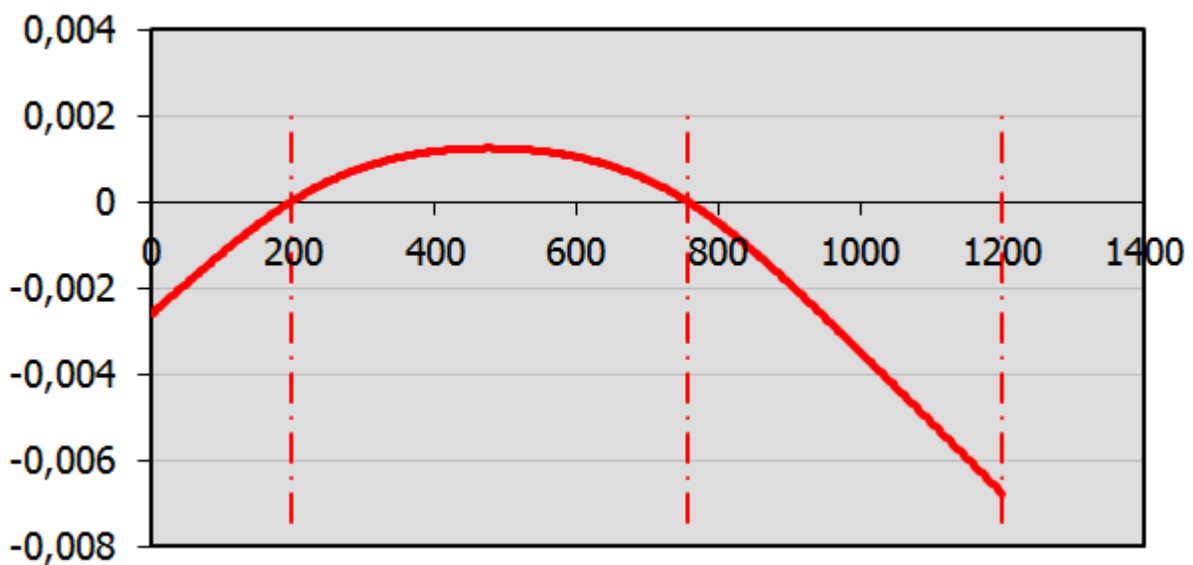


Obr. 41 - Průběh smykové síly τ a ohybového momentu M_o po délce rotoru

Přestože výsledky jsou opravdu jen hodně orientační, je z obrázku 41 vidět, že největší napětí bude vznikat v místech uložení a jejich okolí. Převážně v pravé části nosníku. To budou pravděpodobně i v reálu nejvíce namáhané oblasti z hlediska statiky. Největší vliv na to má velká hmotnost oběžného kola umístěného na levé straně.

5.3 Průhyb

Co se týče průhybu, ten byl napočten pomocí programu MITCalc a jeho hrubá podoba je znázorněná na obr. 42. Tento průběh je vcelku logický, vzhledem k tíze oběžného kola umístěného vlevo, téměř na konci rotoru. Na svislé ose jsou vyneseny hodnoty průhybu v *mm*. Z obrázku je zřejmé, že podle výpočtů vyšel maximální průhyb nosníku 0,001 *mm* a minimální - 0,007 *mm*. Relativní průhyb nosníku je maximálně 0,002%.



Obr. 42 - Průhyb nosníku

6 Výpočet kritických otáček rotoru vzduchové turbíny VT-400

6.1 Kritické otáčky rotoru

Při otáčení rotoru může nastat stav, kdy se otáčky rotoru vyrovnají s jeho vlastní frekvencí. V tomto případě se otáčky nazývají kritické a rotor se dostane do oblasti rezonance, rozkmitá se. To může vést až k trvalé deformaci a to je samozřejmě nežádoucí. Pro klidný chod stroje je třeba, aby byly provozní otáčky rotoru dostatečně vzdáleny od otáček kritických. [15]

Podle vztahu provozních otáček vůči kritickým se rotory dělí na [15]:

- tuhé rotory - kritické otáčky vyšší než provozní
- elastické rotory - kritické otáčky nižší než provozní

U přetlakových turbín se využívají především tuhé rotory. Oproti tomu elastické rotory se využívají pro většinu rovnotlakých turbín a téměř u všech elektrických generátorů. [15]

Kritické otáčky jsou funkcí jak hmotnosti, tuhosti rotoru a jejich rozložení podél délky rotoru, tak tuhosti a tlumících schopností ložisek, olejového filmu a základu turbíny. Z tohoto důvodu je jejich přesné určení složité. [15]

6.2 Analytický výpočet kritických otáček

Pro výpočet kritických otáček rotoru vzduchové turbíny VT-400 se využije metody konečných prvků v kombinaci s diskrétními prvky. To jsou prvky, které mají pouze jednu základní vlastnost. Například tuhý kotouč, u kterého se uvažuje hmotnost, ale má nulovou poddajnost. Ve výsledku se získá pohybová rovnice pro jednotlivé prvky, která je vyjádřena pomocí koeficientových matic (hmotnostní, tlumení, tuhosti...) a popisuje chování dané rotorové soustavy. Z té se poté pomocí modální analýzy získá Campbellův diagram, ze kterého se určí kritické otáčky rotoru. Pro to, aby bylo možné tento postup použít, se bude znovu předpokládat, že je rotor uložen na 2 ložiscích místo 3, ze kterých jedno bude radiálně-axiální.

6.2.1 Stručné odvození pohybové rovnice rotorového válcového konečného prvku

Rotorovým válcovým konečným prvkem je rotační těleso, znázorněné na obr. 43. Je třeba předpokládat, že materiál, ze kterého je rotor vyroben, je homogenní a izotropní. Tedy, že má stejné mechanické vlastnosti ve všech bodech a směrech. [16]



Obr. 43 - Model válcového konečného prvku [16]

Při výpočtu se využívá aproximačních vztahů, popsaných níže [16]:

$$\begin{aligned}
 v(x) &= \Phi(x)S_1^{-1}q_1 && \text{- pro průhyb v rovině } xy \\
 \psi(x) &= \Phi'(x)S_1^{-1}q_1 && \text{- pro natočení okolo osy } z \\
 w(x) &= \Phi(x)S_1^{-1}Pq_2 && \text{- pro průhyb v rovině } xz \\
 \vartheta(x) &= -\Phi'(x)S_3^{-1}Pq_2 && \text{- pro natočení okolo osy } y \\
 \bar{u}(x) &= \Psi(x)S_3^{-1}q_3 && \text{- pro posunutí bodu střednice ve směru } x \\
 \varphi(x) &= \Psi(x)S_3^{-1}q_4 && \text{- pro natočení okolo osy } x \text{ (torzní deformace)}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

kde:

$$\Phi(x) = [1, x, x^2, x^3], \quad \Phi'(x) = \Phi(x) \frac{\partial}{\partial x}, \quad \Psi(x) = [1, x]$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} \Phi(0) \\ \Phi'(0) \\ \Phi(l) \\ \Phi'(l) \end{bmatrix}, \quad S_2 = PS_1, \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = \begin{bmatrix} v_1 \\ \psi_1 \\ v_2 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = S_1 C_1$$

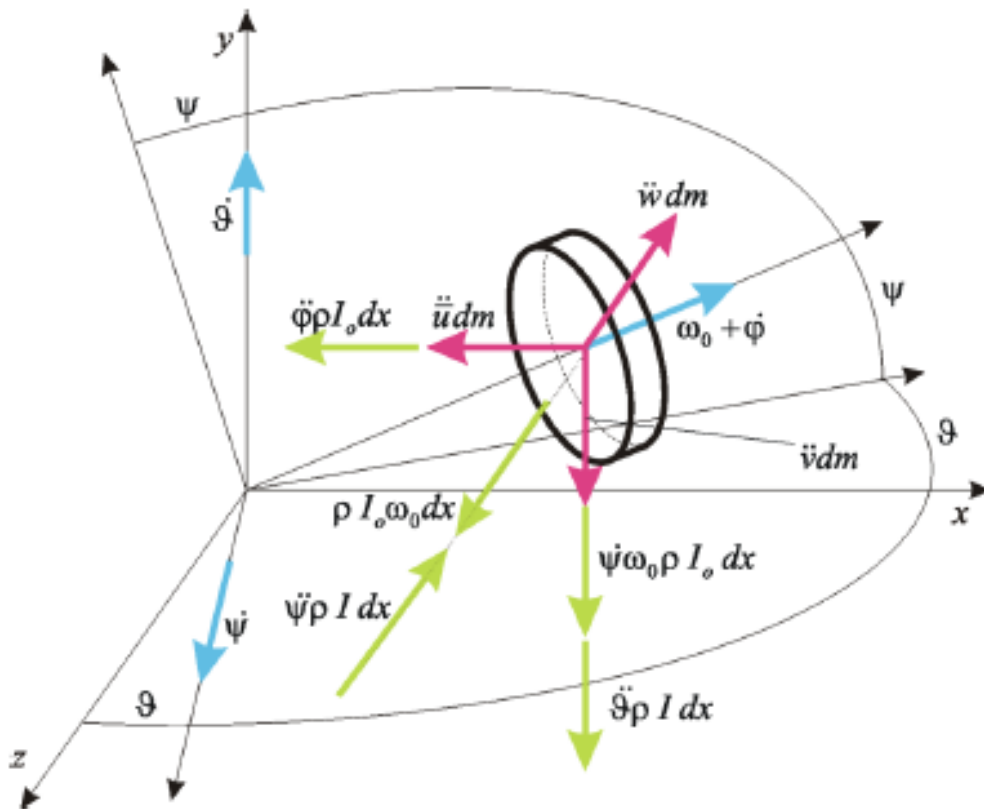
$$q_2 = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vartheta_1 \\ w_2 \\ \vartheta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & -1 & -2l & -3l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = S_2 C_1,$$

$$q_3 = \begin{bmatrix} \bar{u}(0) \\ \bar{u}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_8 \\ C_9 \end{bmatrix} = S_3 C_3$$

$$q_4 = \begin{bmatrix} \varphi(0) \\ \varphi(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{11} \end{bmatrix} = S_3 C_4$$

Hodnoty C jsou hledané konstanty, které jsou vyjádřeny pomocí aproximací. l je délka prvku. [16]

Na element rotoru délky dx působí setrvačné účinky, zobrazené na obr. 44. Setrvačné účinky lze rozdělit na účinky silové (červeně) a momentové (zeleně). Setrvačné momenty se vyjádří ve vektorovém tvaru a poté se dosadí aproximační vztahy ze (6.1). [16]



Obr. 44 - Setrvačné účinky působící na element rotoru [16]

K sestavení pohybové rovnice prvku rotoru se využije principu virtuálních prací. Ten říká, že virtuální práce vnitřních sil se rovná virtuální práci vnějších a setrvačných sil. Po zavedení této hypotézy se postupně vyjádří rovnice (6.2). [16]

$$\int_{V_e} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} (\boldsymbol{\varepsilon} + \eta_v \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) dV = \delta \tilde{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{f}_e + \int_0^1 \delta \mathbf{u}^T d\mathbf{D} \quad (6.2)$$

kde:

$$\delta \tilde{\mathbf{q}}_e^T = [\delta q_1^T, \delta q_2^T, \delta q_3^T, \delta q_4^T] \quad (6.3)$$

$$\delta \mathbf{u}^T = [\delta \bar{u}, \delta v, \delta w, \delta \varphi, \delta \vartheta, \delta \psi] \quad (6.4)$$

$\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T$ - vektor virtuálního přetvoření

$\mathbf{E} (\boldsymbol{\varepsilon} + \eta_v \dot{\boldsymbol{\varepsilon}})$ - vektor napětí, kde \mathbf{E} je matice tuhosti materiálu

Hodnoty ve vektoru $\delta \mathbf{u}^T$ vzniknou derivací vztahů z (6.1). $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ je časová derivace přetvoření. Dále se pro 4 různé možnosti získají 4 pohybové rovnice (viz. níže). [16]

Jednotlivé variace [16]:

- a) $\delta \mathbf{q}_1 \neq \mathbf{0}, \quad \delta \mathbf{q}_{2,3,4} = \mathbf{0}$
- b) $\delta \mathbf{q}_2 \neq \mathbf{0}, \quad \delta \mathbf{q}_{1,3,4} = \mathbf{0}$
- c) $\delta \mathbf{q}_3 \neq \mathbf{0}, \quad \delta \mathbf{q}_{1,2,4} = \mathbf{0}$
- d) $\delta \mathbf{q}_4 \neq \mathbf{0}, \quad \delta \mathbf{q}_{1,2,3} = \mathbf{0}$

Pohybové rovnice odpovídající vztahům výše [16]:

$$\begin{aligned} \text{a) } & E \mathbf{I} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{22}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1 + \eta_v E \mathbf{I} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{22}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1 + \eta_v \omega_0 E \mathbf{I} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{22}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{P} \mathbf{q}_2 = \\ & = \mathbf{f}_1 - [\rho A \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{00}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \rho l \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{11}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \rho l_0 \omega_0 \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{11}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & E l \mathbf{P} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{22}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{P} \mathbf{q}_1 - \eta_v E l \omega_0 \mathbf{P} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{22}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{q}_1 + \eta_v E l \mathbf{P} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{22}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{P} \mathbf{q}_2 \dot{=} \\ & = \mathbf{f}_2 - [\rho A \mathbf{P} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{00}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{P} \ddot{\mathbf{q}}_2 + \rho l \mathbf{P} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{11}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{P} \ddot{\mathbf{q}}_2 - \rho l_0 \omega_0 \mathbf{P} \mathbf{S}_1^{-T} \mathbf{I}_{11}^{33} \mathbf{S}_1^{-1} \dot{\mathbf{q}}_1] \end{aligned}$$

$$\text{c) } E A \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{11}^{11} \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{q}_3 + \eta_v E A \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{11}^{11} \mathbf{S}_3^{-1} \dot{\mathbf{q}}_3 = \mathbf{f}_3 - \rho A \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{00}^{11} \mathbf{S}_3^{-1} \ddot{\mathbf{q}}_3$$

$$\text{d) } G l_0 \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{11}^{11} \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{q}_4 + \eta_v G l_0 \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{11}^{11} \mathbf{S}_3^{-1} \dot{\mathbf{q}}_4 = \mathbf{f}_4 - \rho l_0 \mathbf{S}_3^{-T} \mathbf{I}_{00}^{11} \mathbf{S}_3^{-1} \ddot{\mathbf{q}}_4$$

Pro přehlednější zápis se zavádí integrální matice ve tvaru \mathbf{I}_{ij}^{kl} , kde dolní indexy odpovídají derivacím funkcionálních matic a horní indexy představují mocninu v těchto maticích, jak je znázorněno ve vztahu (6.5). [16]

$$\mathbf{I}_{ij}^{kl} = \int_0^l \frac{\partial^i}{\partial x^i} [1, x, x^2, \dots, x^k]^T \frac{\partial^j}{\partial x^j} [1, x, x^2, \dots, x^l] dx \quad (6.5)$$

Pohybové rovnice se pak dají přepsat pomocí maticového zápisu do tvaru [16]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{B} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K} + \omega\mathbf{B}_t)\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (6.6)$$

kde:

\mathbf{M} - matice hmotnosti elementu

\mathbf{B} - symetrická část matice tlumení

$\omega\mathbf{G}$ - matice gyroskopických účinků elementu

\mathbf{K} - matice tuhosti elementu

$\omega\mathbf{B}_t$ - cirkulační matice tuhosti

$\mathbf{f}(t)$ - funkce buzení

Při výpočtu kritických otáček se dá zanedbat vliv buzení a nulová je i cirkulační matice tuhosti. Pohybová rovnice se poté zredukuje na :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{B} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (6.7)$$

V poslední fázi se použije modální analýza.

6.2.2 Modální analýza

Modální analýza se využívá pro určení vlastních čísel, ze kterých se určí vlastní frekvence rotoru, a tím i kritické otáčky. Odvozená pohybová rovnice (6.7) je systém n diferenciálních rovnic druhého řádu. Ten je třeba převést na systém $2n$ diferenciálních rovnic prvního řádu. To se provede přidáním triviální identity (viz. rce. 6.8) k pohybové rovnici (6.7). [16]

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{0} \quad (6.8)$$

Nyní se dají obě soustavy přepsat do tvaru, který je vyjádřen v rovnici (6.9). [16]

$$\mathbf{N}\dot{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{P}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0} \quad (6.9)$$

kde:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} + \omega\mathbf{G} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}$$

Řešení je předpokládáno ve tvaru [16]:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}e^{\lambda t} \quad (6.10)$$

Předpokládané řešení z rovnice (6.10) se dosadí do rovnice (6.9) a po vykrácení členu $e^{\lambda t}$ vznikne rovnice (6.11) v amplitudovém tvaru. [16]

$$(\mathbf{P} - \lambda\mathbf{N})\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (6.11)$$

Vznikla homogenní soustava lineárních algebraických rovnic. Její netriviální řešení (triviální $\Rightarrow \mathbf{u}=\mathbf{0}$) existuje, pokud je výraz v závorce $\mathbf{P} - \lambda\mathbf{N}$ maticí singulární, tedy pokud je determinant této matice nulový. [16]

$$\det(\mathbf{P} - \lambda\mathbf{N}) = 0 \quad (6.12)$$

Pro určení kritických otáček rotoru je třeba rotor rozdělit na jednotlivé části, aby bylo možné využít metodu konečných prvků. Rotor VT-400 je rozdělen na celkem 11 úseků, jak je zobrazeno v předchozí kapitole na obrázku 39. Využité hodnoty jsou zobrazeny v tabulce 7, taktéž uvedené v předchozí kapitole.

K výpočtu je ještě potřeba momentů setrvačnosti v místě koncentrované hmoty. Ty jsou spočítány níže ve vyjádřeních (6.13) a (6.14).

$$I_D = \frac{m \cdot r^2}{2} = \frac{14,86 \cdot 0,247^2}{2} = 0,4533 \text{ J} \quad (6.13)$$

$$I_P = \frac{I_D}{2} = \frac{0,4533}{2} = 0,2267 \text{ J} \quad (6.14)$$

6.2.3 Postup výpočtu

Modální analýza je provedena v programu MatLab pomocí skriptu, navrženého přímo na výpočet kritických otáček rotorů. Jako první je třeba určit počet stupňů volnosti rotoru. Těch je celkem 66. Pro vložení do výpočetního skriptu je vytvořen další skript se vstupními parametry.

Ve vstupním skriptu je zvoleno pásmo otáček, a to od 0 do 3000 otáček. Úhlová rychlost hřídele se v průběhu výpočtu mění, ale na počátku je zvolena $\omega = 20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Místo jednotlivých ložisek jsou vloženy 2 radiální nehmotné pružiny a na místo pravého ložiska je navíc vložena jedna axiální pružina pro zajištění v axiálním směru. Také je třeba zadat vlastní frekvence, které jsou hledány. Zvoleno je 3., 5., 7., 9. a 11. vlastní číslo. Vlastní čísla jsou komplexně sdružená, to znamená, že imaginární část 3. a 4. čísla je totožná. To je důvod, proč se nevypisují sudá čísla. První dvojice čísel je zanedbána, jelikož je dána tahem, nebo krutem (při hledání kritických čísel není důležité, zda se jedná o tah, nebo krut, v obou případech se zanedbají).

Vstupní kód je rozdělen na 3 části. První část pro rotor, druhá pro nehmotnou pružinu a třetí pro rotující kotouč. Každá část obsahuje matici s kódovými čísly a matici vstupních hodnot. Matice vstupních hodnot pro rotor vychází z tabulky 7. Vyskytují se zde všechny hodnoty až na hmotnost a tíhovou sílu jednotlivých částí.

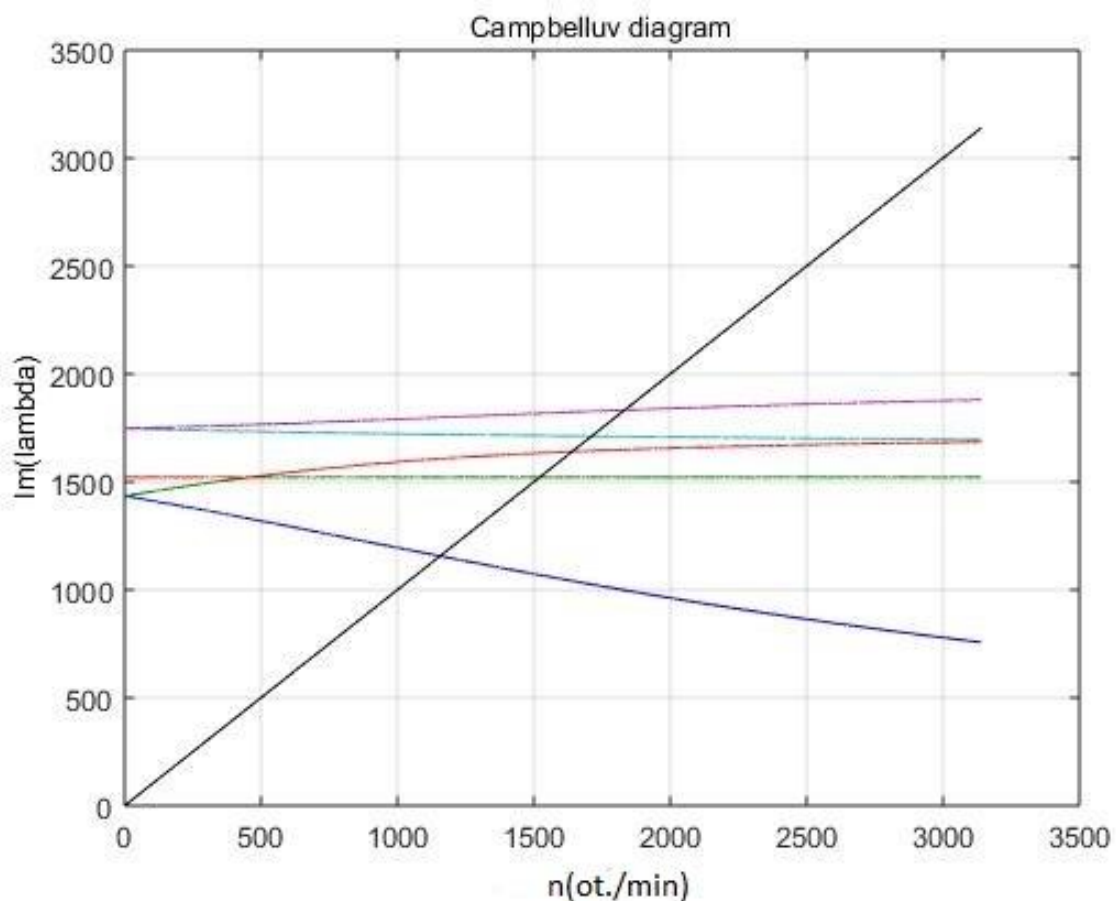
Matice vyjadřující výchozí hodnoty nehmotné pružiny obsahuje pouze tuhost pružiny. Aby bylo možné provést výpočet jsou tyto tuhosti zvoleny velmi vysoké, a to $k = 1 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Poslední matice obsahuje potřebné veličiny pro oblast koncentrované hmoty, tedy rotující kotouč. V té se kromě průměru kola vyskytují také oba momenty setrvačnosti z rovnic (6.13), (6.14).

Vstupní skript je následně implementován do výpočetního skriptu, jehož výsledkem je Campbellův diagram.

6.2.4 Výsledky modální analýzy

Po proběhnutí skriptu je taktéž v prostředí MatLab vygenerován obrázek č. 45. Na něm jsou zobrazeny průběhy imaginárních částí jednotlivých vlastních čísel. Vlastní čísla jsou oddělena pomocí barev.

modrá -	3. vlastní číslo
červená/zelená -	5. vlastní číslo
zelená/červená -	7. vlastní číslo
tyrkysová -	9. vlastní číslo
fialová -	11. vlastní číslo



Obr. 45 - Výsledný Campbellův diagram

Důvod, proč je 5. a 7. číslo kombinací červené a zelené, je chybná interakce programu. Průběh 5. čísla napovídá, že obdobně jako u čísla 1. je vlastní číslo dáno tahem, či krutem. Toto číslo bude stejně jako to první zanedbáno. Černá čára představuje osu kvadrantu. Průnik osy kvadrantu s jednotlivými hodnotami imaginárních částí vlastních čísel vyjadřují hodnotu kritických otáček.

Hledané hodnoty kritických otáček byly zjištěny postupným "zoomováním" bodů průniku. Jejich věrohodnost byla dokázána ověřením pomocí metody postupných iterací, taktéž provedené v programu MatLab, ze stejných výchozích hodnot. Výsledné kritické otáčky jsou tedy:

$$n_{krit1} = 1156 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$n_{krit2} = 1640 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$n_{krit3} = 1711 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$n_{krit4} = 1832 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$$

Předpokládané kritické otáčky rotoru by se měly pohybovat kolem 2400 ot/min. Je tedy zřejmé, že výsledné hodnoty se od předpokladů výrazně liší. Dohledání přesné příčiny této chyby je velice složité. Pravděpodobně je to důsledek velkých zjednodušení v průběhu výpočtu. Na základě těchto skutečností se dá říci, že analytické řešení tohoto problému pravděpodobně není to nejvhodnější.

Závěr

Tato bakalářská práce se zaměřuje především na experimentální výzkum sekundárního proudění, vliv různých parametrů na chování média proudícího průtočnou částí turbíny a popis jednotlivých experimentů, které byly ve světě v průběhu let sestaveny.

V úvodní části jsou popsány lopatkové stroje a axiální turbíny, jejich princip, rozdělení a základní vztahy využívané pro návrh a kontrolu těchto zařízení. Blíže jsou popsány turbínové stupně, jejich definice, druhy a hodnoty účinností, kterých dosahují.

Hlavním cílem práce bylo vypracovat rešerši týkající se experimentálního výzkumu sekundárního proudění v průtočné části turbíny. Za tímto účelem jsou v kapitole 4 za pomoci odborných článků rozebrány 3 experimenty provozované v celkem 6 světových zařízeních. První dva experimenty se soustředí přímo na chování sekundárního proudění a na to, jak je proudění ovlivněno parametry, jako jsou tloušťka mezní vrstvy, Reynoldsovo číslo či štíhlost lopatky.

Poslední rozebíraný experiment, uvedený v kapitole 4.3, zkoumá vliv rozdílů mezi prostředím různých testovacích tunelů. Experiment řeší, do jaké míry je testování proudění, tedy i testování proudění sekundárního, ovlivněno různými tvary a parametry odlišných testovacích sekcí. Toho je dosaženo testováním jedné lopatkové řady ve 4 evropských tunelech.

Cílem praktické části bylo vykonat statickou a dynamickou analýzu rotoru turbíny VT-400, jejíž výsledkem je analytický výpočet kritických otáček rotoru. Řešit tento rotor analytickým způsobem je vzhledem ke složitosti dané problematiky poměrně neobvyklé. Aby bylo možné výpočet vůbec provést, jsou zde zavedena jistá zjednodušení. Například jak u statické, tak u dynamické analýzy jsou uvažována pouze 2 ložiska místo 3, z nichž jedno je radiálně-axiální.

Statická analýza je řešena jako prizmatický nosník, zatížen tíhovou silou od hmotnosti oběžného kola a tíhovou silou od hmotnosti rotoru samotného. Tento způsob výpočtu podává pouze orientační hodnoty, jelikož je zjednodušení dané úlohy značné. Získány jsou tedy orientační hodnoty reakcí v místech uložení a průběhy smykové síly τ a ohybového momentu M_o podél délky převislého nosníku. Průběh těchto hodnot, vyjádřený na obr. 41, poukazuje na skutečnost, že největší napětí vzniká v místech uložení a jejich okolí. Pomocí programu MITCalc je sestrojena průhybová čára pro tentýž nosník a je zobrazena na obr. 42. Skutečný

průhyb rotoru VT-400 bude mít pravděpodobně velice podobný průběh, vzhledem ke značné tíze oběžného kola umístěného v levé části rotoru.

Závěrečná kapitola se zabývá hlavním výstupem praktické části, tedy výpočtem kritických otáček rotoru. Pro výpočet se využilo metody konečných prvků, ze které byl pomocí modální analýzy vytvořen Campbellův diagram. Z něj se určily výsledné kritické otáčky rotoru. Výpočet byl prováděn pomocí programu MatLab.

Výsledné hodnoty se od předpokladů poměrně výrazně liší a hodnoty kritických otáček získané z uvedeného výpočtu se tedy nedají považovat za spolehlivé. Je to pravděpodobně zapříčiněno rozsáhlými zjednodušeními zadané úlohy, která byla v průběhu výpočtu zavedena.

Problematika řešení kritických otáček rotorů je velice rozsáhlá a přesahuje rámec této práce. Bylo by vhodné na tuto práci navázat v případné diplomové práci, ve které by byl výpočet upraven na míru danému rotoru VT-400.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] KADRNOŽKA, Jaroslav. *Lopatkové stroje*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003.
- [2] ŽITEK, Pavel. *Parní turbíny - přednáška*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010
- [3] KLÍMA, Petr. *Parní turbíny*.
https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=63980.
Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013.
- [4] KADRNOŽKA, Jaroslav. *Tepelné turbíny a turbokompresory: Základy teorie a výpočtů*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004.
- [5] ŠKOPEK, Jan. *Tepelné turbíny a turbokompresory*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010.
- [6] ŠČEGLJAJEV, TROJANOVSKIJ, A.V. a B.M.. *Parní turbíny: teorie tepelného děje a konstrukce turbín : příručka pro vysoké školy technického směru*. Přeložil BĚLÍK, L., VILETA, J. Praha: SNTL, 1983.
- [7] ŠKORPÍK, Jiří. *Transformační technologie*.
<http://www.transformacni-technologie.cz/19.html#menu>. Brno, 2011
- [8] MASSENGINEERS. *Steam Turbines Classification*.
http://www.massengineers.com/steam_turbines%20design.htm
- [9] ŠKORPÍK, Jiří. *Transformační technologie*.
<http://www.transformacni-technologie.cz/17.html#menu>. Brno, 2011
- [10] WEI, Ning. *Significance of Loss Models in Aerothermodynamic Simulation for Axial Turbines*. Stockholm: Kungl Tekniska Högskolan, 2000.
- [11] ROSIC, Budimir, LIPING, Xu. *Blade Lean and Shroud Leakage Flows in Low Aspect Ratio Turbines*.
<http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1468802>
- [12] GOLDSTEIN, R.J., SPORES, R.A. Turbulent Transport on the Endwall in the Region Between Adjacent Turbine Blades. *Journal of Heat Transfer*. Minneapolis: University of Minnesota - Department of Mechanical Engineering, 1988.
- [13] MOLNÁR, V., RIDZOŇ, F., NÝIRY, J. - *Secondary Flow Studies in a Large Scale Turbine Cascade*. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislavě.

- [14] KIOCK, R.K., LEHTHAUS, F., BAINES, N.C., SIEVERDING, C.H. The Transonic Flow Through a Plane Turbine Cascade as Measured in Four European Wind Tunnels. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1986.
- [15] ŠKOPEK, Jan. *Parní turbína: tepelný a pevnostní výpočet*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2003.
- [16] DUPAL, J., VLAS, R. *Dynamika rotorových systémů*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2012.