

# Implementace lattice Boltzmannovy metody pro simulaci nestlačitelných vazkých kapalin

Aleš Halama<sup>1</sup>

## 1 Úvod

Computational fluid dynamics (CFD) je neodmyslitelnou částí mechaniky. Téměř všechno kolem nás je obklopeno tekutinami, které proudí podle svého charakteru. CFD nachází široké využití v leteckém průmyslu, medicíně, meteorologii a hydrodynamické průmyslu. S rostoucími požadavky klientů se v této době klade důraz na jednoduchost a časovou nenáročnost výpočtů. Takovýmto požadavkům spolehlivě vyhovuje lattice Boltzmannova metoda, která je považována za seriózní alternativu k dnes tradičně používaným metodám jako FVM nebo FEM.

## 2 Stručný popis LBM

Lattice Boltzmannova metoda řeší Boltzmannovu rovnici, která je výrazně jednodušší než Navierovy - Stokesovy rovnice v případě FVM a FEM. Boltzmannova rovnice ve spojitém tvaru popisuje pravděpodobnostní přenos shluku částic tekutiny do nekonečného množství směrů. Popisuje tedy tekutinu na rozhraní mikroškály a makroškály, tzv. mezoškály. Její diskretizaci je myšleno definování směrů, ve kterých se shluk tekutiny může přenášet po mřížce charakterizující simulovanou oblast. Pro řídicí rovnici lattice Boltzmannovy metody podle Bao et al. (2014) platí

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{c}e_i dt, t + dt) = f_i(\mathbf{r}, t) - \frac{dt}{\tau}(f_i(\mathbf{r}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{r}, t)), \quad (1)$$

kde levá strana rovnice reprezentuje přenos shluků částic tekutiny pomocí pravděpodobnostních funkcí  $f_i$  a pravá strana kolizi pravděpodobnostních funkcí moderovanou relaxačním časem  $\tau$ . Vektory  $e_i$  definují směry, ve kterých se shluky částic mohou přenášet po diskretní mřížce.

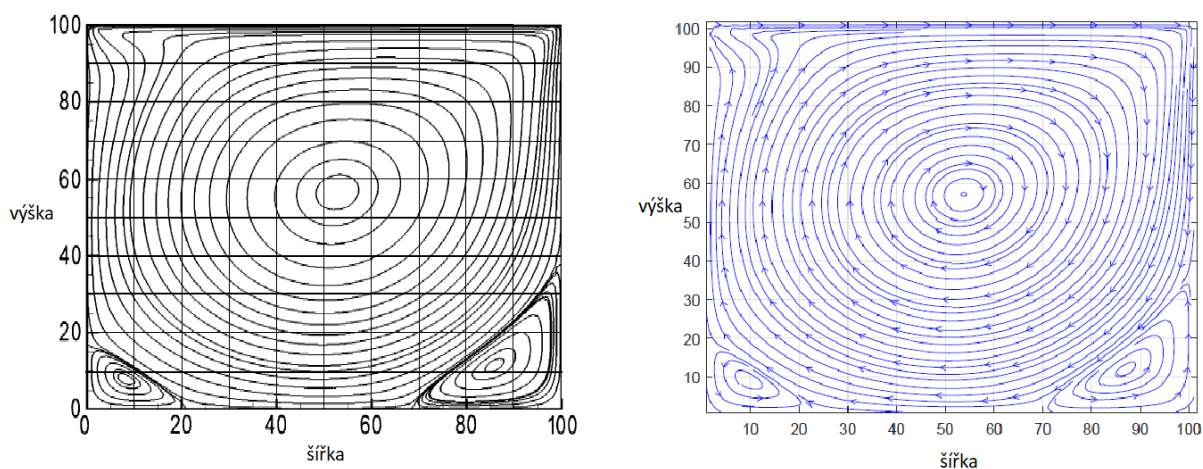
Algoritmus tedy probíhá ve dvou fázích, nejprve dochází ke kolizi distribučních funkcí ve všech uzlech a k jejich následnému přenosu do sousedních uzlů mřížky, kde se spočítají makroskopické veličiny, jako je hustota a rychlost. Tento cyklus se opakuje do té doby, než se přenos tekutiny ustálí. Důležitým aspektem je ošetření okrajových podmínek, které je v této metodě velmi jednoduché. V případě otevřených okrajových podmínek (např. vtok) se využívá vztahů pro makroskopické veličiny k jejich úplnému definování. V případě pevné rovné stěny se využívá prostého odrazu distribuční funkce do směru, odkud se na stěnu přenesla. Tím se zajistí dokonale vazké chování tekutiny na stěně.

## 3 Výsledky

Pomocí LBM je provedena simulace proudění tekutiny uvnitř čtvercové nádoby o výšce 20 cm. Uvnitř nádoby je motorový olej, jehož hladina je uvedena do pohybu rychlostí 6 m/s.

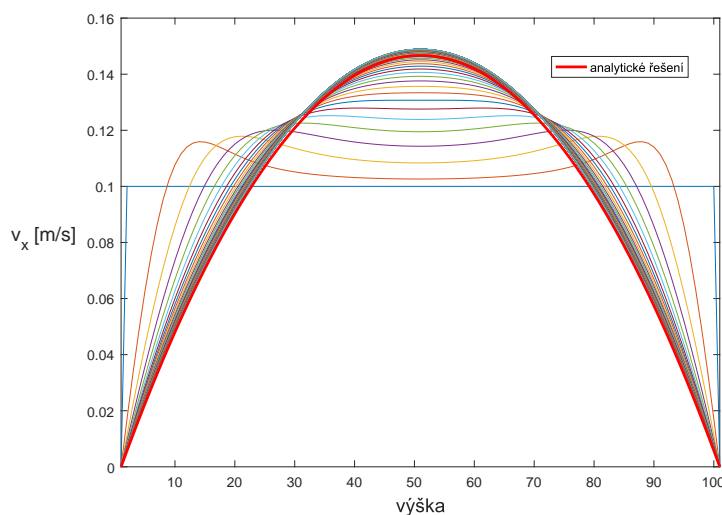
<sup>1</sup> student bakalářského studijního programu Počítačové modelování v technice, obor Počítačové modelování, e-mail: halamaa@rek.zcu.cz

Kvůli čtvercovému tvaru nádoby se uvnitř vytvoří víry (viz Obrázek 1 vpravo). Správnost algoritmu je ověřena podle Mohamad (2011), který provedl simulaci za naprosto stejných podmínek (viz Obrázek 1 vlevo). Dalším simulovaným problémem je proudění mezi dvěma rovnoběžnými



**Obrázek 1:** Proudění ve čtvercové nádobě

deskami vzdálenými od sebe  $1\text{ mm}$ . Mezi desky vtéká voda rychlostí  $0.1\text{ m/s}$ . Obrázek 2 znázorňuje rozvoj rychlostních profilů. Z dané počáteční podmínky se utvářejí parabolické profily se vzrůstající vzdáleností od vstupu. V určitém místě dochází ke zhuštění profilů, což symbolizuje ustálenost proudového pole. Je známo, že plně vyvinutý rychlostní profil má parabolický tvar s maximální rychlostí uprostřed kanálu. K ověření správnosti rozvoje rychlostních profilů je použito známé analytické vyjádření Navierových - Stokesových rovnic pro ustálené jednorozměrné proudění, které je na Obrázku 2 zvýrazněno červeně.



**Obrázek 2:** Proudění mezi rovnoběžnými deskami

## Literatura

Bao, Y., Meskas, J. (2014) *Lattice Boltzmann Method for Fluid Simulations*.

Mohamad, A. A. (2011) *Lattice Boltzmann Method - Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes* London, Springer-Verlag