

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ ELEKTRONIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Možnosti modelování elektrického oblouku pro použití ve
spínacích přístrojích**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická

Akademický rok: 2017/2018

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jakub KOPECKÝ**

Osobní číslo: **E15B0065P**

Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**

Studijní obor: **Elektrotechnika a energetika**

Název tématu: **Možnosti modelování elektrického oblouku pro použití ve spínacích přístrojích**

Zadávací katedra: **Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Proveďte teoretický popis vzniku, hoření a uhašení elektrického oblouku v elektrických přístrojích.
2. Představte a popište nejužívanější simulační software nástroje a porovnejte je z hlediska použitelnosti pro konkrétní modelované aplikace.
3. Realizujte vybraný obvodový či multifyzikální model.
4. Vyhodnoťte provedený model a stanovte možné směry pro pokračování ve studované problematice.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah kvalifikační práce: 30 - 40 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. Publikace z databází IEEE Xplore Digital Library, Scopus, atd.
2. K. Bárta, Z. Vostracký a kol., Spínací přístroje velmi vysokého napětí, SNTL, 1983.
3. D. Mayer, Aplikovaný elektromagnetismus, KOPP České Budějovice, 2012.
4. Publikace CIGRE.

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Vladimír Vajnar

Regionální inovační centrum elektrotechniky

Datum zadání bakalářské práce: 10. října 2017

Termín odevzdání bakalářské práce: 7. června 2018

Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Václav Kůs, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 10. října 2017

Abstrakt

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na možnosti modelování elektrického oblouku. V úvodní části práce je proveden teoretický rozbor plazmatu a elektrického oblouku. Další část práce představuje numerické metody pro řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic v souvislosti se základními modely elektrického oblouku. V poslední části je představen používaný software pro řešení modelování elektrického modelu a je zde vyhodnocen vytvořený model.

Klíčová slova

plazma, elektrický oblouk, modelovací software, numerické metody, Cassie model, Mayr model, Schavemaker model, vypínač

Theme:

Electrical arc modeling options for use in switching devices

Abstract

This bachelor thesis is focused on the possibilities of electric arc modeling. The theoretical analysis of plasma and electric arc is performed in the introductory part. Another part of the thesis is numerical methods for solving ordinary and partial differential equations in relation to basic models of electric arc. The last part introduces the software used for the modeling of the electric model and evaluates the created model.

Key words

Plasma, electric arc, modelling software, numerical methods, Cassie model, Mayr model, Schavemaker model, Circuit Breaker,

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 5.6.2018

Jakub Kopecký

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu své bakalářské práce Ing. Vladimíru Vajnarovi, za cenné rady při zpracování této práce, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
SEZNAM OBRÁZKŮ	11
ÚVOD	12
1 PLAZMA	13
1.1 DEFINICE PLAZMATU	13
1.2 ELEMENTÁRNÍ PROCESY V PLAZMATU	13
1.2.1 Základní částice plazmatu	13
1.3 TYPY PLAZMATU	16
1.4 APLIKACE PLAZMATU	18
1.4.1 Osvětlovací technika	18
1.4.2 Plazmová chemie	18
1.4.3 Zobrazovací systémy	19
1.4.4 Lékařství a životní prostředí	19
1.4.5 Plazmové přepínače	19
1.4.6 Plazmatrony	19
1.4.7 Svařovací technika	20
1.4.8 Spínací přístroje	20
2 ELEKTRICKÝ OBLOUK	20
2.1 VLASTNOSTI ELEKTRICKÉHO OBLOUKU	20
2.2 ČÁSTI ELEKTRICKÉHO OBLOUKU	21
2.3 VZNIK ELEKTRICKÉHO OBLOUKU	21
2.4 V-A CHARAKTERISTIKA	22
2.5 STACIONÁRNÍ A DYNAMICKÝ OBLOUK	23
2.6 OBLOUKOVÉ NAPĚTÍ	23
2.7 ZHÁŠENÍ ELEKTRICKÉHO OBLOUKU	25
3 SPÍNACÍ PŘÍSTROJE	25
3.1 ROZDĚLENÍ SPÍNACÍCH PŘÍSTROJŮ VVN	25
3.2 PRINCIPY A PROVEDENÍ VYPÍNAČŮ	26
3.2.1 Tlakovzdušné vypínače	26
3.2.2 Vypínače olejové a máloolejové	26
3.2.3 Plynové vypínače SF ₆	27

4	MODEL Y ELEKTRICKÉHO OBL OUKU	27
4.1	MODEL Y S DEFINOVANOU V-A CHARAKTERISTIKOU	28
4.2	BLACK – BOX MODEL Y	28
4.2.1	<i>Cassieho model oblouku</i>	<i>28</i>
4.2.2	<i>Mayrův model oblouku.....</i>	<i>30</i>
4.2.3	<i>Modifikace modelů Cassieho a Mayra.....</i>	<i>32</i>
4.2.4	<i>Modely se zahrnutím fyzikálních procesů oblouku.....</i>	<i>34</i>
5	NUMERICKÉ METODY	37
5.1	NUMERICKÉ METODY PRO ŘEŠENÍ OBYČEJNÝCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC	37
5.1.1	<i>Eulerovy metody.....</i>	<i>38</i>
5.1.2	<i>Explicitní Rungovy-Kuttovy metody.....</i>	<i>39</i>
5.1.3	<i>Vícekrokové metody</i>	<i>39</i>
5.1.4	<i>Další metody</i>	<i>40</i>
5.2	NUMERICKÉ METODY PRO ŘEŠENÍ PARCIÁLNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC	41
6	MODELOVACÍ SOFTWARE	43
6.1	MATLAB	43
6.2	AGROS2D	45
6.3	COMSOL MULTIPHYSICS	45
6.4	ANSYS	46
7	OBVODOVÝ MODEL.....	48
7.1	MODEL S VEDENÍM BEZPORUCHOVÉM PROVOZU	49
7.2	MODEL S VEDENÍM V PORUŠE – CASSIE MODEL.....	50
7.3	MODEL S VEDENÍM V PORUŠE – MAYR MODEL	52
7.4	DISKUZE VÝSLEDKŮ	54
8	ZÁVĚR	56
9	REFERENCE.....	58

Seznam symbolů a zkratek

m_e	Hmotnost elektronu
CERN	Evropská organizace pro jaderný výzkum
MHD	Magnetohydrodynamický
K	Jednotka termodynamické teploty kelvin
G	Vodivost elektrického oblouku
γ	Měrná elektrická vodivost
τ	Časová konstanta
R	Elektrický odpor
S	Průřez vodiče
ρ	Měrný elektrický odpor
l	Délka vodiče
vn	Vysoké napětí
vvn	Velmi vysoké napětí
∇	Matematický operátor nabla

Seznam obrázků

OBR. 1 ZJEDNODUŠENÝ ENERGETICKÝ MODEL DIAGRAM ATOMU[2]	15
OBR. 2 ROZDĚLENÍ PLAZMATU V ZÁVISLOSTI NA TEPLOTĚ ELEKTRONŮ A HUSTOTĚ ELEKTRONŮ[4]	18
OBR. 3 V-A CHARAKTERISTIKA OBLOUKU[1]	22
OBR. 4 OBLOUKOVÉ NAPĚTÍ[1].....	24
OBR. 5 DIALOGOVÉ OKNO KONFIGURACE PARAMETRŮ MODELU SIMULINKU	44
OBR. 6 PROSTŘEDÍ PROGRAMU ANSYS	47
OBR. 7 SCHÉMA OBVODU V BEZPORUCHOVÉM PROVOZU	49
OBR. 8 PRŮBĚH NAPĚTÍ NA ZÁTĚŽI A PROUDU V BEZPORUCHOVÉM OBVODU	50
OBR. 9 SCHÉMA OBVODU S ELEKTRICKÝM OBLOUKEM PODLE CASSIEHO TEORIE	51
OBR. 10 SCHÉMA VNITŘNÍ FUNKCE BLOKU CASSIE ARC MODEL	51
OBR. 11 PRŮBĚH NAPĚTÍ A PROUDU ELEKTRICKÝM OBLOUKEM - CASSIE MODEL	52
OBR. 12 SCHÉMA OBVODU S ELEKTRICKÝM OBLOUKEM PODLE MAYROVY TEORIE	53
OBR. 13 SCHÉMA VNITŘNÍ FUNKCE BLOKU MAYR ARC MODEL	53
OBR. 14 PRŮBĚH NAPĚTÍ A PROUDU ELEKTRICKÝM OBLOUKEM - MAYR MODEL	54

Úvod

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na možnosti modelování elektrického oblouku. S elektrickým obloukem se setkává lidstvo řadu století, nejdříve se s ním setkala ve formě blesku a po elektrizaci například ve spínacích přístrojích. Abychom se mohli zabývat vlivy a vlastnostmi elektrického oblouku, musíme pochopit jeho fyzikální vlastnosti. Proto se v úvodní části práce budu zabývat teoretickým rozбором plazmatu, na který navážu rozбором vlastností elektrického oblouku. Se vznikem počítačů vznikla možnost ulehčit si výpočty matematických a fyzikálních rovnic popisujících elektrický oblouk. Další část práce bude tedy představovat numerické metody pro řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic v souvislosti se základními modely elektrického oblouku, které byli v průběhu let odvozeny matematiky a fyziky. V poslední části pak představím používaný software pro řešení modelování elektrického modelu a pomocí jednoho modelovacího softwaru budu realizovat vybraný model.

1 Plazma

1.1 Definice plazmatu

Plazma je definováno jako čtvrté skupenství hmoty, nebo také jako plynné skupenství obsahující nabitě částice. Uvažujeme-li skupenství H_2O neboli vody. Při teplotě $T < 0^\circ C$ jsou molekuly formovány v pevné krystalické mřížce a tvoří skupenství nám známé jako led. Při zahřívání a dosažení teploty $T > 0^\circ C$ a zároveň $T < 100^\circ C$ se pevná krystalická mřížka přeruší a voda je v kapalném stavu, molekuly se mohou volně pohybovat. Při překročení $T > 100^\circ C$ se voda začne vypařovat a vzniká vodní pára. Pokud budeme dále zvyšovat teplotu, začne docházet k disociaci neboli k rozpadání molekul na volné atomy a tím v našem konkrétním případě na vznik volných atomů vodíku a kyslíku. Do stavu plazmatické látky se dostáváme po překročení teploty $10\,000^\circ C$. Vlivem vysoké teploty dochází k rozpadu jednotlivých atomů. Vznikají záporně nabitě elektrony a kladně ionty. Vykazuje-li ionizovaný plyn kolektivní chování a kvazineutralitu nazýváme ho plazmatem.[1]

Typické chování pro plazma je:

- Kvazineutralita - přibližně stejný počet kladných a záporných částic, plazma pak navenek vypadá jako elektricky neutrální.
- Kolektivní chování - pohyby plazmatu nejsou závislé pouze na lokálních podmínkách ale také na stavu plazmatu ve vzdálených oblastech
- Srážková frekvence - dostatečně velký počet srážek jednotlivých částic mezi sebou
- Debyeova délka - vzdálenost, do které jsou náboje plazmatu vnímané jako nestíněné

1.2 Elementární procesy v plazmatu

1.2.1 Základní částice plazmatu

V částečně ionizovaných plynech nalezneme podle [2] 5 typů částic a to foton, elektron, atom nebo molekulu, kladný iont a záporný iont.

Foton nemá vnitřní strukturu a jeho energie je dána vztahem

$$\varepsilon = h * \nu \quad (1.1)$$

Kde h je Planckova konstanta a ν je frekvence fotonu.

Elektron také nemá vnitřní strukturu a energie volného elektronu závisí jen na jeho translační rychlosti

$$\varepsilon = \frac{1}{2} * m_e * v^2 \quad (1.2)$$

Atom nebo molekula se nacházejí v základním nebo excitovaném stavu. Molekula je tvořena atomy, a pokud u jednoho z nich je elektron vybuzen ze základního stavu, je tato molekula v excitovaném stavu. Můžeme se také setkat se stavy molekuly s vybuzenými vibračními stavy a rotačními stavy.

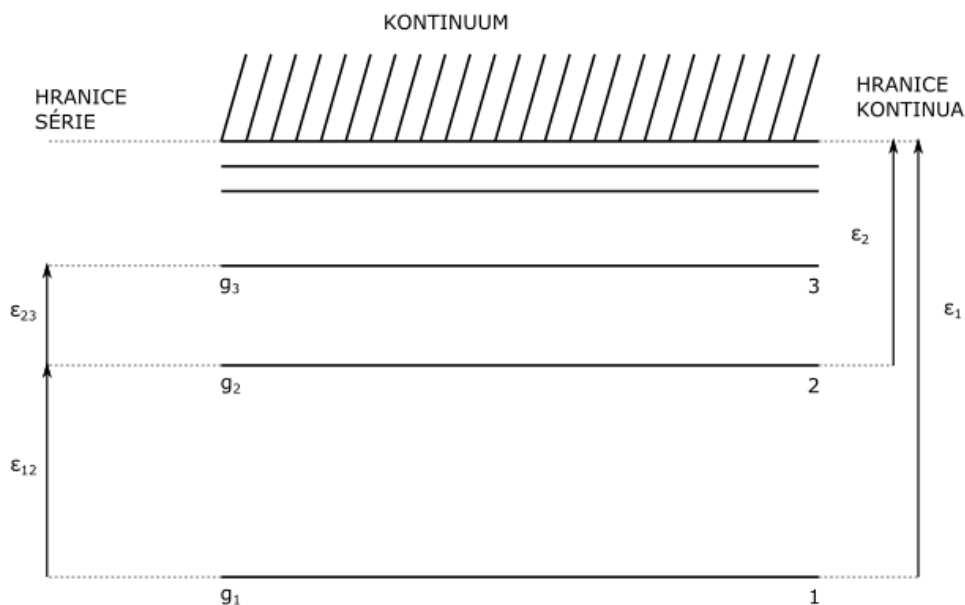
Kladný iont v základním nebo excitovaném stavu může být i vícekrát ionizovaný

Záporný iont vzniká, pokud atom nebo molekula zachytí elektron

1.2.1.1 Vnitřní struktura atomů

Na Obr. 1 je zjednodušený energetický diagram atom, pro který platí:

- ε_{ij} - exitační energie pro přechod elektronu $i \rightarrow j$
- ε_i – ionizační energie pro i -tou energetickou hladinu
- g_i – statická váha i -té hladiny
- kontinuum – oblast, ve které elektron není vázán v atomu, vzniká volný elektron a iont



Obr. 1 Zjednodušený energetický model diagram atomu[2]

1.2.1.2 Metastabilní stavy

Atom s vybuzeným elektronem spontánně přechází za dobu 10^{-8} s do nižšího energetického stavu a při tomto přechodu vyzáří foton. Pokud uvažujeme stav vybuzeného elektronu v atomu, ze kterého nedochází k vyzáření fotonu, nazýváme to metastabilním stavem. Tyto elektrony mají pravděpodobnost přechodu velmi nízkou a životnost v řádech milisekund a více. Metastabilní atomy jsou významné pro interakci plazma-pevná látka a také pro interakce v plazmatu.

V plazmatu definujeme střední kinetickou energii částic vztahem

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} * k * T \quad (1.3)$$

kde T je kinetická teplota částic. O kinetické teplotě částic lze uvažovat pouze tehdy, pokud jsou si všechny teploty částic rovny a částice je v termodynamické rovnováze. Výboje

využívané pro plazmatické technologie jsou mimo termodynamickou rovnováhu, a tedy kinetická teplota elektronů je větší než kinetická teplota atomů. [2]

1.2.1.3 Nepružné srážky

Nepružné srážky patří k nejdůležitějším srážkám v plazmatu. Nepružnou srážkou rozumíme srážku elektron-těžká částice, což může být atom, iont nebo molekula. V plazmatu jsou elektrony nejaktivnější částicí a neutrální těžké částice tvoří výbojový plyn.[2]

Excitace a deexcitace atomů

Jedná se o fyzikální proces, při němž dochází k přechodu energetického stavu atomu na vyšší energetickou hladinu. Pro přechod do vyšší energetické hladiny potřebuje atom přijmout energii relativně malou postačující pouze k umožnění přechodu elektronu na vyšší energetickou hladinu. Tento stav není stabilní a dochází ke zpětnému přechodu na původní hladinu neboli k deexcitaci, při níž je vyzářen foton o energii odpovídající rozdílu energie elektronových hladin.[2]

$$\underbrace{A(m)}_{\substack{\text{atom } A \\ \text{ve stavu } m}} + e \leftrightarrow A(n) + e \quad (1.4)$$

Ionizace atomů

K ionizaci atomů dochází tehdy, kdy elektron přijme dostatek energie k tomu, aby se zcela uvolnil z vazby mateřského atomu, a vzdálí se od něj trvale. [2]

1.3 Typy Plazmatu

Plazma nejčastěji nalezneme v přirozené podobě a to ve vesmíru kde je zastoupeno v 99%. Vyskytuje se zde v podobě slunečního větru, slunečních skvrn, kolem Jupiteru a Saturnu vytváří plazmový prstenec nebo ve složení hvězd, planet a komet. Nejčastěji se s přirozeným plazmatem na Zemi setkáme v podobě blesku. Jako první objasnil vznik blesku německo-americký fyzik Heinz Kasemir v roce 1950. Máme-li polarizovaný mrak pohybující se krajinou, jehož horní část má kladný náboj a dolní část záporný náboj, k povrchu země se začnou přitahovat kladné náboje. Následně ze spodní strany mraku se začnou vytvářet rozvětvené kanálky záporného náboje, kterým říkáme předvýboje. Pokud dojde k propojení mezi mrakem

a zemí či vyvýšenou vodivou oblastí (například strom) vznikne vodivý kanál a část záporného náboje z mraku přeteče k zemi, zároveň se přenesou část kladného náboje od země směrem k mraku. [1][3]

Plazmatické skupenství můžeme rozdělit podle teploty, hustoty, magnetického pole a dalších měřítek. Mezi základní skupiny patří:

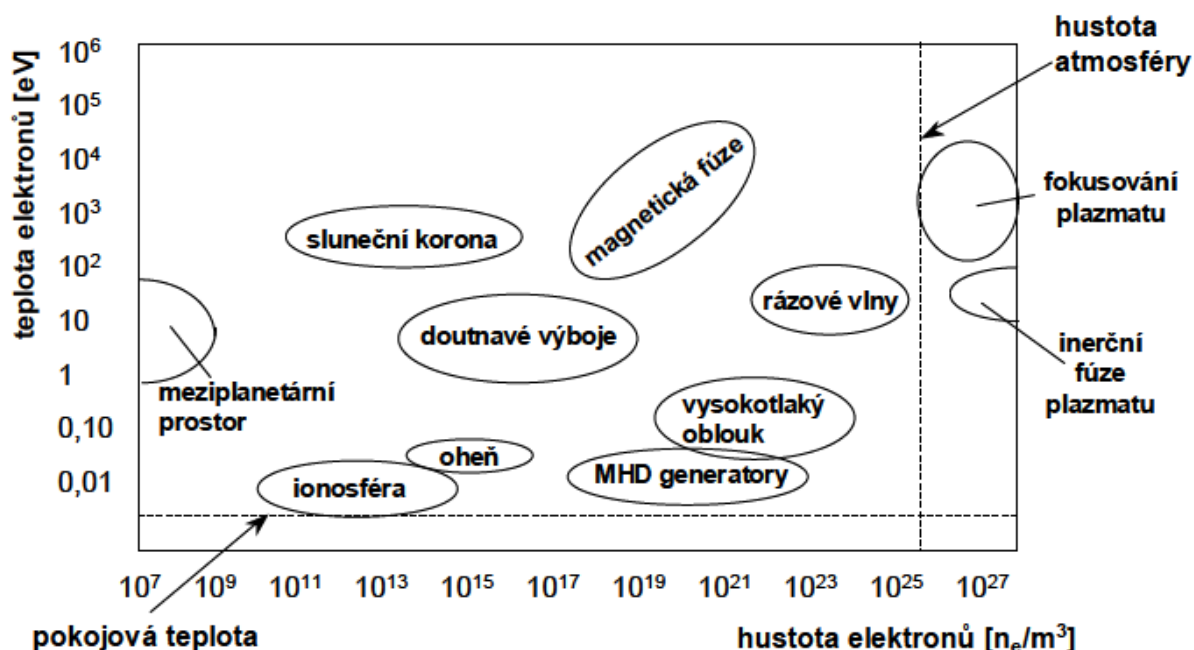
Běžné plazma, ve kterém jsou elektronové obaly atomů částečně poškozené díky tlaku či vysoké teplotě a za plazmatické chování látky jsou zodpovědné volné elektrony.

Termonukleární plazma, kde atomární obaly většinou neexistují a takové plazma je směsicí holých jader a volných elektronů. Nejčastěji se v tomto stavu nalézají jádra hvězd, ve kterých probíhá termojaderná syntéza.

Nukleonové plazma má rozrušená jádra atomů vysokou teplotou nebo tlakem. Skládá se ze směsice elektronů, protonů a neutronů. Vznik nukleonového plazmatu je přibližně 10 mikrosekund po vzniku vesmíru, ale můžeme ho také nalézt na vnějších obalech explodující supernovy.

Kvarkové-gluonové plazma je díky vysoké energii rozrušené na kvarky a glukony, které jsou konstituenty nukleonů. Tento druh plazmatu se podařilo uměle vytvořit v CERNu v roce 2000.

Pro další rozdělení nám může posloužit následující obrázek 2, který nám klasifikuje plazma v závislosti na teplotě a hustotě elektronů.[4]



Obr. 2 Rozdělení plazmatu v závislosti na teplotě elektronů a hustotě elektronů[4]

1.4 Aplikace plazmatu

1.4.1 Osvětlovací technika

V osvětlovací technice se plazma využívalo pro jeho světelné účinky v různých plynech již před vynálezem žárovky. Jednalo se o výbojky s uhlíkovými elektrodami, mezi kterými hořel ve vzduchu plazmový výboj. Jak se technologie zdokonalovala, začali se výbojky plnit směsmi plynů pro změny jejich vlastností jako je například barva nebo jiné, než viditelné spektrum. Plazma se nadále uplatňuje také v zářivkách jako zdroj elektronů, které prostupují skrz luminofor na stěně zářivky a který vyzařuje energii ve formě viditelného světla.[1]

1.4.2 Plazmová chemie

Plazmová chemie se zabývá reakcemi ve velkém rozmezí tlaků a teplot na rozdíl od běžných reakcí které se odehrávají v úzkém rozmezí teplot a umožňuje nám dané reakce lépe popsat. Řádově se teplota pohybuje mezi jednotkami až desetitisíce kelviny, podobně tlaky se pohybují od velmi vysokého tlaku až do atmosférického tlaku. [1]

1.4.3 Zobrazovací systémy

O těchto systémech se uvažovalo již koncem 60. let minulého století ale praktická realizace začala teprve před pár lety. Využívají tři druhy fluorescenčního materiálu známé jako RGB: červený, zelený a modrý. Jednotlivé fluorescenční materiály jsou uloženy v samostatných buňkách, které tvoří síť obrazových bodů. Z vrchu a ze spodu každé buňky vedou průhledné elektrody, které umožňují aktivaci každé buňky jednotlivě. Výhodou těchto obrazovek je plochá obrazovka, nezávislost úhlu pozorovatele a nezávislost na vnějších magnetických polích.[1]

1.4.4 Lékařství a životní prostředí

V lékařské oblasti se využívá plazmatu pro dezinfekci lékařských zařízení a nástrojů. Horký ionizovaný plyn spolehlivě zabije všechny živé mikroorganismy a zařízení je možné použít znovu.

Plazmatu je také možné využít pro rozložení škodlivých odpadových látek na jednotlivé atomy za pomoci energie plazmového teplotě o teplotě několika desítek tisíc stupňů.

1.4.5 Plazmové přepínače

Plazmové přepínače našly uplatnění v komunikačních technologiích. Umožňují přepínání světelných signálů bez jeho detekce a opětovné emise. Paprsek ze vstupního světlovodu můžeme odrazit pomocí plazmatu s dostatečnou hustotou elektronů v přepínací komoře do přepnutého výstupního světlovodu. Pokud není plazma v komoře přítomné, paprsek pokračuje rovně do nepřepnutého světlovodu.[1]

1.4.6 Plazmatrony

Plazmatrony jsou obloukové generátory termického plazmatu využívající se pro nanášení kovových, keramických nebo kompozitních vrstev na povrchy jiných materiálů. Ke stabilizaci oblouku se používá oblouk nebo jeho směs s vodíkem a heliem. Ústav fyziky plazmatu vyvinul speciální typ, ve kterém se oblouk stabilizuje pomocí vody. Tento typ díky vlastnostem je především využíván pro nanášení vysokotavitelných keramických materiálů a velkoplošné nástřiky. [5]

1.4.7 Svařovací technika

Svařování za pomoci plazmy je podobný proces jako svařování za pomoci wolframové elektrody v ochranné atmosféře. Mezi jeho hlavní výhody patří možnost svařování materiálů malých tlouštěk, svary dobré jakosti a malé deformace a možnost použití pro řezání materiálů.

1.4.8 Spínací přístroje

Ve spínacích přístrojích se s plazmatem setkáváme v podobě vzniku elektrického oblouku. Nejedná se ale o žádoucí aplikaci plazmatu, jako tomu bylo v předchozích uvedených příkladech. Hořící elektrický oblouk vzniká při spínání kontaktů nebo ve vypínací dráze zhašecích komor vypínačů. Teplota elektrického oblouku se může pohybovat v rozmezí 6000 - 30 000K podle chlazení daného oblouku. Je důležité navrhnout konstrukční řešení spínacích přístrojů, aby vydržely krátkodobé tepelné namáhání, nebo doplnit zařízení o zhašecí komory, které slouží ke zhašení elektrického oblouku. [6]

2 Elektrický oblouk

Elektrický oblouk spadá do skupiny elektrických výbojů, který je vytvořen přírodně nebo uměle. V přírodní formě ho nalezneme nejčastěji v podobě bouřkových blesků. Bez zapříčinění člověka by se ale elektrický oblouk na zemi příliš často neobjevoval. Jak jsme postupně zvládali technologie elektrické energie, jako jsou výroba, přenos a rozvod stal se nedílnou součástí našeho života. V určitých aplikacích užíváme vlastnosti elektrického oblouku pro naše potřeby, v jiných nám může způsobit velké škody. Nejčastěji využíváme tepelné a světelné vlastnosti elektrického oblouku. Světelné vlastnosti využíváme například u obloukových lamp a tepelné u svařování či obloukové pece. [1][4]

2.1 Vlastnosti elektrického oblouku

Pro elektrický oblouk jsou charakteristické tyto vlastnosti:

- Proudová hustota větší než $10e^5 \text{ A.m}^{-2}$
- Malým katodovým úbytkem
- Vysokou teplotou elektrod podporující emisi
- Vysokou teplotou plazmatu mezi elektrodami

2.2 Části elektrického oblouku

Elektrický oblouk můžeme rozdělit na katodovou a anodovou skvrnu a samotný hořící oblouk.

Katodová skvrna

Oblast generující prvotní elektrony pomocí termické emise, které nám zapalují oblouk. Tyto elektrony s velkou kinetickou energií jsou schopny srážkami ionizovat neutrální atomy na kladné ionty a sekundární elektrony. Elektrony se vrací zpět na katodu, způsobují termickou emisi a zahřívají katody přibližně na 2600°C .

Anodová skvrna

Anoda dosahuje větší teploty než katoda a to přibližně 3000°C . Tento rozdíl je způsoben přeměnou kinetické energie na tepelnou a elektromagnetickým zářením. Chlazení anody probíhá předáváním tepla vedením a zářením.

Sloupec oblouku

Je oblast, která se nachází mezi anodou a katodou, ve které dochází k hoření oblouku. V této oblasti dochází k intenzivnímu záření disociovaného a ionizovaného plynu v podobě plazmy. Sloupec oblouku může dosahovat teplot až 7000°C . [1]

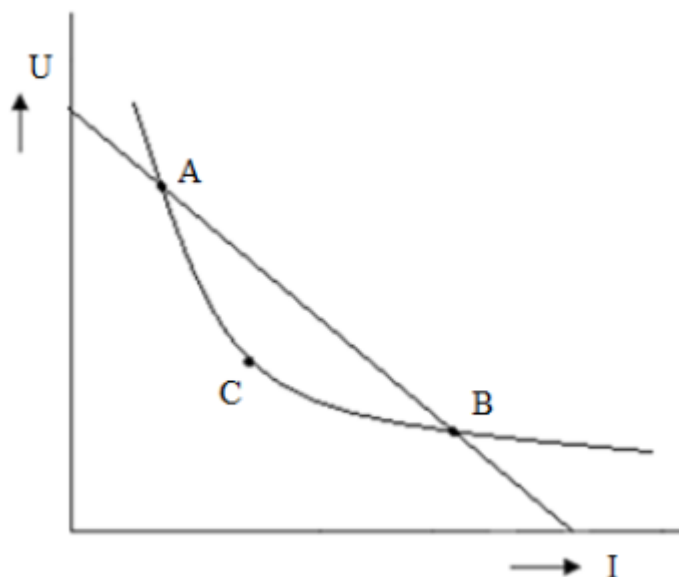
2.3 Vznik elektrického oblouku

Vznik elektrického oblouku například ve spínacích přístrojích při oddalování kontaktů přístroje se dá popsat zhruba takto. Při snižování přitlaku na kontakty dochází k nárůstu stykového odporu. Materiál kontaktů se ohřívá a dochází k odparu kovových par. Současně vlivem silného elektrického pole probíhá autoemise (emise elektronů z elektrod vlivem silného elektrického pole). Vzniká vodivé prostředí mezi kontakty, které způsobí průchod elektrického proudu. Dochází k zapálení elektrického oblouku. Plyn mezi elektrodami se ohřívá a ionizuje. Na konci těchto procesů máme hořící elektrický oblouk.

Jiný způsob vzniku elektrického oblouku můžeme najít například na koordinačních jiskřištích. Na hrotech jiskřiště je vysoká intenzita elektrického pole. Dochází k autoemisi a vytvoření jiskrového výboje mezi hroty za pomoci elektronových lavin a strimérů. Vytvoří se vodiví ionizovaný kanál a při dostatečné energii zdroje dochází k zapálení elektrického oblouku. [4]

2.4 V-A Charakteristika

Voltampérová charakteristika elektrického oblouku má klesající průběh tzn., že s klesajícím napětím nám roste proud. Její tvar nám může připomínat hyperbolu. Tvar charakteristiky je pak dán složením plazmatu, chemickým složením elektrody a její geometrií.



Obr. 3 V-A charakteristika oblouku[1]

Na Obr. 3 jsou označené body A, B, C, vyznačující druh hoření oblouku. V bodě A má oblouk labilní hoření a může dojít k jeho snadnému uhasnutí. Bod B označuje stabilní hoření oblouku. Mezi těmito body se nachází bod C, dá se taky nazvat bod na mezi stability. Pokud se chceme dostat ze stabilního stavu do labilního, máme tyto možnosti. Snížit napětí zdroje, zvětšit hodnotu odporu v obvodu nebo zvětšit napětí oblouku natažením, či ochlazením.[1]

2.5 Stacionární a dynamický oblouk

Jako první modely elektrického oblouku se používali pouze pro stacionární stav. Takovým stavem rozumíme ustálený stav, ve kterém se parametry oblouku nemění, docílit však takového stavu je velmi obtížné. Tyto modely byly experimentálně odvozeny, popsány rovnicemi a dnes se s nimi můžeme potkat v literatuře například rovnicí Ayrtonové:

$$U_{ob} = A + Bl + \frac{C + Dl}{I_{ob}} \quad (2.1)$$

Jak již bylo zmíněno, stacionární oblouk je obtížné realizovat, a proto se začalo více hledět na dynamický oblouk, který má velmi vysokou teplotu v řádech několika tisíc kelvinů. Obloukový sloupec je charakterizován tepelným obsahem s určitou setrvačností, která zamezuje skokové změně. Rychlost odezvy na jednotkový skok nám charakterizuje časová konstanta oblouku, která je mírou tepelné setrvačnosti. Diferenciální rovnice pro energetickou bilanci dynamického oblouku je výchozí rovnicí pro zkoumání dynamického oblouku. Rovnice vyjadřuje že, míra dodaného výkonu je rovna ztrátám oblouku ΔP a změně tepelného obsahu oblouku dQ/dt .

$$\frac{dQ}{dt} + P_z = u_a * i_a \quad (2.2)$$

Z této rovnice můžeme následně vyjádřit časovou konstantu, která je dána poměrem tepelného obsahu oblouku a ztrát.

$$\tau = \frac{Q}{P_z} \quad (2.3)$$

Časová konstanta oblouku je charakterizována veličinami Q a P_z , které jsou teplotně nelineárně závislé, a tedy časovou konstantu lze použít jen v omezeném rozmezí proudů.[6]

2.6 Obloukové napětí

Významná veličina charakteristická pro oblouk je obloukové napětí. Vypočte se následujícím vztahem

$$U_{ob} = U_k + U_A + U_T \quad (2.4)$$

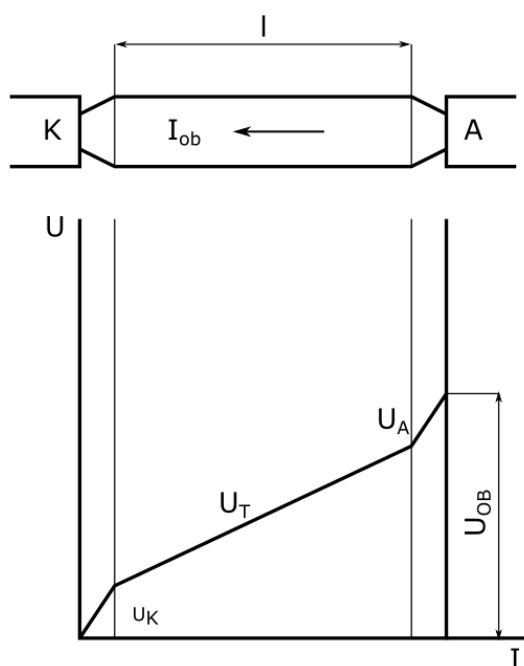
Tedy součet úbytků napětí na katodě, anodě a podél oblouku je rovno obloukovému napětí. Úbytek podél oblouku se vypočítá součinem intenzity elektrického pole a délkou oblouku. Pomocí Ayrtonové rovnice lze také spočítat obloukové napětí podle vztahu

$$U_{ob} = A + Bl + \frac{C + Dl}{I_{ob}} \quad (2.5)$$

kde hodnoty A, B, C, D, jsou konstanty uspořádání oblouku. Tyto konstanty určují druh plynu, tlak, poměr a rozměr elektrod a jsou dány tabulkami. Délka oblouku je l a I_{ob} je proud oblouku. Z rovnice je patrné, že pokud budeme uvažovat vysoké proudy v oblouku, můžeme zlomkový člen zanedbat a dostaneme zjednodušený tvar rovnice

$$U_{ob} = A + Bl \quad (2.6)$$

Z této zjednodušené rovnice dále vyplývá, že konstanta B je závislá na délce. Můžeme tedy tak rozeznávat dva druhy oblouku, krátký a dlouhý. U krátkého oblouku zanedbáváme člen Bl , pak člen A představuje úbytky napětí na anodě a katodě. U dlouhého oblouku převažuje člen Bl , pak tedy A zanedbáváme. B znázorňuje intenzitu elektrického pole podél oblouku.[1]



Obr. 4 Obloukové napětí[1]

2.7 Zhášení elektrického oblouku

Zhášení elektrického oblouku můžeme docílit pomocí zvětšení odporu oblouku jeho natahováním dle vztahu

$$R = \frac{\rho * l}{S} \quad (2.7)$$

nebo rozdělení oblouku na několik dílčích oblouků s velkými úbytky napětí kolem elektrod

Zvětšením délky oblouku je metoda používaná pro střídavé oblouky a do určité hodnoty napětí. Nejčastěji se s touto metodou setkáme u spínačů. Při oddalování kontaktů dochází k zapálení oblouku a vlivem elektromagnetických sil se oblouk tvaruje po speciální proudové dráze.

Druhou možností je rozdělení na n -dílčích oblouků. Takového rozdělení dosáhneme speciálními zhášecími komorami. Elektrický oblouk prochází přes jednotlivé komory a každá z těchto komor způsobuje rozdělení celkového oblouku na dílčí oblouky a ty způsobují jisté úbytky napětí. Při velkém úbytku napětí se oblouk nemůže udržet a dojde k jeho zhašení.

Další používanou metodou zhášení je chlazení obloukového sloupce. Intenzivním chlazením dochází ke zmenšení průřezu oblouku a tím ke zvýšení odporu oblouku dle vztahu (2.7). Při zmenšování průřezu se zároveň zvětšuje teplota jádra plazmatu oblouku. Při zajištění odvodu tepla pomocí chladicího média se průměr oblouku zmenšuje, až dochází k jeho zániku. Jako chladicí médium se nejčastěji používá vzduch, olej a elektronegativní plyn SF₆. [7]

3 Spínací přístroje

3.1 Rozdělení spínacích přístrojů VVN

Podle spínací schopnosti rozdělujeme elektrické spínače vvn do tří kategorií. První kategorií jsou vypínače, které mají plnou spínací schopnost. Vypínače můžeme dále třídit

z hlediska použitého zhášecího média a způsobu ovládání. Charakteristické veličiny pro vypínače definuje norma ČSN EN 62271-100. Mezi charakteristické veličiny patří provozní napětí, provozní proud a kmitočet, izolační hladina, vypínací proud a zotavené napětí při svorkovém a blízkém zkratu, zapínací proud, sled funkcí při vypínání zkratů, vypínací proud nezatížených venkovních vedení, napětí zapínacích a vypínacích ústrojí vypínače, přetlak a spotřeba stlačeného plynu použitého pro zhášení oblouku a pohon vypínače. Podle normy ČSN EN 62271-100 jsou dále definovány číselné údaje jmenovitých hodnot pro správnou volbu vypínače. Prvním parametrem je jmenovité napětí U , což je horní hranice nejvyššího provozního napětí přenosové soustavy. Jmenovitá hodnota se volí z normalizované řady jmenovitých napětí: vn 1,2; 3,6; 12; 17,5; 25; 38; 52; 72,5 a pro vvn 100; 123; 145; 170; 245; 300; 362; 420; 525; 787 kV. Do druhé kategorie spínačů s omezenou spínací schopností řadíme vypínače zátěže a odpínače. V poslední kategorii jsou odpojovače a uzemňovače, které nemají žádnou spínací schopnost. Následující kapitolu si stručně popíšeme princip a provedení vypínačů.[6]

3.2 Principy a provedení vypínačů

3.2.1 Tlakovzdušné vypínače

Tlakovzdušné vypínače používají ke zhášení oblouku stlačený vzduch ze zásobníku tlakového vzduchu, který je natlakován pomocí kompresoru. Zhášet oblouk můžeme ve směru axiálním nebo radiálním. V praxi se setkáváme s použitím axiálního ofukováním elektrického oblouku, které nám výrazně šetří množství použitého vzduchu oproti radiálnímu zhášení. Před zapůsobením vypínače je tlakový vzduch uzavřen v komoře pod tryskou a po oddálení pohyblivého kontaktu z trysky se proud vzduchu dostane do prostoru pod kontaktem.[6]

3.2.2 Vypínače olejové a máloolejové

K zhášení oblouku používají olej a podle objemu oleje je můžeme rozdělit na olejové a máloolejové.

3.2.2.1 Olejové vypínače

Vypínač je konstrukčně tvořen z nádoby, ve které se nachází olej. V něm se nacházejí silnoprůdné kontakty vypínače. Olej zde plní funkci zhášecího média, izolačního prostředí mezi kontakty a také jako izolace kontaktů od konstrukce vypínače. Při hoření oblouku během velmi

velkých proudů dochází k expanzi plynů uvnitř nádoby, k velkému nárůstu tlaku a k možné explozi vypínače. Proto se moderní typy začaly vybavovat tlakovými zhášecími komorami.

3.2.2.2 Máloolejové vypínače

Využívají menšího množství oleje, který oproti olejovým vypínačům plní pouze funkci pro zhášení oblouku. To má řadu výhod například zvýšení požární bezpečnosti, lepší servis a údržba a cenová úspora při výměně oleje. Máloolejové vypínače používají tlakové zhášecí komory.

3.2.3 Plynové vypínače SF₆

Plyn SF₆ neboli fluorid sírový je elektronegativní plyn ideální pro zhášení oblouků u VVN vypínačů objevený v roce 1900. Poprvé byl použit pro vysokonapěťové aplikace v roce 1937 a sériově vyráběn firmou Siemens v roce 1964. U první typů takového vypínače byli použity dvojtlaké zhášecí komory. Uvnitř zhášedla byl tlak cca 2MPa a vně cca 0,4Mpa. Tlakový rozdíl se musel udržovat pomocí kompresoru. Jednalo se konstrukčně složitý systém, který provázely potíže a pro řešení se začaly vyrábět jednotlakové zhášecí komory nazývané tzv. „puffer type“. Ten na rozdíl od předchozího typu používá pro vytvoření tlakového rozdílu potřebného k proudění plynu pohyb pístu spojeného s kontaktním ústrojím. Stále však je požadavek na výkon pohonu vypínače aby zajistil ovládací funkci a natlakování zhášecí komory. To vyřešily vypínače typu „self-blast“, kde se k natlakování zhášecí komory využívá energie hořícího oblouku. [6]

4 Modely elektrického oblouku

Při vytváření modelů využíváme teoretické předpoklady a experimentální metody pro určení a pochopení dějů například uvnitř spínacích přístrojů. Modelování nových typů spínacích přístrojů nám umožňuje lépe vytvořit a simulovat reálné prostředí spínacího přístroje a poskytuje nám spoustu údajů, které bychom museli získat vyrobením prototypu nového spínače a následným měřením údajů na něm. Stále jsme ale omezeni komplexností použitého softwarového nástroje a jeho způsobem výpočtu parametrů.

4.1 Modely s definovanou V-A charakteristikou

Obecně jsou tyto modely definovány pomocí rovnice Ayrtonové (2.1) jejíž použití je vcelku omezené. Rovnice sice obsahuje konstanty A, B, C, D, které respektují druh a tlak plynu, poměr a rozměry elektrod, ale používá se pouze pro popis oblouku hořící ve volném ovzduší. Vezmeme-li rovnice Ayrtonové a budeme uvažovat intenzivně chlazený oblouk se zanedbatelnými úbytky na elektrodách, dostaneme rovnice

$$U_a = cI^{-\alpha} \quad (4.1)$$

Ve které konstanty c a α respektující uspořádání zhášecí komory a tlak plynu. Tento tvar je typickým příkladem hyperboly a odpovídá grafu na Obr. 3.[6]

4.2 Black – box modely

V této skupině nalezneme jednoduchý model definovaný pouze pomocí obloukového napětí nebo modely vycházející z obecné rovnice pro energetickou bilanci dynamického elektrického oblouku Cassieho a Mayra.

$$\frac{dQ}{dt} = u_a * i_a - P_z \quad (4.2)$$

Všechny tyto modely byli dále rozvíjeny a doplňovány, aby se přiblížili realitě fyzikálních dějů a našli tak uplatnění v aplikacích.[6]

4.2.1 Cassieho model oblouku

Model vychází z rovnice pro energetickou bilanci dynamického oblouku:

$$\frac{dQ}{dt} = u_a * i_a - P_z \quad (4.3)$$

kde Q je tepelný obsah oblouku, u_a a i_a jsou napětí a proud oblouku a P_z jsou ztráty

Modely se používají pro oblouky s rychle proudícím médiem souhlasně s osou oblouku. Tím je oblouk chlazen po celém svém povrchu a veškeré tepelné ztráty, které se rovnají přivedenému výkonu, odvede proudící médium.

Cassie zavedl zjednodušující předpoklady, které jsou:

1. Obloukové napětí U_a , teplota oblouku T , měrná vodivost γ a tepelná energie v jednotce objemu q jsou konstantní
2. Průměr oblouku se mění v závislosti na procházejícím proudu

Pro válec oblouku jednotné délky, za předpokladu U_a , T , γ , q jsou konstantní, získáme následující vztahy:

$$G = \gamma * \pi * r^2 \quad (4.4)$$

$$Q = q * \pi * r^2 \quad (4.5)$$

$$P_z = p_z * \pi * r^2 \quad (4.6)$$

Po úpravě dostaneme rovnici

$$\frac{Q}{q} = \frac{G}{\gamma} = konst. \Rightarrow Q = \frac{q}{\gamma} * G \quad (4.7)$$

Do rovnice pro energetickou bilanci dosadíme rovnici

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{q}{\gamma} * \frac{dG}{dt} \quad (4.8)$$

a úpravou této rovnice pro stacionární stav získáme výslednou rovnici Cassieho teorie:

$$\frac{1}{G} \frac{dG}{dt} = \frac{1}{\tau} * \left[\left(\frac{u_a}{U_{as}} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.9)$$

kde τ je časová konstanta

$$\tau = \frac{Q}{P_z} = \frac{q}{p_z} \quad (4.10)$$

která obsahuje ztráty P_z a proud obloukem I .

Cassie zavedením omezujících předpokladů pro řešení teorie vypínacího oblouku umožnil popis vypínacího oblouku v silnoprůdném intervalu, tedy kolem maximální hodnoty proudu, přibližně konstantního napětí a velkého průměru oblouku. U velkého průměru oblouku se z obloukového sloupce uplatní odvod ztrát prouděním. Cassieho teorie, podobně jako Mayrova lze být použita pro interakční interval, ale není pro ní výchozí. Zajímají nás pouze výsledky odvodu ztrát prouděním.[6][8]

4.2.2 Mayrův model oblouku

Mayrův model oblouku vychází analogicky jako Cassieho z energetické bilance dynamického oblouku

$$\frac{dQ}{dt} = u_a * i_a - P_z \quad (4.11)$$

pro kterou Mayr zavedl následující předpoklady:

1. Uvažujeme průměr oblouku za konstantní
2. Ztráty oblouku ΔP jsou přibližně konstantní
3. Vodivost $G = k * e^{(\frac{Q}{Q_s})}$, kde Q_s je množství tepla, po jehož dodání se vodivost zvětší v poměru 1:e

Při odvozování diferenciální rovnice dynamického oblouku vycházíme ze vztahu:

$$G = k * e^{(\frac{Q}{Q_s})} \quad (4.12)$$

Který nejdříve logaritmuje a po té derivujeme:

$$\ln G = \ln k + \ln \frac{Q}{Q_s} \quad (4.13)$$

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{1}{Q_s} * \frac{dQ}{dt} \quad (4.14)$$

Úpravou získáme potřebnou rovnici:

$$\frac{dQ}{dt} = Q_s * \frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} \quad (4.15)$$

Tedy můžeme dosadit do základní energetické bilance za dQ/dt a dostaneme diferenciální rovnici dynamického oblouku:

$$\frac{dG}{dt} + \frac{\Delta P}{Q_s} * G = \frac{u_a * i_a}{Q_s} * G \quad (4.16)$$

Úpravou získáme:

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{1}{\tau} * \left(\frac{u_a * i_a}{\Delta P} - 1 \right) \quad (4.17)$$

Kde τ je časová konstanta oblouku

$$\tau = \frac{Q_s}{\Delta P} \quad (4.18)$$

Mayr obdobně jako Cassie zavedl omezující předpoklady pro řešení teorie spínacího oblouku. Uvažováním konstantních ztrát ΔP a konstantního poloměru se pomocí jeho teorie lépe popisuje interakční interval. Výsledná rovnice nám ukazuje, že při splnění podmínky pravé strany rovné nule dojde k vypnutí spínacího oblouku. Podmínkou vypnutí je vodivost G a proud i roven nule. Aby pravá strana rovnice byla rovna nule je potřeba zajistit, aby výkon $P = u_a * i_a$ dodávaný z elektrického oblouku do zdroje byl menší než ztráty oblouku ΔP . [6][8]

4.2.3 Modifikace modelů Cassieho a Mayra

Cassieho model představený v roce 1939 a Mayrův v roce 1943 slouží k popsání modelů oblouků. Zavedením různých předpokladů našla každá z těchto teorií uplatnění v jiné části elektrického oblouku. Cassieho v silnoprůdém a Mayr v interakčním intervalu. Postupem času vznikali různé modifikace vycházející především z Mayrovy teorie.[6]

4.2.3.1 Schwarz model

Schwarz v roce 1971 modifikoval Mayrův model a zavedl následující předpoklady. Uvažoval čas za konstantu a chladicí výkon je závislý na vodivosti oblouku. Model je popsán následující diferenciální rovnicí

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{1}{\tau * G^a} * \left(\frac{u_a * i_a}{\Delta P * G^b} - 1 \right) \quad (4.19)$$

Kde chladicí výkon ΔP , a , b jsou konstanty.[9]

4.2.3.2 Habedank model

Tento model vychází ze sériového propojování modelů Cassieho a Mayera a obsahuje dvě diferenciály a jednu algebraickou rovnici.

$$\frac{1}{G_C} * \frac{dG_C}{dt} = \frac{1}{\tau_C} * \left(\left(\frac{u * G}{U_C * G_C} \right)^2 - 1 \right) \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{G_m} * \frac{dG_m}{dt} = \frac{1}{\tau_m} * \left(\frac{u^2 * G^2}{P_0 * G_m} - 1 \right) \quad (4.21)$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{G_C} + \frac{1}{G_m} \quad (4.22)$$

Kde G_C je vodivost Cassieho rovnice, τ_C je Cassieho časová konstanta, G_m je vodivost Mayerovi rovnice, τ_m je Mayerova časová konstanta a P_0 je konstanta.[9]

4.2.3.3 Schavemaker model

Tento model vychází z modifikovaného Mayrova modelu oblouku popsaného rovnicí (4.16), kde τ je časová konstanta a P (chladicí výkon) může být považován za konstantu nebo za funkci vodivosti, proudu nebo napětí. Schavemaker odvodil, že chladicí výkon má velmi silnou lineární závislost na zdroji elektrické energie. Úpravou rovnice (4.17) zahrnul tuto závislost do vztahu

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{d * \ln g}{dt} = \frac{1}{\tau} * \left(\frac{u_a * i_a}{P_0 + P_1 * u_a i_a} - 1 \right) \quad (4.23)$$

kde P_0 představuje konstantu chladicího výkonu reprezentující druh vypínače obvodu. Konstanta P_1 reguluje vliv zdroje elektrické energie na chladicí výkon a tlak ve vypínači způsobený ohmickým ohříváním zhášecího media obloukem. Testováním tohoto modelu dospěl k závěru, že při vysokých proudech oblouku je vypočítané napětí menší než naměřené. Tento problém vyřešil následujícím přizpůsobením rovnice

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{d * \ln g}{dt} = \frac{1}{\tau} * \left(\frac{u_a * i_a}{\max(U_{arc}|i|, P_0 + P_1 * u_a i_a)} - 1 \right) \quad (4.24)$$

konstanta U_{arc} představuje napětí oblouku v oblasti vysokých proudů, když je tato konstanta nulová výsledek odpovídá rovnici (4.23). Pokud se budeme pohybovat v oblasti velmi vysokých proudů, zjednoduší se nám rovnice (4.24) na následující tvar

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{d * \ln g}{dt} = \frac{1}{\tau} * \left(\frac{u_a * i_a}{U_{arc}|i|} - 1 \right) = \frac{1}{\tau} * \left(\frac{u_a}{U_{arc}} - 1 \right) \quad (4.25)$$

Tento tvar rovnice se ukazuje jasnou shodu s Cassieho modelem oblouku (4.9), který je ověřený pro oblasti vysokých proudů. Při nulovém proudu v rovnici (4.24) dostaneme

$$\frac{1}{G} * \frac{dG}{dt} = \frac{d * \ln g}{dt} = \frac{1}{\tau} * \left(\frac{u_a * i_a}{P_0} - 1 \right) \quad (4.26)$$

což je Mayerův model oblouku, který je ověřený pro oblast kolem proudové nuly. Konstanta P_1 je nulová po průchodu proudu nulou, protože oblouk byl uhašen.

Při porovnání představeného Schavemakerova modelu s používanými modely Mayrova obsahuje tyto výhody. Model má tři parametry, které musí být definovány (τ, P_0, P_1) případně definici U_{arc} pokud je to nutné. Výsledný model neobsahuje žádné exponenty, takže k výsledkům se dostáváme mnohem rychleji. Při nulovém proudu obsahuje model jen dva parametry (τ, P_0). [10]

4.2.4 Modely se zahrnutím fyzikálních procesů oblouku

Modely zahrnující fyzikální procesy oblouku jsou teoreticky a výpočetně náročnější než black-box modely. Proto jsou vyhrazené především fyzikům a chemikům. Zaměřují se na vybranou část sloupce elektrického oblouku a jsou založené na popisu elementárních reakcí probíhající v plazmatu elektrického oblouku na úrovni komponent plynu a souborů částic. V praktické oblasti jsou tyto modely často řešeny na makroskopické úrovni.[4]

Mezi základní úvahy při řešení plazmatu patří

- Elektromagnetické pole
- Energie elektronů
- Pohyb elektronů
- Pohyb iontů
- Neutrální proudění a teplota plynu

Při modelování narážíme na problém určení časových oblastí pro jednotlivé komponenty plazmatu, protože u elektromagnetického pole uvažujeme vznik okamžitý, ale například u proudění jsou to milisekundy. Dalším problémem je vzájemné ovlivňování elektromagnetického pole a elektronů, velký počet proměnných a také že některé procesy v plazmatu jsou nám stále neznámé.

Plazmová chemie řeší jednotlivé chemické procesy, které se mohou objevit ve spojitosti s plazmatem. Při modelování musíme uvažovat jednotlivé elektronové reakce, fáze různých reakcí plynů a reakce na povrchu materiálů.

Při řešení pohybu elektronů uvažujeme různé okrajové podmínky. Řadí se mezi ně sekundární elektronová emise, termická emise a elektronová odrazivost. Důležité je také uvažování proudění, které může libovolně ovlivnit elektronovou hustotu a energii.

V plazmatu se nepohybují pouze elektrony, ale musíme uvažovat i další částice, které jsou účastníci reakcí a vlastních pohybů. Jejich pohyb můžeme vyjádřit pomocí modifikované Maxwell-Stefanovi rovnice[11]

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(w_k) + \rho(u * \nabla)w_k = \nabla * j_k + R_k \quad (4.27)$$

Pro výpočet elektromagnetické pole v plazmatu řešíme Maxwellovy rovnice

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (4.28)$$

Z důvodu kvazineutality plazmatu a tedy nenulové vodivosti musíme uvažovat $\rho \approx 0$.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (4.29)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.30)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4.31)$$

Kde $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ zahrnuje vlastnost prostředí se polarizovat v elektrickém poli a $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ velikost magnetické indukce ve vakuu. Pro výpočet rozložení skalárního potenciálu stacionárního elektrického proudového pole vycházíme z rovnice kontinuity elektrického proudu

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (4.32)$$

kterou můžeme upravit do tvaru

$$\operatorname{div}(\gamma(-\operatorname{grad} \varphi)) = 0 \quad (4.33)$$

Elektrický oblouk vytváří kolem sebe magnetické pole, které působí silovými účinky. Můžeme si představit oblouk tvořený z velkého počtu paralelních proudových vláken, které na

sebe silově působí. Pokud teče proud vlákny souhlasně tak se přitahují a když prochází opačně, vlákna se odpuzují. Tvar elektrického oblouku je ovlivňován silami působícími na něj, zvláště pokud je oblouk tvořen plazmatem s velmi malou hustotou.

Z rovnice pro magnetický vektorový potenciál vycházíme pro výpočet magnetického pole

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (4.34)$$

Pokud potřebujeme jednotlivou složku vektorového potenciálu například x-ovou, je nutné rovnici (4.24) řešit přes Poissonovu rovnici

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = -\mu J_x \quad (4.35)$$

Ze znalosti magnetického vektorového potenciálu můžeme vypočítat indukci magnetického pole

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (4.36)$$

Následně z indukce magnetického pole můžeme vypočítat silové účinky magnetického pole na oblouk pomocí Lorentzovy síly[2][4]

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (4.37)$$

Důležité pro fyzikální modely je zahrnout také působení teploty a přenosu tepla. Přenos tepla probíhá obecně třemi způsoby vedením, prouděním a sáláním. U plazmatického sloupce, který tvoří elektrický oblouk například mezi dvěma elektrodami, uvažujeme všechny tři způsoby přenosu tepla. Při výpočtu vycházíme z tepelné rovnice

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} * \Delta) T \right) = -(\nabla * \vec{q}) + \tau : \vec{S} - \frac{\vec{T} \partial \rho}{\rho \partial T} \Big|_p + \left(\frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{u} * \nabla) p \right) + Q \quad (4.38)$$

Kde ρ je hustota, C_p je tepelná kapacita, T je absolutní teplota, u je vektor rychlosti, q je přenos tepla vedením, p je tlak, τ je tenzor viskózního napětí, S je tenzor tlaku a Q je zdroj tepla.[12]

Při řešení jednotlivých diferenciálních rovnic zde uvedených je potřeba znát také nějaké matematické metody, pomocí kterých docílíme výsledku. V následující kapitole si proto představíme numerické metody pro řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic.

5 Numerické metody

5.1 Numerické metody pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic

Pro řešení obyčejné diferenciální rovnice je problém určení funkce vyhovující diferenciální rovnici

$$y'(t) = f(t, y(t)) \quad (5.1)$$

Splňující počáteční podmínku

$$y(a) = \eta \quad (5.2)$$

Pomocí numerického řešení počáteční úlohy zjistíme přibližné hodnoty řešení $y(t)$ v bodech t_n na intervalu $\langle a, b \rangle$. Přibližné řešení v bodě t_n označíme y_n a přesné řešení $y(t_n)$.

Numerická metoda se využívá pro řešení počáteční úlohy pomocí postupných výpočtů aproximací z počáteční úlohy. Pokud závisí předpis pro výpočet aproximace na předchozích aproximacích, nazýváme jí metodou krokovou. Přesnost metody určujeme přes lokální diskretizační chybu (anglicky local truncation error), které se dopustíme v jednom kroku. Diskretizační chyba se uplatňuje při analýze vlastností numerické metody, neboť při reálném výpočtu není splněn lokalizační předpoklad a diskretizační chyba nevzniká. Pro reálný výpočet definujeme lokální chybu, které se dopustíme při výpočtu v kroku od t_n do t_{n+1} . [13]

5.1.1 Eulerovy metody

Pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic (zkráceně ODR) se mezi nejjednodušší metody řadí explicitní Eulerova metoda, v anglicky psané literatuře se nazývá explicit Euler method nebo forward Euler method. Ta je odvozena z Taylerovy formule

$$y(t_n + 1) = y(t_n + \tau) = y(t_n) + \tau y'(t_n) + \frac{1}{2} \tau^2 y''(\xi_n) \quad (5.3)$$

$$\xi_n \in (t_n, t_{n+1})$$

Zanedbáním členu $\frac{1}{2} \tau^2 y''(\xi_n)$, uvažováním rovnosti $y'(t_n) = f(t_n, y(t_n))$ a úpravou výrazů $y(t_n)$ a $y(t_{n+1})$ získáme její předpis

$$y_{n+1} = y_n + \tau f(t_n, y_n) \quad (5.4)$$

Výpočet neznámé y_{n+1} dostaneme dosazením známé hodnoty y_n do pravé strany rovnice (5.1) a výsledkem je naše hledaná neznámá y_{n+1} .

Implicitní Eulerova metoda, anglicky implicit Euler method či back-ward Euler method vychází obdobně z Taylerovy formule (5.3). Zde také zanedbáváme člen $\frac{1}{2} \tau^2 y''(\xi_n)$ a uvažováním rovnosti $y'(t_{n+1}) = f(t_{n+1}, y(t_{n+1}))$ dostaneme předpis

$$y_{n+1} = y_n + \tau f(t_{n+1}, y_{n+1}) \quad (5.5)$$

Při výpočtu y_{n+1} pomocí implicitní metody řešíme oproti explicitní metodě nelineární rovnici. To je problém navíc, ale hlavní výhodou implicitní metody je mimořádná stabilita ve srovnání s explicitní.

Lichoběžníková metoda je dána aritmetickým průměrem explicitní a implicitní Eulerovy metody

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} \tau [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})] \quad (5.6)$$

Jedná se o metodu druhého řádu, se kterou se setkáme ve výpočetním programu MATLAB pod názvem ode23t.[13]

5.1.2 Explicitní Rungovy-Kuttovy metody

Jedná se o s-stupňové metody a mezi nejpoužívanější jsou metody 3 a 4 stupně. Metodu 3 stupně nalezneme ve výpočetním programu MATLAB pod funkcí ode23 a 4 stupně pod ode45. Obecný předpis této metody je

$$y_{n+1} = y_n + \tau(b_1k_1 + b_2k_2 + \dots + b_sk_s) \quad (5.7)$$

Výpočet spočívá na výpočtu y_{n+1} z hodnoty y_n kterou již známe. Předchozí výpočty y_{n-1} , y_{n-2} atd. pro výsledek nepoužíváme. Jedná se tedy o jednokrokovou metodu. [13]

5.1.3 Vícekrokové metody

Vícekrokové metody počítají přibližné řešení y_{n+1} v uzlu t_{n+1} pomocí předchozích výpočtů přibližného řešení y_n, y_{n-1}, y_{n-2} atd. Tímto způsobem jsme schopni získat přibližné řešení y_{n+1} s vysokou přesností. Mezi nejznámější metody patří Adamsovy metody a metody zpětného derivování.[13]

5.1.3.1 Adamsovy metody

Tyto metody se dále dělí na Adams-Bashforthovy a Adams-Moultonovy metody, stručně ABk a AMk metoda. Obecně vycházíme z integrace rovnice (5.1) od t_n do t_{n+1} a aproximací pomocí interpolačního polynomu dostaneme předpis

$$y_{n+1} = y_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} P_{k-1}(t)dt \quad (5.8)$$

Kde $P_{k-1}(t_{n+1-j})$ je interpolační polynom roven $f(t_{n+1-j}, y_{n+1-j})$

Adams-Bashforthova metoda vychází z rovnice (5.8) ve které za j dosadíme $j = 1, 2, 3, \dots, k$. Podobně jako ABk metoda vychází i Adams-Moultonova metoda z rovnice (5.8) ale při řešení uvažujeme $j = 1, 2, 3, \dots, k - 1$. Metoda AB je k-kroková, explicitní a řádu k. Pro $k = 1$ je metoda shodná s explicitní Eulerovou metodou. Metoda AMk je oproti tomu ale $(k -$

1) kroková (pro $k = 1$ je jednokroková a shodná s implicitní Eulerovou metodou), implicitní a řádu k . Obecně platí, že AM metody v porovnání s AB metodami jsou stabilnější a přesnější.[13]

5.1.3.2 Metody zpětného derivování

Pro získání předpisu metody zpětného derivování vycházíme z rovnice $y'(t_{n+1}) = f(t_{n+1}, y(t_{n+1}))$, do které za levou stranu dosadíme derivaci interpolačního polynomu $P_k'(t_{n+1})$. Výsledná rovnice metody zpětného derivování vypadá tedy takto

$$P_k'(t_{n+1}) = f(t_{n+1}, y_{n+1}) \quad (5.9)$$

Metoda je k -kroková, implicitní metoda a řádu k a pro $k \leq 6$ je $A(\alpha)$ -stabilní, kde $\alpha \in (0, \pi/2)$. Při srovnání s AMk metodou, která je také implicitní dosahuje metoda zpětného derivování větší chybovost. Velkou výhodou je neomezená oblast absolutní stability metody. Nejčastěji pracujeme s metodami pro $k = 1 - 5$, metoda $k = 6$ se příliš nepoužívá, protože úhel α je velmi malý. Tyto metody jsou ve výpočetním programu MATLAB pod názvem ode15s.[13]

5.1.4 Další metody

V následujících odstavcích krátce představím další metody pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic, jejichž matematické řešení je velmi složité a zabývá se jím Fakulta aplikovaných věd. Pro řešení okrajové úlohy obyčejné diferenciální rovnice využíváme metodu střelby, diferenční metodu, metodu konečných objemů a metodu konečných prvků.

Metoda střelby, jak už je z názvu patrné, funguje na principu typování podmínek a následném numerickém řešení problému. Pokud máme zadanou okrajovou úlohu, můžeme předpokládat, že má také nějaké řešení na určitém intervalu.

$$u'' = f(x, u, u'), \quad x \in (a, b) \quad (5.10)$$

$$u(a) = \eta, \quad u'(a) = \mu \quad (5.11)$$

Snažíme se určit konstanty η a μ , tak aby řešení počáteční úlohy bylo také řešením okrajové úlohy. Po té můžeme využít numerických metod po řešení počátečních úloh a vypočítat řešení pro okrajovou úlohu. Při výpočtu volíme pevně jednu neznámou a druhou vypočítáme. Pokud výsledek při náhodné volbě hodnoty nebude splňovat okrajovou podmínku, opakujeme celý postup znovu, dokud nezískáme správné řešení okrajové podmínky.

Metoda konečných objemů našla uplatnění při řešení více prostorových proměnných. Funguje na principu rozdělení řešené oblasti na konečný počet malých kontrolních objemů. Mezi hlavní výhody této metody patří neomezení velikosti tvaru kontrolních objemů, menší výpočetní náročnost oproti metodě konečných prvků a také vyšší rychlost výpočtu.

Metoda konečných prvků patří mezi nejuniverzálnější a nejstarší metody. Principem metody je rozdělení řešené oblasti na mřížku a na ní určujeme body, ve kterých je hledaná veličina. Výhodou je velká přesnost dokonce i na hrubé síti.[13][14]

5.2 Numerické metody pro řešení parciálních diferenciálních rovnic

V této kapitole stručně představím nejpoužívanější metody, protože rozebírání matematických řešeních jednotlivých metod by bylo praktické opisování matematických učebnic.

Parciální diferenciální rovnice (zkráceně PDR) mají velký význam pro popis jevů jako je elektrostatika, elektrodynamika, proudění, teplo nebo zvuk. Jejich řešení je tedy důležité i z hlediska modelování elektrického oblouku.

PDR vyjadřují vztah mezi funkcemi a jejich parciálními derivacemi. Označujeme jako eliptické, parabolické nebo hyperbolické podle podobnosti s rovnicemi definující kuželosečky. Dále je můžeme rozdělit na stacionární (časově nezávislé) a nestacionární (časově závislé). Při řešení je důležitá formulace okrajové a počáteční podmínky.

Jedna z nejjednodušších PDR rovnic eliptického typu je Poissonova rovnice pro dvě proměnné

$$-\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = f(x, y) \quad (5.12)$$

Typickým příkladem parabolické rovnice je rovnice vedení tepla

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5.13)$$

Hyperbolická rovnice se využívá například pro popis kmitání vln a pro nadzvukové proudění

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = f \quad (5.14)$$

Mezi používané metody se řadí diferenční metoda, pomocí které provádíme diskretizaci prostorových proměnných na čtvercové síti s uzly. Přibližné řešení hledáme pomocí síťových rovnic. Dosazením z okrajových podmínek do síťových rovnic dostaneme soustavu lineárních algebraických rovnic, kterou nejčastěji zapisujeme v maticovém tvaru.

Při metodě konečných objemů uvažujeme pravidelnou síť, ve které se okrajová úloha řeší a je rozdělená na jednotlivé buňky nazvané jako kontrolní objemy. V takové síti se dále definuje hranice buněk a výpočetní uzly, které leží uprostřed buňky. Pomocí integrace diferenciálních rovnic a aplikace teorému divergence přes tyto kontrolní objemy získáme sadu lineárních algebraických rovnic. Výhodou této metody je vyšší rychlost výpočtu než u metody konečných prvků a možnost různého tvaru kontrolních objemů.

Metoda konečných prvků používající se pro zjištění přibližného řešení parciální diferenciální rovnice, nejčastěji tuto metodu používáme pro řešení problémů mechaniky pevné fáze. Při řešení uvažujeme množinu, ve které se okrajová úloha řeší, a ta je rozdělena na jednotlivé podmnožiny, které se nazývají konečné prvky. Pro každý z těchto prvků získáme rovnici v souřadném systému (x, y, z) dohromady tedy 3 rovnice pro každý prvek. Funkce nahradíme polynomem, zavedeme si okrajové podmínky a řešíme soustavy lineárních algebraických rovnic. [13][14]

6 Modelovací software

Složitost diferenciálních rovnic a metod pro jejich řešení zapříčinily vznik výpočetních programů. Používáním počítačů a speciálních programů jsme schopni řešit složitější rovnice v čím dál tím kratším čase.

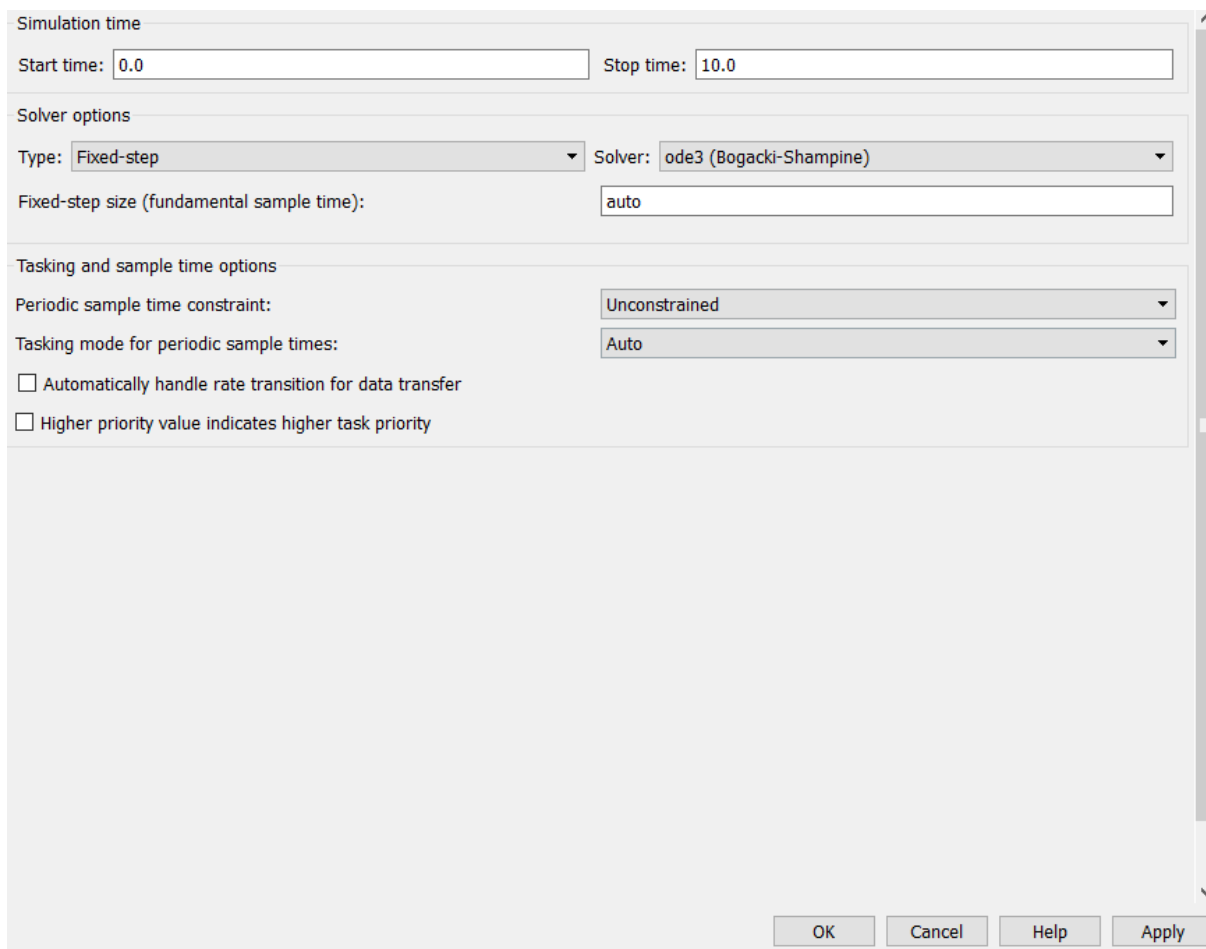
6.1 Matlab

Program MATLAB jehož název vznikl zkrácením slov MATrix LABoratory vznikl v rukou vývojářů z MathWorks. Našel uplatnění pro vědecké, výzkumné nebo soukromé výpočty, modelování, simulace a analýzu zejména v technických oborech nebo ekonomii. Samotný program je možné dále rozšiřovat, což umožňuje přizpůsobení na specifické aplikace. Rozšíření je možné pomocí souborů tzv. „toolboxy“ které jsou zaměřené na konkrétní aplikaci nebo si uživatel může sám vytvořit program pro danou tematiku a to tzv. „m-file“. Dnes je k dispozici pro nejnovější verzi, která nese označení R2018a k dispozici na padesát různých toolboxů rozšiřujících funkce MATLABu.

Mezi nepoužívanější je placené rozšíření Simulink používané pro vytváření simulací a modelů dynamických systémů. Po vytvoření modelu v Simulinku pomocí blokových schémat musíme nastavit řešič úlohy. Mezi prvním nastavením je doba simulace, zadáváme zde hodnoty startu a konce simulace. Druhým krokem je výběr zda budeme řešit model pomocí proměnného nebo fixního kroku. Fixní krok si Simulink určí sám, jak uzná za vhodné. V možnosti proměnný krok už máme určitou volnost nastavení podle svého uvážení nebo můžeme nechat, aby program rozpoznal nejlepší řešení. Nastavujeme zde maximální, minimální krok, toleranci a počáteční krok.

Po zvolení daného kroku vybíráme řešič podle kterého se bude úloha řešit. Pro fixní krok máme na výběr ode1(Euler), ode2(Heun), ode3, ode4, ode5, ode8 nebo diskrétní řešení. Pro proměnný krok můžeme volit mezi metodami ode15s, ode23, ode23t, ode23s, ode23tb, ode45, ode113(Adams) a metodou pro diskrétní řešení.

Některé z představených metod jsem již zde představil v kapitole Numerické metody, ostatní metody jsou dostupné v manuálu MATLABu. Popsané dialogové okno je na zde na Obr. 5.[15][16]



Obr. 5 Dialogové okno konfigurace parametrů modelu Simulinku

MATLAB je placený program poskytující za poplatek licence pro jednoho uživatele nebo skupinu uživatelů. Společnost Humusoft zastupující MathWorks pro Českou republiku a Slovensko nabízí 3 nejpoužívanější druhy licence.[17]

- Licence MATLAB HomeTM – Licence určená pro osobní soukromé účely za kterou uživatel zaplatí 3 046,- Kč. Pokud by chtěl uživatel koupit k Matlabu ještě Simulink nebo nějaké další rozšíření zaplatí za každé navíc 896,- Kč.
- Individuální studentská licence – Licence určená pro studenty a jejich studijní účely. Při koupi pouze programu MATLAB je cena 896,- Kč a při koupi MATLAB + Simulink je cena 1 766,- Kč.

- PASS licence – PASS je zkratka (Primary and Secondary School Suite) a jedná se celoškolní multilicenci pro základní a střední školy. Roční licence MATLAB + Simulink pro střední školu vyjde na 10 380,- Kč.

6.2 Agros2D

Agros2D je program pro řešení fyzikálních polí, který vznikl na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. Umožňuje nám řešit zvukové, elektrické, magnetické, teplotní a elektrické proudové pole jak v kartézské soustavě tak v osově symetrickém uspořádání. Oproti konkurenčním softwarům je Agros2D zdarma a je v češtině. Pro řešení parciálních diferenciálních rovnic využívá Agros2D knihovnu Hermes2D používající metodu konečných prvků vyššího řádu.[18]

Při řešení úlohy můžeme rozdělit aplikaci na tři části

- Preprocesor – v této části definujeme geometrii řešené oblasti (uzly, hrany, značky oblastí), materiál a také okrajové podmínky.
- Procesor – řeší diskretizaci geometrie pomocí programu Triangle(vytváří trojúhelníkovou síť)
- Postprocesor – slouží k zobrazení výsledků, v závislosti na řešeném fyzikálním poli si můžeme zobrazit skalární pole, pole kontur nebo vektorové pole. Také lze vytvořit graf chtěné veličiny podle času nebo podle geometrie objektu.

6.3 COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics je výpočetní program určený řešení fyzikálních a multifyzikálních úloh pomocí metody konečných prvků. Našel velké uplatnění při řešení zmiňovaných multifyzikálních úloh ve kterých je nutné zahrnout více fyzikálních procesů.

Výpočet zadané úlohy probíhá podobně jako v Agros2D. Nejdříve definujeme geometrii, zadáme okrajové podmínky, následuje vytváření sítě a nakonec probíhá vizualizace výsledků.

Pokud vytváříme vlastní simulaci, zanášíme do programu přímo přes grafické rozhraní matematické rovnice. Ty můžou být ve formě parciálních diferenciálních rovnic nebo ve formě obyčejných diferenciálních rovnic. Pro výpočet umožňuje COMSOL propojení s programem MATLAB, který zvládne technické výpočty a má velkou flexibilitu aplikačních knihoven. Toto propojení se používá pro celou řadu obtížně realizovatelných úkolů. [19]

Pro Českou republiku a Slovensko poskytuje licence pro COMSOL stejná společnost jako pro MATLAB a to společnost Humusoft. Ta nabízí následující druhy licencí.[20][21][22][23]

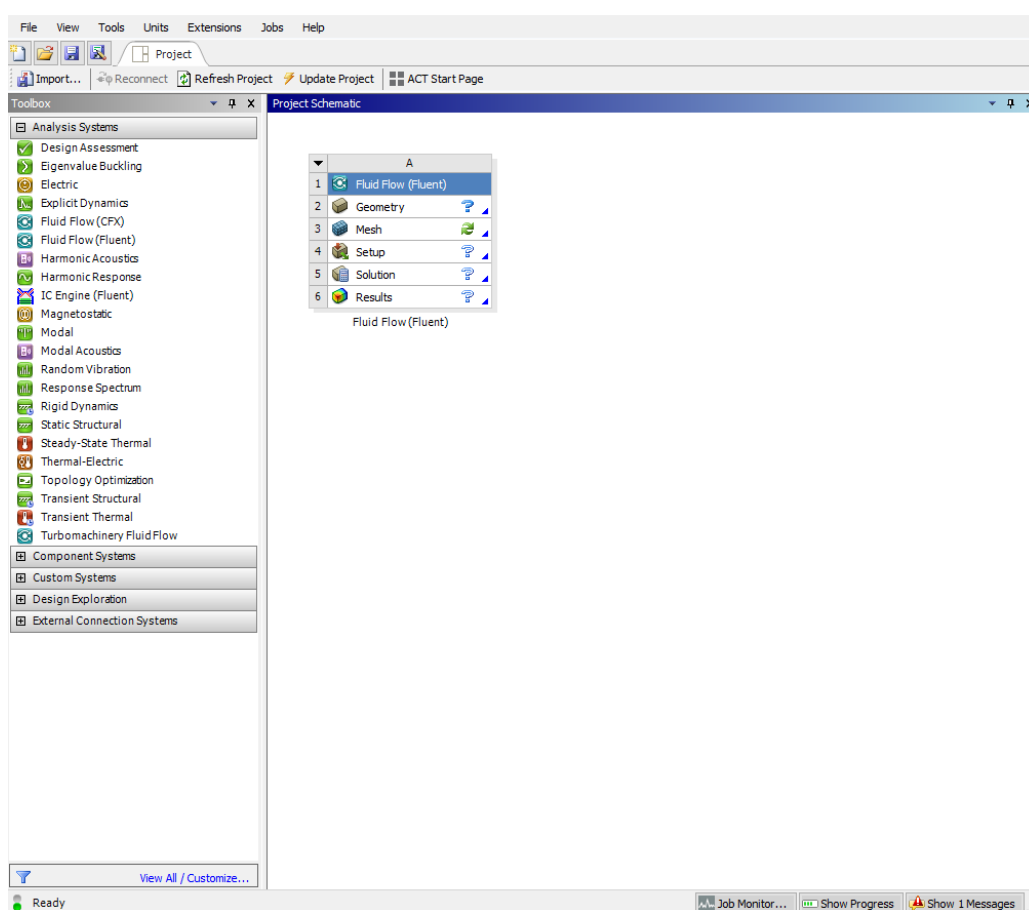
- Individuální – Jedná se o licenci, která lze rozdělit na dvě metody. První metodou je licence pro jednu osobu. Její držitel může program používat až na 4 počítačích. Druhou metodou je licence vázaná na počítač. COMSOL je nainstalován na jednom počítači, ale může ho využívat více uživatelů (pouze jeden uživatel v jednom časovém okamžiku). Při koupi komerční licence COMSOL Multiphysics zaplatí uživatel 264 980,- Kč a další rozšíření se pohybují v rozmezí 80 000 – 270 000 Kč. Školní licenci vyjde na 47 980,-Kč a rozšíření se pohybují kolem 30 000,- Kč.
- Síťová – Tato licence umožňuje práci daného počtu uživatelů, kteří jsou připojeni k lokální počítačové síti. Cena komerční licence je 529 980,- Kč a školní 95 980,- Kč. Rozšíření komerční se pohybuje v řádech stovek tisíc korun, u školní licence v řádech desítek tisíc korun.
- Classroom Kit – Licence určená pro pravidelnou výuku studentů. Program je možno používat pro vypracovávání úkolů a semestrálních pracích, nesmí však sloužit pro vědeckou a publikační činnost. Školní licence stojí pro 30 studentů 105 980,- Kč a další rozšíření se pohybují kolem 40 000 – 80 000 Kč.

6.4 ANSYS

ANSYS je modelovací software využívající metodu konečných prvků pro řešení simulací. Používá se pro velké množství oborů a specializací. Našel uplatnění například pro design součástek, různé simulace, teplotní proudění, proudění kapalin a také pro simulaci elektromagnetické pole. Každá specializace nese vlastní název. Například pro řešení mechaniky tekutin se používá ANSYS CFX, pro modelování a řešení plynné fáze a chemických reakcí

v automobilech se používá ANSYS Chemkin-Pro. ANSYS Fluent je software pro práci s fyzikálními modely zaměřené na proudění, turbulenci, přenosu tepla a chemických reakcí. [24]

Při vytváření modelu nejdříve volíme analytický systém, ve kterém určíme, jaké fyzikální procesy se účastní modelu. Mohu zde volit například proudění tekutin, přenos tepla, elektromagnetické pole a další prvky. Jednotlivé prvky se přidávají do schéma projektu a následně u nich musím definovat následující parametry. Jako první definuji geometrii objektu, následuje výpočetní síť nebo model, způsob uspořádání a nastavení řešiče. Po definování všech těchto parametrů a proběhnutí simulace dostáváme výsledky. Uživatelské prostředí je na Obr. 6.



Obr. 6 Prostředí programu ANSYS

ANSYS je placený modelovací software. Cena licence pro firemní použití je sdělena až po kontaktu se společností SVS FEM, která má zastoupení pro Českou republiku a Slovensko. Ovšem pro studentské použití nabízí ANSYS zcela zdarma studentskou licenci aby podpořil vzdělávání. Ti tak mohou využít software pro domácí úkoly a projekty na kterých se podílejí a nejsou omezeni na licenci univerzity nebo školy kde studují. Jediné omezení je velikost modelu aby nedošlo ke zneužívání licence pro komerční využití.[25]

7 Obvodový model

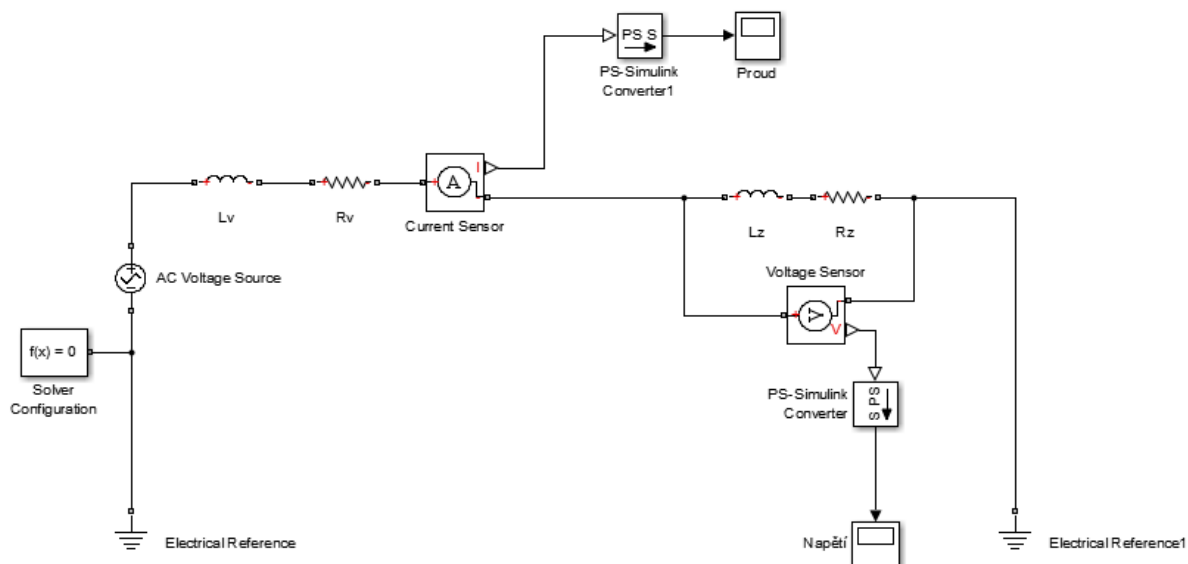
Jako model uvažujeme jednu fázi vedení 110kV se obecnou zátěží RL. Model jsem realizoval pomocí MATLABu a jeho rozšíření Simulinku a Simscapu. Od zdroje k zátěži vede vedení o délce 50km na kterém zanedbáváme příčné prvky a uvažujeme pouze podélnou provozní indukčnost a činný odpor. Pro první případ simulace předpokládáme, že vedení je v pořádku a bez poruchy. V druhém a třetím případě nám na vedení vznikne porucha a elektrický oblouk. Oblouk budeme definovat pomocí dvou základních modelů a to Cassieho a Mayra. Využijeme jejich rovnic (4.9) a (4.17) pro obvodovou realizaci oblouku ve schématu.

Pro všechny simulace platí následující definice prvků

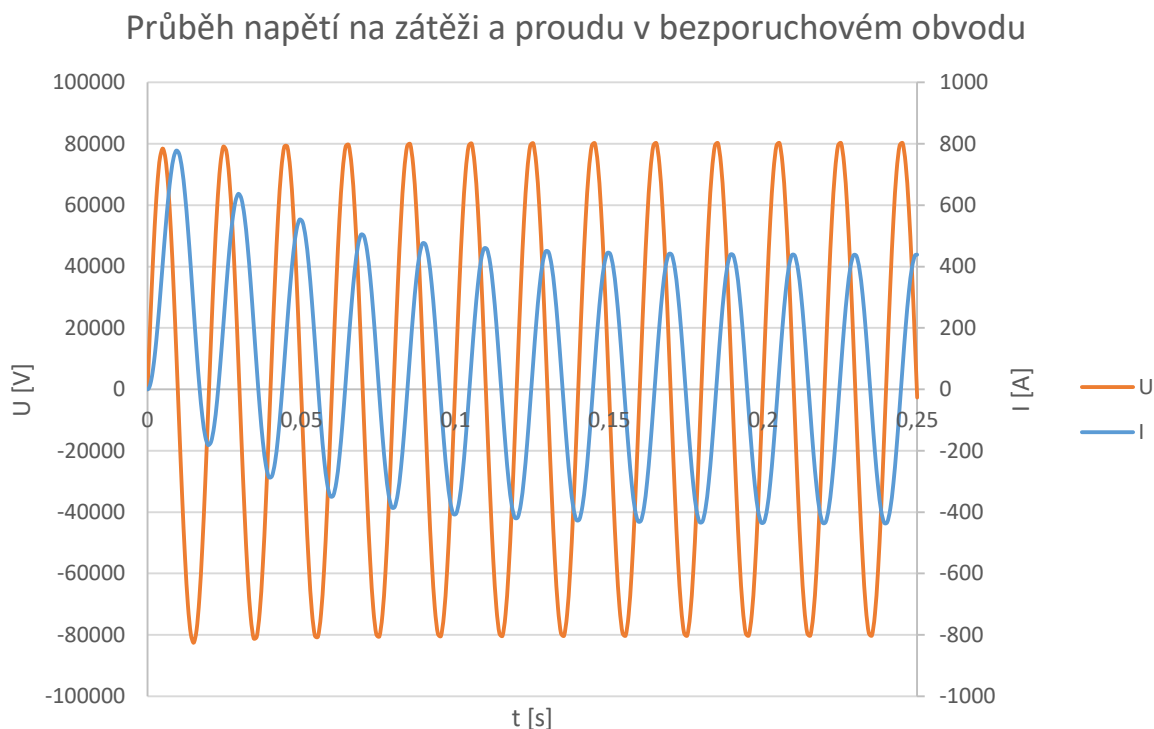
- AC Voltage Source = 89,814 kV / 50 Hz
- $L_v = 0.06366197$ H
- $R_v = 7.8 \Omega$
- $L_z = 0.58391$ H
- $R_z = 9.66 \Omega$
- Tolerance = 1e-9
- Použitá metoda pro řešení = ode15s (Metoda zpětného derivování)

7.1 Model s vedením bezporuchového provozu

Pro první případ uvažujeme vedení bez poruchy a schéma takového modelu je na Obr. 7. Schéma obsahuje zdroj napětí (AC Voltage Source), provozní indukčnost vedení L_v , činný odpor vedení R_v , proudový senzor (Current Sensor), obecnou RL zátěž tvořenou prvky L_z a R_z , napěťový senzor (Voltage Sensor) a také zem (Electrical Reference). Pro zobrazení průběhů musíme převést signál ze senzorů pomocí PS-S převodníku a následně si je můžeme zobrazit v měřidle zvaném scope, na schématu pod názvem proud a napětí.



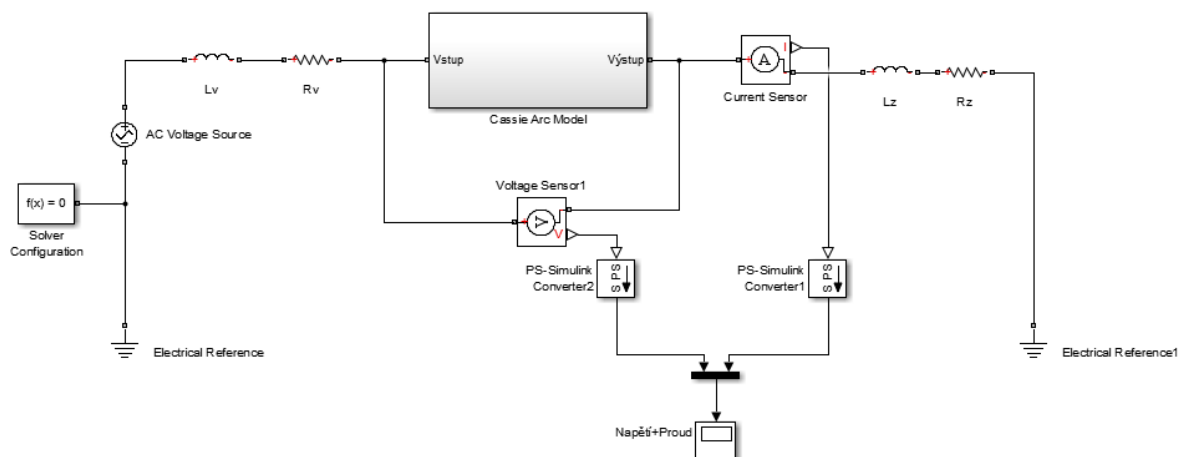
Obr. 7 Schéma obvodu v bezporuchovém provozu



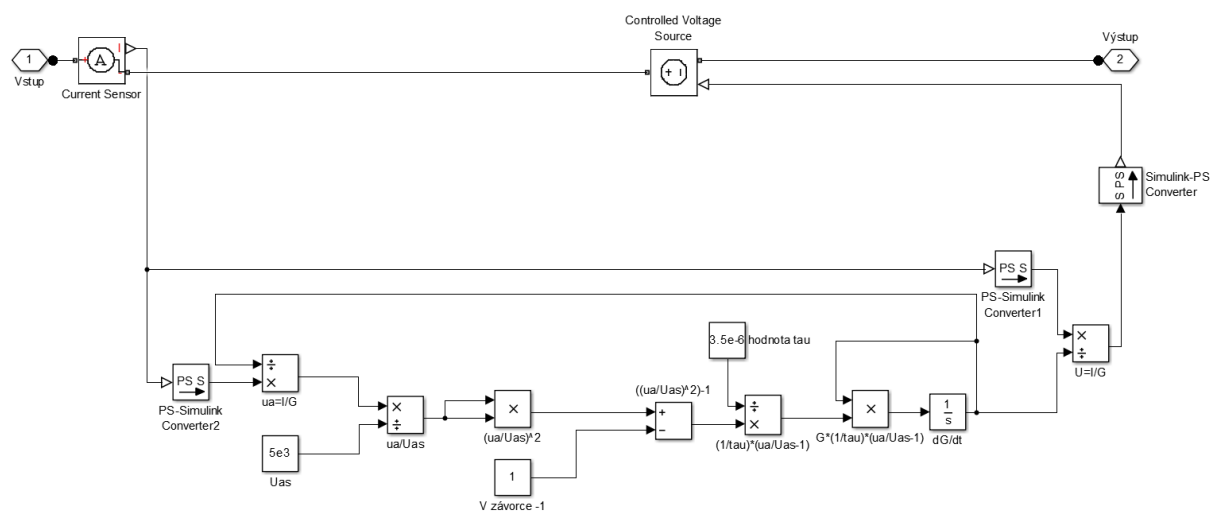
Obr. 8 Průběh napětí na zátěži a proudu v bezporuchovém obvodu

7.2 Model s vedením v poruše – Cassie model

Druhým případem je vedení v poruše, na kterém vznikne elektrický oblouk. Pro tento model vycházíme z rovnice (4.9), která popisuje Cassieho teorii elektrického oblouku. Schéma na Obr. 9 ukazuje, že do původního obvodu bez poruchy na Obr. 7 byl přidán blok (Cassie Arc Model), který bude respektovat chování elektrického oblouku podle Cassieho teorie. Blok Cassie Arc Model na Obr. 10 obsahuje diferenciální rovnici (4.9) řešenou pomocí matematických bloků. Pomocí dvou konstant τ a U_a jsme schopni měnit parametry oblouku a výsledné průběhy. Pro tuto simulaci volíme $\tau = 3,5 \cdot 10^{-6}$ a $U_a = 5 \cdot 10^3$. Důležitým parametrem je také počáteční vodivost γ_0 , kterou uvažujeme 1000 S. Tu zadáváme přímo do integrátoru označeném v obvodu jako symbolem $\frac{1}{s}$. V obvodu na Obr. 9 měříme proud a napětí oblouku.

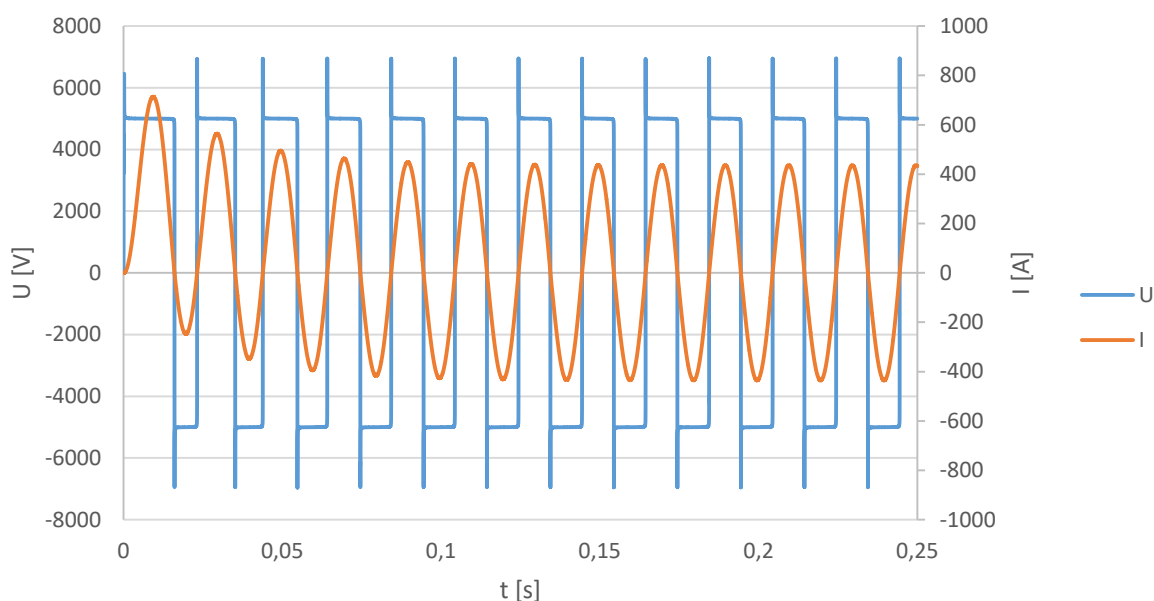


Obr. 9 Schéma obvodu s elektrickým obloukem podle Cassieho teorie



Obr. 10 Schéma vnitřní funkce bloku Cassie Arc Model

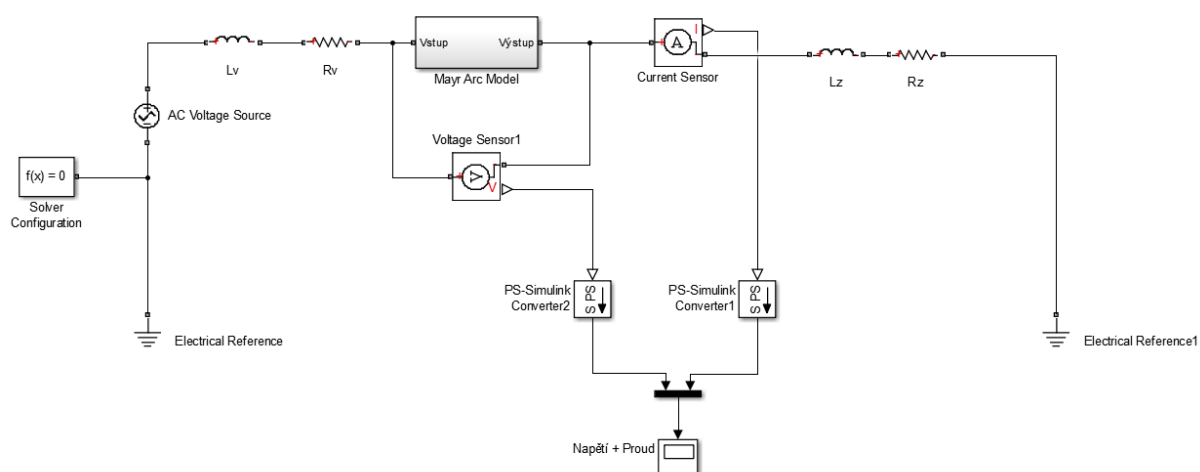
Průběh napětí a proudu elektrickým obloukem - Cassie model



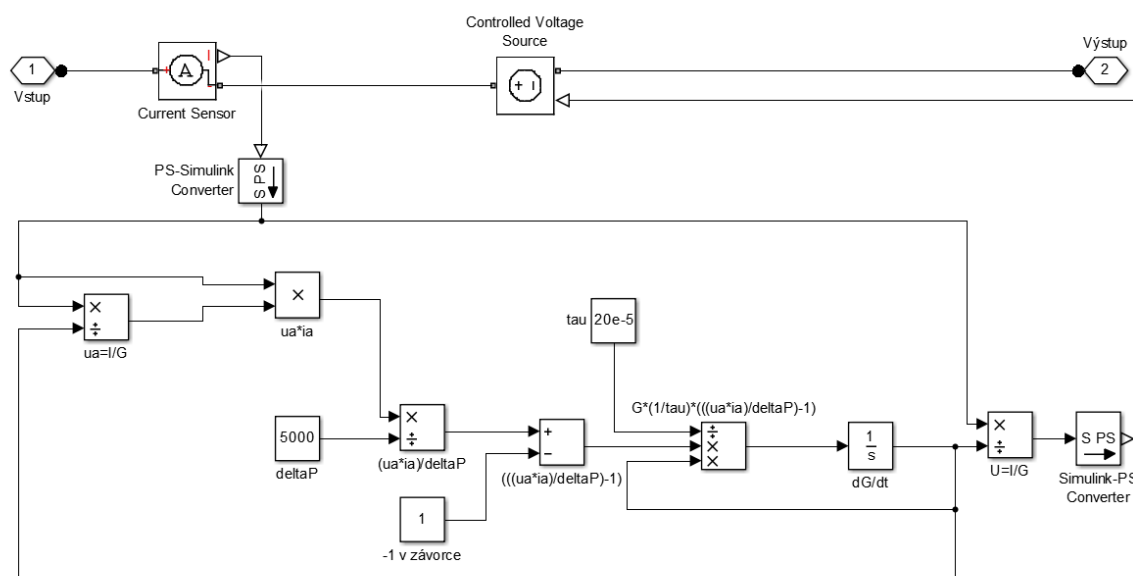
Obr. 11 Průběh napětí a proudu elektrickým obloukem - Cassie model

7.3 Model s vedením v poruše – Mayr model

Posledním případem je vedení v poruše, na kterém vznikl elektrický oblouk, který budeme popisovat pomocí Mayrovy teorie. Tedy pro tento model vycházíme z rovnice (4.17). Obvodové schéma zůstává podobné, jako tomu bylo v případě Cassieho modelu na obrázku 9, pouze se nám změní název bloku respektující chování elektrického oblouku a jeho vnitřní struktura. Upravené schéma je na Obr. 12. Blok Mayr Arc Model na Obr. 13 obsahuje diferenciální rovnici (4.17) řešenou také pomocí matematických bloků jako v předchozím případě. Měněním parametrů dvou konstant τ a ΔP jsme opět schopni měnit parametry oblouku a výsledné průběhy. Pro tento model volíme $\tau = 20 \cdot 10^{-5}$ a $\Delta P = 5000$. Zde také zadáváme počáteční vodivost γ_0 , kterou uvažujeme stejně jako v předchozím případě a to 1000 S. Tu zadáváme přímo do integrátoru označeném v obvodu jako symbolem $\frac{1}{s}$. V obvodovém schématu na Obr. 12 měříme opět proud a napětí oblouku, které budeme dále vyhodnocovat.

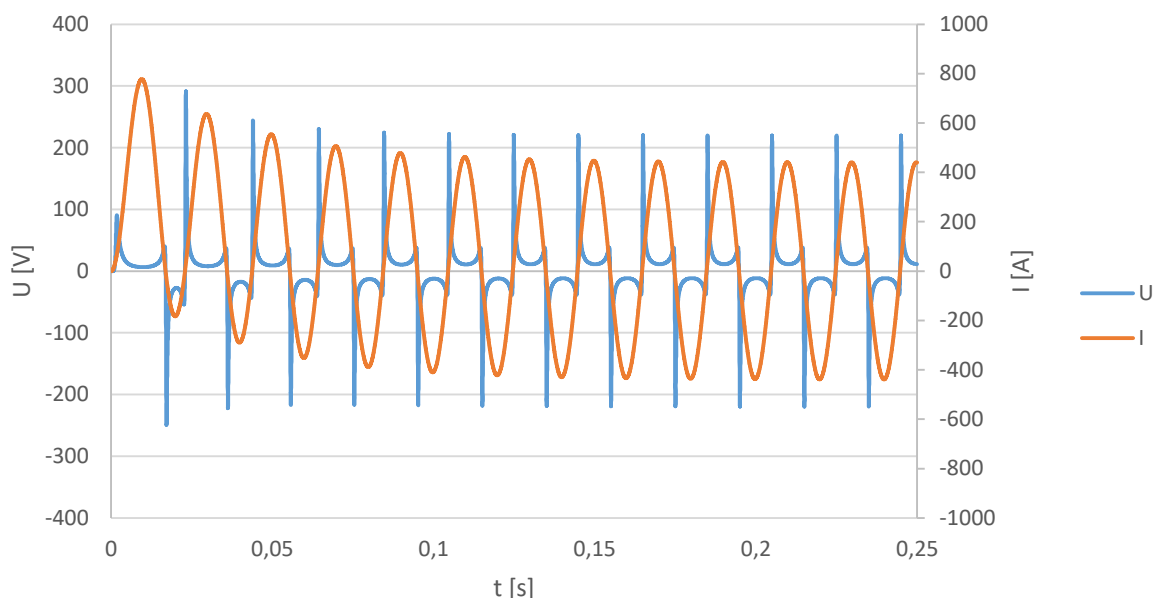


Obr. 12 Schéma obvodu s elektrickým obloukem podle Mayrovy teorie



Obr. 13 Schéma vnitřní funkce bloku Mayr Arc Model

Průběh napětí a proudu elektrickým obloukem - Mayr model



Obr. 14 Průběh napětí a proudu elektrickým obloukem - Mayr model

7.4 Diskuze výsledků

Na Obr. 8, kde je zobrazen průběh napětí a proud, je patrné že napětí má sinusový průběh s amplitudou přibližně 80kV a po celé své délce je průběh neměnný. Na průběhu proudu je zřetelně vidět počáteční přechodový jev v obvodu, který vyvolal nárůst proudu na hodnotu téměř 800A. Po době přibližně 150ms tento přechodový jev zcela odezní a průběh proudu má už sinusový tvar s konstantní amplitudou. Z obou průběhů můžeme usoudit, že vedení je plně funkční a bez poruchy.

V druhém případě, kdy na vedení vznikne elektrický oblouk modelovaný podle Cassieho, výsledný průběh vidíme na Obr. 11. Průběh proudu opět ukazuje přechodový děj v obvodu. Zajímavější je ale průběh napětí elektrickým obloukem. Napětí v okamžiku zapálení elektrického oblouku má velmi strmý nárůst hodnoty až téměř k 7000V. Po této zapalovací špičce dochází ke strmému poklesu napětí oblouku k hodnotě 5000V. V okamžiku klesání proudu k proudové nule začíná napětí strmě klesat, dochází ke zhášení oblouku, a po nárůstu proudu nad proudovou nulu v záporné části dochází k opětovnému zapálení elektrického

oblouku. Na průběhu je jasné vidět že model simulovaný podle Cassieho teorie nemá zhášecí napět'ové špičky. Proud při přechodu přes nulovou hodnotu neodpovídá teoretickým předpokladům. Při zhášení oblouku by se mělo na proudovém průběhu objevit krátký nulový interval proudu, avšak ve výsledném průběhu žádný takový interval není a proud překračuje nulovou hodnotu v téměř v přímkovém průběhu. Volbou vstupních parametrů oblouku τ a U_a ovlivňujeme výsledné průběhy. Zvětšením U_a docílíme vyšší napět'ové špičky a vyššího obloukového napětí, a zvětšením τ nedochází k tak ostrým přechodům mezi napět'ovou špičkou a napětím oblouku a také při zhášení oblouku.

V posledním případě je vedení v poruše s elektrickým obloukem modelovaným podle Mayra. Průběh napětí a proudu na oblouku nalezneme na Obr. 14. Napět'ové zapalovací špičky mají opět velmi strmý nárůst. V tomto konkrétním případě pro $\tau = 20 \cdot 10^{-5}$ a $\Delta P = 5000$ dosahují jejich maximální hodnoty kolem 220V po ustálení přechodového děje v obvodu který je patrný z průběhu proudu. Po zapalovací špičce dochází k poklesu napětí na oblouku a jeho průběh se blíží tvaru paraboly. Před průchodem proudu nulou se na průběhu objeví zhášecí napět'ová špička, která způsobí prudký pokles napětí k nule. Proud v tu dobu prochází nulou, v záporné části opět narůstá a dochází k druhé napět'ové zapalovací špičce. Zde podobně jako v předchozím případě proud při proudu nulou neodpovídá teoretickým předpokladům a v okolí proudové nuly není jeho hodnota v určitém časovém intervalu nulová. Volbou vstupních parametrů oblouku τ a ΔP ovlivňujeme výsledné průběhy. Změnou τ ovlivňujeme strmost a velikost nárůstu napět'ových zapalovacích a zhášecích špiček. Změnou ΔP představující ztráty oblouku ovlivňujeme velikost a tlumení napět'ového průběhu.

8 Závěr

Na začátku práce bylo vysvětleno plazma, jeho základní definice, elementární procesy, rozdělení a také široké uplatnění, které plazma našlo v praxi. Dále pak s návazností na plazma je vysvětlen elektrický oblouk, jeho vlastnosti, V-A charakteristika, vznik a zhášení. Metody zhášení elektrického oblouku se dále uplatnili při vysvětlení základních principů a provedení vypínačů.

V druhé části práce byly popsány modely elektrického oblouku. Jednotlivé metody byly rozděleny na modely s definovanou V-A charakteristikou, Black-Box modely a na modely se zahrnutím fyzikálních procesů. Všechny tyto modely byly dále popsány diferenciálními rovnicemi. Pro řešení jednotlivých diferenciálních rovnic modelů je potřeba znát také numerické metody pro řešení diferenciálních rovnic. Mezi základní metody, které byly představeny, se řadí Eulerovy metody, Adamsovy metody, diferenční metoda, metody zpětného derivování, metody konečných objemů a metody konečných prvků.

V třetí části práce byl popsán modelovací software používaný pro modelování a řešení elektrického oblouku. Mezi nejpoužívanější software se řadí MATLAB, Agros2D, ANSYS a COMSOL. V jednotlivých kapitolách je popsán princip a metoda řešení každého softwaru, jeho uplatnění v praxi a licenční informace.

V poslední části práce je řešen obvodový model vedení 110kV v bezporuchovém a poruchovém tvaru s obecnou zátěží RL. Model byl nasimulován v prostředí programu MATLAB a jeho rozšíření Simulink a Simscape. V bezporuchovém stavu vykazoval obvod přechodový děj. Pro poruchový stav byl zvolen typ Cassieho a Mayrova oblouku. Model Cassieho typu vykazoval velké napěťové zapalovací špičky se strmým nárůstem. Napětí hořícího oblouku se pohybovalo po přímce a průběh neobsahoval zhášecí napěťové špičky. V okolí proudové nuly se nepotvrdili teoretické předpoklady chování proudu. Mayrův typ oblouku vykazoval napěťové zapalovací špičky se strmým nárůstem. Po zapalovací napěťové špičce se napětí pohybovalo téměř po parabole. Zhášecí napěťová špička byla mnohem menší než zapalovací. Teoretické předpoklady chování proudu v okolí proudové nuly se nepotvrdili ani u Mayrova typu oblouku.

Po provedených modelech Cassieho a Mayrova typu oblouku je možnost navazující práce různá. Lze studovat jednotlivé samostatné modely různých typů a porovnávat jejich výsledky či vytvářet možná propojení jednotlivých modelů k vytvoření nejvhodnějšího modelu pro danou aplikaci. Dále by bylo vhodné modely rozšířit o fyzikální procesy a docílit tak reálnějších výsledků.

9 Reference

- [1]. **Vondrák, Michal.** *Teoretické modelu elektrického oblouku.* [Bakalářská práce] Brno : Vysoké učení technické v Brně, 2015.
- [2]. **Vlček, Jaroslav.** *Fyzika Plazmatu.* [Přednášky] 2004.
- [3]. **Kulhánek, Petr.** Vznik Blesků. *ALDEBARAN.* [Online] Český rozhlas Leonardo, 2011-2012. Dostupné z: <https://www.aldebaran.cz/zvuky/blyskani/docs/07.html>.
- [4]. **Sedláček, Jan.** Matematický model elektrického oblouku jako interakce proudícího média a teplotního a elektrimagnetické pole. *Modelování a měření interakcí v mechanice.* Plzeň : Vědeckotechnická společnost KODA, 2008. 177-194. 987-80-02-02031-8.
- [5]. **Janata, Marek, Chráska, Pavel a Mulášek, Radek.** Plazmatron a jeho využití ve strojírenském průmyslu. *Průmyslové spektrum SPOJOVÁNÍ A DĚLENÍ MATERIÁLŮ.* Monotematická příloha, 2014.
- [6]. **Bárta, Karel a Vostracký, Zdeněk.** *Spínací přístroje velmi vysokého napětí.* Praha : SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1983.
- [7]. **Kostka, Tomáš a Topolánek, Ondřej.** Elektrotechnika II. *outech-havirov.* [Online] 2003. Dostupné z: http://www.outech-havirov.cz/skola/files/knihovna_eltech/esp/el_pristroje_2.pdf.
- [8]. **Vajnar, Vladimír.** *Rozbor vypínání velkých proudů při nesymetrických zkratech.* [Bakalářská práce] Plzeň : Západočeská univerzita v Plzni, 2012.
- [9]. **Yuan, Ling, Sun, Lin a Wu, Huaren.** *Simulation of Fault Arc Using Conventional Arc Models.* [IEEE] Nanjing : School of Eletrical and Automation Engineering; Nanjing Normal University, 2013. 833-837.
- [10]. **Schavemaker, H., Peiter a Sluis, der,van,Lou.** *An Improved Mayr-Type Arc Model Based on Current-Zero Measurements.* [IEEE] Delft : Delft University of Technology, 2000. 0885-8977.
- [11]. **COMSOL.** Plasma Modeling with COMSOL Multiphysics. *KESCO.* [Online] 2014. Dostupné z: https://www.kesco.co.jp/conference/2014/data/ConfTokyo2014Mini_Plasma_Module_General_Introduction.pdf.
- [12]. **COMSOL.** COMSOL Multiphysics User's Guide VERSION 4.3. [Online] 2012. Dostupné z: <http://people.ee.ethz.ch/~fieldcom/pps-comsol/documents/User%20Guide/COMSOLMultiphysicsUsersGuide.pdf>.
- [13]. **Čermák, Libor.** *Numerické metody pro řešení diferenciálních rovnic.* Brno : Ústav matematiky FSI VUT v

Brně, 2013.

- [14]. **Míka, S, Příkryl, P a Brander, M.** Speciální numerické metody. *home.zcu.cz*. [Online] 2006. <http://home.zcu.cz/~mika/SNM2/SNM2.pdf>. 80-86843-13-0.
- [15]. **HUMUSOFT.** MATLAB. *HUMUSOFT*. [Online] HUMUSOFT s.r.o., 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/matlab/details/>.
- [16]. **HUMUSOFT.** SIMULINK. *HUMUSOFT*. [Online] HUMUSOFT s.r.o., 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/matlab/simulink/>.
- [17]. **HUMUSOFT.** Ceník systému MATLAB. *HUMUSOFT*. [Online] 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/DOCS/matlab.pdf>.
- [18]. **Karban, Pavel.** Agros2D-aplikace pro řešení fyzikálních polí. *ABCLinuxu*. [Online] NITEMEDIA s.r.o., 1999-2015. Dostupné z: <http://www.abclinuxu.cz/clanky/agros2d-aplikace-pro-reseni-fyzikalnich-poli#porovnani-s-dostupnymi-programy>.
- [19]. **HUMUSOFT.** COMSOL Multiphysics®. *HUMUSOFT*. [Online] HUMUSOFT s.r.o., 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.com/comsol/details/>.
- [20]. **HUMUSOFT.** Ceník produktů systému COMSOL Multiphysics. *HUMUSOFT*. [Online] 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.com/DOCS/comsol.pdf>.
- [21]. **HUMUSOFT.** Cením COMSOL Academic Server Licence (ASL). *HUMUSOFT*. [Online] 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.com/DOCS/comsol-asl.pdf>.
- [22]. **HUMUSOFT.** Ceník COMSOL Server Licence (CSL). *HUMUSOFT*. [Online] 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.com/DOCS/comsol-csl.pdf>.
- [23]. **HUMUSOFT.** COMSOL Multiphysics - Licenční informace. *HUMUSOFT*. [Online] HUMUSOFT s.r.o., 1991-2018. Dostupné z: <http://www.humusoft.com/comsol/licensing/>.
- [24]. **SVSFEM.** ANSYS CFX. *SVS FEM*. [Online] SVS FEM s.r.o. Dostupné z: <https://www.svsfem.cz/produkty/proudeni/ansys-cfx>.
- [25]. **SVSFEM** ANSYS Academic. *SVS FEM*. [Online] SVS FEM s.r.o. Dostupné z: <https://www.svsfem.cz/skoly/ansys-academic>.