Oponentský posudek disertační práce:

RNDr. Jana Vysoká
Matematické modelování ve výuce na střední škole

Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra matematiky
Plzeň, 2017

Předložená práce si klade ambiciózní cíl: ukázat, že i na střední škole, případně v prvních semestrech školy vysoké, lze studentům smysluplně představit problematiku matematického modelování. Je příručkou pro inspiraci a sebevzdělávání učitelů, nebo pomůckou pro samostudium nadaných a motivovaných studentů.

Práce má rozsah v+90 stran, je logicky členěna do osmi kapitol. Její Úvod přehledně uvádí do problematiky, Závěr práci nejen shrnuje, ale ukazuje další souvislosti – používané (a pro výuku použitelné) software – a znovu zdůrazňuje potřebu provázanosti jednotlivých oblastí matematiky navzájem a jejich využití v jiných, praktičtějších, oblastech lidské činnosti. Seznam použité literatury obsahuje 25 položek (včetně tří prací, jejichž spoluautorkou je J. Vysoká). Práce je doplněna seznamem obrázků a výběrem 14 z publikací J. Vysoké.

Obsah práce lze rozdělit do dvou částí. První z nich – kapitoly 2.–5. – uvádějí základní poznatky z matematické analýzy včetně nelineárních dynamických systémů. Výklad není veden formálně, „ε-δ jazykem“, ale s zdůrazňuje význam připomínaných pojmů a jejich vzájemné souvislosti. Druhá část – kapitoly 6.–7. představují abstraktní modely konkrétního jevu, dopravního proudu, pomocí parciálních diferenciálních rovnic a pomocí agentů. Zde je potřeba zdůraznit, že o příslušném modelu autorka pojednává jinak, než jak je představen v podobně zaměřeném článku školitele (PMFA, položka [7] v seznamu literatury). Osmá kapitola poněkud vybočuje ze zaměření práce, jsou v ní velice stručně uvedeny některé numerické metody řešení parciálních diferenciálních rovnic – tato problematika již značně přesahuje možnosti středoškolských studentů a proto nedosahuje jasnosti předchozího textu (po mém soudu, z výkladu např. nelze pochopit význam připomínané Taylorovy řady pro numerickou matematiku).

Aktuálnost zvoleného tématu

Z jednoho hlediska, které vychází z potřeby podporovat vzdělávání v „disciplínách STEM“, je téma vysoce aktuální. Každý příspěvek, který v mladé generaci podporuje schopnost matematického myšlení, je v současnosti velice potřebný. Z jiného hlediska – řešení problému, jak srozumitelně vyučovat diferenciální a integrální počet – se jedná o téma klasické. Patrně neexistuje „jedna nejlepší“ metoda a z tohoto důvodu je předložená práce cenným obohacením současných snah o tradování této významné součásti evropské kultury (sr. [25]).

Naplnění sledovaných cílů

Předložená práce určitě může sloužit jako pomůcka k inspiraci učitelů a k sebevzdělávání motivovaných studentů. Otázku, zda skutečně pomůže snížit „velkou neoblibu matematiky“ (str. 83), je třeba ověřit při jejím skutečném používání. Po mém soudu bude dost záležet na tom, jak aktivně k problematice jednoduchého matematického modelování její uživatel přistoupí. Např. velké množství uvedených ilustrativních obrázků (charakteristiky příslušné parciální diferenciální rovnice, několik způsobů vizualizace řešení) by nemělo sloužit jen k jejich prohlížení, ale především k pokusu je za použití vhodného software (ne nutně téhož, které práce uvádí) zreprodukovat.

Formální úroveň práce

Práce je psána pečlivě, našel jsem jediný překlep („v intervale" místo „v intervalu", str. 46). V sazbě však nejsou dodržovány některé typografické konvence (spojovník místo pomlčky, jednopísmenné předložky na koncích řádků, jednotky vysázené kurzívou - str. 65, 67; diferenciál a symboly funkcí vysázené kurzívou - str. 11, 16, 33; proměnné naopak antikvou - str. 73, 80; přetečení řádku na str. 68, 73; úzká mezera za desetinnou čárkou - str. 40, 48; zlomky uzavřené do malých závorek - str. 53, 55, 79). Věta „viz... " v souvětích není oddělena čárkou.

Za přednost považuji zařazení kreseb (obr. 1, 2, 5, 9, 10, 24, 34, 35), které obohacují a odlehčují text. Jako nedostatek vidím nestandardní a nejednotnou formu položek v seznamu literatury (chybějící vydavatel [5, 11, 14, 20], neuvedené datum přístupu k internetovému zdroji [21], nejasné rozlišení publikací knižních a časopiseckých, kniha s českým názvem [4] je přiřazena k zahraničnímu vydavateli).

Připomínky a dotazy k práci

V práci se objevuje několik nepřesných nebo neobratných formulací:

- Gramatická stavba věty „Z praktického hlediska pak lze popsat trajektorii ... pomocí spojité resp. po částech spojité funkce než pomocí diskrétní množiny" je podivná.
- V poznámce na str. 17 se předpokládá, že funkce spojitá na uzavřeném intervalu je na tomto intervalu spojitá; to není předpoklad ale tvrzení.
- Na str. 22 je uvedeno, že model $x_{n+1} = 2x_n$ by nebylo možné uplatnit na lidskou populaci. Historicky však právě tento tvar populačního růstu odvodil T. Malthus ze záznamů o velikosti populace v Severní Americe.
- Na str. 32 se mluví o periodické orbitě; tento pojem však nebyl nijak zaveden ani vysvětlen.
- Podle závěru oddílu 4.2 vede od pojmu periodické orbity jen několik kroků k formulaci definice pojmu chaos. V oddílu 4.3 je však chaos zaveden pomocí citlivosti na počáteční podmínku, nikoliv pomocí periodických orbit.
- Na str. 38 je uvedeno, že „při dvou různých volbách bodu x_1 má funkce jiný pevný přitahující bod". Existence a hodnota pevného bodu je ale vlastnost zobrazení, nikoliv počáteční podmínky.
- Na str. 40 je přechod od formule (15) k (20) popsán tak, že se „z popisovaného spojitého děje stane děj diskrétní". O jaký děj jde? Proč by mělo být hledání řešení algebraické rovnice „spojitým dějem"?
- Rovnost (21) na str. 41 má platit „s předem udanou přesností". Rovnost vždy platí úplně přesně; bylo by vhodné zmínit, že rovnost nahrazujeme přiblížením.

- V modelu dopravního toku se na str. 50 tvrdí, že při hodnotě hustoty vozidel $\rho = 1$ se vyskytuje dopravní zácpa. Naproti tomu na str. 65 je zácpa charakterizována hodnotou $\rho = 0{,}2$. Bylo by vhodné při zavedení hustoty dopravního toku zdůraznit jeho závislost na zvolené jednotce délky.
- Věta „... řešení parciální diferenciální rovnice má multiagentní charakter“ je na samém začátku kapitoly 7 nesrozumitelná.
- Vzorec (44) nevznikl odečtením vztahů (42) a (43), jak je tvrzeno na str. 76, ale je jejich aritmetickým průměrem.

Na obrázku 69 (makroskopický model dopravního toku) je časová osa vodorovná, prostorová svislá. Na obrázku 74 (mikroskopický model dopravního toku) je tomu naopak. To poněkud ztěžuje jejich porovnání.

V průběhu obhajoby prosím o zodpovězení otázek:

1. Jak dalece se obsah práce překrývá s publikovanými výsledky [15, 16, 17]?
2. Schéma procesu modelování na obr. 6 je vlastní nebo přejaté? Odkud? Bylo by možné vytvořit nějaké jiné schéma (podrobnější nebo zdůrazňující jiné aspekty procesu)?
3. Rozlišujete matematické, simulační a počítačové modely? Pokud ano, jaké jsou výhody a nedostatky jednotlivých typů modelů?
4. Skutečně matematické modely slouží k předvídání vývoje různých dějů, jak je tvrzeno na str. 2?
5. Jak byl vytvořen bifurkační diagram na obr. 30? Proč je na něm zdůrazněna hodnota 3?
6. Na str. 84 je uvedeno, že byly vytvořeny programy v Microsoft Excel. Co konkrétně tento tabulkový procesor řešil?
7. Existují nějaké alternativy k použitému software Derive 6 a AnyLogic?

Závěr

Jana Vysoká předloženou prací **prokázala tvůrčí schopnosti** i dostatečný nadhled nad problematikou didaktického uchopení procesu tvorby a analýzy matematických modelů. Její práce **splňuje požadavky** standardně kladené na disertační práce z oboru Obecné otázky matematiky. Proto ji **doporučuji** k obhajobě.

V Brně, 14. ledna 2018

Zdeněk Pospíšil

Prof. RNDr. Zdeněk Pospíšil, Dr.

Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta,
Ústav matematiky a statistiky

Posudek disertační práce

Matematické modelování ve výuce na střední škole

Autor: RNDr. Jana Vysoká

Oponent: doc. RNDr. Jaroslav Hora, CSc.

V dnešní počítačové éře se s některými výsledky matematického modelování může setkat prakticky každý – stačí sledovat kupř. televizní předpověď počasí (model Aladin) či se poohlédnout po specializovaných serverech, např. na yr.no. V odborné komunitě je dobře známo, že tyto i mnohé další úlohy matematického modelování jsou extrémně náročné jak z hlediska jejich přípravy kolektivy specialistů, tak i potřebou nasazení superpočítačů k náročným numerickým výpočtům. Nic z toho ale nemusí být vnímáno širší veřejností a tím se ztrácí povědomí o užitečnosti matematiky a o její aplikovatelnosti.

V těchto souvislostech se jeví předkládaná práce jako užitečná a aktuální – jedním z jejích cílů by bylo právě rozšířit vědomost o numerické matematice a metodách matematického modelování. Cílovou skupinou zájemců by byli patrně vyspělejší studenti středních škol a spíše studenti bakalářského studia přírodovědných či technických oborů. Tím je také dán výběr zpracovávané látky. Oponent nemá povědomost o tom, že by dané téma bylo v české didaktice matematiky hlouběji zpracováno. Práce tedy bude užitečná pro učitele matematiky na vysokých školách či na (kvalitních) středních školách. Vzniká otázka, zda nějaký její segment nepublikovat v časopisech typu Učitel matematiky či RMF.

V prvních dvou kapitolách práce autorka rekapituluje některé pojmy z oblasti diferenciálního a integrálního počtu a rozšiřuje je nad rámec středoškolské výuky (např. pojem parciální derivace).

V dalších kapitolách jsou představeny některé numerické problémy, které vznikají při určitých úlohách z oblasti matematického modelování. Text práce obsahuje řadu velice vhodně volených ukázek seznamujících čtenáře s pojmy jako pevný (přitahující či odpuzující) bod, orbita atd. Práce obsahuje velice pěkné obrázky tyto pojmy dokonale ilustrující.

Drobný dotaz oponenta by směřoval k situaci, kdy máme jen minimum času a studenti mají k dispozici běžné kalkulačky. Každý si zvolí svoje počáteční reálné číslo x a na displeji si postupně zobrazí $\cos x$, $\cos(\cos x)$, .. , k čemuž stačí několik stisků tlačítka cos. Jaký bude výsledek, jakou rovnici jsme numericky vyřešili a dostanou všichni stejný výsledek, i když počáteční hodnoty x jsou různé?

Ve druhé části práce se přistupuje k modelování dynamiky dopravního proudu. Z běžného života jsou známy pojmy jako dopravní zácpa, plynulý provoz atd. Dopravní situaci lze modelovat různými způsoby a popsat závislost hustoty dopravního provozu na čase. Autorka studuje dva modely: mikro a makroskopický. Oponent se domnívá, že se zde dostáváme mimo možnosti běžných studentů středních škol či dokonce studentů bakalářského studia (řešení parciální diferenciální rovnice). Autorka nabízí jako cestu k překonání těchto těžkostí využití metody charakteristik a software AnyLogic. Domnívám se ale, že by šlo v konečném důsledku spíše pro téma vhodné pro zpracování ve formě studentské vědecké práce pro jednotlivce či malou skupinu studentů.

Posuzovaná práce nezapře, že autorka má již bohaté zkušenosti s výukou matematiky. Výběr zpracovávaných oblastí je dobře uvážený a totéž platí o výběru ilustračních příkladů. (Oponent by řadu z nich považoval za vhodné pro seznámení např. pro studenty učitelství s matematikou). Práce obsahuje podle mého názoru řadu pěkných a ilustrativních obrázků, mj. dokládajících, že autorce nechybí humor a schopnost zaujmout své studenty (str. 44). V textu jsem nenalezl odborné nedostatky a jen malé množství drobných interpunkčních a podobných chyb. Autorka předložila dostatečně rozsáhlý soupis vybraných publikací, které mj. dokládají její dlouhodobý zájem o studium dynamiky dopravního toku.

Předloženou disertační práci doporučuji k obhajobě.

V Plzni dne 6. prosince 2017

J. Hora

Doc. RNDr. Jaroslav Hora, CSc.