

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

Katedra elektroenergetiky a ekologie

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Indukční ohřev v příčném magnetickém poli

Bc. Marek Lang

2019

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2018/2019

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Marek LANG**

Osobní číslo: **E17N0080P**

Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**

Studijní obor: **Elektroenergetika**

Název tématu: **Indukční ohřev v příčném magnetickém poli**

Zadávací katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Provedte fyzikální popis indukčního ohřevu v příčném magnetickém poli.
2. Odvoďte matematické modely magnetického a teplotního pole při indukčním ohřevu.
3. Zvolte vhodnou numerickou metodu pro výpočet a tu realizujte.
4. Navrhněte a zkonstruujte fyzikální model a na něm proveďte experimentální měření.
5. Porovnejte výsledky získané numerickým výpočtem a experimentálně - vyslovte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**

Rozsah kvalifikační práce: **40 - 60 stran**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- 1. Ruhnke, Andreas: Systematische Untersuchung der induktiven Querfeld-Bandervärmung, Fortschritt-Berichte VDI/Reihe 19/119 - 1999.**


Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.**
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: **5. října 2018**

Termín odevzdání diplomové práce: **30. května 2019**


Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 5. října 2018

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce se zabývá problematikou indukčního ohřevu v příčném magnetickém poli. V práci je popsán ohřev tenkých vsázek za pomoci příčného magnetického pole a zdůvodněno, proč je toto řešení lepší než ohřev za pomoci podélného magnetického pole.

Cílem práce je, na zařízení, které pracuje na principu příčného magnetického pole, provést experimentální měření ohřevu 3 materiálů – hliníku, mědi a mosazi. Tyto materiály jsou čtvercového tvaru, výjimku tvoří hliník, který pro zjištění způsobu šíření tepla vsázkou byl ohříván i ve tvaru kruhovém. V závislosti na experimentálním měření jsou v programu Ansys – Maxwell vymodelovány i matematické modely.

Výsledky z experimentálního měření a z matematických modelů jsou následně porovnány a vyhodnoceny. Na základě výsledků je uvedeno i praktické využití tohoto zařízení.

Klíčová slova

Indukční ohřev, příčné magnetické pole, podélné magnetické pole, tenká vsázka, experimentální měření, program Ansys, Maxwell, matematické modely.

Abstract

The presented diploma thesis is focused on induction heating in transverse magnetic field. In thesis there is described the heating of thin workpieces using transverse magnetic field and it is explained, why is this solution better than heating using longitudinal magnetic field.

The aim of this work is to perform an experimental measurement of the heating of 3 materials – aluminum, copper and brass – on a device working on the principle of transverse magnetic field. These materials are square shaped, with the exception of aluminum, which was also heated in a circular shape to determine how the heat spreads through the workpiece. Depending on the experimental measurements, mathematical models are modeled in Ansys – Maxwell.

The results from experimental measurements and from mathematical model are then compared and evaluated. Based on the results, a practical use of this device is also stated.

Key words

Induction heating, transverse magnetic field, longitudinal magnetic field, thin workpiece, experimental measurement, program Ansys, Maxwell, mathematical models

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 30.5.2019

Bc. Marek Lang

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jiřímu Koženému, CSc. a konzultantovi Ing. Janu Hrbkovi za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Dále bych rád poděkoval za pomoc při měření Ing. Stanislavovi Jiřincovi, Ph.D. a za pomoc při modelování v programu Ansys Ing. Davidovi Rotovi, Ph.D.

Obsah

OBSAH	8
ÚVOD	9
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
1 INDUKČNÍ OHŘEV	12
1.1 HISTORIE.....	12
1.2 DŮVOD VYUŽÍVÁNÍ INDUKČNÍHO OHŘEVU.....	12
1.3 PRINCIP INDUKČNÍHO OHŘEVU.....	14
1.4 ČASOVĚ PROMĚNNÉ ELEKTROMAGNETICKÉ POLE.....	14
1.4.1 I. Maxwelllova rovnice.....	15
1.4.2 II. Maxwelllova rovnice.....	16
1.4.3 III. Maxwelllova rovnice.....	17
1.4.4 IV. Maxwelllova rovnice.....	18
1.5 ODVOZENÍ VLNOVÝCH ROVNIC PRO ŠÍŘENÍ ELEKTROMAGNETICKÉHO VLNĚNÍ.....	19
1.5.1 Odvození magnetické složky.....	20
1.5.2 Odvození elektrické složky.....	21
1.6 DŮLEŽITÉ ELEKTROMAGNETICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLŮ.....	24
1.6.1 Elektrická rezistivita.....	24
1.6.2 Permittivita.....	25
1.6.3 Permeabilita.....	26
1.7 OHŘEV TENKÝCH VSÁZEK.....	27
1.7.1 Podélné magnetické pole.....	27
1.7.2 Příčné magnetické pole.....	29
2 MATEMATICKÉ MODEL Y	32
2.1 ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE.....	32
2.2 TEPLOTNÍHO POLE.....	35
3 POPIS FYZICKÉHO MODELU	37
4 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ	40
4.1 MĚŘENÍ EMISIVITY.....	40
4.2 MĚŘENÍ OHŘEVU NA INDUKTORU.....	43
5 NUMERICKÉ METODY	45
5.1 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ.....	45
5.2 MODEL V PROGRAMU ANSYS – MAXWELL.....	47
6 ZHODNOCENÍ A POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ	51
ZÁVĚR	56
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	57
SEZNAM OBRÁZKŮ	59
SEZNAM TABULEK	59
PŘÍLOHY	60

Úvod

Indukční ohřev je v dnešní době velmi využívaná technologie zejména pro tavení, kalení, žihání, válcování, vytvrzování, galvanizování apod. Ohřev je možné realizovat podélným a příčným magnetickým polem. Obě metody mají své výhody i nevýhody, což je rozřazuje do odlišných možností použití v praxi. V oblasti ohřevu tenkých vsázek se tyto metody výrazně liší svým působením a zejména náklady na výrobu.

Cílem práce je popsat metodu ohřevu v příčném magnetickém poli. Následně provést nové experimentální měření na zařízení, které pracuje na principu příčného pole, zkonstruované mým konzultantem Ing. Janem Hrbkem pro jeho diplomovou práci. Dále porovnat výsledky experimentálního měření ohřevu s modelem vytvořeným v programu Ansys – Maxwell. Na základě těchto výsledků určit praktické využití.

Seznam symbolů a zkratek

μ	Permeabilita [$\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$]
ε	Permitivita [$\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$]
γ	Elektrická vodivost [$\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$]
ρ	Objemová hustota náboje [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
ϕ	Magnetický indukční tok [Wb]
I	Proud [A]
Ψ	Tok elektrického pole [C]
\mathbf{J}	Proudová hustota [$\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$]
\mathbf{H}	Intenzita magnetického pole [$\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$]
\mathbf{E}	Intenzita elektrického pole [$\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$]
\mathbf{B}	Magnetická indukce [T]
\mathbf{D}	Elektrická indukce [$\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$]
S	Obsah [m^2]
Q	Elektrický náboj [C]
l	Délka křivky [m]
u_i	Indukované napětí [A]
a	Pronikání elmag. vlnění do el. vodivé vsázky = Hloubka vniku [m]
Δ	Laplaceův operátor [m^{-2}]
\mathbf{A}	Vektorový magnetický potenciál [$\text{Wb}\cdot\text{m}^{-1}$]
φ	Elektrický skalární potenciál [V]
\mathbf{n}	Normálový vektor [-]
f	Frekvence [Hz]
t	Čas [s]
T	Termodynamická teplota [K]
T_a	Počáteční teplota [K]
T_s	Konečná teplota [K]
ρ_r	Elektrická rezistivita [$\mu\Omega\cdot\text{m}$]
ε_m	Emisivita [-]
α	Součinitel přestupu tepla [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$]
λ	Tepelná vodivost [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]
c	Měrná tepelná kapacita [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]
Q_T	Hustota tepelného zdroje [$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$]

C_s	Koeficient tepelné ztráty zářením [W]
Q_s	Povrchové ztráty [W]
N	Závity [-]
δ	Vzduchová mezera [m]
σ	Stefan-Boltzmannova konstanta [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$]
I_z	Intenzita záření [$W \cdot m^{-2}$]
F	Funkcionál [-]
r	Poloměr [m]

1 Indukční ohřev

1.1 Historie

Základy k indukčnímu ohřevu vytvořil Angličan Michael Faraday roku 1831, když experimentoval se dvěma cívkami kolem společného jádra. Zjistil, že pokud je první cívka připojena ke zdroji a protéká jí proměnný proud, tak na druhé cívce lze naměřit také proud, i když není spojena se zdrojem. Následně přepojil zdroj na druhou cívku a při měření zjistil, že proud tentokrát protéká opačným směrem, čímž zjistil, že při prvním měření dochází k indukci pomocí měnícího se magnetického pole.

V následujících desetiletích ještě za příspěvku Němce Heinricha Lenze a jeho Lenzova zákona, se tyto efekty začaly využívat při vývoji transformátorů, u kterých vznikalo v magnetickém jádře nežádoucí teplo, které se následně začalo využívat pro ohřev kovů. [1, 2, 3]

1.2 Důvod využívání indukčního ohřevu

Existuje mnoho způsobů, jak lze ohřát kovové materiály, například pomocí indukčního ohřevu na základě elektromagnetické indukce, plynových pecí, solných lázní, elektrických pecí odporových, infračervených ohříváčů, pecí s fluidním ložem atd. Každá má své určité výhody a nevýhody. Nelze tedy říci, že by jedna z těchto metod byla univerzální pro všechny případy ohřevů. Vývoj moderních výrobních technologií pro ohřev tenkých materiálů má ale stále přísnější požadavky na kvalitu spolu s nákladově efektivními a komplexně automaticky kontrolovanými výrobními procesy, což dává přednost indukčnímu před konvenčními metodami ohřevu.

V posledních čtyřech desetiletích se indukční metoda stala velmi populární, jelikož má takové vlastnosti, kterými předčí ostatní metody. Hlavní výhodou indukčního tepla oproti jiným zdrojům je, že teplo neprochází do ohřívaného kovového předmětu (tzv. vsázky) jeho povrchem, ale vzniká uvnitř něho, což je hlavní předností jeho velmi rychlého ohřevu, zároveň možností ohřát pouze místo potřeby. Další výhodou je možná volba frekvence, díky které můžeme určit, do jaké hloubky předmětu bude ohřev probíhat, a navíc i nižší spotřeba energie. Indukční ohřev je velmi šetrný k životnímu prostředí a vykazuje vysokou energetickou účinnost. Není totiž potřeba udržovat určitou teplotu okolí vsázky (jako

například v pecích). Indukční ohřev má plno výhod, ale samozřejmě musí mít i nějakou tu nevýhodu a ta je, že složité elektromagnetické a tepelné procesy nelze předem jednoduše určit pomocí jednoduchých analytických metod. Problém více popsán v kapitole 5 Numerické metody.

Indukční ohřev se používá pro tváření za tepla jako kování, válcování, ohýbání atd. Hlavním cílem u ohřevu je, pokud se ohřívá celá vsázka, mít požadovanou teplotu v celém jejím objemu. Rozdíly teplot mezi začátkem a koncem, jednou a druhou stranou a od povrchu k jádru mohou vést např. k předčasnému opotřebení lisu z důvodu vynaložení větší síly, než na co jsou původně lisy dimenzovány.

U velkorozměrné vsázky jsou použity výkony od stovek až po tisíce kW s rozsahem kmitočtů od nízkých síťových 50 Hz až do 10_{tek} kHz. U tenkých vsázek jako jsou dráty, tyče či desky se lze setkat s kmitočty 200-600 kHz. Je vždy velmi obtížné stanovit, jaký přesně výkon a frekvence jsou potřeba. Proto jsou pro práci s touto technologií potřebné nejen teoretické znalosti, ale i zkušenosti a vhodné zázemí.

Dříve existovala technologická mezera ohledně ohřívání plochých materiálů v konvenčních a elektrických pecích, kde se nedosahovalo tak rychlého prohřátí materiálu, jak by bylo potřeba. Aby se dosáhlo požadovaného ohřevu, musela by se razantně zvětšit konstrukce pece, ale poté by byl problém s manipulací rozměrné horké vsázky. Toto bylo vyřešeno použitím indukčního ohřevu, při kterém je dosažen mnohem větší výkon a tím i rychlejší ohřev. Jenže většina ohřevů byla provedena pomocí podélného magnetického pole, kde je zapotřebí použít pro ploché vsázky velmi vysoké frekvence (až MHz), jelikož musíme brát v úvahu hloubku pronikání elektromagnetického vlnění do vsázky. Tato metoda má však malou účinnost a je tedy i nákladnější. Aby se do značné míry překonal tento nedostatek, směřoval se magnetický tok kolmo na rovinu ohřívajícího materiálu, čímž vznikl termín ohřev v příčném magnetickém poli. Toto příčné magnetické pole se využívá pro ohřev plochých kovových výrobků, jako jsou pásy, listy, desky apod. Více v kapitole 1.7 [Ohřev tenkých vsázek](#). [1, 2, 3]

1.3 Princip indukčního ohřevu

Zdrojem indukčního ohřevu je induktor, kterým protéká střídavý elektrický proud. Vlivem tohoto proudu induktor vytváří časově proměnné magnetické pole. Pokud dojde k vložení vsázky do tohoto pole (neboli elektromagnetického vlnění), začne pole na vsázku působit. Vodivá stěna vsázky část vlnění pohltí a část odrazí zpět. Pohlcené vlnění vyvolá ve vsázce indukované vířivé proudy (mají stejnou frekvenci, ale opačný směr než proud v cívice), které průchodem vsázkou ji na principu Joulových ztrát ohřívají. Vlnění působí svou energií na elektrony uvnitř vsázky, čímž elektrony získají svou kinetickou energii. Následně dojde k nárazu elektronu do molekuly, kde dojde k předání energie a ke změně této energie na energii tepelnou na tzv. Joulovo teplo. [1, 3]

1.4 Časově proměnné elektromagnetické pole

Pro popis elektromagnetického pole slouží tzv. Maxwellovy rovnice. Tyto rovnice určují jeho vlnový charakter. Časová proměnnost pole je popsána první a druhou Maxwellovou rovnicí. Z těchto rovnic vyplývá, že pokud je pole nestacionární (vodičem prochází střídavý proud), jsou elektrické a magnetické jevy vzájemně provázány.

Tabulka 1: Rovnice nestacionárního elektromagnetického pole [4]

Maxwellovy rovnice	Integrální tvar	Diferenciální tvar
I. rovnice	$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\Psi}{dt}$	$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$
II. rovnice	$\oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
III. rovnice	$\oint_s \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$	$\text{div } \mathbf{D} = \rho$
IV. rovnice	$\oint_s \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$	$\text{div } \mathbf{B} = 0$

V těchto základních rovnicích jsou použity veličiny jako intenzita magnetického pole \mathbf{H} , proudová hustota \mathbf{J} , elektrická indukce \mathbf{D} , intenzita elektrického pole \mathbf{E} , magnetická indukce \mathbf{B} , celkový náboj Q a objemová hustota náboje ρ .

1.4.1 I. Maxwellova rovnice

V integrálním tvaru označována také jako zákon celkového proudu či Ampérův zákon.

$$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.1)$$

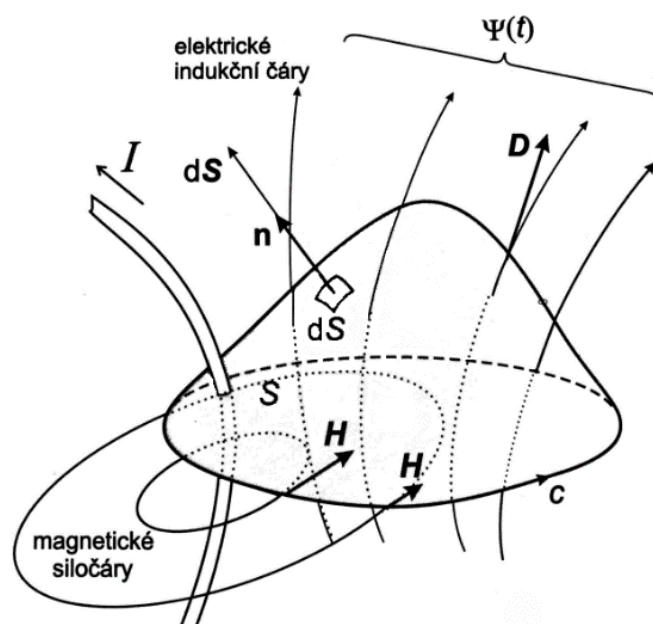
Je složena z proudu vodivého (kondukčního) I i proudu posuvného (Maxwellova) $\frac{d\Psi}{dt}$, kde

$$\Psi = \int_S \mathbf{D} d\mathbf{S} \quad (1.2)$$

Oba proudy jsou spřáhány křivkou c , která ohraničuje plochu S viz *Obr. (1.1)*.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.3)$$

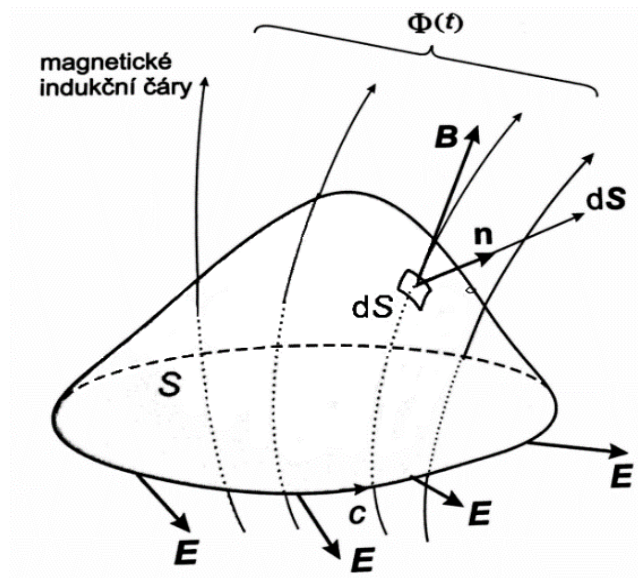
Rovnice v diferenciálním tvaru (1.3) je složena ze součtu hustoty vodivého proudu \mathbf{J} a hustoty posuvného (Maxwellova) proudu $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. Z toho vyplývá, že magnetické pole lze vytvořit dvěma možnostmi. Za prvé pomocí vodivého proudu, který může být pouze ve vodičích, za druhé pomocí posuvného proudu neboli časově proměnným elektrickým polem, které může existovat jak ve vodiči, tak i v dielektriku nebo vakuu. Magnetické pole je obecně vírové. Jak bude magnetické pole vypadat, záleží na velikosti proudu a geometrii cívky.



Obr. 1.1: I. Maxwellova rovnice [4]

1.4.2 II. Maxwellova rovnice

V integrálním tvaru označována též jako zákon elektromagnetické indukce či Faradayův indukční zákon. Tento zákon je považován za jeden z nejdůležitějších zákonů elektromagnetizmu.



Obr. 1.2: II. Maxwellova rovnice [4]

$$\oint_c \mathbf{E} \, d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.4)$$

$$kde \Phi = \int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S} \quad (1.5)$$

Cirkulace vektoru \mathbf{E} po uzavřené křivce je rovna záporné derivaci magnetického indukčního toku Φ , který je uzavřen křivkou c viz Obr. (1.2).

Integrál $\oint_c \mathbf{E} \, d\mathbf{l}$ má název indukované napětí a jeho označení je u_i .

$$\oint_c \mathbf{E} \, d\mathbf{l} = u_i \quad (1.6)$$

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.7)$$

Rovnice v diferenciálním tvaru, nazývána též jako zákon elektromagnetické indukce, nám říká, že elektrické pole \mathbf{E} vzniká pomocí časově proměnného magnetického pole \mathbf{B} . Indukované proudy ve vsázce mají stejnou frekvenci jako proud v cívce, jejich směr je však opačný. Zároveň říká, že je pole vírové (nepotenciální), jelikož $\text{rot } \mathbf{E}$ se nerovná 0.

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.8)$$

1.4.3 III. Maxwellova rovnice

V integrálním tvaru označována též jako Gaussova věta. Plochou S uzavřený elektrický indukční tok \mathbf{D} je roven celkovému volnému náboji v oblasti V , která je ohraničena plochou S viz Obr. (1.3).

$$\oint_S \mathbf{D}(t) \cdot d\mathbf{S} = Q(t) \quad , \quad (1.9)$$

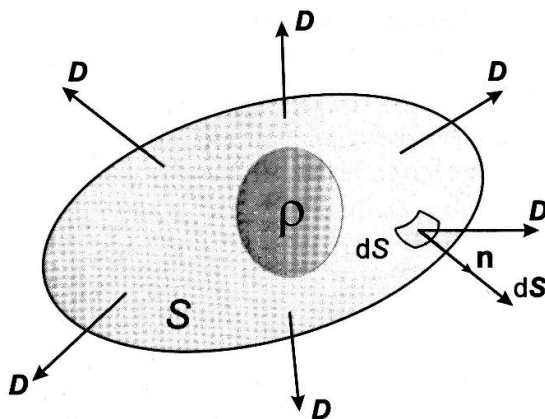
kde

$$Q(t) = \int_V \rho(t) dV \quad (1.10)$$

V diferenciálním tvaru

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad , \quad (1.11)$$

kde je divergence \mathbf{D} rovna objemové hustotě volného náboje ρ . Jelikož elektrické indukční čáry směřují od kladně nabitých těles k záporně nabitým, neuzavírají tedy smyčku, a tudíž je toto elektrické pole zřídlové.



Obr. 1.3: III. Maxwellova rovnice [4]

1.4.4 IV. Maxwellova rovnice

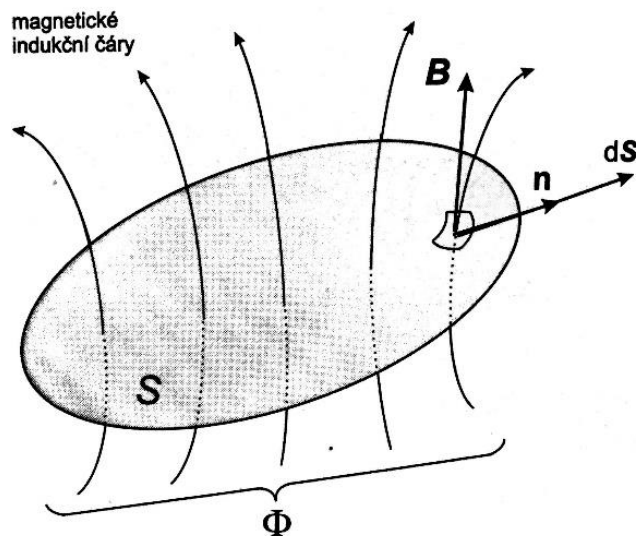
V integrálním tvaru označována též jako zákon kontinuity magnetického indukčního toku. Magnetický indukční tok v ploše S je roven nule, jelikož magnetický indukční tok vstupující do plochy S je roven magnetickému indukčnímu toku, který z plochy vychází viz Obr. (1.4).

$$\oint_S \mathbf{B}(t) d\mathbf{S} = 0 \quad (1.12)$$

V diferenciálním tvaru

$$\operatorname{div} \mathbf{B}(t) = 0, \quad (1.13)$$

kde je divergence vektoru \mathbf{B} rovna 0, neboli magnetické indukční čáry tvoří spojitou smyčku, tudíž je magnetické pole nezřídlové. [4]



Obr. 1.4: IV. Maxwellova rovnice [4]

1.5 Odvození vlnových rovnic pro šíření elektromagnetického vlnění

Maxwellovy rovnice popisují vlnové jevy elektromagnetického pole. Důležitá u těchto jevů je jejich konečná rychlost šíření, jelikož pokud by rychlost byla nekonečně velká, nebyl by jev šířen postupně, ale byl by v celém prostoru okamžitě. V prostoru se všechny fyzikální veličiny jako je tlak, intenzita el. pole atd. šíří určitou rychlostí v , její velikost je dána typem prostoru.

Pro odvození, jak budou elektromagnetické vlny vypadat, potřebujeme Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru (1.3), (1.8), (1.11), (1.13) a rozklad veličin \mathbf{J} , \mathbf{D} a \mathbf{B} .

1. Proudová hustota \mathbf{J}

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (1.14)$$

\mathbf{E} je označení pro intenzitu elektrického pole a γ je konduktivita, což je označení pro elektrickou vodivost prostředí.

2. Elektrická indukce \mathbf{D}

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (1.15)$$

ε je elektrická vlastnost prostředí a nazývá se permitivita.

3. Magnetická indukce \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.16)$$

\mathbf{H} je intenzita magnetického pole a μ je permeabilita, což je označení pro magnetickou vlastnost prostředí.

Do pravé strany prvních dvou Maxwellových rovnic v diferenciálním tvaru (1.3), (1.8), (1.11) a (1.13) dosadíme výše rozepsané veličiny \mathbf{J} , \mathbf{D} a \mathbf{B} . Tím nám vzniknou rovnice

$$I. \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.17)$$

$$II. \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.18)$$

$$III. \quad \operatorname{div} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \rho \quad (1.19)$$

$$IV. \quad \operatorname{div} \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad (1.20)$$

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ [H/m] je permeabilita vakua.

$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ [F/m] je permitivita vakua.

1.5.1 Odvození magnetické složky

Provedeme rotaci I. rovnice (1.17)

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{rot} \gamma \mathbf{E} + \operatorname{rot} \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \gamma \operatorname{rot} \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \operatorname{rot} \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.21)$$

Dosadíme z II. rovnice do rovnice (1.21) a získáme tím

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.22)$$

Při počítání s vektory platí pravidlo, že

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1.23)$$

Vychází to z Laplaceova operátoru, který se rovná operátoru nabla na druhou

$$\Delta = \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \operatorname{div} \operatorname{grad} \quad (1.24)$$

Zároveň je možné Lap. operátor rozepsat do trojrozměrného prostoru

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.25)$$

Dosadíme z rovnice (1.23) do (1.22)

$$\operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.26)$$

Ze IV. rovnice (1.20) víme, že

$$\operatorname{div} \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0$$

Po dosazení do (1.26) dostaneme

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.27)$$

1.5.2 Odvození elektrické složky

Provedeme rotaci II. rovnice (1.18)

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{E}) = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial(\operatorname{rot} \mathbf{H})}{\partial t} \quad (1.28)$$

Dosadíme z I. rovnice do rovnice (1.28)

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{E}) = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.29)$$

Opět použijeme pravidlo (1.23), ale tentokrát s \mathbf{E}

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.30)$$

Dosadíme z rovnice (1.30) do (1.29)

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.31)$$

Ze III. rovnice (1.19) víme, že

$$\operatorname{div} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \rho \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

Po dosazení do (1.31) dostaneme

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \operatorname{grad} \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (1.32)$$

Tímto jsme dosáhli dvou obecných rovnic (1.27) a (1.32) pro šíření elektromagnetického vlnění v prostředí. Veličiny ε_r , γ , μ_r jsou konstanty a jejich velikosti jsou dány prostředím. Pokud budeme brát v úvahu vodivé prostředí, tak zanedbáme relativní permitivitu ($\varepsilon_r = 0$) a pokud nevodivé prostředí, tak zanedbáme konduktivitu ($\gamma = 0$). U obou prostředí zanedbáme volné náboje ρ ($\rho = 0$).

- **Rovnice pro elektricky nevodivé prostředí** – úprava rovnic (1.27) a (1.32)

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.33)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.34)$$

- **Rovnice pro elektricky vodivé prostředí** – úprava rovnic (1.27) a (1.32)

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.35)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.36)$$

Tyto 2 prostorové vektory \mathbf{E} a \mathbf{H} jsou časově proměnné a dají se vyjádřit pomocí fázorů v komplexní rovině

$$\mathbf{H} = H_m e^{j\omega t} \quad (1.37)$$

$$\mathbf{E} = E_m e^{j\omega t} \quad (1.38)$$

V rovnicích (1.35) a (1.36) pro vodivé prostředí jsou derivace prvního řádu a v rovnicích (1.33) a (1.34) pro nevodivé prostředí jsou derivace druhého řádu. Do všech těchto rovnic vložíme fázory v komplexní rovině popsané rovnicemi (1.37), (1.38) a získáme tím tvary

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = j\omega H_m e^{j\omega t} = j\omega \mathbf{H} \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega E_m e^{j\omega t} = j\omega \mathbf{E} \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = -\omega^2 H_m e^{j\omega t} = -\omega^2 \mathbf{H} \quad (1.41)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_m e^{j\omega t} = -\omega^2 \mathbf{E} \quad (1.42)$$

Z rovnic (1.39) až (1.42) lze vypočítat, že derivace nejsou závislé na čase, a tak je lze jednodušeji řešit. Toto je velká výhoda, pokud vyjadřujeme do komplexní roviny, a tudíž po dosazení rovnic (1.39) až (1.42) do rovnic pro elektricky vodivé a nevodivé prostředí (1.33) až (1.36) dostaneme

- **Pro elektricky nevodivé prostředí**

$$\nabla^2 \mathbf{H} = -\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (1.43)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \mathbf{E} \quad (1.44)$$

- **Pro elektricky vodivé prostředí**

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \mathbf{H} \quad (1.45)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \mathbf{E} \quad (1.46)$$

V trojrozměrném prostoru to podle obecné rovnice (1.25) vypadá takto

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \quad (1.47)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \quad (1.48)$$

\mathbf{H} a \mathbf{E} se mění v kartézských souřadnicích pouze ve směru osy x a ve válcových souřadnicích pouze ve směru r , pak kartézské souřadnice y , z a válcové souřadnice φ , z budou konstanty, které se po derivaci rovnají 0 (zde řešíme pouze kartézské souřadnice).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = 0$$

Jelikož máme pouze souřadnici x , tak \mathbf{H} a \mathbf{E} budou konstantní ve všech bodech roviny kolmé na osu x , což vytváří tzv. rovinnou vlnu. Rovnice pro elektricky vodivé a nevodivé prostředí (1.43) až (1.46) upravíme podle souřadnice x

- **Pro elektricky nevodivé prostředí podle souřadnice x**

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} = -\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (1.49)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = -\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \mathbf{E} \quad (1.50)$$

- **Pro elektricky vodivé prostředí podle souřadnice x**

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \mathbf{H} \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \mathbf{E} \quad (1.52)$$

Tyto rovnice, jelikož jsou zjednodušené a obecné pro vodivé a nevodivé prostředí, tak se využívají nejčastěji. Dále je řešena už jen rovnice pro vodivé prostředí (1.51), která je lineární 2. řádu. Rovnici upravíme do tvaru, kde A a B jsou integrační konstanty

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}e^{\lambda_2 x} + \mathbf{B}e^{\lambda_1 x}, \text{ kde } \lambda^2 = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm\sqrt{j}\sqrt{\omega\gamma\mu_0\mu_r}$$

$$j = e^{j\pi/2} \Rightarrow \sqrt{j} = e^{j\pi/4} = \cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Nyní se dosadí } \sqrt{j} \text{ do } \lambda_{1,2} \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm(1+j)\sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_0\mu_r}{2}} = \pm\frac{1+j}{a}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_0\mu_r}} \quad (1.53)$$

Veličina a označuje hloubku pronikání elektromagnetického vlnění do elektricky vodivé vsázky (tzv. hloubku vniku). Je ovlivněna vlastnostmi materiálu (permeabilitou a konduktivitou) a frekvencí procházejícího proudu induktorem. Výsledné řešení rovnice (1.51) je

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}e^{-[(1+j)/a]x} + \mathbf{B}e^{[(1+j)/a]x} \quad (1.54)$$

S rostoucí velikostí x se výraz $\mathbf{A}e^{-[(1+j)/a]x}$ zmenšuje, tudíž tento výraz vyjadřuje vlnu postupnou, ale výraz $\mathbf{B}e^{[(1+j)/a]x}$ se při rostoucí velikosti x zvětšuje, tudíž u něho se jedná o vyjádření vlny odražené. [5, 4]

1.6 Důležité elektromagnetické vlastnosti materiálů

1.6.1 Elektrická rezistivita

Je to schopnost materiálu klást odpor procházejícímu proudu. Je velmi nízká u kovů a slitin jako je stříbro, měď, zlato, titan, uhlíková a nerezová ocel atd. Elektrická rezistivita ovlivňuje prakticky všechny důležité parametry indukčního systému, včetně hloubky vytváření tepla, rozložení teploty, účinnost celého ohřevu, impedanci cívky atd. Je popsána vztahem

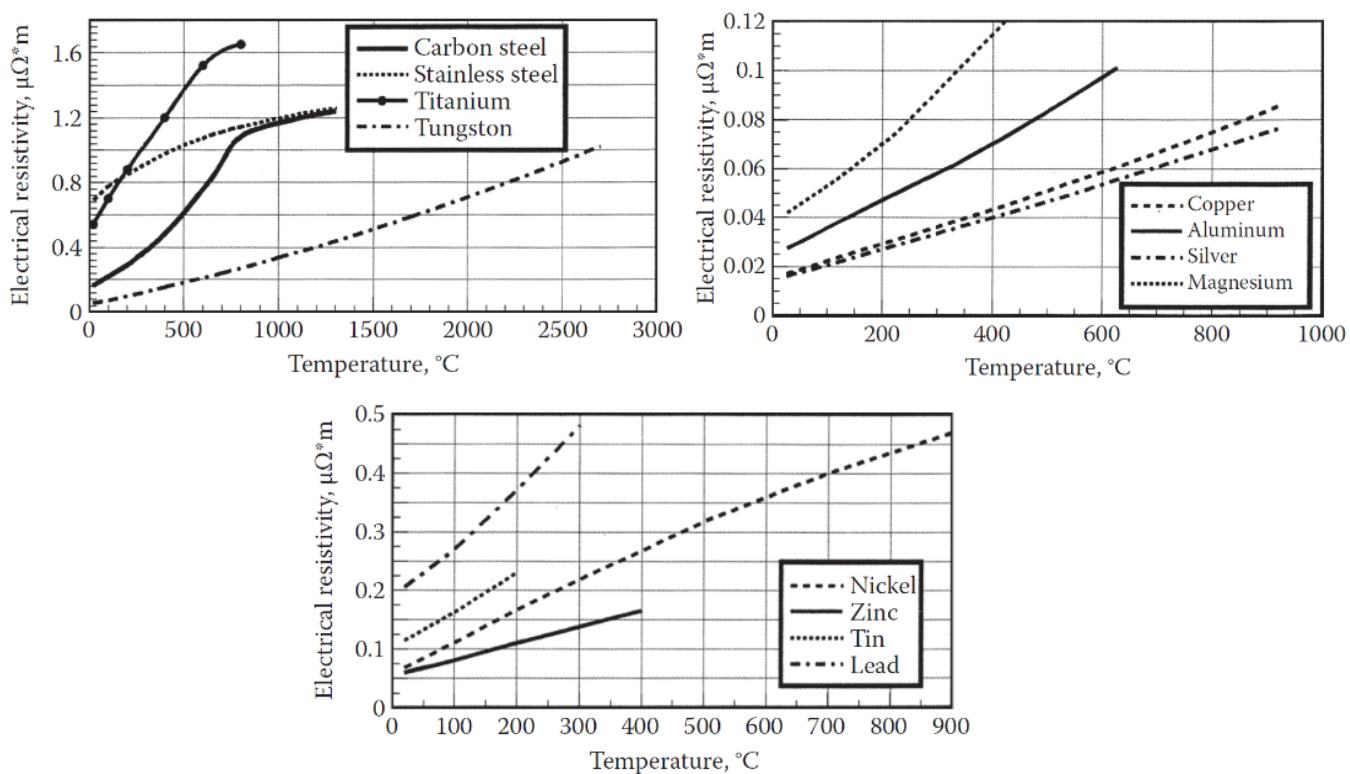
$$\rho_r(T) = \rho_{r0}[1 + \alpha(T - T_0)], \quad (1.55)$$

kde ρ_{r0} je elektrická rezistivita při okolní teplotě T_0 , $\rho_r(T)$ je rezistivita při teplotě T a α je teplotní součinitel elektrické rezistivity.

Na tom, jak velkou rezistivitu bude materiál mít, záleží zejména na jeho teplotě, chemickém složení a mikrostruktuře.

Opakem rezistivity ρ_r je konduktivita γ neboli vodivost. [1]

- Ideální vodič $\rho_r \rightarrow 0$; $\gamma \rightarrow \infty$
- Ideální izolant $\rho_r \rightarrow \infty$; $\gamma \rightarrow 0$



Obr. 1.5: Vliv teploty na rezistivitu materiálu [1]

1.6.2 Permitivita

Permitivita slouží pro charakterizování dielektrika. Celková permitivita ε se skládá z permitivity vakua $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} [F/m]$ a z relativní permitivity $\varepsilon_r [-]$.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad [F/m] \quad (1.56)$$

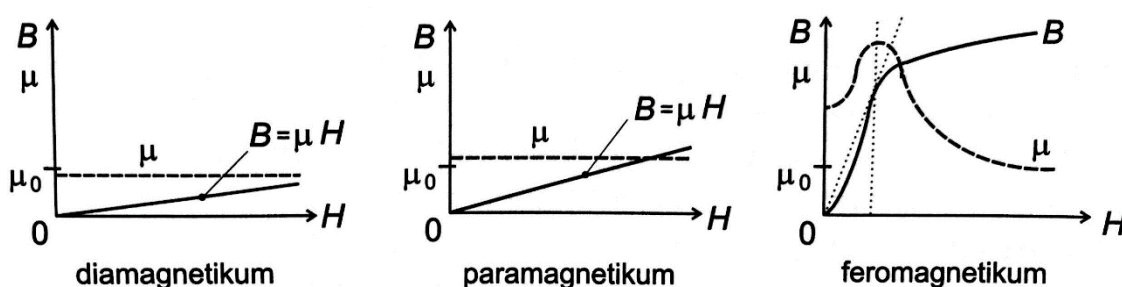
Relativní permitivitu dělíme do 3 skupin:

- $\varepsilon_r = 1 \Rightarrow$ pro vakuum
- $\varepsilon_r \approx 1 \Rightarrow$ pro vzduch
- $\varepsilon_r > 1 \Rightarrow$ jiné dielektrikum

1.6.3 Permeabilita

Relativní permeabilita μ_r je schopnost materiálu vést magnetický tok, její velikost závisí na vlastnostech materiálu a dělíme jí proto do 3 skupin:

- $\mu_r < 1 \Rightarrow$ diamagnetické = magnetické pole zeslabují
- $\mu_r > 1 \Rightarrow$ paramagnetické = magnetické pole mírně zesilují
- $\mu_r \gg 1 \Rightarrow$ feromagnetické = magnetické pole výrazně zesilují



Obr. 1.6: Vliv materiálu na magnetické pole [4]

Relativní permeabilita μ_r je materiálová konstanta, tudíž je bezrozměrná. Spolu s permeabilitou vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] tvoří celkovou permeabilitu

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (1.57)$$

Čím vyšší je hodnota permeability, tím větší indukce se vybudí ve vsázce, na které působí magnetické pole o stále stejné intenzitě. Je to dáno vztahem

$$B = \mu H, \quad (1.58)$$

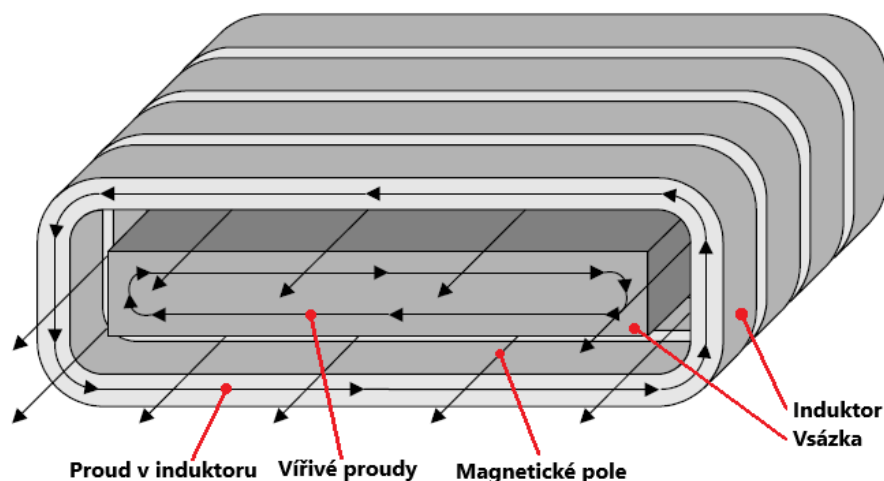
kde H je intenzita magnetického pole, B je magnetická indukce vybudená ve vsázce a μ je permeabilita vsázky. [4, 11]

1.7 Ohřev tenkých vsázek

Tato práce se zabývá příčným polem, které se pro své vlastnosti využívá zejména pro ohřev tenké vsázky. Ta se při určitých frekvencích ohřívá s lepší účinností nežli polem podélným. Tenké vsázky jako jsou desky, listy apod. jsou většinou ohřívány za účelem žíhání, tváření, galvanizování, temperování, vytvrzování laku, sušení atd. Velmi často dochází k ohřevu tenkých vsázek kvůli nanášení povlaků na kovové materiály pro jejich ochranu před korozi. Při ohřevu velmi tenkých desek se většinou nebere v potaz vliv skin efektu, který způsobuje nerovnoměrnost ohřevu, jelikož tepelná vodivost dokáže teplotu v materiálu vyrovnat, pokud tedy nedochází k extrémně rychlým ohřevům, kdy by se teplota vyrovnat nestihla. Ohřev lze provést buď pomocí podélného nebo příčného pole, tato pole si rozebereme níže.

1.7.1 Podélné magnetické pole

První možností, jak ohřívát vsázku je skutečnost, že tvar induktoru je zvolen podle tvaru ohřivaného předmětu, aby byla zajištěna co nejlepší účinnost přenosu záření ze zdroje do ohřivaného předmětu. Pokud má ohřivaný předmět např. rovinné plochy (hranol, pás apod.) bude i induktor mít takovýto tvar a plochy nejbližší k sobě budou vzájemně rovnoběžné. V tomto případě vyzařuje cívka na předmět rovinné elektromagnetické vlnění. Dále se můžeme setkat u podélného pole také s válcovým elektromagnetickým vlněním, jak už vyplývá z názvu, tak se jedná o ohřev válcových vsázek.

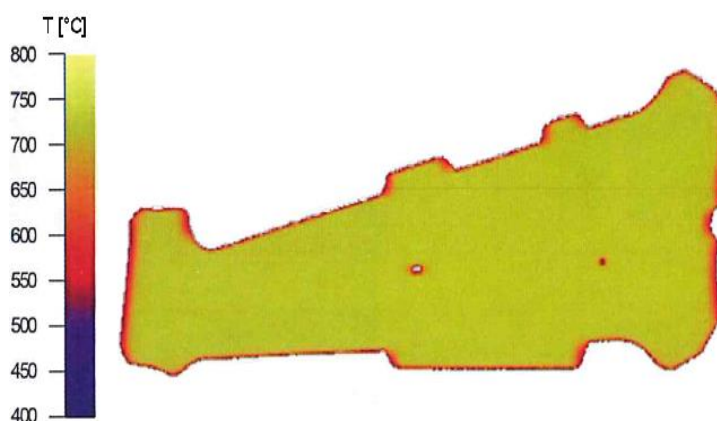


Obr. 1.7: Ohřev pomocí podélného pole [10]

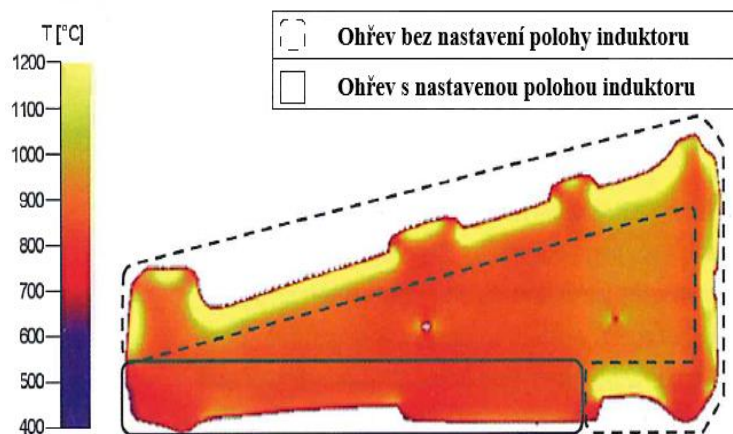
Při ohřevu vsázky podélným polem vyzařuje induktor magnetické pole podél vsázky, z čehož vyplývá i název podélné pole viz Obr. (1.7). Působením magnetického pole na

vsázku dochází k naindukování tzv. vířivých proudů, které vlivem odporu materiálu vytvářejí tzv. Joulovo teplo uvnitř vsázky, a tím dochází k jejímu ohřevu. Tato metoda ovšem vyžaduje použití vysoké frekvence, jelikož při ohřevu vsázky o malé tloušťce potřebujeme malou hloubku vniku, což vyplývá z rovnice pro hloubku vniku (1.53). Zajištění této frekvence je velmi nákladné a relativně neefektivní. Tento problém je značně překonán příčným polem, kde je magnetický tok směřován kolmo na vsázku a tím je možno používat nižší frekvence. Při shodné frekvenci je tenká vsázka vždy účinněji zahřívána příčným nežli podélným polem, bohužel je zde problém s přehřátými či podchlazenými okraji, které mají rozdílnou teplotu, než je teplota uprostřed vsázky.

Pro určité díly vyráběné v automobilovém průmyslu se používá kombinace obou polí. Pokud je vsázka z feromagnetického materiálu, provede se nejprve ohřev pomocí podélného pole na teplotu blízké Curierově teplotě viz *Obr. (1.8)*. Přibližováním se k této teplotě, začne materiál ztrácet své feromagnetické vlastnosti, a tudíž dojde ke snižování relativní permeability až na hodnotu 1. Aby ale mohlo dojít k ohřevu vsázky nad Curierovu teplotu, je potřeba zachovat stejnou hloubku vniku. Tudíž podle rovnice (1.53) se musí zvýšit některá veličina ze jmenovatele vztahu a jediné možné řešení je zvýšení frekvence. Tento způsob je však velmi nákladný. Je tedy mnohem výhodnější použít příčné pole pro ohřev nad Curierovu teplotu i za cenu přehřátých či podchlazených okrajů viz *Obr. (1.9)*, jelikož toto pole není závislé na hloubce vniku (1.53), a tudíž se nemusí zvyšovat frekvence. Přehřátí či podchlazení okrajů lze ovlivnit polohou induktoru nad vsázkou viz *Obr. (1.9)*. [1, 3, 8, 10]



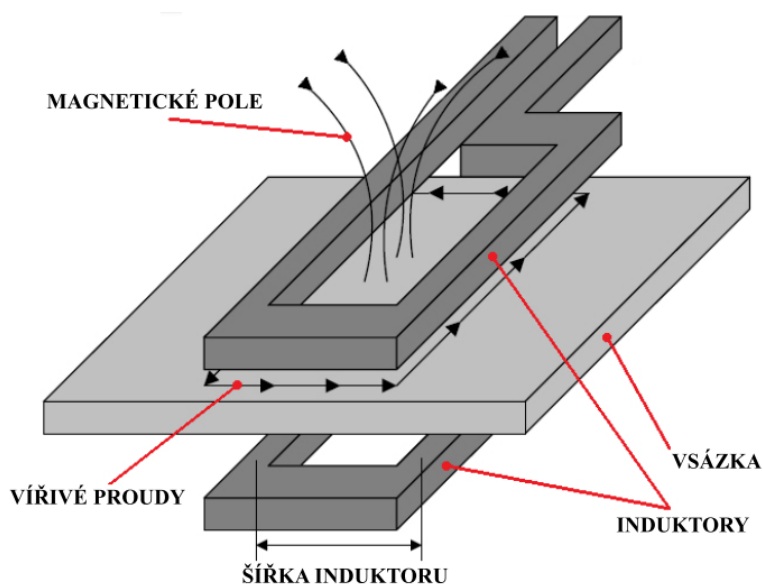
Obr. 1.8: Ohřev pomocí podélného pole do Curierova bodu [8]



Obr. 1.9: Ohřev pomocí příčného pole nad Curierův bod [8]

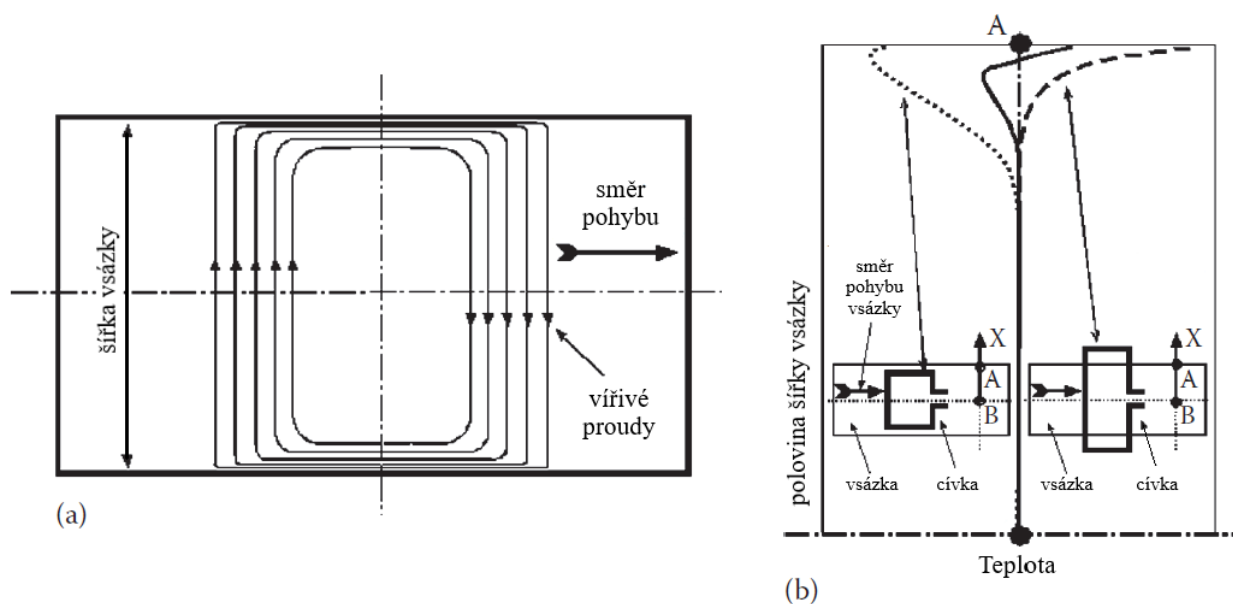
1.7.2 Příčné magnetické pole

Jak je vidět na Obr. (1.10), ohřivač se sestává ze dvou induktorů, kterými protéká proud a které jsou odděleny vzduchovou mezerou. Vsázka je vložena do vzduchové mezery, kde dochází k jejímu posunu (většinou je potřeba ohřát nějaký pás, a tudíž je potřeba posun).



Obr. 1.10: Ohřev pomocí příčného pole [10]

Magnetické pole, které vzniká vlivem průchodu proudu induktory, působí kolmo na vsázku. Tím jsou ve vsázce indukovány již dříve zmíněné vířivé proudy, které jsou vlivem vnitřního odporu vsázky brzděny a dochází tím k vytváření tepelné energie (Joulova tepla) a tím k ohřevu vsázky. Tyto proudy mají sice opačný směr, ale frekvenci a přibližně i velikost mají stejnou jako proudy v induktorech, což umožňuje ovlivnit rozložení teploty ve vsázce geometrií induktoru viz Obr. (1.11).



Obr. 1.11: Rozložení teploty ve vsázce podle geometrie induktoru [1]

Při působení elektromagnetických sil, které jsou vytvářeny induktory, se indukuje do vsázky střídavé napětí. Jeho velikost je dána rychlostí pohybu, vzdáleností pólů od materiálu, frekvencí a orientací indukčních proudů vůči směru pohybu materiálu. K ohřevu dochází pouze v té části materiálu, která je přímo mezi induktory. Pokud je velká mezera mezi induktory, může docházet k mírnému rozptylu pole. Velké elektrické účinnosti se dosáhne, pokud je mezera mezi vsázkou a induktorem relativně malá, velikost vzduchové mezery by měla být 1,5 až 2 krát tloušťka vsázky.

Pokud je potřeba ohřev na teplotu blížíci se teplotě tání a není použita vyšší frekvence než napájecí (50 Hz), mohou elektromagnetické síly způsobit deformaci materiálu, jelikož prostorové rozložení ztrát energie při působení elektromagnetických sil není po celé šířce ohřívajícího materiálu rovnoměrné. S výjimkou krajních částí materiálu dochází k rovnoměrnému ohřevu. V okrajových částech dochází k rozdílnému působení elektromagnetických sil vlivem rozptylu magnetického pole ve vzduchové mezeře, a tudíž i k rozdílnému ohřevu. Proto je velmi obtížné dosáhnout rovnoměrného prohřátí celého materiálu. Kritickým faktorem při vývoji ohříváčů s příčným polem je technika, jakým způsobem lze zajistit ohřev okrajů ohřívajícího materiálu. Např. při válcování pak má velký vliv použitá frekvence.

Důležitou vlastností je také tepelná účinnost, která je dána relativní intenzitou ohřevu a tepelnými ztrátami (radiací a konvekcí). Pokud je vsázka tenká a intenzita ohřevu je nízká, musí být minimalizovány ztráty radiací vhodným izolačním materiálem.

U podélného pole je vsázka uzavřena induktorem, jen horní a dolní část je odkrytá. Vsázka se tedy ohřívá po celé své šířce rovnoměrně při použití vhodné frekvence. Velikost vsázky je omezena velikostí induktoru. Avšak u příčného pole jsou induktory uspořádány na obou stranách vsázky, tudíž není vsázka zcela uzavřena a je přístupná ze stran. Magnetický tok je směřován induktory kolmo na vsázku. Tím, že není vsázka uzavřena ze stran, může docházet k ochlazení jejích okrajů vnějším vzduchem, a tím dojde k nehomogennímu rozložení teploty ve vsázce. Zajímá nás zejména rozložení teploty na šířku vsázky. Toto lze zpozorovat na *Obr. (1.9)* a navíc lze zpozorovat na *Obr. (1.11)*, jak je ovlivněno rozložení teploty geometrií induktoru. Největší vliv na ohřev okrajů má velikost mezery mezi induktorem a vsázkou, poloha induktoru vůči okrajům vsázky, zvolená frekvence a také příkon. Rozložení teploty ve vsázce je velký problém. Ten lze vyřešit správným návrhem induktoru. Na délku nás rozložení teploty nezajímá, jelikož většinou dochází k posunu vsázky v tomto směru. U podélného pole je šířka vsázky omezena velikostí induktoru, to ale u příčného pole neplatí, zde lze ohřívát i vsázku s velkým poměrem šířka ku tloušťce, což má výhodu ve volbě frekvence. Lze zde použít mnohem nižší frekvenci (o řády nižší) než u podélného pole. Na rozdíl od podélného pole, v příčném poli vířivé proudy procházejí povrchem vsázky (pod induktorem) a ne uvnitř tloušťky vsázky. To umožňuje, aby indukční ohřev tenké vsázky byl prováděn s vysokými hustotami výkonu s použitím relativně nízkých frekvencí, jelikož zde neplatí vztah pro hloubku vniku jako u podélného pole.

Analyticky je více méně nemožné zjistit, jaké je 3D rozložení elektromagnetického pole mezi induktory. Je pouze možné předvídat rozložení teploty ve vsázce, ale pouze s přesnou znalostí provozních parametrů a za jakým účelem se vsázka ohřívá. Proto je zapotřebí využívat numerické metody pro zjištění skutečnosti, jak se bude pole vůči vsázce chovat. Do nemagnetických vsázek může elektromagnetický tok proniknout, aniž by mu něco bránilo, a tak bude rozložení proudové hustoty ve vsázce téměř homogenní, s čímž souvisí i rozložení teploty, která tudíž bude též téměř homogenní. Pak nám stačí zjistit rozložení teploty ve 2D. Indukční ohřev je v dnešní době procesně bezpečná volba pro ohřev tenkých vsázek až o výkonu několika MW/m^2 , což umožňuje velmi rychlé ohřátí. [1, 3, 6, 7, 10]

2 Matematické modely

Matematické modelování je jedním z hlavních faktorů úspěšného návrhu systému indukčního ohřevu. Ve většině případů si nemůžeme dovolit provádět návrh prostřednictvím pokusů a omylů. Pomocí počítačových simulací jsou možné zjistit detaily procesu, což by mohlo být pomocí experimentů velmi finančně nákladné, časově náročné a v některých případech i ne zjistitelné. Počítačové modelování při navrhování nových systémů poskytuje výhodné postavení, jelikož zabráňuje nepříjemným překvapením a zkracuje dobu vývoje. Teoretické modely se mohou lišit od jednoduchého analyticky vypočítaného vzorce až po velmi komplikovanou numerickou analýzu, která může být výpočetně velmi náročná a jsou tedy potřeba výkonné počítače. Než se začne s vytvářením matematické simulace jakéhokoliv procesu, je potřeba dobře pochopit chování a fyziku vytvářeného procesu. Měla by být vzata v úvahu také omezení použitých matematických modelů.

Indukční ohřev je multifyzikální fenomén zahrnující elektromagnetické pole, přenos tepla a metalurgické jevy. Jsou spolu úzce propojeny, jelikož fyzikální vlastnosti materiálů jsou silně závislé na intenzitě magnetického pole, teplotě a chemickém složení.

2.1 Elektromagnetického pole

Pro matematické modely se využívají Maxwellovy rovnice z kapitoly 1.4 Časově proměnné elektromagnetické pole. Zde použijí tyto již upravené rovnice (1.17) až (1.20). Pro většinu praktických aplikací indukčního ohřevů kovových materiálů, kde je frekvence proudů nižší než MHz (jako v tomto případě), je hustota indukovaného proudu J mnohem větší než hustota posuvného proudu $\frac{\partial D}{\partial t}$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \Rightarrow \operatorname{rot} \mathbf{H} = (\gamma + j\omega\varepsilon) \mathbf{E}$$

u kovů platí $\gamma \gg \varepsilon$, tudíž může být hustota posuvného proudu zanedbána

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E}$$

Je možné nahradit rot, div a grad pomocí operátoru nabla a upravíme tím rovnice (1.17) až (1.20) na tvar

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \nabla \times \mathbf{H} & \operatorname{div} \mathbf{D} &= \nabla \cdot \mathbf{D} & \operatorname{grad} \varphi &= \nabla \varphi \\ \Rightarrow \nabla \times \mathbf{H} &= \gamma \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Upravíme rovnici (2.1) na

$$\nabla \times \frac{1}{\gamma} \mathbf{H} = \mathbf{E}$$

a dosadíme do II. upravené Maxwellovy rovnice (1.18), která je upravena i operátorem nabla

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\gamma} \nabla \times \mathbf{H} \right) = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.2)$$

a vznikla tím i rovnice

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) = -\gamma \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.3)$$

IV. Maxwellova rovnice (1.20) upravena operátorem nabla vypadá takto

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Počítání s vektorem \mathbf{B} je dále nevhodné, jelikož není v celé oblasti spojitý a to by mohlo vést k potížím během numerického výpočtu. Využijeme proto raději magnetický vektorový potenciál \mathbf{A} , který má s vektorem \mathbf{B} vztah

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.4)$$

Magn. potenciál \mathbf{A} (2.4) (platí pro něj $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$) dosadíme do II. Maxwellovy rovnice (1.18) upravené operátorem nabla

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Integrací této rovnice získáme

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad (2.6)$$

kde φ je elektrický skalární potenciál. Rovnici dále vynásobíme elektrickou vodivostí γ a dostaneme tím

$$\mathbf{E}\gamma = \left(-\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla\varphi\right)\gamma \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J} = -\gamma\frac{\partial A}{\partial t} + \mathbf{J}_{ext} \quad (2.7)$$

Kde \mathbf{J} je celková proudová hustota v daném bodě a sestává se z $\mathbf{J}_{ext} = -\gamma\nabla\varphi$, což je hustota externích proudů dodávaných ze zdroje, a $\mathbf{J}_{ind} = -\gamma\frac{\partial A}{\partial t}$, což je hustota proudů indukovaných v bodě důsledkem časových změn magnetického pole.

Dosadíme-li rovnici (2.1) do rovnice (2.7) získáme tím

$$\frac{1}{\mu}(\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_{ext} - \gamma\frac{\partial A}{\partial t}$$

a dále upravíme na tvar

$$\frac{1}{\mu}(\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}) + \gamma\frac{\partial A}{\partial t} = \mathbf{J}_{ext} \quad (2.8)$$

Předpokládá se, že \mathbf{J}_{ext} , tedy proudová hustota dodávaná ze zdroje, je známá veličina. Stále ale je řešení této rovnice náročné, a proto se zároveň předpokládá, že je magnetická permeabilita μ konstantní v každém elementu řešené sítě. S předpokladem, že má proud známou hodnotu, lze dospět k závěru, že veličiny elektromagnetického pole v Maxwellových rovnicích jsou harmonicky oscilační funkce s jednou frekvencí a dojde tudíž k následné úpravě 3 rovnic (2.2, 2.3 a 2.8), které popisují toto pole

$$\frac{1}{\mu_0\mu_r}\nabla^2\mathbf{A} = -\mathbf{J}_{ext} + j\omega\gamma\mathbf{A} \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{\gamma}\nabla^2\mathbf{H} = j\omega\mu_0\mu_r\mathbf{H} \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{\mu_r}\nabla^2\mathbf{E} = j\omega\gamma\mu_0\mathbf{E} \quad (2.11)$$

kde ∇^2 lze převést do kartézských souřadnic

$$\nabla^2\mathbf{A} = \frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial z^2} \quad (2.12)$$

Časově harmonická reprezentace elektromagnetického pole je dostatečně přesná aproximace pro modelování většiny aplikací indukčního ohřevu. 3D modely jsou velmi náročné na výpočetní výkon počítače a to je také jeden z důvodů, proč se často využívá pouze 2D model.

2.2 Teplotního pole

U Indukčního ohřevu je hlavní způsob šíření tepla ve vsázce pomocí kondukce neboli vedením. Lze ho popsat pomocí Fourierovy rovnice

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = Q_T \quad (2.13)$$

kde T je termodynamická teplota, γ je měrná hustota kovu, c je měrná tepelná kapacita, λ je tepelná vodivost a Q je hustota tepelného zdroje spojená s indukovanými vířivými proudy (tzv. generování tepla). Tato hustota tepelného zdroje se získá jako výsledek řešení elektromagnetického problému. Veličiny λ a c jsou nelineární funkce teploty. Rovnice (2.13) s vhodnými hraničními podmínkami a počáteční podmínkou představuje 3D rozložení teploty kdykoliv a v jakémkoli místě vsázky. Počáteční teplotní podmínky se týkají teplotního profilu vsázky v čase $t = 0$. Počáteční rozložení teploty je většinou rovnoměrné, pokud tedy nedocházelo k přehřívání apod.

Pro většinu aplikací indukčního ohřevu, kde z pravidla dochází k ohřevu z nízké na vysokou teplotu, se kombinují okrajové podmínky: povrchové tepelné ztráty konvekcí (neboli tepelné ztráty prouděním) a tepelnou radiací (neboli tepelné záření). V tomto případě může být okrajová podmínka vyjádřena jako

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \alpha(T_s - T_a) + C_S(T_s^4 - T_a^4) + Q_S, \quad (2.14)$$

kde $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}$ je teplotní gradient ve směru normály k povrchu v uvažovaném bodě, α je konvekční součinitel sdílení tepla, C_S je koeficient tepelné ztráty zářením, Q_S je povrchová ztráta např. během kalení nebo v důsledku kontaktu vsázky s vnějším studeným povrchem.

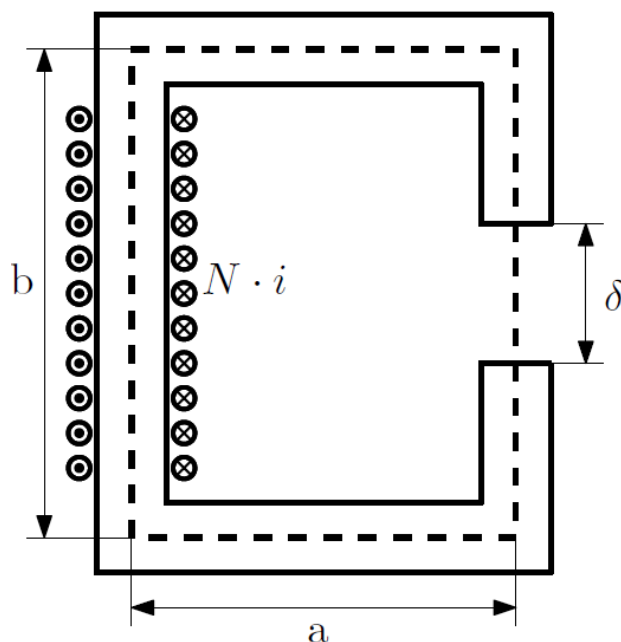
Tepelné ztráty na povrchu vsázky jsou nelineární, pokud je tedy vsázka geometricky symetrická, lze říci, že $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0$.

Rovnici (2.13) i s okrajovými podmínkami lze zobrazit v kartézských souřadnicích a pro ohřev desek či pásů bude ve tvaru

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q \quad (2.15)$$

3 Popis fyzického modelu

Přípravek (indukční ohřivač), na kterém bude provádět experimentální měření, jsem převzal od svého konzultanta, který na něm měřil ve své diplomové práci. Indukční ohřivač má jádro tvaru C s rozměry $a = 155$ mm, $b = 205$ mm, $\delta = 7$ mm a $S = 30 \times 30$ mm² viz Obr. 3.1.

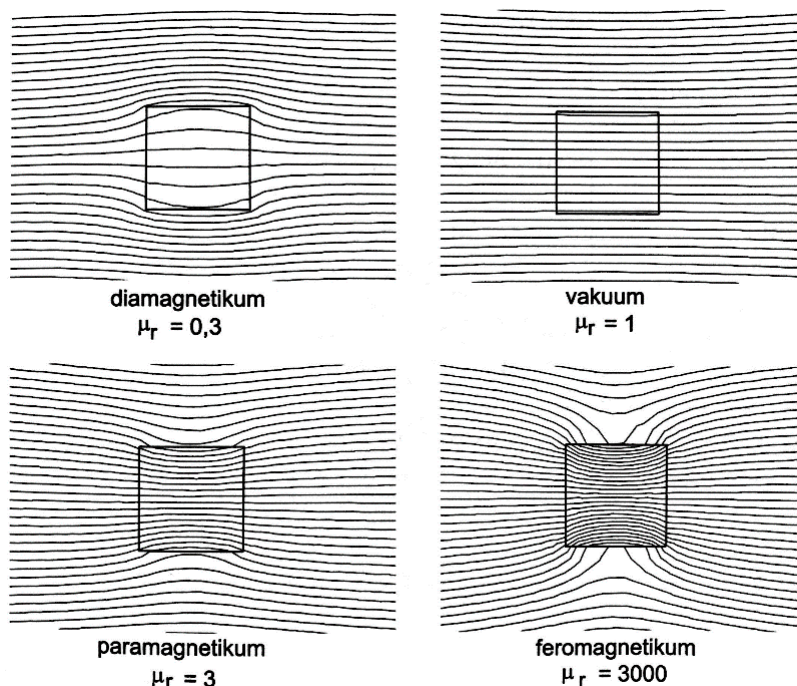


Obr. 3.1: Geometrie měřeného ohřivače [18]

Můj konzultant měřil na zařízení s proudem o velikosti 5 A a frekvencí 4166 Hz. Jak jsem již v dřívějších kapitolách popisoval, příčné pole má mnohem větší účinnost ohřevu nežli podélné pole zejména při použití nižších frekvencí a z ekonomického hlediska zejména, když se použije zdroj s 50 Hz, kde nemusí docházet k navýšení frekvence nákladným frekvenčním měničem. Samozřejmě s touto frekvencí nelze ohřát vše, ale v této práci se snažím o ohřev 3 různých tenkých vsázek s tloušťkou max 1 mm.

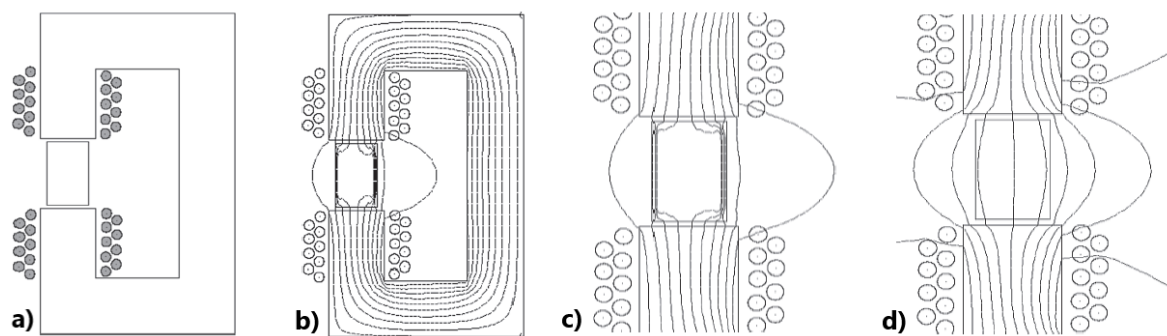
Induktor je složen ze 110 závitů ve 2 řadách, které jsou navinuty na kostru, a vodičem je lakovaná měď o průměru 2 mm. Jádro je složeno z transformátorových plechů, které jsou vhodnější než plné jádro z důvodu skin efektu neboli, aby proud netekl pouze po okrajích jádra, ale byl rovnoměrně v jádře rozprostřen. Ve vzduchové mezeře jádra je vložena vsázka, na které se bude provádět experimentální měření. Ohřivaná vsázka se tímto stává součástí magnetického obvodu, kde se magnetický tok, který prochází jádrem, uzavírá přes vzduchovou mezeru a vsázku. Jak bude magnetický tok procházet vsázkou, záleží na jejich

magnetických vlastnostech. Nejlepší je, pokud je vsázka z feromagnetického materiálu ($\mu_r \gg 1$), vířivé proudy jí v důsledku Joulova efektu a ztrát hystereze zahřívají poměrně účinně, jelikož do sebe vtahuje i blízké magnetické pole. Pokud jsou ale materiály paramagnetické ($\mu_r > 1$), magnetický tok je tímto typem vsázky mírně zesílen a u diamagnetických ($\mu_r < 1$) je magnetický tok zeslaben viz Obr. 3.2.



Obr. 3.2: Vliv permeability na pole [4]

Feromagnetický materiál obsahuje elementární dipóly, které jsou uspořádány do tzv. domén a domény svým uspořádáním tvoří vlastní magnetické pole látky. Pokud je tedy vsázka ohřívána až na Curieovu teplotu, například u železa je Curieova teplota 767 °C, dojde k narušení uspořádání těchto domén a tím i ke ztrátě magnetických vlastností ($\mu_r = 1$). Změní se tím tedy i reakce magnetického toku na vsázku viz Obr. 3.3. Na obrázku jsou sice 2 cívky, ale princip ohřevu se tím nezmění.



Obr. 3.3: Změna reakce magnetického toku na materiál při dosažení Curierovy teploty:
a) tvar induktoru; b) před dosažením Curierovy teploty; c) přiblížení obrázku b);
d) překonání Curierovy teploty [1]

Pro magnetický tok je mnohem snazší projít přes magnetický materiál než přes vzduch, kde dochází k rozptylu, jelikož prochází většina toku materiálem a tím jakoby jádro tvaru C přechází do tvaru O. Většina magnetického toku prochází materiálem, tím bude docházet k ohřevu s mnohem větší účinností, než když bude materiál více méně nemagnetický a bude docházet k rozptylu viz *Obr. 3.3-d.* [1, 4, 18]

4 Experimentální měření

Indukční ohřev byl prováděn na 3 materiálech hliník, měď a mosaz. Měření teploty se provedlo pomocí termokamery, která pracuje na principu bezdotykového měření teploty. Každý materiál, jehož teplota je větší než absolutní nula ($-273,15\text{ °C} = 0\text{ Kelvin}$), což jsou všechny materiály, s kterými se můžeme setkat, vyzařují elektromagnetické záření. Toto záření se nazývá tepelné záření a jeho zdrojem je termický pohyb částic v materiálu. Povrchovou teplotu materiálu můžeme zjistit z intenzity elektromagnetického záření, které materiál vyzařuje. Tento princip popisuje Stefan-Boltzmannův zákon a ten říká, že pokud známe emisivitu materiálu, který tepelné záření vyzařuje, a známe i jeho teplotu, tak lze zjistit vyzářený výkon. [15, 16]

4.1 Měření emisivity

Abychom mohli určit, na jakou teplotu je vsázka ohřívána, musíme tedy zjistit nejprve emisivitu materiálu. Emisivitu můžeme chápat jako efektivitu vyzařování. Maximální emisivitu $\varepsilon = 1$ má tzv. černé těleso, které dokáže absorbovat všechno na něho dopadající záření (žádné záření se neodráží ani jím neprochází) a zároveň je také ideální zářič. Z toho plyne, že každý materiál se stejnou povrchovou teplotou jako má toto černé těleso, má emisivitu menší než 1, tudíž vyzáří méně tepelného záření. Emisivita materiálu souvisí s vyzařováním, její velikost je tedy závislá na vlnové délce záření a směru vyzařování. Emisivita je vlastnost povrchu materiálu, závisí tudíž na jeho typu (kov, dielektrikum, polovodič, plast atd.), chemickém složení, struktuře a typu povrchu (drsnot, oxidace, zašpinění atd).

Měření emisivity materiálu probíhalo pomocí odporového ohříváče, který zahříval vsázku na maximální teplotu ohříváče. Teplota vsázky byla měřena přenosným pyrometrem s infračerveným zaměřovačem a termočláňkovou sondou k němu připojenou (typ modelu: Optris LS, viz *Obr. 4.1*). Pyrometr obsahuje 4 laserové diody, kterými na vsázce vytvoří optický kříž, čímž určí přesné místo, kde dochází k měření teploty. Z tohoto důvodu byl pyrometr připevněn na stojan, aby se provádělo stálé měření teploty ve stejném bodě infračerveným zaměřovačem. Sonda pyrometru se dotýkala měřené vsázky v přibližně stejném bodě.



Obr. 4.1: Pyrometr Optris LS [17]

Výhody bezkontaktního měření teploty jsou:

- měření pohybujících se objektů
- měření přehřátých objektů v nebezpečném prostředí
- rychlá odezva
- měření bez vzájemných reakcí - není ovlivňován ohříváný objekt
- možnost dlouhodobého měření
- žádné mechanické opotřebení

Parametry pyrometru Optris:

- odezva měření 150 ms
- rozsah měřených teplot -30 °C až 900 °C
- měření s přesností $\pm 1 \%$ a $\pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$
- lze měřit s přesností na 1 desetinné místo
- maximální poměr, s kterým pyrometr měří je 20:1 (vzdálenost optiky pyrometru od měřeného materiálu ku průměru měřeného bodu)

Teplotu vsázky jsem tedy měřil 2 způsoby. Pyrometrem s infračerveným zaměřovačem jsem měřil radiaci a termočláňkovou sondou připojenou k pyrometru konvekci. Display pyrometru mi tedy ukazoval jak reálnou teplotu změřenou sondou, tak i teplotu změřenou infračerveným zaměřovačem, tato teplota byla změřena při emisivitě rovné 1 (jakoby černého tělesa). Pomocí těchto dvou rozdílných teplot jsem určil emisivitu měřené vsázky. Nejprve jsem si vypočetl intenzitu záření při emisivitě rovné 1 a teplotě z pyrometru změřenou zaměřovačem, podle vztahu

Pro vsázku = hliník

$$I_z = \varepsilon_m \sigma T^4 = 1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (273,15 + 51,1)^4 = 626,763 \text{ W/m}^2, \quad (4.1)$$

kde I_z je intenzita záření [W/m^2], ε_m je emisivita [-], σ je Stefan-Boltzmannova konstanta [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$] a T je termodynamická teplota [K]. Poté jsem z tohoto vztahu určil velikost emisivity při teplotě ze sondy

$$\varepsilon_m = \frac{I_z}{\sigma T^4} = \frac{626,763}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (273,15 + 193)^4} = 0,2341 \quad (4.2)$$

Takto jsem změřil i ostatní vsázky (měď a mosaz) a určil z naměřených teplot jejich emisivitu, viz *Tabulka 2*. [15, 16, 17]

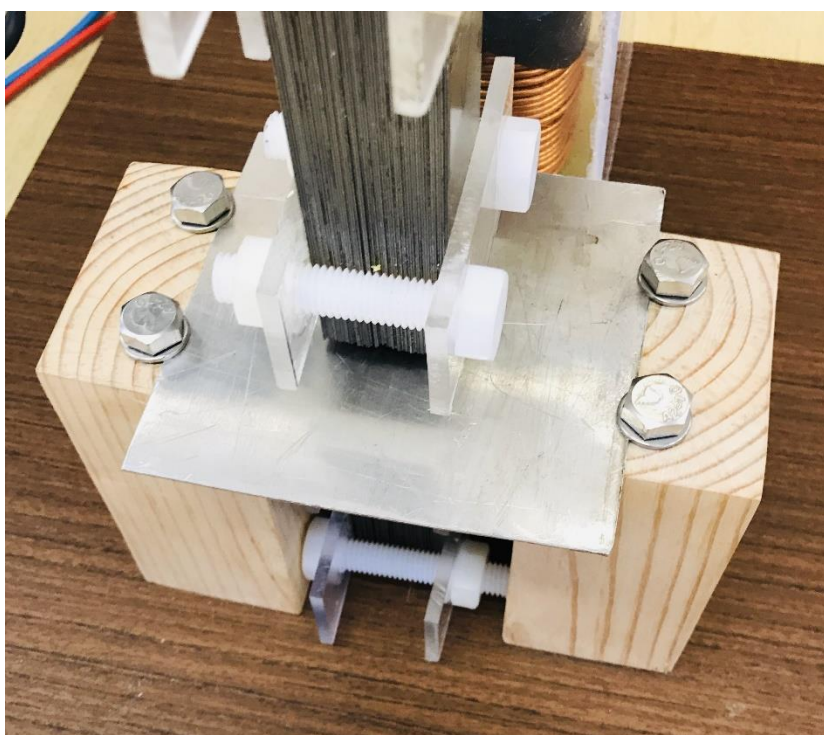
Tabulka 2: Měření emisivity

Materiál	Teplota změřená pyrometrem [°C]	Teplota změřená sondou [°C]	Výsledná emisivita [-]
Hliník	51,1	193	0,2341
Měď	179,4	200,7	0,832
Mosaz	65,1	193	0,2772

4.2 Měření ohřevu na zařízení

Pro měření jsem potřeboval frekvenci 50 Hz, použil jsem proto jako zdroj elektrickou síť, ke které jsem připojil autotransformátor pro regulaci výstupního proudu. K autotransformátoru jsem připojil multimetr, na kterém jsem kontroloval velikost regulovaného výstupního proudu putujícího do induktoru. Pro experiment jsem využil maximální proud, který jsem ze sítě mohl získat, aniž by zapůsobil ochranný jistič. Dostal jsem se na hodnotu až 18 A.

Přípravek, na kterém se měřilo, byl připevněn k dřevěné desce dřevěnými podstavci. Ty jsou k desce přišroubovány nemagnetickými vruty. Pro měření jsem vsázku vždy připevnil pomocí nemagnetických šroubů k dřevěným podstavcům, aby nedošlo vlivem elektrodynamických sil k „vylétnutí“ vsázky mimo induktor, viz *Obr. 4.2*. Šrouby a vruty byly nemagnetické proto, aby neovlivňovaly magnetické pole. Magnetické pole sice neovlivňovaly, ale i tak se projevíly při ohřevu.



Obr. 4.2: Ohřev vsázky v příčném poli

Jak jsem již říkal, měření ohřevu na přípravku proběhlo pomocí termokamery. Na kameře byla sice možnost nastavit emisivitu podle materiálu vsázky viz *Tabulka 2*, tuto možnost jsem ale nevyužil a výsledky jsem přepočítal až po skončení měření, tudíž jsem měřil s emisivitou rovnou 1. Kameru jsem připevnil na stojan a namířil na ohřívanou vsázku.

Měření probíhalo tak, že nejprve hliníková vsázka byla připevněna šrouby do mezery jádra. Pomocí autotransformátoru jsem zvyšoval proud a jeho velikost jsem kontroloval na multimetru až na hodnotu 18 A. Ohřívaná vsázka vlivem kondukce předávala teplo i šroubům, které jí drží připevněnou, tudíž tímto došlo k určitým ztrátám. Vsázku jsem ohříval přibližně 330 s.

Po uplynutí této doby jsem vyndal vsázku a snažil se zchladit přípravek včetně šroubů pomocí ventilátoru. Po určité době jsem vložil další vsázku a měření pro tuto vsázku opakoval. Bohužel jsem si ale nevšiml, že nedošlo k úplnému zchlazení šroubů, a tak došlo k mírnému ohřátí vsázky vlivem kondukce tepla ze šroubů. Takto probíhala všechna měření na materiálech – hliník, měď a mosaz. Všechny tyto materiály jsou čtvercového tvaru, výjimku tvoří hliník, který pro zjištění způsobu šíření tepla vsázkou byl ohříván i ve tvaru kruhovém.

5 Numerické metody

Analytické metody, které se používaly v 60. a 70. letech, už nejsou uspokojující vzhledem k přirozeným omezením. Při použití těchto analytických metod si musí být návrhář vědom, že pro mnoho aplikací budou výsledky chybné nebo nedostatečné. Vlivem rychlého vývoje výpočetní techniky a rostoucí složitosti aplikací indukčního ohřevu už nelze používat jednoduché vzorce a analytické modelovací metody pro přesné výsledky, lze je však použít pro získání přibližných výsledků v jednoduchých případech.

Místo těchto zjednodušených výpočetních technik s mnoha omezeními se v dnešní době pro indukční ohřev využívají numerické metody např: konečných diferencí, konečných objemů, konečných prvků, okrajových prvků, vzájemných impedancí, hraničních prvků atd. Tyto metody se úspěšně využívají při počítání elektromagnetických a tepelných procesů. Každá metoda má samozřejmě určité výhody a nevýhody, lze je také mezi sebou kombinovat.

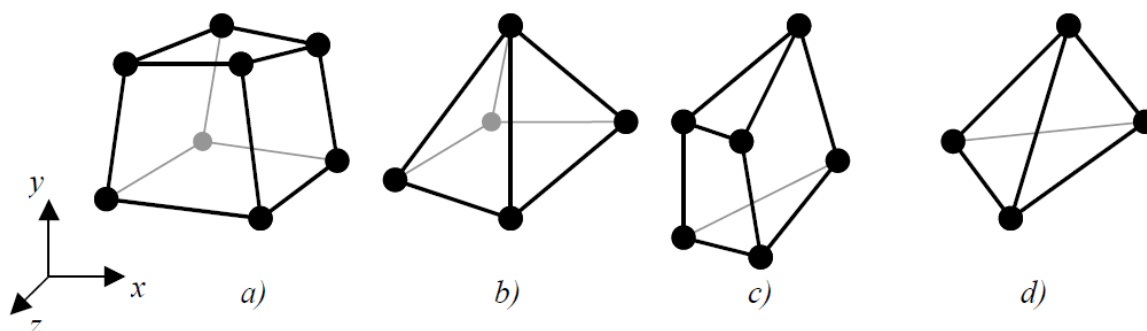
Pro každý problém nebo skupiny podobných problémů jsou preferovány určité numerické metody. Není totiž možné, aby jedna metoda vyhovovala pro všechny možné problémy indukčního ohřevu v praxi. Jaká výpočetní metoda a software se použije, závisí čistě jen na vlastnostech a parametrech konkrétního problému.

Vybral jsem si pro své modelování program Ansys, který využívá numerickou metodu konečných prvků MKP (Finite element method = FEM).

5.1 Metoda konečných prvků

Metoda MKP má mezi numerickými metodami dominantní postavení. Princip této metody byl popsán v roce 1943 matematikem R. Courantem a poprvé byla tato metoda použita až koncem 50. let v kosmickém (Apollo), následně leteckém (Boeing), jaderném a vojenském průmyslu, až poté se dostala do civilního prostředí. Velké uplatnění má zejména při řešení tzv. sdružených problémů, tj. při analýze různých technických systémů, kde se současně uplatňují různá fyzikální pole jako např. elektromagnetické a teplotní pole.

Jak už z názvu vyplývá, základem metody je prvek konečných rozměrů. MKP vyžaduje rozdělení celé oblasti, kterou chceme řešit, na konečný počet podoblastí neboli prvků. Tudiž na modelu tělesa, který jsme vymodelovali, vytvoříme síť konečných prvků. Každý prvek je charakteristický svým tvarem, polohou uzlů a dimenzí.



Obr. 5.1: Tvary prvků [12]

Hustota a topologie prvků sítě určují, jakých výsledků se dosáhne. Nevýhodou oproti analytickým metodám je, že při jakékoliv změně vstupních parametrů, musí dojít k vyřešení úlohy znovu. Výhodou ale je, že lze řešit mnohem komplikovanější procesy. Vše je ale omezeno časovou náročností a výkonem počítače, na kterém úlohy zpracováváme.

Podstatu metody lze popsat takto. Uvažujme nějaký elektrostatický systém, jehož elektrostatické pole je popsáno potenciálem $\varphi(x,y)$. Potenciál je řešením okrajové úlohy pro Poissonovu rovnici na definiční oblasti Ω a ten můžeme určit tak, že provedeme tzv. variační princip. Ten říká, že ze všech funkcí $\varphi(x,y)$, splňující okrajové podmínky na hranici v oblasti Ω , existuje pouze jediná funkce φ , pro kterou platí, že veličina

$$F\{\varphi(x,y)\} = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (5.1)$$

nabývá svého minima. Funkce $\varphi(x,y)$ je pro uvažovanou okrajovou úlohu hledané řešení. Rovnice (5.1) nám říká, jakou energii bude mít elektrostatické pole uvažovaného elektrostatického systému. Jedná se o prostorovou oblast tvaru válce s podstavou tvaru definiční oblasti Ω (tuto oblast lze aproximovat pomocí soustavy trojúhelníků čtyřúhelníků, nebo jinými tvary), která leží v rovině (x,y) a ve směru osy z je výška jednotková. F nám značí energetický funkcionál. Funkcionál je zobecněním pojmu funkce, je to tzv. funkce funkcí. Obecná funkce přiřazuje každému reálnému číslu (z daného definičního oboru) právě jedno reálné číslo, zatímco funkcionál ten přiřazuje každé funkci (z daného definičního

oboru) právě jedno reálné číslo. Neboli z určitého integrálu, který obsahuje funkce $\varphi_1(x,y)$ a $\varphi_2(x,y)$, získáme hodnoty F_1 a F_2 . [1, 12, 13, 14]

5.2 Model v programu Ansys – Maxwell

Jak jsem již dříve uvedl, pro modelování jsem vybral program Ansys. V podsystému Maxwell jsem vytvořil zjednodušenou geometrii zařízení, na které byly podle parametrů a vlastností vypočteny elektromagnetické vlastnosti pro zařízení.

Geometrii jsem zjednodušil například tím, že cívka nemá tvar spirály, ale pouze válce, kde jeho průřez stěnou je roven součtu průřezů všech závitů.

$$S = \pi \cdot r^2 \cdot N = \pi \cdot 1^2 \cdot 110 = 345,58 \text{ mm}^2 \quad (5.2)$$

Dále jádro není tvořeno z transformátorových plechů, ale i tak není proud v jádře ovlivněn vířivými proudy.

V Maxwellu bylo potřeba nastavit tyto parametry:

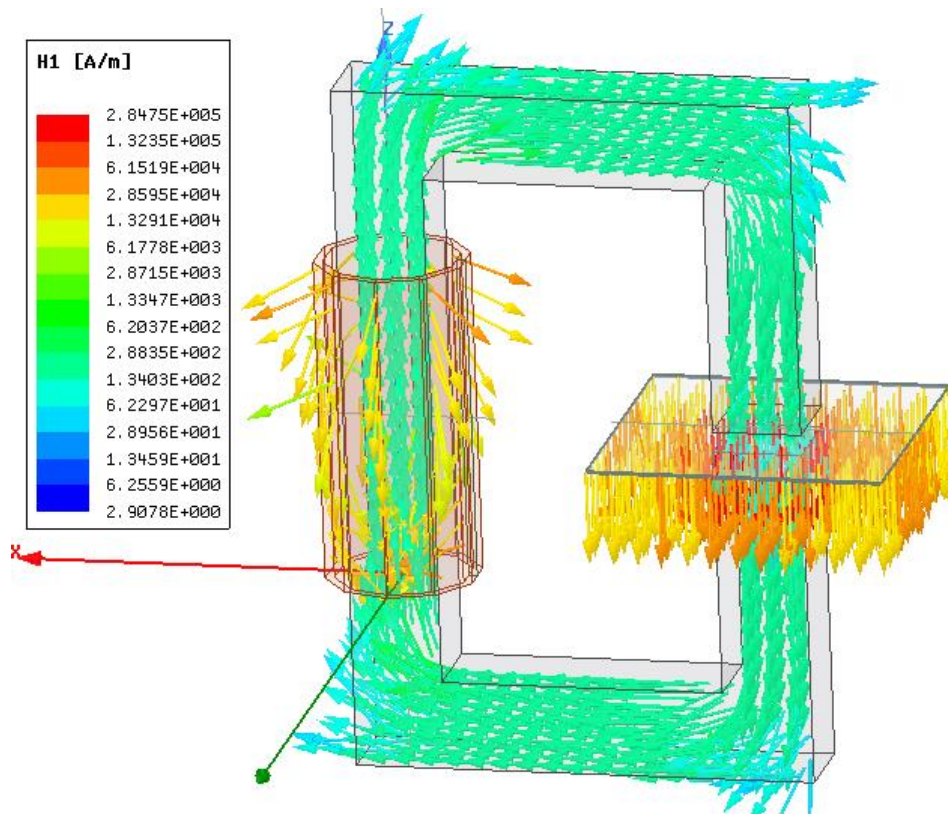
- Velikost proudu do induktoru – tato hodnota musela být zadávána v amplitudě

$$I_m = I_{ef} \cdot \sqrt{2} \cdot N = 18 \cdot \sqrt{2} \cdot 110 = 2800,14 \text{ A} \quad (5.3)$$

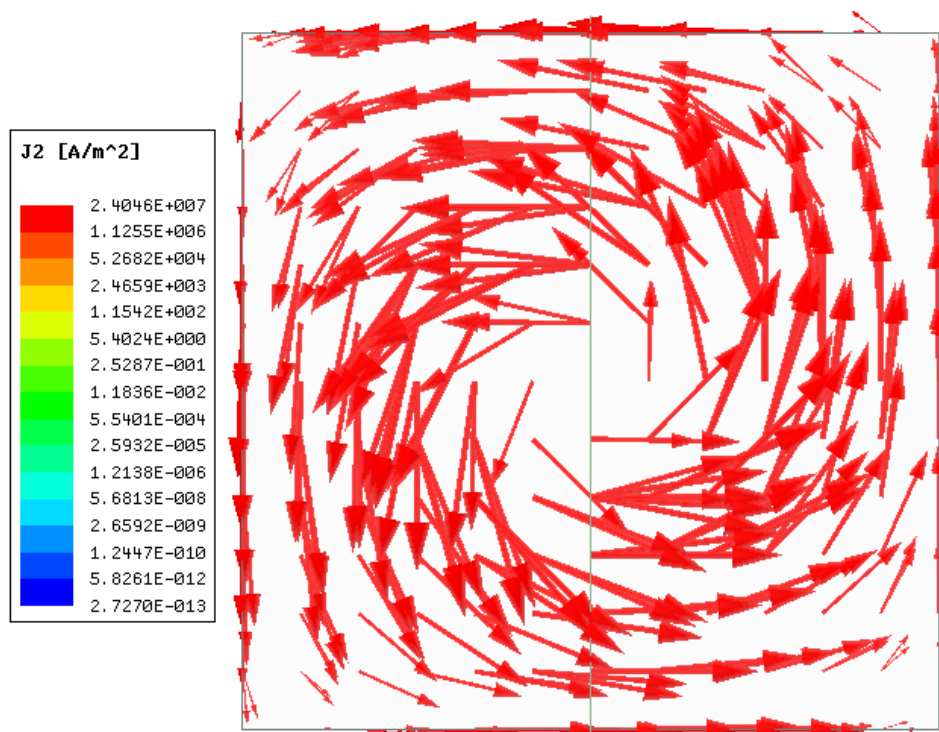
kde I_m je velikost proudu v amplitudě, I_{ef} je velikost efektivního proudu získaného ze sítě a N je počet závitů cívky.

- Hustota sítě pro všechny prvky – hustota sítě určuje, jak detailně bude těleso počítáno.
- V jakém prvku chci znát vliv vířivých prvků – zde nás zajímá zejména vsázka.
- Nastavení analýzy – frekvence proudu, procentní chybovost atd.

Na Obr. 5.2 můžeme vidět jaká je intenzita magnetického pole na zařízení a na Obr. 5.3 je vykreslená proudová hustota ve vsázce.



Obr. 5.2: Intenzita magnetického pole v zařízení



Obr. 5.3: Proudová hustota ve vsázce

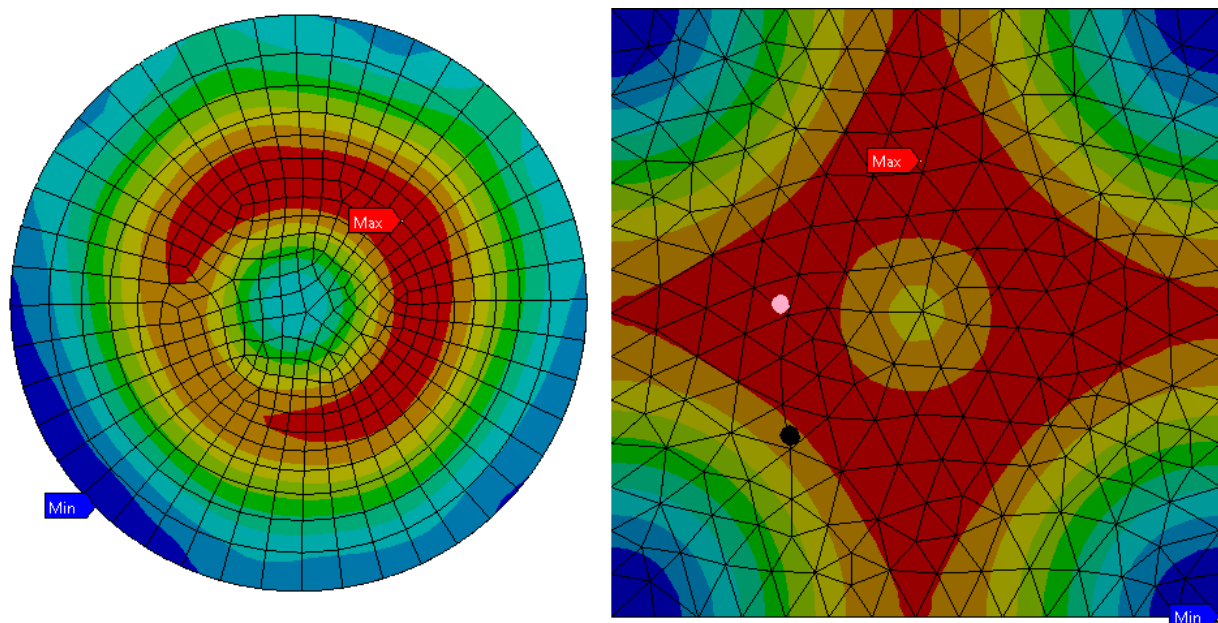
Když byly vypočteny elektromagnetické vlastnosti, mohl jsem přejít na tepelné vlastnosti. V Ansysu jsem k Maxwellu připojil systém, který řeší přechodné teplotní pole. Do tohoto systému jsem z Maxwellu připojil jak vytvořenou geometrii zařízení, tak i vyřešené elektromagnetické vlastnosti.

V teplotním systému je zapotřebí nastavit:

- Hodnotu konvekce tepla – pro konvekci jsem zvolil hodnotu součinitele konvekce tepla $20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ z rozsahu 5-25 pro vzduch při přirozené konvekci.
- Hodnotu radiace neboli emisivitu – tuto hodnotu jsem zjistil z experimentálního měření pomocí rovnice (4.2). Pro hliník je $\epsilon_m = 0,2341$, pro měď je $\epsilon_m = 0,832$ a pro mosaz je $\epsilon_m = 0,2772$
- Počáteční teplotu – teplota okolí byla $22 \text{ }^\circ\text{C}$ (dále zjistíme, že tato hodnota byla změněna).
- Doba ohřevu – ta byla u každé vsázky jiná, jelikož jsem vždy čekal, dokud se teplota neustálí.
- Vliv vířivých proudů do vsázky. [19]

To, jak se bude vsázka ohřívat, samozřejmě záleží na druhu materiálu, ale také na tvaru vsázky. Na *Obr. 5.4* lze vyzorovat, jak probíhá ohřev vsázky kruhového a čtvercového tvaru. Kruhová vsázka má střed chladnější, to je dáno použitou nízkou frekvencí a vířivými proudy, které jsou vytlačovány ze středu, tudíž střed není ohříván tak, jako jeho blízké okolí. Vlivem rozptylu pole a zároveň i kondukcí tepla dochází k ohřívání zbylé plochy vsázky směrem k okraji, kde je teplota nejnižší.

U čtvercového tvaru je to s ohřevem středu stejné, ale poté dochází vlivem kondukce k rozšíření tepla vsázkou. Teplo se šíří směrem k nejbližší hraně, pokud má tedy pouze jednu blízkou hranu viz *ružový bod*, šíří se pouze tímto směrem. Pokud má ale kolem sebe dvě blízké hrany jako je tomu v místě *černého bodu*, musí se teplo rozdělit. Jelikož je roh nejdále, zůstane proto nejchladnější.

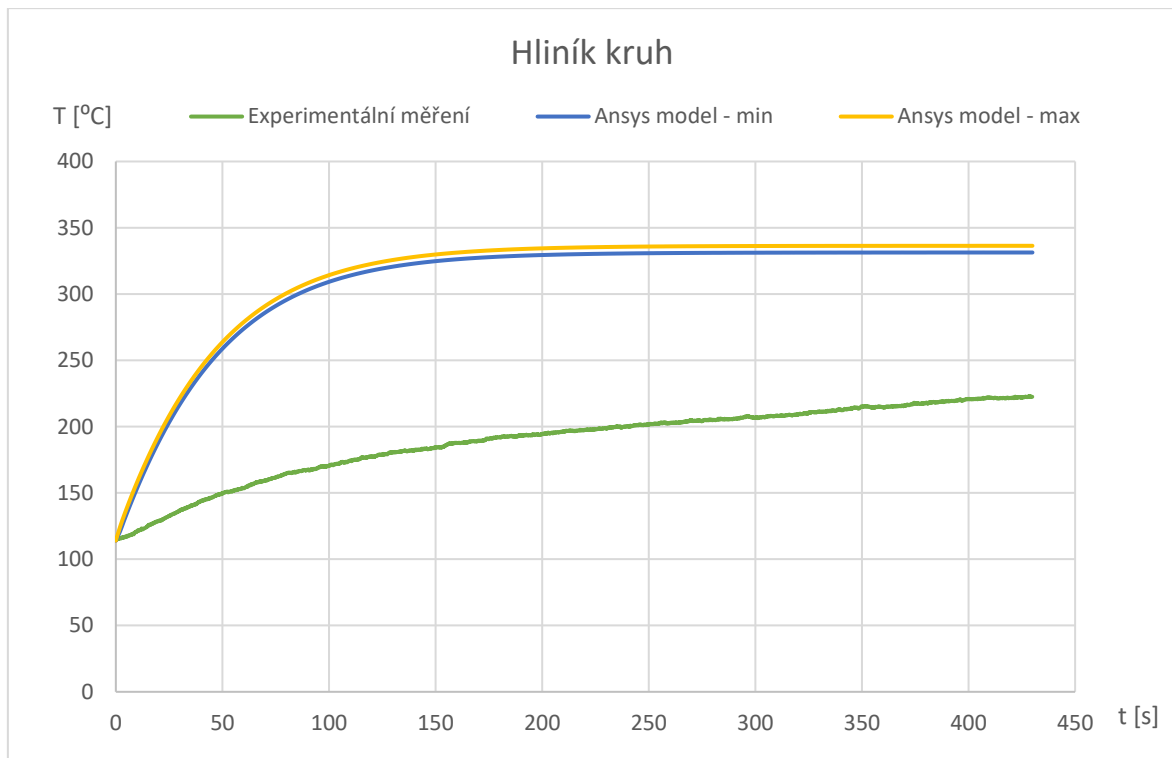


Obr. 5.4: Rozložení tepla podle tvaru vsázky

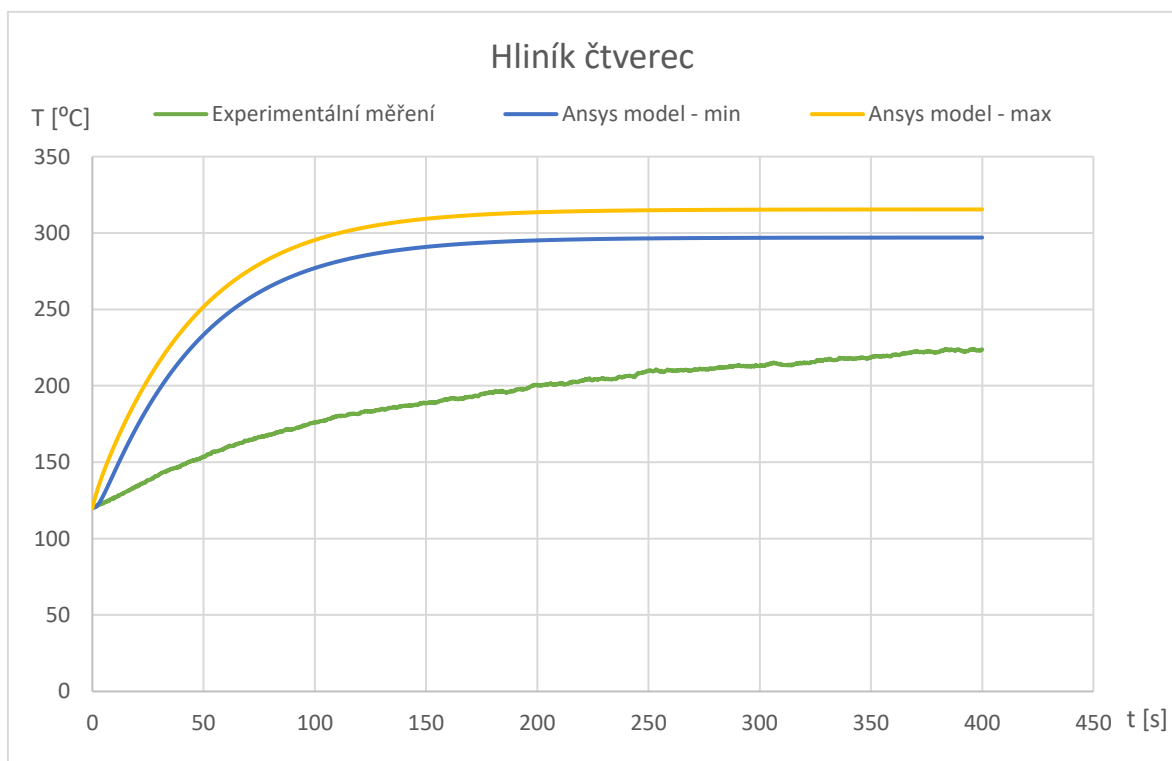
6 Zhodnocení a porovnání výsledků

V této kapitole porovnám výsledky z experimentálního měření a numerického modelu. Při zjišťování emisivity během experimentálního měření pomocí pyrometru a k němu připojené sondy došlo k chybě. Měření probíhalo při okolní teplotě přibližně 22 °C. Když jsem ale přepočtl výsledné teploty z termokamery, která měřila při emisivitě $\varepsilon = 1$, podle emisivity vsázky pro hliník $\varepsilon_m = 0,2341$, měď $\varepsilon_m = 0,832$ a mosaz $\varepsilon_m = 0,2772$, tak mi vyšly počáteční teploty měření vysoko nad 22 °C. U mědi byla počáteční teplota nejnižší 37 °C, u hliníku tvaru kruhu 114 °C a u hliníku tvaru čtverce a mosazi byla shodně 120 °C viz *Obr. 6.1 až 6.4*. Tyto odlišné počáteční teploty od teploty okolní jsou dány špatně provedeným měřením, kde se měřilo termočláňkovou sondou, která měří kontaktně a pyrometr s infračerveným zaměřovačem opticky. Každý měří jiným principem, pyrometr měří radiaci, sonda konvekci a hlavně oba měří s jinou přesností. Zároveň mohlo mít i částečný vliv umělé osvětlení v místnosti, které osvětlovalo vsázku a mohlo narušit měření záření. Dalším vlivem mohl být úhel, pod kterým termokamera snímala, jelikož úhel, pod kterým snímal pyrometr, byl odlišný.

Časy ohřevů jsou různě dlouhé, vždy se čekalo na ustálení teploty vsázky během experimentálního měření.



Obr. 6.1: Ohřev hliníku tvaru kruhu – 1 mm

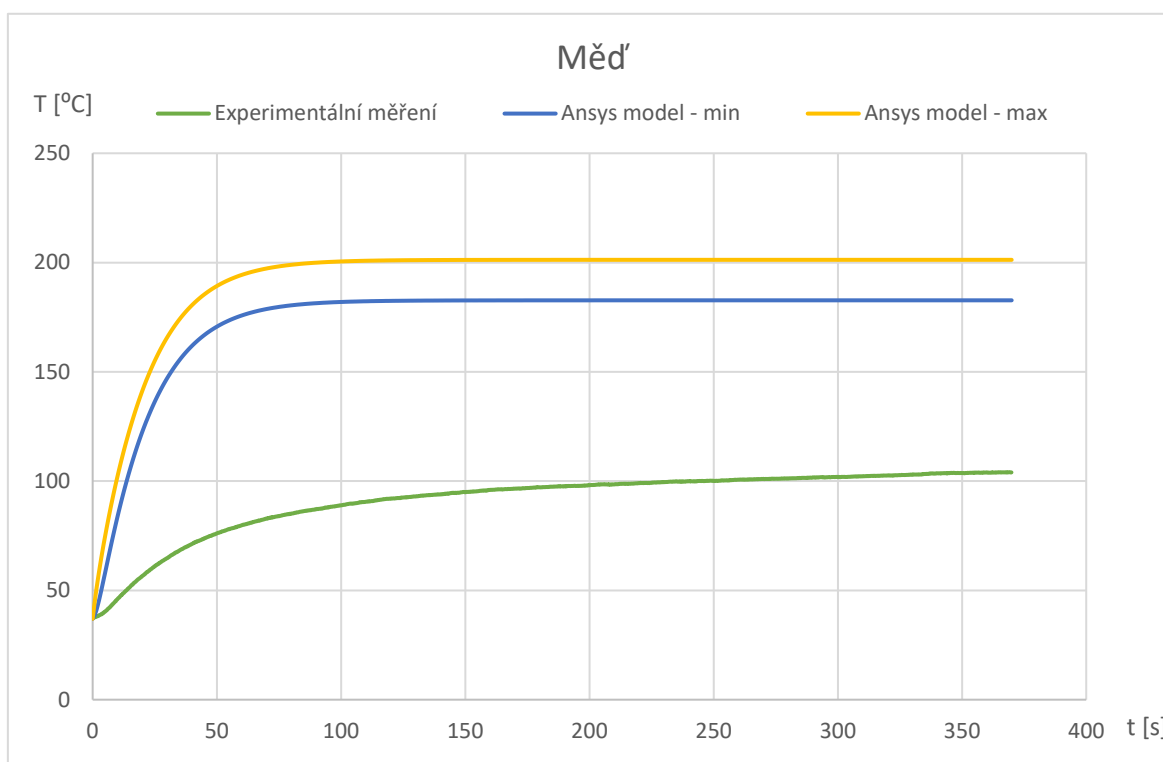


Obr. 6.2: Ohřev hliníku tvaru čtverce – 1 mm

Vsázky tvaru kruhu a čtverce (mají tloušťku 1 mm) byly experimentálně ohřáty na přibližně stejnou teplotu 223 °C. Kruh jsem nechal ohřívat delší čas než čtverec, aby se teplota ustálila, ale už při 400 s byla teplota na 221 °C. U ohřevu modelu v programu Ansys

máme 2 místa ohřevu, jedno je s maximální teplotou viz *Obr. 5.4* - bod *max* a druhý je s minimální teplotou tedy bod *min*, opět lze vidět na *Obr. 5.4*. Ve vsázce tvaru kruhu vlivem lepší kondukce se teploty těchto 2 bodů liší o nepatrných 5 °C, zato u vsázky tvaru čtverce je nejchladnější bod (roh vsázky) o 18,4 °C chladnější než nejteplejší bod. Teplota se při experimentu ustálila až po cca 400 s, u modelu již po 200 s.

Vsázka z mědi a mosazi má menší tloušťku 0,4 mm. Měď byla experimentálně ohřátá na 104 °C za 370 s. V modelu byla teplota nejteplejšího bodu ustálena na 201 °C a nejchladnějšího na 183 °C, obojí už cca po 100 s. Rozdíl mezi maximální a minimální teplotou u mědi je podobný jako u hliníku stejného tvaru viz *Obr. 6.3*.

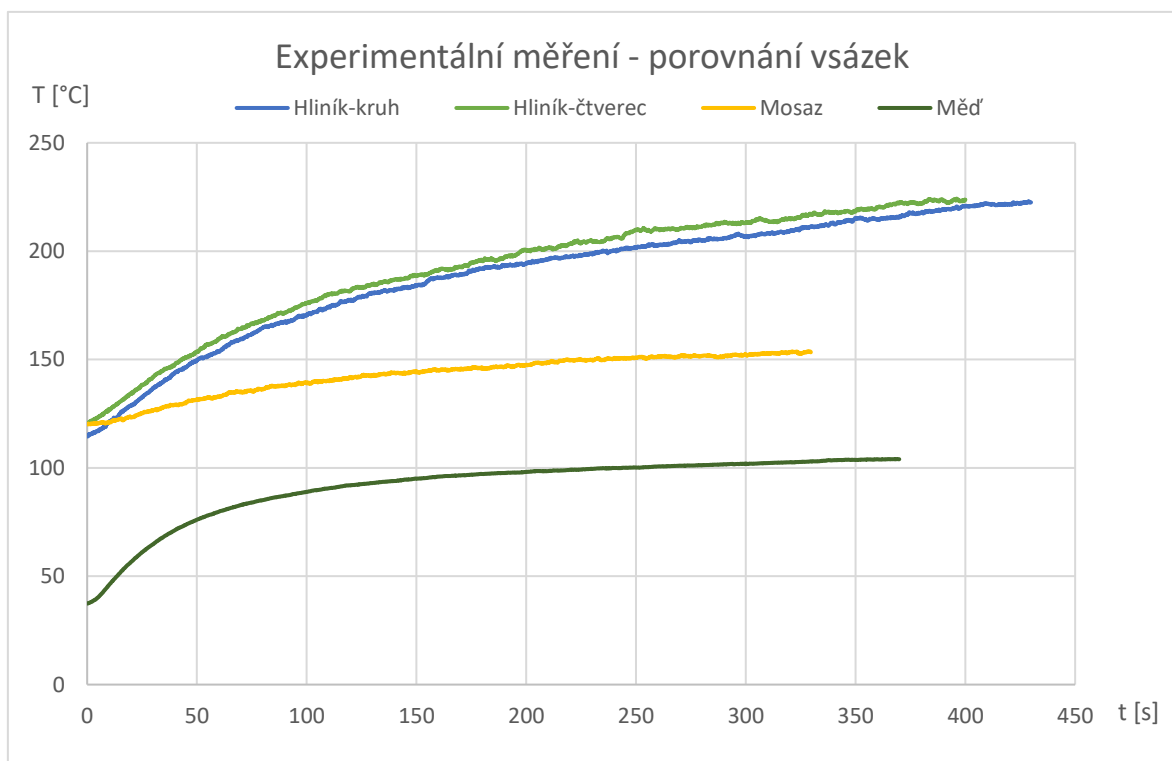


Obr. 6.3: Ohřev mědi - 0,4 mm

Vsázka z mosazi se experimentálně ohřála na 153 °C, ohřev nebyl příliš intenzivní, jelikož se teplota zvýšila z počáteční pouze o 33 °C. U modelu nedošlo k žádnému ohřátí, pouze ke snížení teploty z počátečních 120 °C vlivem ztrát radiací a konvekce na hodnotu přibližně 80 °C v nejchladnějším bodě a na 97 °C v nejteplejším bodě. Tuto hodnotu už indukční zařízení po zbytek času udržovalo.



Obr. 6.4: Ohřev mosazi - 0,4 mm



Obr. 6.5: Porovnání ohřevu vsázek z experimentálního měření

Z Obr. 6.5 lze vypočítat, že k nejvyšší teplotě ohřevu došlo u vsázky z hliníku tvaru kruhu, kde se teplota zvýšila o 108 °C. Tudiž kdyby se provedl ohřev ze správné teploty, což byla teplota místnosti 22 °C, vsázka by se ohřála na teplotu 130 °C.

Hodnota teploty, při které došlo k ustálení, byla dána vlastnostmi materiálu (elektrická vodivost, měrná hustota a tepelná vodivost) a energií dodanou induktorem do vsázky, proto u mosazi důsledkem její špatné elektrické vodivosti v porovnání s vodivostí mědi a hliníku nedošlo k ohřevu vyššímu než na 97 °C viz *Obr. 6.4*.

Rozdíly teplot mezi modelem vytvořeným v Ansysu a reálným zařízením, jsou dány téměř ideálními podmínkami u modelu. Model má ztráty více méně jen radiací a konvekcí, za to u měření na reálném zařízení mají mimo ztráty radiací a konvekcí vliv také nedokonalosti induktoru a jádra, přesnost měření a volba měřicí metody (termokamera, pyrometr, sonda a multimetr) a okolní podmínky.

Závěr

Předkládaná diplomová práce je věnována problematice indukčního ohřevu v příčném magnetickém poli. Cílem bylo ukázat, že lze provádět indukční ohřev při 50 Hz a následně porovnat výsledky, kterých se dosáhlo experimentálním měřením a v závislosti na něm i vytvořeným modelem. Pro tyto výsledky nakonec určit praktické využití.

V této práci je popsán rozdíl mezi podélným a příčným magnetickým polem, který je dán hlavně působením magnetického pole na vsázku. Vlivem rozdílného působení vznikají i rozdílně orientované vířivé proudy, což u příčného pole je důvodem k využívání nižších frekvencí pro ohřev tenkých vsázek.

Aby se mohly zjistit správné hodnoty teplot z experimentálního měření, provedl jsem nejprve zjištění emisivity materiálů pro přepočet výsledků z termokamery, která měřila s emisivitou $\epsilon_m = 1$. Emisivita byla zjištěna ohřevem vsázky odporovým zdrojem a snímáním teplot pyrometrem a termočlávkovou sondou. Zde došlo k chybnému určení emisivity, zřejmě z důvodu rozdílného principu měření teploty pyrometrem a sondou a vlivem vnějších podmínek. Takto určená emisivita změnila počáteční teplotu měření z teploty místnosti 22 °C, což posunulo celý ohřev na vyšší teploty. Experimentální měření indukčního ohřevu proběhlo na 4 tenkých vsázkách 3 různých materiálů – hliník, měď a mosaz. Pro ohřev byla jako zdroj použita elektrická síť s proudem 18 A a frekvencí proudu 50 Hz.

Podle experimentálního měření jsem vytvořil matematický model v programu Ansys a jeho podprogramu Maxwell. V tomto programu byly vytvořeny modely pro vsázky z mědi, mosazi a mimo jiné také pro kruhový a čtvercový tvar vsázky z hliníku, na kterých se prokázal vliv kondukce při ohřevu. Porovnáním výsledků z experimentálního měření a z matematických modelů se ukázalo, že u reálného ohřevu hrají velkou roli vnější podmínky, nedokonalosti částí zařízení (na kterém se měřilo), přesnost měření a volba měřicí metody.

Z dosažených výsledků lze říci, že metoda příčného magnetického pole se ukázala jako správná volba při ohřevu tenkých vsázek. Pro výraznější ohřev je však potřeba vyšší výkon zdroje. Zařízení, na kterém se měřilo, je schopno maximálního ohřevu 108 °C, lze ho tedy využít např. k zrychlení polymerizace lepidla zahřátím kovových částí, které mají být lepeny, nebo k ohřevu kovových částí pro vytvrzení ochranných barev nebo laků.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] RUDNEV, Valery, Don LOVELESS a Raymond L. COOK. *Handbook of Induction Heating: Second Edition*. Taylor & Francis group. 2017. ISBN 13:978-1-1387-4874-3.
- [2] LANGER, Emil. *Teorie indukčního a dielektrického tepla*. Praha: Akademia, 1979.
- [3] JACKSON, W. B. *Transverse Flux Induction Heating of Flat Metal Products*. 1972.
- [4] Aplikovaný elektromagnetismus: Úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry. České Budějovice: Kopp, 2012.
- [5] RADA, Josef a A KOLEKTIV. *Elektrotepelná technika*. Praha: SNTL, 1985.
- [6] RUHNKE, A., A. MÜHLBAUER, A. NIKANOROV a V. DEMIDOVITCH. Wege zur Optimierung von Querfeld-Erwärmungsanlagen. *Fachberichte: Elektrowärme international*. 1997.
- [7] GRÄF, Thomas. Neue Anwendungen der Induktionstechnik bei der Herstellung und Veredelung von Bandstahl. *Fachberichte: Elektrowärme international*. 2003, (4).
- [8] VIBRANS, Tobias, Roland MALEK, Mathias KOTZIAN, Christian VOGT a Markus LANGEJÜRGEN. Entwicklung einer Anlage zur induktiven Erwärmung von Formplatinen. *Fachberichte: Elektrowärme international*. 2016, (1).
- [9] [online]. Dostupné z:
https://en.wikipedia.org/wiki/Eddy_current?oldid=709002620
- [10] DRUMM, Helge a Susanne JAKOB. Der Rektor der Technischen Universität Ilmenau Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Scharff. Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, 2006.
- [11] [online]. Dostupné z:
https://user.unob.cz/Leuchter/5_P%C5%98_BAK_imagnetick%C3%A9%20mat.pdf
- [12] VRBKA, Martin a Michal VEVERKA. [online]. Ústav konstruování. Dostupné z:
http://www.shigley.cz/images/texts/file/prednaska1_mkp.pdf

- [13] ZLOBINA, M., S. GALUNIN, Yu. BLINOV, B. NACKE, A. NIKANOROV a H. SCHULBE. Numerical Modelling of Non-Linear Transverse Flux Heating Systems. *International Scientific Colloquium: Modelling for Electromagnetic Processing*. Hannover, 2003.
- [14] BLINOV, Kirill, Alexander NIKANOROV, Bernard NACKE a Markus KLÖPZIG. *Numerical simulation and investigation of induction through-heaters in dynamic operation mode*. Institute of Electrotechnology, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Germany, and Electromagnetic Components, CT T DE, Siemens AG, Erlangen, Germany, 2018.
- [15] *Optris infrared thermometers: Basic Principles of Non-Contact Temperature Measurement - IR Basics Brochure-E2013-07-A*. Optris.
- [16] [online]. Dostupné z: <http://www.termokamera.cz/princip-a-funkce/chyby-a-omyly-pri-mereni-termokamerou/>
- [17] [online]. Dostupné také z: <https://www.midstateinstruments.com/optris-ls/>
- [18] HRBEK, Jan. *Indukční ohřev tenkých plechů v příčném časově proměnném magnetickém poli*. Plzeň, 2014. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická, Katedra elektroenergetiky a ekologie. Vedoucí práce Prof. Ing. Ivo Doležel, CSc.
- [19] [online]. Dostupné z: http://help.solidworks.com/2011/Czech/SolidWorks/cworks/LegacyHelp/Simulation/AnalysisBackground/ThermalAnalysis/Convection_Topics/Convection_Heat_Coefficient.htm?id=d7696b0639d6431b82198006849bb44c#Pg0

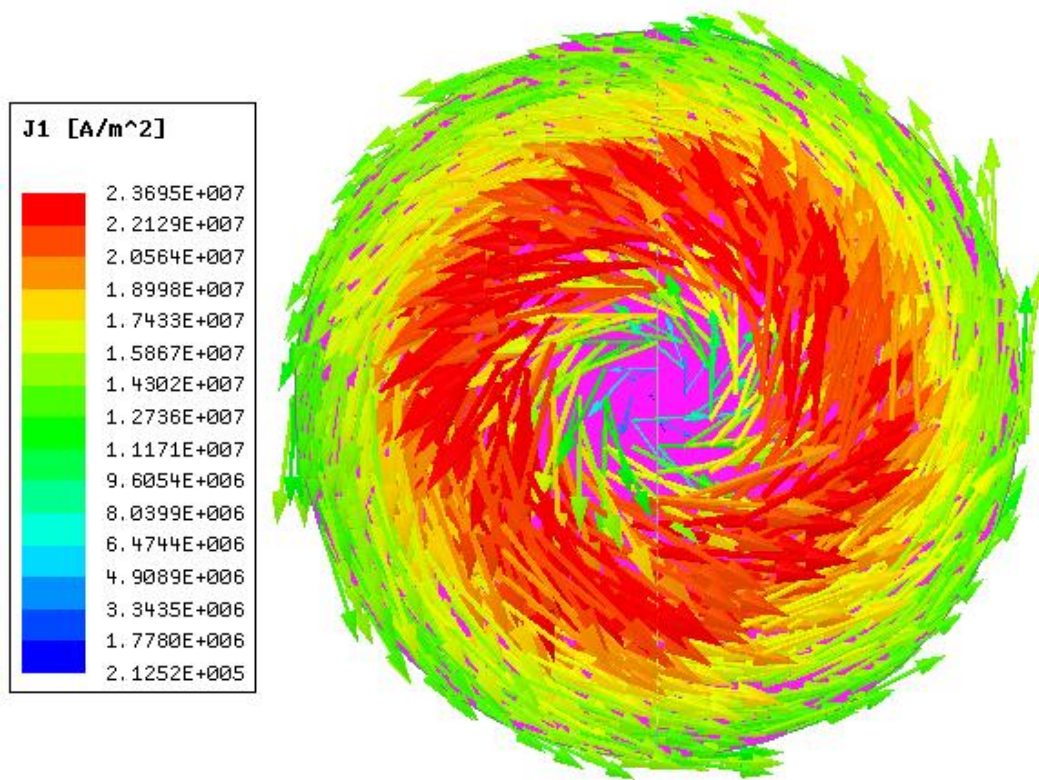
Seznam obrázků

OBR. 1.1: I. MAXWELLOVA ROVNICE [4]	15
OBR. 1.2: II. MAXWELLOVA ROVNICE [4]	16
OBR. 1.3: III. MAXWELLOVA ROVNICE [4]	17
OBR. 1.4: IV. MAXWELLOVA ROVNICE [4]	18
OBR. 1.5: VLIV TEPLoty NA REZISTIVITU MATERIÁLU [1]	25
OBR. 1.6: VLIV MATERIÁLU NA MAGNETICKÉ POLE [4]	26
OBR. 1.7: OHŘEV POMOCÍ PODÉLNÉHO POLE [10]	27
OBR. 1.8: OHŘEV POMOCÍ PODÉLNÉHO POLE DO CURIEROVA BODU [8]	28
OBR. 1.9: OHŘEV POMOCÍ PŘÍČNÉHO POLE NAD CURIERŮV BOD [8]	29
OBR. 1.10: OHŘEV POMOCÍ PŘÍČNÉHO POLE [10]	29
OBR. 1.11: ROZLOŽENÍ TEPLoty VE VSÁZKY PODLE GEOMETRIE INDUKTORU [1]	30
OBR. 3.1: GEOMETRIE MĚŘENÉHO OHŘÍVAČE [18]	37
OBR. 3.2: VLIV PERMEABILITY NA POLE [4]	38
OBR. 3.3: ZMĚNA REAKCE MAGNETICKÉHO TOKU NA MATERIÁL PŘI DOSAŽENÍ COURIEROVY TEPLoty: A) TVAR INDUKTORU; B) PŘED DOSAŽENÍM COURIEROVY TEPLoty; C) PŘIBLÍŽENÍ OBRÁZKU B); D) PŘEKONÁNÍ COURIEROVY TEPLoty [1]	39
OBR. 4.1: PYROMETR OPTRIS LS [17]	41
OBR. 4.2: OHŘEV VSÁZKY V PŘÍČNÉM POLI	43
OBR. 5.1: TVARY PRVKŮ [12]	46
OBR. 5.2: INTENZITA MAGNETICKÉHO POLE V ZAŘÍZENÍ	48
OBR. 5.3: PROUDOVÁ HUSTOTA VE VSÁZCE	48
OBR. 5.4: ROZLOŽENÍ TEPLA PODLE TVARU VSÁZKY	50
OBR. 6.1: OHŘEV HLINÍKU TVARU KRUHU – 1 MM	52
OBR. 6.2: OHŘEV HLINÍKU TVARU ČTVERCE – 1 MM	52
OBR. 6.3: OHŘEV MĚDI - 0,4 MM	53
OBR. 6.4: OHŘEV MOSAZI - 0,4 MM	54
OBR. 6.5: POROVNÁNÍ OHŘEVU VSÁZEK Z EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ	54

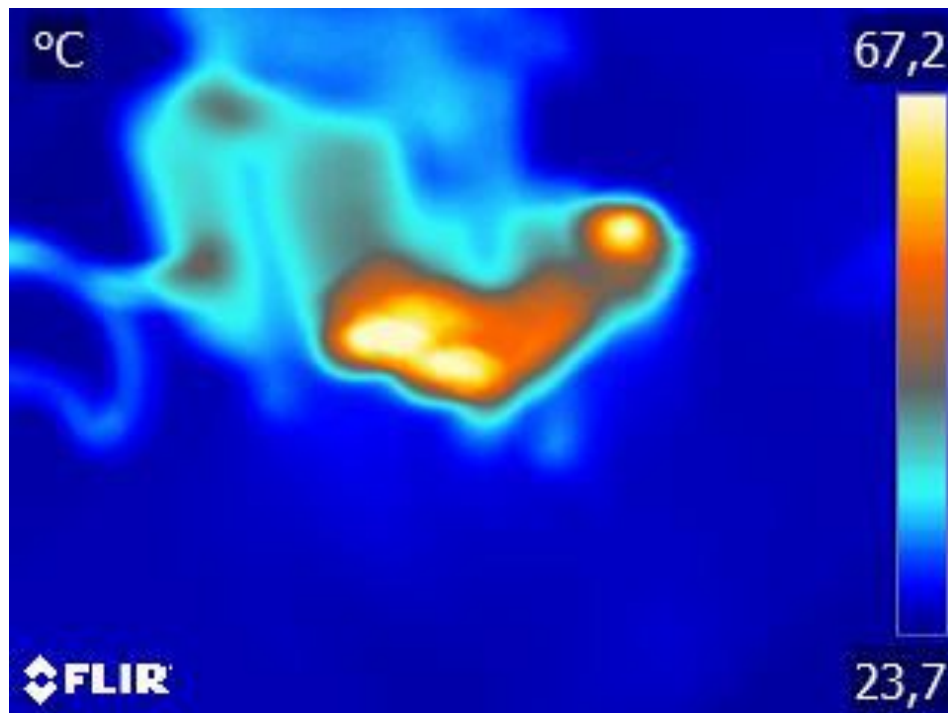
Seznam tabulek

TABULKA 1: ROVNICE NESTACIONÁRNÍHO ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE [4]	14
TABULKA 2: MĚŘENÍ EMISIVITY	42

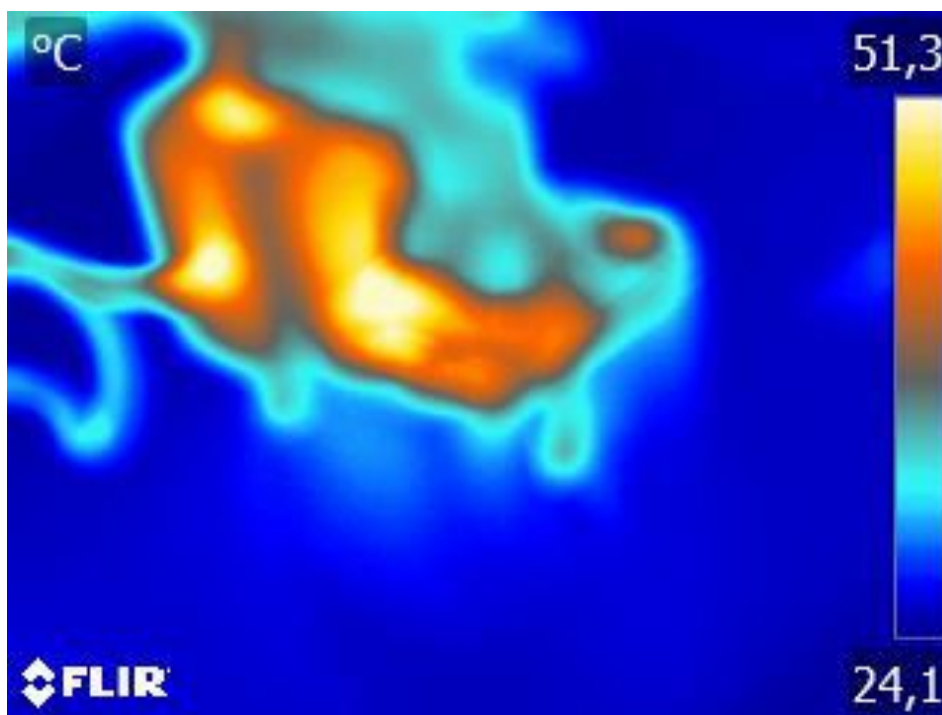
Přílohy



Obrázek 1: Proudová hustota v kruhové vsázce z hliníku



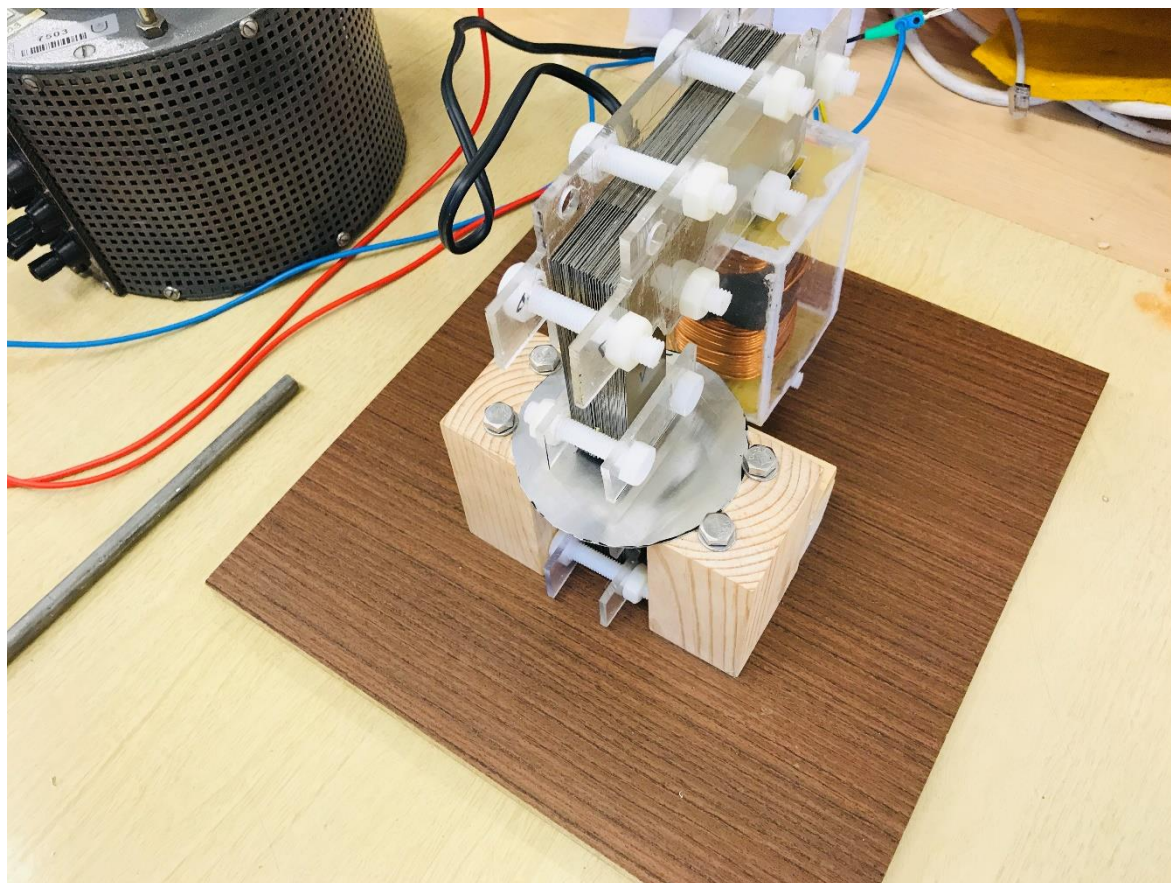
Obrázek 2: Začátek ohřevu hliníku tvaru čtverce, lze vidět zvýšenou teplotu šroubů z předchozího měření



Obrázek 3: Při ohřevu mosazi došlo k výraznému ohřátí cívky



Obrázek 4: Měření emisivity měděné vsázky



Obrázek 5: Zařízení, na kterém se provádělo experimentální měření