

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

Katedra elektroenergetiky a ekologie

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Volba vhodného kmitočtu při ohřevu kovů
elektromagnetickou indukcí**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta elektrotechnická

Akademický rok: 2019/2020

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	Bc. Libor ŠVEHLA
Osobní číslo:	E17N0022K
Studijní program:	N2644 Aplikovaná elektrotechnika
Studijní obor:	Aplikovaná elektrotechnika
Téma práce:	Volba vhodného kmitočtu při ohřevu kovů elektromagnetickou indukcí
Zadávací katedra:	Katedra elektroenergetiky a ekologie

Zásady pro vypracování

1. Uvedte teorii k ohřevu kovů elektromagnetickou indukcí.
2. Sestavte matematický model k výpočtu ohřevu plné hliníkové válcové vsázky (o průměru 0,20 m o hmotnosti 50 kg na teplotu 450 stupňů Celsia za 1 hodinu) s vhodně zvoleným kmitočtem.
3. Porovnejte výsledky získané numericky s výsledky získanými zjednodušenými výpočty analytickými.
4. Z provedených výpočtů a úvah stanovte závěry pro praxi.

Rozsah diplomové práce: **40 – 60 stran**
Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

1. Literaturu určí vedoucí závěrečné práce.
2. Langer, Kožený: Elektrotepelná zařízení indukční, Skriptum, VŠSE 1982.

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.**
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: **4. října 2019**
Termín odevzdání diplomové práce: **28. května 2020**




L.S.
Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.
děkan


Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

Abstrakt:

Diplomová práce je věnována problematice volby vhodného kmitočtu při ohřevu kovů elektromagnetickou indukcí. Konkrétně se jedná o výpočet vhodného kmitočtu pro ohřev 50 kg hliníku. V průběhu se zabývám řešením tepelného a elektrického výpočtu a hledám vhodné parametry pro realizaci ohřevu. V další části práce je provedena simulace ohřevu pomocí programu Agros2D. V závěru je provedeno zhodnocení a výstupy pro praxi.

Klíčová slova:

Elektromagnetická indukce, hliník, indukční ohřev, optimalizace (optimální řízení)

Abstract:

The diploma thesis is devoted to the issue of choice of suitable frequency for heating of metals by electromagnetic induction. Specifically, it is a calculation of suitable frequency for heating of 50 kg of aluminum. In the course of my work, I execute the thermal and electrical calculation and look for suitable parameters for the realization of heating. In the further part of the diploma thesis is execute a simulation of heating by software Agros2D. In the end is execute evaluation and outcomes for an industry.

Keywords:

Electromagnetic induction, aluminum, induction heating, optimalization (optimal control)

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 15.5.2020

Libor Švehla

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Prof. Ing. Jiřímu Koženému, CSc. a Ing. Janu Hrbkovi za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce. Dále bych rád poděkoval celé své rodině, která mi studium umožnila.

Obsah

OBSAH	8
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	9
1 OHŘEV KOVŮ ELEKTROMAGNETICKOU INDUKČÍ	11
1.1 INDUKČNÍ OHŘÍVACÍ ZAŘÍZENÍ.....	11
1.2 TEORIE OHŘEVU KOVŮ ELEKTROMAGNETICKOU INDUKČÍ.....	11
1.2.1 Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru	11
1.2.2 Vlnové rovnice	12
1.2.3 Harmonické elektromagnetické vlnění.....	14
1.2.4 Poyntingův zářivý vektor	16
1.2.5 Válcové elektromagnetické vlnění.....	17
1.2.6 Odvození obecných rovnic válcového elektromagnetického vlnění.....	18
2 VÝPOČET PARAMETRŮ A MODEL OHŘEVU	21
2.1 PŘÍPRAVA HODNOT PRO VÝPOČET.....	21
2.2 POTŘEBNÝ VÝKON.....	23
2.3 URČENÍ GEOMETRIE INDUKTORU	25
2.4 VÝPOČET OPTIMÁLNÍ FREKVENCE F PRO ZADANÉ r_2	26
2.5 ELEKTRICKÝ VÝPOČET METODOU NÁHRADNÍCH PRŮMĚRŮ	26
2.6 MODEL OHŘEVU V SOFTWARE AGROS2D	32
2.7 VÝPOČET PRO 50 kg HLINÍKU O PRŮMĚRU 20 cm	33
2.8 URČENÍ GEOMETRIE INDUKTORU	35
2.9 VÝPOČET OPTIMÁLNÍ FREKVENCE f PRO $r_2=10$ cm.....	36
2.10 ELEKTRICKÝ VÝPOČET METODOU NÁHRADNÍCH PRŮMĚRŮ	37
2.11 MODEL OHŘEVU V SOFTWARE AGROS2D	43
2.12 ZHODNOCENÍ	50
2.13 ZÁVISLOST HLOUBKY VNIKU NA FREKVENCI.....	51
2.14 ZÁVISLOST POTŘEBNÉHO VÝKONU NA DOBĚ OHŘEVU.....	52
3 METODY INDUKČNÍHO OHŘEVU PRO DOBŘE ELEKTRICKY VODIVÉ MATERIÁLY	54
3.1 OHŘEV STEJNOSMĚRNÝM PROUDEM	54
3.2 PŘERUŠOVANÝ KLASICKÝ OHŘEV ZVÝŠENÝM VÝKONEM	56
4 ZÁVĚR	58
POUŽITÁ LITERATURA	59
PŘÍLOHA	60

Seznam symbolů a zkratk

a	hloubka pronikání elektromagnetického vlnění do elektricky vodivé vsázky, v práci použito stručněji „hloubka vniku“ (m)
B	magnetická indukce (T)
C_1, C_2	integrační konstanty (-)
c_p	měrná tepelná kapacita ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
d	průměr (m)
D	elektrická indukce ($\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$)
E	intenzita elektrického pole ($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$)
f	frekvence (Hz)
H	intenzita magnetického pole ($\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$)
I	elektrický proud (A)
$J_0(kr)$	cylindrická funkce prvního druhu, nultého řádu, argumentu kr (-)
k	konstanta šíření elektromagnetického vlnění (-)
l	délka (m)
L	vlastní indukčnost (H)
m	hmotnost (kg)
N	počet závitů (-)
N	Poyntingův zářivý vektor ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)
$N_0(kr)$	cylindrická funkce druhého druhu, nultého řádu, argumentu kr (-)
P	činný výkon, tepelný výkon (W)
p	převod (-)
Q	energie potřebná pro ohřev (J)
r	poloměr (m)
R	elektrický odpor (Ω)
t	čas (s)
U	elektrické napětí (V)
V	objem (m^3)
W	energie, práce (W)
X	reaktance (Ω)

γ	měrná elektrická vodivost ($S.m^{-1}$)
ε	permitivita ($F.m^{-1}$)
ε_r	relativní permitivita (-)
μ	permeabilita ($H.m^{-1}$)
μ_r	relativní permeabilita (-)
ρ	měrný elektrický odpor ($\Omega.m$)
ω	úhlová frekvence ($rad.s^{-1}$)
α_1, α_2, F	Nagaokovy součinitele (-)
ϑ	teplota ($^{\circ}C$)
ϱ	měrná hustota ($kg.m^{-3}$)
∇	Laplaceův operátor (-)
τ	časová konstanta (s)

Konstanty

ε_0	permitivita vakua - $8,854*10^{-12}$ ($F.m^{-1}$)
μ_0	permeabilita vakua - $1,25663706212*10^{-6}$ ($H.m^{-1}$)
π	Ludolfovo číslo - 3,1415 (-)
σ	Stefan-Boltzmannova konstanta - $5,67*10^{-8}$ ($W.m^{-2}.K^{-4}$)

Grafické rozlišení veličin

H	intenzita magnetického pole ($A.m^{-1}$) – v textu jako absolutní hodnota
\mathbf{H}	vektor
\vec{H}	fázor vektoru

1 Ohřev kovů elektromagnetickou indukcí

1.1 Indukční ohřívací zařízení

Indukční ohřívací zařízení je principiálně složeno z cívky, zdroje a vsázky. Pokud bychom uvažovali skutečné zařízení, museli bychom vzít v úvahu, že zařízení obsahuje další součásti, jako třeba kondenzátor. Indukční ohřev je možno využít u materiálů elektricky vodivých a ve speciálních případech i nevodivých materiálů. Jestliže materiál vložíme do časově proměnného magnetického pole, indukují se v něm vířivé proudy. Díky těmto proudům dochází ke vzniku Jouleových ztrát a následnému ohřevu materiálu (vsázky), který je do pole vložený. Zjednodušeně si tento systém můžeme představit jako vzduchový transformátor se sekundární stranou (vsázka) spojenou dokrátka. K ohřevu materiálu dochází přímým vznikem tepla v materiálu, nikoliv tepelným spádem z teplejšího okolí. Toto je možné považovat za velkou výhodu, jelikož nejteplejším místem systému je přímo vsázka a ostatní součásti jsou studené. Vhodnou volbou kmitočtu napájecího proudu, který protéká induktorem, můžeme ovlivnit i rozložení vznikajícího tepla ve vsázce. Pro své vlastnosti se indukční ohřev uplatňuje především v metalurgii, strojírenství, technologiích pro žíhání, povrchové kalení, tváření za tepla a tavení [1].

1.2 Teorie ohřevu kovů elektromagnetickou indukcí

1.2.1 Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru

Indukční ohřev je založen na elektrodynamice, jež vychází z Maxwellových rovnic [1].

$$1. \operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$2. \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$3. \operatorname{div} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \rho \quad (1.3)$$

$$4. \operatorname{div} \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad (1.4)$$

1.2.2 Vlnové rovnice

Aplikací operace rotace, a s využitím znalostí z vektorového počtu, na 1. a 2. Maxwellovu rovnici získám obecné vlnové rovnice pro šíření elektromagnetického vlnění, platné pro homogenní a izotropní prostředí [2].

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{rot} \gamma \mathbf{E} + \operatorname{rot} \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \gamma \operatorname{rot} \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial(\operatorname{rot} \mathbf{E})}{\partial t} \quad (1.5)$$

Do rovnice (1.5) dosadím za $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ z 2. Maxwellovy rovnice:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.6)$$

Z vektorového počtu vím, že:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1.7)$$

Z rovnic (1.6) a (1.7) obdržím pro magnetickou složku:

$$\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.8)$$

Magnetickou složku získám dosazením za $\operatorname{div} \mathbf{H}$ ze 4. Maxwellovy rovnice:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.9)$$

Pro elektrickou složku podobným postupem:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{E}) = \operatorname{rot}(-\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}) = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial(\operatorname{rot} \mathbf{H})}{\partial t} \quad (1.10)$$

Do rovnice (1.10) dosadím za rot \mathbf{E} z 1. Maxwellovy rovnice (1.1):

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = -\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.11)$$

Z vektorového počtu vím, že:

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = \text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.12)$$

Rovnice (1.11) a (1.12) položím do rovnosti:

$$-\gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.13)$$

Elektrickou složku získám dosazením za div \mathbf{E} ze 3. Maxwellovy rovnice:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \text{grad} \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \quad (1.14)$$

Pro zjednodušení lze v praxi zanedbat buď γ (prostředí elektricky nevodivé), nebo ε (prostředí elektricky vodivé). Dále v mých výpočtech nebudu uvažovat volné nosiče náboje ($\rho=0$) [1].

Tímto se rovnice (1.9) a (1.14) zjednoduší do tvaru:

- pro elektricky nevodivé prostředí:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.15)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.16)$$

- pro elektricky vodivé prostředí:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.17)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.18)$$

1.2.3 Harmonické elektromagnetické vlnění

U harmonického průběhu veličin \mathbf{E} a \mathbf{H} mohu časovou změnu výhodněji vyjádřit jako fázor v komplexní rovině [2].

Vyjádření $\bar{\mathbf{E}}$ a $\bar{\mathbf{H}}$ v komplexní rovině [2]:

$$\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{E}_m e^{j\omega t} \quad (1.19)$$

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H}_m e^{j\omega t} \quad (1.20)$$

A jejich první a druhé derivace:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial t} = j\omega \mathbf{E}_m e^{j\omega t} = j\omega \bar{\mathbf{E}} \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{E}}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E}_m e^{j\omega t} = -\omega^2 \bar{\mathbf{E}} \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial t} = j\omega \mathbf{H}_m e^{j\omega t} = j\omega \bar{\mathbf{H}} \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{H}_m e^{j\omega t} = -\omega^2 \bar{\mathbf{H}} \quad (1.24)$$

Tyto derivace nyní dosadím do rovnic (1.9) a (1.14):

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + \omega^2 \mu \varepsilon \bar{\mathbf{H}} - j\omega \mu \gamma \bar{\mathbf{H}} = \nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + \bar{\mathbf{H}} (\omega^2 \mu \varepsilon - j\omega \mu \gamma) = 0 \quad (1.25)$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{E}} + \omega^2 \mu \varepsilon \bar{\mathbf{E}} - j\omega \mu \gamma \bar{\mathbf{E}} = \nabla^2 \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{E}} (\omega^2 \mu \varepsilon - j\omega \mu \gamma) = 0 \quad (1.26)$$

Pro výraz v závorce provedu substituci:

$$k^2 = (\omega^2 \mu \varepsilon - j\omega \mu \gamma) = -j\omega \mu (\gamma + j\omega \varepsilon) \quad (1.27)$$

Pro získání obecných fázorových rovnic pro harmonické elektromagnetické vlnění rovinné i válcové, které platí pro vodivé i nevodivé prostředí, dosadím součinitel k^2 do rovnic (1.25) a (1.26) a obdržím:

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} + k^2 \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (1.28)$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{E}} + k^2 \bar{\mathbf{E}} = 0 \quad (1.29)$$

Součinitel k^2 obsahuje reálnou a imaginární část. Po odmocnění dostanu k , které je komplexní číslo a nazývá se konstanta šíření elektromagnetického vlnění. Tato konstanta charakterizuje elektromagnetické vlnění v uvažovaném prostředí, při úhlovém kmitočtu ω a při harmonickém průběhu fázorů [2].

$$k = \alpha - j\beta \quad (1.30)$$

$$k^2 = \alpha^2 - 2j\alpha\beta + \beta^2 \quad (1.31)$$

kde se α nazývá fázovou konstantou a β měrným útlumem.

Nezbytnou součástí teorie elektromagnetického vlnění je znalost hloubky vniku elektromagnetického vlnění do vsázky „a“. Získám ji ze vztahu [2]:

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu_0 \mu_r}} \quad (1.32)$$

1.2.4 Poyntingův zářivý vektor

Směr a hustotu toku elektromagnetické energie v prostoru za jednotku času udává Poyntingův zářivý vektor. Označujeme jej písmenem \mathbf{N} a jeho jednotkou je $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$, která znázorňuje míru přenosu energie jednotkou plochy za každou sekundu. A vypočítám ho z rovnice [2]:

$$\mathbf{N} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (1.33)$$

kde \mathbf{E} je vektor intenzity elektrického pole a \mathbf{H} je vektor intenzity magnetického pole. Vektor \mathbf{N} udává výsledný směr toku energie a jeho velikost je dána velikostí výkonu, který projde jednotkovou plochou kolmo ke směru šíření každou sekundu [2].

Pro energii elektromagnetického pole W v objemu V platí [1]:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{D} \overline{\mathbf{E}} dV + \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \overline{\mathbf{H}} dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \int_V \overline{\mathbf{E}}^2 dV + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \int_V \overline{\mathbf{H}}^2 dV \quad (1.34)$$

Budu předpokládat, že v objemu V ubývá energie W za čas t výkonem P :

$$P = -\frac{\partial W}{\partial t} \quad (1.35)$$

Záporné znaménko vyjadřuje úbytek energie.

Nyní derivuji rovnici (1.34) se záporným znaménkem podle t:

$$P = -\frac{\partial W}{\partial t} = -\varepsilon_0 \varepsilon_r \int_V \bar{\mathbf{E}} \frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial t} dV - \mu_0 \mu_r \int_V \bar{\mathbf{H}} \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial t} dV \quad (1.36)$$

A do rovnice (1.36) mohu dosadit vztahy za $\frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial t}$ a $\frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial t}$ z 1. a 2. Maxwellovy rovnice:

$$\begin{aligned} P &= \int_V \bar{\mathbf{E}}(\gamma \bar{\mathbf{E}} - \text{rot} \bar{\mathbf{H}}) dV + \int_V \bar{\mathbf{H}} \text{rot} \bar{\mathbf{E}} dV = \int_V \gamma \bar{\mathbf{E}}^2 dV + \int_V (\bar{\mathbf{H}} \text{rot} \bar{\mathbf{E}} - \\ &\bar{\mathbf{E}} \text{rot} \bar{\mathbf{H}}) dV = \int_V \gamma \bar{\mathbf{E}}^2 dV + \int_V \text{div} (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}) dV \end{aligned} \quad (1.37)$$

Výraz $\int_V \gamma \bar{\mathbf{E}}^2 dV$ určuje teplo, které se v objemu za jednotku času vyvinulo.

Na výraz $\int_V \text{div} (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}) dV$, který vyjadřuje celkový vycházející výkon z objemu V, použiji Gauss-Ostrogradského větu a výraz upravím na plošný integrál:

$$\int_V \text{div} (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}) dV = \oint_A (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}) dA = \oint_A \bar{\mathbf{N}} dA \quad (1.38)$$

Kde součin $\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}$ představuje Poyntingův zářivý vektor.

1.2.5 Válcové elektromagnetické vlnění

V technické praxi je válcové elektromagnetické vlnění základem velkého množství aplikací indukčních ohřevů. Mnoho vsázek, a tím i induktorových cívek, mají válcový tvar, a proto je důležité zabývat se právě tímto druhem elektromagnetického vlnění. Nejvíce se využívá u indukčních kelímkových tavicích pecí, které mají válcový tvar vsázky, a tudíž i induktoru. Jako zdroj elektromagnetického vlnění uvažují teoreticky válcovou plochu, která má poloměr r_1 a nekonečnou délku. Při této úvaze předpokládám, že energie elektromagnetického vlnění se šíří radiálně k ose vsázky. Pro odvození a popis elektromagnetického válcového vlnění je potřeba nahradit klasický kartézský souřadnicový systém, systémem válcovým, který je určen souřadnicemi r, φ, z [1].

Tato válcová plocha je vytvořena pomocí vodiče obdélníkového průřezu, který má nulovou tloušťku mezizávitové izolace a stoupání závitů je oproti průměru r_1 zanedbatelné. Díky splnění této podmínky jsou myšlená kruhová proudová vlákna uzavřena v dokonale kolmých rovinách na osu cívky. Další podmínkou pro vytvoření válcové plochy, jako zdroje, je, že šíření proudové vlny v závitěch cívky probíhá s nekonečnou rychlostí. Při splnění všech výše zmíněných podmínek bude válcová cívka vyzařovat do své dutiny válcové elektromagnetické vlnění [2].

1.2.6 Odvození obecných rovnic válcového elektromagnetického vlnění

V kartézských souřadnicích pro magnetickou složku pole platilo [2]:

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} = \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial z^2} \quad (1.39)$$

Pro válcové souřadnice potom platí:

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} = \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial r} \quad (1.40)$$

Pro zjednodušení předpokládám, že např. $\bar{\mathbf{H}}$ se bude ve válcové vsázce měnit jen radiálně s poloměrem r , pak je ve směru φ a z konstantní a získám tak zjednodušený vztah:

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{H}} = \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial r} \quad (1.41)$$

Jestliže do obecných fázorových rovnic (1.28) a (1.29) dosadím za intenzitu magnetického pole podle rovnice (1.41), dostanu:

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial r} + \bar{\mathbf{H}} k^2 = 0 \quad (1.42)$$

Vydělením rovnice (1.42) konstantou šíření k^2 obdržím, po úpravě, Besselovu diferenciální rovnici nultého řádu pro argument kr :

$$\frac{1}{kr} \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial (kr)} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{H}}}{\partial (kr)^2} + \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (1.43)$$

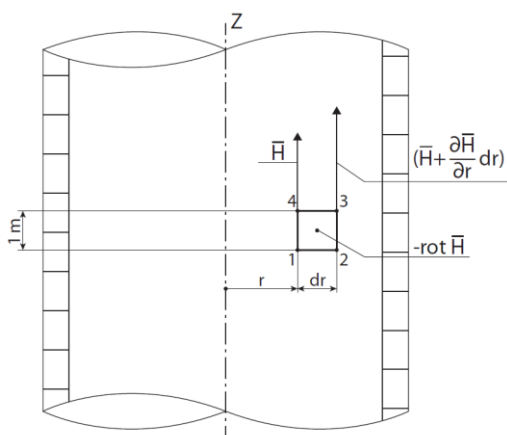
Řešením rovnice (1.43) je kombinace dvou cylindrických funkcí ve tvaru:

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{C}}_1 J_0(kr) + \bar{\mathbf{C}}_2 N_0(kr) \quad (1.44)$$

kde $\bar{\mathbf{C}}_1$ a $\bar{\mathbf{C}}_2$ jsou integrační konstanty určené z mezních podmínek. $J_0(kr)$ je cylindrická funkce prvního druhu (Besselova funkce), nultého řádu, argumentu (kr) a $N_0(kr)$ je cylindrická funkce druhého druhu (Neumannova funkce), nultého řádu, argumentu (kr) [2].

Pro odvození intenzity elektrického pole $\bar{\mathbf{E}}$ při respektování závislosti $\bar{\mathbf{E}}$ na $\bar{\mathbf{H}}$ vede na 1. Maxwellovu rovnici:

$$\text{rot} \bar{\mathbf{H}} = \gamma \bar{\mathbf{E}} + j\omega \varepsilon \bar{\mathbf{E}} = (\gamma + j\omega \varepsilon) \bar{\mathbf{E}} \quad (1.45)$$



Obr. 1: Stanovení rot $\bar{\mathbf{H}}$ ve válcových souřadnicích [2]

Jestliže na poloměru r uvažuji fázor intenzity $\bar{\mathbf{H}}$, potom na poloměru $(r + dr)$ musím k této intenzitě připočítat diferenciál, o který se intenzita změnila. Uvažuji část cívky o osové délce 1 m. Práci vykonanou po obvodu této plochy (1, 2, 3, 4, 1) vydělím její velikostí a

získám tím rotaci intenzity magnetického pole $\bar{\mathbf{H}}$. Vzhledem k orientaci fázoru $\bar{\mathbf{H}}$ má rotace záporný smysl [2].

$$-\text{rot}\bar{\mathbf{H}} = \frac{(\bar{\mathbf{H}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial r} dr) - \bar{\mathbf{H}}}{dr} = \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial r} \quad (1.46)$$

Dosazením rovnice (1.46) do rovnice (1.45) získám intenzitu elektrického pole $\bar{\mathbf{E}}$:

$$\bar{\mathbf{E}} = -\frac{1}{\gamma + j\omega\epsilon} \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial r} \quad (1.47)$$

Jestliže vyjádřím intenzitu $\bar{\mathbf{E}}$ pomocí cylindrických funkcí v závislosti na $\bar{\mathbf{H}}$, dostanu rovnici:

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{k}{\gamma + j\omega\epsilon} [\bar{\mathbf{C}}_1 J_1(kr) + \bar{\mathbf{C}}_2 N_1(kr)] \quad (1.48)$$

Kde $J_1(kr)$, $N_1(kr)$ jsou cylindrické funkce prvního a druhého druhu, prvního řádu, získané z provedené derivace $\bar{\mathbf{H}}$ podle (1.47).

2 Výpočet parametrů a model ohřevu

2.1 Příprava hodnot pro výpočet

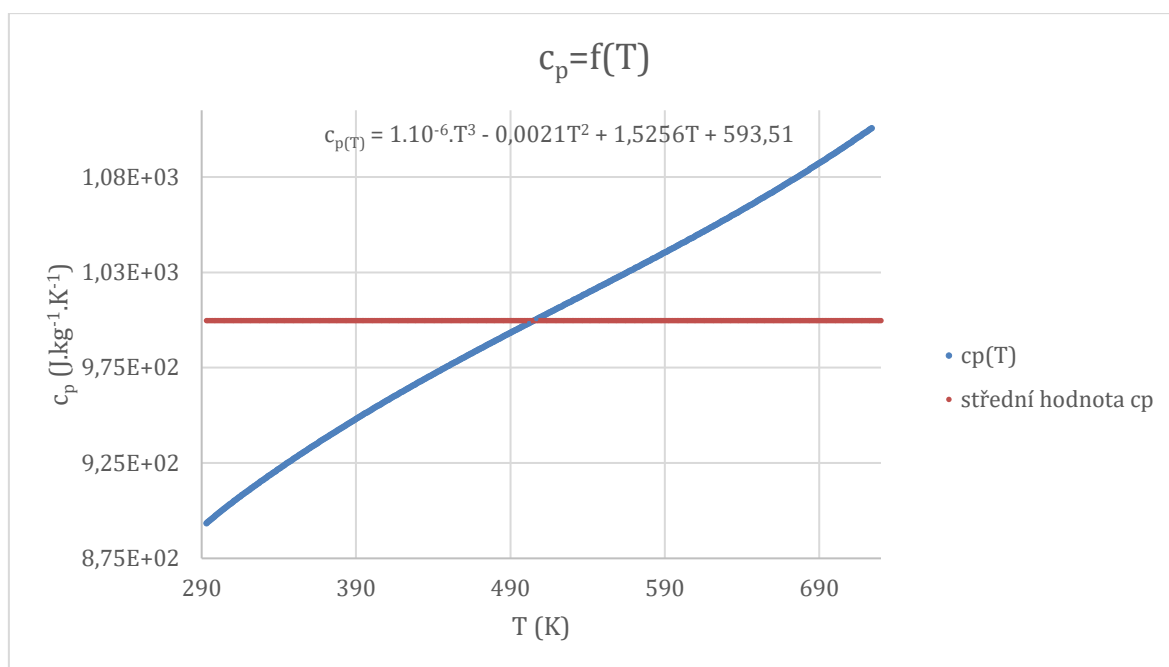
V intervalu uvažovaných teplot jsou hodnoty měrné tepelné kapacity, elektrického odporu a měrné hustoty materiálu závislé na teplotě. Musím tedy stanovit jejich střední hodnoty, abych je následně mohl použít pro výpočet potřebného tepla pro ohřev vsázky. Pomocí grafického a tabulkového programu MS Excel jsem vykreslil graf závislosti měrné tepelné kapacity na teplotě (Obr. 2). Průběh závislosti jsem aproximoval polynomem 3. řádu v intervalu teplot od 20°C do 450°C a do grafu jsem si zobrazil rovnici této přímky. Následně jsem rovnici přímky integroval v mezích zadaných teplot a výsledek integrálu jsem podělil rozdílem teplot. Díky těmto úpravám jsem získal střední hodnotu měrné tepelné kapacity na zadaném intervalu teplot.

$$c_p = 999,7587 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

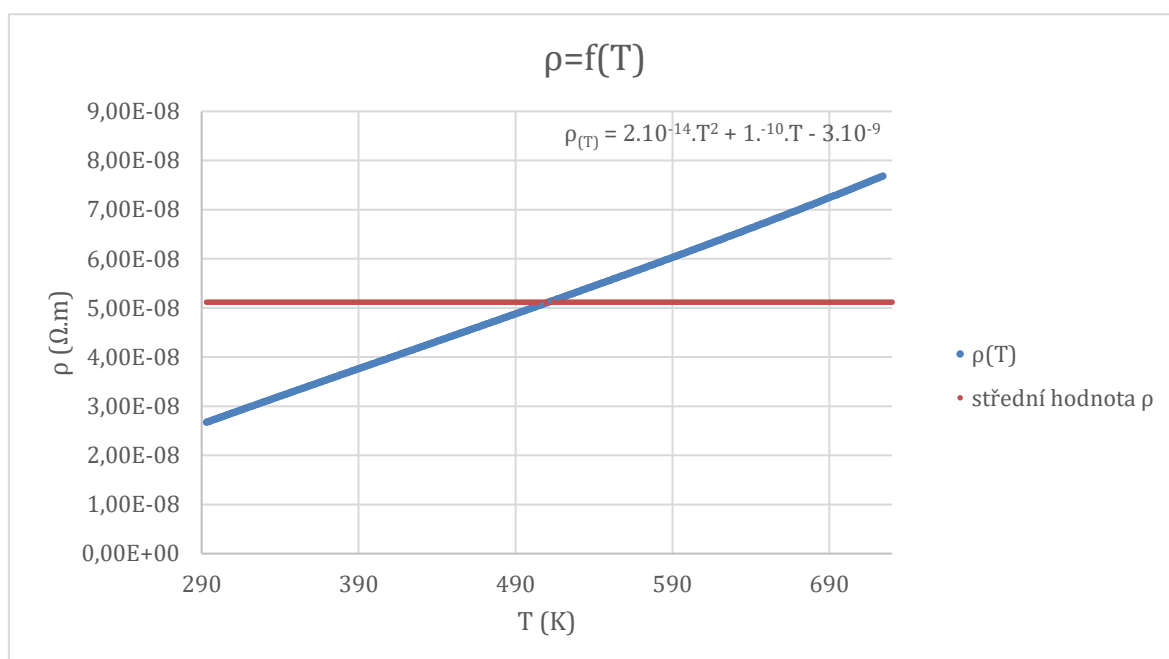
Obdobným způsobem (z důvodů dostatečné přesnosti při použití polynomu 2. řádu pro aproximaci, nebylo nutné používat polynomy vyšších řádů) jsem postupoval i v případě rezistivity (Obr. 3) a hustoty materiálu (Obr. 4).

$$\text{Rezistivita: } \rho = 5,1197 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$$

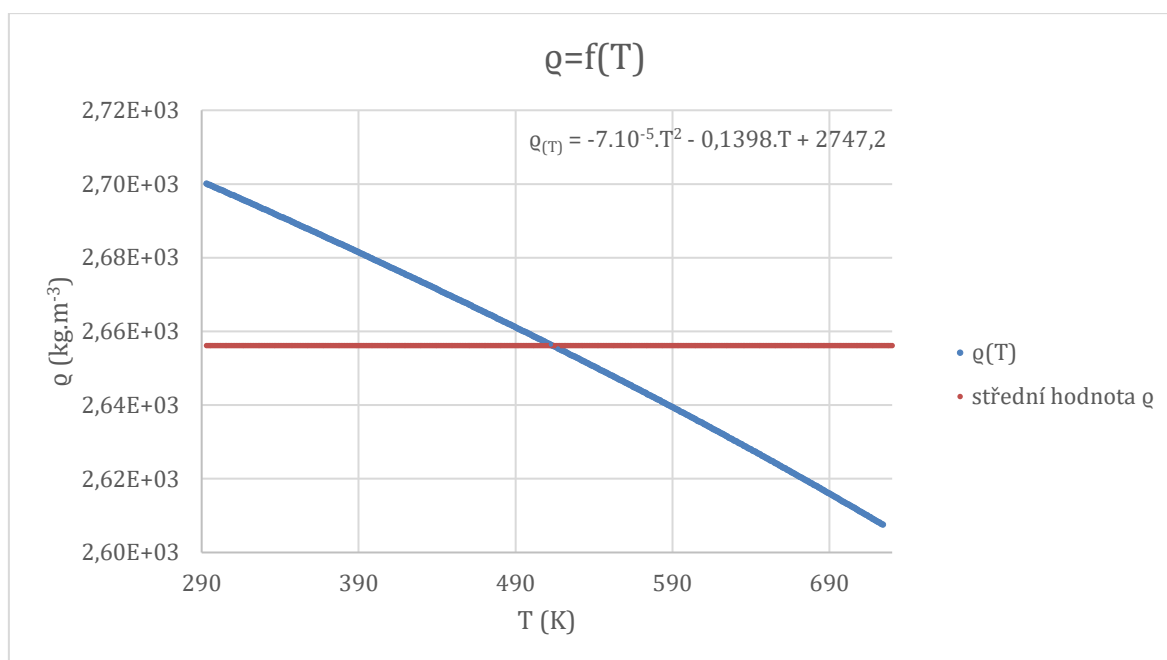
$$\text{Hustota: } \varrho = 2656,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$



Obr. 2: Závislost měrné tepelné kapacity hliníku na teplotě [3]



Obr. 3: Závislost rezistivity hliníku na teplotě [4]



Obr. 4: Závislost měrné hustoty hliníku materiálu na teplotě [5]

2.2 Potřebný výkon

Kalorimetrická rovnice pro určení potřebného výkonu P

Pomocí kalorimetrické rovnice určím energii potřebnou pro ohřev daného množství materiálu na určitou teplotu.

$$Q = m * c_p * \Delta\theta$$

kde: m – hmotnost, c_p - střední hodnota měrné tepelné kapacity hliníku, $\Delta\theta$ – rozdíl teplot.

Potřebný výkon pro ohřev materiálu (beze ztrát) dostanu vydělením potřebné energie časem ohřevu.

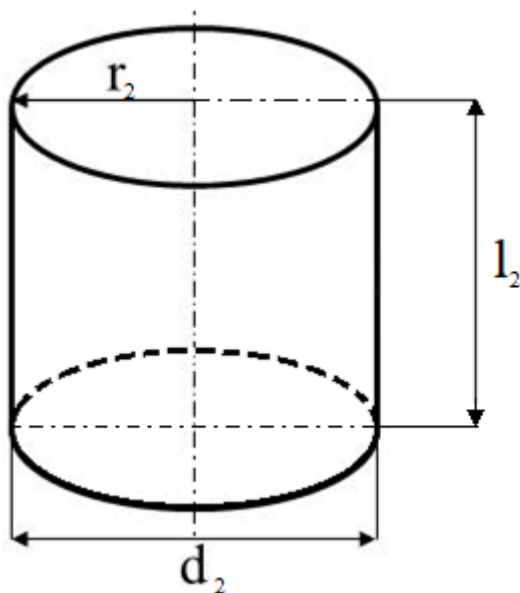
$$P = \frac{Q}{t}, \text{ kde } t \text{ je doba ohřevu.}$$

Výpočet tepelných ztrát P_z

Pro výpočet tepelných ztrát musím nejprve vypočítat povrch vsázky, přes který dochází k ochlazování (ztrátám) ohřívaného materiálu. K tomu budu potřebovat určit délku vsázky, kterou získám ze známé hmotnosti, hustoty a průměru.

$$\text{Objem vsázky: } V = \frac{m}{\rho}$$

$$\text{Délka vsázky: } l_2 = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d_2^2}$$



Obr. 5: Rozměry vsázky

$$\text{Obsah podstavy: } S_p = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Obsah pláště: } S_{pl} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l_2$$

$$\text{Celkový povrch ohřívaného válce: } S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

Ztráty způsobené prouděním: $P_{Kon} = \alpha \cdot (T - T_0)$, kde α je součinitel přestupu tepla do vzduchu. Jelikož nedochází k výraznému proudění, byl součinitel odhadnut na hodnotu $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Ztráty způsobené sáláním: $P_{\text{Rad}} = \varepsilon * \sigma * (T^4 - T_0^4)$, kde ε je stupeň černosti tělesa, uvažuji hodnotu 0,25 a σ je Stefan-Boltzmannova konstanta o hodnotě $5,67 * 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

Celkové ztráty způsobené prouděním a sáláním jsou tedy: $P_0 = S * (P_{\text{Kon}} + P_{\text{Rad}})$.

Pomocí těchto vztahů vypočítám ztráty při třech různých teplotách. Tyto body proložím v programu MS Excel polynomem 2. řádu a odečtu rovnici křivky, kterou integruji v mezích zadaných teplot. Výsledek tohoto integrálu podělím rozdílem koncové a počáteční teploty. Tím dostanu střední hodnotu vzniklých ztrát P_z .

$$P_z = \frac{1}{T} * \int_{T_0}^T p(T) dT$$

Potřebný výkon P pro ohřev vsázky

Potřebný výkon pro ohřev vsázky je roven součtu výkonu pro ohřev materiálu a výkonu, který pokryje ztráty.

$$P_{\text{TOT}} = P + P_z$$

2.3 Určení geometrie induktoru

Vnitřní průměr cívky d_1

$$d_1 = d_2 + 2 * t_i + 2 * t_v$$

Kde d_2 je vnější průměr vsázky, t_i je tloušťka izolační vrstvy (dle literatury je 1÷2 cm), t_v je vůle mezi válcovou vyzdívkou a vsázkou (snahou je, aby byla co nejmenší). Pro můj výpočet budu uvažovat, že $t_i + t_v = 0,015 \text{ m}$ [6].

Délka cívky l_1

$l_1 = l_2 + 2,5 * \frac{d_1 - d_2}{2}$, kde l_2 je délka vsázky.

2.4 Výpočet optimální frekvence f pro zadané r_2

Budu vycházet ze znalosti vzorce pro hloubku vniku naindukovaných proudů a zároveň z předpokladu, že $r_2 = 2,5 \div 3a_2$, budu uvažovat střední hodnotu $r_2 = 2,75a_2$ [6].

$$a_2 = \frac{r_2}{2,75}$$

$$a_2 = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi f\gamma\mu_0\mu_r}} = 503,3 * \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}}$$

dostanu vzorec pro výpočet optimálního kmitočtu. Za optimální považuji takový kmitočet, při kterém se téměř všechna absorbovaná elektromagnetická energie přemění ve vsázce na teplo [6].

$$f = \frac{\rho}{\mu_r * \left(\frac{a_2}{503,3}\right)^2}$$

2.5 Elektrický výpočet metodou náhradních průměrů

Výpočet hloubky vniku a_1

$$a_1 = 503,3 * \sqrt{\frac{\rho_{50}}{f * \mu_r}}$$

kde ρ_{50} je měrný elektrický odpor materiálu vinutí při 50°C.

Náhradní průměr cívky d_c

Místo skutečných elektrických obvodů s prostorovým rozložením proudu budu uvažovat náhradní válec nulové tloušťky [6].

$$d_c = d_1 + a_1$$

Určení součinitele α_1

Nagaokův koeficient α_1 slouží k převodu parametrů z náhradní cívky nekonečné délky ($\alpha_1 = 1$) na konečnou délku ($\alpha_1 < 1$). Argumentem této funkce je poměr náhradního průměru cívky a její délky. Hodnotu součinitele potom určím pomocí tabulky (viz Příloha tabulka: 1) [6].

$$\alpha_1 = f\left(\frac{d_c}{l_1}\right)$$

Vlastní indukčnost náhradní cívky L_1

Vzorec pro výpočet vlastní indukčnosti náhradní cívky konečné délky vychází ze vzorce pro indukčnost náhradní cívky nekonečné délky, který je vynásobený koeficientem α_1 a podělený délkou dané cívky [6].

$$L_1 = \mu_0 * \pi * \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 * \frac{\alpha_1}{l_1} * N_1^2$$

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2 * \pi * f * L_1$$

Činný odpor náhradní cívky R_1

Pro výpočet činného odporu touto metodou musím určit napětí, na kterém bude ohřívací zařízení provozováno [6].

$$R_1 = Q_{50} * \frac{\pi * d_c * N_1^2}{a_1 * \left(1 - \frac{U_G}{15000}\right)}$$

Výpočet pomoci funkce $Y_{(x_2)}$

Z předchozích výpočtů znám a_2 a x_2 . Díky znalosti těchto hodnot a tabulce (viz Příloha tabulka: 2), mohu určit $P_{(x_2)}$ a $Q_{(x_2)}$, které dosadím do vzorce:

$$Y_{(x_2)} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{2 * P_{(x_2)}}{x_2 - 2 * Q_{(x_2)}}\right)^2\right]}$$

Náhradní průměr válcové vsázky d_n

Náhradní průměr válcové vsázky je průměr válce s nulovou tloušťkou stěny, který působí na cívku stejně jako skutečná vsázka [6].

$$d_n = d_2 * \sqrt{\left[1 - \frac{2}{x_2} * Q_{(x_2)}\right]} * Y_{(x_2)}$$

Určení součinitele α_2

Nagaokův koeficient α_2 slouží, podobně jako koeficient α_1 , pro přechod z nekonečné délky na délku konečnou. Koeficient α_2 je určen pro náhradní vsázku a jeho argumentem je poměr náhradního průměru vsázky a její délky. Hodnotu součinitele opět určím pomocí tabulky (viz Příloha tabulka: 1) [6].

$$\alpha_2 = f\left(\frac{d_n}{l_2}\right)$$

Vlastní indukčnost L_n náhradní vsázky a reaktance X_{L_n}

Vlastní indukčnost náhradní vsázky se vypočítá stejným způsobem jako vlastní indukčnost náhradní cívky. Pouze zde použijí koeficient α_2 a délku vsázky [6].

$$L_n = \mu_0 * \pi * \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 * \frac{\alpha_2}{l_2}$$

$$X_{L_n} = \omega L_n = 2 * \pi * f * L_n$$

Odpor náhradního válce vsázky R_n

Odpor náhradního válce vsázky se stěnou nulové tloušťky, který má stejné vlastnosti jako skutečná vsázka [6].

$$R_n = \rho * 2 * \pi * x_2 * P_{(x_2)} * \frac{Y_{(x_2)}^2}{l_2}$$

Převod p k převedení elektrických veličin na stranu cívky

Nyní potřebuji převést hodnoty na stranu cívky. K tomu mi pomůže převod p podle vzorce:

$$p = \frac{F}{Y_{(x_2)} * \alpha_2} * N_1$$

Pro výpočet potřebuji znát součinitel vzájemné indukčnosti F, který se určí ze znalosti rozměrů cívky, vsázky a náhradních válců.

Součinitel vzájemné indukčnosti je možné získat dvěma způsoby. První z nich je možnost odečtení z tabulky při znalosti parametrů náhradních válců, které udávají argument funkce.

$$F = f\left(\frac{d_c}{l_1}, \frac{d_v}{l_2}, \frac{l_1}{l_2}\right), \text{ kde } d_c = d_1 + a_1 \text{ a } d_v = d_2 - a_2.$$

Druhý způsob je výpočet podle vzorce:

$$F = \frac{l_2}{\sqrt{(l_1^2 + d_c^2)}} * \left[1 + \frac{d_c^2 * l_2^2}{8 * (l_1^2 + d_c^2)^2} * \left(3 * \frac{d_v^2}{l_2^2} - 4 \right) + \frac{d_c^2 * l_1^2 * l_2^4}{32 * (l_1^2 + d_c^2)^4} * \left(3 * \frac{d_c^2}{l_1^2} - 4 \right) * \left(\frac{5}{2} * \frac{d_v^4}{l_2^4} - 10 * \frac{d_v^2}{l_2^2} + 4 \right) \right].$$

Dosazením do vzorce získám převodní poměr p a z něj poté i p^2 .

Odvození počtu závitů cívky N_1

R_n a L_n převedu do obvodu cívky pomocí převodu p .

$$R'_1 = R_1 + p^2 * R_n$$

$$\omega * L_1 = \omega * L_1 - p^2 * \omega * L_n$$

Výchozí rovnice pro odvození počtu závitů cívky.

$$U_G = \sqrt{R_1'^2 + (\omega * L_1)^2} * I_1$$

A také zavedu konstantu k_1 .

$$\omega * L_1 = \omega * L_1 - p^2 * \omega * L_n = k_1 * N_1^2$$

Jednoduchou úpravou dostávám vzorec pro k_1 .

$$k_1 = \frac{\omega * L_1}{N_1^2} - \frac{p^2 * \omega * L_n}{N_1^2}$$

A konstantu k_2 .

$$R'_1 = R_1 + p^2 * R_n = k_2 * N_1^2$$

Stejně jako v případě konstanty k_1 , dopočítám konstantu k_2 .

$$k_2 = \frac{R_1}{N_1^2} + \frac{p^2 * R_n}{N_1^2}$$

Pomocí konstant k_1 a k_2 mohu vzorec pro U_G upravit do následující podoby.

$$U_G = \sqrt{(k_1^2 + k_2^2)} * N_1^2 * I_1$$

Výpočet počtu závitů cívky N_1 a napájecího proudu I_1

Součet dielektrických ztrát a ztrát na přívodech odhadnu na 3% z P_G . Takže příkon, který přivádím do cívky, se vypočítá jako:

$$P_c = 0,97 * P_G = R'_1 * I_1^2 = k_2 * N_1^2 * I_1^2 .$$

Řešením předchozích dvou rovnic dostanu vztah pro výpočet potřebných závitů cívky a také pro potřebný proud procházející induktorem [6].

$$N_1^2 = \frac{k_2}{k_1^2 + k_2^2} * \frac{U_G^2}{P_c}$$

$$N_1 = \sqrt{N_1^2}$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{k_2} * \frac{P_c}{U_G}$$

Následně mohu vypočítat i elektrickou účinnost přenosu energie z cívky do vsázky. Tuto účinnost je možno dopočítat poměrem odporu náhradního válce přepočteného na stranu cívky a odporu celého systému (součet odporu náhradního válce a odporu induktoru) [6].

$$R'_I = R_1 + p^2 * R_n$$

$$R_I = \frac{R'_I}{0,97}$$

$$\eta = \frac{p^2 * R_n}{R_I}$$

2.6 Model ohřevu v software Agros2D

Prvním krokem simulace je volba druhu sdružení úlohy. Obecně mohu vybírat ze tří možností a to ze slabého sdružení, kvazi-sdružení a silného sdružení. Agros2D umožňuje v grafickém prostředí pouze slabé sdružení elektromagnetického a teplotního pole. Proto jsem pro teplotně závislé materiálové parametry použil jejich střední hodnoty. Slabé sdružení znamená, že se nejprve řeší magnetické pole a následně se řeší pole teplotní, ale změna teploty již není promítnuta zpětně do výpočtu magnetického pole.

Ve druhém kroku zvolím adaptivitu a řád polynomu aproximujícího hledanou funkci. Pro simulaci mohu vybírat ze tří druhů adaptivity, *h*-adaptivita, *p*-adaptivita a *hp*-adaptivita. Pro účel mé simulace jsem zvolil *h*-adaptivitu, která spočívá ve zjemňování sítě při překročení maximální velikosti chyby. Zároveň při tomto zjemnění sítě zůstane zachován řád použitého polynomu. Řád polynomu je potřeba volit podle předpokládané rychlosti změny vyšetřovaného problému. V mém případě mohu předpokládat, že se magnetické a teplotní pole nebude měnit příliš prudce a bude tedy stačit polynom nižšího řádu.

Nyní již mohu přejít k vytvoření geometrie v prostředí Agros2D. Tuto geometrii je možno vytvořit použitím uzlů a hran, nebo je možné geometrii, kterou potřebuji řešit, importovat. Jelikož je ohřívačka symetrická, lze využít osové symetrie a zjednodušit problém na 2D. Stačí tedy nakreslit čtvrtinu řezu skutečné indukční ohřívačky a řešit již jen

tuto část osově symetrické geometrie. Poté je potřeba přidat použité materiály vsázky, vinutí, okolního prostředí a nastavit jejich vlastnosti. Nyní už stačí jednotlivým oblastem přiřadit příslušný materiál. Dalším krokem je nastavení okrajových podmínek na povrchu válce pro přestup tepla do okolí a pro ztráty sáláním (viz kapitola 2.11 Obr. 9). A dále nastavení okrajových podmínek pro elektromagnetické pole (viz kapitola 2.11 Obr. 8).

Po nastavení všech parametrů ohřevu vygeneruje software trojúhelníkovou síť, v jejíž elementech hledám funkci, která aproximuje hledané rozložení vektorového magnetického potenciálu u elektromagnetického pole a teploty u teplotního pole. Mým výstupem z tohoto modelu bude rozložení teploty ve vsázce, Jouleovy ztráty, hustota naindukovaných proudů do vsázky, graf hustoty indukovaných proudů ve vsázce a graf Jouleových ztrát ve vsázce.

2.7 Výpočet pro 50 kg hliníku o průměru 20 cm

Kalorimetrická rovnice pro určení potřebného výkonu P

Pomocí kalorimetrické rovnice určím energii potřebnou pro ohřev 50 kg hliníku na teplotu 450 °C za účelem tváření.

$$Q = m * c_p * \Delta\theta = 50 * 999,7587 * (450 - 20) = 21\,494\,812,05 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{21494812,05}{3600} = 5970,8 \text{ W}$$

Výpočet tepelných ztrát P_z

$$\text{Objem vsázky: } V = \frac{m}{\rho} = \frac{50}{2656,2} = 0,0188 \text{ m}^3$$

$$\text{Délka vsázky: } l_2 = \frac{4*V}{\pi*d_2^2} = \frac{4*0,0188}{3,14*0,2^2} = 0,5992 \text{ m}$$

$$\text{Obsah podstavy: } S_p = \pi * r^2 = 3,14 * 0,1^2 = 0,0314 \text{ m}^2$$

$$\text{Obsah pláště: } S_{pl} = 2 * \pi * r * l = 2 * 3,14 * 0,1 * 0,5992 = 0,376 \text{ m}^2$$

$$\text{Celkový povrch ohřivaného válce: } S = 2 * S_p + S_{pl} = 2 * 0,0314 + 0,376 = 0,4388 \text{ m}^2$$

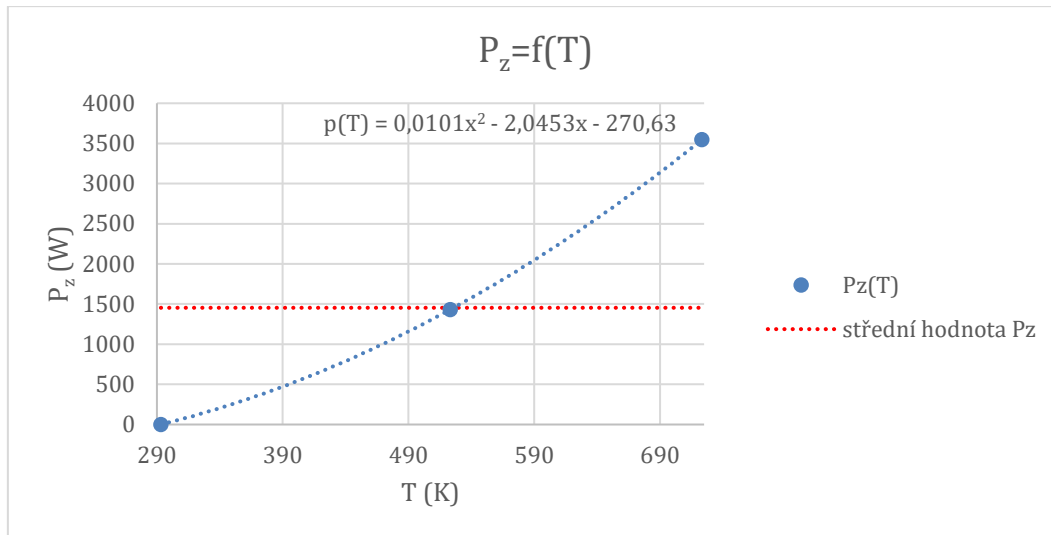
$$\text{Ztráty způsobené prouděním pro } 450^\circ\text{C: } P_{Kon} = \alpha * (T - T_0) = 10 * (723,15 - 293,15) = 10 * 430 = 4300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{Ztráty způsobené sáláním pro } 450^\circ\text{C: } P_{Rad} = \varepsilon * \sigma * (T^4 - T_0^4) = 0,25 * 5,67 * 10^{-8} * (723,15^4 - 293,15^4) = 3771,787 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{Celkové ztráty způsobené prouděním a sáláním jsou tedy: } P_0 = S * (P_{Kon} + P_{Rad}) = 0,4388 * (4300 + 3545,765) = 3545,756 \text{ W}$$

Stejným způsobem jsem vypočítal ztráty pro 20°C a 250°C . Tyto hodnoty jsem použil k vytvoření grafu (proložení polynomem druhého řádu) v MS Excel a dostal jsem rovnici křivky funkce $p(T)$. Integrací této funkce a vydělením rozdílem koncové a počáteční teploty dostanu konstantní velikost ztrát, které ve výsledku vytvoří stejné ztráty jako tato funkce.

$$\begin{aligned} P_Z &= \frac{1}{T} * \int_{T_0}^T p(T) * dT = \frac{1}{T} * \int_{T_0}^T (0,0101 * T^2 - 2,0453 * T - 270,63) * dT = \frac{1}{430} * \\ &\int_{293,15}^{723,15} (0,0101 * T^2 - 2,0453 * T - 270,63) * dT = \frac{1}{430} * \left[0,0101 * \frac{T^3}{3} - 2,0453 * \frac{T^2}{2} - \right. \\ &270,63 * T \left. \right]_{293,15}^{723,15} = \frac{1}{430} * \left[\left(0,0101 * \frac{723,15^3}{3} - 2,0453 * \frac{723,15^2}{2} - 270,63 * 723,15 \right) - \right. \\ &\left. \left(0,0101 * \frac{293,15^3}{3} - 2,0453 * \frac{293,15^2}{2} - 270,63 * 293,15 \right) \right] = 1453,631 \text{ W} \end{aligned}$$



Obr. 6: Zavislost ztrát na teplotě

Potřebný výkon P pro ohřev vsázky

Potřebné teplo pro ohřev vsázky je rovno součtu výkonu pro ohřev hliníku a výkonu, který pokryje ztráty.

$$P_{TOT} = P + P_z = 5970,8 + 1453,631 = 7424,431 \text{ W}$$

2.8 Určení geometrie induktoru

Určení vnitřních rozměrů cívky d_1 a l_1

$$d_1 = d_2 + 2 * t_i + 2 * t_v$$

kde t_i je tloušťka izolační vrstvy (dle literatury je 1÷2 cm), t_v je vůle mezi válcovou vyzdívkou a vsázkou (snahou je, aby byla co nejmenší). Pro můj výpočet budu uvažovat, že $t_i + t_v = 0,015 \text{ m}$ [6].

$$d_1 = 0,2 + 2 * 0,015 = 0,23 \text{ m}$$

$$l_1 = l_2 + 2,5 * \frac{d_1 - d_2}{2} = 0,5992 + 2,5 * \frac{0,23 - 0,2}{2} = 0,6367 \text{ m}$$

2.9 Výpočet optimální frekvence f pro $r_2=10$ cm

Výpočet hloubky vniku a_2 a argumentu x_2

Kmitočet lze přibližně určit ze vztahu $r_2 = (2,5 \div 3) * a_2$.

Pro výpočet použiji průměrnou hodnotu r_2 , tzn.: $r_2 = 2,75 * a_2$, z níž vypočítám hloubku vniku a_2 a hodnotu argumentu x_2 .

$$a_2 = \frac{r_2}{2,75} = \frac{0,1}{2,75} = 0,0364 \text{ m} = 3,64 \text{ cm}$$

$$x_2 = \frac{r_2}{a_2} * \sqrt{2} = 2,75 * \sqrt{2} = 3,8891$$

Výpočet kmitočtu f

Kmitočet určím ze vzorce pro výpočet hloubky vniku $a_2 = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \gamma \mu_0 \mu_r}} = 503,3 * \sqrt{\frac{\rho}{f \mu_r}}$, přičemž $\mu_r = 1$.

Jednoduchými úpravami se dostanu ke vzorci pro výpočet kmitočtu:

$$f = \frac{\rho}{\left(\frac{a_2}{503,3}\right)^2}, \text{ kde } \rho \text{ je střední hodnota měrného elektrického odporu (rezistivity).}$$

Po dosazení dostávám kmitočet:

$$f = \frac{5,1197 * 10^{-8}}{\left(\frac{0,0364}{503,3}\right)^2} = 9,8076 \text{ Hz}$$

2.10 Elektrický výpočet metodou náhradních průměrů

Výpočet hloubky vniku a_1

$$a_1 = 503,3 * \sqrt{\frac{\rho_{50}}{f * \mu_r}} = 503,3 * \sqrt{\frac{1,96 * 10^{-8}}{9,8076 * 1}} = 0,0225 \text{ m} = 2,25 \text{ cm}$$

kde ρ_{50} je měrný elektrický odpor mědi při 50 °C.

Náhradní průměr cívky d_c

Místo skutečných elektrických obvodů s prostorovým rozložením proudu budu uvažovat náhradní válec nulové tloušťky [6].

$$d_c = d_1 + a_1 = 0,23 + 0,0225 = 0,2525 \text{ m}$$

Určení součinitele α_1

Nagaokův koeficient α_1 slouží k převodu parametrů z náhradní cívky nekonečné délky ($\alpha_1 = 1$) na konečnou délku ($\alpha_1 < 1$). Argumentem této funkce je poměr náhradního průměru cívky a její délky. Hodnotu součinitele potom určím pomocí tabulky (viz Příloha tabulka: 1) [6].

$$\alpha_1 = f\left(\frac{d_c}{l_1}\right) = f\left(\frac{0,2525}{0,6367}\right) = f(0,3966) = 0,851$$

Vlastní indukčnost náhradní cívky L_1

Vzorec pro výpočet vlastní indukčnosti náhradní cívky konečné délky vychází ze vzorce pro indukčnost náhradní cívky nekonečné délky, který je vynásobený koeficientem α_1 a podělený délkou dané cívky [6].

$$L_1 = \mu_0 * \pi * \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 * \frac{\alpha_1}{l_1} * N_1^2 = 4 * \pi * 10^{-7} * \pi * \left(\frac{0,2525}{2}\right)^2 * \frac{0,851}{0,6367} * N_1^2 =$$

$$= 8,4104 * 10^{-8} * N_1^2 \text{ H}$$

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2 * \pi * f * L_1 = 2 * \pi * 9,8076 * 8,4104 * 10^{-8} * N_1^2 =$$

$$= 5,1828 * 10^{-6} * N_1^2 \Omega$$

Činný odpor náhradní cívky R_1

Pro výpočet vlastního činného odporu touto metodou musím určit napětí, na kterém bude ohřívací zařízení provozováno. Jelikož uvažuji menší 3f ohřívací zařízení, na vstupu generátoru volím napájecí napětí $U_G = 400\text{V}$.

$$R_1 = \varrho_{50} * \frac{\pi * d_c * N_1^2}{a_1 * \left(l_1 - \frac{U_G}{15000}\right)} = 1,96 * 10^{-8} * \frac{\pi * 0,2525 * N_1^2}{0,0225 * \left(0,6367 - \frac{400}{15000}\right)} =$$

$$= 1,1328 * 10^{-6} * N_1^2 \Omega$$

Výpočet pomocí funkce $Y_{(x_2)}$

Z předchozích výpočtů známe a_2 a x_2 . Díky znalosti těchto hodnot a tabulce (viz Příloha tabulka: 2), mohu určit $P_{(x_2)}$ a $Q_{(x_2)}$, které dosadím do vzorce pro výpočet $Y_{(x_2)}$.

$$P_{(x_2)} = 0,5816 \quad Q_{(x_2)} = 0,7154$$

$$Y_{(x_2)} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{2 * P_{(x_2)}}{x_2 - 2 * Q_{(x_2)}}\right)^2\right]} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{2 * 0,5816}{3,8891 - 2 * 0,7154}\right)^2\right]} = 1,1063$$

Náhradní průměr válcové vsázky d_n

Náhradní průměr válcové vsázky je průměr válce s nulovou tloušťkou stěny, který působí na cívku stejně jako skutečná vsázka [6].

$$d_n = d_2 * \sqrt{\left[1 - \frac{2}{x_2} * Q_{(x_2)}\right]} * Y_{(x_2)} = 0,2 * \sqrt{\left[1 - \frac{2}{3,8891} * 0,7154\right]} * 1,1063 =$$

$$= 0,176 \text{ m}$$

Určení součinitele α_2

Nagaokův koeficient α_2 slouží, podobně jako koeficient α_1 , pro přechod z nekonečné délky na délku konečnou. Koeficient α_2 je určen pro náhradní vsázku a jeho argumentem je poměr náhradního průměru vsázky a její délky. Hodnotu součinitele opět určím pomocí tabulky (viz Příloha tabulka: 1) [6].

$$\alpha_2 = f\left(\frac{d_n}{l_2}\right) = f\left(\frac{0,176}{0,5992}\right) = f(0,2937) = 0,8861$$

Vlastní indukčnost L_n náhradní vsázky a reaktance X_{L_n}

Vlastní indukčnost náhradní vsázky se vypočítá stejným způsobem jako vlastní indukčnost náhradní cívky. Pouze zde použiji koeficient α_2 a délku vsázky [6].

$$L_n = \mu_0 * \pi * (r_n)^2 * \frac{\alpha_2}{l_2} = 4 * \pi * 10^{-7} * \pi * (0,088)^2 * \frac{0,8861}{0,5992} = 4,5162 * 10^{-8} \text{ H}$$

$$X_{L_n} = \omega L_n = 2 * \pi * f * L_n = 2 * \pi * 9,8076 * 4,5162 * 10^{-8} = 2,7831 * 10^{-6} \Omega$$

Odpor náhradního válce vsázky R_n

Odpor náhradního válce vsázky se stěnou nulové tloušťky, který má stejné vlastnosti jako skutečná vsázka [6].

$$R_n = \rho * 2 * \pi * x_2 * P_{(x_2)} * \frac{Y_{(x_2)}^2}{l_2} = 5,1197 * 10^{-8} * 2 * \pi * 3,8891 * 0,5816 * \frac{1,1063^2}{0,5992} = 1,4861 * 10^{-6} \Omega$$

Převod p k převedení elektrických veličin na stranu cívky

Nyní potřebuji převést hodnoty na stranu cívky. K tomu mi pomůže převod p podle vzorce:

$$p = \frac{F}{Y_{(x_2)} * \alpha_2} * N_1$$

Pro výpočet potřebuji znát součinitel vzájemné indukčnosti F, který se určí ze znalosti rozměrů cívky, vsázky a náhradních válců.

Součinitel vzájemné indukčnosti je možné získat dvěma způsoby. První z nich je možnost odečtení z tabulky při znalosti parametrů náhradních válců, které udávají argument funkce.

$$F = f\left(\frac{d_c}{l_1}, \frac{d_v}{l_2}, \frac{l_1}{l_2}\right), \text{ kde } d_c = d_1 + a_1 \text{ a } d_v = d_2 - a_2.$$

Druhý způsob je výpočet podle vzorce:

$$F = \frac{l_2}{\sqrt{(l_1^2 + d_c^2)}} * \left[1 + \frac{d_c^2 * l_2^2}{8 * (l_1^2 + d_c^2)^2} * \left(3 * \frac{d_v^2}{l_2^2} - 4 \right) + \frac{d_c^2 * l_1^2 * l_2^4}{32 * (l_1^2 + d_c^2)^4} * \left(3 * \frac{d_c^2}{l_1^2} - 4 \right) * \left(\frac{5}{2} * \frac{d_v^4}{l_2^4} - 10 * \frac{d_v^2}{l_2^2} + 4 \right) \right] = \frac{0,5992}{\sqrt{0,6367^2 * 0,2525^2}} * \left[1 + \frac{0,2525^2 * 0,5992^2}{8 * (0,6367^2 + 0,2525^2)^2} * \left(3 * \frac{0,1636^2}{0,5992^2} - 4 \right) + \frac{0,2525^2 * 0,6367^2 * 0,5992^4}{32 * (0,6367^2 + 0,2525^2)^4} * \left(3 * \frac{0,2525^2}{0,6367^2} - 4 \right) * \left(\frac{5}{2} * \frac{0,1636^4}{0,5992^4} - 10 * \frac{0,1636^2}{0,5992^2} + 4 \right) \right] = 0,8748 * [1 + 0,0061 * (-3,7763) + 0,0021 * (-3,5282) * 3,2681] = 0,8748 * (1 - 0,0230 - 0,0248) = 0,8330$$

Dosazením do vzorce získám převodní poměr.

$$p = \frac{0,8330}{1,1063 * 0,8861} * N_1 = 0,8498 * N_1$$

$$\text{a z toho } p^2 = 0,7221 * N_1^2 .$$

Odvození počtu závitů cívky N_1

R_n a L_n převedu do obvodu cívky pomocí převodu p .

$$R'_I = R_1 + p^2 * R_n$$

$$\omega * L_I = \omega * L_1 - p^2 * \omega * L_n$$

Výchozí rovnice pro odvození počtu závitů cívky.

$$U_G = \sqrt{R_I'^2 + (\omega * L_I)^2} * I_1$$

A také zavedu konstantu k_1 :

$$\omega * L_I = \omega * L_1 - p^2 * \omega * L_n = k_1 * N_1^2$$

Jednoduchou úpravou dostávám vzorec pro k_1 .

$$k_1 = \frac{\omega * L_1}{N_1^2} - \frac{p^2 * \omega * L_n}{N_1^2} = \frac{5,8280 * 10^{-6} * N_1^2 - 2,0097 * 10^{-6} * N_1^2}{N_1^2} = 3,1731 * 10^{-6}$$

A konstantu k_2 .

$$R'_1 = R_1 + p^2 * R_n = k_2 * N_1^2$$

A stejně jako v případě konstanty k_1 dopočítám konstantu k_2 .

$$k_2 = \frac{R_1}{N_1^2} + \frac{p^2 * R_n}{N_1^2} = \frac{1,1328 * 10^{-6} * N_1^2 + 1,0731 * 10^{-6} * N_1^2}{N_1^2} = 2,2059 * 10^{-6}$$

Pomocí konstant k_1 a k_2 mohu vzorec pro U_G upravit do následující podoby.

$$U_G = \sqrt{(k_1^2 + k_2^2)} * N_1^2 * I_1$$

Výpočet počtu závitů cívky N_1 a napájecího proudu I_1

Součet dielektrických ztrát a ztráty na přívodech odhadnu na 3% z P_G .

$$P_C = 0,97 * P_G = R'_1 * I_1^2 = k_2 * N_1^2 * I_1^2 = 0,97 * 7,4244 * 10^3 = 7,2017 * 10^3 \text{ W}$$

$$N_1^2 = \frac{k_2}{k_1^2 + k_2^2} * \frac{U_G^2}{P_C} = \frac{2,2059 * 10^{-6}}{(3,1731 * 10^{-6})^2 + (2,2059 * 10^{-6})^2} * \frac{400^2}{7,2017 * 10^3} \cong 3281546$$

$$N_1 = \sqrt{N_1^2} = \sqrt{3281546} \cong 1812$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{k_2} * \frac{P_C}{U_G} = \frac{\sqrt{(3,1731 * 10^{-6})^2 + (2,2059 * 10^{-6})^2}}{2,2059 * 10^{-6}} * \frac{7,4244 * 10^3}{400} = 31,5417 \text{ A}$$

$$R'_1 = R_1 + p^2 * R_n = 3,7173 + 3,5215 = 7,2388 \Omega$$

$$R_I = \frac{R'_I}{0,97} = \frac{7,2388}{0,97} = 7,4627 \Omega$$

$$\eta = \frac{p^2 \cdot R_n}{R_I} = \frac{3,5215}{7,4627} = 0,4719 = 47,19\%$$

2.11 Model ohřevu v software Agros2D

Vytvoření modelu

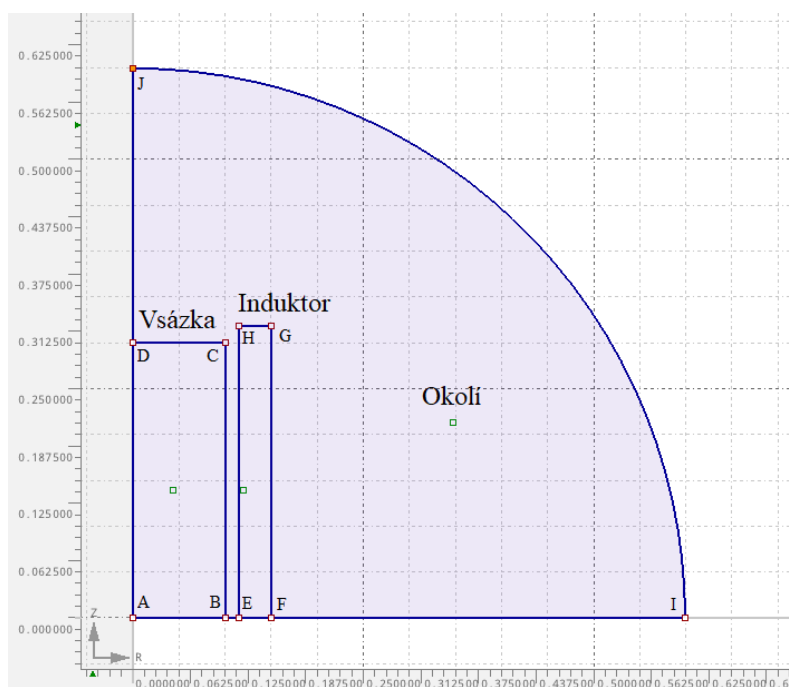
Pro vytvoření řešeného problému v software Agros2D, jsem využil možnosti vytvoření modelu pomocí uzlů a hran. Uzly jsou voleny podle rozměrů vsázky a vypočtených rozměrů indukční ohříváčky. Výška závitů induktoru je volena jako aktivní stěna dutého vodiče, která vede téměř všechny proud. Podle literatury se vypočte jako: $z = \frac{\pi}{2} * a_1$, tzn. $z = 0,0353$ m [6].

Díky tomu nyní znám pozice všech potřebných bodů. Body A-D tvoří vsázku, E-H induktor a body I a J slouží k vytvoření prostoru okolí ohříváčky.

Tabulka 1: Souřadnice bodů pro vytvoření modelu

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
R [m]	0	0,1	0,1	0	0,115	0,1503	0,1503	0,115	0,5992	0
Z [m]	0	0	0,2996	0,2996	0	0	0,31835	0,31835	0	0,5992

Spojením těchto bodů jsem dostal základní geometrii řešeného problému (Obr. 7).



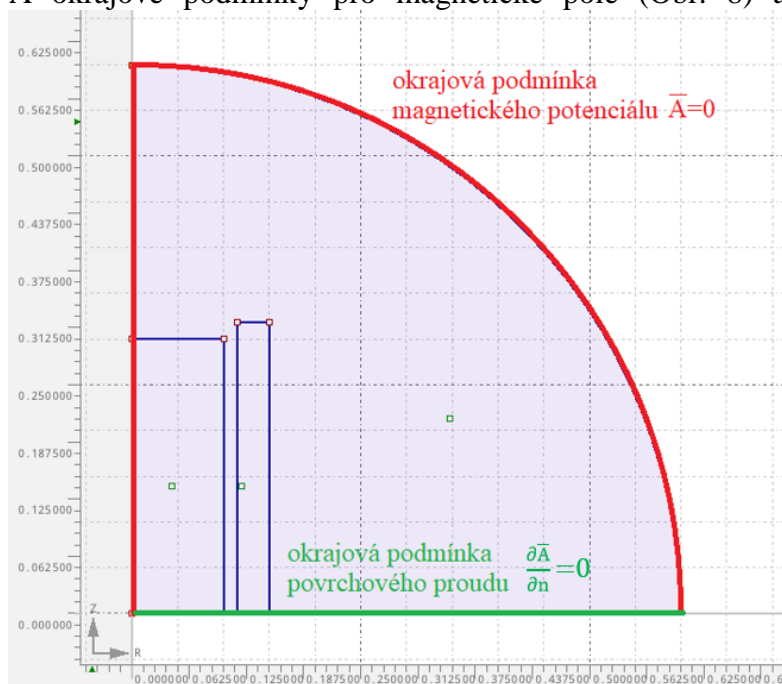
Obr. 7: Geometrie simulovaného problému

Pro každý takto vzniklý prostor jsem nastavil vlastnosti materiálu pro magnetické pole a pro vsázku i vlastnosti materiálu pro přenos tepla (Tabulka 2).

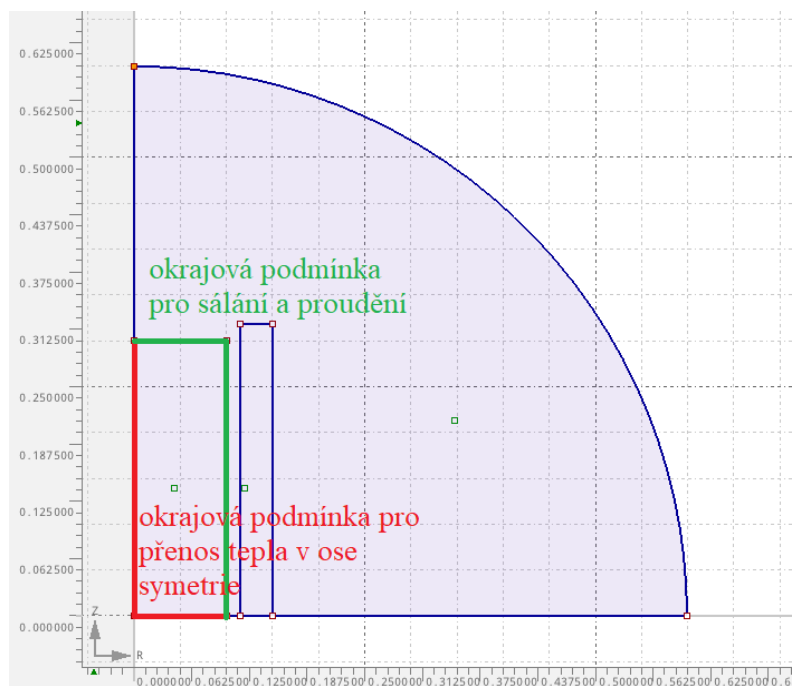
Tabulka 2: Materiálové vlastnosti jednotlivých prostředí

	Nastavené vlastnosti	
	Magnetické pole	Přenos tepla
Vsázka	$\mu_r=1$ $\gamma=19532394 \text{ S.m}^{-1}$	$\lambda = 229,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ $\rho=2656,2 \text{ kg.m}^{-3}$ $c_p=999,7587 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Induktor	$\mu_r=1$ $J_{\text{ext}}=2539300 \text{ A.m}^{-2}$	---
Okolí	$\mu_r=1$	---

A okrajové podmínky pro magnetické pole (Obr. 8) a pro přenos tepla (Obr. 9):



Obr. 8: Okrajové podmínky magnetického pole



Obr. 9: Okrajové podmínky teplotního pole

Okrajová podmínka magnetického potenciálu:

$$\bar{A} = 0$$

Neumannova okrajová podmínka povrchového proudu:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial n} = 0$$

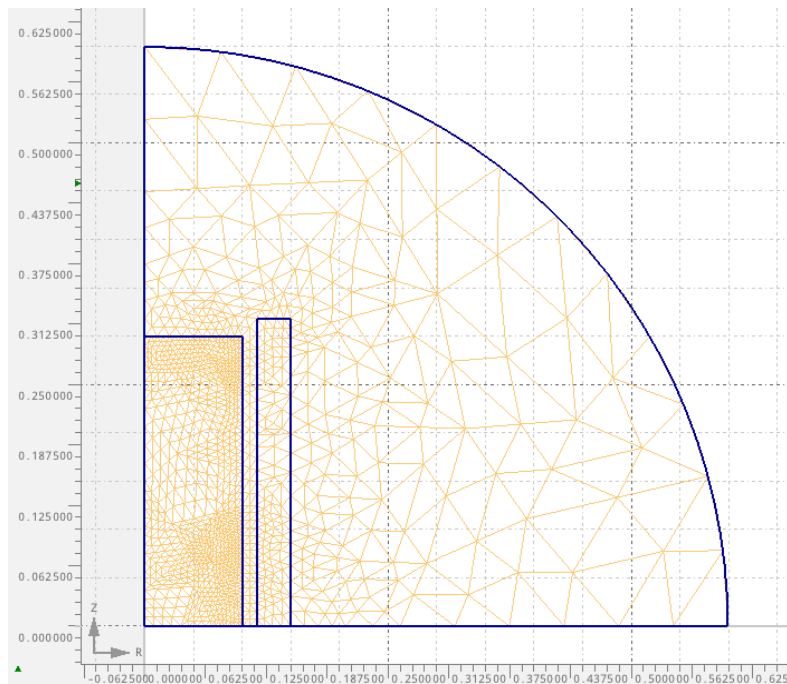
Neumannova okrajová podmínka pro přenos tepla v osách symetrie:

$$\frac{\partial T}{\partial n_0} = 0$$

Okrajová podmínka pro proudění a sálání:

$$\frac{\partial T}{\partial n_0} = \alpha * (T - T_{\text{ext}}) + \varepsilon * \sigma * (T^4 - T_{\text{ext}}^4)$$
, kde $\alpha = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, T_{ext} je rovno teplotě okolí (293,15 K), stupeň černosti ε byl odhadnut na hodnotu 0,25 a Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5,67 * 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$.

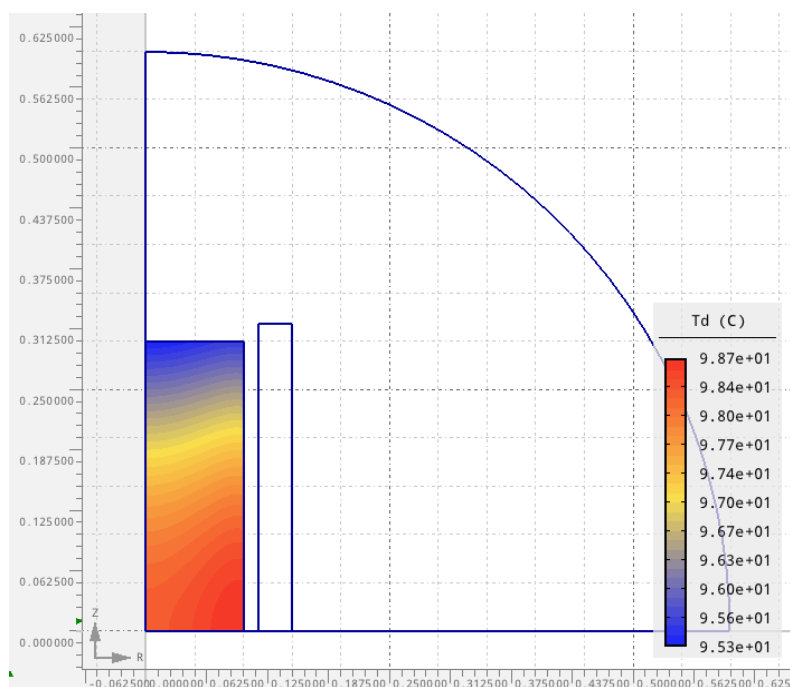
Po nastavení všech parametrů je možné spustit samotné řešení problému. Software v prvním kroku vygeneruje trojúhelníkovou síť (Obr. 10), kterou použije k výpočtu elektromagnetických a tepelných veličin. Jak již bylo napsáno pro řešení byla zvolena h -adaptivita a polynom 2. řádu a to z důvodu složitosti a časové náročnosti výpočtu.



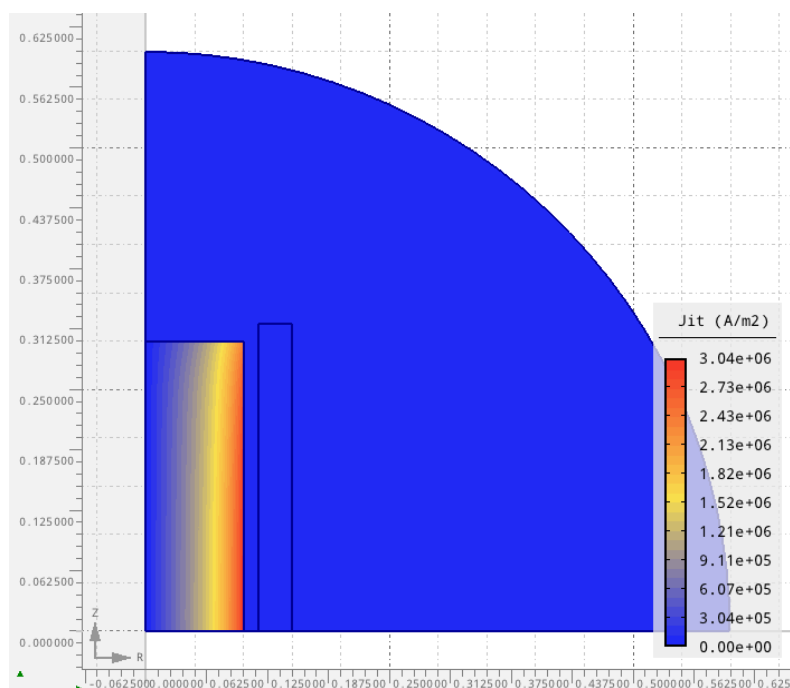
Obr. 10: Trojúhelníková síť pro výpočet elektromagnetických a tepelných veličin

Grafické výstupy

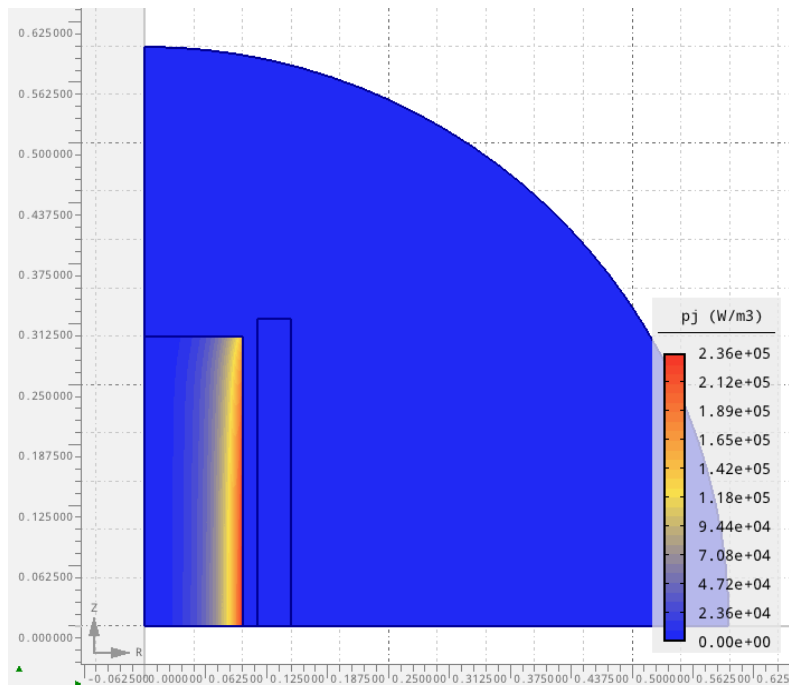
Z grafického výstupu modelu je zřejmé, že teplota ohřívané vsázky v nejteplejším místě dosáhla po jedné hodině ohřevu teploty pouze $98,7^{\circ}\text{C}$ (Obr. 11), namísto požadovaných 450°C . Z Obr. 12 je zřejmá hustota indukovaných proudů, která se do vsázky indukuje. Je vidět, že největší hustota naindukovaných proudů je těsně pod povrchem vsázky, čemuž odpovídá i rozložení Jouleových ztrát z Obr. 13. Z Obr. 15 je patrná i jejich hustota, která odpovídá tomu, že většina tepla se vyvine v povrchové vrstvě ohřívané vsázky, kdežto v ose je hustota ztrát nulová, takže se zde žádné teplo již nevyvíjí.



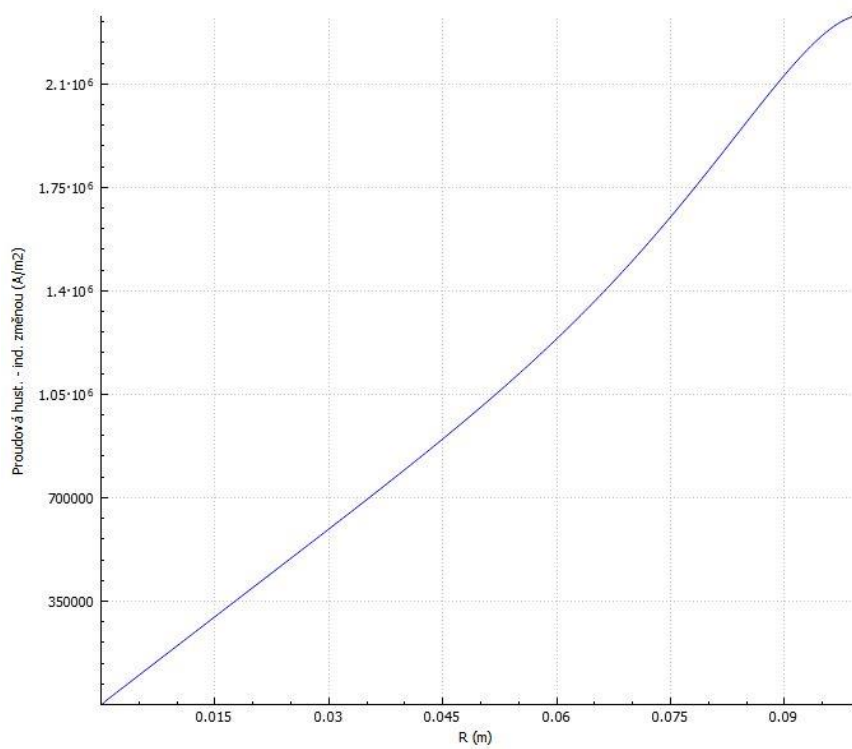
Obr. 11: Výsledné rozložení teploty ve vsázce



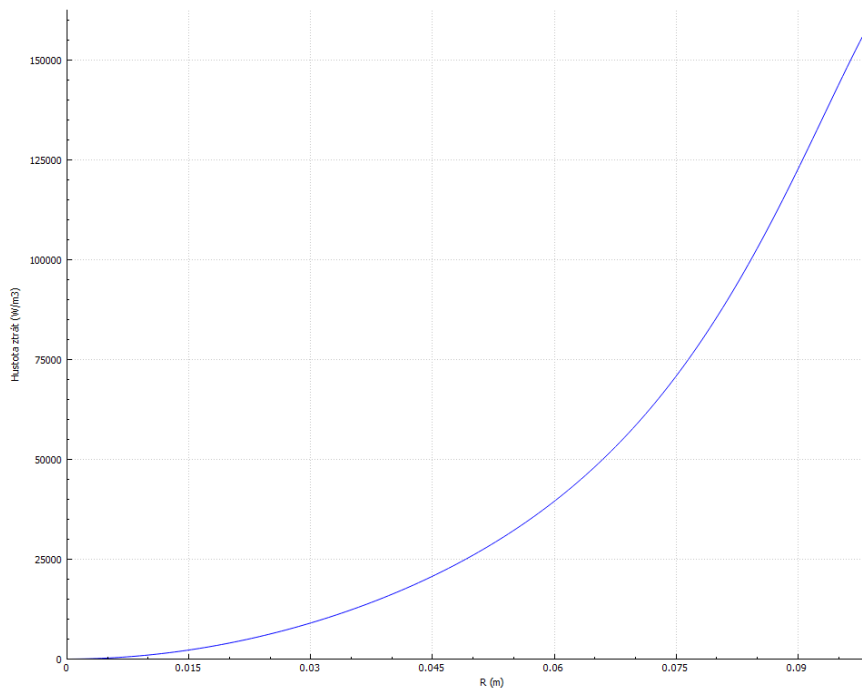
Obr. 12: Rozložení proudové hustoty indukovaných proudů ve vsázce



Obr. 13: Rozložení Jouleových ztrát ve vsázce



Obr. 14: Graf hustoty indukovaných proudů ve vsázce



Obr. 15: Graf hustoty Jouleových ztrát ve vsázce

2.12 Zhodnocení

Ze zjednodušených teoretických výpočtů počtu závitů a proudu induktorem se ukazuje, že ohřev uvažované vsázky nelze realizovat. Zároveň musím konstatovat, že není fyzicky možné toto ohřívací zařízení sestavit z důvodu vysokého počtu závitů, který by nebylo možno na vypočtené délce cca 64 cm realizovat. Vysoký počet závitů může být způsoben velice dobrou elektrickou vodivostí ohřivaného materiálu. Proto nedochází k přeměně indukovaných proudů na teplo jako u materiálů s vyšší rezistivitou. Když se podívám na počet vypočtených závitů, tak jednoduchou úvahou mohu dojít k závěru o nemožnosti indukční ohřev provést. Budu-li uvažovat mezizávitovou mezeru pouhý 1 mm, bude samotná délka mezer přibližně třikrát větší než mnou vypočítaná délka induktoru.

Také výstupy ze simulace v Agros2D potvrzují, že není možné ohřev realizovat standardním indukčním ohřevem. Po nastavení vypočtených parametrů dojde za jednu hodinu k ohřevu, v nejteplejším místě, pouze o 78°C na teplotu přibližně 98°C. Správnost vypočítané optimální frekvence potvrzuje i tabulka s intervalem průměrů válců barevných kovů a pracovní frekvence (Tabulka 3).

Tabulka 3: Intervaly průměrů válců barevných kovů a pracovní frekvence [7]

f _{opt} [Hz]	d ₂ [mm]		
	měď	hliník	mosaz
(100-200)*10 ³	1,5 - 7	2 - 8	2,5 - 10
8000	7 - 12	8 - 15	10 - 18
2500	12 - 18	15 - 22	18 - 25
1000	18 - 70	22 - 85	25 - 100
50	70 a více	85 a více	100 a více

2.13 Závislost hloubky vniku na frekvenci

Hloubka vniku je taková hloubka, kde proudová hustota klesne (přemění se na teplo) přibližně o 63,2% své hodnoty na povrchu ohřívaného materiálu. Též bych mohl konstatovat, že proudová hustota bude mít hodnotu 36,8% své původní hodnoty. Celá proudová hustota se utlumí přibližně v hodnotě rovnající se šestinásobku hloubky vniku. Vypočítá se podle vzorce [6]:

$$a_2 = \sqrt{\frac{2}{\mu \cdot \omega \cdot f \cdot \gamma}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\mu \cdot \omega \cdot f}}$$

Díky střídavému magnetickému poli vznikají ve vsázce vířivé proudy, které se se zvyšující frekvencí uzavírají v menší povrchové vrstvě, a tudíž i k ohřívání materiálu dochází v menší tloušce. K ohřevu materiálu, který je dále než tato povrchová vrstva, potom dochází tzv. tepelným spádem, kdy se teplo šíří z bodu s vyšší teplotou k místu s nižší. Z toho plyne, že pokud budu volit frekvenci příliš vysokou, tak teplo bude vznikat pouze v tenké povrchové vrstvě (to je například žádoucí u povrchového kalení), a budou růst ztráty sáláním a prouděním do okolí z přehřátého povrchu. Naopak, pokud zvolím kmitočet příliš malý, bude materiál tzv. elektromagneticky průzařný a ve vsázce se v teplo nepřemění všechna dodaná energie, což vede ke snížení účinnosti indukčního ohřevu. Za optimální mohu označit hloubku vniku, která vyhovuje podmínce $r_2 = 2,5 \div 3a_2$. Při splnění této podmínky se veškerá energie ve vsázce přemění na teplo a nedochází k elektromagnetické průzařnosti [6].

Tabulka 4: Závislost hloubky vniku na pracovní frekvenci do hliníkové vsázky

f [Hz]	9,8076	50	200	800	1000	2000	10000
a ₂ [mm]	36,4	16,1	8,1	4	3,6	2,5	1,1
r _{2opt} [mm]	100	44,275	22,275	11	9,9	6,875	3,025
r _{2min} [mm]	91	40,25	20,25	10	9	6,25	2,75
r _{2max} [mm]	109,2	48,3	24,3	12	10,8	7,5	3,3



Obr. 16: Závislost hloubky vniku na pracovní frekvenci do hliníkové vsázky

2.14 Závislost potřebného výkonu na době ohřevu

Výkon potřebný pro ohřev vsázky se vypočte jako součet výkonu obdrženého z již výše uvedené kalorimetrické rovnice a výkonu, který se odvede povrchem válce jako ztráty prouděním a sáláním. Tyto ztráty, jelikož nejsou závislé na době ohřevu (jsou závislé na teplotě povrchu ohříváné vsázky, emisivitě a součiniteli přestupu tepla, které jsou i při změně doby ohřevu konstantní), zůstávají na stále stejné hodnotě. V mém případě ohřevu vsázky vyšly ztráty $P_z = 1453,631\text{W}$.

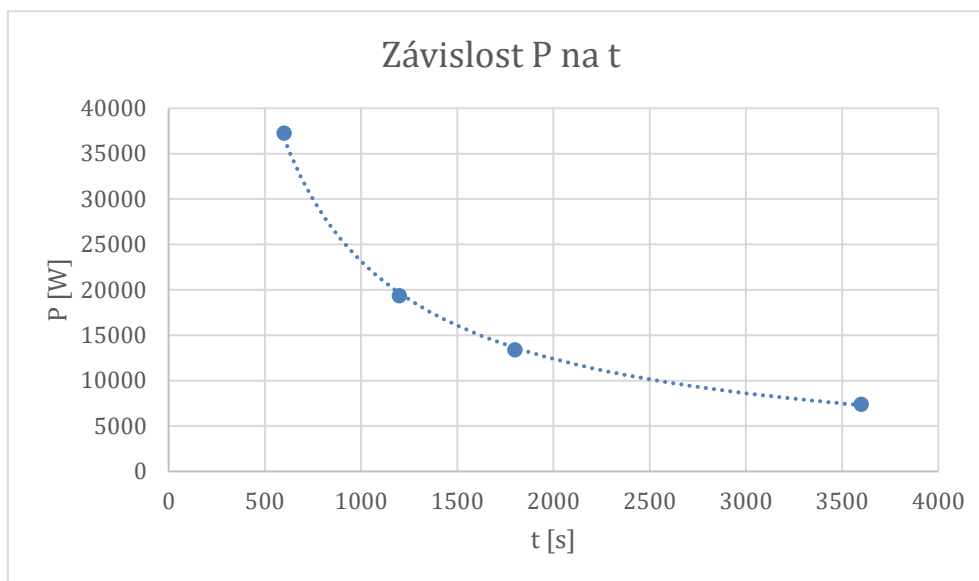
Z toho plyne, že velikost výkonu potřebného pro ohřev materiálu je závislá pouze na energii, kterou potřebujeme do vsázky dodat. Potřebná energie samozřejmě zůstává stále stejná, pouze je jiný čas. Potřebnou energii vypočítám dle kalorimetrické rovnice.

$$Q = m * c_p * \Delta\vartheta = 50 * 999,7587 * (450 - 20) = 21\,494\,812,05\text{ J}$$

Tuto hodnotu budu dělit časem ohřevu, díky čemuž dostanu hodnotu potřebného výkonu.

Tabulka 5: Závislost potřebného výkonu na době ohřevu hliníkové vsázky

Q [J]	t [s]	P [W]	P _z [W]	P _{tot} [W]
21494812,05	3600	5970,8	1453,631	7424,431
	1800	11941,6	1453,631	13395,231
	1200	17912,3	1453,631	19365,931
	600	35824,7	1453,631	37278,331



Obr. 17: Závislost potřebného výkonu na době ohřevu hliníkové vsázky

Z vypočtených hodnot a grafického znázornění je vidět, že čím kratší čas zvolím, tím vyšší výkon pro ohřev potřebuji.

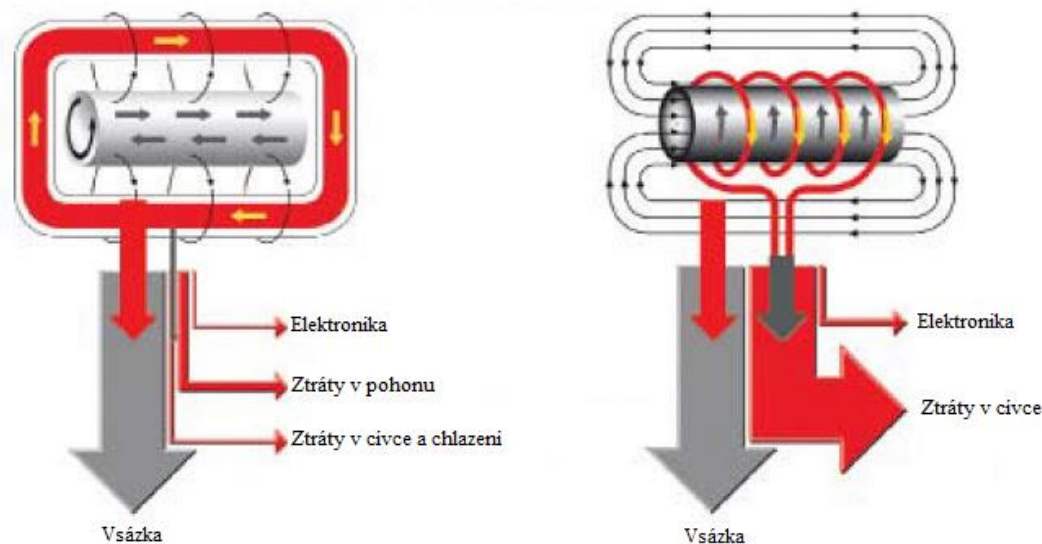
3 Metody indukčního ohřevu pro dobře elektricky vodivé materiály

3.1 Ohřev stejnosměrným proudem

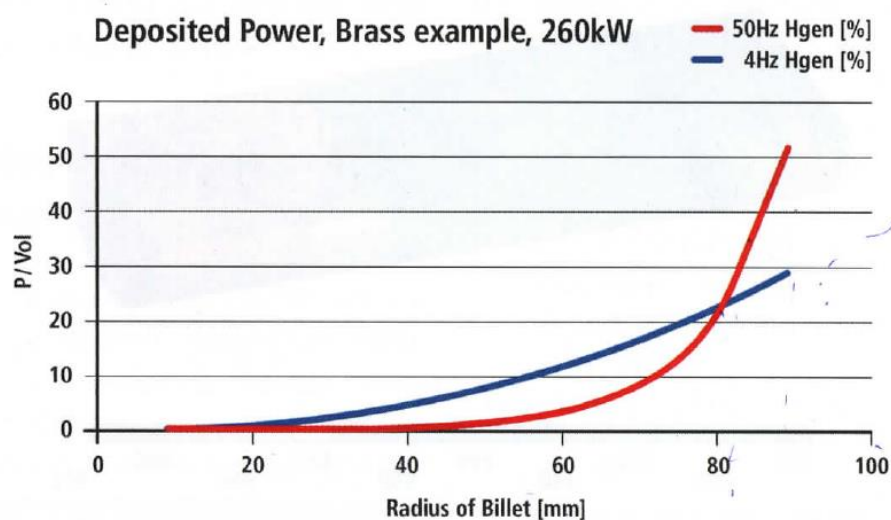
S rozvojem supravodivých materiálů, tedy materiálů, které mají při velmi nízkých teplotách téměř nulový odpor, se stal realizovatelný ohřev stejnosměrným proudem. Supravodivá cívka, která je uložena v kryogenní komoře ohřivacího zařízení, je napájena stejnosměrným proudem. Jelikož v supravodivé cívce nevznikají žádné ztráty, stačí již velmi malý výkon k tomu, aby bylo vytvořeno silné magnetické pole, díky němuž dochází k ohřevu materiálu. Jelikož stejnosměrný proud nevytváří časově proměnné magnetické pole, nýbrž pole stacionární, musí se v tomto poli otáčet ohřivanou vsázkou. Vsázka je upevněna na speciálním zařízení, díky němuž se ohřívá pouze vsázka a nikoliv fixační zařízení. Oproti standardnímu zařízení není fixační zařízení z materiálu, které by podléhalo kritické teplotě, vibracím či jiným vlivům. Vznikající vířivé proudy působí proti směru rotace a vytvářejí tak, v interakci s cívkou, brzdny moment, který se musí překonat pomocí elektromotoru. Energie pro ohřev tedy není dodávána z cívky, ale z elektromotoru, který vsázkou otáčí. Výkon motoru se tak přemění na teplo. Řízení otáček elektromotoru se realizuje pomocí frekvenčního měniče, který má velmi malé ztráty. Při ohřevu pomocí tohoto zařízení lze dosáhnout účinnosti ohřevu kolem 80% [8].

Pro ohřev hliníkového ingotu se spotřeba energie pohybuje kolem 150kWh na jednu tunu materiálu. Vířivé proudy vytvářené pomocí střídavého proudu s frekvencí 50 – 60 Hz vznikají převážně velmi blízko povrchu ohřivaného válce. Jestliže budu tyto frekvence snižovat, budu tím zvyšovat hloubku vniku a tím i homogennost prohřátí materiálu v celém jeho průřezu. Při použití ohřevu stejnosměrným proudem se otáčky motoru pohybují v intervalu 240 – 750 ot/min, to odpovídá po přepočtu (4 – 12,5) Hz. V tomto rozsahu je také mnou určená optimální frekvence pro ohřev hliníkové vsázky – válce o hmotnosti 50 kg. Uvedený příklad se týká ohřevu mosazné vsázky ve tvaru válce o průměru 180 mm a délky 700 mm. Při pohledu na Obr. 19 vidíme výrazný rozdíl mezi hloubkou indukovaného výkonu střídavým polem o frekvenci 50 Hz a polem vytvořeným stejnosměrným proudem a otáčením vsázky otáčkami ekvivalentními frekvenci 4 Hz. Při frekvenci 50 Hz vidíme, že se

zvětšující se vzdáleností od povrchu velmi rychle klesá výkon indukovaný do vsázky (při vzdálenosti cca 15 mm od povrchu je to již pouhých 20% výkonu). Za použití stejnosměrného proudu se tato vzdálenost zvětšuje na hodnotu přibližně 50 mm, tedy asi trojnásobek hodnoty než při použití frekvence 50 Hz. Díky tomu je ohřev materiálu rovnoměrnější a materiál má lepší vlastnosti pro další zpracování. Zároveň odpadá doba na vyrovnání teploty mezi povrchem a jádrem vsázky ohřivaného materiálu[8].



Obr. 18: Složky ztrát v případě ohřevu stejnosměrným a střídavým proudem [8]



Obr. 19: Průběhy naindukovaného tepla v závislosti na poloměru mosazného válce o průměru 180 mm při ohřevacím výkonu 260 kW a kmitočtech 50 Hz a 4 Hz [8]

Díky jednoduché konstrukci je zařízení i ekonomicky mnohem výhodnější na údržbu než klasické ohřevací zařízení. Chladicí systém, který udržuje supravodivou cívku na

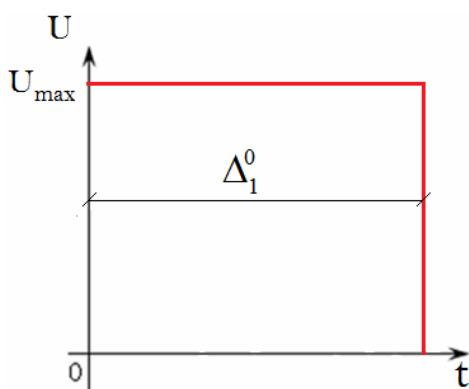
provozní teplotě, obsahuje pouze běžně dostupné součástky. Supravodivá cívka, jelikož není vystavena vysokým teplotám, vibracím ani dalším jiným negativně působícím vlivům, má životnost přibližně 20 let. To by se již dalo považovat i za životnost tohoto zařízení. U klasických zařízení je to právě cívka, kde dochází k nejčastějšímu opotřebení [8].

3.2 Přerušovaný klasický ohřev zvýšeným výkonem

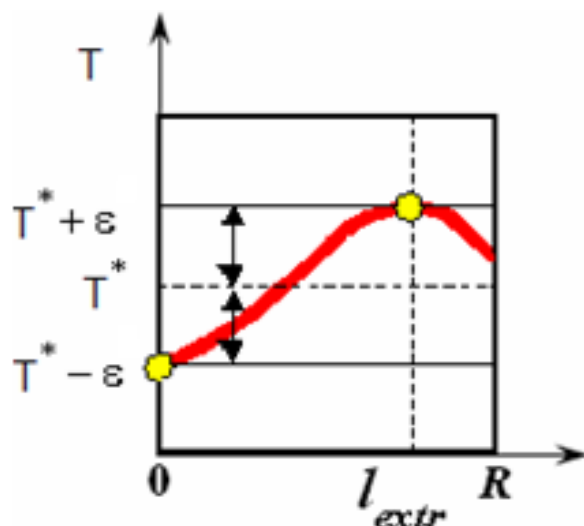
Jako další metodu ohřevu vsázky bez pohybu uvádím návrh ohřevu elektromagnetické indukce a to přerušovaným ohřevem zvýšeným kmitočtem např. využitím frekvenčního měniče kmitočtu s výkonem vyšším než vypočteným a také s vyšším kmitočtem. Výkon je do vsázky předáván intervalově a v prodlevách se teplo ve vsázce šíří vedením [9].

Hlavním problémem této metody je stanovení časově závislé regulace, která zajistí v požadovaném čase stejnoměrné rozložení požadované teploty v celém průřezu vsázky. Při použití metody střídání je známo, že v průřezu vsázky jsou vždy dva extrémní rozdíly od požadované teploty, pokud je tedy pro ohřev použita pouze jedna úroveň napájení o maximálním výkonu. Tyto dva body se navíc střídají, to znamená, že v bodě kde bylo v předchozím stavu minimum, bude v novém stavu maximum a obráceně [9].

Pro maximální použitý výkon je limitující především to, aby nedošlo během ohřevu k natavení (nebo jiné degradaci) ohřivaného tělesa [9].



Obr. 20: Průběh napětí zdroje [9]



Obr. 21: Průběh teploty [9]

Pro tento průběh teploty mohu psát rovnice ve formě odchylky od požadované teploty [9].

$$T(0, \Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}$$

$$T(l_{\text{extr}}, \Delta_1^0) - T^* = \varepsilon_{\min}$$

$$\frac{\partial T(l_{\text{extr}}, \Delta_1^0)}{\partial t} = 0$$

Kde $T(x,p)$ je teplota v bodě s respektováním neznámého parametru p ; T^* - požadovaná teplota; Δ - doba trvání ohřevu, l - souřadnice bodu s nejvyšší teplotou; ε - odchylka od požadované teploty [9].

Nyní mám tři rovnice pro tři neznámé (l , ε a Δ), to znamená, že jejich vyřešením dostanu optimální ovládání pro ohřev [9].

4 Závěr

V této diplomové práci jsem se zabýval volbou vhodného kmitočtu pro ohřev hliníkové vsázky o hmotnosti 50 kg a průměru 0,2 m elektromagnetickou indukcí na teplotu 450 °C.

V první části jsem popsal teorii ohřevu elektricky vodivé vsázky, ze které použité výpočty a simulace ohřevu vycházejí.

K výpočtu vhodného kmitočtu jsem použil vzorec pro hloubku vniku indukovaných proudů a teoretický předpoklad že $r_{2opt} = 2,75 \cdot a_2$. Díky této podmínce vyšla optimální frekvence pro ohřev 9,8 Hz a pro tento kmitočet jsem vypočítal parametry indukční ohřívачky. Pro výpočet jsem použil metodu náhradních průměrů podle profesora Langer. Bohužel na konci výpočtu se ukázala nereálnost tohoto ohřevu, kdy na délce vsázky cca 60 centimetrů vyšlo 1812 závitů cívky, kterými by měl procházet proud o hodnotě 31,5 A. Při pohledu na tyto hodnoty je naprosto jasné, že indukční ohřívачku nelze s těmito parametry realizovat, protože délka samotných mezizávitových mezer, i kdybychom uvažovali mezi závity mezeru pouhý jeden milimetr, by byla 1,8 metru.

Následně byly tyto hodnoty použity pro simulaci daného problému v software Agros2D, kde se pouze potvrdila nemožnost tohoto ohřevu. Po jedné hodině měla vsázka ve svém nejteplejším místě pouhých 98,7°C.

V závěru této práce uvádím metodu, díky které by bylo možné tento ohřev realizovat, a to metodu ohřevu pomocí rotace ohřívaného materiálu ve stacionárním magnetickém poli vytvořeným supravodivou cívkou. Toto zařízení je schopno ohřívati i materiály, pro které je potřeba nízkých kmitočtů, jako například mnou počítaný hliník (pro ohřev bychom potřebovali otáčeti materiálem přibližně 589krát za minutu). Jako další možnost stručně uvádím úvahu o přerušovaném ohřevu vyšším výkonem i frekvencí.

Na základě výsledků v této diplomové práci bych v praxi, pro ohřev dobře vodivých materiálů jako je například hliník, použil jiný způsob ohřevu než konvenční indukční ohřev.

Použitá literatura

- [1] RADA, Josef A KOLEKTIV. 1985. *Elektrotepelná technika 1. vydání*. Praha : SNTL, 1985. ISBN 04-525-85.
- [2] LANGER, Emil. 1979. *Teorie indukčního a dielektrického tepla 2. přepracované a dopracované vydání*. Praha : Academia, 1979. ISBN 509-21-857.
- [3] B.J., MCBRIDE, S., GORDON a M.A., RENO. 1993. NASA Technical Paper 3287. 1993.
- [4] DESAI, P.D., JAMES, H.M. a HO, C.Y. 1984. J. Phys. Ref. Data, vol 13 no.4. 1984. p1131.
- [5] NIX, F.C. a MACNAIR, D. 1941. Physical Review, v60. 1941. p597.
- [6] LANGER, Emil a KOŽENÝ Jiří. 1982. *Elektrotepelná zařízení indukční*. Plzeň : VŠSE v Plzni, 1982. ISBN 55-095-82.
- [7] NOVÁK, Pavel. 2015. *Elektrické teplo*. Košice : Technická univerzita v Košicích, 2015. ISBN 978-80-553-2183-7.
- [8] BÜHRER, C., a další. 03/2009. Effiziente magnetische Blockerwärmung mit Gleichstrom. *Elektrowärme international*. 03/2009.
- [9] POPOV, A, a další. 2017. *Optimal control of induction heating processes*. [prezentace] Hannover : UIE Intensive Course for PhD Students, 2017.

Příloha

Tabulka 1: Hodnoty součinitele α

$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α	$\frac{d}{l}$	α
0,00	1,000000	0,54	0,806046	1,20	0,647500
0,02	0,991562	0,56	0,800125	1,25	0,638100
0,04	0,983223	0,58	0,794285	1,30	0,629000
0,06	0,974985	0,60	0,788525	1,35	0,620100
0,08	0,966846	0,62	0,782843	1,40	0,611500
0,10	0,958807	0,64	0,777240	1,45	0,603100
0,12	0,950867	0,66	0,771713	1,50	0,595000
0,14	0,943026	0,68	0,766262	1,55	0,587100
0,16	0,935284	0,70	0,760885	1,60	0,579500
0,18	0,927639	0,72	0,755582	1,65	0,572100
0,20	0,920093	0,74	0,750350	1,70	0,564900
0,22	0,912643	0,76	0,745190	1,75	0,557900
0,24	0,905290	0,78	0,740100	1,80	0,551100
0,26	0,898033	0,80	0,735079	1,85	0,544400
0,28	0,890871	0,82	0,730126	1,90	0,537900
0,30	0,883803	0,84	0,725239	1,95	0,531600
0,32	0,876829	0,86	0,720418	2,00	0,525500
0,34	0,869948	0,88	0,715662	2,10	0,513700
0,36	0,863159	0,90	0,710969	2,20	0,502500
0,38	0,856461	0,92	0,706339	2,30	0,491800
0,40	0,849853	0,94	0,701770	2,40	0,481600
0,42	0,843335	0,96	0,697262	2,50	0,471900
0,44	0,836905	0,98	0,692813	3,00	0,429200
0,46	0,830563	1,00	0,688423	3,50	0,394400
0,48	0,824307	1,05	0,677700	4,00	0,365400
0,50	0,818136	1,10	0,667300	5,00	0,319800
0,52	0,812049	1,15	0,657300	10,00	0,203300

Tabulka 2: Závislost $P(x_2)$ a $Q(x_2)$ na argumentu x_2

x	$P(x_2)$	$Q(x_2)$	x	$P(x_2)$	$Q(x_2)$
0,1	0,00006	0,05000	4,2	0,58848	0,71206
0,2	0,00050	0,10000	4,4	0,59250	0,71093
0,3	0,00169	0,14997	4,6	0,59639	0,71037
0,4	0,00400	0,19989	4,8	0,60022	0,71016
0,5	0,00780	0,24968	5,0	0,60400	0,71014
0,6	0,01345	0,29919	5,2	0,60769	0,71019
0,7	0,02129	0,34826	5,4	0,61127	0,71024
0,8	0,03163	0,39663	5,6	0,61471	0,71025
0,9	0,04472	0,44397	5,8	0,61799	0,71022
1,0	0,06076	0,48988	6,0	0,62109	0,71014
1,1	0,07984	0,53392	6,2	0,62401	0,71003
1,2	0,10196	0,57558	6,4	0,62674	0,70989
1,3	0,12696	0,61435	6,6	0,62929	0,70973
1,4	0,15457	0,64971	6,8	0,63169	0,70957
1,5	0,18436	0,68122	7,0	0,63393	0,70941
1,6	0,21580	0,70854	7,2	0,63603	0,70926
1,7	0,24826	0,73144	7,4	0,63800	0,70912
1,8	0,28104	0,74986	7,6	0,63987	0,70899
1,9	0,31347	0,76389	7,8	0,64163	0,70899
2,0	0,34490	0,77378	8,0	0,64329	0,70877
2,1	0,37477	0,77991	8,2	0,64488	0,70868
2,2	0,40264	0,78276	8,4	0,64638	0,70859
2,3	0,42820	0,78286	8,6	0,64782	0,70852
2,4	0,45127	0,78078	8,8	0,64919	0,70845
2,5	0,47179	0,77704	9,0	0,65049	0,70838
2,6	0,48980	0,77213	9,2	0,65174	0,70832
2,7	0,50542	0,76650	9,4	0,65294	0,70827
2,8	0,51884	0,76050	9,6	0,65409	0,70822
2,9	0,53027	0,75443	9,8	0,65519	0,70817
3,0	0,53994	0,74852	10,0	0,65624	0,70813
3,1	0,54810	0,74291	12,0	0,66483	0,70780
3,2	0,55496	0,73774	14,0	0,67095	0,70761
3,3	0,56074	0,73306	16,0	0,67551	0,70748
3,4	0,56562	0,72890	18,0	0,67906	0,70740
3,5	0,56979	0,72526	20,0	0,68189	0,70735
3,6	0,57338	0,72215	22,0	0,68420	0,70730
3,7	0,57652	0,71951	24,0	0,68611	0,70726
3,8	0,57931	0,71731	26,0	0,68772	0,70726
3,9	0,58184	0,71522	28,0	0,68917	0,70728
4,0	0,58418	0,71408	30,0	0,69044	0,70717