

Inovace a technologie ve vzdělávání

ITEV

Časopis o nových metodách a inovacích
v technickém a přírodovědném vzdělávání

Inovace

TEchnologie

Vzdělávání

Inovace a technologie ve vzdělávání

Časopis o nových přístupech, metodách a inovacích v technickém a přírodovědném vzdělávání.

Obsahové zaměření časopisu

Časopis se věnuje především problematice ve vzdělávání technických a přírodovědných oborů v rámci širokého spektra vzdělávacích institucí. Časopis je platformou pro transfer nových a inovativních poznatků do pedagogické praxe. Specializuje se na výzkum, vývoj a evaluaci nových didaktických pomůcek, postupů a metod. Publikuje zejména výsledky specifického výzkumu s participací studentů a informace vedoucí ke zkvalitňování a zefektivňování vzdělávacího procesu.

Časopis je zaměřený zejména na středoevropský prostor a státy s podobnými školskými systémy. Publikuje texty článků psané v jazyce českém, anglickém, slovenském a polském. Cílem časopisu je umožnit publikaci zajímavých myšlenek a vizí vědeckých a odborných pracovníků se zájmem o efektivní a kvalitní školství. Časopis vychází dvakrát ročně a články prochází nezávislým recenzním řízením.

The magazine is dedicated especially to problematics in technical and scientific education within a wide range of educational institutes. The magazine is a platform for transferring new and innovative knowledge into teaching practice. It is specialized in research, development and evaluation of new didactic tools, procedures and methods. It publishes particularly results of specific researches with students' participation and information leading to improvement and increase of the efficiency in the process of education. The magazine is focused especially on the area of Central Europe and countries with similar school systems. Published articles are written in Czech, English, Slovak and Polish. The aim of the magazine is to publish interesting ideas and visions of scientific and professional staff with interest in effective and high-quality education. The magazine is published twice a year and articles are reviewed.

Redakce

Mgr. Jan Krotký, Ph.D., PhDr. Petr Simbartl, Ph.D. a Mgr. Jan Fadrhonc

Redakční rada

Prof. PaedDr. Jarmila Honzíková, Ph.D., PhDr. Petr Simbartl, Ph.D., PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D., PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D., PaedDr. Petr Mach, CSc., Mgr. Jan Krotký, Ph.D., Mgr. Jan Fadrhonc, Mgr. Zuzana Izquierdo Montes.

Adresa redakce

Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy, FPE ZČU v Plzni, Klatovská tř. 51, 306 14 Plzeň

Vydavatel

Západočeská univerzita v Plzni (IČO:49777513), Fakulta pedagogická, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň, Česká republika

CUISENAIRE RODS IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION

CUISENAIROVY HRANOLKY VE VÝUCE MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZAKLADNI SKOLY

Šárka Pěchoučková, Lukáš Honzík

Abstract

Primary school children find themselves in the concrete operational stage. Thus, it is desirable for them to gain new knowledge by the means of visual perception, that is, through illustration or manipulation. Cuisenaire rods are a suitable tool for manipulation as they can be used for number comparison and the illustration of elementary mathematical operations.

Key words: *Cuisenaire rods, mathematics, primary school*

Abstrakt

Žáci na 1. stupni základní školy se nacházejí ve stádiu konkrétních operací. Proto je třeba, aby nové matematické poznatky získávali prostřednictvím vizuálního vnímání, tedy na základě znázornění nebo manipulace. Vhodnou pomůckou k manipulaci jsou Cuisenairovy hranolky, které můžeme využít při porovnávání čísel a znázorňování základních matematických operací.

Klíčová slova: *Cuisenairovy hranolky, matematika, primární škola*

1 CUISENAIROVY HRANOLKY

Žáci na 1. stupni základní školy se nacházejí ve stádiu konkrétních operací (Piaget, 1999; Piaget, Inhelderová, 2014). Proto je třeba, aby nové poznatky získávali prostřednictvím vizuálního vnímání, tedy na základě znázornění nebo manipulace. K manipulaci využíváme různé pomůcky – víčka od PET lahví, fazole, stavebnice. Vhodnou pomůckou jsou i Cuisenairovy hranolky.

Autorem těchto hranolků je Belgičan George Cuisenaire (1891 – 1976), který tvrdil, že noty v hudebních stupnicích a číselné relace si navzájem odpovídají. Proto sestavil „klávesnici pro matematiku“, sadu pečlivě navržených hranolků v odstupňovaných délkách a vybraných barvách. Cuisenairovy hranolky mají tvar pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou o velikosti 1 cm. Délka hranolků se mění od 1 cm do 10 cm. Hranolky stejné délky mají stejnou barvu a reprezentují stejné přirozené číslo (tab. 1, obr. 1).

Na současném českém trhu s pomůckami jsou známé pod názvem barevné tyčinky nebo barevné hranolky. Pomůcka obsahuje i konkrétní náměty, jak ji ve výuce matematiky využívat, ty se ale vesměs zaměřují pouze na numeraci přirozených čísel (znázorňování čísel, porovnávání čísel) a základní matematické operace (sčítání, odčítání, násobení a dělení). Domníváme se, že hranolky lze úspěšně využít i při práci se zlomky a v geometrii. Pomůcku si můžeme i vyrobit. Do její výroby lze zapojit žáky druhého stupně, kteří by připravili hranolky. Žáci 1. stupně by je pak mohli obarvit, čímž by se s pomůckou blíže seznámili a zapamatovali si barvy příslušné k jednotlivým číslům. V následujícím textu se pokusíme ukázat, jakým způsobem mohou žáci s touto

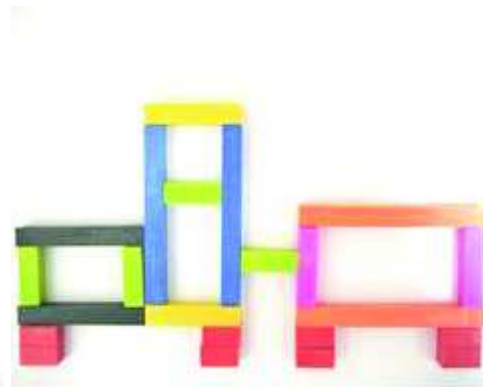
pomůckou pracovat. Vzhledem k omezenému rozsahu článku se zaměříme jen na několik činností týkajících se sčítání přirozených čísel a stručně seznámíme se sondou, která proběhla v prvním ročníku základní školy.

délka hranolku	barva hranolku	přirozené číslo, které reprezentuje	označení v dalším textu
1 cm	bílá	1	jednotkový hranolek
2 cm	červená	2	dvojkový hranolek
3 cm	světle zelená	3	trojkový hranolek
4 cm	fialová	4	čtyřkový hranolek
5 cm	žlutá	5	pětkový hranolek
6 cm	tmavě zelená	6	šestkový hranolek
7 cm	černá	7	sedmičkový hranolek
8 cm	hnědá	8	osmičkový hranolek
9 cm	modrá	9	devítkový hranolek
10 cm	oranžová	10	desítkový hranolek

Tab. 1 Cuisenairovy hranolky



Obr. 1



Obr. 2

2 NÁMĚTY PRO PRÁCI S CUISENAIROVÝMI HRANOLKY

2.1 SEZNÁMENÍ ŽÁKŮ S CUISENAIROVÝMI HRANOLKY

Při prvotním seznamování žáků s Cuisenairovými hranolkami je vhodné nespojovat je zatím s reprezentací přirozeného čísla, ale manipulovat s nimi jako se stavebními. Žáci tedy vytvářejí pomocí hranolků různé „rovinné obrázky“ (obr. 2), se kterými pracují tak, že např. zjišťují, kolik hranolků určité barvy použili na daný obrázek.

V další fázi seznámíme žáky s tím, že každý hranolek představuje jiné číslo. Žáci si mohou hranolky seřadit do řady od nejkratšího po nejdelší a přiřadit k nim čísla od 1 do 10. Zároveň dáme žákům úkoly typu, aby např. jeden pětkový (žlutý) hranolek nahradili jednotkovými hranolkami. Tím si lépe uvědomí, jaké číslo žlutý hranolek představuje. Při další manipulaci s hranolkami doplníme ještě jednotlivé hromádky hranolků kartami s čísly (Pěchoučková, 2018).

2.2 POROVNÁVÁNÍ ČÍSEL

Porovnávání přirozených čísel žáci demonstrují pomocí porovnávání délek hranolků. Např. při porovnávání čísla 7 a čísla 5 vyberou žáci sedmičkový (černý) hranolek a pětkový (žlutý) hranolek a přiloží je k sobě. Zjistí, že sedmičkový hranolek je delší než pětkový hranolek, tedy číslo 7 je větší než číslo 5. Zapiší $7 > 5$.

2.3 ŘEŠENÍ JEDNODUCHÝCH NEROVNIC

Při řešení nerovnice $x > 6$ žáci položí na lavici šestkový (tmavě zelený) hranolek a při kládání dalších hranolek hledají hranolky, které jsou delší (větší) než hranolek tmavě zelený. Najdou tedy černý hranolek, hnědý, modrý, oranžový. Tedy řešením jsou čísla 7, 8, 9, 10.

Při řešení nerovnice $4 > x$ žáci položí na lavici čtyřkový (fialový) hranolek a při kládání dalších hranolek hledají hranolky, které jsou kratší (menší) než hranolek fialový. Najdou tedy bílý hranolek, červený a světle zelený. Řešením jsou tedy čísla 1, 2, 3.

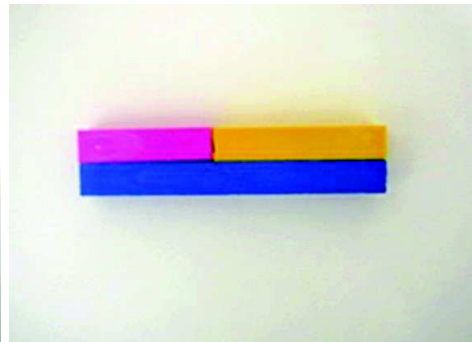
2.4 ZNÁZORŇOVÁNÍ DVOJCIFERNÝCH ČÍSEL

Při znázornění např. čísla 13 použijí žáci jeden desítkový (oranžový) hranolek a jeden trojkový (světle zelený) hranolek, které umístí těsně za sebe (obr. 3). Pokud budeme chtít zdůraznit rozklad čísla na desítky a jednotky, můžeme použít jeden desítkový (oranžový) hranolek a tři jednotkové (bílé) hranolky (obr. 3).

Podobně při znázornění např. čísla 52 můžeme vzít buď pět desítkových (oranžových) hranolek a jeden dvojkový (červený) hranolek, nebo pět desítkových (oranžových) hranolek a dva jednotkové (bílé) hranolky.



Obr. 3



Obr. 4

2.5 SČÍTÁNÍ ČÍSEL V OBORU DO 10

Při sčítání např. čísla 4 a čísla 5 vezmou žáci jeden čtyřkový (fialový) hranolek a hned za něho přiloží jeden pětkový (žlutý) hranolek. Poté experimentováním zkoumají, jakým hranolkem mohou tyto dva hranolky nahradit. Přiloží vedle jeden devítkový (modrý) hranolek (obr. 4). Zapiší $4 + 5 = 9$. Stejným způsobem počítají další spoje uvedeného typu.

2.6 ŘEŠENÍ JEDNODUCHÝCH ROVNIC

Při řešení rovnice $x + 6 = 8$ položí žáci na lavici osmičkový (hnědý) hranolek a těsně pod něho dají hranolek šestkový (tmavě zelený). Zkoumají, jakým vhodným hranolkem šestkový hranolek doplní. Zjistí, že pokud k šestkovému (tmavě zelenému) hranolku přidají dvojkový (červený) hranolek, nahradí tak hranolek osmičkový (hnědý). Tedy $x = 2$.

Při řešení rovnice $10 - x = 7$ položí žáci na lavici desítkový (oranžový) hranolek a těsně pod něho dají sedmičkový (černý) hranolek. Zkoumají, jaký hranolek k sedmičkovému doplní, aby nahradili desítkový (oranžový) hranolek. Zjistí, že musí použít trojkový (světle zelený) hranolek.

2.7 SČÍTÁNÍ ČÍSEL V OBORU DO 100 BEZ PŘECHODU DESÍTKY

Při sčítání čísel bez přechodu desítky např. u spoje $41 + 8$ si žák nejdříve připraví čtyři desítkové (oranžové) hranolky a jeden jednotkový (bílý) hranolek. Poté za jednotkový hranolek přiloží jeden osmičkový (hnědý hranolek). Experimentováním zkoumá, jakým hranolkem může jednotkový (bílý) a osmičkový (hnědý) hranolek nahradit – jedním devítkovým (modrým) hranolkem. Zapiše $41 + 8 = 49$. Stejným způsobem počítá další spoje uvedeného typu.

V následující kapitole se budeme zabývat sondou, která proběhla v 1. ročníku základní školy. Žáci prováděli reprezentaci několika přirozených čísel pomocí operace sčítání prostřednictvím Cuisenairových hranolků. Úkoly, které byly v rámci sondy žákům zadány, je možné zařadit i do běžné výuky matematiky.

3 SONDA REALIZOVANÁ NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

V 1. ročníku základní školy byla realizována sonda, které se zúčastnilo celkem 50 žáků. S každým žákem jsme pracovali individuálně v oddělené místnosti. Jeho úkolem bylo zaplatit cenu zboží, kterou jsme mu ukázali na kartě, pomocí zvláštních peněz, kterými byly Cuisenairovy hranolky. Hranolky byly připraveny na hromádkách, pro lepší orientaci byla každá hromádka opatřena kartičkou s číslem, které hranolky představovaly. Žáci plnili úkoly postupně během celého školního roku. Cílem sondy bylo mimo jiné zjistit, jaké početní spoje žáci při reprezentaci vybraných čísel používají a jak se používané spoje mění v průběhu celého školního roku.

Tabulky 2 a 3 ukazují přehled spojů, pomocí kterých byla v jednotlivých experimentech reprezentována přirozená čísla 4 a 5. Zároveň je zde uvedena relativní četnost výskytu těchto spojů vyjádřená v procentech.

Spoj	Relativní četnost (v %)				
	listopad	leden	březen	duben	červen
1+1+1+1	39	39	7	7	6
2+2	23	24	31	47	31
3+1	31	16	38	31	54
1+2+1	7	6	-	-	-
1+1+2	-	-	8	-	-
2+1+1	-	7	-	-	-
1+3	-	8	16	15	9

Tab. 2 Číslo 4

Při reprezentaci čísla 4 měli žáci k dispozici jednotkové, dvojkové a trojkové hranolky. V listopadu používali nejčastěji počítání po jedné. Téměř třetina žáků zvolila přičítání k většímu číslu, tedy spoj $3 + 1$. Tento spoj se v červnu objevil u více než poloviny dětí a převažoval i nad spojením $2 + 2$, tedy sčítání dvou stejných sčítanců. (tab. 2).

V listopadu se při reprezentaci čísla 5 nejvíce (téměř u poloviny žáků) vyskytovalo počítání po jedné. Téměř čtvrtina dětí použila spoj $3 + 2$, který převažoval také v následujících dvou experimentech. V dubnu dostali žáci k dispozici kromě jednotkových, dvojkových a trojkových hranolků také hranolky čtyřkové, což zřejmě ovlivnilo volbu spoje. Žáci používali nejčastěji spoj $4 + 1$. V červnu se ve srovnání se čtvrtým experimentem počet dětí používajících spoj $4 + 1$ snížil, i když tento spoj stále

převažoval, a naopak se zvýšil počet dětí, které pracovaly se spojením 3 + 2. Poměrně velké zastoupení (16 %) měl spoj 2 + 3 (tab. 3).

Spoj	Relativní četnost (v %)				
	listopad	leden	březen	duben	červen
1+1+1+1+1	46	31	8	6	6
2+3	16	-	-	17	16
3+2	23	54	69	8	31
3+1+1	8	8	-	-	-
2+2+1	7	7	8	-	-
1+2+2	-	-	15	-	-
2+1+1+1	-	-	-	-	6
4+1	-	-	-	62	41
1+4	-	-	-	7	-

Tab. 3 Číslo 5

4 ZÁVĚR

Výše uvedený text nepopisuje všechny možnosti, jak s Cuisenairovými hranolky pracovat. Mohl by se však stát určitou inspirací pro učitele, jak zařadit do výuky matematiky další způsob matematického modelování. Je však důležité si uvědomit, že k vytvoření správné představy daného matematického pojmu je potřeba, aby žáci pracovali s různými modely.

Tento článek vznikl za podpory projektu GRAK2020 „Fenomény doprovázející vytváření matematických představ“.

Literatura

1. Pěchoučková, Š. (2018). *Přirozené číslo a manipulace s Cuisenairovými hranolkami*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni.
2. Piaget, J. (1999). *Psychologie inteligence*. Praha: Portál.
3. Piaget, J., & Inhelderová, B. (2014). *Psychologie dítěte*. Praha: Portál.

Kontakty

PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.
Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická
Klatovská tř. 51, 306 19 Plzeň
Tel: +420 377 636 274
E-mail: pechouck@kmt.zcu.cz

PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D.
Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická
Klatovská tř. 51, 306 19 Plzeň
Tel: +420 377 636 285
E-mail: honzikl@kmt.zcu.cz