

Posudek oponenta bakalářské práce

Autor/Autorka Veronika Báčová

Název práce Nelineární obyčejná diferenciální rovnice prvního řádu: vlastnosti řešení a jeho analytické aproximace

Studijní obor Matematika a finanční studia

Oponent práce Petr Stehlík

Splnění cílů práce:

nadstádnardně velmi dobře splněny s výhradami nebyly splněny

Odborný přínos práce:

nové výsledky netradiční postupy zpracování výsledků z různých zdrojů shrnutí výsledků z různých zdrojů bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné, větší množství podstatnější, větší množství závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Autorka se ve své práci zabývá kvalitativními vlastnostmi neautonomní diferenciální rovnice prvního řádu

$$y' = \sin(-2yt), \quad (1)$$

nelineární rovnice se zajímavým a netriviálním chováním. V první části dokazuje globální existenci a jednoznačnost pro příslušnou počáteční úlohu. Následně ve druhé kapitole studuje aproximaci lineární diferenciální rovnicí a ve třetí kapitole poté úlohu s kubickou pravou stranou. Ve čtvrté kapitole jsou elegantní a pečlivou analýzou studovány některé kvalitativní vlastnosti řešení diferenciální rovnice (1).

Z mého pohledu se jedná o pěknou bakalářskou práci, kterou jsem si s chutí přečetl. Všechny studované úlohy jsou důsledně analyzovány, text je napsán hezkou češtinou, dobře se čte a je doladěný do detailů. Všechny čtyři kapitoly obsahují precizně formulovaná tvrzení, která jsou korektně dokazována rozmanitými technikami. Na práci je celkově zřetelný velký čas a energie, které autorka musela práci věnovat.

Dojem z práce z mého pohledu kazí bohužel nepovedený úvod a rozpačitý závěr. Motivace ke studiu úlohy (1) není uvedena a čtenář krásu jejího chování objeví až během dalších kapitol. Stejně tak není jasné, proč byla zvolena konkrétně pravá strana $\sin(-2yt)$. Naopak jsou vážně a nematematicky popsané nerelevantní růstové modely, dynamické systémy naprosto odlišného charakteru (jsou např. ze své podstaty autonomní, nelipschitzovské...). Podobně mě mrzí, že u takto kvalitní práce není diskuse o příbuzných problémech a lépe formulované otevřené otázky.

Dále připojuji drobné poznámky a připomínky, které nepovažuji ale vzhledem k jejich charakteru a rozsahu práce za významné nedostatky:

- Obrázek 1.1 by poskytl lepší pohled na zajímavé chování rovnice (1), pokud by byla rozšířena jak osa t tak osa y .
- I když je vše z pohledu práce korektní, považuji za nešťastné formulace týkající se aproximace funkce $\sin(-2yt)$ Taylorovým polynomem, které se objevují kromě kapitol 2 a 3 i v abstraktu a závěru, např. „pravou stranu aproximujeme pomocí Taylorova polynomu 1. a 3. stupně“. Ve skutečnosti je aproximovaná funkce jedné

proměnné $\sin(x)$ v bodě $x_0 = 0$ a dané aproximace jsou Taylorovy polynomy pro funkci dvou proměnných $\sin(-2yt)$ druhého resp. šestého stupně v bodě $(y_0, t_0) = (0, 0)$.

- (c) Na obrázku 2.4 (a dalších podobného charakteru) by mi přišel rozumnější jiný popis osy y naznačující že jde o absolutní hodnotu rozdílu dvou řešení.
- (d) Na obrázku 3.3 je zavádějící řešení rovnice s $y(0) = 2$, které by přirozeně mělo být sudé.
- (e) Obrázky 3.4 a 3.6 by měly porovnávat nejen dvě analytické aproximace, ale i numerické řešení úlohy (1).
- (f) Použití označení t_0 v Kapitole 3 a Závěru pro okraj intervalu existence řešení je nešikovné a střetává se s označením v počáteční podmínce (mj. v Kapitole 1).
- (g) Na obrázcích 4.11, 4.12, 4.15 by měl pravděpodobně být odkaz na funkce (4.14) a (4.17).
- (h) V práci je nejednotně používána diakritika ve jméně Thomase Hakona Grönwalla.

Možné otázky k diskusi.

1. Diskutujte možné rozšíření výsledků z práce alespoň na úlohu $y' = \sin(ayt)$, $a < 0$.
2. Diskutujte vhodné aproximace Taylorovým polynomem (podobných řádů jako máte v práci), v případě aproximace řešení rovnice (1) s konkrétní počáteční podmínkou $y(0) = 1$ pro malé časové hodnoty t .

Závěr

Práci doporučuji uznat jako kvalifikační a v případě odpovídající diskuse navrhuji hodnocení známkou výborně.

V Plzni dne 7. 6. 2021,

 Petr Stehlík