

JEDNODUCHÉ EXPERIMENTY Z MECHANIKY S ELEKTRONICKÝM MĚŘENÍM

Zdeněk BOCHNÍČEK

Abstrakt

Stále se rozšiřující nabídka moderních elektronických snímačů fyzikálních veličin a reálně rostoucí vybavenost kabinetů škol všech stupňů umožňuje snadné doplnění výuky dynamickými měřeními v reálném čase. Příspěvek popisuje několik příkladů z mechaniky, ve kterých je jednoduchý teoretický výpočet doplněn relevantním experimentem, ve kterém lze bez náročné přípravy a vyhodnocení konfrontovat výsledky teoretického modelu s reálnými daty.

SIMPLE EXPERIMENTS IN MECHANICS WITH ELECTRONIC MEASUREMENTS

Abstract

The expanding offer of modern electronic sensors for measuring of physical quantities and better equipment at schools makes it easy to provide the training with dynamic real-time measurements. The paper describes several examples from mechanics, in which a simple theoretical calculation is accompanied by a relevant experiment where the results of a theoretical model with real data can be confronted without demanding preparation and evaluation.

Dvě tělesa na kladce

Úloha se standardním učebnicovým zadáním: Dvě tělesa různé hmotnosti, spojená lehkým motouzem visí přes volně se otáčející kladku, viz obrázek 1. Úkolem je určit zrychlení soustavy a síly napínající závěsy obou těles.

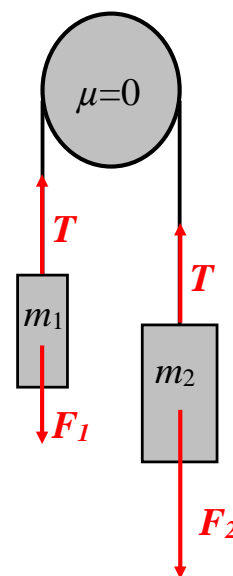
Řešení se usnadní, pokud předpokládáme, že kladka má zanedbatelnou hmotnost, resp. zanedbatelný moment setrvačnosti. Pro jednotlivá tělesa pak platí pohybové rovnice:

$$m_1 a = T - F_1$$

$$m_2 a = F_2 - T$$

Řešením dostaneme:

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1} \quad T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_2 + m_1}$$



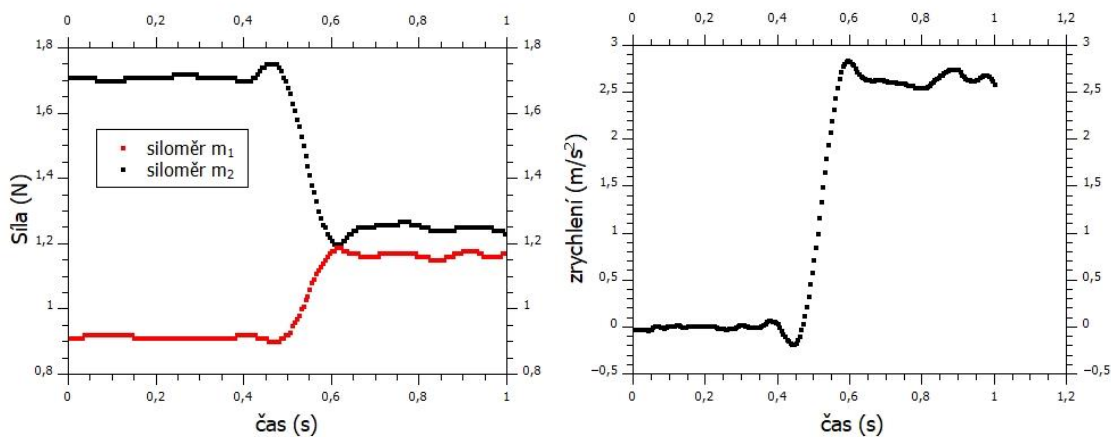
Obr. 1

Pro experimentální ověření byly použity snímače firmy Pasco: bezdrátové siloměry [1] a kladka [2]. Oba siloměry byly zavěšeny na kladku tak, aby měřily sílu T . Pod druhý siloměr bylo navíc zavěšeno závaží o hmotnosti 80 g. Vzhledem k tomu, že bezdrátový siloměr Pasco má hmotnost 100 g, bylo $m_1 = 100$ g

a $m_2 = 180$ g. Výpočtem z výše uvedených vztahů dostaneme číselné hodnoty $a = 2,8 \text{ ms}^{-2}$ a $T = 1,25$ N.

Při vlastním experimentu je třeba zavěsit kladku co nejvýše, aby doba pádu byla co nejdelší. Snadno to lze zajistit vysokým chemickým stojanem postaveným na kraj stolu s tím, že těleso m_2 padá až k zemi. Pro vyloučení vzájemného kontaktu mezi snímači je vhodné začít experiment s oběma snímači ve stejné výšce.

Výsledek měření je na obrázku 2. Vidíme, že měřené hodnoty sil a zrychlení přibližně odpovídají hodnotám vypočteným. Z časového průběhu děje je zřejmé, že dynamika je komplikovanější, než je výše uvedený teoretický popis. Oscilace jsou zřejmě důsledkem pružnosti spojovací nitky a nezanedbatelnou roli hraje také nenulový moment setrvačnosti, případně tření v ložisku kladky.



Obr. 2

V obecnějším případě nebudeme uvažovat, že kladka má zanedbatelný moment setrvačnosti. V tom případě již tahové síly na nitku nejsou shodné, protože k roztáčení kladky je nutný nenulový výsledný moment sil. Situace je znázorněna na obrázku 3. Pohybové rovnice nyní jsou:

$$m_1 a = T_1 - F_1$$

$$m_2 a = F_2 - T_2$$

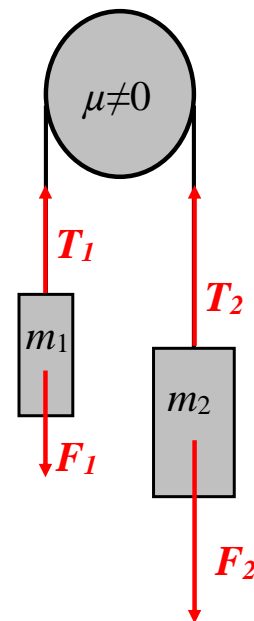
$$(T_2 - T_1)r = J \frac{a}{r}$$

kde r je poloměr kladky a J její moment setrvačnosti. Řešení je pak ve tvaru

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1 + \frac{J}{r^2}}$$

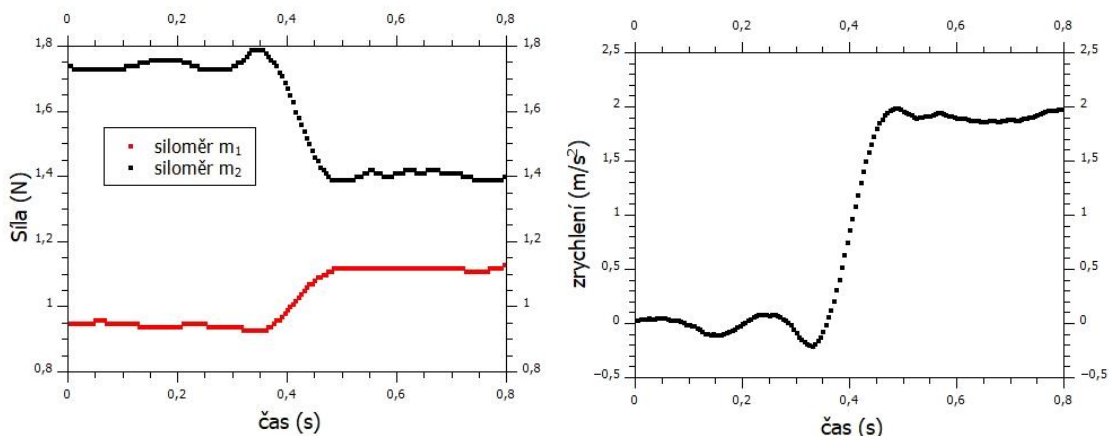
$$T_1 = m_1(g + a)$$

$$T_2 = m_2(g - a)$$



Obr. 3

Pro experimentální ověření lze opět využít kladku Pasco. Je snadné zvětšit její moment setrvačnosti upevněním tyčky známé hmotnosti a délky. Autor použil nosníky ze stavebnice Merkur, které lze ke kladce velmi jednoduše upevnit. Malými magnety lze navíc moment setrvačnosti snadno měnit. Pro číselné hodnoty hmotnost tyčky $\mu = 40$ g, délka tyčky $l = 15$ cm a poloměr kladky $r = 2,4$ cm (hmotnosti těles zůstaly stejné jako v předchozím případě) vyšlo $a = 1,9$ ms⁻², $T_1 = 1,19$ N a $T_2 = 1,45$ N. Výsledky měření jsou na obrázku 4.



Obr. 4

Opět vidíme docela dobrou shodu experimentálních výsledků s teoretickými hodnotami.

Síly působící na závěs kostelního zvonu

Další příklad byl motivován skutečným problémem výpočtu působících sil na závěs kostelního zvonu v souvislosti se stavbou zvonice ve vesnici Ostrovánky.

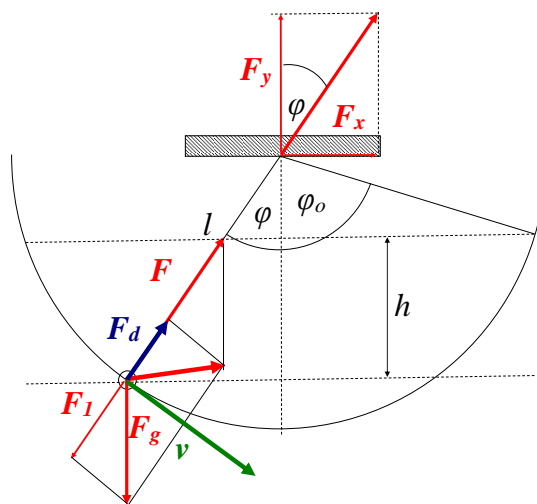
Kostelní zvon se kývá s velkými úhlovými amplitudami, pro které nelze použít harmonickou aproximaci. Pokud se omezíme na model matematického kyvadla, zajímají nás pouze síly působící na zvon a nepotřebujeme řešit časový vývoj pohybu zvonu, je řešení úlohy velmi jednoduché a lze jej zvládnout v rámci středoškolské úrovně fyziky.

Situace je znázorněna na obrázku 5. Je-li úhlová amplituda výchylky φ_0 , pak ze zákona zachování mechanické energie pro obvodovou rychlost v poloze φ platí

$$v = \sqrt{2gh},$$

kde z geometrie snadno plyne

$$h = l \cos \varphi - l \cos \varphi_0.$$



Obr. 5

Pokud se těleso pohybuje po kružnici známou rychlostí, musí být radiální výslednice sil rovna dostředivé síle podle vztahu

$$F_d = m \frac{v^2}{l},$$

Příčemž pro velikosti relevantních sil evidentně platí

$$F_d = F - F_1 .$$

Po doplnění jednoduchých geometrických rovnic

$$F_1 = F_g \cos \varphi ,$$

$$F_x = F \sin \varphi ,$$

$$F_y = F \cos \varphi ,$$

A po jednoduchých úpravách získáme výsledné vztahy

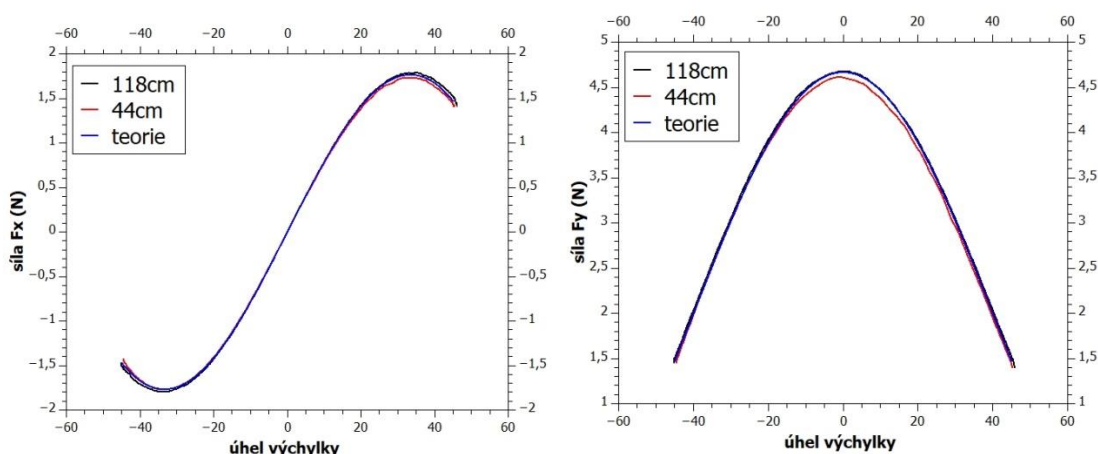
$$F_x = mg \sin \varphi (3 \cos \varphi - 2 \cos \varphi_0),$$

$$F_y = mg \cos \varphi (3 \cos \varphi - 2 \cos \varphi_0),$$

na kterých může být překvapivé, že síly působící na závěs zvonu (v modelu matematického kyvadla) nezávisí na délce kyvadla, ale pouze na jeho hmotnosti a amplitudě výchylky.

Experiment je možné opět velmi jednoduše zrealizovat pomocí kladky a jednoho bezdrátového siloměru. Siloměr, doplněn vhodným závažím, tvoří vlastní kyvadlo a přímo měří velikost napínající síly \vec{F} . Z kladky získáme informaci o okamžitém úhlu výchylky a složky síly F_x a F_y spočítáme jako průměty síly \vec{F} do vodorovného a svislého směru, viz výše. Délku kyvadla lze rychle měnit prostým navinutím nitky na kladku s různým počtem otáček.

Výsledek měření vodorovné a svislé složky síly pro dvě délky kyvadla a srovnání s teoretickým výpočtem je na obrázku 6. Úhlová amplituda výchylky byla $\varphi_0 = 45^\circ$.



Obr. 6

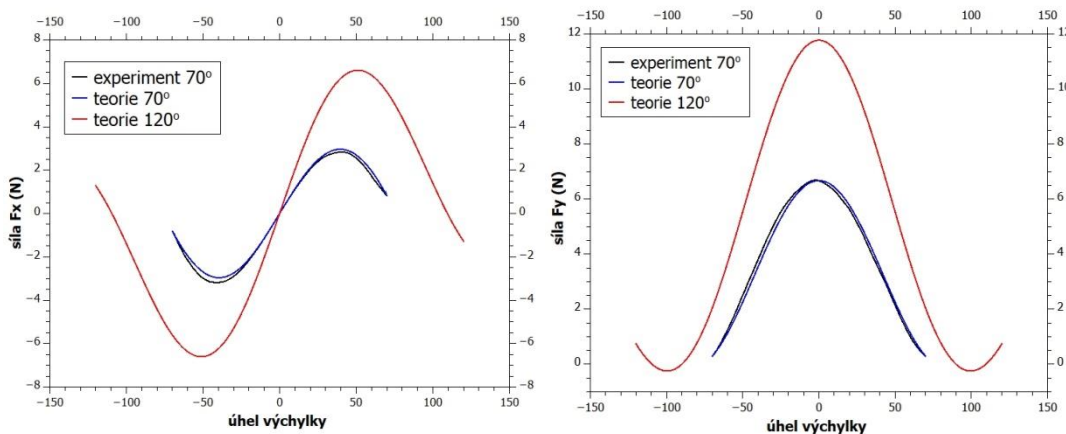
Vidíme, že souhlas teorie s experimentem je velice dobrý a stejně tak je potvrzena nezávislost průběhu sil na délce kyvadla.

Výrobci zvonů mají k dispozici vlastní odhady sil působících na závěs zvonu. Autor tohoto příspěvku získal následující údaje:

Pro amplitudu výchylky do 70° je $F_x = 1,0 \cdot mg$, $F_y = 2,5 \cdot mg$

Pro amplitudu výchylky nad 120° je $F_x = 1,8 \cdot mg$, $F_y = 3,8 \cdot mg$

Na obrázku 7 jsou výsledky výpočtu sil pro amplitudy 70° a 120° , teoretická data pro menší amplitudu jsou navíc doplněna i daty experimentálními. (Měření s amplitudami převyšujícími 90° nelze s nitkovým závěsem provést.)



Obr. 7

Opět lze pozorovat výbornou shodu teoretického výpočtu s experimentem, navíc maxima sil jsou v dobré shodě s údaji od profesionálního zvonáře, viz tabulka.

Složka síly	70° , tato práce	70° , zvonář	120° , tato práce	120° , zvonář
F_x	2,9 N	3,0 N	6,5 N	7,5 N
F_y	6,7 N	5,6 N	11,8 N	11,4 N

Závěr

Doplnění teoretického cvičení jednoduše a rychle realizovatelnými experimenty může vhodně oživit a zatraktivnit výuku. Studenti za teoretickými příklady vidí skutečné děje a navíc lze zpřesňovat použité teoretické modely pro dosažení lepší shody teorie a experimentu.

Literatura

1. www.pasco.com/prodCatalog/PS/PS-3202_wireless-force-acceleration-sensor/index.cfm
2. www.pasco.com/prodCatalog/PS/PS-2120_pasport-rotary-motion-sensor/index.cfm

Kontaktní adresa

doc. RNDr. Zdeněk Bochníček, Dr.
 Ústav fyzikální elektroniky, Přírodovědecká fakulta MU
 Kotlářská 2, 611 37 Brno
 Telefon: +420 549 49 3221
 E-mail: zboch@physics.muni.cz