

**Západočeská univerzita v Plzni**

**Fakulta filozofická**

**Bakalářská práce**

**2012**

**Lucie Zahoříková**

**Západočeská univerzita v Plzni**

**Fakulta filozofická**

**Bakalářská práce**

**Logické a sémantické paradoxy jazyka**

**Lucie Zahoříková**

Plzeň 2012

**Západočeská univerzita v Plzni**

**Fakulta filozofická**

Katedra filozofie

**Studijní program Humanitní studia**

**Studijní obor Humanistika**

**Bakalářská práce**

**Logické a sémantické paradoxy jazyka**

**Lucie Zahořiková**

*Vedoucí práce:*

Mgr. Radek Schuster, Ph.D.

Katedra filozofie

Fakulta filozofická Západočeské univerzity v Plzni

Plzeň 2012

Prohlašuji, že jsem práci zpracovala samostatně a použila jen uvedených pramenů a literatury.

Plzeň, duben 2012

.....

Ráda bych poděkovala Mgr. Radku Schusterovi, Ph.D. za odborné vedení mé práce a za cenné rady a připomínky v průběhu zpracování.

## Obsah

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>SÉMANTIKA</b> .....	<b>4</b>
2.1	Sémantické pojmy.....	6
2.2	Explicace jazyka.....	6
2.3	Reference.....	8
2.4	Autoreference.....	8
<b>3</b>	<b>LOGICKO-SÉMANTICKÉ PARADOXY</b> .....	<b>9</b>
<b>3.1</b>	<b>Russellův paradox</b> .....	<b>10</b>
3.1.1	Vznik paradoxu .....	12
3.1.2	Russellův dopis Fregovi.....	13
3.1.3	Russellovo řešení .....	15
3.1.3.1	Teorie typů .....	17
3.1.3.2	Rozvětvená teorie typů .....	18
3.1.3.3	Kritika a axióm reducibility.....	21
<b>3.2</b>	<b>Paradox lháře</b> .....	<b>22</b>
3.2.1	Řešení .....	24
3.2.1.1	Russellovo teorie.....	24
3.2.1.2	Tarského teorie .....	25
3.2.1.3	Další teorie .....	27
<b>3.3</b>	<b>Curryho paradox</b> .....	<b>27</b>
3.3.1	Řešení .....	29
<b>3.4</b>	<b>Grellingův heterologický paradox</b> .....	<b>29</b>
<b>3.5</b>	<b>Berryho paradox</b> .....	<b>31</b>

3.5.1 Řešení .....	33
<b>3.6 Epistemologické paradoxy.....</b>	<b>34</b>
<b>3.7 Paradox bez autoreference .....</b>	<b>34</b>
<b>4 ZÁVĚR .....</b>	<b>38</b>
<b>5 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A PRAMENŮ.....</b>	<b>41</b>
5.1 Tištěné zdroje .....	41
5.2 Elektronické zdroje .....	43
<b>6 SUMMARY .....</b>	<b>45</b>

## 1 ÚVOD

Téma své bakalářské práce *Logické a sémantické paradoxy jazyka* jsem si zvolila zejména proto, že mě na první pohled zaujalo. Nevěděla jsem o této problematice téměř nic. Přesto mě upoutalo jakési tajemství, jež by se mohlo za těmito paradoxy skrývat. Z tajemství vyplývala jistá atraktivita a z paradoxů mnoho otázek, které se mi okamžitě začaly honit hlavou. Věděla jsem, že jiné téma si již vybrat nemohu, neboť bylo třeba tyto otázky zodpovědět.

Předložená bakalářská práce je rozdělena do dvou větších kapitol, jež jsou dále členěny do podkapitol. Kapitola první, kterou nazývám *Sémantika*, je spíše uvedením do problematiky jazyka samotného. Pojednávám zde o tom, co je sémantika a jaké jsou její dvě hlavní úrovně. Dále rozlišuji kontext v jazyce přirozeném a logickém, přičemž základním pojmem je zde právě jazyk jako takový. V první podkapitole se věnuji také explikaci jazyka, jejím zákonům, které rozvinul Rudolf Carnap, a otázce, proč právě explikace jazyka je pro logiku důležitá. Následující dvě podkapitoly jsou věnovány referenci a autoreferenci jazyka. Reference je zde pojednána velice stručně a obecně, neboť slouží spíše pro upřesnění výkladu právě autoreference. Vysvětlení pojmu autoreference je stěžejní, jelikož je pokládána za příčinu vzniku některých paradoxů. Výklad těchto dvou podkapitol je jakýmsi přechodem k hlavnímu tématu této práce, k paradoxům.

Druhá kapitola má název *Logicko-sémantické paradoxy jazyka*. Nejprve se věnuji paradoxům v obecné rovině, přičemž vysvětluji, co paradoxy jsou, jak vznikají, jaká je jejich etymologie a v poslední, avšak neméně důležité, řadě, proč poutají tak velikou pozornost myslitelů již od dob antiky a jsou stále aktuální. Za tímto uvedením základní problematiky týkající se paradoxů již přistupuji k samotnému výkladu jednotlivých paradoxů.

Práce postupně uvádí celkem sedm paradoxů. Prvním z nich je nejobsáhleji popsáný Russellův paradox. Této logické antinomii jsem se



věnovala nejvíce, jelikož souvislosti okolo jejího vzniku se týkají dvou zakladatelů filosofie matematiky a logiky, Bertranda Russella a Gottloba Frega. Krok za krokem odhalují příčinu vzniku paradoxu, a jaký dopad měl jeho objev na tehdejší dobovou snahu rozvinout moderní logiku a matematiku. V této souvislosti se Bertrand Russell pokusil o řešení paradoxu. Teorie, kterou postupem času rozvinul, se nazývá teorie typů, jež je pro svou složitost popsána vcelku podrobně. Dalším bodem, jenž práce pojednává, je tradiční paradox Lháře. V rámci klasifikace jednotlivých druhů tohoto paradoxu je ještě krátce vyložen Jourdainův paradox. Dále je vyloženo několik pohledů na řešení lhářského paradoxu, například Tarského hierarchie jazyků. Paradoxem, který následuje po tom lhářském, je paradox Curryho, který napadá nesprávné tendence domnívat se, že jazyk může obsahovat vlastní predikát pravdivosti, aniž by to bylo problematické. Podání řešení tohoto paradoxu je spíše stručnější, neboť není příliš složité a poradí si s ním též řešení paradoxu lháře. Práce dále předkládá výklad Grellingova heterologického paradoxu, přičemž i u něj jsou řazeny možné pohledy na jeho řešení. Následuje Berryho paradox, jímž se také zabýval zmíněný Bertrand Russell. Pokouším se o dva výklady tohoto paradoxu, přičemž s opatrností upozorňuji na jeden chybný příklad, který uvádí Peregrin a Svoboda v knize *Od jazyka k logice*. V další podkapitole pro srovnání ukazují, že se ve filosofických systémech vyskytují i jiné paradoxy, konkrétně jsem čtenáři předložila paradoxy epistemologické. Tato podkapitola je záměrně kratší a spíše obecná. Na konec jsem zařadila Yablův paradox, jenž je údajně, dle svého autora, bez autoreference. Toto téma je v dnešní době stále aktuální, proto jsem se snažila paradox vyložit tak, aby si čtenář mohl případně vytvořit vlastní názor na to, zda je paradox skutečně bez autoreference, či nikoli.

Na samý konec práce připojuji závěr, kde se pokouším shrnout své úsilí při zpracování tohoto tématu. Zároveň se vynasnažím nastínit, v čem mě psaní práce obohatilo a do jaké míry se mi podařilo zodpovědět

otázky, které jsem si kladla ještě dlouho před vytvářením této bakalářské práce.

Cílem mé bakalářské práce je přiblížit problematiku kolem paradoxů jazyka, jež jako bariéry a překážky komplikují filosofům a logikům úsilí o převedení přirozeného jazyka do jazyka logického, formálního a srozumitelného. Paradoxů je možné najít jen ve filosofických systémech opravdu velmi mnoho a vím, že jsem si pro práci mohla vybrat i jiné. Já jsem si však ke zrekonstruování tohoto tématu vybrala výše zmíněné a domnívám se, že k objasnění této otázky to bude dostačující.

## 2 SÉMANTIKA

Sémantika je nauka o významu a změnách významu jazykových jednotek, jazykových výrazů. Pokud odhlédneme od logické stránky a zamyslíme se nad obecnou povahou významu jako takového, zjistíme, podle Svobody a Peregrina, že sémantika má dvě úrovně. Jazykové výrazy mají své významy, protože pomocí jazyka mluvíme o věcech, které nás obklopují. Význam tedy souvisí s odkazováním, referováním k věcem světa okolo nás, které můžeme pojmenovávat. První úroveň sémantiky můžeme vyjádřit tak, že „význam musí zprostředkovávat propojení mezi našimi slovy a věcmi našeho světa.“<sup>1</sup> Jazyk jako takový je vcelku neproměnný systém, mění se pouze jména individuí nebo vznikají nová jména pro určitá individua v rámci určitého jazykového systému, ale význam výrazu zůstává relativně konstantní. Proto je zapotřebí, aby jazyk nebyl závislý na změnách ve světě. S tím souvisí druhá úroveň sémantiky, „význam výrazu se nemění v přímé závislosti na tom, jak se mění svět kolem nás.“<sup>2</sup> To znamená, že úroveň první se týká toho, o čem se hovoří, tedy k čemu se odkazuje, a druhá toho, co znamenají slova jako taková. Tyto úrovně sémantiky jsou nesymetrické, neboť dvě slova s různými významy mohou odkazovat ke stejnému předmětu.

V rámci sémantiky je nutné rozlišit mezi významem výroku, významem výpovědi a významem celého sdělení, neboť jazyk se v každém případě odehrává v určitém kontextu. Pro upřesnění uveďme příklad z knihy *Od jazyka k logice*, „venku teď právě prší“. Tato věta má sama o sobě jistý význam. Jistý význam má také jako celková výpověď o situaci. Pokud ji použijeme jako výpověď v jiném čase nebo místě, změní se také význam věty jako takové. Stejně se tak může změnit její význam i v různých kontextech celkového sdělení. Z toho vyplývá, že na kontextu je závislý význam výpovědi, podobně jako je na něm závislé i celé sdělení.

---

<sup>1</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 273.

<sup>2</sup> Tamtéž, s. 274.

Kontext v přirozeném jazyce však funguje jinak než v umělých jazycích logiky. Přirozený jazyk je schopen zpřesňovat a doplňovat pojmy, se kterými v jazyce pracujeme a spojujeme je s určitými výrazy. Je v jistém slova smyslu „otevřený“. Kdežto v umělých jazycích je nejasnost nepřijatelná, neboť logika a logikové usilují o systematickosti a exaktnost ve vytváření logického systému, tudíž je jakási otevřenost nepřípustná.<sup>3</sup>

Jedním z nejzákladnějších pojmů filosofie jazyka je jazyk samotný. Jazyk je tedy velice široký pojem, proto význam výrazů, výpovědí a pojmů, jež běžně používáme, může záviset na mnoha faktorech a činitelích.<sup>4</sup> Tyto proměnlivé okolnosti, na jejichž základě se vytváří různé významy výrazů a výpovědí, nezkoumá ani tak logika, ale právě filozofie jazyka. Jazyk se řídí mnoha pravidly, která v sobě zahrnují mj. také pravidla komunikace, tj. obecná pravidla, jež užívají lidé stejně, a tudíž se mezi sebou dokážou domluvit, proto se touto problematikou zabývají na konkrétnější úrovni také psychologie, sociologie nebo kybernetika.<sup>5</sup>

V knize *Filosofie a jazyk* Peregrin přirovnává systém jazyka k systému dopravních značek. Dopravní značky byly určeny konvencí, lidé se dohodli, co která značka bude znamenat, tento systém dodržují a on funguje. Podobně to funguje i s jazykem a významem výrazů a jevů, které označujeme slovy apod. Ve 20. století dospěli někteří filosofové k tomu, že jazyk je spíše nástroj. Jednalo se zejména o americké pragmatisty. John Dewey napsal ve své knize *Experience and Nature* „význam není ve skutečnosti psychickou existencí, je to primárně vlastnost chování a sekundárně vlastnost předmětů. [...] význam je především úmysl, záměr“.<sup>6</sup> Jejich názor na jazyk a význam později přijalo mnoho filosofů a analytických filosofů (Quine, Putnam ad.).<sup>7</sup>

---

<sup>3</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 272 – 282.

<sup>4</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 341.

<sup>5</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA V. *Od jazyka k logice*, s. 283.

<sup>6</sup> DEWEY, J. *Experience and Nature*, s. 179 – 180.

<sup>7</sup> PEREGRIN, J. *Filosofie a jazyk*, s. 71 – 74.

## 2.1 Sémantické pojmy

Za sémantické označujeme termíny „význam“, „smysluplnost“, „referent“, „referovat“, „denotát“ atd. Tyto termíny kódují sémantické pojmy a všechny tyto sémantické pojmy jsou vztaženy k jazyku, proto v jejich definici musí být k němu odkaz. Jeden výraz může mít několik a dokonce má několik významů v každém jazyce, proto nemůžeme tvrdit, že nějaký výraz má význam jistý. Všechny významy výrazů jsou relativní vzhledem k jazyku. „Sémantické vlastnosti výrazů souvisí se sémantickými vlastnostmi objektů, které vyjadřují, resp. denotují“<sup>8</sup>. Sémantické pojmy je možné explikovat právě na základě toho, že jejich vztah k jazyku je relativní.<sup>9</sup>

Raclavský v knize *Jména a deskripce* poznamenává, že k tomu, abychom hovořili o nějakém jazyce, potřebujeme prostředky, které v tomto jazyce nejsou, tedy hovoříme o něm zvnějšku. Oproti tomu například Tarski pojímá jazyk univerzálně a tvrdí, že jazyk je schopen sám o sobě a o svých vlastnostech hovořit, a to zcela smysluplně.<sup>10</sup>

## 2.2 Explikace jazyka

Explikace znamená obecně vysvětlení, výklad a do logiky tento pojem zavedl Rudolf Carnap (1891 – 1970). Problémem explikace jazyka se zabývá ve studii *On Explication*. Tato studie je součástí většího díla, knihy *Logical Foundations of Probability* (1950), v níž shrnuje požadavky na explikaci z vědeckého hlediska. Definuje ji jako metodu, při níž zpřesňujeme užití pojmů. Carnap konkrétně píše, že je to „transformace nepřesného, předvědeckého pojmu do nového přesného pojmu“.<sup>11</sup> Přičemž první, nevědecký pojem nazývá „explicandum“ a nový pojem nazývá „explicatum“. Při explikaci jsou data, tj. explicandum nepřesná a nejasná, což je nutné, protože kdyby to tak nebylo, nebylo by zapotřebí

<sup>8</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 339.

<sup>9</sup> Tamtéž, s. 338 – 339.

<sup>10</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 347.

<sup>11</sup> CARNAP, R. *Problémy jazyka vědy*, s. 168.

explicace. Explicandum může být obsaženo v běžné řeči, zatímco explicatum je pojem vědecký, tudíž podléhá určitým pravidlům, jimiž se musí řídit. Carnap rozvinul čtyři požadavky na explicatum, a sice explicatum musí být podobné explicandu alespoň v té míře, že jej použijeme ve stejné situaci, rozdíly jsou tolerovány. Dále musí být přesné a správně zavedené do dobře vybudovaného systému vědeckých pojmů, musí být plodné, tedy přínosné a užitečné pro další formulace a konečně by mělo být jednoduché.<sup>12</sup>

Význam výrazu v přirozeném jazyce a designát výrazu, čili mimojazykový fakt, který se týká formálního, logického jazyka, jsou dvě odlišné skutečnosti, první je neurčitá, nejasná, podobně jako explicandum, druhá vymezená, jednou provždy stanovená, jako explicatum. Přirozené jazyky a umělé jazyky se tedy zdají být velmi odlišné. Jejich vztah je však užší a důležitý, tento vztah je nazván, jak vyplývá z výše uvedeného, explicace. Pro logiky je v tomto směru podstatný také pojem „reglementace“, který znamená snahu převést tvrzení přirozeného jazyka do umělého jazyka logiky. Logik, jakožto vědec, se vždy musí snažit o zpřesňování přirozeného jazyka, tedy nebýt s jeho stavem nikdy zcela spokojený.<sup>13</sup> V rámci přirozeného jazyka se totiž mohou vyskytovat nedokonalosti, které filosofové chápou jako bariéry při řešení filosofických problémů. Formální, logické jazyky tyto bariéry nedovolují.<sup>14</sup> Charakteristickou vlastností explicace je to, že nelze nikdy jednoznačně rozhodnout, zda je správná, či nikoli.<sup>15</sup> Jestliže mají vědci, zejména logikové analyzovat přirozený jazyk, je potřeba, aby objevili příhodné a přijatelné prostředky k tomu, aby tuto analýzu bylo možné provést.<sup>16</sup>

---

<sup>12</sup> Tamtéž, s. 166 – 173.

<sup>13</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 283 – 284, 315.

<sup>14</sup> HVORECKÝ, J. MARVAN, T. (eds.) *Základní pojmy filosofie jazyka a mysli*, s. 161.

<sup>15</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 284.

<sup>16</sup> ŠVANDOVÁ, B. *Vliv Kurta Gödela na kulturní niveau 2. poloviny 20. století*, 280.

## 2.3 Reference

Ve filosofii je reference studována především v souvislosti s jazykem a významem. Reference znamená odkaz, odkazování. První pojetí, které se touto problematikou zabývalo, byla tzv. referenční teorie významu. Referenční teorie vysvětluje, že výraz, pojem má význam v případě, že tento výraz k něčemu referuje, odkazuje na něco mimo sebe, zejména na nějaký předmět, osobu aj. Význam slov, vět, výpovědí lze tedy vyložit na základě jejich referenčních vlastností. Tato teorie jednoduše říká, že význam věci, pojmu aj. je jejich reference.<sup>17</sup> Přestože se referenční teorie zprvu jevila atraktivně, později byla kritizována. Jedním z jejích kritiků byl mj. britský filosof Francis Herbert Bradley (1846 – 1924).<sup>18</sup>

## 2.4 Autoreference

Autoreference znamená, stejně jako reference, označení, odkázání, ovšem s tím rozdílem, že neodkazuje k něčemu mimo sebe, ale k sobě samému. Vyjadřuje zacyklenost. Příklady autoreferenčních vět je možné vymyslet mnoho, ta nejslavnější je lhářská věta „Tato věta není pravdivá“. Autoreferenci lze nalézt v literatuře, pokud obsahuje odkaz na vlastní práci, v matematice nebo také v informatice. Nejčastěji je však studována v souvislosti s jazykem. Filosofie a zejména filosofie jazyka zkoumá autoreferenci především ve spojitosti s paradoxy, neboť je považována za jejich příčinu, obzvláště pak ve spojení s „pravdivostí“.<sup>19</sup>

---

<sup>17</sup> MARVAN, T. *Otázka významu*, s. 13.

<sup>18</sup> LYCAN, W. G. *Philosophy of Language*, s. 7 – 8.

<sup>19</sup> BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

### 3 LOGICKO-SÉMANTICKÉ PARADOXY

Logici se pokouší o vytvoření umělého, formálního jazyka, do kterého bychom mohli přeložit veškerá naše tvrzení, aby se dalo jasně a jednoznačně určit, které argumenty jsou správné, logické a které nejsou. V přirozeném jazyce se objevují případy, kdy se nám jeví odvození správné, premisy jsou podle všeho jednoznačně pravdivé, avšak přesto jsme jimi vedeni k nepravdivému závěru. Dokonce se může stát, že odvození z pravdivých premis povede k závěru, který bude negací těchto premis, nebo naopak premisy budou negací závěru, který bude na pohled nezpochybnitelný. V takovém případě není zcela jasné, zda vůbec můžeme zmíněným premisám přiřadit pravdivostní hodnotu.<sup>20</sup> „Z toho, že je pravdivá [premise], pak totiž plyne, že je nepravdivá, protože je pravdivá její negace, a naopak z toho, že je nepravdivá, že je tedy její negace pravdivá, plyne, že je pravdivá.“<sup>21</sup> Takové případy nazýváme paradoxy. Slovo paradox je řeckého původu. Etymologie vychází ze slov *para*, což znamená mimo, a *doxa* neboli mínění. Někdy se můžeme setkat i s termínem antinomie z řeckého *anti*, přeloženo jako proti, a *nomos*, což znamená zákon.<sup>22</sup> Paradoxy studují myslitelé, zejména filosofové již od antiky. A právě v antice termín antinomie vznikl, přičemž se však častěji užíval pojem „aporie“, s nímž se můžeme setkat například již u Zénóna z Eleje (asi 490 – 430 př. n. l.).<sup>23</sup> Myslitelé, vědci, zejména logici a filosofové, se snaží paradoxům předejít a odstranit je z matematického i logického systému. I proto by se mohla zdát logická analýza potřebná, neboť paradox je odvození, jehož „závěr protiřečí rozumně akceptovatelným předpokladům“ a může se stát, že tyto předpoklady v něm budou skryty.<sup>24</sup>

Logické a sémantické paradoxy se týkají sémantických pojmů, jako je pojetí pravdy, pravdivost, reference, denotace atd., zároveň mají i svou

<sup>20</sup> PEREGRIN, J., SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 315 – 116.

<sup>21</sup> Tamtéž, s. 316.

<sup>22</sup> Tamtéž.

<sup>23</sup> BLECHA, I. *Filosofický slovník*, s. 448.

<sup>24</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 232.



logickou stránku.<sup>25</sup> Paradoxy však nejsou čistě logické nebo sémantické, Smullyan píše, že paradox je spíše pragmatický, neboť v něm nejde nutně o pojmy pravdivost a nepravdivost, ale i pojmy pragmatické, kterými rozumíme „dovědět se“ něco apod.<sup>26</sup> Paradoxy jsou založené na předpokladech, které vedou k rozporu. Počet paradoxů je velký, a přestože jsou různé, mají stejnou či podobnou strukturu.<sup>27</sup> Struktura sémantických paradoxů je si podobná, protože vždy obsahuje dvě hlavní složky. Je to deskripce, která k něčemu referuje, odkazuje (například k určitému výrazu apod.), a sémantický pojem, který je součástí deskripce.

Rozdělení na paradoxy logické, matematické a paradoxy sémantické, gnoseologické provedl Frank Plumpton Ramsey (1903 – 1930). Příkladem logického paradoxu je mj. Russellův paradox a mezi sémantické paradoxy řadíme kromě jiných Grellingův paradox. Tento britský matematik také ukázal, že teorie typů, o níž bude pojednáno níže, postupně vylučuje pouze logické paradoxy. Abychom mohli vyloučit paradoxy sémantické, je potřeba si uvědomit rozdíl mezi objektovým jazykem a metajazykem, na což upozorňuje Berka v předmluvě k Russellově knize *Logika, jazyk a věda*.<sup>28</sup>

V historii se objevovaly pokusy o řešení paradoxů. Mnoho takových teorií vzniká také ve 20. století. V postupu řešení je třeba odmítnout tu premisu, popř. premisy, jež vedou k odvození nesprávného závěru. Většina těchto řešitelů se zaměřuje na řešení lhářských paradoxů.<sup>29</sup>

### 3.1 Russellův paradox

Na přelomu 19. a 20. století se logikové pokoušeli o matematizaci logiky a tím, že by neuspořádaný a nejasný jazyk převedli do přesného

<sup>25</sup> RACLAVSKÝ, J. *Řešení Grellingova heterologického paradoxu*, s. 134.

<sup>26</sup> SMULLYAN, R. *Navěky nerozhodnuto*, s. 84.

<sup>27</sup> BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

<sup>28</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 13.

<sup>29</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 232.

jazyka logiky, by se nejen zbavili nejasností, které vznikají v přirozeném jazyce, zbavili by se i paradoxů. Jedním z těchto logiků, jenž se snažil o reglementaci jazyka, byl Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848 – 1925). Tento významný německý myslitel vydal v roce 1879 knihu *Begriffsschrift (Pojmové písmo)*, kde se pokoušel nastínit prostředky, díky kterým by byly matematické důkazy tak jasné, že by nevznikaly i ty nejmenší nejasnosti o jejich správnosti. Přičemž se mu podařilo vytvořit vzory toho, z čeho později vznikl jazyk klasické logiky.<sup>30</sup>

O pár let později Bertrand Russell (1872 – 1970) společně se svým učitelem a přítelem Alfredem N. Whiteheadem (1861 – 1947) sepisoval známé třísazkové dílo *The Principles of Mathematics (Principia Mathematica, 1910 – 1913)*, kde pojednává vývoj matematiky a logiky a stanovuje základy logického systému. Logika se stává dvouhodnotovou a extenzionální.<sup>31</sup> Na mezinárodním kongresu v Paříži v roce 1900, jehož výsledkem bylo přijetí nové matematické logiky, se setkal s Giuseppem Peanem (1858 – 1932), italským matematikem, filosofem a logikem. Russell se zajímal o jeho koncepci matematické logiky, na jejímž základě dále postupoval ve svém bádání. Zkoumal především jeho pojetí logiky při axiomatizaci aritmetiky.<sup>32</sup> Při svém výzkumu narazil na kontradikci, která se objevila v Cantorově teorii množin.<sup>33</sup> Georg Cantor (1845 – 1918) byl německý matematik a logik, který se kromě jiného zabýval nekonečnem a rozšířil teorii množin o nekonečná čísla, přičemž se muselo začít rozlišovat mezi ordinálními a kardinálními čísly.<sup>34</sup> Russell uvažoval o jeho důkazu, který tvrdí, že „neexistuje největší (kardinální) číslo“<sup>35</sup> a chtěl tento jeho důkaz podrobit zkoušce tím, že ho aplikuje na možné nejvyšší číslo. Zkoumal tuto záležitost tak dlouho, až dospěl k myšlence o neobvyklé třídě (v současném výkladu se však užívá pojmu „množina“), doslova píše: „zdálo se mi, že třída někdy je a někdy není sama svým

<sup>30</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 322.

<sup>31</sup> RUSSELL, B. *Logika, věda, filozofie, společnost*, s. 19.

<sup>32</sup> SOUSEDÍK, P. *Russellovy úvahy o geometrii*, s. 253.

<sup>33</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 10.

<sup>34</sup> WACHSMUTH, B. G. Cantor, Georg (1845 – 1918). *Interactive Real Analysis*. 4. 7. 2011 [cit. 14. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://www.mathcs.org/analysis/reals/history/cantor.html>>.

<sup>35</sup> RUSSELL, B. *Logika, věda, filozofie, společnost*, s. 21.

prvkem, [...] zdály se existovat instance, které nejsou negativní: například třída všech tříd je třídou“.<sup>36</sup> Rozpor, ke kterému Russell dospěl, je dnes známý jako Russellův paradox množin, který říká „množina všech množin, které nejsou prvkem sebe sama, je prvkem sebe sama právě tehdy, když není prvkem sebe sama“. Tento paradox v podstatě vzniká, jestliže uvažujeme množinu ve stejné rovině jako její prvky.<sup>37</sup> Russell si uvědomil rozruch, který s sebou objevení paradoxu přináší. Takováto komplikace by mohla znehodnotit jeho dílo, mohla by dokonce ohrožovat i práci jeho kolegů. Začal se tedy věnovat dílu Gottloba Frega, který se snažil položit základy aritmetiky, a zjistil, že výše zmiňovaný paradox zasahuje i jeho výsledky.<sup>38</sup>

### 3.1.1 Vznik paradoxu

Bertrand Russell zkoumal tzv. naivní teorii množin a tvrdil, že pokud bude množina vymezena jakoukoli podmínkou, povede to k logickému paradoxu. Předpokládá existenci množin, které nebudou prvky sebe sama.<sup>39</sup> Mezi těmito množinami existuje jakási významnější množina, a to množina všech množin, do níž všechny ostatní množiny náleží. V této souvislosti vyvstává otázka, zda taková množina je také prvkem sama sebe. Pokud ano, pak prvkem sama sebe není, což je obsaženo již v Russellově předpokladu, jenže to znamená spor, který dostaneme i v případě, že nebude prvkem sama sebe. Raclavský uvádí, že Russellův paradox vytváří nepřesnost, která vznikne na základě úvahy nad všemi množinami, se kterými paradox počítá již ve svém zadání, neboť chceme, aby do množiny spadaly veškeré množiny, které existují. Potom by tam musela spadat i ta množina samotná. To ale není možné, poněvadž by se z principu pohlcovala do sebe.<sup>40</sup>

---

<sup>36</sup> Tamtéž, s. 21.

<sup>37</sup> RACLAVSKÝ, *Jména a deskripce*, s. 47.

<sup>38</sup> KOLMAN, V. *Logika Gottloba Frega*, s. 42 – 43.

<sup>39</sup> IRVINE, A. D. Russell Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 27. 5. 2009 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/russell-paradox/>>.

<sup>40</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 46 – 49, 249.

Peregrin a Svoboda vysvětlují paradox, jak sami píšou „ne zcela ve věrné podobě“<sup>41</sup>, nicméně jejich výklad pomáhá paradox objasnit a čtenáři pochopit. Je nutné si uvědomit, že podobně jako věci mají své vlastnosti, i vlastnostem dáváme vlastnosti, například být laskavý je úctyhodné apod. Ve spojitosti s touto problematikou můžeme dělit vlastnosti na ty, jež mají samy sebe, a na ty, jež samy sebe nemají. A právě „vlastnost, kterou má každá vlastnost tehdy, když nemá sama sebe“, tedy vlastnost „nemít sama sebe“ vede k paradoxu. To znamená v případě, že vlastnost má sama sebe, potom sama sebe nemá a naopak v případě, že sama sebe nemá, potom sebe sama má. Toto uvažování může pokračovat k výroku „vlastnost nemít sama sebe nemá sama sebe“, který se vyvrací sám od sebe, neboť může být pravdivý, jen pokud bude nepravdivý a na druhou stranu může být nepravdivý jen v případě své pravdivosti. Peregrin a Svoboda si při vysvětlení vzniku paradoxu pomáhají pojmem „vlastnost“, ale klasická logika používá pojem „množina“, proto se hovoří o množinách určitých individuí, množinách množin individuí atd. S tímto schématem se bude dále pracovat při řešení paradoxu.<sup>42</sup>

Russellův paradox může vzniknout i jednodušším způsobem, a to v případě, že bude existovat funkce, která přiřadí předmět pojmu. Jakmile si uvědomíme, že pojem je zároveň předmět, tj. bude spadat pod pojmy, vznikne paradox. Tento paradox stál proti Fregově koncepci právě proto, že se týkal naivního pojmu množiny a v jeho jazyce se objevoval výše uvedený paradox.<sup>43</sup>

### 3.1.2 Russellův dopis Fregovi

V roce 1879 vystoupil Gottlob Frege s myšlenkou převést matematické důkazy na symboly, aby zamezil oné dvojznačnosti. Symboly rozvíjelo už mnoho myslitelů před ním, především logici a matematici, ovšem Frege je pojal více systematicky. V roce 1893

<sup>41</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 323.

<sup>42</sup> Tamtéž, s. 323 – 324.

<sup>43</sup> PEREGRIN, J. *Filosofie a jazyk*, s. 156 – 157.

publikoval první díl spisu *Grundgesetze der Arithmetik (Základní zákony aritmetiky)*, v němž „klade základy symbolické matematiky“<sup>44</sup>, které mají vyloučit veškeré pochybnosti právě na základě aritmetických pravd. Dokonce se domnívá, že by symbolické prostředky byly schopné zachytit lidské vědění.<sup>45</sup> Jinými slovy, jak popisuje Kolman, chce Frege vytvořit takový obor, který by fungoval na základě pouze logických principů. Potom by bylo možné určitým predikátem vymezit třídu čísel (aritmetických předmětů) a vysvětlit základní aritmetické pojmy.<sup>46</sup>

První, kdo reagoval na Fregeho koncept, byl právě Bertrand Russell, který 16. června roku 1902 poslal Fregovi dopis, ve kterém ho upozorňuje na paradox, který objevil. Zároveň mu však vyjadřuje uznání: „[...] našel jsem u Vás to nejlepší, co je mi v naší době známo, proto bych Vám rád vyjádřil nejhlubší respekt“, dále píše: „[...] tvrdíte, že také funkce může být neurčitým prvkem. [...] Necht' je  $w$  predikát: být predikátem, který nemůže být predikován sám o sobě. Může být  $w$  predikováno samo o sobě? Z každé odpovědi plyne ta opačná. Proto musíme učinit závěr, že  $w$  není predikát. Podobně neexistuje žádná třída (jako celek) těch tříd, které, každá brána jako celek, nepatří do sebe sama. Z toho soudím závěr, že za určitých okolností nevytváří definovatelná množina celek.“<sup>47</sup>

Množinu všech množin, které nejsou prvky sebe sama, označuje Russell  $w$  a  $x$  je jakoukoli množinou.  $X$  může být jakoukoli množinou, avšak „ $x$  je  $w$ “ je ekvivalentní s „ $x$  není  $x$ “. V případě, že tedy udělíme  $x$  hodnotu  $w$ , potom „ $w$  je  $w$ “ je ekvivalentní s „ $w$  není  $w$ “. Jinak řečeno,  $w$  je množina, jejímž prvkem je  $x$  a to není svým prvkem, tedy  $w \in x \leftrightarrow x \notin x$ . Pakliže bude množina  $w$  obsahovat sebe sama, pak jen tehdy, jestliže sama sebe obsahovat nebude, tedy  $w \in w \leftrightarrow w \notin w$ . Takto vzniká Russellův množinový paradox. Podobně je možné pojímat také predikáty, přičemž paradox, který vyvstane, nebude množinový, avšak predikátový. Obě verze tohoto paradoxu si Russell uvědomoval. V principu jsou si tyto

<sup>44</sup> Tamtéž, s. 148.

<sup>45</sup> Tamtéž, s. 148 – 149.

<sup>46</sup> KOLMAN, V. *Logika Gottloba Frega*, s. 209.

<sup>47</sup> RUSSELL, B. *Letter to Frege*, s. 124 – 125.

dvě kontradikce velice podobné, totiž pokud je predikát  $p$  aplikovaný na predikát  $q$  a to dohromady vytvoří ekvivalentní výrok  $\neg q(q)$ , potom tedy  $p(q) \leftrightarrow \neg q(q)$  a  $p(p) \leftrightarrow \neg p(p)$ .<sup>48</sup>

To by znamenalo, jak zdůrazňuje Peregrin, že výrok  $w(w)$  je pravdivý, pokud je pravdivá jeho negace, takže v případě, kdy je samotný výrok nepravdivý. Takový výrok by stál proti logickému systému.<sup>49</sup> Frege si problém uvědomil a na Russellův dopis reagoval. „Váš objev rozporu mi způsobil obrovské překvapení, řekl bych až zděšení, protože otřásl základy, na kterých jsem chtěl stavět aritmetiku. [...] Můj výklad je nedostatečný k zajištění toho, aby kombinace znaků měla smysl v každém případě. Musím dále o této věci uvažovat.“<sup>50</sup>

Peregrin píše, že objev Russellova paradoxu způsobil Fregovi veliké obtíže, jelikož druhý díl *Grundgesetze* byl již připravený k tisku u nakladatele a paradox by jeho dílo i celý systém ohromil natolik, že by byl možná i nepoužitelný. Frege nechal knihu vytisknout tak, jak bylo v plánu, přičemž na její konec připojil doslov, ve kterém situaci ohledně paradoxu vysvětluje. „Vědeckému spisovateli se sotva může přihodit něco nepříjemnějšího, než že se mu po dokončení práce zhroutí jeden ze základů stavby.“<sup>51</sup> Dokladem toho, jak musel být Frege otřesen je jeho zápis do deníku z roku 1924, kde píše: „Mé úsilí o vyjádření toho, co nazýváme číslem, skončilo neúspěchem.“<sup>52</sup>

### 3.1.3 Russellovo řešení

Russell se zabýval způsobem, který by vyřešil paradox, jenž vyvstal z teorie množin a došel k závěru, že jeho příčinou je tzv. „bludný kruh“. Bludný kruh vzniká v případě, že prvky nějakého souboru lze definovat pouze na základě tohoto souboru jako celku. Pro upřesnění uvádí příklad. Existuje množina objektů a tato „množina – pokud má tvořit celek – bude

<sup>48</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 86.

<sup>49</sup> PEREGRIN, J. *Filosofie a jazyk*, s. 150.

<sup>50</sup> FREGE, G. *Letter to Russell*, s. 127.

<sup>51</sup> KOLMAN, V. *Logika Gottloba Frega*, s. 43.

obsahovat prvky, jež tento celek předem předpokládají. [...] tato množina pak nemůže tvořit žádný celek“.<sup>53</sup> Když „množina netvoří žádný celek“ je tím myšleno, že nelze tvrdit nic smysluplného o všech jednotlivých prvcích této množiny, to znamená, že výroky mají vytvářet množinu, která ovšem nebude celkem, tudíž například výrok nesmí hovořit o všech výrociích. Russell se tedy pokouší o teorii, která bude rozkládat množiny na další množiny, které budou samy o sobě tvořit celek. Z tohoto důvodu je nutné vyhnout se všem celkům, které jsou chybně vytvořené. Russell zavádí princip bludného kruhu („vicious circle principle“)<sup>54</sup>, jenž se takovým celkům snaží vyhnout, a formuluje jej jako: „cokoli zahrnuje všechny prvky nějakého souboru, nesmí být jedním z jeho prvků“, anebo naopak: „jestliže určitý soubor – za předpokladu, že by tvořil celek, – obsahuje prvky, jež by se daly definovat jen pomocí tohoto celku, pak takový soubor netvoří žádný celek“.<sup>55</sup> Formulaci tohoto principu bludného kruhu si upravil od Henriho Poincarého (1854 – 1912).<sup>56</sup> Tvzení, která princip bludného kruhu omezuje a která mohou vést k oněm kontradikcím, pojmenoval Russell „klamy bludného kruhu“.<sup>57</sup>

S principem bludného kruhu je možné se setkat i u výrokových funkcí. Výrokové funkce se skládají z nějaké proměnné  $x$ ,  $y$  apod. a vyjadřují výrok. Výroková funkce je mnohoznačná, což Russell vysvětluje tak, že obsahuje onu proměnnou, která ještě nemá hodnotu. Od matematických funkcí se liší právě v tom, že výroky jsou hodnoty funkce. V případě, že se bude funkce vyskytovat v nějakém výroku, získá hodnotu, tím se odstraní mnohoznačnost a z výroku se stává výrok

---

<sup>52</sup> Tamtéž, s. 43.

<sup>53</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 52.

<sup>54</sup> Raclavský v knize *Jména a deskripce* (kap. 3) popisuje čtyři principy bludného kruhu. Zaprvé „funkcionální princip bludného kruhu“, který tvrdí, že „žádná funkce nemůže být svým vlastním argumentem či svou vlastní hodnotou“. Zadruhé je uveden „konstrukční princip bludného kruhu“, který říká, že „žádná konstrukce nemůže konstruovat samu sebe či konstrukci, která ji obsahuje“. Třetím principem je „konstrukčně-funkcionální princip bludného kruhu“, jehož podstatou je „žádná konstrukce nemůže konstruovat funkci, jejímž argumentem či hodnotou je ona sama [...], nebo funkci, která tuto konstrukci předpokládá“ a za čtvrté „funkcionálně-konstrukční princip bludného kruhu“, který tvrdí, že „žádná funkce nemůže ve svých argumentech či hodnotách obsahovat konstrukci, která tuto funkci konstruuje, nebo takovouto konstrukci jinak předpokládá“.

<sup>55</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 52.

<sup>56</sup> RACLAVSKÝ, J. *Paradox lháře a jeho řešení*, s. 181.

jednoznačný. Pokud budou argumenty funkce určité výrazy a termíny, které budou tuto funkci předem předpokládat, tudíž bude celek obsahovat prvky předpokládající tuto funkci, celý tento systém upadne do klamu bludného kruhu. Čili podle principu bludného kruhu hodnoty funkce nesmí zahrnovat takové prvky, které je možné vymežit pouze prostřednictvím této funkce.<sup>58</sup> Jinými slovy, „nesmí existovat žádné výroky o všech výrocích“.<sup>59</sup>

### 3.1.3.1 Teorie typů

Následně Russell stanovil rozdíl mezi predikativními a nepredikativními definicemi, přičemž právě ty nepredikativní definice jsou spojeny s bludným kruhem, neboť předpokládají celek, jehož prvkem je objekt, který definice vysvětluje. Dále podobně rozlišil predikativní a nepredikativní výrokové funkce. Pokud se tedy chceme vyvarovat paradoxům, je třeba vyloučit princip bludného kruhu a odmítnout nepredikativní definice. Toto řešení Russell nazval teorie typů („Theory of Types“).<sup>60</sup>

Teorií typů se zabýval ve více pracích, zejména v dodatku B k *The Principles of Mathematics*, dále však také v *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types* nebo v *Principia Mathematica*.<sup>61</sup> Tato teorie se snaží zamezit paradoxu, jenž vzniká v naivní teorii množin.<sup>62</sup>

Teorie typů je logický systém, jenž vychází z myšlenky, že veškeré objekty, které můžeme uvažovat, jsou rozděleny do typů, přičemž všechny objekty spadají právě do jednoho typu. Jinými slovy, tato teorie nepřipouští objekty smíšeného typu. Nultého typu jsou takové objekty a výrazy pro individua, které v daném kontextu již není možné dále logicky analyzovat. Výrazy, objekty, které jsou prvního typu, jsou vlastnosti

---

<sup>57</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 53.

<sup>58</sup> Tamtéž, s. 54 – 67.

<sup>59</sup> Tamtéž, s. 59.

<sup>60</sup> Tamtéž, s. 11.

<sup>61</sup> Tamtéž, s. 51.

<sup>62</sup> IRVINE, A. D. Russell Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 27. 5. 2009 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/russell-paradox/>>.



individuí, vztahy individuí, třídy individuí, jako třídy psychických existencí, ale také třídy materiálních věcí. Druhého typu, jak pokračuje Russell v popisu hierarchie tříd, jsou výrazy a objekty pro třídy tříd individuí, třídy vztahů individuí, třídy vlastností individuí, vlastnosti vlastností individuí, vlastnosti vztahů mezi individui atd. Takovým způsobem se dále definují vyšší typy.<sup>63</sup> Přičemž každá „výroková funkce je vyššího typu než její argumenty“<sup>64</sup> a každá třída vyššího typu než její jednotlivé prvky, a to i v případě, že obsahuje pouze jeden prvek.<sup>65</sup> Tato teorie je v podstatě téměř stejná jako později nazývaná jednoduchá teorie typů („Simple Theory of Types“), kterou formuloval americký logik Alonzo Church (1903 – 1995) v roce 1940 v *Journal of Symbolic Logic*.<sup>66</sup> Na tuto skutečnost upozorňují také Peregrin a Svoboda v knize *Od jazyka k logice*.<sup>67</sup>

Jinými slovy cílem teorie typů je, jak píše Peregrin, že má být umožněno použít co největší počet pojmů, aby nebyl pojmenován ten, který vede k paradoxu, pokračuje v knize *Filosofie a jazyk*.<sup>68</sup>

### 3.1.3.2 Rozvětvená teorie typů

Russell věděl, že takováto teorie typů je nedostačující, proto v roce 1908 ve stati *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types* představil další hierarchii, která nebyla motivována tolik formálními paradoxy vyjádřenými ve formálním systému, ale spíše strachem ze zacyklenosti neboli autoreference nepredikativních definic.<sup>69</sup> Proto chtěl vyloučit nepredikativní výrokové funkce a definice z každého typu. Z tohoto důvodu svoji dosavadní teorii typů rozšířil o tzv. teorii řádů, čímž vybudoval novou hierarchii řádů, kterou zavádí rozvětvená teorie typů („The Ramified Theory of Types“).<sup>70</sup> Rozvětvená teorie typů se od té

<sup>63</sup> URQUHART, A. *The Theory of Types*, s. 287.

<sup>64</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk, věda*, s. 11.

<sup>65</sup> Tamtéž, s. 11, 77.

<sup>66</sup> CHURCH, A. *A Formulation of the Simple Theory of Types*, 56 - 68.

<sup>67</sup> PEREGRIN, J., SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 332.

<sup>68</sup> PEREGRIN, J. *Filosofie a jazyk*, s. 156.

<sup>69</sup> THIERRY, C. Type Theory. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 20. 1. 2010 [cit. 16. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/type-theory/>>.

<sup>70</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 11.

původní teorie, jednoduché, lišila právě v tom, že přinášela řády spojené s definováním, které souvisí s příčinou vzniku paradoxu.<sup>71</sup>

V typu rozčleňuje Russell výroky a funkce. Funkce jsou označeny  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$  atd.<sup>72</sup> Funkce jsou reprezentovány jako funkční vztah, ne jen jako jednoduché objekty.<sup>73</sup> Dále hovoří o individuích, jež nejsou ani výroky, ani funkcemi. Jednotlivá individua jsou složkami výroků a funkcí, povětšinou jsou argumenty. Argumenty funkce jsou buď funkce, výroky, nebo individua.<sup>74</sup> Pro účel vysvětlení této teorie Russell využívá písmena  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$  pro označení individuí.

Za „funkce prvního řádu“ považuje takové funkce a soubory funkcí, které jsou vymezeny tím, že obsahují pouze proměnná individua. Tyto funkce „předem nepředpokládají žádný celek funkcí“<sup>75</sup> kromě celku individuí a mimo individua nemají jiné argumenty. Funkce prvního řádu je značena jako „ $\varphi ! ^x$ “ a hodnota pro tuto funkci jako „ $\varphi ! x$ “. Z toho vyplývá, že „ $\varphi ! x$ “ je výraz kterékoli hodnoty pro kteroukoli funkci, která podle definice funkce prvního řádu, obsahuje pouze proměnná individua. „Bude patrné, že výraz „ $\varphi ! x$ “ je sám funkcí dvou proměnných, totiž  $\varphi ! ^z$  a  $x$ . Obsahuje tudíž proměnnou, jež není individuem, totiž  $\varphi ! ^z$ “<sup>76</sup>, tedy neobsahuje individuovou proměnnou, upřesňuje dále Russell. Z výše uvedeného vyplývá, že pokud bude  $a$  individuum a „ $\varphi ! x$ “ hodnota funkce prvního řádu „ $\varphi ! ^x$ “, kterou pro účely zkoumání pojmenujeme „predikát“, potom „ $\varphi ! x \rightarrow \varphi ! a$ “, tedy „všechny predikáty proměnné  $x$  jsou predikáty pro  $a$ “, čímž žádné predikáty nepřipisujeme tvrzení o  $x$ . Proto matice prvního řádu mají schéma:  $\varphi x$ ,  $\psi (x, y)$  nebo  $\chi (x, y, z, \dots)$ .<sup>77</sup>

Dále existují matice s argumenty, jimiž jsou funkce prvního řádu a individua a žádné jiné. Takové matice nazýváme druhého řádu. Funkce

<sup>71</sup> RACLAVSKÝ, J. *Paradox lháře a jeho řešení*, s. 180.

<sup>72</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 72.

<sup>73</sup> THIERRY, C. Type Theory. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 20. 1. 2010 [16. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/type-theory/>>.

<sup>74</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 72, 77.

<sup>75</sup> Tamtéž, s. 72.

<sup>76</sup> Tamtéž, s. 73.

<sup>77</sup> Tamtéž, s. 11, 72 – 73.

druhého řádu jsou proto maticemi druhého řádu nebo jsou z nich odvozeny. Funkcí druhého řádu je několik druhů, Russell je nazývá třídy, máme tedy „různé třídy funkcí“<sup>78</sup>. Za prvé funkce druhého řádu, které mají jediný argument funkce řádu prvního. Proměnná funkce druhého řádu je značena jako „ $f ! (\hat{\varphi} ! \hat{z})$ “ a hodnota funkce jako „ $f ! (\varphi ! \hat{z})$ “, proměnné  $f$  je dána hodnota a proměnné  $\varphi$  hodnota udělena není. Tyto funkce Russell nazývá „predikativní funkce funkcí prvního řádu“<sup>79</sup>. V druhé řadě máme funkce druhého řádu, které mají dva argumenty, přičemž jeden z nich je funkcí druhého řádu, zatímco ten druhý je individuem. „Neurčené hodnoty takových funkcí označíme výrazem  $f ! (\varphi ! \hat{z}, x)$ “<sup>80</sup>. Například pokud dáme  $\varphi$  hodnotu, potom podle definice výrazu „ $\varphi ! x$ “ dostaneme predikativní funkci proměnné  $x$ . Za třetí existují, dle Russella, „funkce individuí, jež jsou druhého řádu“<sup>81</sup> a ty jsou, za předpokladu přeměny  $\varphi$  na zdánlivou proměnnou, v dnešní logické terminologii vázanou proměnnou, přejaty z funkce  $f ! (\varphi ! \hat{z}, x)$ . Za čtvrté by se dalo uvažovat o funkcích druhého řádu, jejichž argumenty jsou dvě funkce prvního řádu, za páté funkce druhého řádu s dvěma argumenty funkce prvního řádu a jednoho individua atd.<sup>82</sup>

Stejným postupem, který je uveden výše, lze dojít až k maticím třetího řádu, což jsou funkce, jejichž argumenty obsahují funkce druhého řádu, prvního řádu a individua. Avšak již neobsahují zdánlivé, vázané proměnné. Podobným způsobem nalezneme funkce třetího řádu a takto je možné postupovat dále až k nejvyššímu řádu proměnných, jímž je funkce  $n$ -tého řádu, „funkce, v níž se vyskytuje, je  $n + 1$ “<sup>83</sup>. K funkcím nekonečného řádu dojít nelze, neboť množství argumentů ve funkci je konečný.

Pokud použijeme princip bludného kruhu na pojmy ve Fregově pojetí a na funkce, shrnuje Peregrin, „dostáváme princip, že každá funkce

---

<sup>78</sup> Tamtéž, s. 74.

<sup>79</sup> Tamtéž, s. 74.

<sup>80</sup> Tamtéž, s. 74 – 75.

<sup>81</sup> Tamtéž, s. 75.

<sup>82</sup> Tamtéž, s. 74 – 75.

<sup>83</sup> Tamtéž, s. 75.

nemůže být prvkem svého vlastního definičního oboru, tedy že nemůže být aplikována sama na sebe. Tím už je blokován i paradox“.<sup>84</sup>

Podobný postup, který byl výše uvedený k funkcím, lze aplikovat také na výroky. Russell zavádí pojem elementární výroky, tj. „výroky, které neobsahují žádné funkce a žádné zdánlivé proměnné“<sup>85</sup>. Výroky, které nejsou elementárními výroky a zároveň obsahují pouze individua, jsou značené jako výroky prvního řádu. A právě výroky prvního řádu a elementární výroky jsou „hodnotami funkcí prvního řádu, [...] a kromě celku individuí předem nepředpokládají žádný jiný celek“.<sup>86</sup> Takový výrok by se dal zapsat kupříkladu jako „ $\varphi ! x$ “. Funkce elementárního výroku či funkce výroku prvního řádu je možné zredukovat na funkci jakékoli funkce prvního řádu. Výrok, který předpokládá určitý celek výroků prvního řádu, je možné zredukovat na funkci, která obsahuje ve svém protikladu celek funkcí prvního řádu. „Hierarchii výroků lze proto odvodit z hierarchie funkcí“<sup>87</sup>, sám Russell však dodává, že hierarchie výroků není pro praxi příliš důležitá, protože zde není zvlášť potřebná. Podstatná a velmi důležitá je pouze pro řešení paradoxů.<sup>88</sup> Russell se také soustředil na hierarchii pojmů, jejíž kritéria lze odvodit z kritérií hierarchie výroků nebo funkcí. Pojmy prvního řádu mají definiční obor tvořený nepojmy, tj. předměty. Stejným způsobem „pojmy druhého řádu mají v definičním oboru pojmy řádu prvního“ a tímto způsobem je možné pokračovat až k řádům vyšším.<sup>89</sup>

### 3.1.3.3 Kritika a axióm reducibility

Hierarchie řádů a rozvětvená teorie typů byly přijaty kriticky. Mezi kritiky patřili zejména matematikové. Hlavním důvodem byl fakt, že teorie typů nebyla v souladu se současnou matematickou praxí, neboť jí zakazované nepredikativní definice byly využívány v analýze. Nesouhlasili

<sup>84</sup> PEREGRIN, J. *Kapitoly z analytické filosofie*, s. 90.

<sup>85</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 77.

<sup>86</sup> Tamtéž, s. 77.

<sup>87</sup> Tamtéž, s. 78.

<sup>88</sup> Tamtéž, s. 77 – 78.

<sup>89</sup> PEREGRIN, J. *Kapitoly z analytické filosofie*, s. 90.

s Russellem, neboť odmítal funkce „v moderním smyslu“, ale pojímal je „v intenzionálním smyslu“.<sup>90</sup> S cílem rozpor překonat, Russell zavedl jistý axióm, tzv. axióm reducibility neboli převoditelnosti. Tento axióm tvrdí, že pro každou nepredikativní definici daného typu existuje predikativní definice, která je k té nepredikativní ekvivalentní. Karel Berka v předmluvě pro české vydání knihy *Logika, jazyk a věda* přesně vysvětluje, že „v každém typu k libovolné výrokové funkci alespoň prvního řádu existuje odpovídající výroková funkce nultého řádu, která je s ní extenzionálně ekvivalentní.“<sup>91</sup> Pro doplnění, Raclavský píše, že „axióm reducibility zavádí ekvivalence mezi propozicemi řádu  $n$  a propozicemi nejbližšího nižšího řádu“.<sup>92</sup> Pokud jsou dvě funkce  $\varphi \hat{z}$ ,  $\psi \hat{x}$  ekvivalentní, znamená to, že jsou ekvivalentní pro každý argument, Russell upřesňuje, že musí být obě pravdivé, nebo obě nepravdivé.<sup>93</sup>

Kritikem Russellova pojetí byl mj. také Willard van Orman Quine (1908 – 2000), který tvrdil, že rozvětvená teorie typů a axióm reducibility zpochybňují jednoduchou teorii typů, která je následně zbytečná.<sup>94</sup> Russell si uvědomoval, že jeho teorie narazila na všeobecnou kritiku, nicméně píše: „nevidím však žádný protiargument, který by se mi zdál být průkazný“.<sup>95</sup>

### 3.2 Paradox lháře

Paradox lháře nebo také lhářský paradox je patrně jeden z neznámějších sémantických paradoxů, zároveň je historicky nejstarší. Paradoxem lháře rozumíme ten, který je vytvářen nejběžnější lhářskou autoreferenční větou: „A: Věta A je nepravdivá“. Což je varianta Epimenidovy věty pocházející již z antiky (kolem roku 600 př. n. l.): „Krétan Epimenidés říká: „Vše, co tvrdí Krétané, je nepravdivé.““ Z tohoto důvodu se někdy tento paradox nazývá Epimenidův nebo také Eubulidův,

<sup>90</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 47 – 49.

<sup>91</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 12.

<sup>92</sup> RACLAVSKÝ, J. *Paradox lháře a jeho řešení*, s. 181.

<sup>93</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 79.

<sup>94</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 47 – 49.

podle Ebulida z Milétu (400 př. n. l.), který ho patrně uvedl jako první. Paradox, který vznikne při úvaze nad A, je zřejmý. Totiž pokud je věta A pravdivá, je pravdivé to, o čem vypovídá, tedy musí být nepravdivá a v tom případě vzniká spor. Ten ale vzniká, i pokud je věta A nepravdivá, protože pak je nepravdivé to, co říká, to znamená, že výpověď věty A je pravda, což je protikladné s tím, co vypovídá. Na výroku „Věta A je nepravdivá.“ není nic paradoxního. Paradoxní a tedy problematické se stává až užití věty, kdy odkazuje k sobě samé, neboť referuje ke jménu, jež je její součástí. Paradox lháře má mnoho variant a bývá uváděn v mnoha formulacích. Jejich struktura je však stejná.<sup>96</sup>

Paradox lháře může být obecně klasifikován do dvou skupin, a sice paradox v autoreferenční podobě a v podobě heteroreferenční. Autoreferenční paradox je tvořen jedinou větou, která odkazuje k sobě samé, například věta „Tato věta je nepravdivá“, nebo věta vepsaná do rámečku, která tvrdí „věta v tomto rámečku je nepravdivá“atp. Naopak paradox heteroreferenční tvoří více vět, přičemž tyto věty odkazují na sebe navzájem, kupříkladu věta „A říká: „věta B je nepravdivá““ a věta „B říká: „věta A je pravdivá““. <sup>97</sup> Dalším příkladem lhářského paradoxu je tzv. Jourdainův paradox, podle britského matematika Philipa E. B. Jourdaina (1879 – 1919), který jej objevil v roce 1913. Jeho paradox je vytvářen heteroreferenčními lhářskými větami napsané z každé strany jedné karty „věta na druhé straně karty je pravdivá“ a „věta na druhé straně karty je nepravdivá“. Takový paradox nezpůsobuje autoreference, ale spíše zacyklenost.<sup>98</sup> Příkladů lhářských vět je možné nalézt velmi mnoho. Mimo lhářské věty Raclavský dále rozlišuje „deskripčního lháře“ a „lháře kvantifikačního“. Pro deskripčního lháře uvádí příklad „Xenie sama v místnosti č. 231 říká: „Ten, kdo je v místnosti č. 231, lže.“ Případ kvantifikačního lháře demonstruje věta, jež je v obdobné podobě zmíněna výše, „Krétan Epimenides říká: „Všichni Krétané jsou lháři.““<sup>99</sup> Dále

<sup>95</sup> RUSSELL, B. *Logika, věda, filozofie, společnost*, 27.

<sup>96</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 316 – 317.

<sup>97</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 234.

<sup>98</sup> DANESI, M. *The Liar Paradox and the Towers of Hanoi*, s. 143.

<sup>99</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 234.

existuje také tzv. „přímý Lhář“. Peregrin o něm píše, že se jedná o paradox „v jeho nejčistší podobě“<sup>100</sup>. Konkrétním příkladem takové lhářské věty by byl něčí výrok „teď právě lžu“. Pokud tvrdí pravdu, tedy lže, potom mluví nepravdu. V případě, že říká nepravdu, je nepravda, že lže, tedy nelže, pak ale tvrdí pravdu. Zdá se tudíž, že lhářská věta by měla být pravdivá i nepravdivá zároveň, to však podle principů moderní logiky není možné. Lhářský paradox je paradoxem nazýván zcela oprávněně.<sup>101</sup>

### 3.2.1 Řešení

Peregrin a Svoboda v knize *Od jazyka k logice* píše, že by mělo být možné rozhodnout o pravdivostní hodnotě lhářské věty, neboť tato věta hovoří o něčem, čemuž přiděluje určitou vlastnost. I přesto jí však pravdivostní hodnotu udělit nelze, jelikož z její pravdivosti vyplývá nepravdivost a naopak. Na závěr svého pojednání o lhářském paradoxu dodávají, že paradox je důsledek toho, že některé věty není možné reglementovat do jazyka logiky, kde existují pouze dvě pravdivostní hodnoty a je dodržován zákon sporu a zákon vyloučeného třetího. Lhářská věta by na základě zmíněných podmínek musela být buď pravdivá, nebo nepravdivá.<sup>102</sup>

#### 3.2.1.1 Russellovo teorie

Řešení, jež představuje Russell, vychází z jeho pojetí hierarchie typů. Větu „já lžu“ lze přepsat jako tvrzení: „existuje výrok, který kladu, a tento výrok je nepravdivý“. Máme tedy funkci „tvrdím  $p$  a  $p$  je nepravdivé“, jejíž hodnota je pravdivá. Dále je dle Russella třeba upřesnit „řád výroků, jimž se připisuje nepravdivost“<sup>103</sup>, neboť pojem nepravdivost nesmí být mnohoznačný. Tedy  $p$  je výrok určitého řádu a výrok, v němž je  $p$  obsažen jako proměnná, musí být vyššího řádu, než je  $p$  jako

<sup>100</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 317.

<sup>101</sup> Tamtéž, s. 317 – 321.

<sup>102</sup> Tamtéž, s. 321 – 322.

<sup>103</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 88.

samostatný výrok. Výrok nesmí hovořit o něčem, co je stejného řádu jak on samotný. Russellova teorie řešení tudíž vzniku paradoxu předchází.

Russell se domníval, že pomocí hierarchie řádů a rozvětvené teorie typů došel k řešení nejen paradoxu lháře, ale i jiných sémantických paradoxů tím, že zabránil autoreferenci a v případě právě lhářského paradoxu vymezil pojem „pravda“ a „pravdivý“, popř. „nepravda“ a „nepravdivý“.<sup>104</sup> Ohlasy, které se objevily a týkaly se jeho způsobu řešení, byly relativně kladné.

### 3.2.1.2 Tarského teorie

Dalším řešením, které se po nějaké době zrodilo, byla Tarského hierarchie jazyků a metajazyků. Tento přístup se v rámci klasické logiky týkal pojmu „pravdy“ a do jisté míry utlumil zájem o Russellovu teorii.<sup>105</sup> Alfred Tarski (1901 – 1983) byl polský logik, který je spojován s teorií pravdivosti.<sup>106</sup> Tuto problematiku Tarski zveřejnil ve stati *The semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics* (1944). Největší problém přirozeného jazyka shledává ve skutečnosti, že jazyk může hovořit o sobě samém, může popisovat své vlastnosti a dokonce vyjadřovat pravdivost, resp. nepravdivost. Jazyky, jež takovou schopnost mají, Tarski nazývá „sémanticky uzavřené“ a jsou jimi všechny přirozené jazyky. V takových jazycích vzniká onen paradox lháře, proto v jeho terminologii jazyk nemůže být „sémanticky uzavřený“. Za účelem se této antinomie zbavit, si Tarski uvědomil, že je nezbytné, aby logický jazyk nemohl odkazovat k sobě samému, ke svým vlastnostem a přiřazovat hodnoty výrazům. Navrhuje řešení, které nebude přirozený jazyk pojímat jako jeden jediný, ale jako systém jazyků, jež budou tvořit hierarchii. Nejnižší v této hierarchii stojí jazyk  $J_0$ , jenž se může vyjadřovat o všem, nesmí však hovořit o sobě samém nebo svých vlastnostech. Na další stupeň Tarski umístil jazyk  $J_1$ , který je již schopen se vyjadřovat o jazyce  $J_0$ . V jazyce  $J_1$  tudíž můžeme hovořit o pravdivosti či nepravdivosti vět

<sup>104</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 92.

<sup>105</sup> RACLAVSKÝ, J. *Paradox lháře a jeho řešení*, s. 181 – 182.

<sup>106</sup> HVORECKÝ, J. MARVAN, T. (eds.) *Základní pojmy filosofie jazyka a mysli*, s. 199.



jazyka  $J_0$ . Stejně tak bude definován jazyk  $J_2$  hovořící o jazyce  $J_1$ , jazyk  $J_3$ ,  $J_4$  atd. až jazyk  $J_n$ .<sup>107</sup> Tarski v této souvislosti dělí jazyk na „metajazyk“ a „jazyk-objekt“, přičemž ve vztahu jazyk  $J_0$  a  $J_1$  je metajazykem jazyk  $J_1$  a jazyk-objekt je  $J_0$ .<sup>108</sup> Z výše uvedeného vyplývá, že Tarského hierarchie jazyků nepočítá s jedním obecným a univerzálně platným pojmem „pravdivost“, nýbrž na každém jednotlivém stupni hierarchie hovoříme o „pravdivosti“, tedy pravdivý v jazyce  $J_0$ , pravdivý v jazyce  $J_1$  atd. Tato teorie zabraňuje lhářskému paradoxu podobným způsobem jako Russellova hierarchie řádů, neboť pomocí daného systému jazyků nedovoluje paradoxu vyvstat, jelikož nevzniká lhářská věta.<sup>109</sup>

V průběhu následujících třiceti let byl Tarského způsob řešení sémantických paradoxů chápán jako ten správný a byl více preferovaný, jelikož Russellova teorie typů a hierarchie řádů byla velice složitá. Po určité době se však začala objevovat kritika. Jedna z významných kritik hovoří o tom, že z hlediska Tarského teorie nelze vytvářet obecná tvrzení o jazycích jako takových. Také mu bylo vyčítáno, že nepojímá pravdivost jako jednu obecnou, ale existuje nekonečné množství predikátů „pravdivý“, tudíž nelze ani vytvářet obecná tvrzení o pravdivosti.<sup>110</sup> Přirozené jazyky pojímal jako nekonzistentní a dával přednost zkoumání logických jazyků, což není absolutně správný přístup. Dále všechny autoreferenční věty označoval jako věty nevýznamové, a to též není zcela korektní. Zřejmě nejvýznamnější kritikou se stal tzv. mstivý („revenge“) nebo zesílený lhář („strengthened“), neboli „tato věta není pravdivá na jakékoli úrovni dané hierarchie metajazyků“. <sup>111</sup> Právě zesílený lhář do určité míry znehodnotil Russellovu i Tarského teorii, neboť obsahuje termín, který je ústřední pro dané řešení. Mstivý lhář se zase vztahuje k celému řešení jako takovému.

<sup>107</sup> BEALL, J. GLANZBERG, M. Liar Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 20. 1. 2011 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/liar-paradox/#ClaLog>>.

<sup>108</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 338.

<sup>109</sup> BEALL, J. GLANZBERG, M. Liar Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 20. 1. 2011 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/liar-paradox/#ClaLog>>.

<sup>110</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 335 – 339.

<sup>111</sup> RACLAVSKÝ, J. *Paradox lháře a jeho řešení*, s. 183.

### 3.2.1.3 Další teorie

Raclavský ve své známé stati *Paradox lháře a jeho řešení* předkládá čtenáři ještě další přístupy a teorie, jež se snaží zmíněný paradox řešit. Jedním z nich je tvrzení, že „lhářská věta má třetí pravdivostní hodnotu“. S touto problematikou v 70. letech pracoval například americký filosof a logik Saul Aaron Kripke (1940) ve článku *Outline of a Theory of Truth* (1975). Již ve 30. letech se však trojhodnotovou logikou zabýval Dmitrij Anatoljevič Bočvar, který právě onu třetí pravdivostní hodnotu přisuzoval paradoxním větám. Jiné řešení, o kterém Raclavský přímo píše, že je „kuriózní“, je tzv. dialetheismus, jenž tvrdí „lhářská věta je zároveň pravdivá i nepravdivá“<sup>112</sup>. Představitelem tohoto názoru je britský logik Graham Priest (1984). Tento myslitel uplatňuje hodnotu „pravda-nepravda“. Dialetheismus je spíše názor, přesvědčení než teorie v pravém slova smyslu, Raclavský na závěr tohoto tématu sám dodává, že „mnohem více problémů plodí, než kolik řeší“.<sup>113</sup>

### 3.3 Curryho paradox

Curryho paradox představil ve článku *The Inconsistency of Certain Formal Logics* roku 1942 americký matematik a logik Haskell Brooks Curry (1900 – 1982), podle něhož nese paradox svůj název.<sup>114</sup> Raclavský píše, že tento paradox byl Currymu přiznán neprávem, neboť jeho autorem je Martin Hugo Löb (1921 – 2006), německý matematik, který paradox uvádí ve stati *Solution of a Problem of Leon Henkin* (1955). Raclavský zdůrazňuje, že proto paradox bývá někdy označován jako Curry-Löbův, on sám ho však nazývá Löbův paradox.<sup>115</sup>

Curryho paradox, jak bude nazýván v tomto výkladu, je paradox sémantický, zacyklený a vytváří ho například autoreferenční tvrzení (T) „jestliže je T pravdivé, potom je Paříž hlavním městem Itálie“, přičemž

<sup>112</sup> Tamtéž, s. 188.

<sup>113</sup> Tamtéž, s. 183 – 185, 188 – 189.

<sup>114</sup> BEALL, J. Curry Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 13. 2. 2008 [cit. 5. 4. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/curry-paradox/>>.

z tohoto tvrzení, jak se může zdát, lze prokázat závěr, že „Paříž je hlavním městem Itálie“. Lze ovšem vyvodit také jakýkoli jiný závěr, jenž není nutně závislý na pravdivosti či nepravdivosti celého tvrzení T, což Michael Clark dokazuje v několika málo krocích. V případě, že T bude pravdivé, tudíž (1) je T pravda, z čehož vyplývá (2) T. Na základě (2) a definice (T) získáme (3) čili „jestliže je (T) pravdivé, potom je Paříž hlavním městem Itálie“. Následně dle odvozovacího pravidla modus ponens vyplývá z (1) a (3) krok (4) neboli „Paříž je hlavním městem Itálie“, a vzhledem k tomu, že (4) plyne z předpokladu (1) čili T je pravda, můžeme předpoklad zahrnout do podmínky (5) „jestliže je T pravdivé, Paříž je hlavním městem Itálie“. Z (5), definice (T) a (6) T lze předvést (7) T je pravdivé. Za použití pravidla modus ponens je na základě (5) a (7) odvozen závěr (8) „Paříž je hlavním městem Itálie“. Taková tvrzení, která mají strukturu podle vzorce „jestliže A, potom B“, se nazývají podmínkové, a jak bylo ukázáno, právě Curryho paradox takových vět využívá. Clark ve svém pojednání pokračuje až k oné problémové části paradoxu, kterou je skutečnost, že z tvrzení T, jak píše, „lze demonstrovat závěr vsutku jakýkoli chceme“.<sup>116</sup> Pro vysvětlení paradoxní situace je třeba nahradit tvrzení T tvrzením  $T_2$ , jež říká „jestliže je  $T_2$  pravdivé, potom Paříž není hlavním městem Itálie“. V případě, že budeme v dokazování pravdivosti této věty postupovat stejně, jako je předvedeno výše, vyplyne závěr, že „Paříž není hlavním městem Itálie“. To znamená, že libovolné tvrzení může být pravdivé či nepravdivé a vždy bude možné z něho dedukovat závěr, kterýkoli budeme chtít. Clark dokonce zdůrazňuje, že „je možné nahradit kontradikci a během jednoho tahu odvodit kontradikci“.<sup>117</sup>

Raclavský větu, která zapřičiňuje Curryho paradox, vyslovuje v obecnější podobě, a sice „L: je-li věta „L“ pravdivá, pak je každá věta pravdivá“, nicméně strukturu má stejnou jako ta uvedená Clarkem. Význam tohoto paradoxu je značný, neboť ona zacyklená věta, jež paradox vytváří, neobsahuje negaci, a proto si mnoho myslitelů

<sup>115</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 237.

<sup>116</sup> CLARK, M. *Paradoxes from A to Z*, s. 46.

<sup>117</sup> Tamtéž, s. 47.

neuvědomí překážku, která může nastat. Věta „tato věta je pravdivá“ se totiž zdá být zcela v pořádku, poněvadž paradox vytvářelo spojení negace a predikátu „pravdivý“, resp. „nepravdivý“. Raclavský k této problematice poznamenává, „proto často nalezneme tendenci povolovat, aby jazyk obsahoval svůj vlastní predikát pravdivosti, ale nepovolovat, aby obsahoval svůj vlastní predikát nepravdivosti“, a právě tyto nesprávné tendence Curryho paradox napadá.<sup>118</sup>

### 3.3.1 Řešení

Paradoxu je možné předejít, jak je vysvětleno v *Paradoxes from A to Z*, pakliže místo „je pravdivý“ použijeme „je prokazatelný“ či „je průkazný“. V případě, že tato záměna proběhne, nebude možné uznat přechod mezi kroky (6) a (7), neboť z (5), definice (T) a T nelze předvést, že T je průkazné.<sup>119</sup> Raclavský přednáší řešení, které souvisí s hierarchií jazyků. A sice „věta „L“: „je-li věta „L“ pravdivá v  $J^1$ , pak je každá věta pravdivá v  $J^1$ “ nemůže být pravdivá či nepravdivá v  $J^1$ , neboť v  $J^1$  nemůže mít význam [...], význam má až v  $J^2$  (či vyšším)“.<sup>120</sup> Také Łukowski uvádí, že řešení lhářského paradoxu funguje správně i pro Curryho paradox.<sup>121</sup>

### 3.4 Grellingův heterologický paradox

Grellingův paradox, někdy nazýván Grellingův heterologický paradox, je sémantický paradox, jež je spojen se jménem matematika a logika Kurta Grellinga (1886 – 1942). Tento německý myslitel rozdělil predikáty do dvou skupin, autologické predikáty a heterologické predikáty. Výraz je autologický, pokud se vztahuje na sebe sama, tj. když popisuje sám sebe. Příklad takového predikátu je „český“, „pětislabičný“, „vyslovitelný“ apod., čili popisují vlastnost, kterou sami mají. Autologických slov je méně než slov heterologických. Heterologický je naopak výraz,

<sup>118</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 237

<sup>119</sup> CLARK, M. *Paradoxes from A to Z*, s. 47.

<sup>120</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 237.

<sup>121</sup> ŁUKOWSKI, P. *Paradoxes*, s. 110.

který nepopisuje sám sebe, nevztahuje se k sobě. Příkladem predikátu heterologického by bylo slovo „dlouhý“, „masožravý“ aj. Tyto dvě skupiny predikátů se nemohou překrývat, buď je predikát autologický, nebo heterologický. Do tohoto momentu paradox nevystává. Paradox vzniká ve chvíli, kdy se zamyslíme, do které z obou skupin by patřil výraz „heterologický“. Je „heterologický“ heterologický? Pokud budeme předpokládat, že slovo „heterologický“ je autologické, pak se musí vztahovat k sobě samému, musí mít vlastnost, kterou sám popisuje, z toho však vyplývá, že by mělo být heterologické. Opačný předpoklad, že slovo „heterologický“ spadá do predikátů heterologických, vede také ke sporu, protože by platil sám o sobě, tudíž je autologické. Na základě toho jsme zjistili, že věta „výraz „heterologický“ je heterologický“ vede k paradoxu, neboť z jeho pravdivosti vyplývá nepravdivost a nepravdivosti pravdivost.<sup>122</sup> Grellingův paradox je autoreferenční, protože definice predikátu heterologický se vztahuje na všechny predikáty, i na predikát heterologický.

Heterologický paradox je svou strukturou velice podobný Russellovu paradoxu. Existuje predikát, který označíme  $P$ , a množina všech množin  $R$ . Grellingův paradox spočívá ve vymezení predikátu heterologický, jenž platí pro predikáty, jež samy o sobě nemají tu vlastnost, o níž vypovídají, tedy  $\{P \mid P \notin \text{extenze}(P)\}$ . Pro srovnání Russell uvažuje množinu  $x$ , která nesmí být svým vlastním prvkem  $\{x \mid x \notin x\}$ . Podstatný rozdíl, mezi těmito dvěma paradoxy zůstává pouze ten, že Grellingův paradox je vymezen predikáty a Russellův paradox hovoří o množinách. Pakliže rozepíšeme oba paradoxy symbolicky, podobnost bude zřejmější. Heterologický  $\in$  extenze (heterologický)  $\leftrightarrow$  heterologický  $\in$   $\{P \mid P \notin \text{extenze}(P)\}$   $\leftrightarrow$  heterologický  $\notin$  extenze (heterologický). Russellův paradox zaznamenáme jako  $R \in R \leftrightarrow R \in \{x \mid x \notin x\} \leftrightarrow R \notin R$ .

<sup>122</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, 325 – 326.

Z výše uvedeného vyplývá, že vedle sebe stojí dva zcela odlišné paradoxy, avšak s téměř shodnou strukturou.<sup>123</sup>

Známí řešitelé paradoxů jako byli Tarski, Russell nebo Kripke se nikde o řešení heterologického paradoxu nezmiňují.<sup>124</sup> Georg Henryk von Wright (1906 – 2003) definoval heterologický výraz jako výraz, který není autologický. Na obě strany definice dosadil „heterologický“. To znamená, že „heterologický“ je heterologický pouze v případě, když nebude platit, že výraz „heterologický“ patří pod pojem heterologický, takže pokud nebude heterologický. Jednodušším způsobem řečeno predikát „heterologický“ bude heterologický pouze v případě, pokud heterologický nebude. Tuto skutečnost lze vyjádřit zápisem  $(p \rightarrow (q \leftrightarrow \neg q))$ . Čili v definici definiens neguje definiendum. Další řešení nabízí Robert L. Martin, který tvrdí, že věta „heterologický“ je heterologický“ není tzv. sémanticky korektní, protože my ji nemůžeme přijmout za pravdivou, ani nepravdivou. Toto řešení však nepodává logické vysvětlení.

Pro řešení paradoxu je důležitá analýza pojmu jazyka, protože výraz, který je heterologický v jednom určitém jazyce, nemusí nutně být heterologický v jiném jazyce. Podobný přístup k řešení lze spatřit také u paradoxu lháře a dalších.<sup>125</sup>

### 3.5 Berryho paradox

Berryho paradox je logicko-sémantický paradox, jenž se opírá o nerozlišení mezi jazykem a metajazykem, tudíž jazyk hovoří o jazyce samém. Paradox formuloval poprvé v roce 1906 Bertrand Russell v článku *Les paradoxes de la logique* publikovaném v časopise *Revue de métaphysique et de morale*. Upozornil na něj však George G. Berry (1867 – 1928), knihovník Bodleyovy knihovny v Oxfordu. Dnes je tedy paradox známý pod jménem Berryho.

<sup>123</sup> BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 31. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

<sup>124</sup> RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce*, s. 246.

<sup>125</sup> RACLAVSKÝ, J. *Řešení Grellingova heterologického paradoxu*, s. 135 – 137.

Problematika kolem této kontradikce se týká označení přirozených čísel v jazyce. V jazyce je možné označovat přirozená čísla pomocí číslovek, ale také pomocí slov. Například pro číslovku „3“ máme slovo „tři“, stejně tak dokážeme rozlišit, že číslovka „268“ slouží ke kratšímu zápisu „dvě stě šedesát osm“, či „druhá odmocnina z dvaceti pěti“ se rovná číslovce „5“.<sup>126</sup> Problém ovšem nastává v jazyce ve chvíli, kdy si uvědomíme, že celých čísel je konečně mnoho a čím větší se snažíme pojmenovat ono číslo, tím více slabik a slov je pro jeho pojmenování potřeba. Avšak počet písmen, tím pádem i slabik, v českém jazyce je též omezený a „z konečného počtu slabik lze utvořit jen konečný počet jmen.“<sup>127</sup> Russell konkrétně uvádí, že některá celá čísla budou mít jména, jež sestávají „alespoň z dvaceti sedmi slabik“. Je patrné, že jimi je možné označit konečné množství čísel. Mezi takovými čísly se musí nacházet jedno, které bude nejmenší. Ať bude jakékoli, bude jedno jediné, to nejmenší. V knize *Logika, jazyk a věda* je rozveden příklad „nejmenší celé číslo nepojmenovatelné méně než dvaceti sedmi slabikami“, které bude pojmenovávat dané číslo. Takové číslo skutečně existuje, je to 4 494 494. Tudíž „čtyři miliony čtyři sta devadesát čtyři tisíce čtyři sta devadesát čtyři“ se rovná jinému označení, a to „nejmenší celé číslo nepojmenovatelné méně než dvaceti sedmi slabikami“. V tento moment nastává spor, neboť číslo, které mělo být nepojmenovatelné, bylo právě pojmenováno a to méně než dvaceti sedmi slabikami. Konkrétně tedy „nejmenší celé číslo nepojmenovatelné méně než dvaceti sedmi slabikami“ je jméno, které obsahuje dvacet šest slabik.<sup>128</sup> Russell původně ve svém článku *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types*, který v roce 1908 zveřejnil americký časopis *American Journal of Mathematics*, vysvětlil Berryho paradox na jiném příkladě, a sice na větě „the least integer not nameable in fewer than nineteen syllables“. Neboli „alespoň jedno číslo není pojmenovatelné méně než devatenácti slabikami“. Celý tento výrok je název pro nějaké číslo, jež nelze pojmenovat méně než devatenácti slabikami. I v případě, který uvádí Russell, se vyskytuje kontradikce,

<sup>126</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 324 – 325.

<sup>127</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*, s. 86.

neboť po spočítání jednotlivých slabik v anglickém příkladě vyjde slabik osmnáct a tudíž jsme ono nepojmenovatelné číslo pojmenovali. Tuto rekonstrukci lze provádět pouze s výše uvedeným anglickým příkladem, český překlad Russellovy věty je zde uveden pouze pro přesnost.<sup>129</sup>

Peregrin vysvětluje paradox na příkladu „nejmenší přirozené číslo, které v češtině nejde označit pomocí nejvýše třiceti slabik, nejde v češtině označit pomocí nejvýše třiceti slabik“. Takto vyjádřený výrok je bezpochyby pravdivý a je zřejmé, že se jedná o tautologii, neboť přísudek, jenž vypovídá o podmětu, tedy o onom nejmenším přirozeném čísle, netvrdí nic nového, co by již nebylo podmětem tvrzeno. Pokud je však tento výrok skutečně pravdivý, podmět by měl pojmenovávat číslo, jež je možné „v češtině označit pomocí nejvýše třiceti slabik“, tudíž by měl být výrok nepravdivý.<sup>130</sup> Je ovšem nutné poznamenat, že Peregrin podává vysvětlení Berryho paradoxu za užití nepřesného příkladu. Pakliže si totiž přepočítáme slabiky ve výroku „nejmenší přirozené číslo, které v češtině nejde označit pomocí nejvýše třiceti slabik“, napočítáme slabik třicet jedna a v tomto případě by žádný paradox nevznikl a jednalo by se pouze o běžnou větu v jazyce, která popisuje určité přirozené číslo.

### 3.5.1 Řešení

O řešení Berryho paradoxu se pokusil Bertrand Russell a je předloženo v knize *Logika, jazyk a věda*. Berryho paradox nebo také „paradox nejmenšího celého čísla nepojmenovatelného méně než dvaceti sedmi slabikami“ obsahuje klam bludného kruhu. Výraz „pojmenovatelný“ odkazuje na komplex jmen, jehož je zároveň součástí. Tento komplex není ale podle teorie typů možný. Proto je nutné rozdělovat jména do řádů. Na nejnižším stupni hierarchie budou spočívat „elementární jména“, tedy taková jména, jimiž obvykle označujeme objekty a jevy bez jakéhokoli dalšího popisu. Jména prvního řádu již obsahují určitý popis, a

<sup>128</sup> Tamtéž, s. 86 – 87.

<sup>129</sup> RUSSELL, B. *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types*, s. 223.

<sup>130</sup> PEREGRIN, J. SVOBODA, V. *Od jazyka k logice*, s. 325.



to „pomocí funkcí prvního řádu“. Jména druhého řádu taktéž obsahují popis, v tomto případě ovšem „pomocí funkce druhého řádu“. Mezi jmény druhého řádu jsou počítána i ta jména, která odkazují na jména řádu prvního. Tímto způsobem je vytvořena celá hierarchie jmen. Z Russellova řešení vyplývá, že pokud má být výrazu „pojmenovatelný“ dán určitý význam, je třeba stanovit řád použitých jmen. Na závěr Russell shrnuje, že „každé jméno, v němž se vyskytuje obrat „pojmenovatelný“ jmény řádu  $n$  je nutně vyššího než  $n$ -tého řádu; tak tedy paradox mizí.“<sup>131</sup>

V každé antinomii se vyskytuje slovo, které napomáhá vzniku klamů bludného kruhu. Po vyloučení takového slova ze systému, je obvykle paradox odstraněn. V případě Berryho paradoxu jsou problémová slova „jméno“, „pojmenovatelný“ nebo také „definovatelný“.<sup>132</sup>

### 3.6 Epistemologické paradoxy

Epistemologické paradoxy mají mnoho formulací, ovšem nejznámější je paradox poznání, jenž lze vyjádřit větou „tuto větu nezná každý“ („this sentence is not known by anyone“) neboli větou znaleckou („knower sentence“). Znalecká věta je do jisté míry podobná větě lhářské, avšak s tím rozdílem, že problémovou komponentou lhářské věty je „pravda“, přičemž obdobně problémovým slovem věty znalecké, je „poznání“. V případě, že bude znalecká věta nepravdivá, alespoň někdo ji bude znát. Nicméně pokud ji skutečně někdo zná, potom to, o čem vypovídá, nemůže být pravda. V tuto chvíli vyvstává paradox, jehož příčinou je zřejmá autoreference, neboť věta odkazuje na sebe sama.<sup>133</sup>

### 3.7 Paradox bez autoreference

S paradoxem, jenž nemá obsahovat autoreferenci, je spojen Stephen Yablo, filosof a logik působící na Massachusetts Institute of

<sup>131</sup> RUSSELL, B. *Logika, jazyk, věda*, s. 91.

<sup>132</sup> Tamtéž, s. 92.

<sup>133</sup> BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 31. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

Technology. Tuto problematiku se mu podařilo vynést na světlo roku 1985 článkem *Truth and Reflection* v *Journal of Philosophical Logic*, ovšem poprvé samotný paradox publikoval roku 1993 ve článku *Paradox without Self-reference*, který vydal časopis *Analysis*.<sup>134</sup> Yablo sám tento paradox nazývá „ $\omega$ -lhář“ („ $\omega$ -liar“), avšak běžně se využívá název „Yablův paradox“.<sup>135</sup> Yablo se ve svém článku zabývá autoreferencí a tím, jak je možné, že některé věty jsou paradoxní a některé nejsou. Dospěl k přesvědčení, že paradoxy, jež obsahují pojem pravdivosti, nemusí nutně obsahovat odkaz k sobě samému nebo zacyklenost, kdy na sebe dvě či více vět navzájem odkazují. Namísto autoreference hovoří o nekonečné řadě vět  $S_1, S_2, S_3$  atd., přičemž každá z těchto vět tvrdí, že všechny následující věty jsou nepravdivé. Konkrétně „( $S_1$ ) pro všechny  $k > 1, S_k$  je nepravdivá; ( $S_2$ ) pro všechny  $k > 2, S_k$  je nepravdivá; ( $S_3$ ) pro všechny  $k > 3, S_k$  je nepravdivá atd.“<sup>136</sup>

Bolander přesně vysvětluje „pro každé přirozené číslo  $i$  definujeme  $S_i$  jako „pro všechny  $j > i, S_j$  je nepravdivá“,<sup>137</sup> tedy žádná věta  $S_i$  nemůže být pravdivá, což je jakýsi předpoklad celého paradoxu. Ovšem chceme-li, aby vznikl rozpor, bude  $S_i$  pravdivá pro nějaké  $i$ . V takovém případě je pravda, že „pro všechny  $j > i, S_j$  je nepravdivá“, a tudíž žádná z vět  $S_j$  pro  $j > i$  není pravdivá. Zejména není pravdivá  $S_{i+1}$ , což je věta „pro všechny  $j > i+1, S_j$  je nepravdivá“, a protože  $S_{i+1}$  není pravdivá, musí zde existovat nějaké  $k > i+1$ , pro které bude platit  $S_k$ , jež je pravdivá. To však není v souladu s oním východiskem, jež bylo popsáno výše, totiž, že „věta  $S_j$  pro  $j > i$  je nepravdivá“, a vzniká spor, neboť bylo dokázáno, že každá věta  $S_i$  je nepravdivá. Spor opět vyvstane, jestliže „pro všechna  $j > 0, S_j$  je nepravdivá. A to je přesně to, co vyjadřuje  $S_0$ , tudíž je  $S_0$  pravdivá.“<sup>138</sup> Žádná z vět  $S_i$  neodkazuje k sobě samé.

<sup>134</sup> YABLO, S. *Paradox without self-reference*, s. 251 – 252.

<sup>135</sup> BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 31. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

<sup>136</sup> YABLO, S. *Paradox without self-reference*, s. 251.

<sup>137</sup> BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 31. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

<sup>138</sup> Tamtéž.

Paradox lze také demonstrovat na představě lidí, kteří stojí v řadě, jež je teoreticky nekonečně dlouhá. První člověk tvrdí, že výpovědi lidí stojící za ním jsou nepravdivé. Druhý člověk v pořadí tvrdí totéž a tímto způsobem to postupuje celou řadou. Tím pádem, pokud je výpověď druhého člověka nepravdivá, lze předpokládat, že výpověď člověka prvního je pravdivá. V takovém případě je však některá výpověď od třetí osoby k osobě n-té pravdivá a tedy nemůže být pravdivá první výpověď, což je sporné a vzniká paradox. Z toho vyplývá, že pakliže bude první věta nepravdivá a některá za ní pravdivá, spor nevznikne. Yablův paradox dokazuje, že mohou existovat logické paradoxy bez autoreference, i přesto se však jedná o kontradikci, jež má s jinými autoreferenčními paradoxy společné vlastnosti. Yablo uzavírá své pojednání slovy „dospěl jsem k závěru, že autoreference není ani nutná, ani dostatečná pro paradox podobný lhářskému paradoxu“.<sup>139</sup>

Na Yablův článek v časopise *Analysis* reagovalo mnoho teoretiků, jedním z nich byl britský logik Graham Priest, jenž v témže časopise publikoval text nazvaný *Yablo's Paradox* (1997). Priest tvrdí, že Yablův paradox je skutečně paradoxní, píše „tento paradox má přesně stejnou strukturu jako všechny známé paradoxy teorie množin a sémantiky“<sup>140</sup>, přesto však není nezacyklený. V případě, že je paradox správně definovaný, jedná se o predikát „žádné číslo větší než  $x$  nesplňuje tento predikát“, kde je zacyklenost zjevná, vysvětluje Priest. Jeho námitka dále směřuje proti novým paradoxům typu Yablova, jež jsou údajně též nezacyklené a které se v důsledku Yablova paradoxu zrodily. Tyto kontradikce jsou nazývány „yabloesque paradoxes“.<sup>141</sup>

Mezi další kritiky Yablova návrhu patří Jc Beall, jenž o zacyklenosti, resp. nezacyklenosti Yablova paradoxu pojednává v článku *Is Yablo's Paradox Non-circular?*, přičemž zůstává na straně Priesty a je přesvědčen, že stále nemá ten správný důvod, aby si myslel, že Yablův paradox neobsahuje kruhové deskripce, píše „nemáme dobrý důvod,

<sup>139</sup> YABLO, S. *Paradox without self-reference*, s. 252.

<sup>140</sup> PRIEST, G. *Yablo's paradox*, s. 236.

abychom se domnívali, že paradox je nezacyklený“.<sup>142</sup> Jedním z problémů, jež Beall předkládá, je skutečnost, že nemůžeme fixovat představu reference Yablova paradoxu prostřednictvím nějaké demonstrace, neboť nikdo nemůže vidět či si představit nespočitatelnou paradoxní řadu vět. Závěrem argumentuje, že Yablův paradox je v podstatě určen zacyklenými popisy, proto ho prozatím nelze považovat za paradox bez autoreference.<sup>143</sup>

---

<sup>141</sup> PRIEST, G. *Yablo's paradox*, s. 237 – 238.

<sup>142</sup> BEALL, J. *Is Yablo's paradox non-circular?*, s. 186.

<sup>143</sup> Tamtéž, s. 179, 185 – 186.

## 4 ZÁVĚR

Ve své bakalářské práci jsem se snažila podat a vysvětlit celkový pohled na problematiku okolo logických a sémantických paradoxů jazyka. Pokusila jsem se vyjasnit důvod, proč tolik zajímají filosofy a logiky již řadu staletí. Sedm paradoxů jsem popsala a u většiny z nich jsem vyložila názory či teorie na jejich řešení. Paradoxů, ať již logických, sémantických nebo jiných, je opravdu celá řada, proto jsem si mohla vybírat ze široké nabídky. Přesto jsem zvolila tyto a jsem si svou volbou jistá.

Russellův logický paradox jsem zařadila jako první z několika důvodů. Historie tohoto paradoxu mě zaujala natolik, že jeho popis je nejobsáhlejší a zároveň nejpodrobnější. S tím souvisí můj druhý důvod, jímž je sám Bertrand Russell. V době, kdy paradox objevil, se rodila moderní matematika a logika, proto způsobil veliký rozruch a já jsem ho chtěla sledovat a do jisté míry se pokusit interpretovat. Vyložení teorie typů a axiómu reducibility vyžadovalo veliké úsilí a trvalo mi skutečně dlouho, než jsem Russellovu snahu zbavit se antinomie pochopila správně. Přesto jsem se s touto složitostí pokusila vyrovnat a výklad řešení jsem zahrнула do podkapitoly *Russellovo řešení*. Myslím si, že zajímavost Russellova paradoxu, jeho historie, příčiny a okolnosti vzniku a v neposlední řadě řešení, se může stát předmětem samostatné bakalářské práce.

Paradox lháře nešlo z této práce vynechat. Domnívám se, že tato antinomie je již téměř tradiční záležitostí. Nejen, že je nejstarší, zabývá se jí také největší počet filosofů. Většina řešitelů se zabývá právě řešením lhářských paradoxů, a ačkoli mnozí z nich nabídli velice zajímavá východiska z této sémantické kontradikce, je až neuvěřitelné, kolik stále v dnešní době vychází článků a je publikováno knih s dalšími nápady a návrhy. Myslím si, že do doby, než někdo přijde se skutečně atraktivní a po všech stránkách přijatelnou teorií, jak lhářský paradox vyřešit, bude uveřejněno ještě několik desítek textů. Mě kupříkladu zaujala teorie Grahama Priesta, dialetheismus, již jsem v práci zmínila. Je to teorie,

kteřá má podle mého názoru skutečně neobvyklou a pozoruhodnou ideu. Třebaže mě toto přesvědčení jakkoli nadchlo, nemyslím si, že je to východisko, které má být považováno za to, jež paradox vyřeší, neboť porušuje zákon sporu. Ve chvíli, kdy jsem paradox dopsala, začala jsem spekulovat nad tzv. zesíleným lhářem a nemohla jsem se vyhnout myšlence, že paradox lháře možná to správné a jediné řešení nemá. Třeba se zkrátka musíme smířit s výsledkem, že lhářská věta zůstává na pomezí hodnot pravda a nepravda. Myslím si, že tato spekulace jistě napadla mnoho teoretiků, kteří ji však, stejně jako já, hned opustili, jelikož není v souladu s běžně užívanými principy logiky a zdravým rozumem.

Curryho paradox jsem do výkladu zahrnula proto, že je podobný paradoxu lhářskému, nicméně ve svém zadání neobsahuje pojem nepravdivosti, nýbrž pravdivosti. Tento fakt se nemusí zdát na první pohled problematický, přesto je. Zvláštní také je, že z tvrzení, ať pravdivého, či nepravdivého, můžeme vyvodit závěr, jakýkoli chceme. Právě tyto dvě skutečnosti mě zaujaly natolik, že jsem ve své práci paradox vyložila.

Grellingův heterologický paradox je zacyklený a dle mého názoru patří mezi klasické sémantické paradoxy, a jako takový jsem ho neshledala nějak zajímavým, nicméně mě překvapila strukturální podobnost mezi ním a Russellovým paradoxem. Tyto dvě kontradikce jsou zcela odlišné, jedna je logická, druhá sémantická, jednu způsobuje klam bludného kruhu, druhou zacyklenost. Přesto se mezi nimi najde nemalá podoba. Tuto záležitost jsem předvedla a vysvětlila výše v kapitole *Grellingův paradox*.

Zpracování Berryho paradoxu mě velice bavilo. Zdálo se mi, jako by tato antinomie byla jiná než všechny ostatní, ačkoli to není pravda. Jevila se mi jako odlišná, jelikož jsem si příklady, o nichž je pojednáno výše, musela rozepsat na papír, počítat slabiky ve větě a zároveň myslet na to, co ta věta vypovídá. Na základě těchto jevů jsem shledala tvrzení paradoxní. Tímto způsobem byla odhalena chyba, jíž se dopustili Peregrin

a Svoboda, když uváděli vlastní příklad věty, která tvoří Berryho paradox. Zmínili nesprávnou větu, která tak, jak ji formulují, paradox nevytváří. Na tuto skutečnost jsem upozornila již v samotné kapitole o paradoxu.

Epistemologické paradoxy jsou do výkladu práce zahrnuty, neboť jsem chtěla ukázat, že kromě sémantických a logických paradoxů, existují i jiné. Zároveň mě upoutalo, že paradox poznání, který rozvádím, je do jisté míry podobný paradoxu lháře.

Poslední větší kapitolou mé bakalářské práce je pojednání o paradoxu, který je podle Stephena Yabla bez autoreference. Zpracování Yablova paradoxu bylo záměrně umístěno až na samý konec práce, neboť jsem v začátku upozornila na fakt, že paradoxní věty obsahují autoreferenci nebo zacyklenost, jež jsou studovány jako příčiny vzniku paradoxů. Přičemž Yablo vystoupil s tím, že paradoxy autoreferenci nutně obsahovat nemusí, čímž podnítl diskuzi a touto problematikou se začalo zabývat více odborníků. Mě osobně Yablo svým návrhem příliš neoslovil. Ačkoli jsem jeho myšlenku pochopila, nejsem schopná si představit nekonečnou řadu po sobě jdoucích vět, proto nedokážu tvrdit, že Yablův paradox je bez odkazu k sobě samému.

Téma, které jsem si zvolila, mě zajímalo hned od samého začátku a domnívám se, že to je hlavní důvod, proč mě jeho zpracování bavilo. Jediným momentem, kdy jsem zapochybovala, že práci možná nedodělám podle svého plánu, bylo sepisování teorie typů a axiómu reducibility. Nad tímto tématem jsem strávila mnoho hodin, na které zřejmě již nezapomenu, protože jsem do poslední chvíle nedoufala, že je možné problém pochopit a přitom si zachovat vlastní rozum. V době, kdy jsem teorii typů dopsala, jsem si byla jistá, že zbytek bude příjemnější práce. A skutečně byla. Jsem tedy ráda, že jsem si práci vybrala, že jsem vytrvala a že na všechny otázky, které jsem si začala pokládat již při odevzdání zadání bakalářské práce, jsem dokázala nalézt odpovědi.

## 5 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A PRAMENŮ

### 5.1 Tištěné zdroje

BEALL, J. Is Yablo's Paradox Non-circular?. *Analysis*. 2001, 61, 3, 176-187. ISSN 0003-2638.

BLECHA, I. a kol. *Filosofický slovník*. Olomouc : Nakladatelství Olomouc, 1998. ISBN 80-7182-064-4.

CARNAP, R. *Problémy jazyka vědy*. Praha : Svoboda, 1968.

CLARK, M. *Paradoxes from A to Z*. New York : Routledge, 2007. ISBN 0-203-96236-2.

DANESI, M. *The Liar Paradox and the Towers of Hanoi: the 10 Greatest Math Puzzles of all Time*. New Jersey : John Wiley & Sons., Inc, 2004. ISBN 0-471-64816-7.

DEWEY, J. *Experience and Nature*. Londýn : George Allen & Unwin, Ltd., 1929. ISBN 0-87548-097-7.

FREGE, G. Letter to Russell. In: J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel*. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1967. ISBN 0-674-32449-8.

HVORECKÝ, J. MARVAN (eds.), T. *Základní pojmy filosofie jazyka a mysli*. Nymburk : O. P. S., 2007. ISBN 978-80-903773-3-2.

CHURCH, A. A Formulation of the Simple Theory of Types. *The Journal of Symbolic Logic*. 1940, 5, 2, 56 – 68. ISSN 0022-4812.

KOLMAN, V. *Logika Gottloba Frega*. Praha : Filosofia, 2002. ISBN 80-7007-164-8.

ŁUKOWSKI, P. *Paradoxes*. Dordrecht : Springer, 2011. ISBN 978-94-007-1475-5.



LYCAN, W. G. *Philosophy of Language: a Contemporary Introduction*. Londýn : Routledge, 2002. ISBN 0-415-17116-4.

MARVAN, T. *Otázka významu: cesty analytické filosofie jazyka*. Praha : Togga, 2010. ISBN 978-80-87258-33-0.

PEREGRIN, J. *Filosofie a jazyk: (eseje a úvahy)*. Praha : Triton, 2003. ISBN 80-7254-432-2.

PEREGRIN, J. *Kapitoly z analytické filosofie*. Praha : Filosofia, 2005. ISBN 80-7007-207-5.

PEREGRIN, J., SVOBODA, V. *Od jazyka k logice: filozofický úvod do moderní logiky*. Praha : Academia, 2009. ISBN 978-80-200-1740-6.

PRIEST, G. Yablo's paradox. *Analysis*. 1997, 57, 4, 236-242. ISSN 0003-2638.

RACLAVSKÝ, J. *Jména a deskripce: logicko-sémantická zkoumání*. Olomouc : Nakladatelství Olomouc, 2009. ISBN 978-80-7182-277-6.

RACLAVSKÝ, J. Paradox lháře a jeho řešení. In: V. Havlík (ed.), *Meze formalizace, analytičnosti a prostoročasu*. Praha : Filosofia, 2007. ISBN 978-80-7007-268-4.

RACLAVSKÝ, J. Řešení Grellingova heterologického paradoxu. In: P. Sousedík (ed.), *Ozvěny Fregovy filosofie*. Bratislava : Filozofický ústav Slovenskej akademie vied, 2009. ISBN 978-80-969770-4-8.

RUSSELL, B. Letter to Frege. In: J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel*. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1967. ISBN 0-674-32449-8.

RUSSELL, B. *Logika, jazyk a věda*. Praha : Svoboda, 1967.

RUSSELL, B. *Logika, věda, filozofie, společnost*. Praha : Svoboda-Libertas, 1993. ISBN 80-205-0219.

RUSSELL, B. Mathematical Logic as Based on the Theory of Types. *American Journal of Mathematics*. 1908, 30, 3, 222-262. ISSN 0002-9327.

SMULLYAN, R. *Navěky nerozhodnuto: úvod do logiky a zábavný průvodce ke Gödelovým objevům*. Praha : Academia, 2003. ISBN 80-200-1068-8.

SOUSEDÍK, P. Russellovy úvahy o geometrii. In: V. Havlík (ed.), *Meze formalizace, analytičnosti a prostoročasu*. Praha : Filosofia, 2007. ISBN 978-80-7007-268-4.

ŠVANDOVÁ, B. Vliv Kurta Gödela na kulturní niveau 2. poloviny 20. století. In: V. Havlík (ed.), *Meze formalizace, analytičnosti a prostoročasu*. Praha : Filosofia, 2007. ISBN 978-80-7007-268-4.

URQUHART, A. The Theory of Types. In: N. Griffin (ed.), *The Cambridge to Companion to Russell*. Cambridge : Cambridge University Press, 2003. ISBN 0-521-63634-5.

YABLO, S. Paradox without self-reference. *Analysis*. 1993, 53, 4, 251-252. ISSN 0003-2638.

## 5.2 Elektronické zdroje

BEALL, J. Curry Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 13. 2. 2008 [cit. 5. 4. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/curry-paradox/>>.

BEALL, J. GLANZBERG, M. Liar Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 20. 1. 2011 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/liar-paradox/#ClaLog>>.

BOLANDER, T. Self-reference. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 15. 7. 2008 [cit. 31. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>>.

IRVINE, A. D. Russell Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 27. 5. 2009 [cit. 29. 10. 2011]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/russell-paradox/>>.

THIERRY, C. Type Theory. *Stanford Encyclopedia of Philosophy* [online]. 20. 1. 2010 [16. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://plato.stanford.edu/entries/type-theory/>>.

WACHSMUTH, B. G. Cantor, Georg (1845 – 1918). *Interactive Real Analysis*. 4. 7. 2011 [cit. 14. 3. 2012]. Dostupné z: <<http://www.mathcs.org/analysis/reals/history/cantor.html>>.

## 6 SUMMARY

This work reflects the basic problems of logical and semantic paradoxes of language. It focuses on explaining of the effort of philosophers and logicians to convert vague and ambiguous natural language, in which may arise inaccuracies and paradoxes, in the language of logic, which will eliminate these paradoxes and will be accurate. Paradoxes are obstacles in the creation of a formal system and thereby prevent logicians to achieve their goal. Work describes gradually seven important paradoxes, the circumstances of their creation and finally the theory of their solution.

Paradoxes of language are studied for many centuries and, for example liar paradox has already been described around 600 BC. Other paradoxes such as Russell's paradox arose in the early 20th century and the Yablo's paradox was published even in the 90th the 20th century. It follows that the paradoxes are a very old matter but still current.