

## Posudek vedoucího diplomové práce

Autor: Bc. Martin Pokorný  
Název práce: The Fučík curves for problems with integral type boundary conditions  
Studijní program: Matematika a její aplikace  
Vedoucí práce: Ing. Petr Nečesal, Ph.D.

---

Splnění cílů práce:	velmi dobře
Odborný přínos práce:	nové výsledky
Matematická (odborná) úroveň:	velmi dobrá
Věcné chyby:	vzhledem k rozsahu přiměřený počet
Grafická, jazyková a formální úroveň:	velmi dobrá
Přístup autora k řešení práce:	pečlivá práce, drobné zásahy vedoucího

---

Diplomová práce Martina Pokorného je věnována studiu Fučíkova spektra pro úlohy s nelokálními okrajovými podmínkami. Pro úlohy tohoto typu jsou známy převážně implicitní popisy Fučíkových spekter, a to především díky Nataliji Sergejevě, která ve svých článcích představuje implicitní popisy Fučíkových spekter pro úlohy s nejrůznějšími okrajovými podmínkami integrálního typu. Martin Pokorný se ve své diplomové práci věnuje okrajové úloze s Robinovou okrajovou podmínkou s parametrem  $c$  a s nelokální okrajovou podmínkou integrálního typu s parametrem  $\gamma$

$$\begin{cases} u''(x) + \alpha u^+(x) - \beta u^-(x) = 0, & x \in (0, 1), \\ u(0) \cdot \sin c = u'(0) \cdot \cos c, & \int_0^1 u(x) dx = \gamma \cdot u'(0). \end{cases}$$

Pro hodnotu parametru  $\gamma = 0$  se této úloze autor věnoval již ve své bakalářské práci, kde získal řadu výsledků. V předložené diplomové práci tak na tyto výsledky navazuje a významným způsobem je rozšiřuje v případě  $\gamma \neq 0$ . Autor v práci představuje několik nových výsledků včetně důkazů, a to 10 vět a 24 lemmat. Za hlavní výsledky práce považují Věty 3.9 a 5.1. Ve Větě 3.9 autor podává kompaktní formu implicitního popisu Fučíkova spektra v prvním kvadrantu. S pomocí této věty lze pak velmi snadno numericky generovat Fučíkovo spektrum v prvním kvadrantu pro různé hodnoty parametrů  $c$  a  $\gamma$  v okrajových podmínkách (viz kód pro systém Mathematica v příloze práce). Ve Větě 5.1 pak autor představuje parametrizaci Fučíkových křivek pro  $c = \frac{\pi}{2}$  a  $\gamma \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{\pi^2}\right)$ .

Stežejní kapitolou předložené práce je kapitola čtvrtá, která je věnována řešitelnosti okrajové úlohy pro  $c = \frac{\pi}{2}$  a  $\gamma \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{\pi^2}\right)$ . Autor nejprve ukazuje, jak převést řešitelnost této okrajové úlohy na řešitelnost kvadratické rovnice s proměnnými koeficienty

$$c_{2,\gamma}(s) \cdot k^2 + c_{1,\gamma}(s) \cdot k + c_{0,\gamma}(s) = 0,$$

kde koeficienty této rovnice jsou dány po částech, závisí na proměnné  $s$  a také na parametru  $\gamma$ . Poznamenejme, že pro speciální volbu parametru  $\gamma = 0$  je kvadratická rovnice snadno řešitelná. Ovšem v případě  $\gamma \neq 0$  je rozbor řešitelnosti této rovnice značně netriviální a autor jej podává

v plném detailu. Důkazy jednotlivých tvrzení jsou vesměs konstruktivní, vyžadují však od autora velkou dávku trpělivosti a kreativity při tvorbě odhadů.

Autorovi se v diplomové práci podařilo získat nové výsledky, které jsou odrazem jeho dlouhodobější systematické práce. Poznamenejme, že tyto výsledky byly prezentovány na 25. mezinárodní konferenci Mathematical Modelling and Analysis 2022 v Druskininkách v Litvě. Text diplomové práce je dobře strukturovaný a použitá angličtina je srozumitelná. Autora bych pochválil za pečlivost a vytrvalost při odvozování technicky komplikovaných předpisů. V práci nebyla prozkoumána hladkost a regularita parametrizovaných Fučíkových křivek, což ale nepovažuji za vážný nedostatek vzhledem k získaným výsledkům v obsáhlé čtvrté kapitole. Autor však mohl v práci alespoň uvést některou snadno ověřitelnou vlastnost nalezených křivek, a to např. spojitost. Autorovi bych vytknul neustálé odkládání sepisování vlastního textu diplomové práce, což se v konečném důsledku projevilo na zhoršené kvalitě některých částí výsledného textu. Některé části textu tak neprošly korekturami, některé obrázky nejsou dokončené (chybějí osy nebo popisky os), 5. kapitola působí nedotaženě. I přes tyto výtky však považuji předkládanou diplomovou práci za velmi zdařilou.

Doporučuji diplomovou práci Martina Pokorného uznat jako kvalifikační a navrhuji hodnocení známkou

**velmi dobře.**

V Plzni, 19. srpna 2022

Ing. Petr Nečasal, Ph.D.  
KMA FAV ZČU