



**FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI**

Bakalářská práce

Řízení pohybu kolony vozidel

Vedoucí práce: Prof. Ing. Miloš Schlegel, CSc.
Vypracoval: Radek Pastyřík - A19B0311P

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd
Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Radek PASTYŘÍK**
Osobní číslo: **A19B0311P**
Studijní program: **B0714A150005 Kybernetika a řídicí technika**
Specializace: **Automatické řízení a robotika**
Téma práce: **Řízení pohybu kolony vozidel**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s různými strategiemi řízení kolony identických vozidel (centrálně orientované a distribuované řízení).
2. Metodou modelování a simulace analyzujte tzv. řetězovou nestabilitu kolony vozidel při distribuovaném řízení.
3. Navrhněte centrálně orientované řízení kolony identických vozidel (řízení na zadané rozestupy mezi vozidly a konstantní rychlosti kolony) vyhovující požadavku stability a řetězové stability.
4. Navrhněte a realizujte virtuální model centrálně řízené kolony (digitální dvojče) v programovém systému MATLAB/Simulink.

Rozsah bakalářské práce: **30 – 40 stránek A4**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

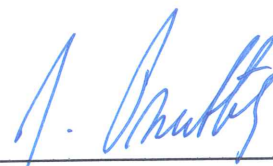
S. Stüdli, M.M. Seron, R.H. Middleton, From vehicular platoons to general networked systems: String stability and related concepts. Annual Reviews in Control 44 (2017), 157-172.

Vedoucí bakalářské práce: **Prof. Ing. Miloš Schlegel, CSc.**
Katedra kybernetiky

Datum zadání bakalářské práce: **15. října 2021**
Termín odevzdání bakalářské práce: **23. května 2022**



Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Josef Pšutka, CSc.
vedoucí katedry

Čestné prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....

podpis autora

Poděkování

V první řadě bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Miloši Schleglovi, CSc. za odborné a kvalitní vedení práce, vynikající přístup, cenné rady a jeho veškerý čas, který mi věnoval. Dále bych rád poděkoval Ing. Karlu Kubíčkovvi za jeho věnovaný čas a odborné rady, které mi dopomohly k dokončení práce. Nakonec děkuji mé rodině, která mě podporuje při studiu.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem řízení a virtuálního modelu kolony vozidel. Cílem práce je navrhnout centralizované a decentralizované řízení kolony vozidel splňující podmínky stability a řetězové stability. V práci jsou představeny definice řetězové stability, informační topologie a možné přístupy k centrálně orientovanému a decentralizovanému řízení. Zvláštní pozornost je věnována aplikaci teorie symetrických systémů. Pomocí této teorie jsou dále nalezeny postačující podmínky zajišťující řetězovou stabilitu pro stavovou zpětnou vazbu. Dále je zkoumáno využití stabilizující nesymetrické zpětné vazby pro návrh decentralizovaného řízení příslušného ke zvolené informační topologii. Je ukázáno, že pro speciální volbu vlastních čísel uzavřeného systému lze dosáhnout decentralizované strategie řízení. Následně je navržen a realizován virtuální model pro kolonu vozidel, který podporuje simulaci veškerých navržených řešení. Nakonec v závěru práce jsou pro navržená řízení kolony provedena vzájemná porovnání i s existující distribuovanou metodou řízení pomocí strukturální dekompozice systému.

Klíčová slova: centrálně orientované řízení, digitální dvojče, distribuované řízení, lineární kolona, LQR, matematický model, řetězová stabilita, symetrická kolona, symetrická zpětná vazba

Abstract

This bachelor thesis deals with the design of control and a virtual model of a vehicle platoon. The aim of the work is to propose a centralized and decentralized control of a vehicle platoon meeting the conditions of stability and string stability. Definitions of string stability, information topology and possible approaches to centralized and decentralized control are presented in the work. Special attention is paid to the application of the theory of symmetric systems. Using this theory, sufficient conditions ensuring string stability for state feedback are further found. Furthermore, the use of stabilizing non-symmetric feedback for the design of decentralized control relevant to the chosen information topology is investigated. It is shown that a decentralized control strategy can be achieved for a special choice of eigenvalues of the closed system. Subsequently, a virtual model for the vehicle platoon is designed and implemented, which supports the simulation of all proposed solutions. Finally, mutual comparisons are made for the proposed platoon control with the existing distributed control method using the structural decomposition of the system.

Key words: centralized control, digital twin, distributed control, longitudinal vehicle platoon, LQR, mathematical model, string stability, symmetrical vehicle platoon, symmetric feedback

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Obecný úvod	1
1.2	Motivace	3
1.3	Automobilový průmysl	4
1.3.1	Stručná historie	4
1.3.2	Důležité vynálezy vzhledem k problematice kolony vozidel	4
1.3.3	Vývoj a budoucnost	5
2	Kolona vozidel	6
2.1	Multi-agentní systémy	6
2.2	Model kolony vozidel	7
2.2.1	Homogenita kolony	7
2.3	Diferenciální rovnice kolony vozidel	8
2.4	Převedení na model v odchylkách	8
2.4.1	Vyjádření diferenciální rovnice odchylky polohy	9
2.4.2	Vyjádření diferenciální rovnice odchylky rychlosti	9
2.4.3	Požadavky na rovnovážný stav	10
2.5	Návrhové požadavky	10
2.5.1	Požadavek na odchylku polohy	10
2.5.2	Požadavek na odchylku rychlosti automobilů	10
2.5.3	Požadavek na odchylku aplikované vstupní síly	10
2.6	Stavový model kolony	10
2.6.1	Stavový model - obecně	11
2.6.2	Stavový model - konkrétní	12
2.7	Stabilita	13
2.7.1	Obecná stabilita	13
2.7.2	Řetězová stabilita	13
2.8	Symetrické systémy	15
2.8.1	Podmínky symetrie systému	15
2.8.2	Symetrická zpětná vazba	16
2.8.3	Výpočet symetrické zpětné vazby	17
2.8.4	Algoritmus pro výpočet stavové zpětné vazby	18
2.8.5	Určení matice symetrie	18
3	Návrh řízení kolony	20
3.1	Topologie přenosu informací vozidel	20
3.2	Centrálně orientované řízení	21
3.3	Centrální návrh pomocí LQR	22
3.3.1	Přenosové funkce	23
3.3.2	Volba návrhových parametrů	26
3.3.3	Implementace řízení	27
3.4	Centrální symetrický návrh řízení	27
3.4.1	Volba návrhových parametrů	28
3.4.2	Přenosové funkce	30
3.4.3	Implementace řízení	33
3.5	Výsledky centrálního řízení	33

3.5.1	LQR řízení	33
3.5.2	Symetrické řízení	36
3.6	Distribuované řízení	40
3.7	Distribuovaný návrh řízení přiřazením pólů	41
3.7.1	Volba návrhových parametrů	41
3.7.2	Přenosy a řetězová stabilita	43
3.7.3	Implementace řízení	45
3.7.4	Výsledky distribuovaného řízení	46
3.8	Digitální dvojče kolony	48
4	Porovnání a diskuze	49
4.1	Výsledky a simulace centrálního řízení	49
4.2	Výsledky a simulace distribuovaného řízení	51
4.3	Porovnání jednotlivých typů řízení	52
4.4	Budoucí práce a vylepšení	55
5	Závěr	56
Seznam obrázků		56
Reference		59
6	Přílohy	63

1 Úvod

1.1 Obecný úvod

Práce se zabývá problémem řízení kolony vozidel. Specifikace problému vycházejí z praktických požadavků a technických možností měření aktuálního stavu jedoucí kolony. Mezi hlavní požadavky patří stabilita a řetězová stabilita dynamiky kolony. Strategie řízení je dále omezena realistickými požadavky na komunikaci mezi vozidly. Hlavním tématem této práce je vytvoření automatického řízení pohybu vozidel na silnici, kde tyto vozidla jsou za sebou uspořádány do kolony. Taková vozidla jedou v řadě za sebou a udržují konstantní rychlost a délkové nebo časové rozestupy. Při návrhu řízení je snaha minimalizovat informaci potřebnou pro výpočet řízení jednotlivých vozidel. Pro takovou nejmenší možnou komunikaci požadujeme mít stále zaručenou obecnou stabilitu a zároveň podmínku tzv. řetězové stability. V [52] byla odzkoušena volba různých topologií ke komunikaci mezi vozidly a určilo se tak, že daná komunikační topologie může ovlivnit vnitřní stabilitu kolony a její dynamiku.

Pokud máme člověkem řízené vozidlo, může během řízení dojít k nežádoucím situacím. V takových situacích záleží především na reakční době řidičů. V závislosti na dopravní situaci je potřebné reagovat změnou rychlosti, přičemž každá z těchto reakcí vyžaduje určitý čas. Při formování takové kolony vozidel, si lze představit reakční dobu řidiče jako bezpečnostní vzdálenostní či časové rozestupy mezi vozidly. V případě změny rychlosti některého z jedoucích vozidel musí jeho následovníci v co nejkratší době na tuto změnu zareagovat. Tímto se můžeme dostat do situace, při které budou postupně brzdit veškerá vozidla. Právě až do možné situace představující v nejbezpečnějším případě úplné zabrzdění. V horším případě může nastat dopravní nehoda, která si může vyžádat materiální škody, ale i lidské životy. V současnosti se pro řešení tohoto problému automatického řízení vozidel již vyskytuje částečné řešení v podobě adaptivních tempomatů, které udržují požadovanou rychlost pohybu jednotlivých automobilů a pevně stanovenou vzdálenost mezi vozidly. V dnešní době je často využívaný přístup řízení pomocí kooperativních adaptivních tempomatů (Cooperative Adaptive Cruise Control - CACC). Tento přístup byl využit ve studii zabývající se řízením kolony stejných typů vozidel a to v bezdrátové komunikaci pouze mezi vozidly (Vehicle-to-Vehicle = V2V) [38]. Pomocí tohoto přístupu se vynalezla technika k analýze řetězové stability, kde jsou vozidla následována s konstantním rozestupem. V této bezdrátové komunikaci se nejčastěji využívá určitých informačních toků mezi automobily. Ty určují, jak mezi sebou daná vozidla komunikují a získávají potřebné informace pro řízení celé kolony. Komunikační toky určuje tzv. informační topologie řetězce vozidel. Nejčastěji užívané topologie jsou takové, které získávají informace pouze od vůdce kolony, nebo každé vozidlo získává informace od svého jednoho či více předchůdců, nebo může získávat informaci od předchůdce i následovníka. Veškeré tyto kombinace a mnoho dalších mohou být použity při návrhu řízení [6, 7]. Pro analýzu komunikační topologie můžeme využít například často užívané grafové teorie. Pomocí grafové teorie jsme schopni nalézt, zda taková síť dosáhne stanových požadavků. Pro držení formace vozidel lze použít řešení založené na Laplaciánu [5, 37]. Při bezproblémové bezdrátové komunikaci jednotlivých prvků uspořádaných do řetězového uskupení představujících kolonu vozidel může být mezi těmito automobily řízená vzdálenost minimalizována [26]. Pro více než dvě vozidla v koloně je nutné řešit problematiku tzv. řetězové nestability. Řetězově nestabilní kolona se projevuje tak, že poruchy systému se zesilují průchodem za sebou jedoucích vozidel [6]. Každé vyhovující řízení kolony vozidel by mělo zajistit řetězovou stabilitu, t.j. nezesilování odezev na poruchu při zvyšování délky kolony.

Problematika práce tak vyšetřuje dvě odlišné stability [6]. Jedná se o obecnou stabilitu řízení a řetězovou stabilitu. Stabilizace systému se řeší návrhem řízení pro určité strategie řízení. Pro tuto stabilitu se využívá strategií distribuovaného řízení nebo centralizovaného řízení [5, 37]. U centralizovaného řízení se užívá principu, kdy jednotlivé automobily poskytují potřebné informace pro regulaci jednomu hromadnému regulátoru. Společný regulátor získává informace a vydává povely pro řízení celé kolony. Distribuované řízení systémů využívá regulátorů umístěných

jednotlivě v každém prvku daného řetězce, tedy v každém automobilu. Jednotlivé procesy vozidla a jejího řízení lze nazývat agenty a pro více agentů nazýváme takové systémy multi-agentní systémy.

Užití technologie kooperativního řízení není zaměřeno pouze na osobní automobily nebo kolony se stejnými vozy, ale vyskytují se studie i na kombinaci různých typů vozidel. Kombinace vozidel v koloně může být složena z různých vozidel, tedy vozidel s různou dynamikou. Podle typu shodnosti dynamiky vozů v koloně určujeme kolonu homogenní či heterogenní viz 2.2.1. Probíhají různé výzkumy zaměřující se na problematiku kolon (=platooningu) od asistenčních služeb řidičům až po kooperativní řízení pro nákladní automobily například z důvodu bezpečnosti, ušetření nákladů na palivo či snížení emisí [3, 27]. Snižování nákladů na palivo a snížení emisí vozů bývá častým faktorem pro veškeré přepravní firmy. V [27] bylo ukázáno, že užitím jejich technologie pro řízenou kolonu bylo sníženo užití paliva zhruba o 4-5 % pro vedoucí nákladní automobil kolony a pro jeho následovníky až o 10-14 %. Z hlediska snížení spotřeby paliva a emisí by se tyto požadavky daly ovlivnit (např. automatickou převodovkou). Většina moderních nákladních vozidel je proto také vybavena automatickou převodovkou. Například automatická převodovka ZF EL40 TraXon umožňuje další snížení spotřeby paliva v rádech jednotek procent. To má za následek i snížení celkových vyprodukovaných emisí nákladním automobilem [23].

V první části práce bude popsán úvod a motivace do řešené problematiky. Zejména z jakého důvodu se problematika řeší a co dané části problematiky ovlivňují. Následně bude krátce popsána historie automobilového průmyslu v této oblasti.

Druhá kapitola se věnuje teoretické části popisu kolony vozidel a udává vstup do problematiky s popisem multi-agentních systémů. Rovněž ukazuje vytvoření modelu kolony vozidel za podmínky homogenity a lineární kolony. Tento model je postupně upravován do odchylkového tvaru s jeho návrhovými požadavky a stručným popisem. Následně je model jednotlivých soustav rovnic převeden do stavového modelu. Tento model v odchylkách od požadovaných rovnovážných stavů budeme dále užívat pro návrh centralizovaného i decentralizovaného řízení. Výraznou a důležitou problematikou řešenou v této práci bude stabilita, která se zabývá jak obecnou stabilitou systému, tak i řetězovou stabilitou. Nakonec zde využijeme novou teorii vstupně symetrických lineárních dynamických systémů vyvinutou na ZČU v Plzni [22]. Pomocí této teorie se následně pokusíme určit symetrickou stavovou zpětnou vazbu pro centrální i distribuované řízení. Poznamenejme, že symetrické řízení zajišťuje stejnou strukturu a stejnou informační topologii pro lokální regulátor každého vozidla v koloně.

Třetí kapitola se bude zabývat převážně návrhem a vizualizací řízení. Prvně budou zobrazeny nejčastěji používané topologie definující komunikační tok, tedy předávání informací mezi jednotlivými automobily. Dále budou zahrnuty podkapitoly na centralizované a decentralizované řízení. V těchto částech budou popsány přenosové funkce potřebné k určení podmínky řetězové stability. Bude popsán postup návrhu s návrhovými parametry odlišné pro obě metody řízení. Implementace těchto řízení následně proběhne v prostředí MATLABu/Simulinku. Dále navrhne digitální dvojče takové kolony. V tomto virtuálním modelu lze odsimulovat libovolnou strategii řízení kolony navrženou v této práci. Výsledky, implementace řízení a pojem digitální dvojče budou na závěr kapitoly krátce diskutovány. Realizace tohoto virtuálního modelu by se dala představit jako Model-In-the-Loop simulace (MIL).

Čtvrtá kapitola se bude zabývat výsledky, diskuzí a porovnáním jednotlivých řízení s již publikovaným řízením. Budou zobrazeny výsledky průběhu regulace poruchy představující přidané zrychlení. Dále proběhne porovnání jaké řízení je výhodnější simulacemi homogenní kolony vozidel. V poslední části kapitoly budou diskutovány možné vylepšení do budoucna a z nich vycházející možnosti pro budoucí práci (např. heterogenní kolona).

Pátá kapitola bude shrnovat celou práci a její dosažené výsledky. Proběhne diskuze na navržená řízení a porovnání vůči sobě.

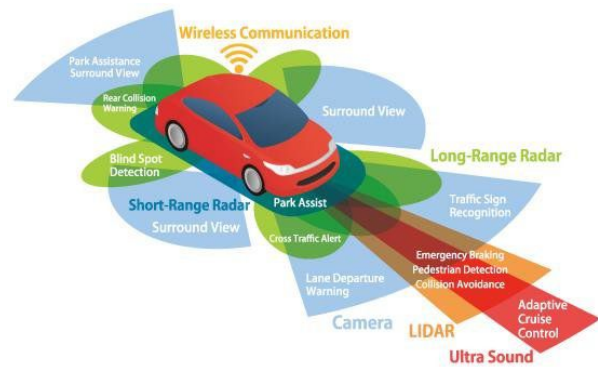
1.2 Motivace

Hlavním tématem této práce je návrh řízení pro distribuované řízení i centrální řízení kolony. Použitá metoda jak dosáhnout tohoto cíle spočívá v analýze příslušné stavové zpětné vazby. Provedené numerické experimenty směřují k využití volnosti ve výběru stabilizující stavové zpětné vazby pro dosažení řetězové stability a vhodné informační topologie strategie řízení.

Nebylo by nádherné, kdyby provoz na silnicích, dálnicích a všech dalších pozemních komunikacích byl řízen automaticky? V poslední době se začínají takováto automatická vozidla vyrábět, bohužel však nejsou ještě plně autonomní a bezproblémová jak by bylo žádáno. Existují statistiky, které ukazují počet dopravních nehod spojených právě s autonomními vozidly. Pro vozidla bez potřeby lidského řidiče existuje stále plno otázek, které je nutno vyřešit k plné funkčnosti a bezproblémovosti autonomních vozidel. I když jsou taková vozidla již v provozu, jsou na ně kladeny stále větší nároky. Těmito nároky by se tak zamezilo či snížilo výskytu dopravních nehod, kolon a případně i přebytkem znečištění vzduchu.



(a) Představa funkcí vozu v reálném světě [1]



(b) Veškeré funkcionality automatického vozidla [17]

Obrázek 1: Automaticky řízená vozidla a její bezpečnostní funkcionality

I přestože v [17] je zmíněno značné snížení dopravních nehod až o 87 %, stále to kompletně neeliminuje vznik nehody. Z této statistiky je viditelné značné snížení dopravních nehod, nicméně navržená automatická vozidla stále mohou figurovat jako viník dopravních nehod či vzniku kolon. I přesto lze tvrdit, že se může jednat o budoucnost v dopravě. Zůstává otázkou výsledek statistiky v případě, že by byla všechna vozidla řízena automaticky. Došlo by tak k odstranění lidského faktoru, jakožto řidiče, který je viníkem většiny dopravních nehod. Nemusí jít vždy o nedodržení silničních předpisů, ale i o únavu či nepozornost.

Mnoho vědců a vědeckých týmů se proto začalo zajímat o problematiku kooperativní kolony vozidel, zejména z důvodu snížení ceny nákladů (snížování spotřeby paliva) a emisí a zvýšení bezpečí. Mezi studované části kolon jedoucích vozidel patří následující možné příklady [26].

- vliv topologie přenosu informací mezi vozidly [52]
- zmíněná analýza řetězové stability [6]
- dle typu kolony představující homogenitu 2.2.1 či heterogenitu [7, 26]
- způsoby řízení - centralizované [25] a decentralizované [16, 49]
- přístupy pro následování předchůdců - konstantní vzdálenost, časový interval nebo nelineární rozestupy mezi veškerými vozidly řetězce [7, 28]

Kromě toho existuje mnoho dalších studií, které se zaměřují na tuto závažnou problematiku směřující k levnější, čistější, plynulejší, pohodlnější a bezpečnější budoucnosti v dopravě.

1.3 Automobilový průmysl

V dané části bude probrán automobilový průmysl ve smyslu historie, hlavních vynálezů souvisejících s řešením dané problematiky kolon vozidel a budoucnosti automobilového průmyslu. Tato kapitola bude zahrnovat pouze stručný popis automobilového průmyslu pro začlenění a úvodu do dané problematiky.

1.3.1 Stručná historie

První stroje, které vznikaly pro účel dopravy, se datují do konce 18. století a sloužily jako parní automobily. Každopádně tato technologie byla příliš pomalá a až koncem 19. století v roce 1896 začala produkce automobilů. Bylo tomu tak zhruba po deseti letech od prvního patentu na vozidlo se spalovacím motorem od konstruktéra K. Benze (1885) [23, 42].

V následujících letech se začínaly prodávat různé nové typy společně s pravděpodobně nejznámějším T model automobilem od H. Forda [42]. V období druhé světové války došlo k útlumu komerčního průmyslu a k přeorientování továren pro potřeby válečného tažení. To vedlo ke značnému rozvoji technologií. Po druhé světové válce se postupně začaly vyrábět účinnější, rychlejší, spolehlivější a chytřejší automobily až do nynější podoby. V současné době mají automobily v sobě zabudováno již v průměru 50 regulačních smyček [23, 34, 41].

1.3.2 Důležité vynálezy vzhledem k problematice kolony vozidel

V této části bude zmíněno několik důležitých vynálezů, které mohou svými možnostmi dopomoci k zjednodušení problematiky kolony vozidel. Základní vynálezy, jako je například motor, budou vynechány. Mezi tyto užitečné prvky můžeme zařadit například GPS, protisrážkový systém a autonomní automobily, které v dnešní době představují to, čeho se v blízké budoucnosti dočkáme stále častěji.

GPS neboli **Global Positioning System** lze pro danou problematiku považovat za jeden z důležitých vynálezů. Pro kooperativní řízení více vozidel lze totiž takovéto komunikace mezi vozidly využít [8]. Tato technologie vznikla rozvojem satelitní navigace armády USA počínaje 70. let 20. století až do prvního užití GPS roku 1991 ve vozidle značky Toyota [20, 23].

Protisrážkový systém neboli také **Collision Avoidance** je systém sloužící k zamezení a předcházení srážek vozidel. Protisrážkový systém byl vynalezen roku 2010 s využitím senzorů v podobě kamer, lidarů či radarů k detekci překážek [23]. Tato funkce vozidla a její součásti lze vidět na obrázku 1b. Pro daný systém vznikají studie zahrnující návrhy těchto protisrážkových systémů [45, 50].

Autonomní automobily řeší adaptivní a kooperativní řízení sami o sobě. Získávání informací probíhá většinou pomocí radarů, lidarů a kamer [14, 23]. Pomocí senzorů získají informace o okolí, které jsou potřebné k určení následujícího úkonu vozidla [14]. Vývoj těchto vozidel je v současnosti stále závažným problémem. Vozidla lze rozdělit do nulté až páté úrovně dle automatizace, nicméně dosud nebylo dosaženo úplné automatizace vozidla odpovídající páté úrovni. Maximální úroveň autonomního vozidla se v aktuální době pohybuje okolo čtvrté úrovně, ale z bezpečnostních důvodů se využívají převážně nižší úrovně [46].

1.3.3 Vývoj a budoucnost

Samostatný vývoj softwaru (SW) nebo produktu v automobilovém průmyslu bývá často řešen pomocí tzv. V-modelu. Tohoto modelu a jeho dalších obdobných variant užíváme jako postup pro definování, implementaci, schválení modelu a případně možnou integraci dané aplikace [24]. Zmíněné varianty mohou být ve tvaru vodopádového modelu, klasického V-modelu, W-modelu a případně i trojitého V modelu. Lze jich využít jak na vytváření nových návrhů, tak i pro úpravu již vytvořených procesů [23].

Při vývoji se užívá testů v reálném čase o několika možných typech. Jedná se o testy vývoje procesu v reálném čase, pomocí nichž probíhá validace jednotlivých navržených částí. Nejčastěji se jedná o testování a validaci SW řešeních. Tyto zmíněné testy představují:

- Model-In-the-Loop,
- Software-In-the-Loop,
- Hardware-In-the-Loop.

Simulační test MIL představuje simulace k potvrzení shodnosti matematického modelu a funkční implementace. Po úspěšném ověření MIL testů následuje fáze SIL. Vyhodnocení softwarové části vychází z testů SIL, které slouží ke kontrole její funkčnosti a případné integraci na cílovém počítači. Za těmito testy přichází HIL simulace představující test, kde řízený systém běží na finální hardwarové platformě ke kontrole aktuátorů a senzorů. Ve finální fázi se již nachází pouze validace vytvořeného a testovaného systému [24].

Budoucnost automobilového průmyslu lze ze zmíněných vynálezů 1.3.2 předpokládat v autonomních automobilech, které by byly na maximální úrovni s plně bezpečným chováním. Každopádně takováto vozidla budou značně cenná, a proto se v provozu budou stále objevovat starší vozidla narušující provoz z hlediska řidiče za volantem. Budoucnost lze vidět tedy v odstranění člověka za volantem a přenechání řízení samotným vozidlům. V důsledku toho by byl provoz plynulejší, bezpečnější, byly by sníženy náklady na palivo, proběhlo by snížení emisí a plno dalších výhod. Samotné palivo v podobě benzínu či nafty je velkým problémem v dnešní době právě kvůli zmíněným emisím, a proto vzniká snaha o náhradu v podobě elektrických automobilů. Mezi další náhrady by se dal začlenit vývoj vodíkových vozů, které nejsou tolik praktické a využití se u nich našlo převážně u dálkových doprav [29]. I přes jejich výhody v podobě čisté bezemisní jízdy převažují nevýhody jako je vysoká hmotnost, náklady na provoz a jejich cena. Proto budoucnost směřuje spíše k elektromobilům [29]. Taková elektrická vozidla jsou již aplikována například firmou Tesla, nicméně takových firem existuje v dnešním světě více. U těchto elektromobilů se vyskytují nevýhody právě například v podobě doby funkčnosti vozidla, jež spočívá v baterii. Problematika těchto elektrických vozů budoucnosti zatím tedy zůstává na kapacitě baterie, tedy počtu ujetých kilometrů na jedno nabití a době nabíjení baterie [23].

2 Kolona vozidel

Kolona vozidel je uspořádání s libovolným počtem prvků. Bývá často řešena jako dálniční kolona a tedy jako uspořádání na podélné rovinné cestě. Mezi hlavní důvody proč se taková problematika řeší patří spotřeba paliva a s tím související cena za náklady či vypouštění emisí do ovzduší. Dále lze nahlédnout na tuto problematiku z pohledu bezpečnosti, pohodlnosti a plynulosti provozu. Bezpečnost může představovat správnost vyhodnocení řízení vozidel, ale i bezpečnost komunikace mezi vozidly. Pro bezpečnou komunikaci je například potřebné i dostatečné chránění bezdrátové komunikace před možnými hackerskými útočnými.

Tato část práce se bude zabývat postupným uvedením do problému a vyjádřením obecného modelu kolony vozidel. Pro vyjádřený model vytvoříme konkrétní model, který bude v práci využíván. Dále budou vysvětleny možné náhledy na problematiku kolony vozidel v podobě multi-agentních systémů a následný náhled na kolonu vozidel jako na symetrický systém. Pomocí zmíněného přístupu ke koloně se budeme v další části práce zabývat návrhem řízení pro vstupně symetrický systém.

2.1 Multi-agentní systémy

V této části bude stručně vysvětlen princip, výskyt a užití více agentních systémů u kolony vozidel. Jedná se tak o jeden z možných přístupů, které se v praxi používají u řízení kolon. Multi-agentní systémy jsou takové systémy, které využívají rozdělení procesů rozhodování a řízení na jednotlivé agenty. Jednotliví agenti následně mají omezené množství informací od zbylých agentů [37]. Zjednodušují tak problém, který nelze řešit a nebo je příliš složitý k řešení jako celek. Takovéto systémy se mimo jiné zaměřují i na kolonu vozidel pro kooperativní řízení kolony a zavedení autonomních kooperativních vozidel [9]. Aplikace agentů se snaží snižovat zpoždění u vozidel, emise a přebytečné užívání paliva [19]. Pro kooperativní kolonu více vozidel si můžeme představit jednotlivá autonomní vozidla jako samotné inteligentní agenty. V [9] bylo odzkoušeno užití těchto systémů pro autonomní podélnou kolonu vozidel, avšak možností komplexity realizací kolony bylo zmíněno více. Tento přístup je plně použitelný pro strategie řízení centralizovaného i decentralizovaného typu [9].

Mezi základní rozdíl jednotlivých přístupů k řízení patří komunikace agentů mezi sebou. Centrální řízení spočívá v komunikaci mezi hlavním inteligentním agentem a centrální vrstvou představující infrastrukturu silnice. Vedoucí agent kolony tak řídí i veškeré zbylé agenty této kolony. Mezitím u distribuovaného řízení se této komunikace s centrální vrstvou nevyužívá, ale inteligentní agenti využívají informační komunikaci mezi sebou. U decentralizované strategie se jednotlivá řízení počítají z hlediska samotných agentů pracujících v týmu se společným cílem. Z důvodu náročné a obsáhlé informační komunikace a sběru informace sloužící k aktuálnímu či pozdějšímu použití, mohou vznikat nežádoucí účinky na systém. Nežádoucí účinky mohou nastávat například v podobě zpoždění procesu, zhoršení účinnosti a případně i zvýšení ceny. Bylo ukázáno, že užití distribuované strategie řízení snižuje rozsáhlost infrastruktury a náklady na údržbu [19].

Oba typy řízení, centrální i distribuované, mohou být uvažovány na dvou úrovních. Řízení může být na úrovni kolony vozidel a i na úrovni dálničního systému. V simulačním prostředí HESTIA bylo dle studií na zmíněných úrovních odzkoušeno modelování, simulace a řízení kolony za pomoci multi-agentních systémů. Pomocí simulačního prostředí bylo vyzkoušeno připojení či odpojení vozidel z jedné kolony a případná sloučení více kolon do společné skupiny [9, 10].

2.2 Model kolony vozidel

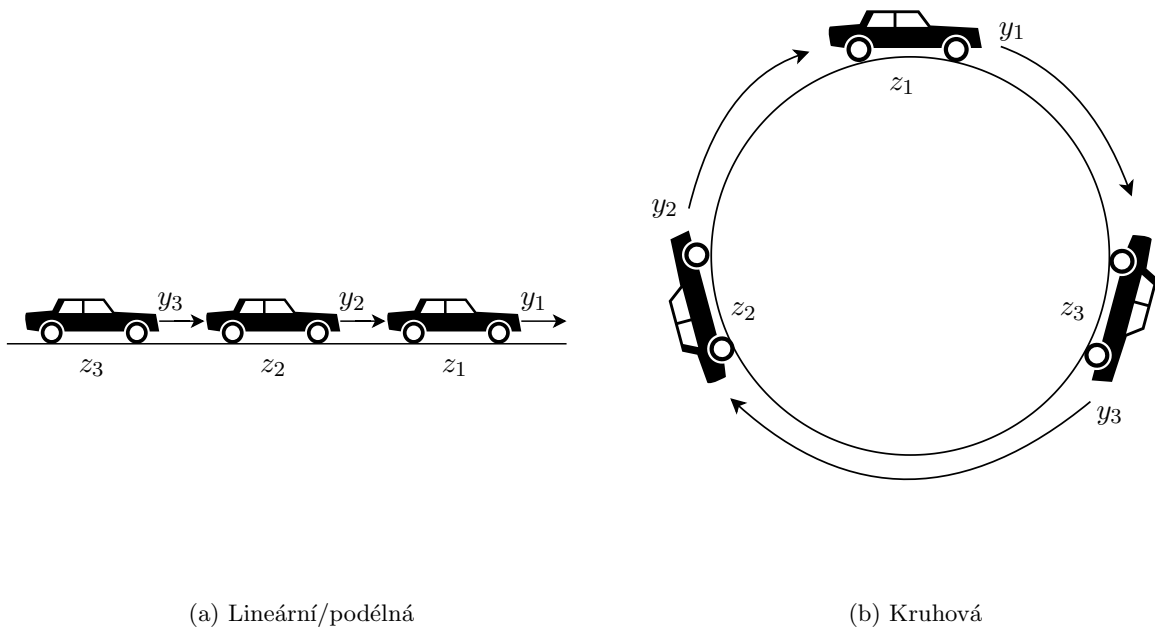
Hlavním východiskem pro danou práci bude vytvoření modelu kolony. Tento model bude vycházet z článku [25] a hlavní zjednodušení bude představovat zavedení homogenní a lineární kolony vozidel.

2.2.1 Homogenita kolony

Pro zjednodušení této práce zavedeme pojem homogenity kolony. Homogenní kolona je určena následující definicí homogenity kolony viz definice 2.1.

Definice 2.1 *Kolona vozidel se nazývá "homogenní", pokud veškerá vozidla této kolony mají stejnou dynamiku. V opačném případě se kolona nazývá "heterogenní" [52].*

Mějme uspořádání vozidel do lineární či kruhové kolony na obrázcích 2a, 2b. Pro lineární řazení platí, že postupně řazená vozidla následují vždy jeho předchůdce a první vozidlo neboli vůdce udává rychlost celé kolony. Pro cyklické neboli kruhové uspořádání jednotlivých automobilů je chování obdobné. Jednotlivé automobily opětovně sledují svého předchůdce. Změna chování nastává u posledního vozidla celého uspořádání, které je následováno vůdcem kolony viz obrázek 2b.



Obrázek 2: Základní možné tvary pro kolonu vozidel

Danou problematiku řešíme jako homogenní kolonu vozidel neboli uspořádání identických za sebou jedoucích automobilů [52]. Zavedením homogenní kolony platí, že každé vozidlo má vlastní hmotnost m_k pro $k = 1, 2, \dots, N$. Tyto hmotnosti každého vozidla jsou shodné pro jakékoliv k , zde konkrétně $N = 3$. Na obrázku 2 máme znázorněny polohy $z_k = z_k(t)$ a rychlosti $y_k = y_k(t)$ vozidel o shodné hmotnosti. Znalostí jednotlivých vozidel lze definovat následující rovnici:

$$\Delta_k = z_k - z_{k+1}, \quad (1)$$

tato rovnice definuje rozdíl poloh vozidla k a $k - 1$ pro jakékoliv vozidlo k . Pro uspořádání do kruhu se rovnice (1) liší pouze v intervalu, který platí pro $i = 1, \dots, N - 1$ a poté pro poslední vozidlo bude platit rovnice ve tvaru:

$$\Delta_N = z_N - z_1.$$

2.3 Diferenciální rovnice kolony vozidel

Definujme popis vozidla v koloně pomocí následujících proměnných:

- $z_k(t)$ - představující polohu vozidla k v čase t ,
- $y_k(t)$ - odpovídající rychlosti vozidla k v čase t ,
- $f_k(t)$ - reprezentující hnací sílu k -tého vozidla v čase t ,
- m_k - jako hmotnost vozidla k .

Nyní můžeme zapsat diferenciální rovnici ve tvaru:

$$\frac{d}{dt}z_k(t) = y_k(t), \quad (2)$$

kde časová derivace aktuální polohy k -tého vozidla je rovna jeho rychlosti. Dále lze sepsat druhou diferenciální rovnici popisující změnu rychlosti k -tého vozidla v čase:

$$m_k \frac{d}{dt}y_k(t) = -g_k(y_k(t)) + f_k(t), \quad (3)$$

kde funkce g_k v závislosti na rychlosti vozidla představuje třecí sílu k -tého vozidla. Pro třecí sílu platí, že:

$$g_k(0) = 0, \quad (4)$$

$$y_k(t)g_k[y_k(t)] \geq 0, \quad (5)$$

podmínky (4,5) definují počáteční nulovou třecí sílu a třecí sílu, která je definována jako kladná nebo rovna nule.

2.4 Převedení na model v odchylných

Klasický model kolony vozidel sloužil k určení polohy a rychlosti automobilů. Převedení klasického modelu kolony vozidel slouží především k tomu, aby model v odchylných určoval odchylku od těchto daných rovnovážných stavů. Nyní můžeme definovat popis vozidel uspořádaných do kolony jako:

- $\delta w_k(t)$ - odpovídající odchylce od požadované polohy vozidla k v čase t ,
- $\delta y_k(t)$ - představující odchylku od požadované rychlosti kolony daného vozidla k v čase t ,
- $\delta f_k(t)$ - definující odchylku aplikované síly od třecí síly při konstantní rychlosti k -tého vozidla v čase t .

Převedením na nové veličiny v odchylném tvaru bylo získáno rovnic, u kterých se počítá již s odchylkou od jeho rovnovážného stavu. Pro odchylku od požadované polohy platí:

$$\delta w_k(t) = (z_k - z_{k+1}) - \Delta_k, \quad (6)$$

kde polohy z_k jsou již zmíněné polohy jednotlivých vozidel viz sekce 2.3 a Δ_k je požadovaný vzdálenostní rozstup mezi vozidly. Dále pro k platí, že nabývá hodnot $k = 1, \dots, N - 1$ pro celkový počet automobilů N . Převedené odchylky od požadované polohy platí pro lineární/podélnou i kruhovou kolonu. Nicméně pro kruhovou kolonu je zapotřebí opětovně definovat odchylku posledního automobilu. Poloha posledního automobilu se určuje jako rozdíl posledního automobilu od prvního automobilu neboli vůdce kolony. Dále se určuje rozdíl od požadovaného rovnovážného stavu podle (7).

$$\delta w_N(t) = (z_N - z_1) - \Delta_N, \quad (7)$$

kde Δ_N představuje vzdálenostní rozestup mezi prvním a posledním vozidlem. Dalším převedením do odchylového tvaru jsme získali rovnici popisující odchylku rychlosti daného automobilu od požadované rychlosti kolony pro k -té vozidlo:

$$\delta y_k(t) = y_k(t) - v. \quad (8)$$

Rovnice (8) popisuje rozdíl rychlosti od rovnovážného stavu rychlosti kolony v , která je shodná pro celé uspořádání kolony vozidel. Nakonec jsme převedením získali rovnici představující vstupní signál. Rovnice popisuje odchylku zmíněné aplikované síly od třecí síly při konstantní rychlosti ϕ_k k -tého vozidla (viz sekce 2.4.3).

$$\delta f_k(t) = f_k(t) - \phi_k$$

2.4.1 Vyjádření diferenciální rovnice odchylky polohy

Získáním odchylových rovnic můžeme provést úpravu, kdy užitím rovnice (6) a jejím derivováním podle času získáme diferenciální odchylovou rovnici:

$$\dot{\delta}w_k(t) = \dot{z}_k(t) - \dot{z}_{k+1}(t).$$

Z (2) dosadíme za časové derivace poloh a získáme tak definovanou změnu požadované polohy. Danou úpravou tak získáme následující tvar diferenciální rovnice:

$$\dot{\delta}w_k(t) = y_k(t) - y_{k+1}(t),$$

kteřá udává změnu polohy za změnu času definovanou jako rozdíl rychlostí k -tého a $(k+1)$ -tého vozidla. Užitím vyjádřené rovnice (8) a z ní úpravou vyjádřením rychlosti automobilu $y_k(t)$ můžeme do této rovnice dosadit a získáme novou rovnici (9).

$$\dot{\delta}w_k(t) = \delta y_k(t) - \delta y_{k+1}(t) \quad (9)$$

Diferenciální rovnice (9) popisuje změnu odchylky požadované polohy úměrnou rozdílu odchylek rychlostí dvou za sebou pohybujících se vozidel v koloně závislé na čase pro $k = 1, \dots, N$ členů.

2.4.2 Vyjádření diferenciální rovnice odchylky rychlosti

Vyjádření spočívá v derivování podle času odchylky od požadované rychlosti kolony (8). Derivováním získáme změnu odchylky od rychlosti za změnu jednotky času, tedy:

$$\frac{d}{dt}\delta y_k(t) = \frac{d}{dt}y_k(t). \quad (10)$$

Tímto způsobem vyjádřený vztah reprezentuje změnu odchylky požadované rychlosti úměrnou změně rychlosti automobilu. Užitím (3) a úpravou této rovnice převedeme (10) do tvaru:

$$m_k \frac{d}{dt}\delta y_k(t) = -g_k(\delta y_k(t) + v) + f_k(t), \quad (11)$$

člen $g_k(\delta y_k(t) + v)$ reprezentuje třecí sílu automobilu. Tuto třecí sílu nahradíme viskózním třením použitím:

$$g_k(\delta y_k(t) + v) = g_k(v) + \alpha_k \delta y_k(t) + \dots \quad (12)$$

Dále do rovnice (11) dosadíme úpravu (12) a převedením hmotnosti na pravou stranu rovnice získáme finální tvar:

$$\frac{d}{dt}\delta y_k(t) = -\frac{\alpha_k}{m_k}\delta y_k(t) + \frac{1}{m_k}\delta f_k(t). \quad (13)$$

Zmíněný linearizační prvek α_k lze definovat jako poměr změny třecí síly závislé na rychlosti v čase ku změně rychlosti v čase.

$$\alpha_k = \left. \frac{\partial g_k[y_k(t)]}{\partial y_k(t)} \right|_{y_k(t)=v} \quad (14)$$

2.4.3 Požadavky na rovnovážný stav

Pro kolonu vozidel uvažujeme, že mezi danými vozidly by se měl vyskytovat předem určený rozestup. Rozestup vzdálenosti mezi vozidly označíme Δ_k představující požadovanou vzdálenost mezi k -tým a $(k + 1)$ -tým vozidlem.

Jedná se tak o konstantní vzdálenost odchylky polohy od této vzdálenosti, která se může lišit mezi jednotlivými vozidly. V dané práci bude pro veškerá vozidla shodná. Další důležitý požadavek představuje rychlost vozidel v řetězovém uspořádání. Zmíněný požadavek označme v představující požadovanou rychlost vozidel celé kolony.

Jedná se tak o referenční rychlost opětovně shodnou pro každé vozidlo. Poslední požadavek se vztahuje ke třecí síle při konstantní rychlosti. Označme ϕ_k - jako třecí sílu při konstantní rychlosti v .

Daná třecí síla je úměrná třecí síle v závislosti na požadované konstantní rychlosti a lze ji zapsat:

$$\phi_k = g_k(v).$$

2.5 Návrhové požadavky

Pro návrh řízení je potřebné definovat návrhové požadavky vedoucí na omezení této řízené kolony.

2.5.1 Požadavek na odchylku polohy

První požadavek se vztahuje na odchylku od polohy vozidel. Vzdálenost mezi vozidly nesmí být příliš malá ani velká z důvodu snižování bezpečnosti a v opačném případě propustnosti systému. Z tohoto tvrzení tedy vyplývá, že odchylka δw_k musí být co možná nejmenší a ideálně se její hodnota blíží nule, tedy:

$$\delta w_k(t) \rightarrow 0.$$

2.5.2 Požadavek na odchylku rychlosti automobilů

Další návrhový požadavek se vztahuje na rychlost vozidel. Jedná se o požadavek rychlosti každého vozidla z daného řetězce a tato rychlost by měla být co nejbližší konstantní hodnotě v představující rovnovážný stav. V ideálním případě by se tato rychlost měla rovnat rovnovážnému stavu výše zmíněnému. Z daného tvrzení plyne a lze říct, že odchylková proměnná rychlosti by měla být co možná nejmenší a ideálně nulová, tedy:

$$\delta y_k(t) \rightarrow 0.$$

2.5.3 Požadavek na odchylku aplikované vstupní síly

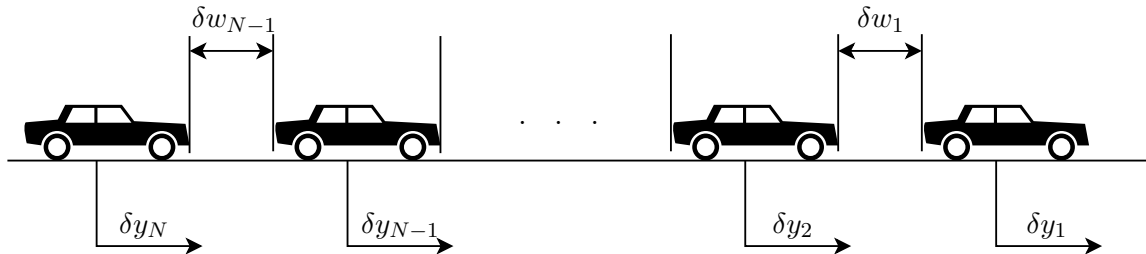
Poslední požadavek je zamýšlen na aplikovanou sílu řízení, která zvyšuje cenu řízení v podobě užití paliva. U tohoto požadavku se klade důraz na akceleraci a deceleraci, tedy zrychlení či zpomalení jízdy kolony a jednotlivých vozidel. Za normálních podmínek by akcelerace či decelerace neměla nastávat, pokud se nejedná o výjimku v podobě vynucených manévrů. Z tohoto tvrzení plyne požadavek na minimální hodnotu odchylky od aplikované síly, kterou lze zapsat:

$$\delta \phi_k(t) \rightarrow \min(\delta \phi_k(t)).$$

2.6 Stavový model kolony

Pomocí odvozených diferenciálních rovnic můžeme danou problematiku řízení přepsat na vnitřní popis systému, a získat tak stavovou reprezentaci neboli stavový model. Pro takto upravený model odchylek proměnných lze upravit zobrazení kolony v lineárním uspořádání z obrázku

2a na nový tvar znázorněný na obrázku 3. Pro obecný případ s N vozidly, kdy pro každý automobil vždy platí dvě pohybové diferenciální rovnice v odchylkovém tvaru (9,13), tak získáme právě $(2N - 1)$ rovnic. V této soustavě rovnic se bude vždy nacházet o jednu rovnici odchylek polohy méně, než odchylek rychlosti. Nižší počet odchylek je viditelný na obrázku 3, kde vždy bude kolona velikostně omezena a poslední vozidlo nebude mít potřebný rozestup za sebou.



Obrázek 3: Zobrazení lineární kolony s odchylkami mezi vozidly

2.6.1 Stavový model - obecně

Získáním soustavy $(2N - 1)$ rovnic lze sestavit obecný vnitřní popis celé kolony. V daném vnitřním popisu jsou obsaženy veškeré rovnice všech automobilů. Pro obecný popis N vozidel definujeme vektor stavů udávající jednotlivé stavové proměnné automobilů. Vektor stavů bude o velikosti $(2N - 1) \times 1$. Tento vektor je složen z jednotlivých odchylek od poloh a rychlostí a bude ve tvaru:

$$\mathbf{x}(t) = [\delta y_1(t), \delta w_1(t), \delta y_2(t), \delta w_2(t), \dots, \delta w_{N-1}(t), \delta y_N(t)]^T, \quad (15)$$

kde pro lineární kolonu se nenachází poslední odchylka vozidel od rovnovážného stavu δw_N . Obecně vektor stavů lineární kolony končí stavem odchylky požadované rychlosti kolony, stručný náhled a odůvodnění lze vidět na obrázku 3. Pro problematiku s cyklickou kolonou by se již daný stav δw_N ve vektoru stavů nacházel z důvodu, že je potřebné mít tento stav pro popis posledního a prvního vozidla. Nicméně pro takto zavedený stavový vektor a následně upravenou dynamiku systému nastává problém spočívající s říditelností systému. Systém představující kruhovou kolonu by následně byl neříditelný. To znamená, že by se některá vlastní čísla nedala řídit a libovolně umístit jejich poloha k zajištění potřebné dynamiky. Takto rozšířený vektor právě o poslední odchylku od požadované polohy by byl ve tvaru:

$$\mathbf{x}(t) = [\delta y_1(t), \delta w_1(t), \delta y_2(t), \delta w_2(t), \dots, \delta y_N(t), \delta w_N(t)]^T. \quad (16)$$

Následně jeho model by byl také v rozšířeném stavu v následujícím tvaru například pro tři vozidla. Určením takového modelu a dosazením zjednodušujících podmínek pro homogenní kolonu (20,21) získáme konkrétní model pro tři vozidla s úplným vektorem stavů. Určením matice říditelnosti a kontrolou, zda tato matice má plnou řádkovou hodnost bylo odzkoušeno, že takový systém je opravdu neříditelný. Tudíž v této práci se budeme zabývat pouze řešením podélné neboli lineární kolony vozidel. Dále tedy pro definování vstupu je potřebné si zavést vstupní vektor představující odchylky aplikované síly od třecí síly. Aplikovaná síla vozidel bude tedy vstupem modelu ve tvaru:

$$\mathbf{u}(t) = [\delta f_1(t), \delta f_2(t), \dots, \delta f_N(t)]^T. \quad (17)$$

Jednotlivé vstupní síly složené z odchylek aplikované síly od síly třecí budou sloužit k řízení daného systému. Řízením docílíme stabilizace systému a v případě říditelnosti ke změnám dynamiky uzavřené smyčky. Definováním vektoru stavů (15) a vektoru řízení (17) můžeme soustavu

složenou z odchylkových diferenciálních rovnic všech vozidel kolony (9,13) pro N vozidel převést na stavový popis se stavovou rovnicí ve tvaru:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad (18)$$

a výstupní rovnicí:

$$y(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t).$$

Stavový model je složen ze 4 matic. Jedná se o matice A, B, C, D, které popisují spolu s vektorem stavu a vstupů stavovou i výstupní rovnici. V tomto případě dle zavedeného vstupního a stavového vektoru se jedná o více vstupový i výstupový systém (tzv. MIMO). Uvažujme, že takto složený model má právě N vstupů, kde každé vozidlo má jednu vstupní sílu a dva výstupy v podobě odchylek polohy a rychlosti. Definujme počet stavových proměnných jako $n = 2N - 1$ pro lineární kolonu. Matice dynamiky systému A se skládá z reálných čísel a je o velikosti $n \times n$. Vstupní matice systému značíme B. Je složená z reálných čísel a velikost této matice je $n \times m$, kde m představuje počet vozidel a tedy počet aplikovaných sil (13). Výstupní matice C určuje, kolik stavů lze nějakým senzorem měřit a velikost této matice je $n \times p$. Výstupní matice pro sledování veškerých stavů systému představuje jednotkovou matici a proto platí, že $p = n$. Matice D, přímého působení vstupu na výstup, je o velikosti $p \times m$ [18]. Pro danou úlohu je tato matice nulová a tedy nedochází k přímému působení vstupu na výstup. Tento stavový model lze zapsat pomocí předchozího tvaru (18) jako:

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \\ \delta w_3 \\ \vdots \\ \delta y_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha_2}{m_2} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha_3}{m_3} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \\ \delta w_3 \\ \vdots \\ \delta y_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \\ \delta f_4 \\ \vdots \\ \delta f_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)},$$

z daného stavového zápisu lze tedy vidět, že v matici dynamiky se vyskytuje více po blocích shodných matic pouze pro jiné indexy náležící daným vozidlům. Obdobně u vstupní matice se po blocích vyskytují konstanty pro jednotlivá vozidla. Pro výstupní rovnici platí, že dle volby výstupní matice C lze získat jednotlivé stavy kolony vozidel při nulovém působení vstupu na výstup.

2.6.2 Stavový model - konkrétní

Odvozený obecný model dále bude využit pro konkrétní počet vozidel. V dané práci se bude užívat převážně lineární kolony zaměřené na tři až pět vozidel, a tedy definujeme model pro tři vozidla.

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha_2}{m_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha_3}{m_3} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} \quad (19)$$

Z tohoto modelu lze říci, že průměrná změna odchylek rychlosti závisí na hmotnosti daného vozidla a koeficientu α viz (14). Z důvodu zavedení homogenní kolony vozidel tedy definujeme

automobily se shodnou, identickou dynamikou [16, 52]. Daný model můžeme upravit do zjednodušeného tvaru pomocí určení těchto parametrů jako:

$$m_k = m_1 = m_2 = m_3 = 1, \quad (20)$$

definující shodnou hmotnost veškerých automobilů. Dále shodně provedeme zjednodušení pro linearizační prvek systému:

$$\alpha_k = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1. \quad (21)$$

Touto úpravou se model převedl do tvaru kolony se shodnými automobily, které platí i pro obecný tvar více možných vozidel řazených v řetězci. Finální tvar modelu po dosazení zjednodušujících parametrů (20,21) do (19) má podobu:

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)}. \quad (22)$$

Pro tento upravený model je viditelné, že jeho složení je po blocích shodné. Rozdělení modelu na menší bloky může sloužit například pro návrh distribuovaného řízení. Jednotlivé bloky se rozdělují na matice 3×3 pro veškerá vozidla od počátku do konce matice s výjimkou prvního vozidla. Pro první vozidlo se využívá blok 1×1 v počátku matice (22). Pro tyto bloky lze navrhnout jednotlivé lokální řízení lineárním kvadratickým regulátorem představující distribuované řízení celé kolony. Tato metoda byla využita a odzkoušena v [11], kde byla dostačující a pro libovolný počet vozidel by měla splňovat podmínku řetězové stability vhodnou volbou váhových matic.

2.7 Stabilita

Jak bylo zmíněno stabilita systému se rozděluje na dvě části. Jedná se tak o samotnou stabilitu systému určenou vlastními čísly systému a druhou silnější podmínkou - řetězovou stabilitu.

2.7.1 Obecná stabilita

Stabilita systému se určuje vlastními čísly neboli póly systému. Póly systému představují dostatečnou informaci o určení stability daného systému. Pro určení těchto pólů stačí využít pouze matice dynamiky A a užívá se vztahu:

$$\det(\lambda I - A) = 0,$$

kde I představuje jednotkovou matici (tzn. na diagonále matice jsou jedničky) a matice dynamiky musí být čtvercovou maticí. Poté řešením získáme vlastní čísla neboli póly tohoto systému. Tyto póly určují kromě stability systému i jak daný systém bude agresivní [18]. Změnou vlastních čísel lze tak docílit stabilizace systému mnoha metodami. V této práci budeme přiřazovat systému vlastní čísla například pomocí lineárního kvadratického regulátoru, kde řešení vyjde v optimálním tvaru a toto řešení bude užito pro centrálně orientované řízení.

2.7.2 Řetězová stabilita

Řetězová nestabilita je jedním z mnoha hlavních problémů řešených u lineární kolony vozidel. Pro zajištění dostatečného bezpečí se tak musí splňovat podmínky řetězové stability (= ŘS). Jedná se o průchod poruchy libovolného tvaru mezi vozidly, která se následně přenáší celou kolonou a vlivem průchodu se v nestabilním případě zvyšuje. Tuto chybu či poruchu může představovat např. případné zrychlení vozidla. Samotná řetězová stabilita má několik možných definicí následně zmíněných.

Definice 2.2 Řekněme, že systém je řetězově stabilní, pokud nejsou poruchy průchodem kolony zesilovány [52].

Podle definice 2.2 se odvíjí mnoho dalších definicí, které jsou dále zmíněny. Hlavní a nejčastěji používanou definicí, která bude užita v této práci, a bude tak hlavním východiskem například u centrálního řízení pro určení splnění podmínky je následující zmíněná podmínka. Mějme přenos v odchylkových proměnných pro dvě sousedící vozidla i a $(i + 1)$. Přenosové funkce z poruch na odchylky poloh označme jako P_i a P_{i+1} pro $\forall i < N$. Jedná se o vyšetření podmínky *silné řetězové stability ve frekvenční oblasti* značenou jako SFSS (Strong Frequency-Domain String Stability) užívanou pro topologii typu následování předchozího vozidla (PF - 3.1) [6]. Dle zmíněného článku lze podmínku SFSS užít i pro další typy topologie za předpokladu modifikace [6, 12, 39]. Pro tyto sousedící vozidla je splněna podmínka řetězové stability, pokud platí:

$$\frac{P_{i+1}(j\omega)}{P_i(j\omega)} = Q_{i,i+1}(j\omega), \quad \forall i < N. \quad (23)$$

Člen $Q_{i,i+1}(j\omega)$ představuje poměr přenosů sousedících vozidel ve frekvenční oblasti. Dále dosazením získáme:

$$|Q_{i,i+1}(j\omega)| \leq 1, \quad \forall \omega, i < N, \quad (24)$$

tedy poměr přenosových funkcí jednotlivých vozidel z poruchy na odchylku poloh musí být hodnota menší nebo rovna jedné pro veškeré frekvence ω a vozidla v koloně. Tzn. přenos poruch libovolného tvaru se průchodem kolonou nezesiluje [35, 38, 39]. Takto zmíněná definice se shoduje s H_∞ normou [7]. Tuto definici lze tedy přepsat a upravit v následující rovnici (25).

$$\|Q_{i,i+1}(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega} |Q_{i,i+1}(j\omega)| \leq 1, \quad \forall \omega, i < N. \quad (25)$$

Zmíněné přenosové funkce ve frekvenční oblasti P_i, P_{i+1} pro $i = 1, \dots, N - 1$ lze získat jako:

$$P_i = \frac{\delta w_i}{d_i}, \quad (26)$$

kde pro sousedící vozidlo potřebné k určení řetězové stability se přenosová funkce určuje:

$$P_{i+1} = \frac{\delta w_{i+1}}{d_i}. \quad (27)$$

Pro tyto přenosové funkce z poruch působících na odchylky poloh dvou sousedících vozidel získáme potřebný tvar poměru odchylek poloh (23) jak bylo ukázáno v [39]. Z čehož úpravou získáme:

$$\frac{P_{i+1}(j\omega)}{P_i(j\omega)} = \frac{\delta W_{i+1}(j\omega)}{\delta W_i(j\omega)}, \quad \forall i < N. \quad (28)$$

Takto vyjádřené přenosové funkce budou vypočteny a zobrazeny v následujících částech, ve kterých bude probíhat návrh řízení (24-28).

Další typy/definice řetězové stability

Užití takovéto definice řetězové stability přichází v úvahu pouze v případě LTI systému [7]. Řetězovou stabilitu můžeme definovat více způsoby. Mezi následující definice řetězové stability lze zařadit například semi-striktní, striktní a mnoho dalších [6, 7].

- Semi-striktní ŘS neboli slabá řetězová stabilita - představující takovou řetězovou stabilitu, pro kterou platí definice 2.3.
- Striktní ŘS - splňující definici 2.4.

Definice 2.3 Jakékoliv vozidlo s výjimkou vedoucího vozidla z řízené kolony by nemělo zesilovat výstup vedoucího vozidla pro splnění podmínky semi-striktní řetězové stability.

Tuto definici můžeme přepsat do frekvenční oblasti a tvaru s frekvenčními přenosy:

$$\frac{|Z_i(j\omega)|_{\mathcal{L}_2}}{|Z_1(j\omega)|_{\mathcal{L}_2}} \leq 1, \quad \forall \omega > 0, 1 < i < N.$$

Obdobně jako u předchozí definice lze zformulovat definici striktní řetězové stability. Tato podmínka se již nekontroluje vždy k vedoucímu prvku kolony jako v 2.3.

Definice 2.4 *Pro veškerá vozidla z kolony musí platit, že nesmí zesilovat výstup jejich okamžitého následovníka k zaručení striktní řetězové stability.*

Takto zformulovanou definici můžeme opětovně přepsat do frekvenční oblasti a tvaru s frekvenčními přenosy:

$$\frac{|Z_i(j\omega)|_{\mathcal{L}_2}}{|Z_{i-1}(j\omega)|_{\mathcal{L}_2}} \leq 1, \quad \forall \omega > 0, 1 < i < N,$$

kde $Z_i(j\omega)$ představují proměnnou ve frekvenční oblasti vozidla i typu odchylky od polohy a \mathcal{L}_p představuje p -normu (2-normu) v 2.3, 2.4 [7].

2.8 Symetrické systémy

V dané části bude popsána teorie symetrických systémů, jak si ji představit v reálném světě, další možné užití a přístup teorie ke koloně vozidel. Pomocí této teorie bude řešen v následujících částech návrh zpětné vazby a bude kontrolováno a zajištěno, aby taková zpětná vazba byla opětovně symetrickou zpětnou vazbou. V této práci využijeme symetrických systémů [22] vynalezených na ZČU v Plzni pro daný model kolony 2.6.1. Symetrii v reálných návrzích můžeme požadovat v mnoha systémech, které vyžadují právě shodného řízení. Může se tak jednat například o řízení dronů, kde jednotlivé vrtule dronů budou zapotřebí řídit shodně symetrickou zpětnou vazbou. Dalším možným případem je například uspořádaná řada prvků, na kterých lze snímat teplotu s topnými tělesy na jejich koncích a osou symetrie uprostřed této řady. Existence příkladů představujících symetrický systém je mnohem více a jedním z nich je právě kolona vozidel. Užití této teorie spočívá převážně v potřebných zjednodušeních či snížení cenových nebo časových nároků na výpočet [22].

2.8.1 Podmínky symetrie systému

Zdefinujme požadavky, že systém musí být lineárně-časově-invariantní (LTI) dynamický systém se stavovou rovnicí:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (29)$$

matice dynamiky $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, vstupní matice $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ a se zavedením následující definice symetrie systému.

Definice 2.5 *Systém s dvojicí matic (\mathbf{A}, \mathbf{B}) je vstupně symetrický, jestliže $\exists T, \det T \neq 0$, pro který platí za požadované plné hodnoty matice \mathbf{B} následující podmínky [22]:*

$$T\mathbf{A} = \mathbf{A}T, \quad (30)$$

$$T\mathbf{B} = \mathbf{B}G. \quad (31)$$

Pro plnou hodnotu matice \mathbf{B} zapsanou jako $\text{rank } \mathbf{B} = m$ lze definovat matici T představující transformační matici symetrie, která zaručuje pro $[b_1, \dots, b_m]$ přechody odpovídající [22]:

$$Tb_i = Tb_{i+1}, \quad i = 1, \dots, m-1$$

a pro poslední prvek: $Tb_m = Tb_1$. Zmíněná matice G v (31) představuje předem definovanou cirkulační matici, která je například v konkrétním tvaru následující:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Jedná se tak o cirkulační matici, která má po hlavní diagonále shodné nulové prvky a pod hlavní diagonálou jedničky. Zároveň má taková matice v pravém horním rohu jedničku. Zavedením takové definice můžeme užít a definovat následující větu z [22].

Věta 2.1 *Nechť dvojice matic (A, B) je vstupně symetrický systém, dále je říditelný, má plnou hodnost matice B $\text{rank} B = m$, s maticí symetrie T , potom platí [22]:*

$$T^m = I_n = I \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

2.8.2 Symetrická zpětná vazba

Hlavním východiskem shodného řízení všech vozidel ve smyslu symetrické zpětné vazby je stavová zpětná vazba ve tvaru:

$$\mathbf{u} = F\mathbf{x}, \quad (33)$$

kde \mathbf{u} je vektor vstupů, \mathbf{x} je již zmíněný vektor stavů a F je neznámá konstantní zpětnovazební matice zesílení. Po dosazení tohoto zákona řízení do stavové rovnice (29) a jednoduchou úpravou získáme:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + BF\mathbf{x}(t) = (A + BF)\mathbf{x}(t) = A_z\mathbf{x}(t), \quad (34)$$

kde $A_z = (A + BF)$ a matice A_z představuje matici dynamiky uzavřené smyčky se stavovou zpětnou vazbou. Z tohoto upraveného předpisu (34) ke kontrole symetrické zpětné vazby požadujeme splnit podmínky symetrie systému viz 2.5, kde pro (30) požadujeme dosazení matice dynamiky uzavřené smyčky a pro rovnice:

$$T(A + BF) = (A + BF)T,$$

$$TB = BG,$$

proběhne odvození kontroly návrhu symetrie zpětné vazby. Jednoduchým roznásobením získáme tvar:

$$TA + TBF = AT + BFT.$$

Pro $TA - AT = 0$ a dosazením druhé podmínky získáme:

$$BGF = BFT.$$

Po odstranění matice B získáme předpis pro zákon symetrické zpětné vazby (36).

$$GF = FT \quad (35)$$

$$F = GFT^{-1} \quad (36)$$

Z takto vyjádřeného předpisu můžeme určit, zda taková zpětná vazba s její cirkulační maticí G a symetrickou maticí T je symetrickou zpětnou vazbou, když rozdíl (35) je nulový, tedy $GF - FT = 0$.

2.8.3 Výpočet symetrické zpětné vazby

Mějme systém popsaný dvojicí matic (A,B) . Důležitým předpokladem je, aby tato dvojice matic systému byla říditelná. Řešení pro určení symetrické zpětné vazby spočívá v přiřazení Jordanovy formy uzavřené smyčky. Dané přiřazení se tak řeší pomocí algoritmu založeném na řešení dvou Sylvestrových maticových rovnic [22]. Vycházejme tedy z vyjádření přiřazení dynamiky uzavřené smyčky podobné matici dynamiky L . Pro podobnost matic platí shodnost vlastních čísel, charakteristického polynomu, determinanty a více [4]. Vycházejme tedy z přiřazení podobné matice L dynamice $A + BF$ pro nulový průnik spekter těchto matic A,L (37).

$$A + BF \sim L, \quad \sigma(A) \cap \sigma(L) = \emptyset \quad (37)$$

Rovnice (37) platí pro nulový průnik spekter, kde spektrum matice představuje množinu veškerých vlastních čísel jednotlivých matic. Pro jejich nulový průnik uvažujeme, že přiřazení podobné matice nemá žádné shodné vlastní číslo jako již vlastní číslo patřící matici dynamiky A . Postupnou úpravou dostaneme Sylvesterovu maticovou rovnici ve tvaru:

$$AX - XL + BH = 0. \quad (38)$$

Matice H tedy parametrizuje všechny stavové zpětné vazby $F = F(H)$, které přiřazují matici dynamiky uzavřeného systému předepsanou Jordanovu formu zadanou maticí L , pomocí následující vztahu (39).

$$F(H) = HX^{-1}(H) \quad (39)$$

Tento zmíněný vztah slouží pro nalezení všech možných řešení stavových zpětných vazeb přiřazením Jordanovy formy a volbou matice H lze získat určitou podmnožinu ze všech nalezených zpětných vazeb. Odvození symetrické zpětné vazby vychází ze zmíněné Sylvesterovi rovnice (38). Pro tuto symetrickou zpětnou vazbu musí opětovně platit, že průnik spekter matice dynamiky A a podobnostní matice L je nulový. Pro splněný nulový průnik spekter poté platí, že existuje právě jedno řešení pro (38). Vycházejme tedy z (38) a tuto rovnici upravme do tvaru pro výpočet symetrické zpětné vazby následujícími kroky. Prvně takovou maticovou rovnici upravíme vynásobením maticí symetrie zleva:

$$TAX - TXL + TBH = 0.$$

Pomocí vztahů (30,31) danou maticovou rovnici upravíme:

$$ATX - TXL + BGH = 0.$$

Následným vynásobením a zavedením matice Z , která je zaměnitelná s maticí L , kde pro zaměnitelné matice platí viz (??) a získáme upravený tvar:

$$A(TXZ) - (TXZ)L + B(GHZ) = 0.$$

Takto upravená maticová rovnice představuje druhou Sylvesterovu maticovou rovnici. Za užití následujících úprav (40,41) lze dostat tvar zpět do prvního tvaru v (38).

$$H = GHZ \quad (40)$$

$$X = TXZ \quad (41)$$

Následným užitím zmíněných vztahů (40,41) a dosazením do předpisu (39) dokážeme určit předpis pro určení zpětnovazební matice zesílení pro symetrickou zpětnou vazbu:

$$F(H) = GHZ(TX(H)Z)^{-1} = GHZZ^{-1}X^{-1}(H)T^{-1}.$$

Následnou úpravou a odstraněním zaměnitelných matic Z a dosazením (39) získáme:

$$F(H) = GHX^{-1}(H)T^{-1} = GF(H)T^{-1}. \quad (42)$$

Pro vstupně symetrický systém se tímto vztahem vyjádřila symetrická zpětná vazba porovnatelná s (39). Převedením symetrické matice v předchozí maticové rovnici (42) získáme finální podobu ve tvaru:

$$F(H)T = GF(H). \quad (43)$$

Symetrická stavová zpětná vazba vyhovuje podmínce (43). Z této podmínky lze i symetrickou zpětnou vazbu určit, tím se docílilo parametrizace všech symetrických zpětných vazeb parametrizující maticí H . Volbou této matice tak docílíme získání právě jedné symetrické zpětné vazby. Množinu všech regulárních zaměnitelných matic s maticí L budeme označovat symbolem $\mathbf{Z}(L)$.

2.8.4 Algoritmus pro výpočet stavové zpětné vazby

Tento algoritmus je rozložen do následujících kroků:

- Zvolit $Z \in \mathbf{Z}(L)$.
- Určit řešení maticové rovnice $H = GHZ$ pro neznámou matici H .
- Určit řešení $X(H)$ pomocí Sylvestroví maticové rovnice $AX - XL + BH = 0$.
- Určit matici zesílení stavové zpětné vazby $F(H) = HX^{-1}(H)$.

Zmíněný algoritmus za libovolného zvolení regulární matice Z zaměnitelnou s maticí L představující požadovanou Jordanovu formu dokáže určit řešení maticové rovnice. Po určení řešení Sylvestroví maticové rovnice s dosazením určené matice H dokážeme vypočítat a určit zpětnovazební matici pro zákon řízení stavové zpětné vazby $\mathbf{u} = F\mathbf{x}$. Pokud tato zpětná vazba bude splňovat podmínku (43), bude se tak jednat o symetrickou stavovou zpětnou vazbu [21]. Symetrické řízení veškerých vozidel uvnitř kolony tak bude zaručeno [22].

2.8.5 Určení matice symetrie

Pro určení symetrie systému bude zapotřebí užít zmíněných podmínek symetrie (30,31) a určení matice symetrie T . Matice symetrie bude určena z matice říditelnosti celého systému a dále z užití Kroneckerova produktu jednotkové matice s cirkulační maticí G . Užití Kroneckerova produktu může být představeno na následujícím příkladu. Bude tak docházet k součinu všech prvků první matice s druhou maticí. Použití Kroneckerova produktu pro představu libovolné čtvercové matice $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ a libovolné čtvercové matice $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ vypadá následovně.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \otimes \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}}_B = \underbrace{\begin{bmatrix} 1B & 2B \\ 0B & 1B \end{bmatrix}}_{A \otimes B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Z takové ukázky užití Kroneckerova produktu můžeme tedy říct, že použití prouduktu pro jednotkovou matici a cirkulační matici (32) se shodnými velikostmi matic tak vznikne součin jedniček po hlavní diagonále jednotkové matice a cirkulační matice G . Tento součin bude následně využit při finálních úpravách výpočtu matice symetrie, viz matice v rovnici (45). Mějme systém s dvojicí (A,B) , kde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Pro tento systém lze určit matici říditelnosti, která je složena ve tvaru:

$$R = [B, AB, \dots, A^{n-1}B]. \quad (44)$$

Vynásobením (44) maticí symetrie zprava a užitím podmínek (30,31) dostaneme:

$$TR = [TB, TAB, \dots, TA^{n-1}B] = [BG, ABG, \dots, A^{n-1}BG].$$

V následné úpravě se využije zmíněného Kroneckerova produktu jednotkové matice a cirkulační matice:

$$TR = [B, AB, \dots, A^{n-1}B] \begin{bmatrix} G & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & G \end{bmatrix} = R(I_n \otimes G). \quad (45)$$

Vynásobením transponovanou maticí říditelnosti zprava a následným vynásobením inverzí této dvojice je získán předpis pro určení symetrické matice T.

$$\begin{aligned} TRR^T &= R(I_n \otimes G)R^T \\ TI &= R(I_n \otimes G)R^T(RR^T)^{-1} \end{aligned}$$

Předpis pro určení matice symetrie T je tedy ve finálním tvaru zapsán následovně:

$$T = R(I_n \otimes G)R^T(RR^T)^{-1}. \quad (46)$$

Tímto určením matice symetrie lze rozhodnout, že se jedná o symetrický systém při platnosti zmíněných podmínek symetrie (30,31). Takový systém je vstupně symetrickým systémem a taková metoda řízení bude užita v nadcházející kapitole. V následující části nalezneme nejprve centrálně orientované řízení se symetrickou zpětnou vazbou a poté změnou dynamiky obecného symetrického řízení se pokusíme nalézt vhodné distribuované řízení kolony.

3 Návrh řízení kolony

V této části popíšeme jednotlivé typy informačních topologií a řízení, které budou preferovány a použity. Následně se zmíní i další možné varianty návrhu, kterými by se tato problematika dala řešit. Proběhne podrobný popis zvolených návrhů, přenosových funkcí a implementace řízení vozidel. Dále budou diskutovány volby parametrů potřebných k návrhu, výsledky zobrazení řízení a zaručení obecné i řetězové stability pro oba typy řízení.

Dle vybrané strategie využívané pro multi-agentní řízení řetězové kolony můžeme přistupovat ke komunikační topologii agentů odlišnými způsoby. Tyto strategie se nazývají distribuované řízení a centrálně orientované řízení. Distribuované řízení se vztahuje na jednotlivé agenty. V případě centralizovaného řízení může být centrální agent realizován jako libovolné vozidlo v koloně (např. vedoucí vozidlo), nebo agent realizovaný infrastrukturou vozovky (dálnice). Hlavním úkolem návrhu pro danou problematiku je tedy naleznout taková řízení systémů, pro které je systém stabilní a zároveň řetězově stabilní. Následný krok po návrhu řízení se bude zabývat experimenty s řetězovou stabilitou a postupnými úpravami informačního toku mezi vozidly.

3.1 Topologie přenosu informací vozidel

Přenosy informací potřebných k řízení, jako je odchylka od požadované polohy a rychlosti, jsou pro vozidla získávány pomocí senzorů nebo za využití bezdrátové komunikace. Do daných realizací představující bezdrátovou komunikaci lze zahrnout například Bluetooth, GPS nebo komunikaci skrze Wi-Fi. Pro návrh řízení se určuje z nejčastěji využívaných topologií. Nejčastější uspořádání pro přenos informací jsou topologie typu:

- následující - předchůdce (predecessors - following = PF),
- následující - vůdce - předchůdce (predecessors - leader - following = PLF),
- obousměrná topologie (Bidirectional - BD),
- obousměrná - vůdce topologie (Bidirectional - leader = BLD),

dále topologie již využívané, ale s komunikacemi mezi více vozidly:

- následující - dva předchůdci (Two - predecessors - following = TPF),
- následující - vůdce - dva předchůdce (Two - predecessors - leader following = TPLF).

Pomocí zvolených topologických uspořádání je zisk informací mezi vozidly limitován nastavením topologie kolony [52].

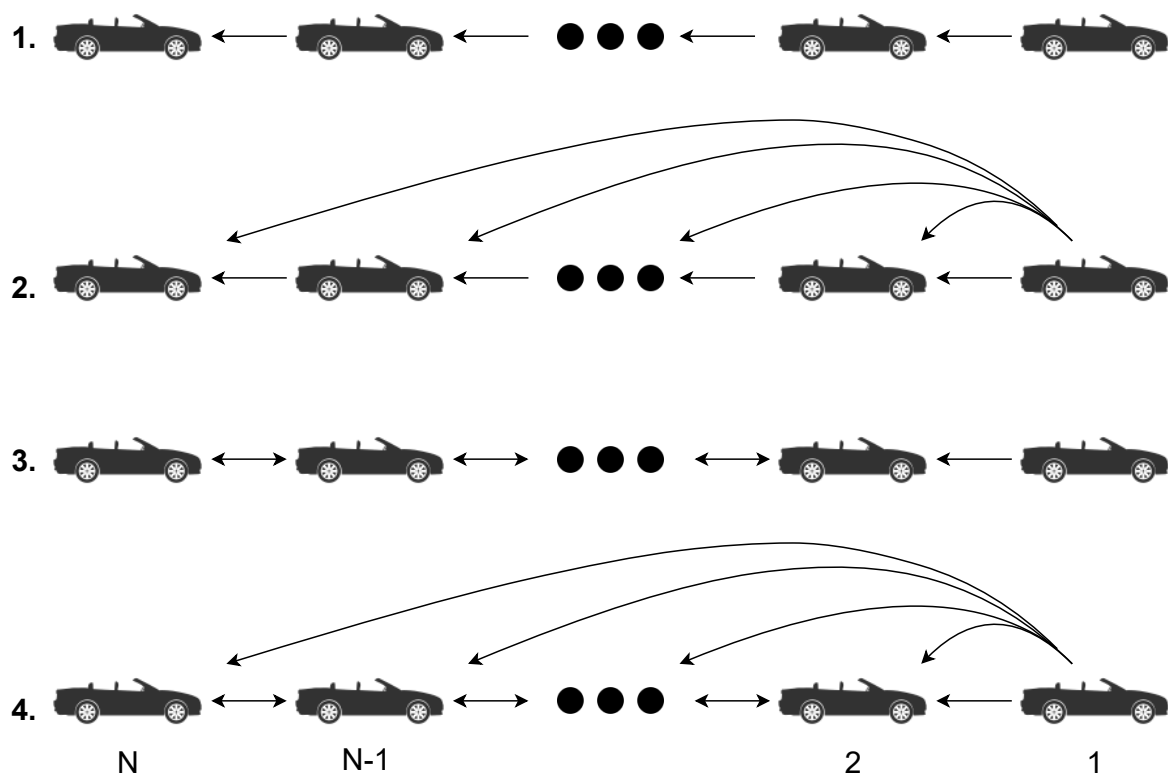
Pro přehlednost některých využívaných topologií bude zobrazen potřebný tvar matice zesílení (47). Při řízení stavovou zpětnou vazbou se pokusíme jednotlivé prvky této matice omezovat pro tři až pět vozidel. Následné požadované tvary matice budou zobrazeny pro topologie PF, BD a topologie získávající informaci od vozidla za daným vozidlem, tedy SF (= Successor - following). Následný tvar matice bude zobrazen pro situaci se třemi vozidly k přehlednosti čtenáře.

$$K_{PF} = \begin{bmatrix} * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \\ 0 & 0 & * & * & * \end{bmatrix}, K_{SF} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}, K_{BD} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * \end{bmatrix} \quad (47)$$

Z (47) nulováním prvků bude omezena struktura matice a přenos informací mezi vozidly společně s následným návrhem nenulových hodnot představující pozice označené *. Může platit, že pozici označené * bude náležet hodnota nula. V takovém případě musí být druhá stavová proměnná

z dvojice vektoru stavu (15) nenulová, pokud se nejedná o poslední vozidlo kolony. Dle těchto obecně vyjádřených matic pro tři vozidla tak lze vidět, jaký tvar bude požadován pro jednotlivé topologie. Pro čtyři a pět vozidel by tvar těchto matic byl obdobný, ale bylo by potřebné více omezovat nepotřebné stavy dle zvolené topologie.

Veškeré dříve zmíněné topologie jsou zobrazeny na obrázku 4 a některé další nezobrazené viz [52]. Základní využívanou topologií v této práci bude topologie zaručující tok komunikace mezi veškerými vozidly. Tento tok představuje předávání informace veškerých vozidel a bude využit v centrálně orientovaném řízení, který spočívá na principu návrhu lineárního kvadratického regulátoru (LQR). Dále v práci budou probíhat experimenty pro zaručení minimálního přenosu informací do selhání podmínky řetězové stability (24) při distribuovaném řízení.

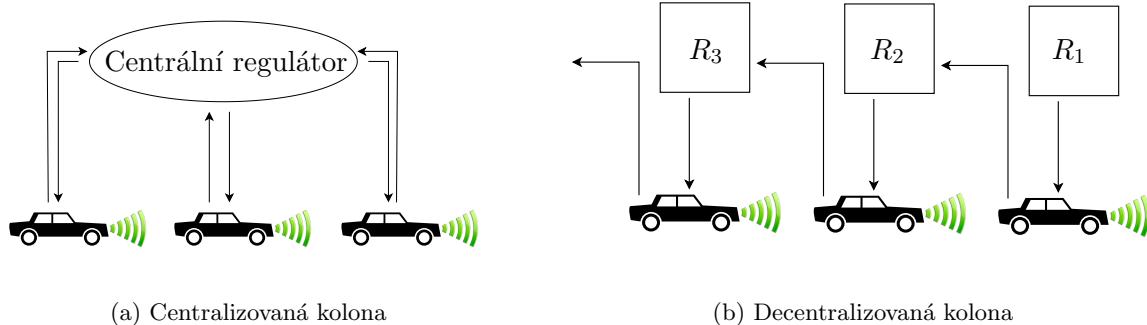


Obrázek 4: Topologie informačního toku - předávání informací mezi vozidly

Mezi možné způsoby řízení kolony můžeme zařadit centrálně orientované řízení zobrazené na obrázku 5a a distribuované řízení zobrazené na obrázku 5b. Podle obrázku 5a se pokusíme navrhnout takové řízení, kde bude komunikace vozidel omezena. Každé vozidlo tak bude znát veškeré pozorovatelné stavy ostatních vozidel v koloně.

3.2 Centrálně orientované řízení

Pro strategii využívající centrálně orientovaného řízení jsou jednotlivá vozidla řízená jediným a společným regulátorem. Probíhá tak komunikace vozidel, kde každé vozidlo dokáže navázat přenos informačního toku mezi všemi zbylými vozidly v této koloně. Pro kolonu vozidel využívající centralizované řízení určuje vedoucí vozidlo rychlost za veškerá zbylá vozidla. Jelikož se jedná o podélnou kolonu vozidel není tak zapotřebí, aby byl určován i směr.



Obrázek 5: Zobrazení centralizované a decentralizované kolony

Pro centrálně orientované řízení můžeme použít například následujících metod k návrhu řízení.

- lineární kvadratický regulátor (LQR) [25]
- prediktivní řízení (MPC) [32]
- symetrické řízení [22]

Pro tyto centrálně orientované návrhy je zapotřebí kvalitní dobré komunikace, jelikož při selhání bezdrátové komunikace, například z důvodu zhoršení signálu, může metoda návrhu následně selhat [7, 13].

Výhody centrálního řízení spočívají převážně v komunikaci celé kolony s jediným centrálním prvkem. Taková fyzická podoba centrálního prvku může být umístěna v jednom z vozidel či v infrastruktuře silnice. Z důvodu rozsáhlé znalosti o veličinách jednotlivých vozidel může být zlepšen výsledek výpočtů [13].

Nevýhody bývají každopádně značné. Při přetížení odezvy signálu, výpadcích nebo případných kybernetických útocích může dojít k omezení účinnosti těchto výpočtů a informační komunikace k těmto vozidlům. V takové situaci může vozidlo přepnout z kooperativního adaptivního řízení pouze do adaptivního řízení [13].

3.3 Centrální návrh pomocí LQR

V dané části návrhu centralizovaného řízení proběhne návrh pomocí metody nalezení řešení optimálního LQ regulátoru. Pomocí tohoto návrhu se využívá topologie přenosu informace, která využívá komunikace mezi všemi vozidly zároveň. Jedná se tak o náročnou a největší možnou komunikaci. Proběhne návrh LQR, kde získáme zákon řízení v podobě stavové zpětné vazby.

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x} \quad (48)$$

Východiskem daného návrhu bude již odvozený model v předchozích částech viz sekce 2.6.1. Řízení pomocí LQR proběhne s experimenty v dané části pro tři až pět vozidel v koloně. Samotný návrh pomocí metody je založen na nalezení řešení pro Riccatiovu rovnici. Tato Riccatiova rovnice je ve tvaru:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} - \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{Q} = 0. \quad (49)$$

Nalezením optimálního řešení \mathbf{S} této rovnice bude získáno potřebného optimálního řízení \mathbf{u} s minimalizovanou cenovou funkcí pro zmíněný zákon řízení [2, 36].

Označme J jako funkci, která představuje cenovou funkci řízení systému. Tato funkce nám ukáže, jak cenově nákladné by bylo řídit takový systém pro aktuální návrh řízení. Pro návrhové parametry v podobě váhových matic vážících jednotlivé stavy a vstupy systému tato metoda určuje optimální řízení a jeho cenovou funkci J . Při této metodě se určuje optimální návrh a cenová hodnota takové funkce v závislosti na vektoru stavů, vektoru vstupů a libovolně zvolených váhových matic Q a R . Cenová funkce se určí jako:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x(t)Qx^T(t) + u(t)Ru^T(t))dt. \quad (50)$$

Z Riccatioví rovnice hledáme optimální řešení S této rovnice. Pomocí výsledného řešení S můžeme odvodit zpětnovazební konstantní matici zesílení pro řízení ve tvaru:

$$K = R^{-1}B^T S. \quad (51)$$

Z tohoto určení matice konstantních prvků K získáváme potřebnou matici k zákonu řízení zmíněném výše jako $\mathbf{u} = K\mathbf{x}$ [2].

3.3.1 Přenosové funkce

Z důvodu složitosti a velkého počtu přenosových funkcí zde budou zobrazeny pouze ty přenosové funkce, které náležejí pro realizaci tří vozidel. Vycházejme tedy z tvaru stavového modelu a zmíněného modelu v 2.6.1. Tento model uvažujeme jako LTI systém ve tvaru:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \\ y(t) &= C\mathbf{x}(t). \end{aligned} \quad (52)$$

Zvolený systém nemá žádného přímého působení vstupu na výstup a jeho matice mají následující velikosti. Z 2.6.1 platí, že pro tři vozidla máme $N = 3$, a tedy $n = 2N - 1$. Pro zmíněné modely tří vozidel tak máme následující model (53) kolony vozidel odpovídající (22).

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)}. \quad (53)$$

Pro daný systém definujeme výstupní matici C , která odpovídá zobrazení veškerým stavům.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(t)=\mathbf{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} \quad (54)$$

Pro získání pouze stavů shodných veličin (oddělené odchylky rychlosti a polohy) lze změnit výstupní matici C a zvolit jedničky pouze na sudých či lichých prvcích hlavní diagonály. Jedničky na lichých prvcích hlavní diagonály zaručí na výstupu systému vektor odchylek rychlosti. Při zvolení jedniček na sudých prvcích bude na výstupu vektor odchylek od požadované polohy. Pro získání přenosových funkcí budeme vycházet ze vztahu převádějící stavový model na přenosové funkce. Takový vztah se získá východiskem ze systému ve stavovém popisu a jeho Laplaceovo transformací. Mějme uvažovaný stavový popis (52) pro matice z (53,54). Převedením (52) Laplaceovo transformací získáme následující tvar:

$$\begin{aligned} sX(s) &= AX(s) + BU(s), \\ Y(s) &= CX(s). \end{aligned} \quad (55)$$

Vyjádřením $X(s)$ ve stavové rovnici a jednoduchou úpravu získáme:

$$sX(s) - AX(s) = BU(s) \rightarrow (sI - A)^{-1}BU(s) = X(s). \quad (56)$$

Dosažením této úpravy (56) do výstupní rovnice systému (55) dostaneme:

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s).$$

Z takového přenosu lze upravit přenos do tvaru obrazů výstupu systému ku jeho obrazu vstupu, čímž získáme finální tvar přenosu systému. Tento vztah je zapsán ve tvaru:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B. \quad (57)$$

Užitím vzorce (57) pro N vozidel získáme $n \times N$ přenosů, kde $n = 2N - 1$, a představuje tak počet stavů systému. Konkrétně pro tři vozidla získáme patnáct přenosů ze vstupů na výstupní stavy. Zaveďme přenosy neřízeného systému ze vstupů představujících odchylku aplikovaných sil jednotlivých vozidel v koloně na přenosy výstupů odchylek od polohy a rychlosti. Pomocí odzkoušení bylo určeno, že přenosy ze vstupu na výstup byly shodné u veškerých vozidel, kde vstupní síla vozidla i působí právě na i -té vozidlo. Přenos z odchylky aplikované síly na odchylku od požadované rychlosti kolony tedy definujeme jako:

$$F_{\delta f_i \rightarrow \delta y_i}(s) = \frac{1}{s + 1}, \quad \forall i \leq N.$$

Přenos z odchylky aplikované síly na odchylku od polohy zapůsobí porucha již na odchylku polohy následujícího i předchozího vozidla.

$$F_{\delta f_i \rightarrow \delta w_i}(s) = \frac{1}{s^2 + s}, \quad \forall i \leq N$$

Přenos na odchylku od polohy předchozího vozidla je obdobný.

$$F_{\delta f_i \rightarrow \delta w_{i-1}}(s) = \frac{-1}{s^2 + s}, \quad \forall i \leq N$$

U těchto přenosů systému se jedná o přenosy neřízeného systému. V této části je zapotřebí získat přenosy uzavřené smyčky s řízením pomocí centrálního řízení. K určení těchto přenosů je potřeba určit matici dynamiky uzavřené smyčky. Libovolně vhodnou volbou váhových matic Q a R popsanych v další části dokážeme tyto přenosy a matici dynamiky určit. Následným vypočítáním řešení z Riccatiovi rovnice (49) a určením matice zesílení K (51) pro řízení ve tvaru stavové zpětné vazby $\mathbf{u} = K\mathbf{x}$ lze určit dynamiku řízeného systému. Dosažením a jednoduchou úpravou obdobně jako u (34) získáme matici dynamiky uzavřené smyčky s řízením pomocí LQR. Mějme matici dynamiky uzavřené smyčky popsanou:

$$(A + BK) = A_z. \quad (58)$$

Pro zavedení přenosů ze vstupu na výstup je zapotřebí definovat vstupní chybu systému představující skalární hodnotu akcelerace či decelerace $d_k \in \mathbb{R}$. Úpravou původní rovnice (13) na tvar s přidanou poruchou získáme následující diferenciální rovnici.

$$\frac{d}{dt}\delta y_k(t) = -\delta y_k(t) + \delta f_k(t) + d_k, \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (59)$$

V tomto případě se jedná o N rovno tři až pět vozidel. Z těchto rovnic zavedeme opětovně stavový model. Získáme systém v podobě:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \underbrace{(A + BK)}_{A_z} \mathbf{x}(t) + D_{chyby} \mathbf{u}_d(t), \\ y(t) &= C\mathbf{x}(t). \end{aligned}$$

Pro tento systém platí, že zmíněná vstupní matice bude odpovídat matici chyb. Vstupní matice je zobrazena v (53).

$$B = D_{chyby} \quad (60)$$

Zavedený vektor vstupních chyb pro tři až N vozidel je definován následovně:

$$\mathbf{u}_d(t) = \underbrace{[d_1, d_2, d_3, \dots, d_N]^T}_{N=3}$$

Z takto upraveného systému s přidáním chybou lze vypočítat přenosy z poruchy na vstupu systému na řízené výstupní odchylky od rychlosti a polohy. Ujijme vztahu pro určení přenosů ze stavového popisu odvozeného dříve, který využije zmíněných matic (58,60).

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A_z)^{-1} D_{chyby} \quad (61)$$

Pro takto zavedený model s optimálně určeným řízením \mathbf{u} získáme $2N - 1 \times N$ přenosových funkcí ze vstupu jednotlivých poruch na veškeré výstupní odchylky. Máme tedy (počet stavů \times počet vozidel) odpovídající 15-ti přenosovým funkcím pro tři řešená vozidla. Nejdůležitější budou přenosy, které představují přenos z chyby poruchy na odchylku od požadované polohy. Pomocí těchto přenosů se určí řetězová stabilita celé kolony za daného řízení, jak bylo zmíněno dříve 2.7.2. Vypočítané přenosy budou odpovídat přenosům (26,27) a za užití a dosazení do již vyjádřených vzorců určíme vhodnost řešení podle splnění podmínky silné řetězové stability (24,25). Takové přenosy budou dle (26,27) pro řešení tří vozidel v následovném tvaru.

$$F_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{s^3 + 4.58s^2 + 7.617s + 4.619}{s^5 + 7.301s^4 + 22.65s^3 + 36.93s^2 + 31.49s + 11.31}$$

$$F_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{0.2655s^2 + 1.174s + 1.228}{s^5 + 7.301s^4 + 22.65s^3 + 36.93s^2 + 31.49s + 11.31}$$

$$F_{d_2 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-s^3 - 4.151s^2 - 6.023s - 3.09}{s^5 + 7.301s^4 + 22.65s^3 + 36.93s^2 + 31.49s + 11.31}$$

$$F_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{s^3 + 4.155s^2 + 6.138s + 3.341}{s^5 + 7.301s^4 + 22.65s^3 + 36.93s^2 + 31.49s + 11.31}$$

$$F_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-0.2618s^2 - 1.106s - 1.058}{s^5 + 7.301s^4 + 22.65s^3 + 36.93s^2 + 31.49s + 11.31}$$

$$F_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{-s^3 - 4.401s^2 - 7.215s - 4.397}{s^5 + 7.301s^4 + 22.65s^3 + 36.93s^2 + 31.49s + 11.31}$$

Užitím těchto přenosů do vzorce (28) lze následně určit podmínku řetězové stability při dosazení do (25). Pro tři vozidla tak máme pouze jeden možný případ, kde lze podíl těchto přenosů využít. Konkrétně se jedná o podíl přenosů chyby prvního vozu na odchylky od polohy prvního a druhého vozu. Výsledné řešení ve frekvenční oblasti této podmínky vychází:

$$\left\| \frac{F_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)}{F_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{1,2}(j\omega)| = 0.2679 \leq 1. \quad (62)$$

Tento výsledek zaručuje splnění řetězové stability pro veškeré frekvence pouze pro danou volbu řízení s aktuálně zvolenými parametry váhových matic Q a R . Pro různé volby matic Q a R lze docílit nesplnění této podmínky. Pro řešení zahrnující více vozidel (čtyři, pět) by se jednalo pouze o prověření více takových přenosů. Řešily by se poté přenosy pro poruchu způsobenou na druhém vozidle d_2 a pro pět vozidel i pro poruchu d_3 . Tyto přenosy by se opětovně řešily z těchto poruch na odchylky od polohy aktuálního a následujícího vozidla jak bylo řešeno v (62). Z důvodu složitosti přenosů a jejich značného množství zde nebudou přenosy ukázány. V následující části zahrnující řešení budou zmíněny výsledky řetězové stability pro čtyři i pět vozidel.

3.3.2 Volba návrhových parametrů

Pro návrh řízení pomocí LQR je zapotřebí libovolně zvolit váhové matice stavů. Podle volby těchto matic se určuje váha neboli cena jednotlivých stavů či vstupů. Mějme dvojici matic (Q, R) . Matice Q představuje váhovou matici stavů systému. Jedná se tak o vážení stavů odchylek od polohy a rychlosti. Taková matice musí být semi-definitní. Z toho plyne, že matice musí být čtvercová a musí platit, že $Q \geq 0$ a taková semi-definitní matice Q má nezáporná vlastní čísla [4].

Matice R je váhovou funkcí vstupů systému a určuje jak nákladné by bylo užít daných vstupů v systému. Na daném příkladu tak váží odchylky aplikované síly. Volba takové matice musí být definitní, tedy $R > 0$ a vlastní čísla musí být kladná.

Pro návrh řízení zaručující přenosové funkce z předchozí části bylo užito následující volby této dvojice matic. Váhová matice vstupů R byla zvolena jako jednotková matice $R = I^{3 \times 3}$.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pro váhovou matici stavů bylo odzkoušeno více variant vedoucích k zaručení či i nesplnění podmínky řetězové stability. Pro předchozí návrh bylo užito následně sestrojené matice o velikosti $Q \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$.

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Každopádně se nejedná o jedinou možnou variantu návrhu. Změnou matic lze dosáhnout odlišných výsledků. Pomocí této volby tak bylo určeno řízení (51) řešením Riccatiovi rovnice (49) ve tvaru stavové zpětné vazby (48). Matice zesílení $K \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$ byla určena pro danou volbu matic následná:

$$K = \begin{bmatrix} 1.4254 & 1.5774 & -0.4730 & 0.4226 & -0.2204 \\ -0.4730 & -1.1547 & 1.6780 & 1.1547 & -0.4730 \\ -0.2204 & -0.4226 & -0.4730 & -1.5774 & 1.4254 \end{bmatrix}. \quad (63)$$

Použitím navrženého řízení upravíme dynamiku uzavřené smyčky tohoto systému (58). Navrženým řízením tak stabilizujeme systém a diskuze ohledně stability tohoto řízeného systému proběhne v následující části zahrnující výsledky. Dynamika uzavřené smyčky bude v podobě:

$$A_z = (A - BK) = \begin{bmatrix} -2.4254 & -1.5774 & 0.4730 & -0.4226 & 0.2204 \\ 1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 \\ 0.4730 & 1.1547 & -2.6780 & -1.1547 & 0.4730 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -1.0000 \\ 0.2204 & 0.4226 & 0.4730 & 1.5774 & -2.4254 \end{bmatrix}.$$

Tímto řízením lze vidět, že informační komunikace vozidel pro výpočet využívá všech stavů u každého vozidla. Jedná se tak o nejvyšší možný informační tok mezi všemi vozidly.

Lineární kvadratický regulátor minimalizuje kvadratickou cenovou neboli nákladovou funkci J zmíněnou v (50). Pomocí zvolených matic lze určit tuto funkci. Do (50) lze dosadit libovolně

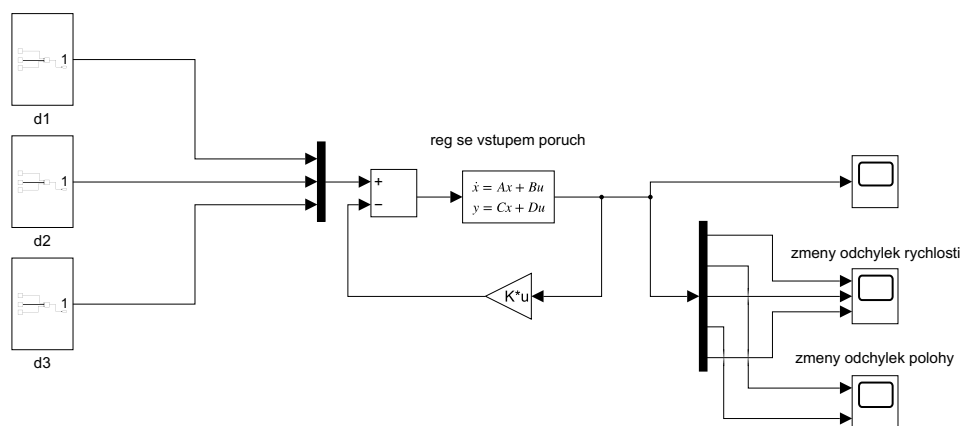
zvolená dvojice váhových matic, čímž získáme tvar cenové funkce:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}^T}_{\mathbf{x}^T(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}}_Q \underbrace{\begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta w_1 \\ \delta y_2 \\ \delta w_2 \\ \delta y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \end{bmatrix}^T}_{\mathbf{u}^T(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_R \underbrace{\begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} dt. \quad (64)$$

Pro zvolené váhové matice tak daná metoda určuje optimální řešení minimalizující kritérium (64).

3.3.3 Implementace řízení

Navržené řízení systému ve stavovém popisu implementujeme v Simulinku. Schéma odpovídající řízení pomocí stavové zpětné vazby lze vidět na obrázku 6.



Obrázek 6: Schéma zapojení systému kolony tří vozidel a stavovou zpětnou vazbou s přidáním chybou na vstupu

Toto schéma má zabudované přidání poruch na vstupu z (59) pro každé vozidlo. V části zahrnující výsledky budou zobrazeny grafy průběhu regulací počátečních podmínek, přidání vstupní poruchy a vliv těchto poruch na ostatní vozidla a jejich stavové proměnné. Pro řešení kolony s více vozidly bude schéma obdobné, zvýšen bude pouze počet přidávaných poruch na vstup pro každé přidání vozidlo.

3.4 Centrální symetrický návrh řízení

Symetrické systémy ve smyslu vstupní symetrie systému a řízení vstupně symetrických systému, jak již bylo zmíněno, slouží převážně ke zjednodušení problematiky. K návrhu symetrické zpětné vazby využijeme již definované teorie v části 2.8. Zavedeme symetrický systém jak ke vstupům, tak k poruchám přičteným na vstup systému. Určíme matici symetrie, cirkulační matici a symetrickou zpětnou vazbu pro tři až pět vozidel. U daného návrhu se budeme zabývat centrálním řízením, kde přenos informací mezi vozidly probíhá mezi každým vozidlem. Pro návrh symetrickou zpětnou vazbou bude ukázáno, že některé přenosové funkce jsou shodné,

a mohou tak být zapsány obecně. Přenosové funkce by tedy stačilo vyřešit pouze pro jedno vozidlo a budou zobrazeny v následujících částech. Vycházet budeme z modelu kolony pro tři identická vozidla (53,54). Pro takový říditelný systém nalezneme potřebnou matici symetrie, abychom získali vstupně symetrický systém.

Z (44) určíme matici říditelnosti takového systému. Tato matice vyšla o velikosti 5×15 . Jelikož je určená matice příliš velká, nebude proto zobrazena. Tato matice má plnou řádkovou hodnotu, tedy pět. Následně bylo zapotřebí definovat cirkulační matici G , která je ve tvaru viz (32). V konkrétním případě pro tři vozidla bude tato cirkulační matice následující:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Výsledné určení matice symetrie $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ podle (46) je ve tvaru:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Pro takto vypočítanou matici symetrie lze zkontrolovat, zda danou maticí zavedeme vstupně symetrický systém pomocí podmínek (30,31). Převedením veškerých součinů na levou stranu rovnice pro obě podmínky lze tvrdit, že se jedná o symetrický systém při platnosti rovností (65).

$$\begin{aligned} TA - AT &= 0 \\ TB - BG &= 0 \end{aligned} \tag{65}$$

Obě zmíněné podmínky byly splněny a o takovém systému lze tedy říci, že se jedná o vstupně symetrický systém. Za užití modelů a matic vhodných tvarů a hodnotí byly splněny podmínky pro symetrické systémy kolony čtyř i pěti vozidel. V další části bude navržena symetrická zpětná vazba pro tři až pět vozidel, vyjádřeny přenosové funkce, proběhne simulace výsledků a diskuze ohledně stability systému.

3.4.1 Volba návrhových parametrů

Pro návrh řízení se využilo symbolického návrhu v prostředí Maple. Dříve bylo zmíněno, že se jedná o přiřazení vlastních čísel požadované Jordanovy formy. Pro symbolické řešení tak bylo zvoleno symbolických vlastních čísel k přiřazení dynamiky uzavřené smyčky a získání všech možných volných parametrů. Volnými parametry se následně pokusíme získat vhodné symetrické řízení. Tato symbolická přiřazovaná Jordanova forma byla zvolena v následujícím tvaru.

$$L = \begin{bmatrix} -b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a \end{bmatrix} \tag{66}$$

Vyšetření pro přiřazení více různých vlastních čísel bylo náročností na výpočet tak složité, že nebylo možné odzkoušet jiné varianty. Pro danou obecnou Jordanovu formu ($= JF$) tak proběhla parametrizace veškerých možných řešení stavové zpětné vazby. Pro situaci tří vozidel a zmíněné zvolené obecné JF (66) jsme získali volné parametry pro navrženou stavovou zpětnou vazbu. Volných parametrů pro konstrukci symetrické zpětné vazby bylo osm, dvě zmíněná obecná vlastní čísla a šest dalších parametrů $\alpha_1, \dots, \alpha_6$. Z této parametrizace všech možných řešení stavových

vazeb pro řízení kolony je zapotřebí určit právě ty stavové vazby, které vyhovují podmínkám symetrické zpětné vazby. Použitím maticové rovnice (43) a úpravou získáme podmínku symetrické stavové zpětné vazby ve tvaru:

$$R(\alpha) = GF - FT = 0. \quad (67)$$

Pro danou podmínku je potřebné nalézt veškerá možná řešení využitím volných parametrů. Nalezená řešení budou odpovídat za vhodného využití volných parametrů symetrickým zpětným vazbám pro vstupně symetrický systém. Získáním řešení bylo docíleno parametrizací určující symetrické zpětné vazby, kde vyhovující řešení bylo následující.

$$a = a, b = b, \alpha_1 = -1, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = -1, \alpha_4 = 0, \alpha_5 = 1, \alpha_6 = 1 \quad (68)$$

Z daného řešení bylo určeno, že následnou libovolnou volbou vlastních čísel a a b je dosaženo vhodného návrhu symetrické zpětné vazby. Nicméně z nalezených řešení nezbylo žádných volných parametrů s výjimkou zmíněných vlastních čísel, kterými bychom mohli dále ovlivňovat systém v podobě omezování přenosu informace mezi vozidly. Podmínka maticové rovnice (67) po dosazení předchozích parametrů (68) bude vycházet nulová, čímž bylo zaručeno symetrické zpětné vazby. Poté tvar symetrické zpětnovazební matice je následující:

$$F = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 - \frac{4a}{3} - \frac{b}{3} & -\frac{2a^2}{3} & \frac{2a}{3} - \frac{b}{3} & -\frac{a^2}{3} & \frac{2a}{3} - \frac{b}{3} \\ \frac{2a}{3} - \frac{b}{3} & \frac{a^2}{3} & 1 - \frac{b}{3} - \frac{4a}{3} & -\frac{a^2}{3} & \frac{2a}{3} - \frac{b}{3} \\ \frac{2a}{3} - \frac{b}{3} & \frac{a^2}{3} & \frac{2a}{3} - \frac{b}{3} & \frac{2a^2}{3} & 1 - \frac{b}{3} - \frac{4a}{3} \end{array} \right].$$

Nenulová a kladná volba vlastních čísel byla s nejzajímavějším výsledkem v následujícím tvaru:

$$a = 1, \quad b = 2. \quad (69)$$

Takovou volbou vlastních čísel se docílilo symetrické zpětné vazby, která měla matici zesílení v této podobě (70).

$$F_1 = \begin{bmatrix} -1.0000 & -0.6667 & 0 & -0.3333 & 0 \\ 0 & 0.3333 & -1.0000 & -0.3333 & 0 \\ 0 & 0.3333 & 0 & 0.6667 & -1.0000 \end{bmatrix} \quad (70)$$

Pro tento symetrický návrh řízení je potřebný přenos informace mezi veškerými vozidly, a jedná se tak o centrální řízení tří vozidel. Na daném řešení je zajímavé, že každému vozidlu pro tento návrh stačí pouze svá vlastní informace o rychlosti, ale rovněž potřebuje informaci o odchylkách od polohy zbylých vozidel. Další nalezený návrh představoval, že záporné jedničky v matici zesílení F (70) zmizely a zbylé hodnoty byly mírně změněny. Takový návrh byl realizován pro vlastní čísla odpovídající $a = \frac{1}{2}, b = 1$. Zpětnovazební matice vypadá následovně:

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & -0.1667 & 0 & -0.0833 & 0 \\ 0 & 0.0833 & 0 & -0.0833 & 0 \\ 0 & 0.0833 & 0 & 0.1667 & 0 \end{bmatrix}. \quad (71)$$

V (71) bylo zavedeno použití pouze odchylek od polohy a odchylek od rychlosti již nebylo použito v daném návrhu. Dynamiky uzavřené smyčky po zavedení řízení jsou následující.

$$A_{z_1} = \begin{bmatrix} -2 & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -2 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -2 \end{bmatrix}, \quad A_{z_2} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{12} & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} & -1 & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} & -1 \end{bmatrix}$$

Jedná se tak o nejzajímavější návrhy, jelikož při zbylých získaných řešeních bylo v řízení využíváno ještě více stavových proměnných. Pro návrh řízení čtyř a pěti vozidel se použilo obdobného postupu s obdobným výsledkem řízení. Návrh takového řízení bude opětovně jako u LQR diskutován v nadcházející části s výsledky.

3.4.2 Přenosové funkce

Pro dané řízení je potřebné opětovně určit přenosové funkce pro tři až pět vozidel, jak bylo určeno u řízení pomocí LQR. Za využití teorie vstupně symetrických systémů chceme zjednodušit problematiku kolon a zavést do systému symetrii. U těchto přenosů bylo ukázáno, že některé z přenosů se shodují, a lze je tak zapsat obecně. Vycházejme z úprav pro získání přenosů jako v (57). Při shodném zavedení poruch na vstup řízeného systému viz (59) určíme přenosové funkce z poruch vozidel na odchylky od polohy i rychlosti. Určíme tedy přenosové funkce pomocí vztahu (57) s navrženým zmíněným symetrickým řízením. Z důvodu podobnosti značení budou přenosové funkce značeny jako $P(s)$ a pro přenosy platí $P = P(s)$ pro zjednodušení.

$$P(s) = C(sI - Az)^{-1}D_{chyby} \quad (72)$$

Opětovně by vzniklo 5×3 přenosových funkcí pro tři vozidla. Dále budou zmíněny pouze potřebné přenosové funkce pro určení řetězové stability. V aktuálním návrhu pro přenosy z poruchy na odchylku od rychlosti kolony platí zmíněných shodností přenosů. Přenosové funkce při řízení symetrickou zpětnou vazbou (71) jsou následně zmíněny.

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 1.25s + 0.25}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625} = M$$

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(s) = 0$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-s^3 - 2s^2 - 1.25s - 0.25}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625} = -P_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(s) = -M$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 1.25s + 0.25}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625} = M$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(s) = 0$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{-s^3 - 2s^2 - 1.25s - 0.25}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625} = M$$

Z těchto přenosových funkcí poruch na odchylky od poloh můžeme říci, že při aplikování poruchy se vybudí na tomto vozidle největší odezva. To by znamenalo, že pro návrh symetrické zpětné vazby by se docílilo vždy řetězově stabilního i obecně stabilního systému kolony. Z daných přenosových funkcí lze dále vypožorovat, že porucha způsobená na aktuálním vozidle je nulová na následujícím vozidle. Tato porucha dále na předchozím vozidle vybudí shodně opačnou odezvu a průchodem kolony na další předchozí vozidla se již neprojeví. Tato pozorování byla odzkoušena pro čtyři i pět vozidel a tím i potvrzena pro daný počet vozidel. Určení podmínky řetězové stability proběhne dle (28) s užitím vzorců v sekci 2.7.2 a následným dosazením do (25) obdobně jako v předchozím návrhu pomocí LQR. Výsledné řešení ve frekvenční oblasti podmínky silné řetězové stability tedy vychází:

$$\left\| \frac{P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)}{P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{1,2}(j\omega)| = 3.4681^{-16} = 0 \leq 1.$$

Pro daný návrh a jiné nezmíněné návrhy tak bylo zaručeno řetězové stability při řízení symetrickou zpětnou vazbou. Dále se budeme v části s výsledky zabývat řešením podmínky řetězové stability pro více vozidel a potvrzením výše zmíněných tvrzení.

Pro symetrické řízení bylo docíleno i dalších shodných přenosů u odchylek od rychlosti. Nyní vyjádříme přenosy z poruchy na odchylky od rychlosti, nicméně tyto přenosy nebyly užity pro určení podmínky řetězové stability. Pro takové přenosy platí, že porucha způsobená právě na daném vozidle má jediná odlišnou odezvu. Působení poruchy bude průchodem kolony na zbylá předchozí či následující vozidla shodné, a tak jejich přenosy budou také shodné. Pro přenosy z

poruchy na odchylku od rychlosti tedy platí následující tvrzení. Porucha d_i aplikovaná právě na i -té vozidlo vybudí největší odezvu. Tato přenosová funkce je vypočítaná v (73). Dále má daná porucha průchodem kolonou na zbylá vozidla vždy shodnou odezvu na odchylky od rychlosti viz (74). Zbylé přenosové funkce z té samé způsobené poruchy jsou tedy totožné. Konkrétně pro přenosy se shodnými indexy i platí vztah (73).

$$P_{d_i \rightarrow \delta y_i} = \frac{s^4 + 2s^3 + 1.3333s^2 + 0.3333s + 0.02083}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625} = R, \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (73)$$

A pro veškeré zbylé neshodné indexy mezi poruchami a odchylkami od rychlostí platí (74).

$$P_{d_i \rightarrow \delta y_j} = \frac{0.08333s^2 + 0.08333s + 0.02083}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625} = Z, \quad \forall i, j = 1 \dots, N \wedge i \neq j \quad (74)$$

Tyto vztahy (73,74) následně budou ukázány v sekci s výsledky, kde bude odsimulován model a řízení poruchy bude ukázáno v grafickém provedení. Takové vztahy z pozorování lze obecně zapsat následujícím zápisem.

$$P_{d_i \rightarrow \delta y_i} = P_{d_{i+1} \rightarrow \delta y_{i+1}} = R \quad (75)$$

$$P_{d_i \rightarrow \delta y_{i+1}} = P_{d_i \rightarrow \delta y_j} = Z \quad (76)$$

$$\forall i, j = 1, \dots, N \wedge i \neq j$$

Daný obecný zápis představuje dva přenosy z poruch na odchylky od rychlostí. Jako další proběhne zobecnění přenosů z poruch na odchylky od polohy, které dokáží zjednodušit řešení řetězové stability. Z rozepsaných přenosů bylo určeno na počátku dané části několik tvrzení pro konkrétní návrh. Pro obecnou volbu vlastních čísel lze upravit přenosové funkce do následujícího tvaru.

$$P_{d_i \rightarrow \delta w_i} = P_{d_{i+1} \rightarrow \delta w_{i+1}} = M, \quad \forall i = 1, \dots, N - 2 \quad (77)$$

Veškeré poruchy, kde porucha působí právě na dané vozidlo, představují shodné přenosy. Dalším obecným vyjádřením jsou přenosy, kde porucha daného vozidla působí právě na předchozí odchylky od poloh mezi vozidly. V takovém případě je vždy daná přenosová funkce opačná pouze pro první předchozí vozidlo a pro zbylá předchozí vozidla jsou tyto přenosy nulové jako u (79).

$$P_{d_i \rightarrow \delta w_{i-1}} = -P_{d_i \rightarrow \delta w_i} = -M, \quad \forall i = 2, \dots, N - 1 \quad (78)$$

Pro poslední vozidlo kolony velikosti N z důvodu nižšího počtu stavových proměnných viz (15,16) platí:

$$P_{d_N \rightarrow \delta w_{N-1}} = -P_{d_{N-1} \rightarrow \delta w_{N-1}}.$$

Z důvodu absence posledního stavu odchylky od polohy v koloně, který byl diskutován dříve (16), porucha způsobená u poslední vozidla prochází kolonou postupně pouze na předchozí odchylky od poloh vozidel. U těchto přenosů má pouze první předchozí vozidlo opačný tvar přenosové funkce, který by představoval přenosovou funkci ve tvaru (77). Poslední zmíněné tvrzení, které lze obecně zapsat, je následující tvrzení potřebné k řešení řetězové stability.

$$P_{d_i \rightarrow \delta w_{i+1}} = 0, \quad \forall i = 1, \dots, N - 2 \quad (79)$$

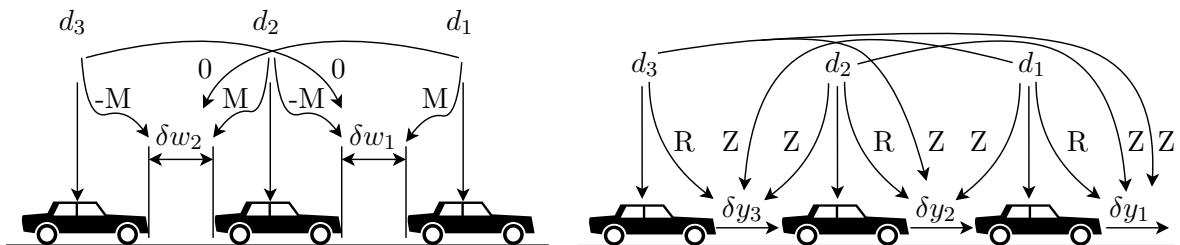
Z rovnice (79) tak plyne zaručení podmínky řetězové stability. Platí tomu tak pro průchod poruchy směrem k následujícím vozidlům při řízení symetrickou zpětnou vazbou. Z daných pozorování lze zformulovat hypotézu pro řízení vstupně symetrického systému kolony právě s užitou symetrickou zpětnou vazbou. Takovou hypotézu ze získaných pozorování bude zapotřebí obecně zdůvodnit důkazem.

Hypotéza 3.0.1 *Uvažujme kolonu N vozidel pro říditelný, vstupně symetrický systém zmíněný v 2.6.1, který je řízen libovolnou stavovou symetrickou zpětnou vazbou stabilizující systém, potom je podmínka řetězové stability (25) splněná pro všechna vozidla v koloně vozidel.*

Užitím vzorce (23) pro poměr přenosů získáme přenosových funkcí a dosazením do (25) pro obecné vztahy (77,79) zaručíme splnění řetězové stability (80).

$$\|Q_{i,i+1}(j\omega)\|_\infty = \left\| \frac{0}{P_i(j\omega)} \right\|_\infty = \|0\|_\infty = 0 \leq 1, \quad \forall \omega, i < N - 2 \quad (80)$$

Z rovnice (80) bylo ukázáno, že pro veškerá vozidla a jejich přenosy z poruchy na následující dvě odchyly od polohy získáme nulovou hodnotu. Pozorováním tří až pěti vozidel dle zformulované hypotézy 3.0.1 zaručíme splnění podmínky řetězové stability pro tři až pět vozidel. Z obecně vyjádřených vztahů přenosů získaných při pozorování můžeme tyto vazby zobrazit graficky na obrázku 7. Pro vztahy odchylek od polohy (77,78,79) bylo zaručeno pouze dvou nenulových přenosů, které mají vždy opačnou hodnotu a označíme je jako M, takového chování lze vidět na obrázku 7a. Porucha aplikovaná na vozidlo vybudí na daném vozidle odezvu M a na předchozím vozidle opačnou odezvu -M. Vztahy pro přenos z poruchy na odchylky od rychlostí vozidel (73,74) lze popsat pouze dvěma přenosy označenými R a Z. Na obrázku 7b můžeme vidět, že aplikovaná porucha d_i působící na některé vozidlo i vždy vybudí odezvu R dle vztahu (73) a na veškerá zbylá vozidla bude působit vliv poruchy s odezvou Z dle vztahu (74).



(a) Zobecněné přenosy z poruch na odchylky polohy (b) Zobecněné přenosy z poruch na odchylky rychlosti

Obrázek 7: Zobrazení zobecněných přenosů z poruch na výstupní odchylky systému

Na obrázku 7a můžeme vidět zobrazené přenosy (77,78,79), které popisují odezvu na poruchu přenosem M a nulovým přenosem. Na obrázku 7b přenosy (75,76) s odezvou R pro aplikovanou poruchu a na zbylých vozidlech se vybudí odezva Z.

Věta 3.1 *Nechť (C,A,B) je symetrický systém a nechť je dvojice (A,B) říditelná nebo dvojice (C,A) pozorovatelná, potom přenos P systému (C,A,B) je ve tvaru*

$$P = [P_{i,j}] \triangleq C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 & \dots & Q_{m-1} & Q_m \\ Q_m & Q_1 & \dots & Q_{m-2} & Q_{m-1} \\ Q_{m-1} & Q_m & \dots & Q_{m-3} & Q_{m-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_2 & Q_3 & \dots & Q_m & Q_1 \end{bmatrix}, \quad (81)$$

kde

$$Q_i = C_1(sI - A)^{-1}T^{(i-1)}B_1, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (82)$$

je matice typu $r \times q$, $B = [B_1, B_2, \dots, B_m]$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C = [C_1, C_2, \dots, C_m]^T$, $C_i \in \mathbb{R}^{r \times n}$ a $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je regulární matice vyhovující podmínkám (30,31) a podmínce $CT^{-1} = G^T C$ [43].

Podle (82) můžeme získat přenosy v cirkulační matici (81). Pro systém řízený symetrickou zpětnou vazbou (72) a vhodnou volbou matic ze vztahů (81,82) získáme následující tvar přenosů (83).

$$P_{\delta w} = \begin{bmatrix} M & -M & 0 \\ 0 & M & -M \\ -M & 0 & M \end{bmatrix}, P_{\delta y} = \begin{bmatrix} R & Z & Z \\ Z & R & Z \\ Z & Z & R \end{bmatrix}. \quad (83)$$

Tyto přenosové cirkulační matice (83) reprezentují chování průchodu poruchy kolonou podle zmíněných vztahů zobrazených na obrázku 7. U těchto přenosů lze vidět chování symetrických

systémů, kde první vozidlo ovlivňuje i poslední vozidlo v koloně dle předpokladu této teorie. Pro čtyři i pět vozidel bylo docíleno shodného počtu přenosových funkcí s obdobným tvarem cirkulačních matic. Danou větou 3.1 byla dokázána zmíněná hypotéza 3.0.1 zaručující silnou řetězovou stabilitu v obou směrech. Za dosazení odchylek od rychlosti do těchto podmínek silné řetězové stability lze vidět, že z přenosů (83) je taktéž vždy dosaženo splnění podmínky. Další diskuze proběhne v části zabývající se výsledky symetrického řízení vozidel. Dále budou ve výsledcích ukázány zmíněné vztahy v průbězích řízení aplikované poruchy.

3.4.3 Implementace řízení

Navržené řízení proběhlo pomocí symbolických návrhů v prostředí Maple. Proběhla parametrizace všech možných řešení stavových zpětných vazeb pro volbu obecných vlastních čísel tvořících jednotlivé Jordanovy bloky. Z těchto všech zpětných vazeb byly určeny veškeré možné symetrické zpětné vazby, na kterých proběhly volby volných parametrů. Nicméně předpokladem bylo, že volných parametrů bude značně více, z čehož by bylo možné následně i snižovat komunikaci mezi vozidly. Volné parametry vždy zůstaly pouze vlastní čísla. Pro jinou, složitější volbu symbolických vlastních čísel tvořících Jordanovy bloky by se zřejmě daného řešení dalo dosáhnout. Tato náročnost na výpočet byla ale tak vysoká, že při zvýšení počtu rozdílných vlastních čísel počítání neustále probíhalo. Výsledné řešení nám získalo matici zesílení F , která byla následně užita v prostředí MATLABu. Pro takové řízení systému byly získány přenosové funkce řízeného systému 3.4.2. Těmito přenosy byla určena podmínka řetězové stability. Tento řízený systém byl poté dle vytvořeného schématu pro tři vozidla na obrázku 6, užitého i pro řízení pomocí LQR, odzkoušen na řízení poruchy na vstupu a řízení s počátečními podmínkami. Dané průběhy budou následně zobrazeny v následující části s výsledky.

3.5 Výsledky centrálního řízení

V dané části budou zobrazeny výsledky, diskuze a řešení i pro více vozidel v koloně pro obě centrální řízení.

3.5.1 LQR řízení

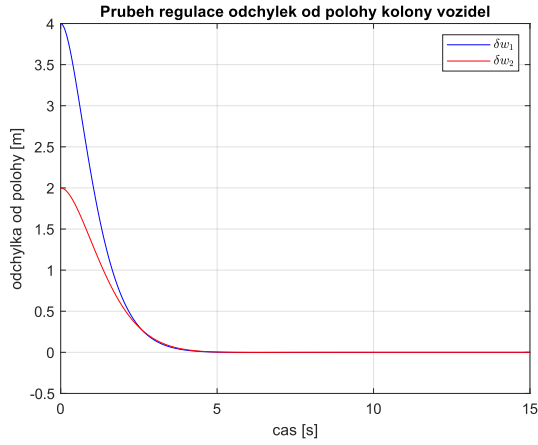
Pro centrální řízení pomocí LQR jsme získali optimální řešení minimalizující kvadratickou cenu. Neřízený systém byl sám o sobě na mezí stability. V 2.7 byla řešena vlastní čísla určující stabilitu. Tato vlastní čísla neřízeného systému odpovídají:

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = -1, \quad \lambda_3 = 0, \quad \lambda_4 = -1, \quad \lambda_5 = -1. \quad (84)$$

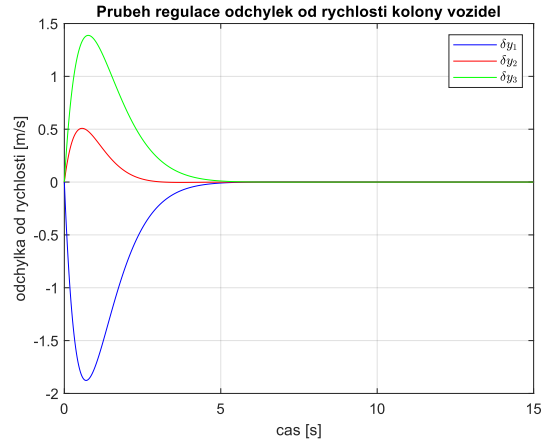
Pro tento systém je požadováno, aby veškerá vlastní čísla (84) byla záporná. Takové přiřazení pólů vyřešila právě metoda LQR. Návrhem řízení (63) a dosazením byla získána matice dynamiky uzavřené smyčky (58). Z této matice vycházejí vlastní čísla řízeného systému ve stabilní podobě.

$$\lambda_{1,2} = -1.5544 \pm 1.0086i, \quad \lambda_{3,4} = -1.2640 \pm 0.6180i, \quad \lambda_5 = -1.6645. \quad (85)$$

Jedná se tak o dvě sdružené dvojice komplexních vlastních čísel a jedno samostatné vlastní číslo. O takto navrženém systému lze již rozhodnout, že je stabilní právě ze záporných vlastních čísel (85). Pro daný návrh řízení bylo dosaženo stability systému a zároveň i splnění řetězové stability systému viz (62) při největším možném přenosu informací mezi vozidly. V následujících částech proběhnou porovnání mezi jednotlivými návrhy řízení. Ze schématu zapojení na obrázku 6 byly odsimulovány průběhy regulace při nenulových počátečních podmínkách stavů systému na obrázcích 8a,8b a následná regulace přidané poruchy v podobě pulzu na obrázcích 9a, 9b.

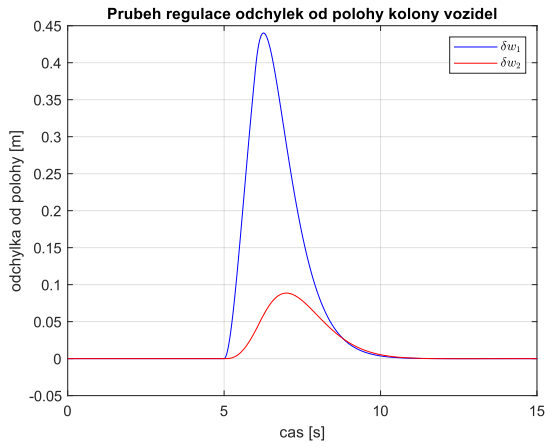


(a) Průběh řízení odchylek od polohy kolony s počátečními podmínkami

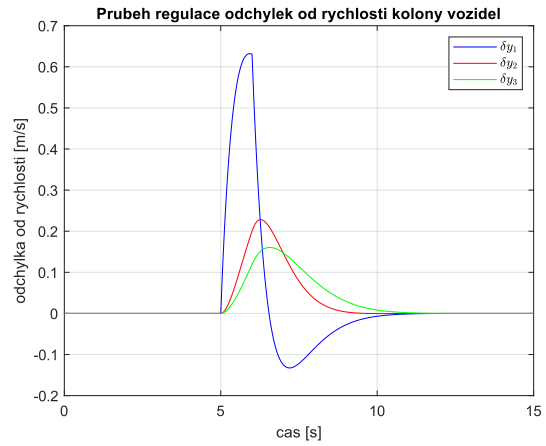


(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s počátečními podmínkami

Obrázek 8: Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel metodou LQR s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 9: Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel metodou LQR s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla

Z těchto grafů lze vidět, že při zadaných počátečních podmínkách je systém řízen na nulovou odchylku od polohy i rychlosti, a zaručuje tak stabilní řízení. Z řízení při zadané vstupní chybě na obrázcích 9a, 9b je vždy vyšší hodnota odchylky, na kterém vozidle daná porucha byla aplikována. To znamená, že porucha se průchodem kolonou zmenšovala.

Jak bylo zmíněno dříve, řešení řetězové stability pro čtyři a pět vozidel bylo určeno již pro více přenosů z poruchy na vstupu na odchylky od polohy a rychlosti. Podmínka řetězové stability pro čtyři vozidla je za opětovného užití vzorce jako u (62) následující:

$$\left\| \frac{F_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)}{F_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{1,2}(j\omega)| = 0.3318 \leq 1. \quad (86)$$

V dané koloně čtyř vozidel je již zapotřebí řešit více takových přenosů.

$$\left\| \frac{F_{d_2 \rightarrow \delta w_3}(j\omega)}{F_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{2,3}(j\omega)| = 0.2483 \leq 1. \quad (87)$$

Zvolenými váhovými maticemi $Q \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ a $R \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ bylo dosaženo řetězové stability (86,87).

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (88)$$

Pro takové řízení bylo dosaženo řetězové stability a simulací řízení byla potvrzena stabilita tohoto systému. Opětovně byla zaručena stabilita přiřazením a otestováním vlastních čísel tohoto systému. Tato vlastní čísla odpovídají:

$$\lambda_{1,2} = -1.6024 \pm 1.0544i, \quad \lambda_{3,4} = -1.4376 \pm 0.8513i, \quad \lambda_{5,6} = -1.1837 \pm 0.3569i \\ \lambda_7 = -1.6901 + 0.0000i.$$

Jedná se opakovaně o komplexně sdružená vlastní čísla s jedním samostatným vlastním číslem. Taková kombinace zaručuje vyhovující stabilní a řetězově stabilní systém.

Poslední návrh pomocí LQR bude pro řízení pěti vozidel. Samotný model pro čtyři i pět vozidel je opakovaně na mezi stability, tedy alespoň jedno z vlastních čísel systému je nulové. Volbou váhových matic $Q \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ a $R \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ bylo dosaženo jak řetězové stability, tak obecné stability.

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pro takový návrh již byly řešeny tři podmínky řetězové stability, které byly v následujícím tvaru.

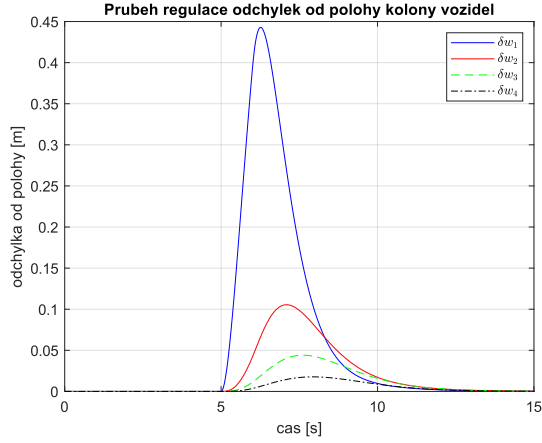
$$\left\| \frac{F_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)}{F_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{1,2}(j\omega)| = 0.3580 \leq 1 \\ \left\| \frac{F_{d_2 \rightarrow \delta w_3}(j\omega)}{F_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{2,3}(j\omega)| = 0.3108 \leq 1 \\ \left\| \frac{F_{d_3 \rightarrow \delta w_4}(j\omega)}{F_{d_3 \rightarrow \delta w_3}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{3,4}(j\omega)| = 0.2361 \leq 1$$

Tyto normy poměrů přenosů ve frekvenční oblasti zaručují splnění řetězové stability. Kontrolou vlastních čísel systému tak byla zaručena i obecná stabilita. Vlastní čísla byla následující:

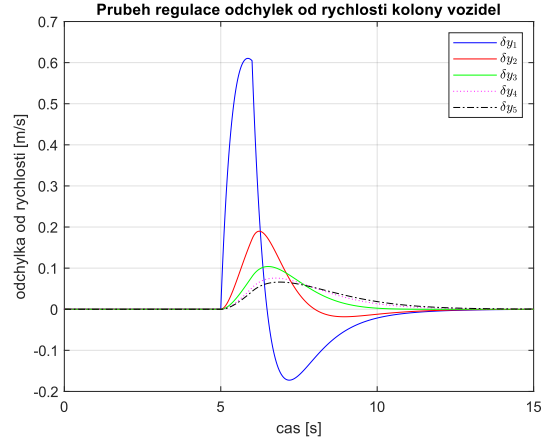
$$\lambda_{1,2} = -1.6236 \pm 1.0765i, \quad \lambda_{3,4} = -1.5200 \pm 0.9475i, \quad \lambda_{5,6} = -1.3523 \pm 0.7034i, \\ \lambda_7 = -0.9295, \quad \lambda_8 = -1.3366, \quad \lambda_9 = -1.7035.$$

Z průběhů na obrázku 10 lze vidět, že hodnota poruchy průchodem kolony pěti vozidel se postupně snižuje. Porucha se tedy nezvyšuje mezi vozidly při centrálním řízením s danými návrhovými parametry. Z [15] lze užít pro řízení pomocí LQR zmíněné podmínky řetězové stability složené z normy součinů veškerých přenosových funkcí ze vstupu na výstup ve tvaru $F_{d_i \rightarrow \delta w_i}(j\omega) = G_i(j\omega)$.

$$\left\| \prod_{i=1}^{N-1} G_i(j\omega) \right\| \leq 1, \quad \forall \omega \quad (89)$$



(a) Průběh řízení odchylek od polohy pro vstupní poruchu aplikovanou na první vozidlo



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti pro vstupní poruchu aplikovanou na první vozidlo

Obrázek 10: Řízení vstupní poruchy procházející kolonou pěti vozidel aplikované na první vozidlo metodou LQR

Takovou definicí řetězové stability (89) pro LQR a užití daného vzorce pro tři (90), čtyři (91) a pět (92) vozidel bylo získáno opětovného splnění podmínky.

$$\|G_1(j\omega)G_2(j\omega)\| = 0.0637 \leq 1, \quad \forall \omega \quad (90)$$

$$\|G_1(j\omega)G_2(j\omega)G_3(j\omega)\| = 0.0182 \leq 1, \quad \forall \omega \quad (91)$$

$$\|G_1(j\omega)G_2(j\omega)G_3(j\omega)G_4(j\omega)\| = 0.0053 \leq 1, \quad \forall \omega \quad (92)$$

Z těchto podmínek (90,91,92) plyne splnění řetězové stability a postupně nižší hodnoty pro přidávání více vozidel.

3.5.2 Symetrické řízení

Užitím teorie symetrických systémů bylo navrženo řízení pro vstupně symetrický systém. Pro takový návrh byla získána matice zesílení z (71). Přiřazovaná vlastní čísla byla do obecného řešení dosazena pro kolonu tří vozidel:

$$\lambda_{1,2} = -a = -0.5, \quad \lambda_{3,4} = -a = -0.5, \quad \lambda_5 = -b = -1. \quad (93)$$

Dosazením (93) do (66) přiřazovaná Jordanova forma vychází následovně.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

Jelikož přiřazujeme vlastní čísla, daný systém volíme rovnou stabilní. Zároveň byla splněna řetězová stabilita dle 3.0.1, 3.1 či (80,83). Podmínka silné řetězové stability pro působení poruch v obou směrech je ve tvaru [12]:

$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)} \right\|_{\infty} \leq 1, \quad \forall k \geq i, \quad (94)$$

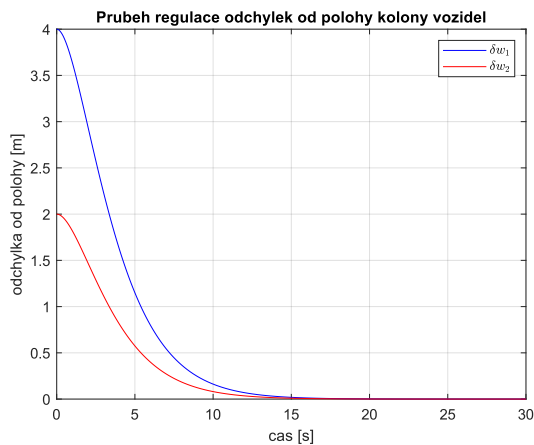
$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)} \right\|_{\infty} \leq 1, \quad \forall k < i. \quad (95)$$

Za využití symetrických systémů by byl model podobný převážně kruhové koloně (obrázek 2b), kde poslední vozidlo poskytuje informaci prvním vozidlu. Pro působení poruchy směrem k poslednímu vozidlu bychom zavedly $i < N$ z důvodu, že zavedená odchyška δw_3 bude odpovídat δw_0 . Zároveň pro průchod poruchy směrem k prvním vozidlu zůstane odchyška δw_3 . U takové situace by podmínka (95) mohla určit numerický výpočet i pro poslední odchyšku kolony. Pozorování byla potvrzena numerickými výpočty, kde porucha prochází kolonou v obou směrech dle (94,95):

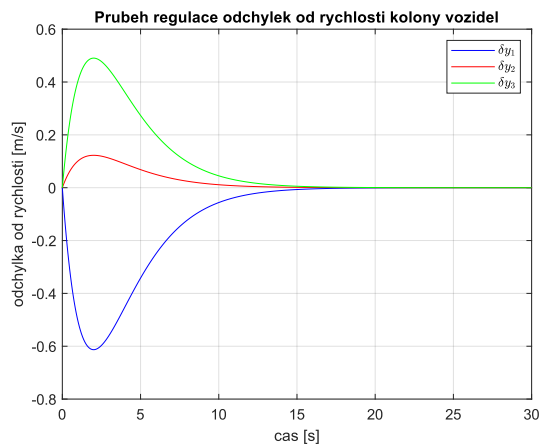
$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)} \right\|_{\infty} = [1, 0] \leq 1, \forall k \geq i, \quad (96)$$

$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)} \right\|_{\infty} = [1, 0] \leq 1, \forall k \leq i. \quad (97)$$

V (97) je rozšířen interval k z důvodu zavedení odchyšky δw_3 použitím teorie symetrických systémů. Pro kolonu tří vozidel bylo docíleno řetězové stability s nešířící se poruchou s výjimkou prvního předchozího vozidla. Výpočty bylo ukázáno shodného chování jako v (83) dle věty 3.1. Pro danou stabilní i řetězově stabilní kolonu tří vozidel proběhla simulace řízení v závislosti na počátečních podmínkách a poté i řízení s přidanou poruchou na vstupu vozidla.



(a) Průběh řízení odchyšek od polohy kolony s počátečními podmínkami



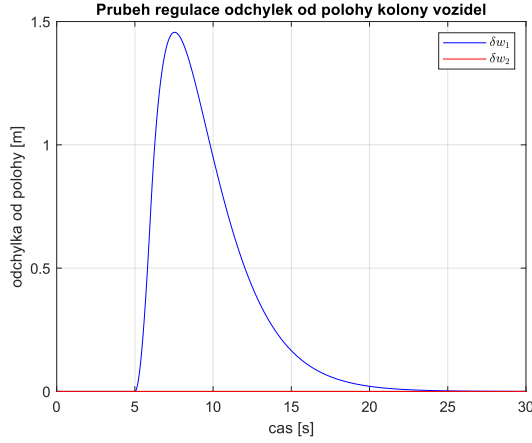
(b) Průběh řízení odchyšek od rychlosti kolony s počátečními podmínkami vozidlo

Obrázek 11: Průběh řízení odchyšek kolony tří vozidel symetrickou zpětnou vazbou s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$

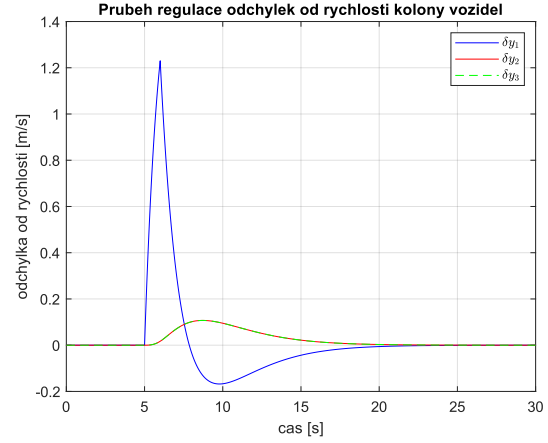
Zavedením totožných počátečních podmínek jako u LQR lze vidět v průběhu řízení na obrázku 8 obdobného chování. Podrobné porovnání proběhne v následujících částech. Pro řízení systému symetrickou zpětnou vazbou při chybě, která působí na vozidlo jako krátký pulz, můžeme vidět chování této kolony. Daná obecně vyjádřená pozorování pro odchyšky od polohy (77,79) lze demonstrovat pomocí simulace potřebné k určení řetězové stability. Zbylá pozorování budou ukázána při porovnání jednotlivých centrálních řízení. Při daném řízení bude odsimulován i průběh odchyšek od rychlosti, kde lze vidět chování vztahů dle (73,74).

Z obrázku 12a lze vidět, že pro chybu způsobenou právě na daném vozidle má systém dominantní odchyšku od polohy. Zároveň pro veškerá následující vozidla se způsobená chyba téměř nevyskytuje nebo je příliš malá až nulová z důvodu nepřesných numerických výpočtů. Danou simulací se tak potvrzují předchozí vztahy (77,79). Pro řízení odchyšek od rychlosti na obrázku 12b je ukázáno, že při poruše na daném vozidle má vozidlo taktéž dominantní odchyšku od rychlosti (73). Pro zbylá vozidla je průběh řízení totožný pro jakékoliv jiné vozidlo (74).

Pro řešení více než tří vozidel v koloně, tedy čtyř a pěti, využijeme shodného postupu jako dříve.



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 12: Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla

Obecná vlastní čísla byla opětovně volena shodně až na vždy jedno rozdílné z důvodu extrémně vysoké náročnosti na výpočet v prostředí Maple. Pro řízení čtyř vozidel a volbu obecných vlastních čísel pro přiřazení JF vycházely matice zesílení F obdobně pro konkrétní následující volbu vlastních čísel. Pro vlastní čísla v obecném tvaru platí tato přiřazovaná JF.

$$\begin{bmatrix} -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a \end{bmatrix}$$

Následným přiřazením dynamiky uzavřené smyčky podobné matici s danou Jordanovou formou docílíme shodných vlastních čísel v dynamice systému. Matice zesílení získaná řešením pro symetrickou zpětnou vazbu byla strukturou opětovně obdobná. Změna proběhla v hodnotách a úpravě velikosti matic a jiné zajímavější řešení k omezení přenosu informací mezi vozidly nebylo nalezeno. Volba vlastních čísel uzavřené smyčky byla následující:

$$\lambda_{1,2} = -a = -0.5, \quad \lambda_{3,4} = -a = -0.5, \quad \lambda_{5,6} = -a = -0.5, \quad \lambda_7 = -b = -1.$$

Pro tuto volbu vlastních čísel byla získána matice zesílení F pro čtyři vozidla.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -0.1875 & 0 & -0.1250 & 0 & -0.0625 & 0 \\ 0 & 0.0625 & 0 & -0.1250 & 0 & -0.0625 & 0 \\ 0 & 0.0625 & 0 & 0.1250 & 0 & -0.0625 & 0 \\ 0 & 0.0625 & 0 & 0.1250 & 0 & 0.1875 & 0 \end{bmatrix} \quad (98)$$

Dle (94,95) určíme opětovně podmínky řetězové stability:

$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)} \right\|_{\infty} = [1, 0, 0] \leq 1, \forall k \geq i, \quad (99)$$

$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)} \right\|_{\infty} = [1, 0, 0] \leq 1, \forall k \leq i. \quad (100)$$

Pro čtyři vozidla platí, že cirkulační matice jsou opětovně v obdobném tvaru dle věty 3.1 jako v 83:

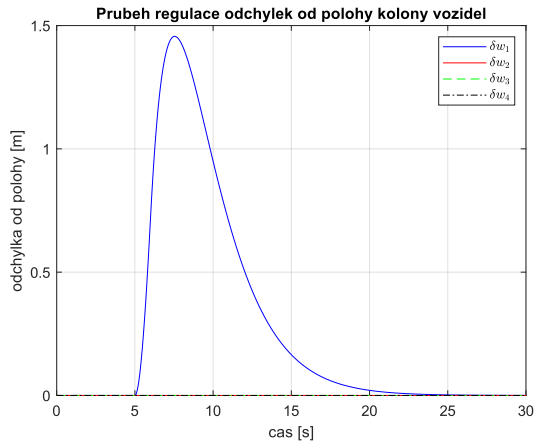
$$P_{\delta w} = \begin{bmatrix} M & -M & 0 & 0 \\ 0 & M & -M & 0 \\ 0 & 0 & M & -M \\ -M & 0 & 0 & M \end{bmatrix}, P_{\delta y} = \begin{bmatrix} R & Z & Z & Z \\ Z & R & Z & Z \\ Z & Z & R & Z \\ Z & Z & Z & R \end{bmatrix}. \quad (101)$$

Výpočtem bude rovněž ověřeno dané tvrzení i pro pět vozidel, kde bude zobrazena i simulace řízení k zobrazení vlivu chování systému na přidanou poruchu a počáteční podmínky.

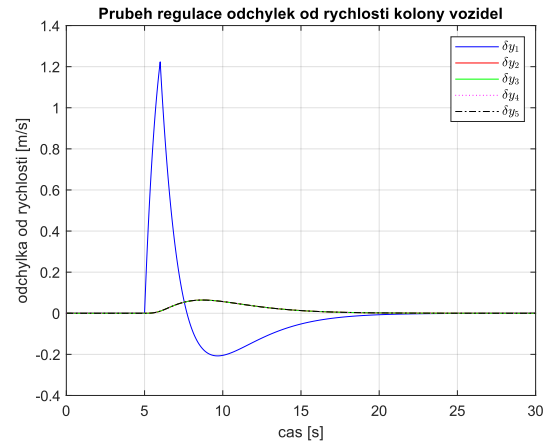
Pro pět vozidel byla shodně zvolena vlastní čísla, kde navíc přibyl jeden Jordanův blok. Obecná Jordanova forma tak byla až na jeden Jordanův blok shodná. Pro tento řízený systém byla opět vyšetřena podmínka řetězové stability, která pro všechny tři možnosti byla téměř nulová. Tím bylo zaručeno řetězové stability i pro pět vozidel s libovolnými vlastními čísly. Pro symetrickou zpětnou vazbu daného systému bylo navrženo řízení s maticí zesílení F ve tvaru:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -0.2000 & 0 & -0.1500 & 0 & -0.1000 & 0 & -0.0500 & 0 \\ 0 & 0.0500 & 0 & -0.1500 & 0 & -0.1000 & 0 & -0.0500 & 0 \\ 0 & 0.0500 & 0 & 0.1000 & 0 & -0.1000 & 0 & -0.0500 & 0 \\ 0 & 0.0500 & 0 & 0.1000 & 0 & 0.1500 & 0 & -0.0500 & 0 \\ 0 & 0.0500 & 0 & 0.1000 & 0 & 0.1500 & 0 & 0.2000 & 0 \end{bmatrix}. \quad (102)$$

U návrhu kromě vlastních čísel nezbylo žádného volného parametru, a tak nebylo možné topologii komunikace vozidel nijak více omezit. Dané řízení pěti vozidel bylo odsimulováno pro přidanou vstupní poruchu aplikovanou na první vozidlo.



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 13: Průběh řízení odchylek kolony pěti vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla

Z průběhů na obrázku 13 lze vidět, že i pro pět vozidel se tímto pozorováním potvrdila zformulovaná hypotéza 3.0.1. Vlastnosti z přenosů (73,74,77,79) lze vidět z průběhů na obrázcích 13a, 13b. Podmínka řetězové stability pro pět vozidel při opětovném užití vztahů (94,95) tak bude následující:

$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)} \right\|_{\infty} = [1, 0, 0, 0] \leq 1, \forall k \geq i, \quad (103)$$

$$\left\| \frac{P_{d_i \rightarrow \delta w_{k-1}}(j\omega)}{P_{d_i \rightarrow \delta w_k}(j\omega)} \right\|_{\infty} = [1, 0, 0, 0] \leq 1, \forall k \leq i. \quad (104)$$

Kde jednička v podmínkách (103,104) představuje podmínku prvního předchozího a aktuálního vozidla. Cirkulační matice dle věty 3.1 jsou následující:

$$P_{\delta w} = \begin{bmatrix} M & -M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & -M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & -M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M & -M \\ -M & 0 & 0 & 0 & M \end{bmatrix}, P_{\delta y} = \begin{bmatrix} R & Z & Z & Z & Z \\ Z & R & Z & Z & Z \\ Z & Z & R & Z & Z \\ Z & Z & Z & R & Z \\ Z & Z & Z & Z & R \end{bmatrix}. \quad (105)$$

Ze (105) lze vidět strukturou shodných matic jako u (83). Dle věty 3.1 tak lze zaručit řetězovou stabilitu pro obecný počet vozidel v koloně, která je řízena symetrickou zpětnou vazbou. Na obrázku 13a lze vidět, že porucha způsobená na prvním vozidle neovlivňuje odchylky od poloh mezi následujícími vozidly. Porucha se tak vůbec nešíří kolonou s výjimkou předchozího vozidla. Pro získané návrhy využívající struktury pouze odchylek od poloh vozidel (71,98,102) by se mohlo jednat o ideální návrh řízení. V další části zabývající se porovnáním řízení bude ukázáno, že tato porucha bude mít přesně opačný vliv na odchylku polohy prvního předchozího vozidla a pro další předchozí vozidla již nebude mít opětovně žádný vliv dle (105). Z obrázku 13b lze vidět, že kromě vozidla s aplikovanou poruchou jsou zbylé odchylky od rychlosti vždy totožné. Pro dané odchylky od rychlosti jsou odchylky totožné i pro veškerá předchozí vozidla.

Při pozorování bylo zjištěno, že zformulované vztahy jsou vždy platné pro zkoumanou situaci tří až pěti vozidel. Pozorování ze vztahů (73,74,77,78,79) jsou platnými dle věty 3.1 při řízení symetrickou zpětnou vazbou. Kontrola neproběhla pro více vozidel, ale daná hypotéza 3.0.1 je dokázána větou 3.1 a můžeme očekávat shodného chování pro více vozidel při symetrickém řízení. Dále bylo zaručeno libovolné volby vlastních čísel u navržených symetrických zpětných vazeb. Libovolnou volbou můžeme docílit větší agresivity systému odpovídající rychlejšímu řízení posunutím pólů dál v levé komplexní polovině.

3.6 Distribuované řízení

Základním principem u distribuovaného řízení je způsob, kterým řídí jednotlivé agenty. Agenti neboli jednotlivá vozidla představují systémy, které poskytují k řízení jejich aktuální polohy či odchylky rychlosti a polohy předávají dalším agentům. Z regulátorů využívající pouze polohy vozidel pro daného agenta a zrychlení vedoucího a předchozích agentů se poté generuje zrychlení jako vstup pro daný systém představující vozidlo společně pro následujícího agenta, který toto zrychlení užívá uvnitř vlastního regulátoru viz obrázek 5b. Z pohledu řízení máme problematiku složenou ze čtyř částí, které představují dynamiku vozidel, výměnu informačního toku mezi vozidly, decentralizované regulátory a opatření na rozestupy mezi vozidly [49, 52].

Mezi výhody či nevýhody distribuované řízení by se dal zařadit opak zmíněných výhod u centrálního řízení. Distribuované řízení dosáhlo velké pozornosti v předchozích letech. Převážně se zaměřuje na řízení nákladních automobilů, ale může být využito i pro osobní automobily za účelem zlepšení provozních podmínek. Pro daná vozidla v podélné koloně při distribuovaném řízení se využívá omezené komunikační topologie 3.1. V nynější době se tak zaměřuje převážně na jednoduché typy předávání informací. Mezi dominantní typy patří PF, BD a případně dané topologie s komunikací ještě s vedoucím prvkem PLF, BLD 3.1 [40].

Pro decentralizované řízení můžeme použít například následujících metod k návrhu řízení.

- řízení s klouzavým režimem (SMC) [49]
- prediktivní řízení modelu (MPC) [51]
- strukturální dekompozice modelu pro LQR řízení [2, 11, 44]
- přiřazení požadované JF (viz daná kapitola)
- vlnové řízení [30]

V dané práci bude navrženo distribuovaného řízení pomocí přiřazení pólů dynamice uzavřené smyčky kolony pro tři a případně až pěti vozidel. U kolony se pokusíme nalézt takové řešení, které povede na omezení komunikace mezi vozidly pro základní topologie zmíněné v následující části. Symetrický návrh řízení byl příliš výpočetně náročný k určení řešení a zavedení omezené struktury komunikace vozidel. Proto navržená řízení budou realizována nesymetrickou stavovou zpětnou vazbou.

3.7 Distribuovaný návrh řízení přiřazením pólů

Pro decentralizovanou kolonu složenou z částí zahrnující dynamiku vozidel, decentralizovaných regulátorů, komunikační topologii přenosu informačního toku mezi vozidly a přístupu odstupů mezi vozidly tak lze navrhnout decentralizované řízení. Pro takovou kolonu budeme přiřazovat požadované póly dynamice uzavřené smyčky v podobě statické stavové zpětné vazby. Volbou vhodné Jordanovy formy docílíme stabilizace systému. Následnou volbou volných parametrů se pokusíme docílit základních komunikačních topologií mezi vozidly v podobě PF, BD a komunikaci v opačném směru pro PF, tedy SF. Dané komunikace mezi vozidly se pokusíme provést v experimentech pro tři až pět vozidel. Při užití některé z možných komunikačních topologií tak například pro PF bude vypadat přenos informací dle obrázku 5b.

Východiskem této strategie bude zpětnovazební řízení v již zmíněné podobě stavové zpětné vazby (33,48). Pro takové řízení bude zapotřebí přiřadit veškeré póly systému. Dynamika systému bude přiřazena požadovaně volitelným tvarem Jordanovy formy. Vhodnou obecnou volbou Jordanových bloků parametrizujeme veškerá řešení této stavové zpětné vazby. Z veškerých zpětných vazeb proběhne specifikace volných parametrů k zajištění požadovaných komunikačních topologií. Zaručení stabilizace systému proběhne vhodnou volbou vlastních čísel. Touto metodou přiřadíme dynamice uzavřeného systému podobnou matici L , pro kterou odpovídá opětovně následující vztah.

$$(A + BK) \sim L \quad (106)$$

Takovou vhodnou volbou přiřazované matice L podobné dynamice uzavřené smyčky (106) lze docílit stabilizace systému, kde neřízený systém vychází opětovně z předchozích částí 2.6.1. Volbou této Jordanovy formy přiřazované dynamice uzavřené smyčky hledáme nějaké přiřazení dynamiky, které umožňuje zrealizovat danou informační strukturu. Pro získání těchto topologií se budeme pokoušet nalézt co nejvíce možných realizací přiřazované dynamiky. Z případně nalezené množiny realizací se omezíme právě na nejvýhodnější tvar z této podmnožiny.

3.7.1 Volba návrhových parametrů

Pro decentralizované řízení tří až pěti vozidel proběhly návrhy řízení při použití komunikačních topologií BD, PF a PF v opačném směru. Topologie PF tak představuje získávání informací od předchozího vozidla a opak této topologie budeme značit SF (Successor follower). Taková topologie SC získává informace od nadcházejícího vozidla v koloně, tedy od vozidla nacházejícím se za ním.

V dané části proběhne návrh řízení pro tři vozidla s veškerými zmíněnými topologiemi přenosu informace. Pro decentralizované řízení budou zobrazeny tři možnosti vyřešené řetězové stability. Bude ukázáno tři návrhů různých topologií, kde jeden z nich bude řetězově stabilní a následující návrh bude řetězově nestabilní. Poslední návrh bude představovat řetězově nestabilní systém dle numerických výpočtů, ale zavedením poruchy ve tvaru pulzu bude řešení vyhovující. Takové užití topologií omezilo komunikační vazby oproti centrálnímu návrhu mezi komunikací vozidly ze všech možných na komunikace pouze se sousedními vozidly. U každého návrhu je možné volit požadovaný tvar Jordanovy formy. Můžeme volit vlastní čísla představující Jordanovy bloky po diagonále přiřazované matice. Velikost bloků lze volit dle jejich násobnosti. V práci bylo odzkoušeno více možných variant těchto forem a následně byly zmíněny ty nejvíce relevantní JF. Při řešení distribuovaného řízení jsme se tak omezili na zmíněné Jordanovy formy často i z důvodu vysoké náročnosti na výpočet. Při využití super počítače by tvarů JF mohlo být

odzkoušeno mnohem více. Tím bychom mohli zaručit i více různých vlastních čísel a případně i nezískaných topologií pro více vozidel.

Pro návrh řízení s užitím topologie PF bylo zavedeno požadované obecné Jordanovy formy v následující podobě.

$$L = \begin{bmatrix} -a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \quad (107)$$

Použitím této obecné JF (107) proběhla parametrizace všech možných řešení pro takové přiřazení dynamiky. Dále ze všech možných řešení bylo určeno takové řešení, které vedlo na potřebnou komunikaci mezi vozidly. Užitím nalezeného řešení jsme docílili získání komunikace PF, pro kterou byla zvolena následující vlastní čísla (108).

$$\lambda_{1,2,3,4} = -a = -b = -1, \quad \lambda_5 = -c = -2 \quad (108)$$

Takovou volbou pólů systému bylo docíleno jeho stabilizace a zaručením potřebné topologie přenosu informace za použití zbylých volných parametrů. Získaným řešením byla matice zesílení K. Pomocí dané matice zesílení bylo dosaženo řízení s užitím především stavů od předchozího vozidla a dále pouze některých, případně veškerých svých stavů. Výjimka nastává u prvního vozidla, které nemá předchozí vozidlo a používá pouze své vlastní stavy k řízení. Matice zesílení K zaručuje požadovanou dynamiku uzavřené smyčky a je v následujícím tvaru (109).

$$K = \begin{bmatrix} -0.5000 & -0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7500 & 0.7500 & -1.5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 1.0000 & -1.0000 \end{bmatrix} \quad (109)$$

Získáním takového řešení matice zesílení obdržíme následnou dynamiku uzavřené smyčky pro tři vozidla (110).

$$A_z = \begin{bmatrix} -1.5000 & -0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 \\ 0.7500 & 0.7500 & -2.5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -1.0000 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 1.0000 & -2.0000 \end{bmatrix} \quad (110)$$

Z matice zesílení a dynamiky tohoto řízeného systému lze vidět, že se skutečně jedná o zmiňovanou PF informační topologii, která je zobrazena v prvním řádku na obrázku 4. V následující části budou zobrazeny důležité přenosové funkce potřebné k určení řetězové stability.

Další návrh pro tři vozidla představoval topologii s užitím opačného směru přenosu informace, tedy SF. Tato komunikace získává informace od následného vozidla v koloně. Postup byl obdobný jako u řešení pro PF. Struktura JF byla zvolena shodně (107). Parametrizací všech řešení a dosazením vhodného řešení s volnými parametry bylo docíleno požadované topologie s následující volbou vlastních čísel (111).

$$\lambda_{1,2} = -a = -1, \quad \lambda_{3,4,5} = -b = -c = -\frac{1}{2} \quad (111)$$

Dosazením těchto vlastních čísel a použitím vhodné kombinace volných parametrů byla získána matice zesílení K (112) a požadovaná dynamika tohoto řízeného systému A_z (113).

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -0.2500 & 0.3889 & 0.0556 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 & -1.0000 & 1.7500 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$A_z = \begin{bmatrix} -1.0000 & -0.2500 & 0.3889 & 0.0556 & 0 \\ 1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.0000 & -1.0000 & 1.7500 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5000 \end{bmatrix} \quad (113)$$

Těmito maticemi lze potvrdit užití dané topologie SF, která má opačný přenos informace od topologie PF.

Posledním návrhem pro tři vozidla je sloučení těchto předchozích topologií. Takovou topologií nazýváme obousměrnou neboli BD. Obdobným postupem bylo docíleno opětovně požadované dynamiky řízeného systému a požadovaného tvaru matice zesílení stavové zpětné vazby. Shodným postupem přiřazením obecné JF bylo získáno vhodných volných parametrů. Dosazením parametrů a volbou vlastních čísel bylo docíleno požadované topologie ve struktuře matice zesílení i dynamiky této řízené kolony. Volba vlastních čísel byla v této podobě (114).

$$\lambda_{1,2} = -a = -1, \quad \lambda_{3,4,5} = -b = -c = -2 \quad (114)$$

Zpětnovazební matice řízení K byla dosažena v následujícím tvaru (115) a pro tento řízený systém bylo získáno následující dynamiky (116).

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -0.2500 & 0.3889 & 0.0556 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 & -1.0000 & 1.7500 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad (115)$$

$$A_z = \begin{bmatrix} -1.0000 & -0.2500 & 0.3889 & 0.0556 & 0 \\ 1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.0000 & -1.0000 & 1.7500 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5000 \end{bmatrix} \quad (116)$$

Opětovně z těchto tvarů matic lze potvrdit, že pro daný řízený systém byla omezena informační topologie přenosu informace na zmíněnou obousměrnou topologii. Tato obousměrná topologie využívající veličin od obou sousedů je zobrazena ve třetím řádku na obrázku 4. Pro kolonu tří vozidel bylo tedy dosaženo těchto tří základních topologií, které bývají často využívány. V dalších částech budou určeny potřebné přenosové funkce k zjištění řetězové stability. Dále se pokusíme nalézt dané topologie u více vozidel, pro které budou zobrazeny průběhy řízení a důležité přenosy k určení řetězové stability.

3.7.2 Přenosy a řetězová stabilita

Pro jednotlivé typy topologií zde budou zobrazeny potřebné přenosové funkce důležité k určení podmínky řetězové stability. Pro topologii PF je potřebné užít podmínky silné řetězové stability (25) [6]. Taková porucha se šíří průchodem kolonou na následující vozidla. Pro topologii SF je taková podmínka a šíření poruchy opačné. Pro topologii v obou těchto směrech a komunikaci s oběma sousedními agenty je zapotřebí vyřešit řetězové stability dle podmínky řetězové stability v obou směrech [12]. Přenosy ze vstupu na výstup opětovně určíme dle vztahů (57,61). Pro PF určíme přenosy z poruch na výstupní odchylky od polohy jednotlivých vozidel. Z daného předpisu získáme následující přenosy mezi vstupní chybou a výstupními odchylkami od poloh.

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{s + 1.75}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}$$

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{0.75s^2 + 1.5s + 0.75}{s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2}$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-s - 1.5}{s^5 + 3s^4 + 3.5s^3 + 2s^2 + 0.5625s + 0.0625}$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{s^3 + 2.5s^2 + 2s + 0.5}{s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2}$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(s) = 0$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{-1}{s^2 + 2s + 1}$$

Z přenosových funkcí lze vidět, že průchodem poruchy bylo docíleno splnění podmínky silné řetězové stability. Tento předpoklad si ověříme i numerickým výpočtem H_∞ normou v (117). Pro tento výpočet bylo podle předpokladu zaručeno splnění řetězové stability v daném návrhu řízení kolony tří vozidel s topologií PF.

$$\left\| \frac{P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)}{P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)} \right\|_\infty = \sup_\omega |Q_{1,2}(j\omega)| = 0.4286 \leq 1 \quad (117)$$

Z přenosu zmíněném při poruše d_3 se porucha přenáší na veškerá předchozí vozidla a lze vidět, že porucha působí pouze na první předchozí vozidlo a poté již nemá žádný vliv na další vozidla.

Použitím vztahu pro získání přenosů při topologii SF budou přenosové funkce tří vozidel následující.

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{1}{s^2 + s + 0.25}$$

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(s) = 0$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-s^2 - 0.6111s + 0.05556}{s^4 + 3s^3 + 3.25s^2 + 1.5s + 0.25}$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-1.75s^2 - 2.125s - 0.625}{s^5 + 3.5s^4 + 4.75s^3 + 3.125s^2 + s + 0.125}$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{-s - 0.25}{s^3 + 2.5s^2 + 2s + 0.5}$$

Z těchto přenosů lze pozorovat téměř opačného chování vzhledem k předešlé topologii PF. Způsobená porucha nemá žádný vliv na následující vozidlo v koloně, nicméně má značný vliv na předchozí vozidlo. Určením podmínky řetězové stability v opačném směru bylo ukázáno, že při daném řízení nebyla tato podmínka splněna. Podmínku v postupném působení poruchy ve směru k následujícím vozidlům není potřebné určovat. Řešena byla pouze podmínka zmíněná pro druhý směr působení poruchy (118), která se následně užívá i pro BD topologii [12].

$$\left\| \frac{P_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)}{P_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)} \right\|_\infty = \sup_\omega |Q_{2,1}(j\omega)| = 10 \not\leq 1 \quad (118)$$

Z této podmínky k určení řetězové stability v opačném směru, zmíněné v [12], bylo zaručeno nesplnění řetězové stability a pro daný problém bude provedena simulace v následující části s výsledky. V případě jiné vhodné volby vlastních čísel bylo u této strategie řetězové stability již zaručeno. Jedná se tedy pouze u ukázkový případ se simulacemi s nesplněnou podmínkou.

Poslední navržená topologie se třemi vozidly představuje obousměrná komunikace vozidla s jeho oběma sousedy. Pro BD určíme přenosy opětovně ze vztahů (57,61). Tyto potřebné

přenosové funkce k určení řetězové stability budou vypadat následovně.

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{s^3 + 4s^2 + 4s + 3.013^{16}}{s^5 + 8s^4 + 25s^3 + 38s^2 + 28s + 8}$$

$$P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{0.6667s^2 + 2.667s + 2.667}{s^5 + 8s^4 + 25s^3 + 38s^2 + 28s + 8}$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{-s^3 - 5.5s^2 - 10s - 6}{s^5 + 8s^4 + 25s^3 + 38s^2 + 28s + 8}$$

$$P_{d_2 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{s^3 + 5.333s^2 + 9.333s + 5.333}{s^5 + 8s^4 + 25s^3 + 38s^2 + 28s + 8}$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(s) = \frac{1.5s^2 + 6s + 6}{s^5 + 8s^4 + 25s^3 + 38s^2 + 28s + 8}$$

$$P_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(s) = \frac{-s^3 - 6s^2 - 12s - 8}{s^5 + 8s^4 + 25s^3 + 38s^2 + 28s + 8}$$

Pro vyšetření řetězové stability této kolony se zvolenou topologií BD bude potřebné užít obou dříve použitých podmínek řetězové stability (117,118). Tento problém řešíme z důvodu, že pro BD topologii je možné působení obousměrné poruchy v průběhu celé kolony. Pro kolonu tří vozidel potřebujeme vyšetřit dvě podmínky řetězové stability pro řízení s BD topologií [12].

$$\left\| \frac{P_{d_1 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)}{P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{1,2}(j\omega)| = 8.8500^{15} \not\leq 1 \quad (119)$$

$$\left\| \frac{P_{d_3 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)}{P_{d_3 \rightarrow \delta w_2}(j\omega)} \right\|_{\infty} = \sup_{\omega} |Q_{2,1}(j\omega)| = 0.7500 \leq 1 \quad (120)$$

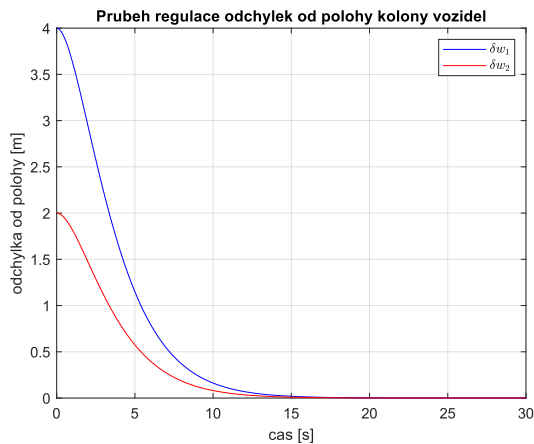
Podmínka, kde porucha působí průchodem kolonou směrem k vedoucímu prvku kolony, byla splněna v rovnici (120). Dále však nastává problém u řešení podmínky silné řetězové stability ve směru k poslednímu prvku vozidla (119). V takovém případě podmínka nebyla splněna. Pro danou topologii je ukázáno, že se jedná o řetězově nestabilní systém. U daného řízení vznikl přenos $P_{d_1 \rightarrow \delta w_1}(j\omega)$, který obsahuje téměř nulový prvek vzniklý pravděpodobně numerickými chybami v zaokrouhlování. V daném přenosu se tedy na počátečních frekvencích blízkých nule počítá poměr s téměř nulovým jmenovatelem. Tím získáváme maximální hodnoty při vypočítaném poměru a v následně určené řetězové stabilitě při zavedeném pulzu na vstupu systému. Zavedením omezující frekvence, na které by tato norma byla počítána, by mohlo pomoci odstranit takto vysoké hodnoty. Dále dle simulací v kapitole s výsledky bude ukázáno, že při přidání poruše v podobě pulzu na vstupu se tato porucha bude postupně v následujících vozidlech snižovat. Z této simulace tak bude ukázáno, že i přes nesplnění podmínky řetězové stability se poruchy průchodem kolonou nebudou zesilovat v případě poruchy v podobě kratšího pulzu. Volbou těchto volných parametrů nebylo numericky zaručeno řetězové stability, nicméně při jiné vhodné odzkoušené volbě vlastních čísel již bylo zaručeno řetězové stability pro libovolnou poruchu.

3.7.3 Implementace řízení

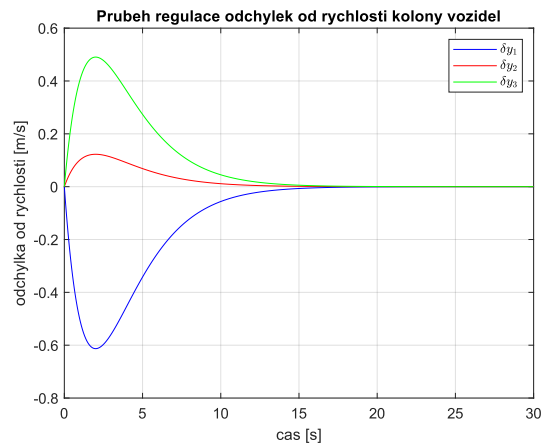
Dané navržené řízení proběhlo v prostředí Maple a byly parametrizovány veškerá možná řešení pro obecnou volbu dynamiky. Z této parametrizace všech řešení za využití volných parametrů bylo zvoleno takové řešení, které odpovídalo vhodným topologiím decentralizovaného řízení s vhodnou volbou vlastních čísel. Následně bylo řízení přeneseno do programového prostředí MATLAB/Simulink, kde byly určeny přenosové funkce a řetězová stabilita. Dále pro tyto decentralizované řízené systémy kolony bylo užito opětovně schématu zapojení na obrázku 6, ze kterého proběhly potřebné simulace. Minimální úpravou tohoto schématu zapojení budou následně re-alizovány simulace pro více vozidel, kde můžeme provést simulaci řízení přidáním poruch na vstupu jednotlivých vozidel či průběh řízení při libovolných počátečních podmínkách.

3.7.4 Výsledky distribuovaného řízení

V této části budou zobrazeny a diskutovány výsledky, které byly získány při návrhu a simulaci decentralizovaného řízení s požadovanými topologiemi tří vozidel. Navržený decentralizovaný způsob řízení pro přenos informace PF byl dle numerických výpočtů vyhovující. Volbou vlastních čísel v následujícím tvaru (108) bylo zaručeno stabilizace systému a při kontrole podmínky bylo zaručeno i řetězové stability (117). Pro tento stabilní systém proběhnu simulace průběhu řízení odchylek na výstupu při nenulových počátečních podmínkách na obrázku 14 a následně řízení při aplikované poruše na prvním vozidle na obrázku 15.

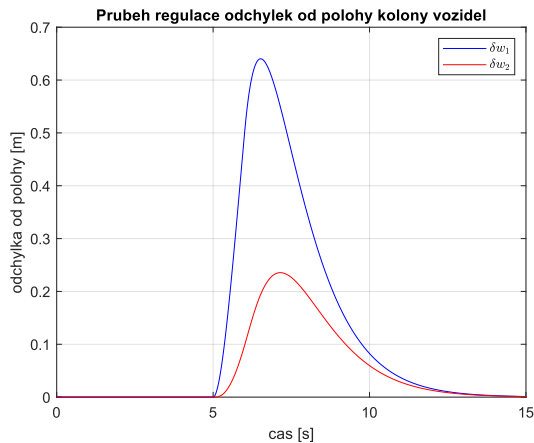


(a) Průběh řízení odchylek od polohy kolony s počátečními podmínkami

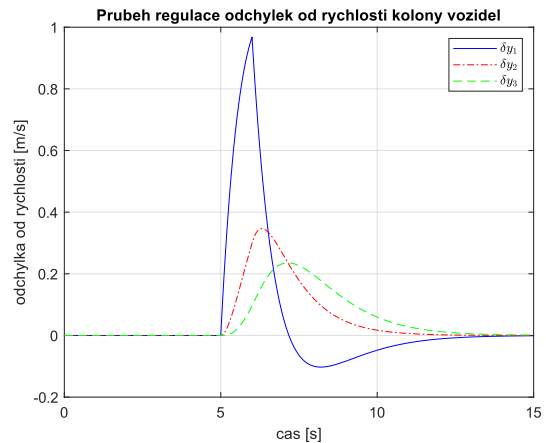


(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s počátečními podmínkami vozidlo

Obrázek 14: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie PF s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



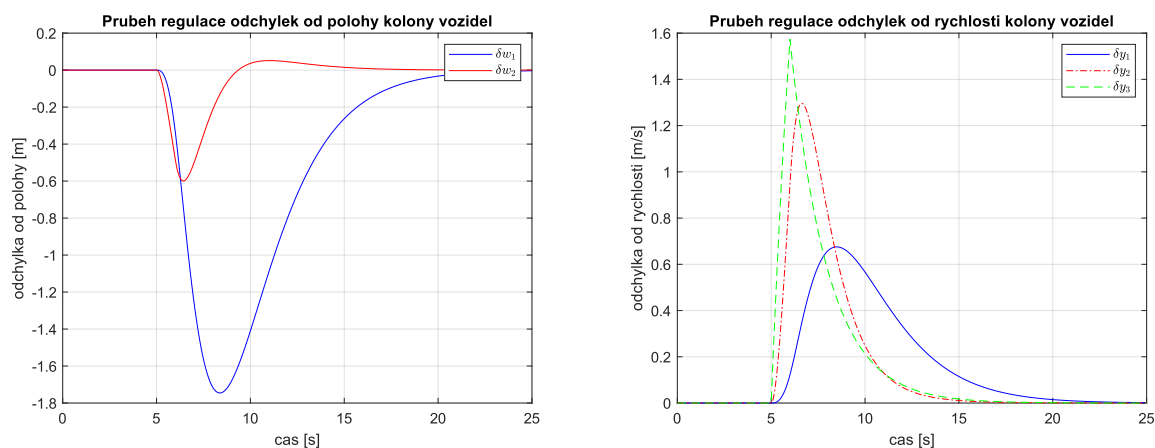
(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 15: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie PF s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla

Z grafů na obrázku 14 lze vidět správného průběhu řízení nenulových počátečních podmínek v odchylkách od polohy i rychlosti. Následně z obrázku 15 můžeme vidět průběh řízení odchylek od polohy i rychlosti při aplikované poruše na prvním vozidle. Pro topologii PF tím bylo zaručeno potvrzení numerických výpočtů splnění řetězové stability. Na daném průběhu tak lze vidět, že se porucha průchodem kolony postupně snižuje. V dalších částech zahrnujících porovnání budou zobrazeny výsledky pro více vozidel. Dále pro zbylé topologie budou zobrazeny pouze simu-

lace ohledně průběhu řízení s aplikovanou poruchou a případné průběhy řízení s počátečními podmínkami byly vloženy do příloh. Pro SF topologii je řízení počátečních podmínek zobrazeno na obrázku 26 a pro BD topologii je na obrázku 27. Takový průběh řízení počátečních podmínek z obrázku 27a by mohl pro menší rozestupy mezi vozidly značit nepřijatelné situace.

Pro topologii SF decentralizovaného řízení se dle numerických výpočtů projevilo nesplnění této podmínky při aplikované poruše působící směrem k vedoucímu prvku kolony. Vhodnou volbou vlastních čísel (111) se tento systém s topologií SF stabilizoval, nicméně pro danou topologii nebyla splněna podmínka řetězové stability (118). Takovou situaci lze sledovat aplikováním poruchy na třetí vozidlo. Porucha následně vybudí odezvu na předchozích odchylkách od polohy na obrázku 16a.



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou

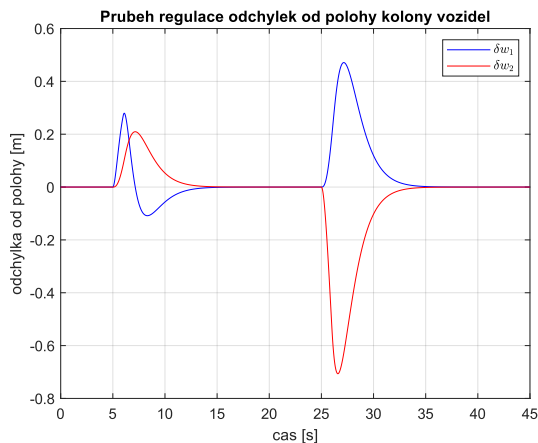
(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 16: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie SF s nenulovou chybou na vstupu třetího vozidla

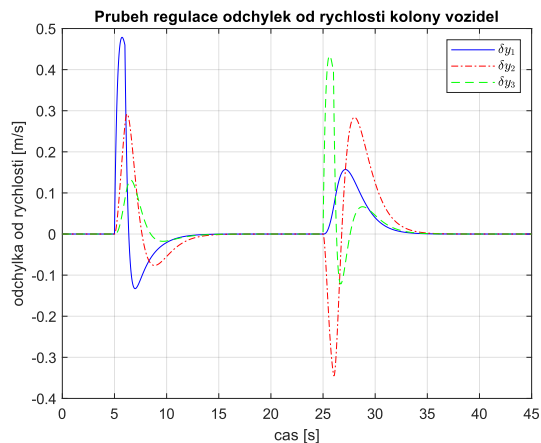
Z tohoto řízení průběhu na obrázku 16a lze pozorovat zvětšené odchylky od polohy prvního vozidla vlivem aplikované poruchy. Tato odchylka od polohy prvního vozidla je dle numerických výpočtů znatelně vyšší než odchylka od polohy druhého vozidla. Z takového pozorování lze potvrdit numerický výpočet o nesplnění řetězové stability.

Poslední návrh spočíval v docílení obousměrné komunikace BD. Dle určených numerických výpočtů bylo ukázáno nesplnění řetězové stability při aplikované poruše procházející kolonou směrem k poslednímu vozidlu (119). V opačném směru bylo docíleno řetězové stability (120). Na zobrazených grafech na obrázku 17 se tak budeme zaměřovat na situaci s nesplněnou řetězovou stabilitou, která byla dříve prodiskutována.

Z obrázku 17a lze v první části grafu vidět odezvu odchylek od polohy způsobené aplikováním poruchy na první vozidlo. Tato porucha se průchodem kolonou šíří postupně na následující vozidla a jejich odchylky od poloh, které musí být pro splnění řetězové stability nižší. Dle tohoto průběhu můžeme potvrdit uvažovanou diskuzi ohledně problému nesplnění podmínky (119). Z důvodu velmi malých nebo nulových hodnot frekvenční přenosové funkce na počátečních frekvencích se vytvořením poměru s tímto přenosem ve jmenovateli docílí až nekonečně vysoké hodnoty automaticky nesplňující podmínku řetězové stability v daném směru (119). Dle simulace a zvoleného vstupního pulzu lze konstatovat, že při tomto vstupu by se jednalo o řetězově stabilní návrh s topologií BD. Zároveň bylo ukázáno zaručení topologie shodnou volbou vlastních čísel v (69,108). Každopádně při splnění dané topologie nebylo splněno symetrie systému. V dalších částech zabývajících se porovnáním se pokusíme zobrazit dané topologie i pro více vozidel a porovnat tyto problémy.



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 17: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie BD s nenulovou chybou na vstupu prvního a třetího vozidla

3.8 Digitální dvojče kolony

V této části bude popsán a vysvětlen pojem digitální dvojče. Následně bude zobrazena virtuální realizace kolony vozidel reprezentující právě takové digitální dvojče.

Digitální dvojče představuje digitální či virtuální model, který slouží jako digitální replika takového reálného fyzického systému [33, 47]. Svou funkcí dokáže predikovat budoucí chování a zamezit tak chybám zařízení před užitím do provozu [33]. Rozdíl samotného digitálního dvojčete oproti simulacím spočívá v řešení a práci v reálném čase, a tedy s daty získané v reálném čase [47]. Nejedná se tak o simulaci jednoho konkrétního případu, ale při získávání více relevantních a reálných dat takové dvojče vylepšuje procesy a zařízení [47]. Z dříve zmíněných postupů při vývoji by takové digitální dvojče odpovídalo pojmu MIL simulaci představující také simulaci v reálném čase 1.3.3. Využití virtuálního modelu dvojčete je použito v celé řadě odvětví průmyslů pro mnoho aplikací [48]. Jednou z těchto variant je právě automobilový průmysl, ve kterém virtuální model sbírá a analyzuje data z reálného času [48].

Tento model digitálního dvojčete byl vytvořen v programovém prostředí MATLABu za využití prostředí App Designer. App Designer slouží jako integrované prostředí představující grafické uživatelské rozhraní s chováním programovatelné aplikace [31]. Pomocí vytvořeného virtuálního modelu v App Designeru pracujícího v reálném čase byla vytvořena kolona vozidel. Pro tuto virtuální kolonu lze realizovat potřebné chování v podobě aplikování poruch na vozidla a v daném okamžiku sledování kvality a chování navržených řízení. V daném prostředí lze dle volby uživatele vizualizovat kolonu tří až deseti vozidel. Pohled na zhotovenou aplikaci byl zahrnut do příloh na obrázku 25.

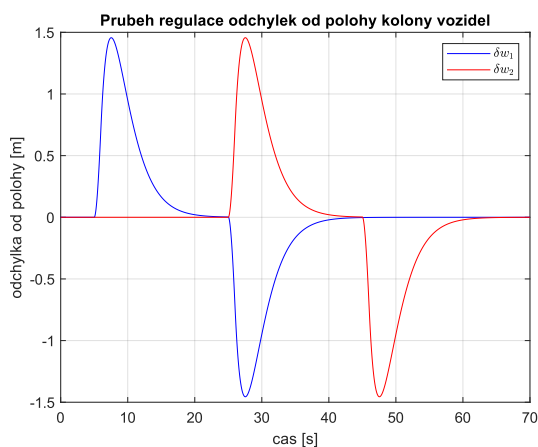
V této vizualizační aplikaci na obrázku 25 pracující v reálném čase lze vidět virtuální vozidla představující kolonu vozidel. U této kolony můžeme vidět zobrazené požadované odstupy před vozidlem i s aktuálními řízenými rozestupy mezi vozidly. Dále se v aplikaci nachází interaktivní prvky pro výběr řízení této kolony, zadání velikosti kolony, velikosti rozestupů mezi vozidly a velikosti poruchy přidané na libovolné vozidlo dle volby uživatele.

4 Porovnání a diskuze

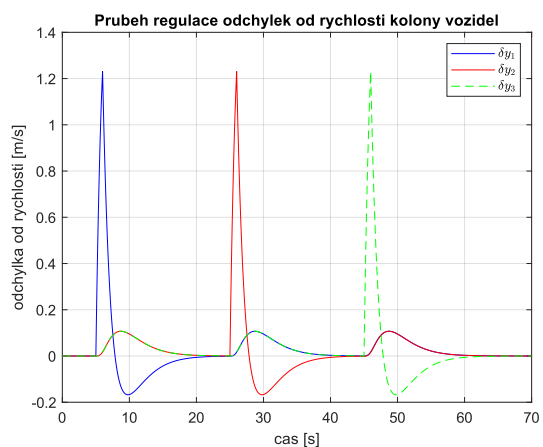
V dané sekci budou porovnány metody centrálního a distribuovaného řízení jednotlivě i vzájemně mezi sebou. Porovnání budou diskutována i v rámci více vozidel v koloně. Zároveň veškerá navržená řízení budou porovnána s řízením založeném na strukturální dekompozici systému, které má optimální řízení pomocí LQR z [11]. V neposlední řadě bude diskutováno možné vylepšení či rozšíření a budoucí práce.

4.1 Výsledky a simulace centrálního řízení

V dané části budou v simulaci zobrazeny obecně vyjádřené vztahy, které nebyly zobrazeny v předchozích simulacích. Jedná se o působení poruchy na odchylky od polohy předchozích vozidel (78) a odchylky od rychlosti (74). Pro tři až pět vozidel lze zobrazit postupné působení všech zavedených poruch na vstupu. Pro tři vozidla následně proběhne porovnání oproti návrhu metodou LQR pro shodné průběhy.

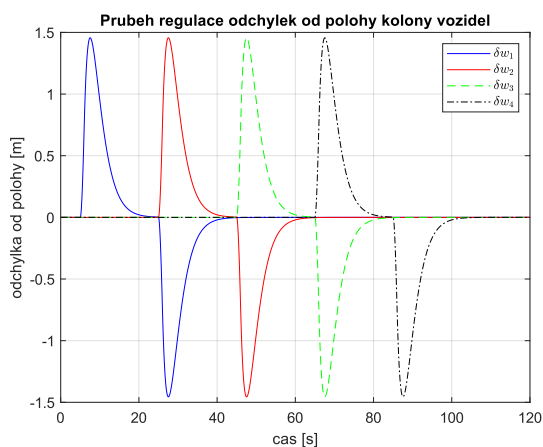


(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami

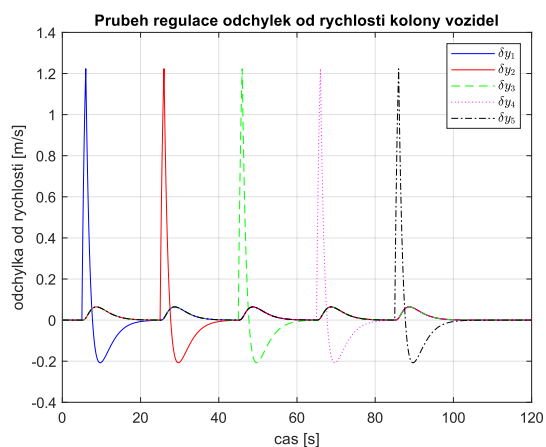


(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s postupně všemi přidanými poruchami

Obrázek 18: Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami

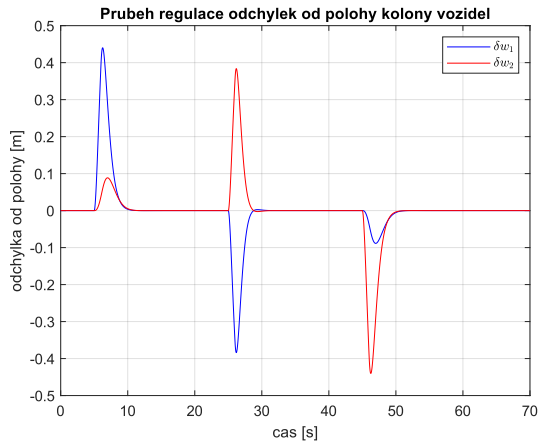


(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s postupně všemi přidanými poruchami

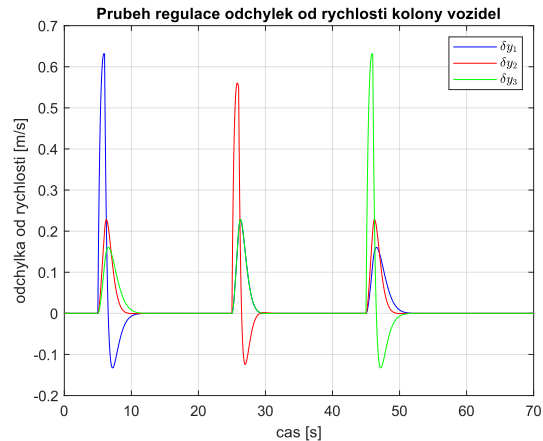
Obrázek 19: Průběh řízení odchylek kolony pěti vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami

Z průběhů pro odchylky od rychlostí na obrázcích 18b, 19b vidíme, že při postupných aplikacích poruch je odchylka vždy shodná na vozidle, na kterém byla porucha aplikována. Pro zbylá vozidla s přenesenou poruchou vznikne odlišné odezvy, ale shodné pro tato zbylá vozidla v koloně.

Pro průběhy s odchylkou od polohy na obrázcích 18a, 19a platí tři zmíněná chování v sekci 3.4.2. Pro shodně zavedenou poruchu na veškerých vozidlech vznikne vždy shodná odezva odchylky od polohy vozidla s aplikovanou poruchou. Dané chování je rozdílné u řízení pomocí LQR. Dále lze vidět, že porucha způsobená na některém z vozidel je velikost poruchy opačná na prvním předchozím vozidle a na následujících je již téměř nulová. Nakonec platí, že při aplikované chybě na některém z vozidel je odchylka od polohy následujícího vozidla téměř nulová.



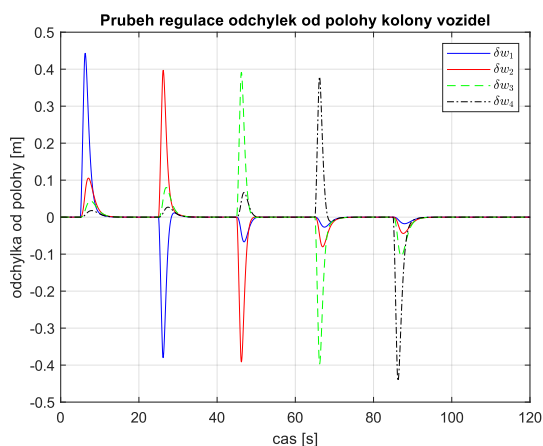
(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami



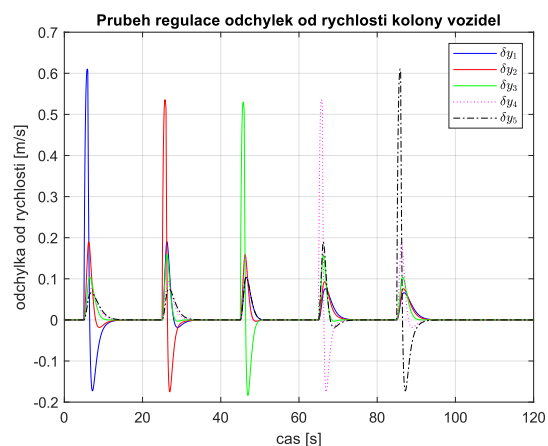
(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s postupně všemi přidanými poruchami

Obrázek 20: Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel pomocí LQR s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami

Jak bylo zmíněno pro řízení pomocí LQR, shodně zadaná velikost všech poruch při tomto řízení není totožná jako u řízení symetrických systémů. Některé z vlastností vyjádřených pro symetrické systémy jsou podobné i u LQR, ale neplatí totožně.



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s postupně všemi přidanými poruchami

Obrázek 21: Průběh řízení odchylek kolony pěti vozidel pomocí LQR s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami

Pro poruchu na obrázku 20a způsobenou na některém z vozidel je porucha na předchozí odchylce od polohy záporná, ale není absolutně shodná. Dále na obrázku 20b zobrazujícím

odchyly od rychlosti vozidel platí při průchodu poruchy kolonou, že jsou postupně zmenšovány ve směru k následujícím i předchozím vozidlům. Tato pozorování lze potvrdit i pro pět vozidel viz obrázek 21.

4.2 Výsledky a simulace distribuovaného řízení

V dané části budou zobrazeny dosažené výsledky topologií pro více vozidel. Pro čtyři vozidla představíme topologii BD. U dané topologie zobrazíme takovou situaci, která nastala při této komunikaci u tří vozidel.

Návrh pro čtyři vozidla v obecném tvaru JF byl tak výpočetně složitý, že muselo proběhnout dosazení vlastních čísel. Taková vlastní čísla byla v této podobě pro obdobný tvar JF jako u (107) s jedním přidaným blokem dvojice b .

$$\lambda_{1,2} = -a = -1, \quad \lambda_{3,4,5,6} = -b = -2, \quad \lambda_7 = -c = -2$$

Takovou volbou vlastních čísel bylo navrženo řízení s požadovanou topologií. Při volbě topologie BD pro čtyři vozidla je již splněna podmínka řetězové stability průchodem poruchy směrem k poslednímu vozidlu kolony. Obdobná situace byla prodiskutována pro tři vozidla kvůli nesplnění podmínky řetězové stability. Nicméně v případě čtyř vozidel nastává opětovně nesplnění podmínky řetězové stability, ale v opačném směru k vedoucímu prvku. Takovou situaci zesilování poruch lze vidět v průběhu řízení na obrázku 22a. Pro daný návrh byla řetězová stabilita numericky vypočítána pro poruchu působící oběma směry za dosazení do vztahů (119,120) pro veškerá vozidla.

$$\sup_{\omega} |Q_{i,i+1}(j\omega)| = [0.2500, 1.0000] \leq 1.$$

Pro poruchu působící na opačný směr k vedoucímu prvku vyšly podmínky řetězové stability následovně dle (120) pro všechna vozidla před aktuálním vozidlem.

$$\sup_{\omega} |Q_{i+1,i}(j\omega)| = [1.8000, 0.3571] \not\leq 1.$$

V daném případě bylo možné určit pro každý směr průchodu poruchy dvě podmínky. Pro řízení čtyř vozidel tak selhala opačná podmínka vzhledem ke stejné topologii u tří vozidel.

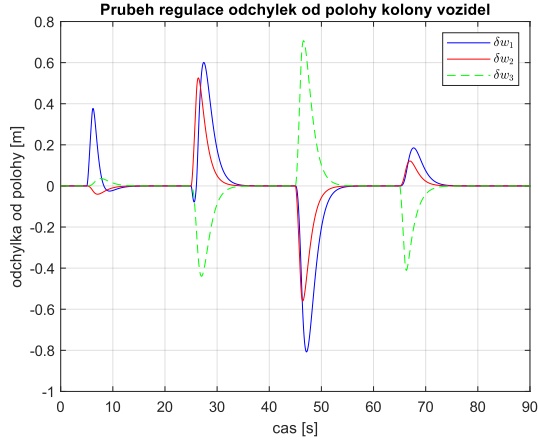
Pro takto přiřazené póly systému s topologií BD bylo řešení řízení stavovou zpětnou vazbou nalezeno s maticí zesílení $K \in \mathbb{R}^{4 \times 7}$ v této podobě.

$$K = \begin{bmatrix} -2.5000 & -3.0000 & 1.7500 & 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1429 & -0.2857 & -3.5000 & -5.2857 & 2.5714 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.7500 & -3.5000 & 1.0000 & 1.0000 & -0.5000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.0000 & 4.0000 & -3.0000 \end{bmatrix} \quad (121)$$

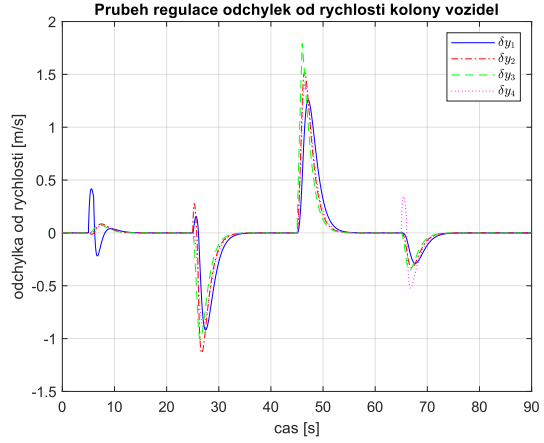
Tato matice (121) je v obdobném tvaru, který byl dříve zmíněn pro přehlednost s výjimkou vyššího řádu viz (47). Pro toto navržené řízení bude mít matice dynamiky uzavřené smyčky následnou podobu.

$$A_z = \begin{bmatrix} -3.5000 & -3.0000 & 1.7500 & 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1429 & -0.2857 & -4.5000 & -5.2857 & 2.5714 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.7500 & -3.5000 & 0 & 1.0000 & -0.5000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.0000 & 4.0000 & -4.0000 \end{bmatrix}$$

Dříve bylo ukázáno simulací na obrázku 17 u tří vozidel, že se porucha pro daný signál nezesilovala i v případě nesplnění podmínky. Pro tento případ tomu tak již platit nebude a porucha se bude zesilovat viz obrázek 22.



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 22: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony čtyř vozidel za užití topologie BD s postupně aplikovanými poruchami na každém vozidle

Z grafů pro odchylky od polohy na obrázku 22a vidíme, že v třetí části grafu představující aplikování poruchy na třetí vozidlo se porucha postupně na předchozí vozidla zesiluje. Odchylka od polohy prvního vozidla je tak vyšší, než odchylka od polohy druhého vozidla. Tím se potvrzují numerické výpočty nesplňující řetězovou stabilitu. Z důvodu náročných výpočtů nebylo získáno dalších topologií. Daná topologie nemohla být upravena do podoby splňující řetězovou stabilitu, jelikož návrh proběhl pro konkrétní vlastní čísla.

4.3 Porovnání jednotlivých typů řízení

V dané části proběhnou vzájemná porovnání centrálního a distribuovaného řízení. U distribuovaného řízení bude porovnáváno řízení stavovou zpětnou vazbou pro různé topologie a dále budou tato řízení porovnána s řízením pomocí strukturální dekompozice systému metody LQR. Toto řízení strukturální dekompozice bude vycházet z článku [11] a další takové řízení bylo užito i v [44]. Porovnání těchto řízení se bude zaměřovat převážně na tři vozidla v koloně pro udržení přehlednosti.

Distribuovaná metoda řízení z [11] spočívá na rozkladu celého modelu kolony. Takový model z daného článku je obdobný vyjádřenému modelu 2.6.1. Model bude rozložen vždy na N subsystémů, kde jeden z těchto subsystémů představuje vůdce kolony. Jednotlivé subsystémy se skládají v konkrétním případě z 3×3 bloků matice A s výjimkou právě vedoucího prvku. Vedoucí prvek kolony z dekompozice bude představovat stavový popis prvního řádu dle (122). Následně porovnávaná řízení proběhnou pro tři vozidla, tedy stručný návrh dle [44] tak bude také naznačen pro tři vozidla.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_A, \quad B_1 = 1, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad i = 2, 3 \quad (122)$$

Takto rozložených systémů na jednotlivé bloky bude právě N a pro libovolnou vhodnou volbou matic Q a R lze pro jednotlivé subsystémy vypočítat optimálního řízení $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ pomocí LQR metody. Poté dynamika uzavřené smyčky pro jednotlivé subsystémy bude s výjimkou vůdce

následující.

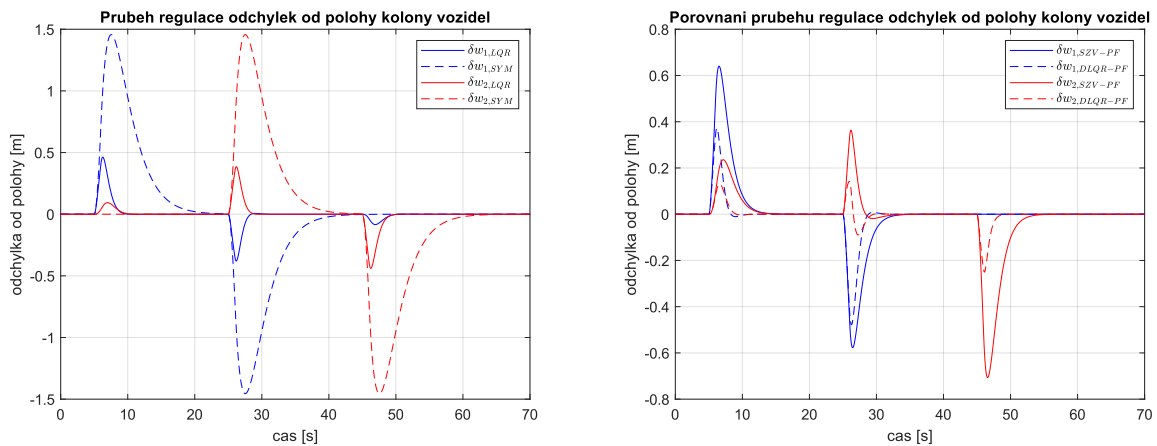
$$A_{z,i} = A_i - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K_{i-1}, \quad i = 2, 3$$

Pro $i = 2$ je zapotřebí rozšířit skalární hodnotu získaného zesílení pro řízení vedoucího prvku na vektor $[K_1, 0, 0]$. Z těchto získaných matic zesílení lze zpětně sestavit matici zesílení celého systému s topologií PF. Tato složená matice zesílení decentralizovaného řízení má tvar:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} \end{bmatrix}. \quad (123)$$

Pro tento tvar matice (123) lze vidět, že každý subsystém využívá pouze svých odchylek od rychlosti a od předešlého sousedního vozidla veškeré stavy. Výslednou topologii viditelnou v matici zesílení (123) lze potvrdit dle (47).

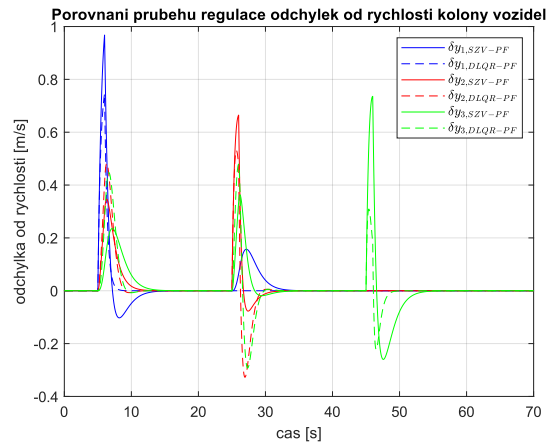
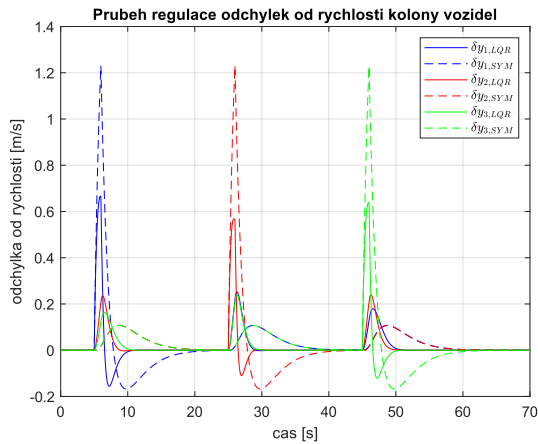
Použitím návrhu z [11] na náš zavedený model provedeme porovnání s navrženým distribuovaným řízením topologie PF, jelikož jako jediné splňovalo podmínku řetězové stability. Dále by se mohlo řízení porovnat i s topologií BD nespňující podmínku řetězové stability dle numerických výpočtů, ale splněnou dle simulace pro vstupní poruchu v podobě krátkého pulzu.



(a) Porovnání průběhu centrálního řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami (b) Porovnání průběhu distribuovaného řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami

Obrázek 23: Porovnání průběhu navržených centrálních a distribuovaných řízení odchylek od polohy tří vozidel s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla

Veškeré průběhy na obrázcích 23, 24 jsou rozděleny zhruba po dvaceti vteřinách dle postupného působení shodných poruch na vozidla od prvního k poslednímu. U každého řízení lze vidět jisté výhody. U centrálních řízení bylo zavedeno symetrické zpětné vazby zaručující shodného řízení pro jakékoliv vozidlo v koloně. Z grafů porovnávajících řízení odchylek od polohy na obrázku 23 tak lze vidět daného chování. Při symetrickém chování, ale vznikají nejvyšší odchylky od polohy a delší doby regulace při aplikované poruše. Obdobně tak platí pro dané řízení u odchylek od rychlosti na obrázku 24. Pro optimální centrální LQR řízení dochází k minimálním odchylkám v poloze i rychlosti při aplikované poruše, ale nenastává výhod jako u řízení symetrickou zpětnou vazbou se shodným řízením každého vozidla. Aplikovaná porucha na některém z vozidel se tak šíří průchodem kolony, ale postupně se snižuje.



(a) Porovnání průběhu centrálního řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami (b) Porovnání průběhu distribuovaného řízení odchylek od polohy vozidel s postupně všemi přidanými poruchami

Obrázek 24: Porovnání průběhu navržených centrálních a distribuovaných řízení odchylek od rychlosti kolony tří vozidel s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla

U distribuovaného řízení s topologií PF má řízení stavovou zpětnou vazbou s přiřazenou dynamikou mírně horší výsledky vzhledem k optimálnímu řízení se strukturální dekompozicí z [11]. Dle působení poruchy na třetí vozidlo na obrázcích 23b a 24b lze vidět, že porucha průchodem kolonou směrem zpět k vedoucímu vozidlu se projeví pouze u prvního předchozího vozidla. Pro veškerá zbylá předchozí vozidla bude nulová, což vychází z této topologie PF. Výhoda distribuovaného řízení stavovou zpětnou vazbou (=SZV) vzhledem k optimálnímu řízení spočívá v průchodu poruchy na následující vozidla směrem k poslednímu vozidlu. V této situaci při SZV je již odchylka u následujících vozidel značně menší v porovnání s optimálním řízením. Pro distribuované řízení optimálním regulátorem je tento průchod poruchy kolonou pouze mírně nižší pro odchylky od rychlosti kolony jednotlivých vozidel.

U každého řízení můžeme nalézt svých výhod či nevýhod. Výběr ideálního řízení tak záleží na požadovaném chování představující nejrychlejšího možného řízení poruch, vzniku nejmenších odchylek, snížení přenosu chyby na nejmenší možnou hodnotu a nebo zavedení shodného řízení veškerých vozidel. V současnosti by bylo vhodnější zavedení decentralizované strategie řízení. U těchto řízení by probíhala snaha využití lokálních regulátorů nejnižší komunikace se splněním cíle. V této práci nebyla řešena kvalita signálu přenosu informací, můžeme uvažovat bezchybnou kvalitní komunikaci.

4.4 Budoucí práce a vylepšení

V dané části proběhne krátká diskuze k možným rozšířením. Bude zmíněna modifikace úlohy v případě, že autonomní regulátory by byly dynamické. V této problematice kolony vozidel probíhalo omezení či zjednodušení více způsoby.

Veškeré návrhy v práci se zabývají návrhem statické zpětné vazby. Jedním z možných rozšíření by mohl být návrh dynamické zpětné vazby. To by představovalo například přidání rekonstruktoru stavu se zavedením stavu zrychlení. Tím bychom docílili dynamické zpětné vazby.

Další zjednodušení spočívá ve znalosti veškerých stavů. Ve většině autonomních vozidlech navržených v reálném světě již takové senzory k získu potřebných veličin jsou zavedeny viz obrázek 1. Nicméně při počáteční realizaci této kolony do reálného světa by nemusely být veškeré takové senzory zavedeny. Další problém by tak mohl představovat selhání jednotlivých senzorů v těchto automobilech. Poté by se takové znalosti veškerých stavů zamezilo.

Následujícím omezením je velikost kolony. Zaměřili jsme se převážně na pozorování tří vozidel, a to zejména z důvodu velké náročnosti pro výpočet některými návrhy. Pozorování spočívalo v prozkoumání situací a záležitostí na menším počtu vozidel, které bychom dále mohli zjišťovat i u vyššího počtu vozidel.

Další zjednodušení představovalo homogenitu vozidel viz 2.2.1. Při takové úpravě bylo docíleno toho, že každé vozidlo bylo shodné s jiným vozidlem, tedy veškerá vozidla měla shodnou dynamiku. V reálném světě se bude vyskytovat převážně situace, kdy většina vozidel zařazených do kolony budou odlišná. Nicméně u nehomogenních kolon se provádí zobecnění představující chování homogenních kolon. Provádí se tak degradováním vozidel, aby veškerá vozidla reagovala shodnou rychlostí.

Nakonec z důvodu náročnosti na výpočet složitějších tvarů Jordanovy formy nebylo možné získat více možných variant symetrických či nesymetrických stavových vazeb. Pro experimentování a hledání těchto složitějších JF bychom mohli v budoucí práci využít super počítače. Užití řádově lepšího počítače, než na kterém byly návrhy realizovány, by pravděpodobně umožnilo více experimentovat se symbolickými výpočty.

Odstraněním zmíněných omezení či zjednodušení v práci se tak lze více přiblížit k návrhu řízení pro reálný svět.

5 Závěr

Cílem této práce byl návrh řízení s různými informačními topologiemi mezi vozidly a následnou realizací virtuální vizualizace pro kolonu vozidel. K získání řízení bylo zapotřebí zavést matematický model. Následně pro zavedený model bylo navrženo vhodné řízení s kompletní znalostí stavů veškerých vozidel. Pro takovou centrálně řízenou kolonu vozidel byl realizován virtuální model pracující v reálném čase. Nakonec proběhly návrhy distribuovaného řízení představujícího omezenou informační topologii mezi vozidly v koloně. Tato decentralizovaná řízení byla zavedena do virtuálního modelu kolony, ale pouze pro menší počet vozidel z důvodu náročnosti návrhu.

První část práce byla věnována uvedení do problematiky, zavedení požadovaného zjednodušení v podobě homogenity a dále odvození a získání vhodného modelu kolony vozidel. Z výchozích diferenciálních rovnic vozidel byl odvozen odchylkový stavový model kolony vozidel. V neposlední řadě byly uvedeny definice řetězové stability související například s H_∞ normou, která určila podmínku řetězové stability pro libovolný tvar poruchy přičtené ke vstupu systému. Nakonec byla uvedena teorie symetrických systémů, která byla následně užita při návrhu řízení.

Druhá část práce byla věnována návrhovým strategiím, představení některých možných topologií přenosu informace mezi vozidly a v neposlední řadě způsobu a realizaci virtuálního modelu (digitální dvojče). Pro představu byl zobrazen požadovaný tvar zpětnovazební matice některých základních topologií. U návrhů řízení jsme se omezili na návrhy statické zpětné vazby, kde veškeré stavy systému byly známy. Zpočátku jsme se zaměřili na centrální strategii řízení se splněnými požadavky na obecnou i řetězovou stabilitu. Pro řízení symetrickou stavovou zpětnou vazbou byla zformulována hypotéza, která vycházela ze získaných přenosových funkcí a simulací. Zavedením tohoto strukturálně shodného řízení pro jakékoliv vozidlo kolony bylo dle hypotézy vždy zaručeno splnění podmínky řetězové stability pro tři až pět vozidel. Pro využití symetrických systémů bylo dle obecných vztahů řečeno, že pro vyšetření řetězové stability je dostačující určit řetězovou stabilitu dle minimálního počtu přenosů pouze pro jediné vozidlo. U návrhů symetrických řízení tří až pěti vozidel bylo dle zpětnovazebních matic užíváno pouze odchylek od polohy. Následně jsme se pokoušeli o redukci symetrické zpětné vazby do podoby decentralizovaného řízení. Bohužel se nám toto nepodařilo z nedostatku volných parametrů. Pro decentralizovanou kolonu vozidel jsme tak vycházeli z návrhu pomocí nesymetrické stavové zpětné vazby. Danou metodou bylo hledáno více možných přiřazení dynamiky uzavřené smyčky s libovolným tvarem Jordanovy formy. Vyhovujících tvarů Jordanovy formy se vyskytlo i více, ale vždy jsme se omezili a zmínili pouze jediný nejvýhodnější či nejzajímavější tvar. Následně byly určeny volné parametry, pomocí kterých byl zvolen požadovaný tvar zpětnovazební matice zaručující informační topologie. Bohužel u těchto topologií nebyla splněna podmínka symetrické zpětné vazby. Pro nalezené řešení byly zobrazeny výsledky a provedena diskuze splnění či nesplnění podmínky řetězové stability. Poslední část sekce se zabývala realizací, využitím a popisem pojmu a funkcionalit digitálního dvojčete.

Poslední část byla věnována porovnáním metod jednotlivých strategií. K těmto porovnáním bylo přidáno decentralizované inteligentní řízení publikované v [11]. Pro veškerá porovnání byla provedena diskuze zmiňující výhody či nevýhody jednotlivých řízení. V případě decentralizovaného řízení stavovou zpětnou vazbou byly zobrazeny průběhy a prodiskutovány výsledky více vozidel pro některé nalezené topologie. Z důvodu náročných výpočtů nebyly v zákoně řízení nalezeny veškeré požadované informační topologie. Nakonec byla prodiskutována některá možná vylepšení v podobě odstranění omezení, zjednodušení či přidání úprav. V budoucí práci bychom tak mohli užít programovatelných autíček na autodráze k reálnému předvedení výsledků dle zmíněných vylepšení. Případně levnější variantu by představovalo vylepšení digitálního dvojčete kolony vozidel.

Seznam obrázků

1	Automaticky řízená vozidla a její bezpečnostní funkcionality	3
2	Základní možné tvary pro kolonu vozidel	7
3	Zobrazení lineární kolony s odchylkami mezi vozidly	11
4	Topologie informačního toku - předávání informací mezi vozidly	21
5	Zobrazení centralizované a decentralizované kolony	22
6	Schéma zapojení systému kolony tří vozidel a stavovou zpětnou vazbou s přidanou chybou na vstupu	27
7	Zobrazení zobecněných přenosů z poruch na výstupní odchylky systému	32
8	Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel metodou LQR s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$	34
9	Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel metodou LQR s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla	34
10	Řízení vstupní poruchy procházející kolonou pěti vozidel aplikované na první vozidlo metodou LQR	36
11	Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel symetrickou zpětnou vazbou s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$	37
12	Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla	38
13	Průběh řízení odchylek kolony pěti vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla	39
14	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie PF s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$	46
15	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie PF s nenulovou chybou na vstupu prvního vozidla	46
16	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie SF s nenulovou chybou na vstupu třetího vozidla	47
17	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie BD s nenulovou chybou na vstupu prvního a třetího vozidla	48
18	Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami	49
19	Průběh řízení odchylek kolony pěti vozidel symetrickou zpětnou vazbou s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami	49
20	Průběh řízení odchylek kolony tří vozidel pomocí LQR s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami	50
21	Průběh řízení odchylek kolony pěti vozidel pomocí LQR s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla s nulovými počátečními podmínkami	50
22	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony čtyř vozidel za užití topologie BD s postupně aplikovanými poruchami na každém vozidlu	52
23	Porovnání průběhu navržených centrálních a distribuovaných řízení odchylek od polohy tří vozidel s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla	53
24	Porovnání průběhu navržených centrálních a distribuovaných řízení odchylek od rychlosti kolony tří vozidel s nenulovou chybou na vstupu každého vozidla	54
25	Digitální dvojče vytvořené v App Designeru k simulaci kolony v reálném čase	63

26	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie SF s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$	64
27	Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie BD s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$	64

Reference

- [1] Rodica Baciú Ph.D, Brezeanu Petre Ph.D a Adrian Simon Ph.d. “Insolvency Risk. Application of Altman Z-score to the auto parts sector in Romania”. In: *Int. j. innov. econ. dev.* 7.4 (říj. 2021), s. 37–48.
- [2] B. Bamieh, F. Paganini a M.A. Dahleh. “Distributed control of spatially invariant systems”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 47.7 (2002), s. 1091–1107. DOI: 10.1109/TAC.2002.800646.
- [3] Simeon C. Calvert et al. “Full platoon control in Truck Platooning: A Meaningful Human Control perspective”. In: *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. 2018, s. 3320–3326. DOI: 10.1109/ITSC.2018.8570013.
- [4] R. Čada. (*ZS2021/22*) *Slajdy 1.-13. přednáška*. <https://courseware.zcu.cz/portal/studium/courseware>. Course: KMA/LAA, Accessed: 2010-07-12.
- [5] J.A. Fax a R.M. Murray. “Information flow and cooperative control of vehicle formations”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 49.9 (2004), s. 1465–1476. DOI: 10.1109/TAC.2004.834433.
- [6] Shuo Feng et al. “String stability for vehicular platoon control: Definitions and analysis methods”. In: *Annual Reviews in Control* 47 (2019), s. 81–97. ISSN: 1367-5788. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2019.03.001>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578819300240>.
- [7] Carlos Flores. “Control architecture for adaptive and cooperative car-following”. Theses. Université Paris sciences et lettres, pros. 2018. URL: <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-02275824>.
- [8] Levent Güvenç et al. “Cooperative Adaptive Cruise Control Implementation of Team Mekar at the Grand Cooperative Driving Challenge”. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 13.3 (2012), s. 1062–1074. DOI: 10.1109/TITS.2012.2204053.
- [9] S Hallé, B Chaib-Draa a J Laumonier. “Car platoons simulated as a multiagent system”. In: *Proc. 4th Workshop on Agent-Based Simulation*. 2003, s. 57–63.
- [10] Simon Hallé a Brahim Chaib-draa. “A collaborative driving system based on multiagent modelling and simulations”. In: *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 13.4 (2005). Agents in Traffic and Transportation: Exploring Autonomy in Logistics, Management, Simulation, and Cooperative Driving, s. 320–345. ISSN: 0968-090X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2005.07.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X05000343>.
- [11] G. Hammar a V. Ovtchinnikov. *Structural Intelligent Platooning by a systematic LQR algorithm: Semantic scholar*. Led. 1970. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Structural-Intelligent-Platooning-by-a-Systematic-Hammar-Ovtchinnikov/db2fb859dc795b03133cb24f627fdbfdbd3d5014>.
- [12] Ivo Herman et al. “Scaling in Bidirectional Platoons With Dynamic Controllers and Proportional Asymmetry”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 62.4 (2017), s. 2034–2040. DOI: 10.1109/TAC.2016.2594169.

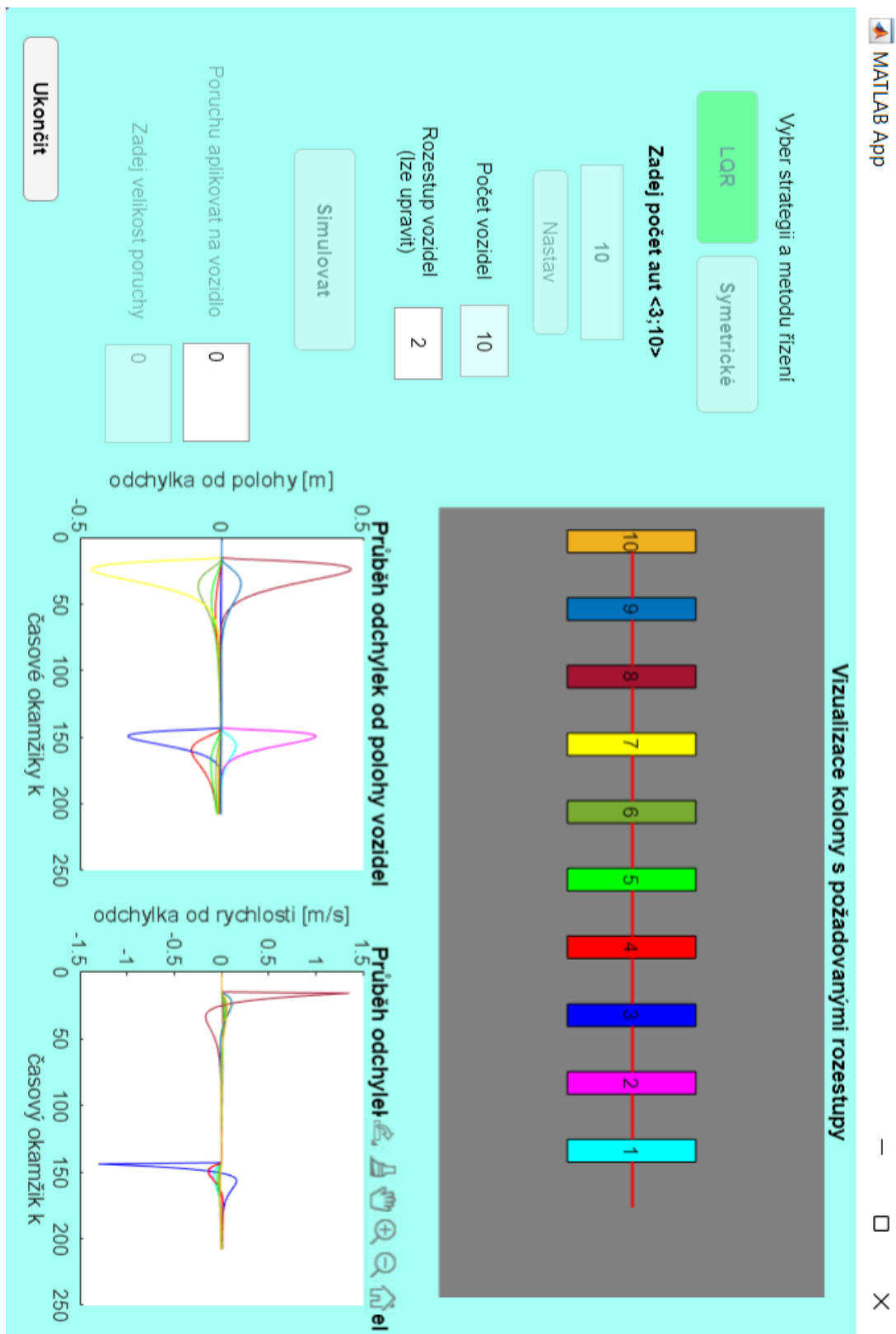
- [13] Muhammad Rony Hidayatullah a Jyh-Ching Juang. “Centralized and Distributed Control Framework Under Homogeneous and Heterogeneous Platoon”. In: *IEEE Access* 9 (2021), s. 49629–49648. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3068968.
- [14] *How machine learning in automotive makes self-driving cars a reality: Mindy Support Outsourcing*. Květ. 2021. URL: <https://mindy-support.com/news-post/how-machine-learning-in-automotive-makes-self-driving-cars-a-reality/>.
- [15] X. Huppe et al. “Guidance and control of a platoon of vehicles adapted to changing environment conditions”. In: *SMC’03 Conference Proceedings. 2003 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Conference Theme - System Security and Assurance (Cat. No.03CH37483)*. Sv. 4. 2003, 3091–3096 vol.4. DOI: 10.1109/ICSMC.2003.1244365.
- [16] Hossein Chehardoli a Ali Ghasemi. “Adaptive Centralized/Decentralized Control and Identification of 1-D Heterogeneous Vehicular Platoons Based on Constant Time Headway Policy”. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 19.10 (2018), s. 3376–3386. DOI: 10.1109/TITS.2017.2781152.
- [17] Abdellah Chehri a H.T. Mouftah. “Autonomous Vehicles in the Sustainable Cities, the Beginning of a Green Adventure”. In: *Sustainable Cities and Society* 51 (srp. 2019). DOI: 10.1016/j.scs.2019.101751.
- [18] Melichar J. *Lineární systémy 1, skr. ZČU Plzeň*. https://www.kky.zcu.cz/uploads/courses/ls1/LS1_Ucebni_texty_2011.pdf. Accessed: 2022–06–15. 2011.
- [19] Qiu Jin et al. “Platoon-based multi-agent intersection management for connected vehicle”. In: *16th international ieee conference on intelligent transportation systems (itsc 2013)*. IEEE. 2013, s. 1462–1467.
- [20] *Know everything about satellite navigation in Cars*. Led. 2015. URL: <https://autoportal.com/articles/know-everything-about-satellite-navigation-in-cars-2867.html>.
- [21] Jana Königsmarková a Milos Schlegel. “Parametric Jordan form assignment by state-derivative feedback”. In: *čvn*. 2015, s. 19–24. DOI: 10.1109/PC.2015.7169732.
- [22] Jana Königsmarková a Miloš Schlegel. “Input and Output Symmetric Dynamical Systems: Features and Control Design”. In: *15th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD 2019)*. Ed. Elena Zattoni, Silvio Simani a Giuseppe Conte. Cham: Springer International Publishing, 2022, s. 187–201. ISBN: 978-3-030-85318-1.
- [23] Karel Kubíček. “Modelově orientovaný vývoj softwaru: řízení spojky automatické převodovky kamionů”. Diploma thesis. University of West Bohemia in Pilsen, 2019. URL: <http://hdl.handle.net/11025/39264>.
- [24] Karel Kubíček, Martin Čech a Jan Škach. “Continuous enhancement in model-based software development and recent trends”. In: *2019 24th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. 2019, s. 71–78. DOI: 10.1109/ETFA.2019.8869237.
- [25] W. Levine a M. Athans. “On the optimal error regulation of a string of moving vehicles”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 11.3 (1966), s. 355–361. DOI: 10.1109/TAC.1966.1098376.
- [26] Yi Liu a Wei Wang. “A Safety Reinforced Cooperative Adaptive Cruise Control Strategy Accounting for Dynamic Vehicle-to-Vehicle Communication Failure”. In: *Sensors* 21.18 (2021). ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s21186158. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/21/18/6158>.
- [27] Xiao-Yun Lu a Steven E Shladover. *Automated Truck Platoon Control*. Čvc. 2015. URL: <https://escholarship.org/uc/item/7c55g2qs#main>.
- [28] Fangwu Ma et al. “Distributed Control of Cooperative Vehicular Platoon With Nonideal Communication Condition”. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* PP (květ. 2020), s. 1–1. DOI: 10.1109/TVT.2020.2997767.

- [29] Anna Macurová. *Auta Na Vodík: O co jde A jaké mají výhody a nevýhody?* Břez. 2022. URL: <https://autotrip.cz/vodikova-auta/>.
- [30] D. Martinec, Ivo Herman a Michael Sebek. “Two-sided wave-absorbing control of a heterogeneous vehicular platoon”. In: *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)* 19 (led. 2014), s. 8091–8096.
- [31] *Matlab app designer*. URL: <https://www.mathworks.com/products/matlab/app-designer.html>.
- [32] Filip Mattsson. “Centralized Model Predictive Control of a Vehicle Platoon”. Dipl. pr. KTH, School of Electrical Engineering a Computer Science (EECS), 2018, s. 31.
- [33] L. Michalec. *Digitální dvojče, Co Vlastně je ?* Led. 2022. URL: <https://automatizace.hw.cz/digitalni-dvojce-jak-to-vlastne-funguje.html>.
- [34] Kate Miller-Wilson. *History of cars and the automobile industry*. Břez. 2018. URL: https://cars.lovetoknow.com/History_of_the_Automobile_Industry.
- [35] Gerrit J. L. Naus et al. “String-Stable CACC Design and Experimental Validation: A Frequency-Domain Approach”. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 59.9 (2010), s. 4268–4279. DOI: 10.1109/TVT.2010.2076320.
- [36] Dinh-Hoa Nguyen a Shinji Hara. “Hierarchical Decentralized Controller Synthesis for Heterogeneous Multi-Agent Dynamical Systems by LQR”. In: *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration* 8.4 (2015), s. 295–302. DOI: 10.9746/jcmsi.8.295. eprint: <https://doi.org/10.9746/jcmsi.8.295>. URL: <https://doi.org/10.9746/jcmsi.8.295>.
- [37] Reza Olfati-Saber, J. Alex Fax a Richard M. Murray. “Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems”. In: *Proceedings of the IEEE* 95.1 (2007), s. 215–233. DOI: 10.1109/JPROC.2006.887293.
- [38] Sinan Öncü et al. “Cooperative Adaptive Cruise Control: Network-Aware Analysis of String Stability”. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 15.4 (2014), s. 1527–1537. DOI: 10.1109/TITS.2014.2302816.
- [39] L. Peppard. “String stability of relative-motion PID vehicle control systems”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 19.5 (1974), s. 579–581. DOI: 10.1109/TAC.1974.1100652.
- [40] Xiaohui Qin et al. “Distributed Vehicular Platoon Control Considering Communication Topology Disturbances”. In: *2020 IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. 2020, s. 1–6. DOI: 10.1109/ITSC45102.2020.9294333.
- [41] J. B. Rae a A. K. Binder. *Automotive Industry*. Lis. 2020. URL: <https://www.britannica.com/technology/automotive-industry/Ford>.
- [42] Raya. *A brief history of the automobile industry*. Břez. 2015. URL: https://torontopubliclibrary.typepad.com/business_personal_finance/2015/03/automobile-industry.html.
- [43] M. Schlegel. *Rukopis definic a vět teorie symetrických systémů*. 2022.
- [44] S.S. Stankovic, M.J. Stanojevic a D.D. Siljak. “Decentralized overlapping control of a platoon of vehicles”. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 8.5 (2000), s. 816–832. DOI: 10.1109/87.865854.
- [45] R. Tatchikou, S. Biswas a F. Dion. “Cooperative vehicle collision avoidance using inter-vehicle packet forwarding”. In: *GLOBECOM '05. IEEE Global Telecommunications Conference, 2005*. Sv. 5. 2005, 5 pp.–2766. DOI: 10.1109/GLOCOM.2005.1578262.
- [46] *The 6 levels of vehicle autonomy explained*. URL: <https://www.synopsys.com/automotive/autonomous-driving-levels.html>.
- [47] *What is a digital twin?* URL: <https://www.ibm.com/topics/what-is-a-digital-twin>.

- [48] *What is Digital Twin Technology and how does it work?* Ún. 2019. URL: <https://www.twi-global.com/technical-knowledge/faqs/what-is-digital-twin>.
- [49] Yujia Wu et al. “Distributed sliding mode control for multi-vehicle systems with positive definite topologies”. In: *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*. 2016, s. 5213–5219. DOI: 10.1109/CDC.2016.7799067.
- [50] Guokuan Yu et al. “Design of an Acceleration Redistribution Cooperative Strategy for Collision Avoidance System Based on Dynamic Weighted Multi-Objective Model Predictive Controller”. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 23.6 (2022), s. 5006–5018. DOI: 10.1109/TITS.2020.3045758.
- [51] Yang Zheng et al. “Distributed Model Predictive Control for Heterogeneous Vehicle Platoons Under Unidirectional Topologies”. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 25.3 (2017), s. 899–910. DOI: 10.1109/TCST.2016.2594588.
- [52] Yang Zheng et al. “Stability and Scalability of Homogeneous Vehicular Platoon: Study on the Influence of Information Flow Topologies”. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 17.1 (2016), s. 14–26. DOI: 10.1109/TITS.2015.2402153.

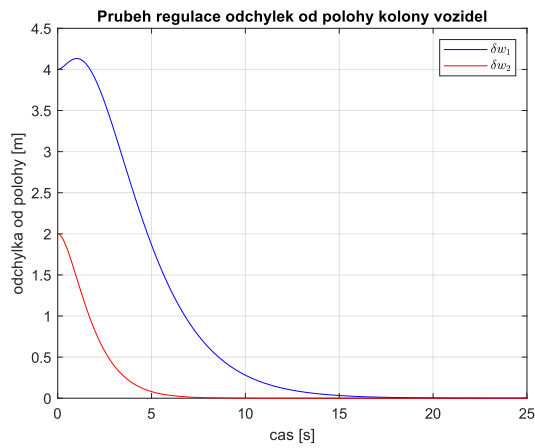
6 Přílohy

Příloha 1 - Digitální dvojče

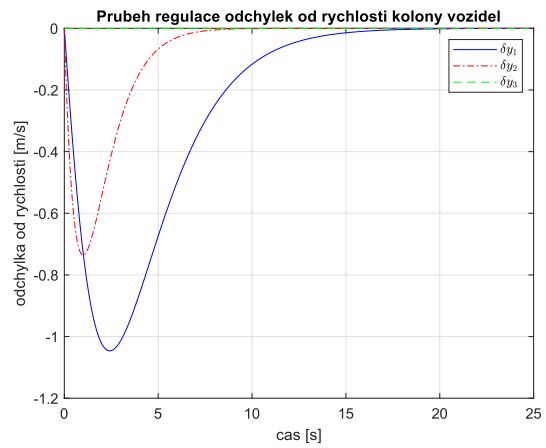


Obrázek 25: Digitální dvojče vytvořené v App Designeru k simulaci kolony v reálném čase

Příloha 2 - Průběh řízení poruch topologie BD a SF

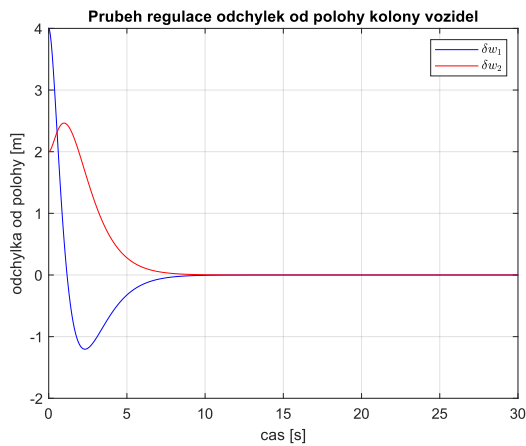


(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou

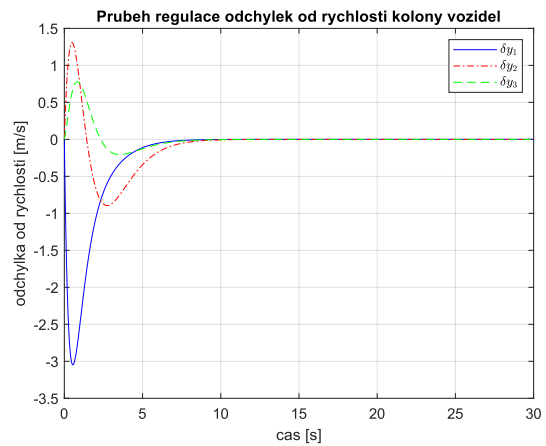


(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 26: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie SF s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$



(a) Průběh řízení odchylek od polohy vozidel s přidanou poruchou



(b) Průběh řízení odchylek od rychlosti kolony s přidanou poruchou

Obrázek 27: Průběh řízení odchylek decentralizované kolony tří vozidel za užití topologie BD s vektorem počátečních podmínek $x(0) = [0, 4, 0, 2, 0]^T$