



**ZÁPADOČESKÁ
UNIVERZITA
V PLZNI**

**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA ELEKTROENERGETIKY A EKOLOGIE**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**APLIKACE PRO ŘEŠENÍ POMĚRŮ NA VEDENÍ S
ROZPROSTŘENÝMI PARAMETRY**

vedoucí práce: Ing. Pavel Karban

autor: Josef Mušek

2012

Anotace

Diplomová práce se zabývá problematikou vytvoření matematického modelu sítě s rozprostřenými parametry a její aplikací v počítačovém programu vytvářeném pro platformu .NET v jazyce C# za použití WPF 2.0. Je zde rozebrána problematika rozprostřených sítí a jejich výpočtů v různých stavech za použití diskrétních matematických modelů. Dále je v práci pojednáváno o náročnosti vytvoření softwaru pro složité výpočty s řídkými maticemi a obrovskými soustavami lineárních algebraických rovnic. V závěru diplomové práce je vyhotoveno pro ukázkou několik grafů zabývajících se základními stavy sítí s rozprostřenými parametry právě pomocí programu vytvořeného v této diplomové práci.

Klíčová slova

platforma, knihovna, funkce, cyklus, metoda, GUI, vedení, efektivita, rozprostřené parametry, odpor, indukce, svod, kapacita, zátěž, wpftoolkit, operační systém, třída, kompilátor

Abstract

The diploma is aimed at the problem of creating mathematic model of power line with the lumped elements and its application in software created for .NET platform and written in C# with WPF 2.0. This work addressed the lumped elements problematic and its modeling in different states by using discrete mathematic models. Next subject explains difficulties of the developing process of the application for computing sparse matrixes and huge system of linear algebraic formula. In the result of the diploma are as an illustration couple graphs which show basic states of the power lines with lumped elements made by the software elaborated for this diploma.

Key words

platform, library, function, cycle, method, GUI, power line, efficiency, lumped elements, impedance, inductance, leaktance, capacitance, load, wpftoolkit, operation system, class, compiler

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

V Plzni dne 11.5.2012

Josef Mušek

OBSAH

SEZNAM SYMBOLŮ	8
ÚVOD	9
POPIS PARAMETRŮ VEDENÍ.....	10
<i>Kapacita</i>	10
<i>Indukčnost</i>	14
<i>Svod</i>	16
<i>Rezistivita</i>	17
PRAKTICKÉ UŽITÍ VYPOČTENÝCH PARAMETRŮ	18
<i>Přepětí</i>	18
<i>Zkrat</i>	20
MATEMATICKÝ POPIS VEDENÍ S ROZPROSTŘENÝMI PARAMETRY	22
ROVNICE PRO VÝPOČET ELEMENTÁRNÍCH ČLÁNKŮ	22
TELEGRAFNÍ ROVNICE	23
METODA KONEČNÝCH DIFERENCÍ.....	25
NUMERICKÉ ŘEŠENÍ	26
<i>Okrajové podmínky</i>	28
SPECIFIKACE	29
SPECIFIKACE POŽADAVKŮ	29
SPECIFIKACE NÁSTROJŮ	29
SPECIFIKACE HARDWARE	29
PROBLEMATIKA VYTVÁŘENÍ VÝPOČETNÍHO SW V C#	30
JÁDRO PROGRAMU	31
<i>Příprava koeficientů</i>	32
<i>Vlastní výpočet</i>	32
<i>Provozní stavy</i>	33
<i>Jak probíhá aplikace STAVU?</i>	33
ŘEŠENÉ PŘÍKLADY	34
SPOLEČNÉ VLASTNOSTI	35
VEDENÍ ZATÍŽENÉ OBEČNOU IMPEDANCÍ	36
<i>Obdržené výsledky matlab</i>	38
<i>Obdržené výsledky C#</i>	39
<i>Závěr</i>	40

VEDENÍ NAPRÁZDNO	41
<i>Obdržené výsledky matlab</i>	41
<i>Obdržené výsledky C#</i>	42
<i>Závěr</i>	43
IDEÁLNÍ VEDENÍ NAPRÁZDNO	44
<i>Obdržené výsledky matlab</i>	45
<i>Obdržené výsledky C#</i>	46
<i>Závěr</i>	47
ZHODNOCENÍ	48
POUŽITÁ LITERATURA	49
SEZNAM OBRÁZKŮ	50

SEZNAM SYMBOLŮ

Fyzikální veličiny:

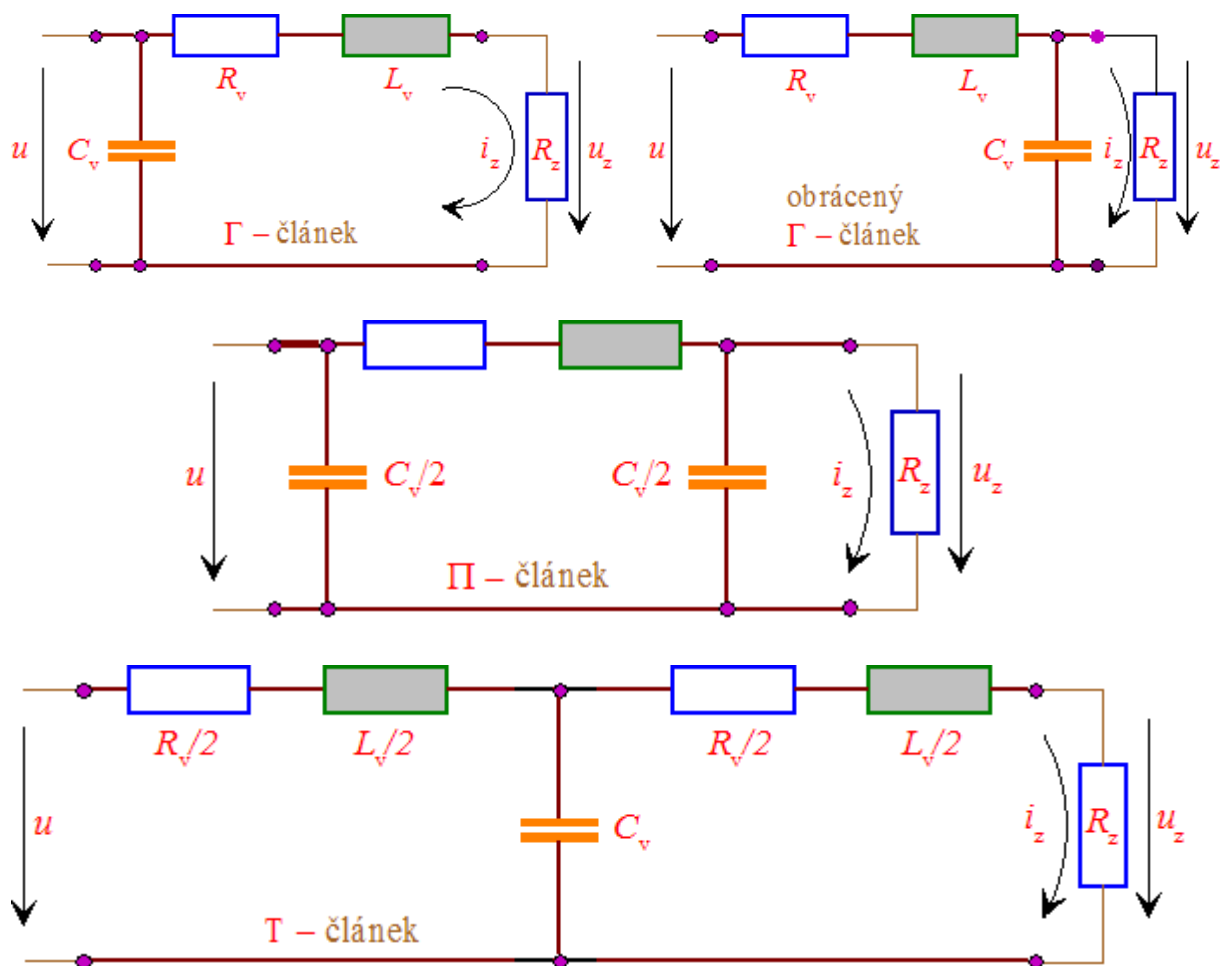
<u>SYMBOL</u>	<u>[JEDNOTKA]</u>	<u>NÁZEV</u>
R	[Ω]	odpor
G	[S/m]	konduktivita
C	[F]	kapacita
L	[H]	indukčnost
P	[W]	výkon
Z	[Ω]	impedance
U	[V]	napětí
I	[A]	proud
f	[Hz]	frekvence
c	[m/s]	rychlost šíření světla ve vakuu
ω	[-]	úhlová rychlost
$\bar{U}, \bar{I}, \bar{Z}$	[V, A, Ω]	fázor
λ	[m]	vlnová délka
$\Delta x, dx, \partial x$	[-, -, -]	element prvku x

Zkratky:

<u>ZKRATKA</u>	<u>CELÝ NÁZEV</u>
WPF	Windows Presentation Foundation
VS	Visual Studio
IDE	Integrované vývojové prostředí (Integrated Development Environment)
OS	Operační systém

ÚVOD

Výpočet samotného vedení může být problematický, jelikož obsahuje proměnné, které jsou závislé nejen na čase, ale i na vzdálenosti od zdroje. Výpočet takového vedení potom vede na obrovské soustavy diferenciálních rovnic. S rostoucí velikostí soustavy obvykle stoupá i přesnost výsledných hodnot. Bohužel pro složité soustavy je mnohdy těžké vytvořit rovnice, které je popisují. Z toho důvodu se složitější vedení zjednodušují nahrazením elementárními články typu T, Γ nebo Π . Tímto vznikne obvod se soustředěnými parametry. Ačkoliv je při přepočtu parametrů přihlédnuto k tomuto faktu, výsledky získané z takového přepočtu jsou nejpřesnější pro nulový kmitočet, kdy jsou vlastnosti prvků neměnné. S rostoucím kmitočtem stoupá chyba výsledných hodnot, jelikož v náhradních obvodech není respektována změna parametrů v závislosti na délce, uspořádání vedení a časové závislosti proměnných.



Obr. 1: Příklady náhradních obvodů [4]

V praxi je tedy výpočet sítě s rozprostřenými parametry, pomocí náhradních článků využit pouze k orientačním výpočtům nebo pro sítě, jejichž délka je mnohem menší, než je vlnová délka napájecího zdroje. Pokud je vedení kratší než délka vlny, pak se závislost na délce projevuje zanedbatelně. Reálná vedení však mohou několikanásobně překročit tuto vlnovou délku a v tomto případě se již rozprostřené parametry výrazně projevují. Délku vlny lze spočítat dle vztahu viz. 1.1, kde c je pro elektromagnetická vedení, rychlost šíření světla ve vakuu a f udává frekvenci napájecího zdroje. **Například délka vlny při 50 Hz je 6000 km.** Pokud bychom počítali vedení kratší než je délka vlny, pak mohou být výsledky z náhradních článků brány jako relativně přesně.

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.1)$$

Popis parametrů vedení

Aby bylo možné definovat matematický model vedení, je nutné znát, jaké proměnné při jeho výpočtech hrají hlavní roli. Tyto parametry respektují vlastnosti vedení při stacionárních i nestacionárních dějích, udávají jejich změnu dle okolních podmínek atp. Pro vedení s rozprostřenými parametry jsou důležité parametry R , L , C a G .

KAPACITA

Kapacita vedení je dána kapacitou vedení mezi zemí a jednotlivými vodiči a kapacitou mezi vodiči jednotlivých fází. Kapacita určuje nabíjecí proud vedení a je tedy velice důležitým parametrem. Jednotlivé kapacity jsou určeny materiálem dielektrika a jednotlivými vzdálenostmi a permitivitami.

Při odvozování kapacit se vychází ze soustavy rovnic, která vyjadřuje vztahy mezi potencionály vodičů a hustotami nábojů na těchto vodičích:

$$[\overline{U}] = [\delta] \cdot [\overline{\tau}]; [\overline{\tau}] = [k] \cdot [\overline{U}] \quad (1.2)$$

Rovnice 1: Rovnice vyjadřující vztah hustoty náboje a liniového potencionálu

Matice prvků δ obsahuje potenciálové koeficienty, matice prvků k obsahuje kapacitní koeficienty a matice prvků τ obsahuje velikosti liniového náboje. Jejich odvození je popsáno dále v této kapitole.

U venkovních vedení na dlouhé vzdálenosti je především důležitá kapacita mezi vodiči a mezi vodičem a zemí. Jako dielektrikum je zde použit vzduch o relativní permitivitě ϵ_r .

Odvození provozní kapacity vedení lze nejjednodušeji vysvětlit na jednofázovém venkovním vedení, které se skládá ze dvou rovnoběžných vodičů, nabitých opačným nábojem zavěšených nad zemí ve vzdálenosti x a výšce h . Velikost potenciálu v libovolném bodě P je dána vztahem viz. níže, kde proměnné a a b udávají kolmou vzdálenost k jednotlivým vodičům od daného bodu.

$$\bar{U}_P = \frac{\bar{\tau}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \ln \frac{a}{b} \quad (1.3a)$$

Velikost vlivu země na kapacitu vodiče lze respektovat vytvořením fiktivního vodiče umístěného zrcadlově pod povrchem v hloubce h , který bude nabit opačně polarizovaným nábojem o stejné velikosti. Potenciál na povrchu vodiče lze potom vypočítat ze vztahu:

$$\bar{U}_P = \frac{\bar{\tau}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \ln \frac{2h}{r} \quad (1.3b)$$

V tomto vztahu jsou proměnné a a b nahrazeny výškou vodiče nad zemí h a poloměrem vodiče r . [4]

V praxi se vedení neskládá pouze z jednoho vodiče, ale z několika vodičů zavěšených v různých výškách h a v různých vzdálenostech od sebe. Příkladem může být tří vodičové vedení, ve kterém bude platit pro potenciál na povrchu každého vodiče tento vzorec:

$$\bar{U}_x = \sum_{i=1}^3 \delta_{ix} \bar{\tau}_i \quad (1.4)$$

Dalším důležitým parametrem pro určení provozní kapacity vedení je určení vlivu napěťových poměrů na vedení na velikost liniového náboje τ . Tento liniový náboj lze rozdělit na část mezi vodičem a zemí τ_{k0} a na část mezi ostatními vodiči τ_{ki} . Tyto jednotlivé části lze vyjádřit pomocí rozdílů napětí a kapacit takto:

$$\bar{\tau}_{k0} = c_{k0} \cdot (\bar{U}_k - \bar{U}_0), \bar{\tau}_{ki} = c_{ki} \cdot (\bar{U}_k - \bar{U}_i) \quad (1.5)$$

Za předpokladu, že je potenciál země nulový, může být vzorec (1.5) přepsán do podoby:

$$\bar{\tau}_{k0} = c_{k0} \cdot \bar{U}_k + \sum_{i=1, i \neq k}^n c_{ki} \cdot (\bar{U}_k - \bar{U}_i) \quad (1.6)$$

Z výše uvedených vztahů je možné odvodit provozní kapacitu k-tého vodiče se vztahem na jednotku délky:

$$\bar{c}'_k = \frac{\bar{\tau}_k}{\bar{U}_k} = \frac{(c_{k0} + \sum_{i=1, i \neq k}^n c_{ki}) \cdot \bar{U}_k - \sum_{i=1, i \neq k}^n c_{ki} \bar{U}_i}{\bar{U}_k} \quad (1.7)$$

Tento vztah lze dále upravit, aby byla vidět korespondence s původní rovnicí zavedením těchto vztahů:

$$\kappa_{kk} = c_{k0} + \sum_{i=1, i \neq k}^n c_{ki}, \kappa_{ki} = -c_{ki(i \neq k)} \quad (1.8)$$

Matice koeficientů κ je inverzní maticí k matici δ . Výsledkem je tento vztah:

$$\bar{c}'_k = \kappa_{kk} + \sum_{i=1, i \neq k}^n \kappa_{ki} \cdot \frac{\bar{U}_i}{\bar{U}_k} \quad (1.9)$$

Z rovnice vyplývá, že provozní kapacita k-tého vodiče závisí na kapacitním koeficientu vodiče (zde je zahrnuta i kapacita vůči zemi) a součtu kapacit mezi k-tým vodičem a ostatními vodiči.

Nesouměrné a souměrné trojfázové vedení

Nesouměrné vedení je v podstatě každé vedení. V praxi je však nesouměrnost velikou obtíží a proto je nutné jí co nejvíce potlačit. Symetrie se u vedení dosahuje transpozicí, což znamená, že jsou na některých stožárech vedení prostrídány pořadí jednotlivých fází. Tento fakt zajistí, že výkony způsobené nesouměrností sítě se navzájem mezi transponovanými úseky vedení vyruší.

Výpočet vedení je proveden tímto postupem:

- Vytvoření matice prvků $[\delta]$, jejíž prvky jsou v jednotkách vztahující se na metr délky vodiče, proto se většinou upravují, aby respektovali vedení v jednotkách km, které mají větší význam pro výpočet.

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta & \delta' & \delta' \\ \delta' & \delta & \delta' \\ \delta' & \delta' & \delta \end{bmatrix}$$

$$\delta = \frac{\bar{\tau}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \ln \frac{2h}{r} = 18 \cdot \ln \frac{2h}{r}, \delta' = 18 \cdot \ln \frac{\sqrt{4h^2+a^2}}{a} \quad (1.10)$$

- Invertováním matice $[\delta]$, čímž vznikne matice.

$$[\kappa] = \begin{bmatrix} \kappa & \kappa' & \kappa' \\ \kappa' & \kappa & \kappa' \\ \kappa' & \kappa' & \kappa \end{bmatrix}$$

$$\kappa = \frac{\delta+\delta'}{(\delta-\delta')(\delta+2\delta')}, \kappa' = \frac{-\delta'}{(\delta-\delta')(\delta+2\delta')} \quad (1.11)$$

- Dosazením do rovnice pro provozní kapacitu vznikne rovnice, která je shodná pro všechny fáze vedení.

$$C' = \kappa - \kappa' = \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{2 \cdot h \cdot a}{r \cdot \sqrt{4 \cdot h^2 + a^2}}} \quad (1.12)$$

Parametr h je střední geometrická výška vodiče nad zemí, parametr a je střední geometrická rozteč a parametr r je poloměr vodiče. V případě, který je v praxi velice častý, že parametr h je několikanásobně větší než parametr a , může být parametr a zanedbán a vzorec (1.12) pro výpočet se pak podstatně zjednoduší.[1]

Při modelování vedení jsou důležité i jednotlivé kapacity proti zemi a mezi vodiči, které se získají z těchto vztahů:

$$c_0 = \kappa + 2\kappa' \quad (1.13)$$

$$C_{ij} = -\kappa' \quad (1.14)$$

INDUKČNOST

Indukčnost závisí zejména na geometrickém uspořádání vedení, tedy na blízkosti různých fází, materiálu pláště atp. Pokud jsou v blízkosti vodiče jiné fáze, stoupá nebo klesá vliv vzájemné indukčnosti v závislosti na orientaci magnetických siločar, jejichž orientaci určuje směr procházejícího proudu vodičem. Vzájemná indukčnost je ovlivněna homogenitou pole okolo vodičů a materiálem, kterým je vodič obklopen, což u venkovních vedení je převážně vzduch. S indukčností je také spojena přitažlivá/odpudivá síla vodičů, která je poté přeměněna na sílu mechanickou, která namáhá izolátory vedení, zejména při zkratech se tato vlastnost projevuje nejvýrazněji.[1]

Indukčnost smyčky

Při výpočtu indukčnosti vedení se opět postup skládá z několika částí. Nejprve je nutné zjistit vzájemnou indukčnost mezi dvěma vodiči neboli smyčky, jejichž vodiče mají konstantní vzdálenost, pole mezi nimi je homogenní, směr proudu vodiči je opačného směru, poloměr vodičů je menší než jejich vzdálenost, ale vzdálenost zároveň musí být výrazně menší než délka smyčky. Dále předpokládáme, že permeabilita μ_r vodičů je v celé jejich délce konstantní a intenzita magnetického pole H má pouze obvodovou složku.

Pokud platí tyto předpoklady, víme, že indukčnost jednoho vodiče se skládá ze dvou základních složek. Vnitřní indukčnosti L'_{IN} a vnější indukčnosti L'_{EXT} . Výpočet vnitřní indukčnosti se provádí využitím energetické definice indukčnosti a vnější využitím statické definice.

$$L'_{IN} = \frac{2W'}{I^2}; W' = \frac{\mu_0\mu_r}{2} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{x=0}^r H_{\alpha}^2 r dr d\alpha, H_{\alpha} = \frac{Ix}{2\pi r^2} \Rightarrow L'_{IN} = \frac{\mu_0\mu_r}{8\pi} \alpha \quad (1.15)$$

$$L'_{EXT} = \frac{\Phi'}{I^2}; \Phi' = \int_{x=r}^a B_{\alpha} dx, B_{\alpha} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \Rightarrow L'_{EXT} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{a}{r} \quad (1.16)$$

$$L' = L'_{IN} + L'_{EXT} \quad (1.17)$$

Často uváděným vztahem v literatuře je:

$$L' = 0.2 \cdot \ln \frac{a}{\xi \cdot r} \quad (1.18)$$

Konstanta ξ určuje materiálové vlastnosti. Indukčnost smyčky, kde mají oba vodiče stejný průřez je dvojnásobkem indukčnosti jednoho vodiče.[1]

Indukčnost vodič-zem

Výpočet indukčnosti smyčky vodič zem je o poznání složitější, protože proud v druhém vodiči (zemi) protéká značně větším průřezem než jaký má vodič nad zemí. Modelování této smyčky a hlavně jejich magnetických účinků je značně složité a existuje na to několik teorií. Nejsnadnější pro použití a kupodivu i poměrně přesná je Rüdemberg-Wagnerova metoda, která je starší a nerespektuje skutečná uspořádání, jako je tomu u moderních metod. Avšak pro představu o vedení a získání snadno použitelných analytických vzorců je i nadále vhodná.[4]

Tato metoda vychází z předpokladu, že rezistivita země je v celém jejím objemu konstantní a permeabilita se rovná jedné. Rozložení proudové hustoty vyplývá z Maxwellových rovnic, ze kterých za daných předpokladů získáme fázor proudové hustoty:

$$\operatorname{rot} \bar{\mathbf{J}} + j\omega\gamma\mu_0\bar{\mathbf{J}} = 0 \quad (1.19)$$

Za předpokladu okrajové podmínky, že proud procházející zemí se rovná proudu ve vodiči vznikne z fázoru proudové hustoty:

$$\frac{d^2\bar{J}_Z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{J}_Z}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2\bar{J}_Z}{d\alpha^2} - j\omega\gamma\mu_0\bar{J}_Z = 0 \quad (1.20)$$

Pokud uvažujeme, že proudová hustota je nerovnoměrná jen v zemi, tudíž na místě, kde platí podmínky, že $r \geq h, \pi \leq \alpha \leq 2\pi$ a že hustota nezávisí na úhlu α , získáme:

$$\frac{d^2\bar{J}_{Z(r)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{J}_{Z(r)}}{dr} - j\omega\gamma\mu_0\bar{J}_{Z(r)} = 0 \quad (1.21)$$

Po řešení například za použití Besselových rovnic druhého řádu získáme přibližný vztah ve tvaru:

$$\bar{J}_{z(r)} = \left(\pi^2 f \gamma + j4\pi f \gamma \ln \frac{562,9}{r\sqrt{f\gamma}} \right) 10^{-7} I \quad (1.22)$$

Tento vztah však platí pouze za podmínek, že $f < 5$ kHz a $r \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \gamma}{2}} \leq 0,5$. Tyto podmínky jsou však v praxi bezpečně splněny. Pokud známe předchozí vztah, pak může být určena impedance země na jednotku délky jako:

$$\bar{Z}'_g = \frac{\bar{J}_z}{I_\gamma} = (\pi^2 f + j4\pi f D_g) 10^{-7}; D_g = \ln \frac{562,9}{h\sqrt{f\gamma}} \quad (1.23)$$

Parametr D_g určuje tzv. hloubku vodiče v zemi. Jak je vidět, tak složitý případ vedení proti zemi se nyní zjednodušil na případ dvou vodičů, jehož řešení je mnohem snadnější a vyplývá do vzorce $\bar{Z}'_c = R' + R'_g + 0,2j\omega \ln \frac{D_g}{\xi_r}$. [4]

SVOD

Při návrhu vedení s rozprostřenými parametry je potřeba rozlišit venkovní a kabelová vedení. U každého druhu je svod ovlivňován různými parametry. Svod se určuje pomocí vzorce:

$$G = \frac{1}{R} \left[S/m; \Omega \right] \quad (1.24)$$

V praxi je však nejučinnější pro zjištění přesné hodnoty metoda experimentální, jelikož výpočet je značně složitý a hraje v něm roli spousta aspektů. Ztráty pomocí svodu na vedení stoupají s kvadrátem napětí (viz. 1.25).

$$\Delta P = U^2 \cdot G \quad (1.25)$$

V praxi rozdělujeme svod na dva základní body a to dle použitého vedení:

Venkovní vedení

U venkovních vedení je tato veličina ovlivněna zejména povětrnostními podmínkami a napětím na vodiči. Ztráty jsou dány především korunou (vliv u vedení nad 110KV) a svodem přes izolátory. Svod běžných venkovních vedení se pohybuje v rozmezí $1 \div 5 \cdot 10^{-8} \text{ S/km}$.

Kabelová vedení

U kabelů je svod vyvolán především nedokonalostí dielektrika. Tato nedokonalost je vyjádřena pomocí ztrátového úhlu δ , který je závislý na velikosti protékajícího proudu a jeho frekvenci a dále na teplotě. Svod kabelových vedení se započítává do vzorců až od hodnoty 220KV, kdy získává poměrně výrazný vliv.[4]

REZISTIVITA

Rezistivita je vlastnost proměnná s teplotou. V praxi se teplota vedení mění v závislosti na počasí a provozním zatížení. Proto musí být při výpočtu brán ohled i na měnící se teplotu vedení. Rezistivita vedení je udávána pro hodnotu 1 m délky vedení při teplotě 20°C. Tato vstupní hodnota musí být poté přepočítána pomocí vzorce:

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0) + \beta \cdot (T - T_0)^2) \cdot k_S \quad (1.26)$$

Ze vzorce (viz. 1.26) vyplývá, že výsledná rezistivita 1 m vodiče je dána nejen rozdíly teplot T a T_0 , ale také konstantami materiálu, které určují změnu rezistivity materiálu v závislosti na měnící se teplotě. Konstanta k_S započítává vliv skinefektu.

Praktické užití vypočtených parametrů

Z vypočtených parametrů lze odvodit chování obvodu po elektrické, ale i po mechanické stránce. Této vlastnosti se využívá při návrhu vedení tak, aby bylo dostatečně nastavené jak po mechanické, tak po stránce ochranné. V praxi není například vhodné, aby při provozním přepětí sepnuli ochrany, které by zbytečně tímto snižovaly svoji životnost a také způsobovaly větší ztráty při přenosu. Nejběžnějšími případy, kdy je nutné znát přesné chování sítě jsou návrhy vedení z hlediska nestacionárních jevů, jako jsou například přepětí.

PŘEPĚTÍ

V praxi jsou případy s nulovým kmitočtem velmi vzácné. Na vedení probíhají spousty stavů, které nikdy nemají nulový kmitočet. Samotné napájecí napětí kmitá s frekvencí 50 Hz. Existuje další škála přechodových jevů, které jsou naprosto běžné, a pro které je nutné znát výsledné chování vedení, aby bylo možné správně navrhnout ochranné prvky a mechanickou část vedení. Nejdůležitější pro energetiku jsou přepětí, která mohou způsobit poškození vedení nebo zařízení připojeného na vedení, zejména pokud tato přepětí mají dlouhodobý charakter. Přepětí je jakékoli napětí, které je vyšší než provozní napětí sítě. Při dlouhodobém přepětí je izolace materiálu namáhána nad navrhovanou úroveň a dochází ke změnám ve struktuře dielektrika ve většině případů vlivem nadměrného oteplení, které mohou vést i k jeho degradaci až zničení.

Přepětí rozdělujeme na:

Krátkodobá přepětí, vznikající převážně spínacími pochody na vedení nebo atmosférickými jevy.

Dlouhodobá přepětí, která jsou způsobena převážně provozními stavy v sítích.

Vnitřní přepětí se rozdělují na:

- **Stacionární** – může mít dobu trvání i několika hodin, jedná se například o stav, kdy je zemní spojení v jedné fázi napájecího vedení, pak ostatní mají vyšší napětí než je provozní.
- **Dynamické** – vzniká například při odlehčování strojů, jako jsou dopravníky, jeřáby atp. Zpravidla je jeho doba trvání do řádu několika sekund avšak jejich četnost může být velká.

- **Spínací** – tato přepětí jsou pravděpodobně nejběžnějším jevem v síti. Vznikají spínacími pochody. Spínací přepětí mohou vzniknout například těmito způsoby:
 - **Vypínání vedení naprázdno**
 - **Přerušované zemní spojení**
 - **Odpojování transformátorů naprázdno**

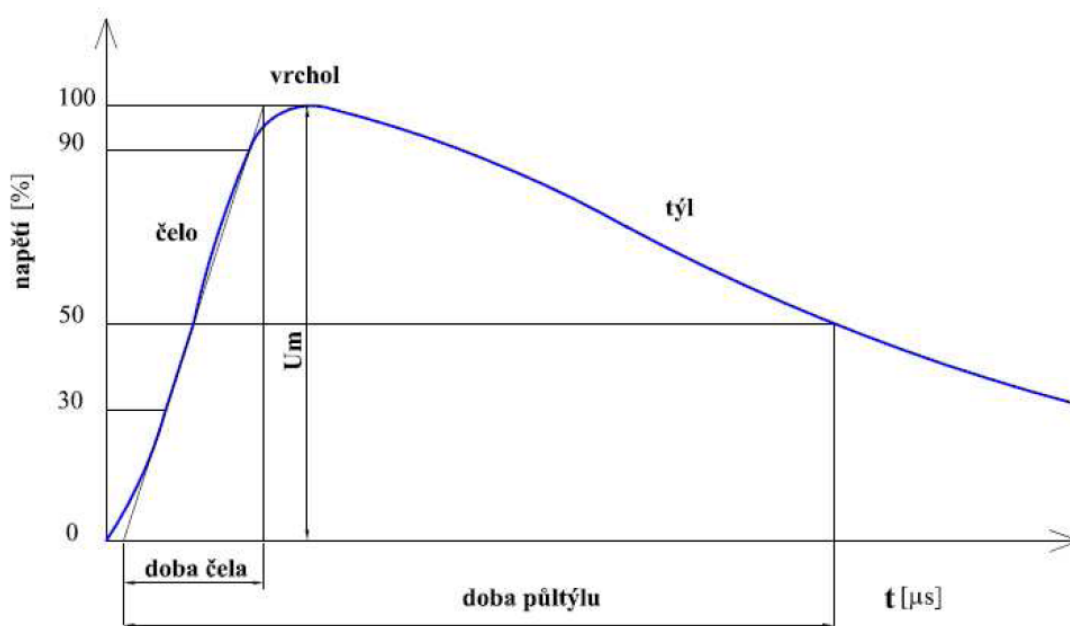
Vnější přepětí – jejich zdroj je mimo vlastní vodič vedení a jejich doba trvání je ve většině případů do řádů milisekund. Nejběžnějšími zdroji těchto přepětí mohou být například:

- **Nepřímý úder blesku do vedení**
- **Přímý úder blesku do vedení**
- **Indukce z vedení vyšší napět'ové hladiny**

Přepětí mohou vznikat i mnoha dalšími způsoby, například odrazy vln na vedení, které pak při každém odrazu mohou v nejhorším případě získávat na amplitudě. Odrazy na vedení mohou vznikat nejen na koncích vedení, ale také při náhlých změnách vlnové impedance vedení. Vlnovou impedanci vedení lze spočítat pomocí vzorce viz. 1.27.

$$Z_C = \sqrt{\frac{R+j\cdot\omega\cdot L}{G+j\cdot\omega\cdot C}} \quad (1.27)$$

Při testování zařízení na přepětí se v laboratorních podmínkách využívá tzv. Rázová vlna, jež má definovaný průběh a hodnotu amplitudy tak, aby simulovala úder blesku do vedení.



Obr. 2: Rázová vlna

Přepětí však nejsou jedinou hrozbou pro vedení. Častým a neméně nebezpečným jevem je i zkrat.

ZKRAT

Zkrat je velice vážný stav sítě, při kterém klesá napětí v místě spojení na hodnotu 0 a naopak proud v místě spojení dosahuje několikanásobku běžného provozního proudu. Výpočet zkratu je další velice důležitou disciplínou návrhu vedení a i pro tento případ je nutné znát matematický popis vedení a jeho parametrů. Zkrat je také nestacionární jev, jelikož při jeho vzniku vzniká proud s frekvencí, která může být i několika násobkem běžné napájecí frekvence.

Zkraty se rozdělují podle způsobu vzniku:

- Zemní spojení
- Mezifázový zkrat

Nejhorším případem je mezifázový zkrat, který dosahuje největších možných proudů! Velikost zkratového proudu je ovlivněna i vzdáleností místa vzniku od místa napájení sítě. Nejvyšší intenzitu má zkrat přímo na svorkách napájecího zařízení, například generátoru. Pokud dojde ke vzniku zkratu, pak je veškeré zařízení mezi místem zkratu a napájecím

článkem ohroženo zkratovým proudem. Naopak zařízení za místem zkratu, směrem od napájení, je zatěžováno přepětím ve zbylých zdravých fázích.

Nejčastějšími příčinami vzniku zkratu jsou:

- Porucha izolace
- Úder blesku do vedení
- Nesprávná manipulace se zařízením
- Stárnutí izolace

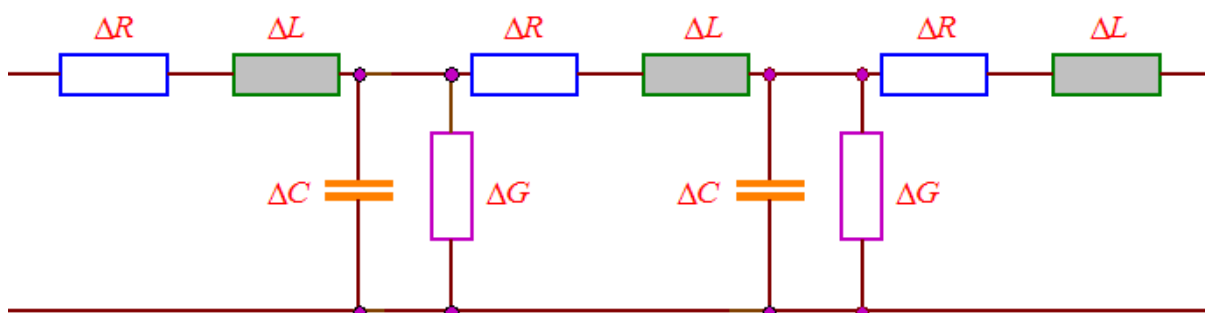
Nejvýznamnějšími účinky zkratového proudu je tepelné a mechanické zatížení zařízení a proto je nutné dobu zkratu omezit na co nejmenší dobu.

MATEMATICKÝ POPIS VEDENÍ S ROZPROSTŘENÝMI PARAMETRY

Aby bylo možné sestavit program simulující určité vedení a zobrazující průběh jeho parametrů v závislosti na čase a místě, je nutné nejdříve formulovat matematický model, který je pak zaveden v jádře programu.

Rovnice pro výpočet elementárních článků

V kapitole 1 jsem se zmínil o náhradních člancích, které se dají použít pro výpočet obvodů s rozprostřenými parametry. Bohužel tyto články se shodují pouze při nulovém kmitočtu. S rostoucím kmitočtem se jejich výsledky odlišují, i přestože popisují stejný obvod a z toho vyplývá, že i reálný obvod popisují přesně pouze v případě nulového kmitočtu. Tento efekt jde do určité míry ovlivnit spojením několika článků různých druhů do sériového obvodu, čímž se částečně vyruší celková chyba.



Obr. 3: Spojení několika elementárních článků [4]

V určitých případech lze zavést tzv. bezeztrátové vedení, což znamená, že při výpočtu lze zanedbat R a G . Jelikož při vysokých frekvencích L výrazně převyšuje R a C výrazně převyšuje G , tudíž jejich příspěvky jsou zanedbatelné. Vzorce pro výpočet se tedy zjednoduší a zůstanou pouze prvky závislé na frekvenci.

Pokud ovšem požadujeme přesné výsledky, které respektují i prostorové a časové rozložení parametrů vedení je nutné získat komplexnější náhled na obvod. Tento náhled poskytují tzv. *telegrafní rovnice*.

Telegrafní rovnice

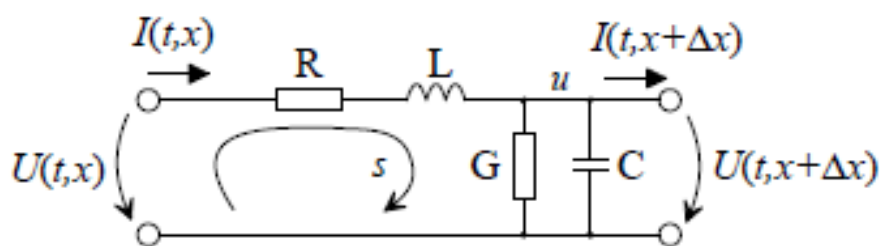
Telegrafní rovnice jsou nejdůležitější rovnice pro výpočet sítí s rozloženými parametry. Jedná se o parciální diferenciální rovnice udávající vztah napětí a proudu v závislosti na svodu, kapacitě, indukci a odporu vedení. Z těchto rovnic vyplývá závislost napětí a proudu na místě a čase. Naopak při výpočtu telegrafních rovnic se úsek vymezený elementem dx považuje za homogenní.

Ručního výpočtu pomocí telegrafních rovnic je možné využít pro stacionární obvody poměrně snadno. Pro nestacionární obvody lze využít Laplaceovy transformace případně použít jinou metodu. Tyto případy například jsou:

- Vedení naprázdno
- Vedení nakrátko
- Vedení zakončené vlnovou impedancí

Příklad odvození telegrafních rovnic pro jednofázové homogenní vedení

Homogenní vedení znamená, že uvažujeme konstantní teplotu vedení, konstantní průřez a vzdálenost vodičů. Dále uvažujeme, že parametry vedení jsou rovnoměrně rozloženy podél jeho délky. Model elementu vedení je zobrazen na obrázku 4.



Obr. 4: Model elementu jednofázového homogenního vedení

Uvažujeme element vedení Δx ve vzdálenosti x od počátku vedení, který si je možné představit jako elementární dvojbran, na jehož délce Δx odvodíme výchozí rovnice popisující vlastnosti vedení, které dále rozvinem v Taylorovu řadu se zanedbáním členů druhé a vyšší derivace (viz. 2.1).[5]

$$u(t, x + \Delta x) = u(t, x) + \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \Delta x \quad (2.1a)$$

$$i(t, x + \Delta x) = i(t, x) + \frac{\partial i(t, x)}{\partial x} \Delta x \quad (2.1b)$$

Za použití Kirchofových zákonů napíšeme rovnice popisující dvojbran, při čemž víme, že R a L jsou podélné parametry vedení a G a C jsou příčné parametry. Jak je vidět například na obrázku na str. 23.

$$Ri(t, x)\Delta x + L \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \Delta x + \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \Delta x = 0 \quad (2.2a)$$

$$Gu(t, x)\Delta x + C \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} \Delta x + \frac{\partial i(t, x)}{\partial x} \Delta x = 0 \quad (2.2b)$$

Upravením vztahů popsaných výše dostane tzv. *obecné telegrafní rovnice homogenního vedení* ve tvaru:

$$-\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = Ri(t, x) + L \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \quad (2.3a)$$

$$-\frac{\partial i(t, x)}{\partial x} = Gu(t, x) + C \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} \quad (2.3b)$$

Pokud bychom chtěli počítat vedení pro harmonický ustálený stav, pak bychom použili komplexní reprezentaci těchto rovnic a rovnice by nabyly tvaru: [5]

$$-\frac{d\bar{U}}{dx} = (R + j\omega L)\bar{I} \quad (2.4a)$$

$$-\frac{d\bar{I}}{dx} = (G + j\omega C)\bar{U} \quad (2.4b)$$

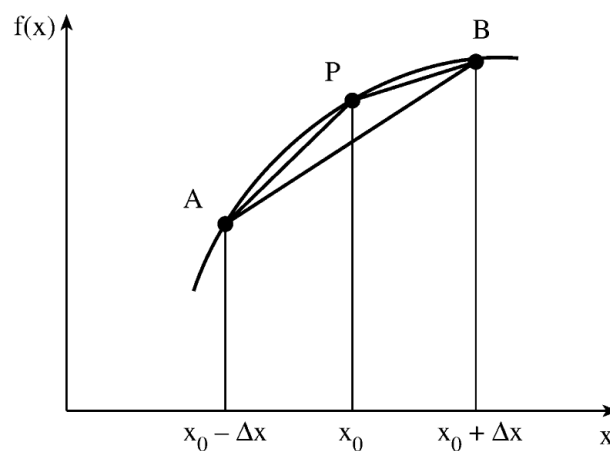
Řešení harmonického ustáleného stavu však není tématem této práce! Řešení nestacionárních jevů na vedení je poněkud složitějším elektrotechnickým postupem. Existuje několik způsobů, jak tento problém uchopit a vyřešit. Nejpoužívanější metodou vzhledem k přesnosti je Metoda konečných diferencí, dalšími metodami jsou:

- metoda konečných prvků
- metoda hraničních prvků
- Laplaceovy transformace

[5]

Metoda konečných diferencí

Metoda konečných diferencí spočívá v nahrazení parciálních derivací v určitém bodě diferencemi, což jsou lineární kombinace hodnot v okolních bodech. Výsledkem tohoto postupu je soustava algebraických rovnic s neznámými posuny. Přesnost této metody závisí na velikosti kroku, s jakým provedu Taylorův rozvoj. Je zřejmé, že se zmenšujícím se krokem zvětšuji přesnost, avšak výpočetní náročnost tímto naopak stoupá. Tato metoda je nejpoužívanější pro použití ve výpočetní technice, protože nabízí snadnou možnost převedení na numerické řešení.[6]



Obr. 5: Obrázek popisující funkci v bodě P, je-li známa funkce ve dvou okolních bodech

Znám-li funkci $f(x)$ popisující obvod v bodě P a zajímá-li mě například hodnota v bodě B, provedu Taylorův rozvoj s krokem Δx vpřed a následně vzad.[6] Při tomto rozvoji zanedbáme diference druhého a vyššího řádu. Tímto postupem získáme dvě rovnice:

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (2.5a)$$

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (2.6b)$$

Odečtením funkce pro bod B a bod A získáme rovnici:

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (2.6c)$$

Výhody:

- snadná aplikace v IT
- poměrně jednoduché řešení matematických modelů
- možná proměnlivá přesnost v určitých částech modelu
- řešení pro obrovské soustavy

- celý proces lze automatizovat
- řešení pomocí matic

Nevýhody:

- pro dosažení přesnosti je nutný relativně hustý krok => výpočetní náročnost

Numerické řešení

Pro řešení matematického modelu rozsáhlých sítí je dobré průběhy napětí a proudů v telegrafních rovnicích aproximovat. Získáme tím diskrétní popis daného problému, který se lépe zpracovává numericky. V praxi nejpoužívanější metodou je tzv. Lax-Wendroffovo schéma. Pomocí této metody se získá série dvojbranů se soustředěnými parametry, které vedou v soustavu N rovnic. Podmínkou pro možnost aplikace Lax-Wendroffova schématu je znalost hodnoty v bodě $f(x,0)$, kterou splníme tím, že na začátku vedení je připojen známý zdroj proudu a napětí a známe jeho hodnotu v daném čase. Pro jednoduchost jsem zvolil, že hodnota výstupního proudu a napětí zdroje je rovna nule, ale teoreticky je možné zvolit libovolnou hodnotu.

Spojité oblast řešení se poté nahradí mřížkou s rovnoměrnými časovými a prostorovými kroky Δx a Δt . Kroky je nutné zvolit relativně malé, aby vznikla dostatečně velká soustava rovnic, zajišťující přesnost výsledného řešení a aby bylo zajištěno, že se hodnoty hledaných neznámých na rozhraní elementů vedení mění spojitě. Vlastní schéma poté spočívá ve dvou krocích, kdy se v prvním kroku vypočtou tzv. půl kroky mezi dvěma časovými hladinami a prostorovými kroky a v druhém se z kombinace výchozí hodnoty a půl kroky vypočte cílová hodnota. Z tohoto je zřejmá podmínka, která vyžaduje, aby se hodnoty na rozhraní elementů měnili spojitě, které je dosaženo relativně malým časovým a prostorovým krokem.

Pokud provedeme aproximaci telegrafních rovnic odvozených výše, získáme tyto rovnice pro n -tý prvek:

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{u_{n+1,h} - u_{n,h}}{\Delta x} + \frac{u_{n+1,h+1} - u_{n,h+1}}{\Delta x} \right) = \frac{R}{4} (i_{n,h} + i_{n+1,h} + i_{n,h+1} + i_{n+1,h+1}) + \frac{L}{2} \left(\frac{i_{n,h+1} - i_{n,h}}{\Delta t} + \frac{i_{n+1,h+1} - i_{n+1,h}}{\Delta t} \right) \quad (2.7a)$$

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{i_{n+1,h} - i_{n,h}}{\Delta x} + \frac{i_{n+1,h+1} - i_{n,h+1}}{\Delta x} \right) = \frac{G}{4} (u_{n,h} + u_{n+1,h} + u_{n,h+1} + u_{n+1,h+1}) + \frac{C}{2} \left(\frac{u_{n,h+1} - u_{n,h}}{\Delta t} + \frac{u_{n+1,h+1} - u_{n+1,h}}{\Delta t} \right) \quad (2.7b)$$

Kde pro časovou hladinu h platí, že $h = \frac{\text{celkový čas}}{\Delta t}$ a pro prostorový skok n platí, že $n = \frac{\text{celková délka vedení}}{\Delta x}$.

Tyto rovnice je možné dále upravovat a získat tak jednodušší zápis, ze kterého lépe vyplývá závislost hodnot v časových a prostorových souřadnicích.

$$\begin{aligned} u_{n,h} \left(\frac{1}{2\Delta x} \right) + u_{n+1,h} \left(-\frac{1}{2\Delta x} \right) + i_{n,h} \left(-\frac{R}{4} + \frac{L}{2\Delta t} \right) + i_{n+1,h} \left(-\frac{R}{4} + \frac{L}{2\Delta t} \right) = \\ u_{n,h+1} \left(-\frac{1}{2\Delta x} \right) + u_{n+1,h+1} \left(\frac{1}{2\Delta x} \right) + i_{n,h+1} \left(\frac{R}{4} + \frac{L}{2\Delta t} \right) + i_{n+1,h+1} \left(\frac{R}{4} + \frac{L}{2\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (2.8a)$$

$$\begin{aligned} u_{n,h} \left(-\frac{G}{4} + \frac{C}{2\Delta t} \right) + u_{n+1,h} \left(-\frac{G}{4} + \frac{C}{2\Delta t} \right) + i_{n,h} \left(\frac{1}{2\Delta x} \right) + i_{n+1,h} \left(-\frac{1}{2\Delta x} \right) \\ = u_{n,h+1} \left(\frac{G}{4} + \frac{C}{2\Delta t} \right) + u_{n+1,h+1} \left(\frac{G}{4} + \frac{C}{2\Delta t} \right) + i_{n,h+1} \left(-\frac{1}{2\Delta x} \right) \\ + i_{n+1,h+1} \left(\frac{1}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (2.8b)$$

Pro N prvků vznikne tímto způsobem N párů rovnic, po doplnění podmínek na začátku a na konci vedení zapsaných také pomocí výše zmíněných rovnic, avšak v upraveném tvaru získáme celkový počet $N+1$ párů. Nejjednodušším numerickým způsobem řešení takového počtu rovnic je jejich zapsání v maticovém tvaru $\mathbf{AX}^h = \mathbf{BX}^{h+1}$, kde matice \mathbf{A} a \mathbf{B} jsou matice tzv. Lax-Wendrofových koeficientů a vektory \mathbf{X} jsou hodnoty napětí a proudů v daných časových hladinách. Matice koeficientů jsou tzv. řídké matice, jelikož většina jejich členů je rovných nule.

Výpočet poté probíhá vždy jednu časovou hladinu po druhé, kde se na konci výpočtu nová hladina stane výchozí hladinou pro výpočet další časové hladiny $\mathbf{X}^{h+1} \Rightarrow \mathbf{X}^h$. V každé časové hladině je vypočteno rozložení proudů a napětí v daném čase v průběhu celého vedení. Jelikož je většina prvků koeficientových matic nulová, je nutné použít výpočetní mechanismus, který s takovými maticemi umí pracovat, aby byla zajištěna efektivita výpočtu.

OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Aby bylo možné rovnice pro vedení vůbec vyřešit, je nutné si určit okrajové podmínky definující stavy na konci a počátku vedení respektive vlastnosti zdroje a zátěže. Okrajové podmínky lze určit z upravených rovnic pro N-tý prvek vedení. Pokud tedy upravím rovnici pro N-tý element za předpokladu, že předchozí element je zdroj, pak dostanu rovnici ve tvaru:

$$u_{n,h+1}(S_{NTM}) + i_{n,h+1}(S2_{NTM}) = U_{zdroje} \quad (2.9)$$

Z čehož vyplývá, že pokud mám aktivní napěťový zdroj, pak konstanta „ S_{NTM} “ musí být rovna 1 a naopak, pokud nemám připojen napájecí zdroj, pak „ S_{NTM} “ musí být rovno -1, jelikož i po odpojení zdroje bude na vstupních svorkách napětí uchované ve vedení. Pro konstantu „ $S2_{NTM}$ “ reprezentující odpor zdroje platí pro zapnutý zdroj hodnota 0 (ideální napěťový zdroj) a pro vypnutý musí být hodnota co nejvyšší, aby byly reprezentovány rozpojené svorky a tedy nulový proud mezi svorkami. Dosazení nuly a tím pádem vyřazení tohoto prvku by způsobilo velkou odchylku při výpočtu.

Podmínky pro konec vedení získám opět z upravené rovnice pro N-tý element a to takto:

$$u_{n,h}(O_{BTM}) + i_{n,h}(Z_{BTM}) = u_{n,h+1}(O_{NTM}) + i_{n,h+1}(Z_{NTM}) \quad (2.10)$$

Hodnota konstanty „ O “ reprezentuje stav svorek na konci vedení respektive na vstupních svorkách zátěže (zapojeno, rozpojeno) a hodnota „ Z “ reprezentuje obecnou zátěž připojenou ke konci vedení. V případě rozpojených svorek má hodnotu co nejvyšší, naopak v případě zkratu je rovna jedné.

SPECIFIKACE

Nejdůležitějším krokem při návrhu aplikace je specifikace požadavků na cílový program. Tyto požadavky musí obsahovat nejen funkční parametry, ale také by měli obsahovat popis ergonomie rozhraní pro uživatele s přihlédnutím na jeho znalosti a zkušenosti s používáním obdobných programů.

Specifikace požadavků

Specifikace požadavků je základním krokem vývoje nového počítačového programu a pro tento případ jsem ze zadání vyvodil tyto požadavky:

- vytvoření matematického modelu sítě dle zadaných parametrů
- zobrazení parametrů vedení v daném místě a čase
- export/import projektu, výsledků atp.

Při tvorbě programu bylo počítáno s faktem, že uživatel má alespoň základní znalosti z teorie obvodů a nebude tedy úmyslně zadávat neřešitelné obvody.

Specifikace nástrojů

Pro vytváření softwaru jsem zvolil jazyk Microsoft C# s použitím .NET framework verze 4.0. Aplikace je určena pro prostředí Windows a grafické rozhraní bude vytvořeno pomocí Windows Presentation Foundation (WPF) ve verzi 2.0. Jako vývojové prostředí (IDE) je využito nástroje od společnosti Microsoft s názvem Microsoft Visual Studio 2010 v edici Profesional. Dále jsem při vývoji využil volně dostupných rozšiřujících nástrojů třetích stran s názvem WPFToolkit, poskytující širokou možnost pro práci s grafy ve WPF a nadstandardní balíček komponent. Pro výpočetní jádro jsem zvolil software Dot.Numerics, který rozšiřuje .Net o možnost počítání s maticemi.

Specifikace hardware

Program jsem vyvíjel a zároveň testoval na notebooku s procesorem Intel Core 2 Duo T9300 2,5GHz, velikostí RAM 4GB typ DDR2 se 64-bitovým operačním systémem Windows 7 Professional. Všechny uvedené časy v diplomové práci jsou tedy časy dosažené na tomto stroji.

Problematika vytváření výpočetního SW v C#

Při vytváření výpočetního programu pro jazyk C# a vůbec platformu .Net je největším problémem úplná absence knihoven pro práci s maticemi, komplexními čísly atp. V zásadě lze tedy .NET využít hlavně k vytváření programů pro práci s daty ve smyslu ukládání, čtení atp., ale nikoli pro složité výpočetní mechanismy.

Toto má taky své odůvodnění. Jelikož všechn software napsaný v .Net běží v jistém virtuálním prostředí, které zajišťuje jeho portabilitu na množství verzí operačních systémů Windows a také na operační systémy různých výrobců, pak je výkonost takového softwaru nutně omezena na úkor přenositelnosti a také parametry virtuálního stroje. V zásadě to má ten význam, že pokud máte výpočetní systém napsaný v C či C++, pak tyto programy jsou několikanásobně rychlejší než v C#, jelikož jsou spouštěny a jejich procesy prováděny na vrstvě blíže k hardwaru a jejich zdrojový kód je kompilovaný speciálně pro danou platformu.

Podpora výpočtů s maticemi, vektory a komplexními čísly je do C# doplňována jako nadstandard od výrobců třetích stran, kteří tento software buď vytvářejí jako open source či pro komerční účely.

JÁDRO PROGRAMU

Výpočetní jádro programu je navrženo, aby hodnoty zadané uživatelem zapracovalo do daného matematického modelu. Vlastní převod do matematického modelu není prováděn úplným rozpoznáním zadání a následně vytvořením matematického modelu, ale v tomto případě jsem zvolil pro jednoduchost definování obecného modelu pro jednofázové vedení a program již pouze provádí úpravy tohoto modelu. Zapracování do matematického modelu probíhá v několika základních krocích.

- příprava koeficientů
- úprava koeficientů a vstupních hodnot
- výpočet

Vlastní výpočet jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole je proveden pomocí matic. Tyto matice je nutné si připravit a to nejen co se týče dat, ale zvolit i rozumný formát. Jelikož Lax-Wendroffovy matice jsou velice řídké a poměrně rozsáhlé, tak je nutné pro optimalizaci výpočtu zvolit formát matice SPARSE, který je navržen, aby výpočty s řídkými maticemi prováděl rychlejším a efektivnějším způsobem. V zásadě se jedná o to, že matice je uložena v paměti jako seznam hodnot a jejich adres nikoli jako skupina polí.

Matice koeficientů mají velikost $2*(N+1)$, kde N je počet elementů a 1 je okrajová podmínka.

PŘÍPRAVA KOEFICIENTŮ

V prvním kroku se vytvoří koeficienty a matice pro výpočet Lax-Wendroffova diskrétního modelu. Vytvoří se dvě matice BTM(Base Time level Matrix) a NTM(Next Time level Matrix).

S				S2			
X	X			X	X		
	X	X			X	X	
		X	X			X	X
X	X			X	X		
	X	X			X	X	
		X	X			X	X
			O				Z

Tabulka 1: Zaplnění koeficientové matice

První řádek těchto matic obsahuje podmínku pro začátek vedení a analogicky poslední řádek těchto matic obsahuje podmínku konce vedení, v ostatních řádcích jsou koeficienty pro N-tý člen vedení, které se vyplňují způsobem popsaným v dalším odstavci.

Z tabulky je zřejmé, že většina elementů této matice je nulová, a proto je nutné využít optimalizovaných metod pro výpočet.

VLASTNÍ VÝPOČET

Když jsou připraveny matice pro výpočet, pak program pokračuje vlastním výpočtem, který sestává z cyklu, počítajícího časové kroky a výpočtu rozložení napětí podél vedení v každém časovém kroku. Hodnoty koeficientových matic a zdrojů jsou nejprve upraveny podle kritérii, která jsou dána v instancích třídy `Defect` a následně jsou upravené hodnoty využity k výpočtu. Obdržené výsledky jsou vzhledem k maticovým operacím zapsány jako vektor, jehož struktura je v tabulce níže, a pro lepší zpracování a přehlednost je software převede to instance třídy `ModelResult`.

u_1	u_2	u_3	u_4	u_N	i_1	i_2	i_3	i_4	i_N
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Tabulka 2: Výsledný vektor

PROVOZNÍ STAVY

Provozní stavy jsem rozdělil na tři základní druhy, podle toho, jakým způsobem ovlivňují vedení a také podle způsobu přístupu k nim z hlediska aplikace do matematického modelu:

1. Stav ovlivňující počátek vedení (zdroj)
2. Stav ovlivňující vedení samotné
3. Stav ovlivňující konec vedení (zátěž)

Toto rozdělení je v zásadě pouze procedurální, jelikož na datový formát to nemá vliv. Tedy všechno jsou instance stejné třídy, pouze se s nimi pracuje v jiném kroku výpočtu a jiným způsobem se jejich hodnoty aplikují.

Provozní stavy mají několik základních parametrů, které určují, v jakém bodě a v jakém čase se mají aplikovat a také stejným způsobem se řeší jejich vypršení. Navrhl jsem je tímto způsobem, aby bylo možné simulovat různé přechodné děje, jako je například spínání prvků vedení, přerušované zemní spojení nebo zkrat, či úder blesku do vedení.

JAK PROBÍHÁ APLIKACE STAVU?

Aplikace stavu jako takového není jednoduchý proces, protože se musí vyhodnotit několik faktorů a na základě nich určit jakým způsobem mají být ovlivněny Lax-Wendroffovy matice případně vektory napětí a proudů.

Prvním krokem je vyhodnocení, které stavy se v danou chvíli a pozici mají použít. Ačkoliv se tak úplně nejedná o aplikaci, má to svůj význam. Toto vyhodnocení probíhá na základě údajů zadaných uživatelem při vytváření nové instance objektu. Stav může být omezen pouze na určité místo nebo na určitý úsek v prostoru a čase. Pokud chci simulovat reálné vedení, pak jsou tyto efekty většinou lokálního charakteru, ale nepovažoval jsem za nutné se tímto faktem omezovat.

Dále uživatel může nastavit, jakou veličinu daný provozní stav ovlivňuje a jakým způsobem. Implementoval jsem tyto základní možnosti:

- Hodnota stavu danou veličinu zcela změní na svojí
- Hodnota stavu se přičte/odečte od hodnoty elementu

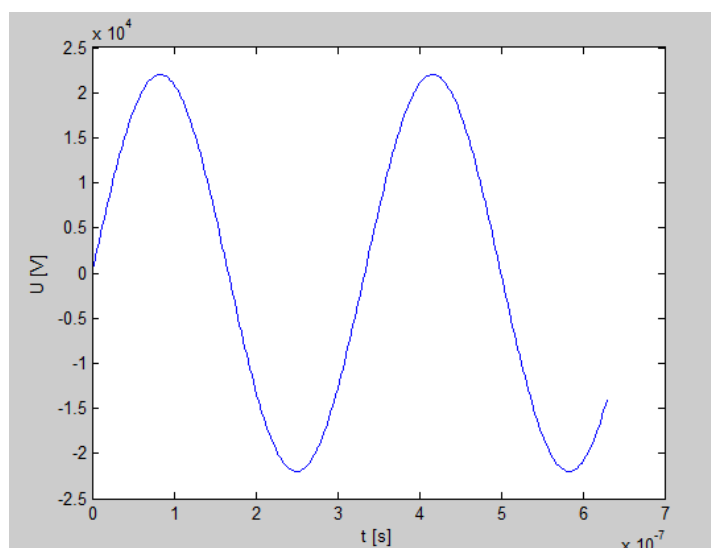
ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Abych vyzkoušel funkčnost softwaru, zvolil jsem porovnání jeho výsledků s výsledky získanými pro stejné obvody z programu Matlab. Jelikož rovnice zapsané fixně do zdrojového souboru Matlabu jsou o poznání snadněji čitelné, je možné jejich správnost zhodnotit a považovat je za srovnávací normál.

Abych otestoval různé aspekty výpočetního algoritmu, zvolil jsem tři jednofázové obvody reprezentující odlišné způsoby výpočtu a na vstup těchto obvodů jsem nasimuloval testovací signál. Těmito obvody jsou:

1. Vedení zatížené obecnou impedancí
2. Vedení naprázdno
3. Ideální vedení

Tyto obvody jsem si zvolil proto, že reprezentují standardní průběh algoritmu, změnu parametrů zátěže a dále je ve všech reprezentován proměnný zdroj simulující nestacionární jev. Zdroj je tvrdý, což znamená, že jeho parametry se nemění v závislosti impedanci připojeného obvodu.



Obr. 6: Vstupní signál

Program ovšem není striktně limitován na tyto případy. Je samozřejmě možné ho použít na řešení i dalších typů příkladů jako jsou:

- úder blesku do/v blízkosti vedení
- spínací jevy
- zkrat na vedení
- připnutí, či odepnutí odběru v průběhu vedení a další.
- změna parametrů v průběhu vedení (napojení venkovního vedení na kabalové)
- atp.

Společné vlastnosti

Všechny příklady kromě ideálního vedení mají společné základní parametry vedení a vstupní signál.

Pro výpočty jsem zvolil délku 100 metrů a tyto parametry:

	VEDENÍ			ZDROJ	JEDNOTKA
R	3e-3	Ω	U	22e3	V
L	3e-6	H	f	3	MHz
C	8e-12	F	T_{END}	2.1e-6	s
G	4e-5	S/m			

Dalšími společnými vlastnostmi jsou:

- počet prostorových elementů N je roven v každém případě 100
- počet časových kroků matice t je roven v každém případě 1000
- zdroj je odpojen ve 300 časovém kroku

Jelikož Matlab používám pouze pro srovnání, pak výsledky z něj prezentované budou pouze formou celkového času potřebného pro výpočet a grafu závislosti napětí na časových a prostorových souřadnicích. Ostatní grafy budou vytvořeny pomocí méj aplikace a budou poskytovat lepší náhled na problematiku.

Počáteční podmínky jsou v každém zadání shodné - vedení bez napětí a proudu před začátkem výpočtu. Tedy počáteční vektor pro výpočet následujícího kroku je plný nul.

Vedení zatížené obecnou impedancí

Toto zadání jsem zvolil právě proto, že je to nejčastější případ, který se vyskytuje. Zadání by se dalo porovnat se spínacími pochody na vedení, a jelikož toto je jeden z nejčastějších nestacionárních jevů na vedeních bylo logické vyzkoušet na něm výpočetní vlastnosti.

Nejdůležitějším pro výpočet je určení koeficientů, které vyplňují Lax-Wendroffovy matice a dále určení okrajových podmínek. Určení koeficientů se provede pomocí dosazení do rovnice (2.9) a (2.10).

Okrajové podmínky:

Připojený zdroj:

Vyjdeme z rovnice (2.9) a za předpokladu ideálního napětového zdroje je proud, který elementem protéká, roven nule se rovnice výrazně zjednoduší:

$$u_{n,h+1}(S_{NTM}) + i_{n,h+1}(S_{2NTM}) = u_{n,h}(S_{BTM}) + i_{n,h}(S_{2NTM}) + U_{zdroje} \quad (3.1)$$

Z rovnice (2.10) provedeme odvození podmínky pro konec vedení, kde musí být zajištěno, že napětí a proud se zde vynulují.

$$u_{n,h}(O_{BTM}) + i_{n,h}(Z_{BTM}) = u_{n,h+1}(O_{NTM}) + i_{n,h+1}(Z_{NTM}) \quad (3.2)$$

- ✓ parametr S_{BTM} je „1“ (z rovnice 3.1)
- ✓ parametr S_{NTM} je „-1“ (z rovnice 3.1)
- ✓ parametr O_{BTM} je roven „1“ (z rovnice 3.2)
- ✓ parametr O_{NTM} je roven „-1“ (z rovnice 3.2)
- ✓ parametr Z_{BTM} je roven hodnotě $\frac{L_Z}{dt} + R_Z + \frac{dt}{2 \cdot C_Z}$
- ✓ parametr Z_{NTM} je roven hodnotě $-\left(\frac{L_Z}{dt} + R_Z + \frac{dt}{2 \cdot C_Z}\right)$

Odpojený zdroj:

Podmínky pro počátek vedení se změní, jelikož nyní nebude přispívat zdroj a je tedy nutné respektovat tento fakt. Je však nutné zavést ztrátový koeficient, který bude zmenšovat velikost napětí na svorkách, aby dosáhla nuly. To provedeme zavedením proudu (tedy koeficient S_2 z tabulky 1), který bude postupně srážet hladinu napětí, aby se blížila k nule.

$$u_{n,h+1}(S_{NTM}) + i_{n,h+1}(S_{2NTM}) = u_{n,h}(S_{BTM}) + i_{n,h}(S_{2NTM}) \quad (3.3)$$

- ✓ parametr S_{BTM} je „1“ (z rovnice 3.3)
- ✓ parametr S_{NTM} je „-1“ (z rovnice 3.3)
- ✓ parametr S_{2BTM} je „1“ (z rovnice 3.3)
- ✓ parametr S_{2NTM} je „-1e12“ – odpojená svorka (z rovnice 3.3)
- ✓ parametr O a Z zůstávají nezměněny, protože zátěž je stále připojena

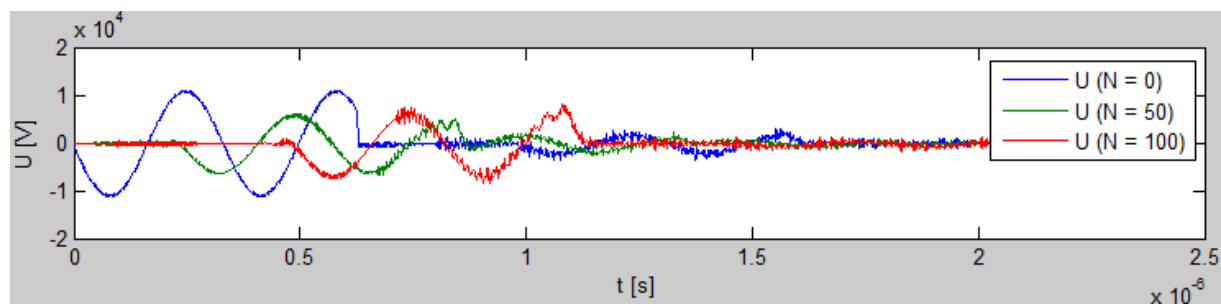
Jako zátěž jsem použil následující hodnoty:

R	1e3	Ω
L	1e-3	H
C	1e-6	F

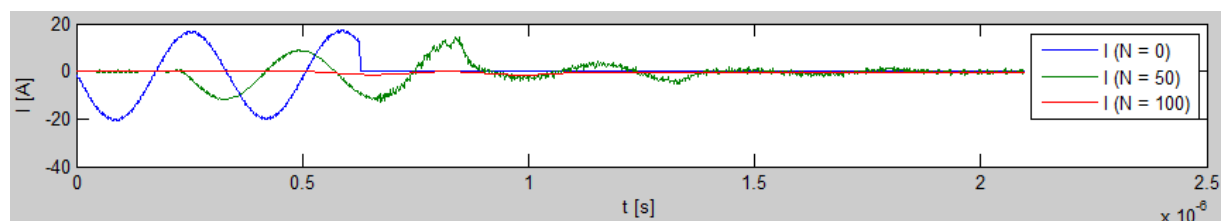
A dosadil tyto hodnoty do vzorce pro zátěž:

$$Z = \frac{L_Z}{dt} + R_Z + \frac{dt}{2 \cdot C_Z} \quad (3.2)$$

OBDRŽENÉ VÝSLEDKY MATLAB

Celková doba výpočtu: **1.68 s**

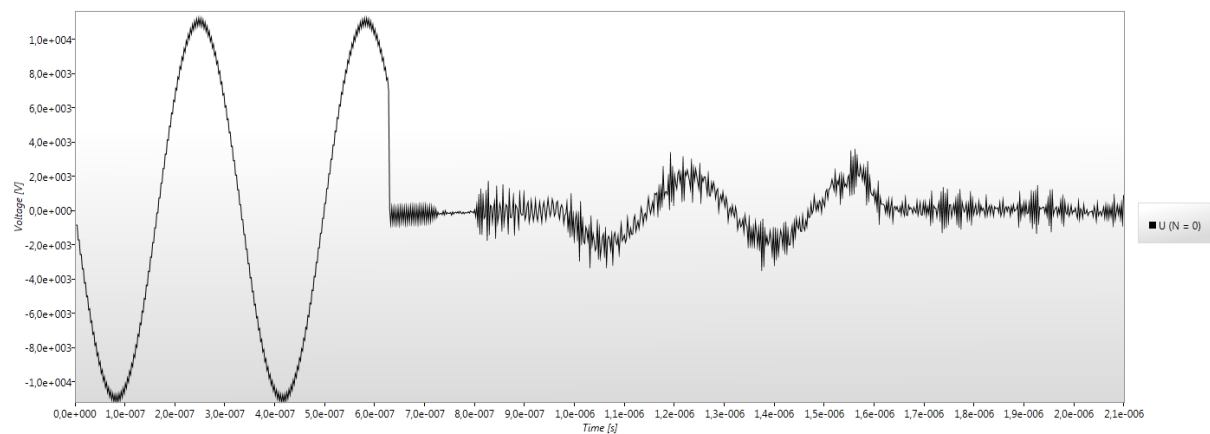
Obr. 7: Napětí v čase pro různé body vedení



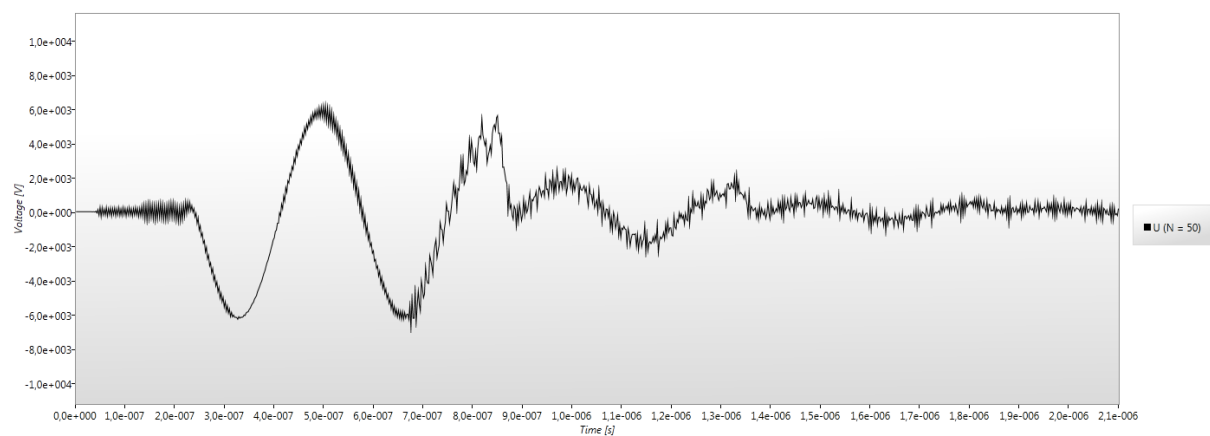
Obr. 8: Proud v čase pro různé body vedení

Po odpojení zdroje je patrné, že výsledek není úplně „čistý“. Jelikož při těchto krocích se již hodnoty proměnných v maticích pohybují ve velmi malých číslech a blíží se hranici přesnosti platformy. Dále záleží na zvolených parametrech, kde při nevhodně zvolených hodnotách kapacity a indukce mohou vznikat šумы vlivem předávání energie mezi těmito prvky.

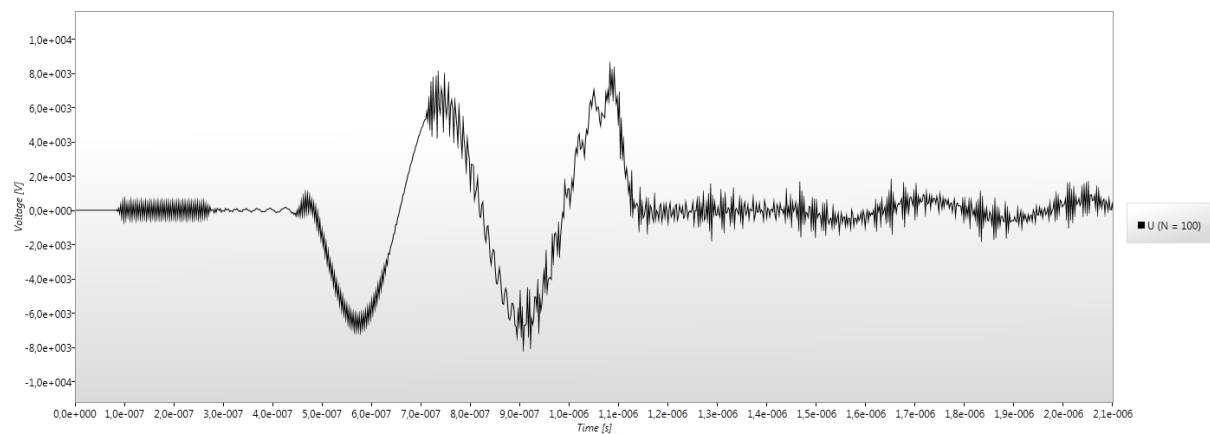
OBDRŽENÉ VÝSLEDKY C#

Celková doba výpočtu: **21.81 s**

Obr. 9: Napětí v čase pro N = 0

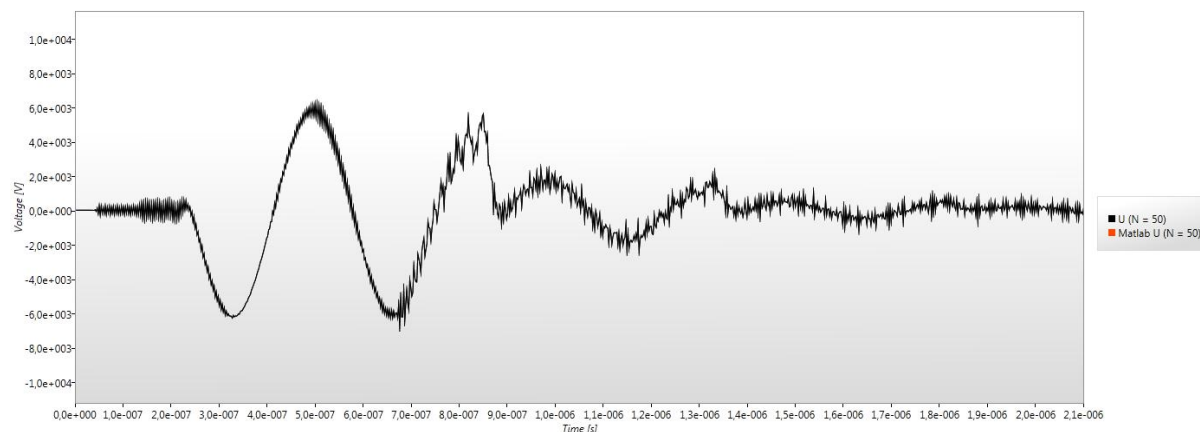


Obr. 10: Napětí v čase pro N = 50



Obr. 11: : Napětí v čase pro N = 100

ZÁVĚR

**Obr. 12: Porovnání napětí pro $N = 50$ s Matlabem**

Z výše uvedeného grafu je patrné, že hodnoty získané pomocí mého programu a pomocí Matlabu jsou naprosto shodné, což je ideální výsledek. Při bližším porovnání hodnot pomocí procházení pole jsem však zjistil, že hodnoty se liší v řádech 10^{-8} a to pouze vlivem zaokrouhlení. Bohužel graf nemá dostatečné rozlišení, aby tento rozdíl zobrazil.

Vedení naprázdno

Nezatížený obvod je v shodný s přechozími příklady v podmínkách pro začátek vedení, ale výrazně se liší v hodnotách okrajových podmínek na konci vedení.

Okrajové podmínky:

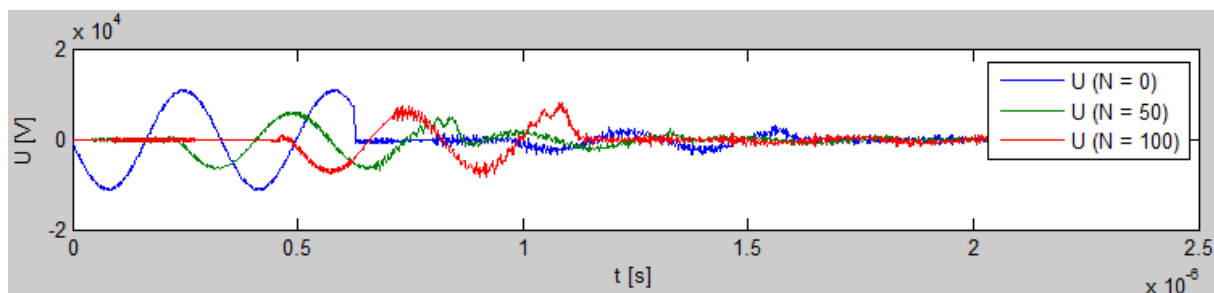
$$u_{n,h}(O_{BTM}) + i_{n,h}(Z_{BTM}) = u_{n,h+1}(O_{NTM}) + i_{n,h+1}(Z_{NTM}) \quad (3.5)$$

- ✓ parametr O_{BTM} je roven „1“ (z rovnice 3.4)
- ✓ parametr O_{NTM} je roven „-1“ (z rovnice 3.4)
- ✓ parametr Z_{BTM} je roven hodnotě 1
- ✓ parametr Z_{NTM} je roven hodnotě $-1e12$

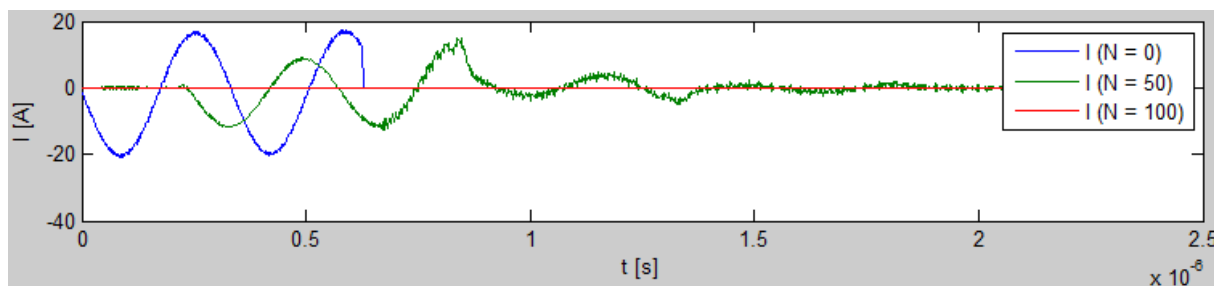
Vedení naprázdno je charakterizováno vysokým odporem výstupních svorek a velkou kapacitou na výstupu a nulovým proudem mezi svorkami.

OBDRŽENÉ VÝSLEDKY MATLAB

Celková doba výpočtu: **1.68 s**

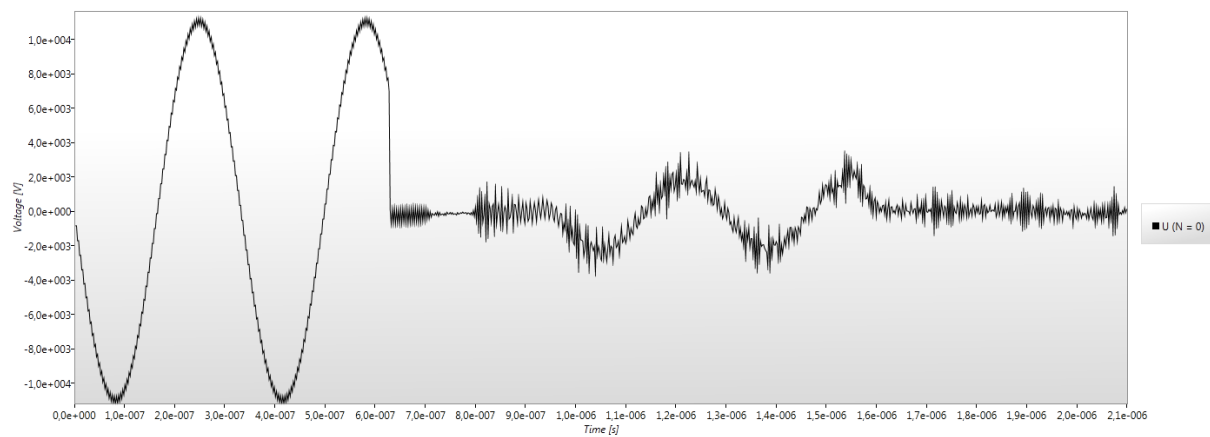


Obr. 13: Napětí v čase pro různé body vedení

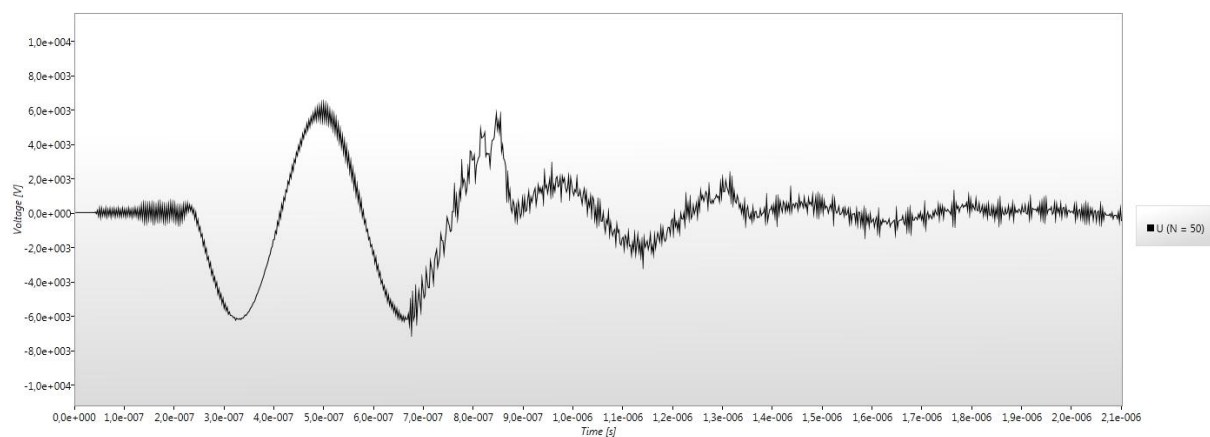


Obr. 14: Proud v čase pro různé body vedení

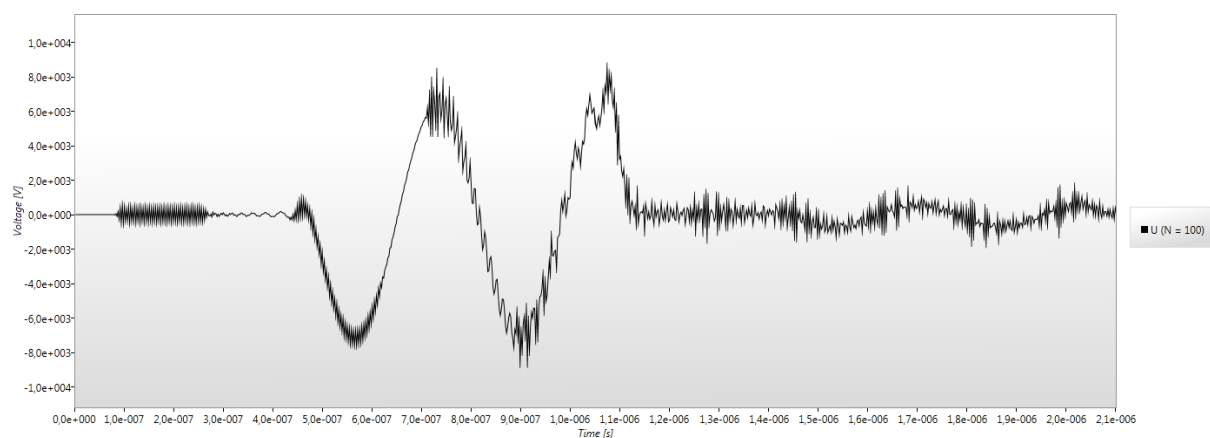
OBDRŽENÉ VÝSLEDKY C#

Celková doba výpočtu: **23.37 s**

Obr. 15:: Napětí v čase pro N = 0



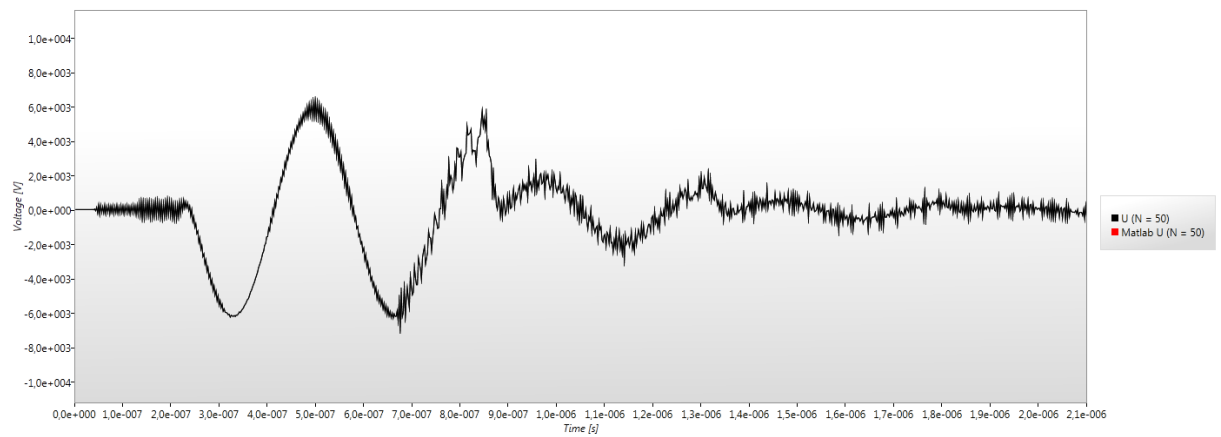
Obr. 16: Napětí v čase pro N = 50



Obr. 17: Napětí v čase pro N = 100

ZÁVĚR

Opět je patrné, tak jako v předchozím případě, že výpočet v Matlabu je o poznání rychlejší avšak výsledky si odpovídají, což je důležité.



Obr. 18: Porovnání napětí pro $N = 50$ s Matlabem

Ideální vedení naprázdno

Ideálním vedením se rozumí vedení, které nemá ztráty způsobené činným odporem. Tedy jedinými faktory, které ovlivňují výsledek, jsou kapacita a indukce tedy imaginární složky impedance a samozřejmě ztráty způsobené připojenou zátěží případně parametry zdroje.

V tomto případě jsem zvolil vedení, které není zatížené, a tedy podmínky pro konec vedení jsou shodné jako v minulém případě. Zvolil jsem nezatížené vedení, aby bylo vidět, že vlna se ani při několika odrazech neztratí a při návratu ke vstupním svorkám se přičte k aktuální hodnotě napětí zdroje.

Správně by měl být do všech výpočtů zahrnut i činitel odrazu, který napětí vlnu až zdvojnásobí. Bohužel můj program s tímto aspektem pracovat neumí.

Zde jsou parametry užitá pro výpočet vedení, které je pouze ve dvou veličinách liší od společného zadání.

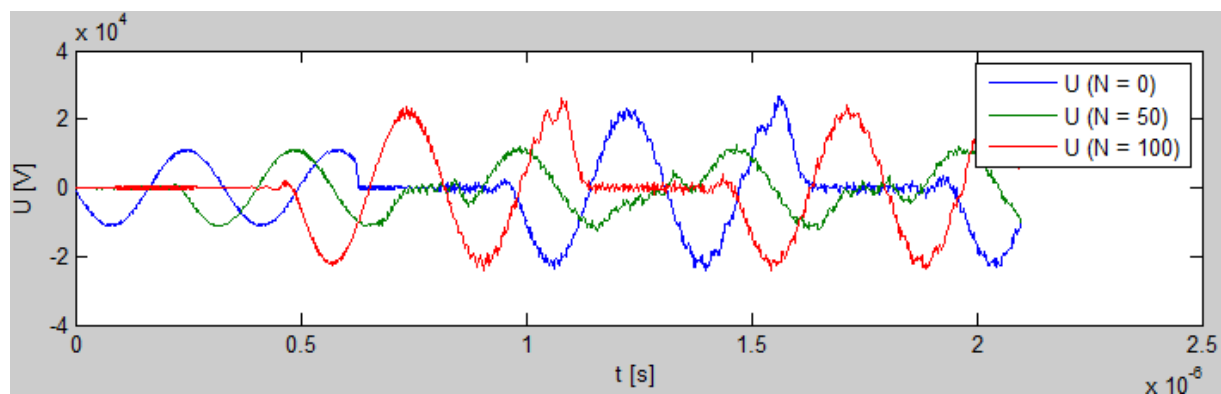
	VEDENÍ	ZÁTĚŽ			ZDROJ	JEDNOTKA
R	0	$1e-3$	Ω	U	22e3	V
L	3e-6	$1e3$	H	f	3	MHz
C	8e-12	$1e-6$	F	T_{END}	2.1e-6	s
S	0		S/m			

Okrajové podmínky:

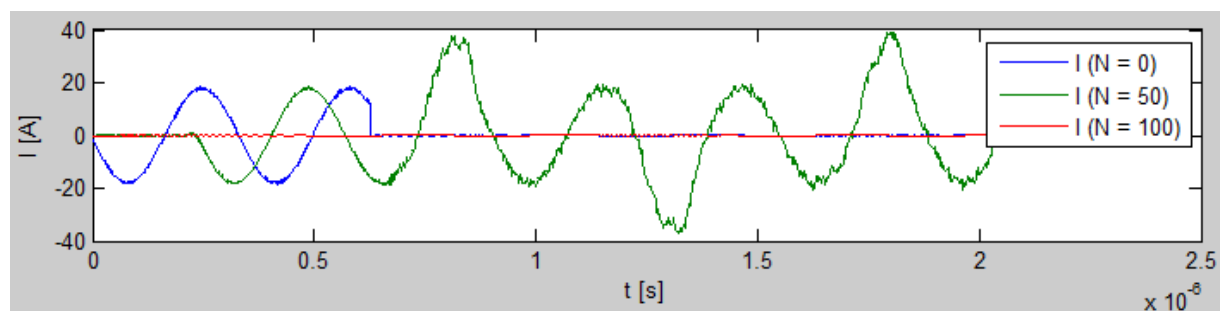
Okrajové podmínky jsou naprosto shodné s předchozím příkladem. Jelikož zadání se liší pouze v parametrech vedení, nikoli v parametrech zátěže nebo zdroje.

OBDRŽENÉ VÝSLEDKY MATLAB

Celková doba výpočtu: 1.77 s



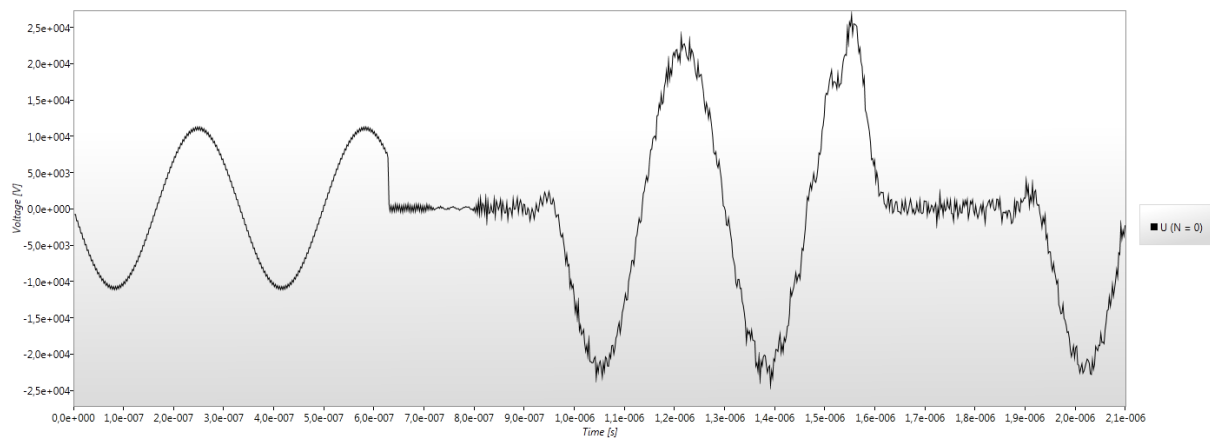
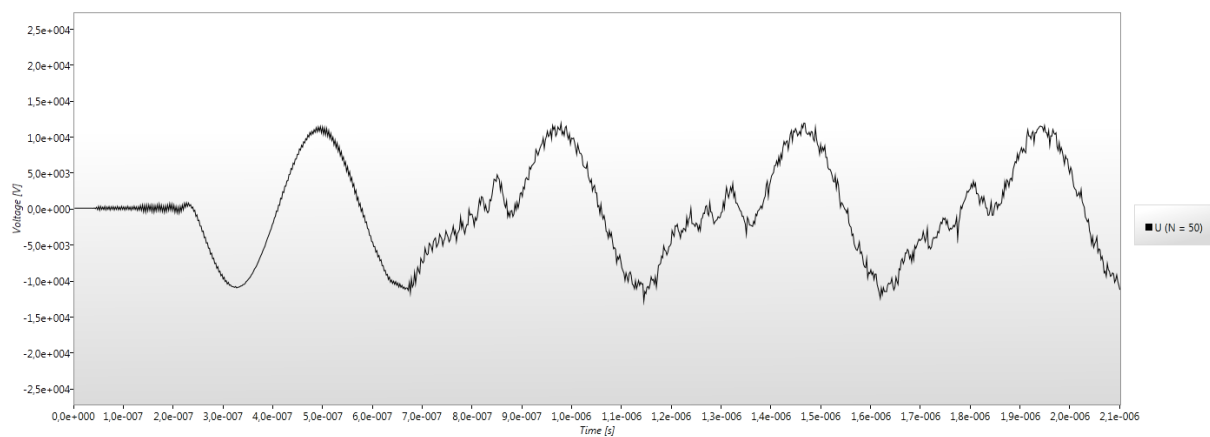
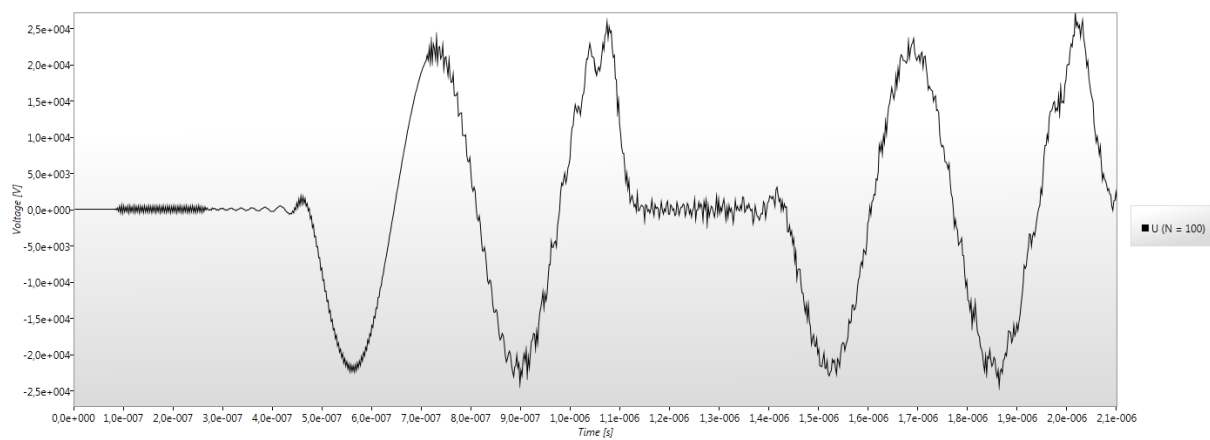
Obr. 19: Napětí v čase pro různé body vedení



Obr. 20: Proud v čase pro různé body vedení

OBDRŽENÉ VÝSLEDKY C#

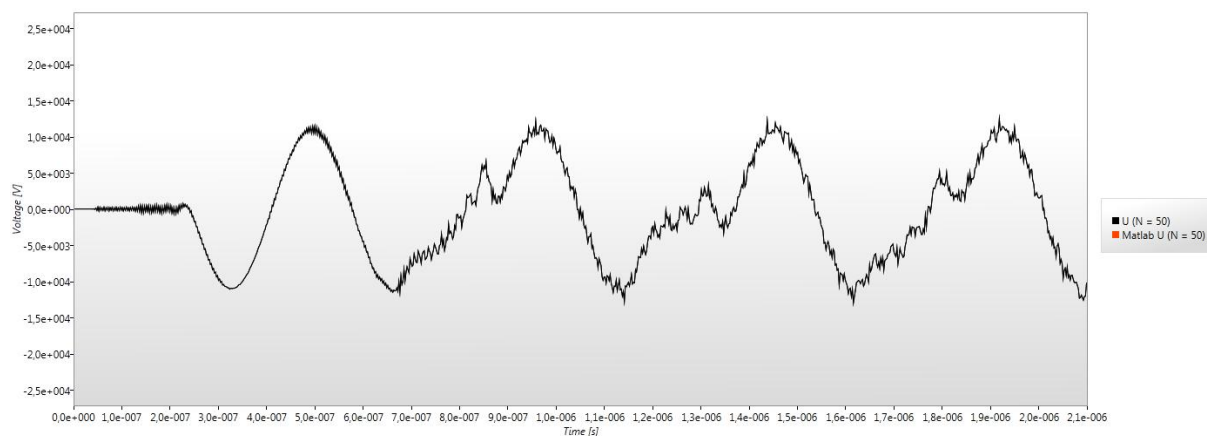
Celková doba výpočtu: 22.12 s

Obr. 21: Napětí v čase pro $N = 0$ Obr. 22: Napětí v čase pro $N = 50$ Obr. 23: Napětí v čase pro $N = 100$

ZÁVĚR

Je vidět, že předpoklad ideálního vedení se naplnil. Hodnota amplitudy napětí na vstupu je rovna velikosti amplitudy na výstupu pouze posunutá o časové zpoždění dané průchodem vlny vedením.

Teoreticky by se vlna mohla na vedení odrážet do nekonečna, bohužel ve skutečnosti ideální vedení neexistuje a tak by se po pár průchodech ztratila. Tento příklad je tedy těžko porovnatelný s reálnými hodnotami.



Obr. 24: Porovnání napětí pro N = 50 s Matlabem

Jak je vidět na grafu výše, průběhy se opět shodují s Matlabem alespoň v možnostech zobrazení grafu. Při porovnání čísel je opět patrný nepatrný rozdíl v přesnosti výsledných čísel v řádech 10^{-8} .

ZHODNOCENÍ

Při zpětném porovnání obdržných výsledků, se mi potvrdil můj předpoklad, že výpočty prováděné mým programem jsou výrazně pomalejší než z Matlabu. Ale variabilita řešení, „přívětivost“ a „jednoduchost“ rozhraní pro vytváření vstupních hodnot a zobrazení výsledků by měla tuto skutečnost kompenzovat. Jednotlivé časy mezi řešeními se výrazně neliší, což je dáno faktem, že jsem používal stejné rozměry matic, drobné rozdíly jsou způsobeny různými zatíženími procesoru v daném okamžiku. I přesto, že jsem se snažil dodržet podmínky shodné, není to z praktického hlediska možné.

Dalším krokem by bylo zamyšlení se nad optimalizací výpočetního algoritmu v C# jádře, které by jistě přispělo ke zvýšení výpočetního výkonu a tím samozřejmě ke zkrácení času potřebného na výpočet. Obecně by bylo nejspíše vhodné použít na co nejvíce místech místo objektů typu `LIST` spíše pole hodnot, která jsou výrazně rychleji iterována, jelikož velikost kroku mezi bloky je fixní. Naopak u `LISTu` je velikost kroku variabilní a každá položka nese informaci o adrese následujícího členu, což výrazně zpomaluje čtení/zápis v paměti. Při „rozsáhlých“ výpočtech jako operace s maticemi v tomto případě, pak zanedbatelné zdržení pro jeden prvek, znamená exponenciální vzrůst času pro celkový výpočet s přihlédnutím na velikost matice.

Nesmím opomenout, že by efektivita výpočtu mohla být zvednuta odstraněním tzv. zbytečných operací během výpočtu, což jsou operace, které se provedou, ale nemění proměnné, jako například přiřazení nezměněné hodnoty do té samé proměnné atp. Bohužel takováto optimalizace by vyžadovala několikanásobně více času na vývoj.

Samozřejmě nelze popřít skutečnost, že zdržení při výpočtech je dáno už samotnou platformou, pro kterou je aplikace vytvořena. Rozdíl je zřejmý na první pohled. Matlab pracuje s nativními knihovnamy, je optimalizován pro rozsáhlé výpočty atp.

Výsledky dosažené v Matlabu a C# aplikaci byly více méně shodné, k rozdílům docházelo pouze při exportu vlivem zaokrouhlování a i přes to byla chyba menší než 10^{-8} . Tato velikost chyby mi přijde nevýznamná z pohledu výsledných hodnot. Při výpočtech by samozřejmě tato chyba znamenala obrovské riziko, jelikož se počítá s poměrně malými čísly.

Co se týče chyby výpočtu, tak ta je dána přesností čísel, které jsou pro oba systémy shodné 15-16 digitů.

POUŽITÁ LITERATURA

1. **Václav, Mentlík.** *Dielektrické prvky a systémy.* Praha : BEN, 2006. ISBN 80-7300-189-6.
2. **Petzold, Chrales.** *Mistrovství ve Windows Presentation Foundation.* místo neznámé : Computer Press a.s., 2008. ISBN 978-80-251-2141-2.
3. **Mayer, Daniel.** *Teorie elektromagnetického pole.* Plzeň : Západočeská univerzita v Plzni, 2004. ISBN 80-7082-826-9.
4. **ČVUT.** [Online] [Citace: 23. 03 2010.]
http://k315.feld.cvut.cz/download/ape1/dlouha_vedeni.pdf.
5. **Karban, Pavel.** [Online] [Citace: 23. 04 2011.]
<http://home.zcu.cz/~karban/teaching/te1/vlnynavedeni/vlnynavedeni.pdf>.
6. **M., Sadiku.** *Electromagnetic and Numerical Methods.* 2001.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Příklady náhradních obvodů [4]	9
Obr. 2: Rázová vlna	20
Obr. 3: Spojení několika elementárních článků [4]	22
Obr. 4: Model elementu jednofázového homogenního vedení.....	23
Obr. 5: Obrázek popisující funkci v bodě P, je-li známa funkce ve dvou okolních bodech	25
Obr. 6: Vstupní signál	34
Obr. 7: Napětí v čase pro různé body vedení.....	38
Obr. 8: Proud v čase pro různé body vedení.....	38
Obr. 9: Napětí v čase pro $N = 0$	39
Obr. 10: Napětí v čase pro $N = 50$	39
Obr. 11: : Napětí v čase pro $N = 100$	39
Obr. 12: Porovnání napětí pro $N = 50$ s Matlabem.....	40
Obr. 13: Napětí v čase pro různé body vedení.....	41
Obr. 14: Proud v čase pro různé body vedení.....	41
Obr. 15:: Napětí v čase pro $N = 0$	42
Obr. 16: Napětí v čase pro $N = 50$	42
Obr. 17: Napětí v čase pro $N = 100$	42
Obr. 18: Porovnání napětí pro $N = 50$ s Matlabem.....	43
Obr. 19: Napětí v čase pro různé body vedení.....	45
Obr. 20: Proud v čase pro různé body vedení.....	45
Obr. 21: Napětí v čase pro $N = 0$	46
Obr. 22: Napětí v čase pro $N = 50$	46
Obr. 23: Napětí v čase pro $N = 100$	46
Obr. 24: Porovnání napětí pro $N = 50$ s Matlabem.....	47