



FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI

KATEDRA
KYBERNETIKY

Bakalářská práce

Distribuovaný způsob řešení pro Economic Dispatch Problem

Jiří Praum



FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI

KATEDRA
KYBERNETIKY

Bakalářská práce

Distribuovaný způsob řešení pro Economic Dispatch Problem

Jiří Praum

Vedoucí práce

Ing. Karel Kubíček

© Jiří Praum, 2024.

Všechna práva vyhrazena. Žádná část tohoto dokumentu nesmí být reprodukována ani rozšiřována jakoukoli formou, elektronicky či mechanicky, fotokopírováním, nahráváním nebo jiným způsobem, nebo uložena v systému pro ukládání a vyhledávání informací bez písemného souhlasu držitelů autorských práv.

Citace v seznamu literatury:

PRAUM, Jiří. *Distribuovaný způsob řešení pro Economic Dispatch Problem*. Plzeň, 2024. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra kybernetiky. Vedoucí práce Ing. Karel Kubíček.

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd
Akademický rok: 2023/2024

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Jiří PRAUM**
Osobní číslo: **A21B0392P**
Studijní program: **B0714A150005 Kybernetika a řídicí technika**
Specializace: **Automatické řízení a robotika**
Téma práce: **Distribuovaný způsob řešení pro Economic Dispatch Problem**
Zadávající katedra: **Katedra kybernetiky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s pojmy grafové teorie a jejich vztahem k distribuovaným metodám.
2. Seznamte se s problematikou řízení a struktury energetických sítí a problematikou Economic Dispatch Problem.
3. Vyberte si jeden algoritmus pro distribuovaný způsob řešení problematiky Economic Dispatch Problem a ten zpracujte.
4. Zpracujte několik příkladů a jejich výsledky porovnejte s klasickými centralizovanými metodami (například Lambda-iterační metoda nebo metoda Lagrangeových multiplikátorů).
5. Vyhodnoťte výsledky poskytnuté Vámi vybraným algoritmem a diskutujte vhodnost vytvořeného řešení.

Rozsah bakalářské práce: **30-40 stránek A4**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

- [1] Wood, A.J, Wollenberg, B.F., "Power Generation, Operation, and Control", John Wiley & Sons, 2013, ISBN: 0471790559, 9780471790556.
- [2] Karel Kubíček, "Economic dispatch problem in power energetic networks", Rigorous Thesis, Pilsen, 2022.
- [3] H. Li, Z. Wang, G. Chen and Z. Y. Dong, "Distributed Robust Algorithm for Economic Dispatch in Smart Grids Over General Unbalanced Directed Networks," in *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 16, no. 7, pp. 4322-4332, July 2020, doi: 10.1109/TII.2019.2945601.
- [4] S. Yang, S. Tan and J. -X. Xu, "Consensus Based Approach for Economic Dispatch Problem in a Smart Grid," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4416-4426, Nov. 2013, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2271640.
- [5] Mesbahi, Mehran, and Magnus Egerstedt. *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*. STU-Student edition, Princeton University Press, 2010. *JSTOR*, <http://www.jstor.org/stable/j.ctt1287k9b>. Accessed 2 Oct. 2023.
- [6] K. Kubicek, J. Wolf and V. Helma, "Distributed method for Economic Dispatch Problem with the representation of renewable resources," 2023 24th International Conference on Process Control (PC), Strbske Pleso, Slovakia, 2023, pp. 150-155, doi: 10.1109/PC58330.2023.10217534.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Karel Kubíček**
Výzkumný program 1

Datum zadání bakalářské práce: **17. října 2023**
Termín odevzdání bakalářské práce: **20. května 2024**



Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan



Doc. Dr. Ing. Vlasta Radová
vedoucí katedry

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Západočeská univerzita v Plzni má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Rokycanech dne 25. dubna 2024

.....

Jiří Praum

V textu jsou použity názvy produktů, technologií, služeb, aplikací, společností apod., které mohou být ochrannými známkami nebo registrovanými ochrannými známkami příslušných vlastníků.

Abstrakt

Celá tato práce je věnována zkoumání Economic Dispatch Problem (EDP) v energetických sítích a to zejména se zaměřením na distribuovaný způsob řešení. Výsledky decentralizovaného algoritmu budou porovnány s klasickou centralizovanou metodou a bude tak ověřeno, zda opravdu poskytují oba přístupy stejné výsledky. EDP je problémem optimalizace výroby elektřiny s cílem minimalizovat náklady a zajistit dostatečné dodávky elektřiny podle poptávky. Vzhledem k rostoucímu významu obnovitelných zdrojů energie a liberalizace trhů s elektřinou nabývá EDP stále větší relevance. Tato práce si klade za cíl porovnat efektivitu centralizovaných a decentralizovaných metod pro řešení EDP v kontextu moderních energetických sítí. Zaměřuje se na zkoumání možností decentralizovaných přístupů a jejich schopnosti dosáhnout srovnatelných výsledků s tradičními centralizovanými metodami.

Abstract

This entire thesis is dedicated to the investigation of the Economic Dispatch Problem (EDP) in power networks, particularly focusing on distributed solutions. The outcomes of the decentralized algorithm will be compared with the traditional centralized method to verify whether both approaches indeed yield the same results. EDP is the problem of optimizing power generation to minimize costs and ensure sufficient electricity supply according to demand. With the growing importance of renewable energy sources and the liberalization of electricity markets, EDP is becoming increasingly relevant. This thesis aims to compare the effectiveness of centralized and decentralized methods for addressing EDP in the context of modern power grids. It focuses on exploring the potential of decentralized approaches and their capability to achieve comparable results to traditional centralized methods.

Klíčová slova

algoritmus • centralizovaný • decentralizovaný • distribuovaný přístup • economic dispatch problem • energetická síť • energetika • gradientní metody • grafová teorie • optimalizace výroby energie

Poděkování

Rád bych vyjádřil své upřímné poděkování svému vedoucímu práce, panu Ing. Karlu Kubíčkovi, za jeho kvalitní podporu, cenné rady a odborný pohled na problematiku, kterou se tato práce zabývá. Jeho neustálá dostupnost a ochota mi byly velkou oporou během celého procesu sepsování této práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za nekonečnou trpělivost, pochopení a podporu, kterou mi poskytovali po celou dobu mých studií. Na závěr bych rád poděkoval svým přátelům za jejich ochotu, podporu a vzájemnou součinnost, která byla pro mě velkým přínosem. Děkuji všem, kteří mě během studia podporovali a přispěli k mému osobnímu i profesnímu růstu.

Obsah

1	Úvod	1
2	Popis energetických sítí	2
2.1	Rozdělení energetické sítě	2
2.2	Řízení energetické sítě	4
3	Economic dispatch problem	5
3.1	Teorie grafů	5
3.1.1	Matice sousednosti	6
3.1.2	Normalizace matice sousednosti	7
3.1.3	Laplaceova matice	8
3.1.4	Problém dosažení shody	8
3.1.5	Centralizované a distribuované řešení	9
3.2	Optimalizační problém	10
3.3	Formulace problému EDP	10
3.3.1	Lagrangeova funkce a dualita	12
3.4	Centralizovaný přístup pro řešení EDP	13
3.4.1	Centralizovaná Lagrangeova metoda pro řešení EDP	13
3.4.2	Příklad 1: metoda Lagranegových multiplikátorů	16
3.5	Distribuovaný způsob řešení EDP	20
3.5.1	Návrh algoritmu	20
3.5.2	Příklad 2: ověření konvergence k optimálnímu řešení	24
3.5.3	Příklad 3: reprezentace maticové formy v Simulinku	27
3.5.4	Příklad 4: změna požadovaného výkonu a odstavení generátoru	30
3.5.5	Příklad 5: reprezentace plně distribuovaného algoritmu v Simulinku	33
4	Další výzkum	41
5	Závěr	42

A Přílohy	43
A.1 Kód pro kapitolu 3.4.2	43
A.2 Kód pro kapitolu 3.5.2	45
Bibliografie	50
Seznam obrázků	53
Seznam tabulek	54

Economic Dispatch Problem (EDP) představuje klíčovou úlohu v problematice energetických sítí, která se zabývá optimalizací výroby elektřiny za účelem minimalizace nákladů. Jeho hlavním cílem je efektivní alokace výrobních zdrojů tak, aby byla splněna poptávka po elektřině při co nejnižších provozních nákladech.

V dnešní době, kdy dochází k rozvoji obnovitelných zdrojů energie a liberalizaci trhů s elektřinou, nabývá problematika EDP značného významu. S narůstajícím podílem obnovitelných zdrojů, jako jsou solární a větrné elektrárny, se stává řízení a optimalizace výroby elektřiny složitějším úkolem. Při řešení EDP je třeba zohlednit různorodé faktory, jako jsou změny v poptávce, výrobní kapacita jednotlivých zdrojů, proměnné ceny na trhu s elektrickou energií a další omezení, jako jsou například omezení přenosové kapacity sítě [Li+20].

Tato práce si klade za cíl porovnat efektivitu centralizovaných a decentralizovaných metod pro řešení Economic Dispatch Problem v energetických sítích. Konkrétněji je v práci zpracován a popsán decentralizovaný gradientní algoritmus z článků [Li+20] a [KCS24]. Vzhledem k narůstající komplexitě a rozmanitosti energetických systémů je důležité zkoumat možnosti decentralizovaných přístupů a jejich schopnost dosáhnout srovnatelných výsledků s tradičními centralizovanými metodami. Na základě tohoto porovnání budeme schopni lépe porozumět vhodnosti jednotlivých metod v různých kontextech a přispět k optimalizaci řízení výroby elektřiny v moderních energetických sítích [KCS24].

Tato práce bude členěna na několik částí. Nejprve bude přestavena obecná problematika energetických sítí, kde bude nastíněna základní struktura a funkce jednotlivých částí sítě, potažmo i základní rozdělení řídicí struktury sítě. V druhé kapitole bude probráno samotné EDP. Začne se úvodem do grafové teorie, následně bude zdefinována problematika a cíl EDP. Poté budou představeny centralizované a decentralizované metody řešení problému. Na závěr bude proveden popis a vystavění algoritmu a porovnání jeho výsledků s centralizovanými metodami. Implementace algoritmu je mimo jiné provedena i v simulačním prostředí.

Popis energetických sítí

2

Tato kapitola je zaměřena na obecnou problematiku energetických sítí. Pozornost této kapitoly je upřena především na strukturu a fungování sítě jako celku, přičemž se zabývá složením a provozem sítě, aniž by se zašlo do detailních matematických a technických souvislostí. Cílem tohoto přístupu je poskytnout čtenářům lepší přehled o problematice Economic Dispatch Problem a jeho vazbě na širší kontext energetických sítí.

2.1 Rozdělení energetické sítě

Obecně můžeme síť rozdělit do čtyř jednotlivých celků: generování energie, její přenos, distribuce a spotřeba [Sad+19].

První část se zabývá samotnou výrobou elektřiny, která je v praxi zastoupena různými typy elektráren. Tyto elektrárny se liší především typem paliva nebo, v případě obnovitelných zdrojů, zdrojem energie. Kromě solárních elektráren se energie většinou generuje transformací mechanické energie na elektrickou pomocí turbín propojených s generátorem. Tato mechanická energie je obvykle generována párou, která vzniká uvolněním tepelné energie z paliva dané elektrárny. Typickými palivy jsou ropa, plyn a uhlí. Výjimkou jsou jaderné elektrárny, které využívají kontrolované štěpení radioaktivních prvků pro generování tepelné energie.

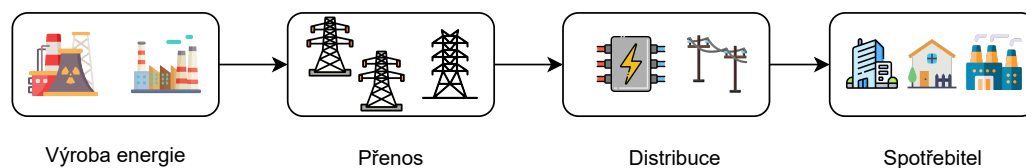
Jak již bylo zmíněno, mezi obnovitelné zdroje energie řadíme solární, větrné a vodní elektrárny. Větrná turbína je poháněna silou větru, která roztáčí její lopatky, zatímco vodní elektrárny využívají kinetickou energii vody [WWS13].

Druhá část se soustředí na přenos elektřiny, označovaný jako přenosová soustava [Vorzo]. Tato složitá infrastruktura zajišťuje distribuci elektřiny po celém území států a kontinentů a je zodpovědná za transformaci střídavého napětí na úrovni vhodné pro dálkový přenos. S ohledem na minimalizaci ztrát je klíčové snižovat Jouleovo teplo, čehož se dosahuje snížením proudu ve vodiči (při zachování daného odporu) a zvýšením napětí. Vysoké napětí, dosahující desítek až stovek kilovoltů, umožňuje efektivní přenos elektřiny na velké vzdálenosti, často přes státní hranice.

Distribuce elektřiny dále probíhá pomocí rozvodné sítě, která je rozdělena na dvě hlavní části: vysokonapěťovou část pro dlouhé vzdálenosti (typicky 110 kV, 220 kV nebo 400 kV) a lokální distribuci s napětím 22 kV, která je běžná i v České republice [ČEZ].

Třetí část, distribuce, zahrnuje transformaci a přerozdělení elektrické energie koncovým spotřebitelům prostřednictvím trafostanic, které snižují napětí na úroveň 3x400 V/230 V. Trafostanice, typicky umístěné na okrajích měst, zajišťují další rozvod do domácností, průmyslových podniků a jiných odběratelů.

Poslední část označuje spotřebu, kam spadají jak domácnosti, tak výrobní podniky či infrastruktura měst. Hlavním cílem funkce produkce elektrické energie je plně pokrýt tuto spotřebu. Proto je nutné spotřebu elektrické energie monitorovat a pomocí statistických modelů i předvídat. Přes den je například spotřeba vyšší než přes noc nebo v zimě je spotřeba elektrické energie vlivem topení také vyšší než v létě. Toto monitorování zahrnuje analýzu a modelování koncové spotřeby energie. To je klíčové pro plánování a řízení sítě, které umožňuje predikci poptávky a optimalizaci výrobních kapacit. Efektivní správa a inteligentní řízení spotřeby (tzv. *demand response*) mohou významně přispět ke stabilitě a efektivnosti energetického systému.



Obrázek 2.1: Schéma rozdělení sítě

Obrázek 2.1 poskytuje zjednodušený pohled na celé rozložení energetické sítě. Nicméně, je důležité poznamenat, že zde nejsou zahrnuty všechny prvky, jako jsou například obnovitelné zdroje energie nebo řídicí část, která má vliv na objem vyrobené energie. Tyto prvky jsou klíčové pro celkovou funkcionalitu energetické sítě a zajišťují její stabilitu a efektivitu.

Pokud jde o obnovitelné zdroje energie, jako jsou solární elektrárny, větrné turbíny a vodní elektrárny, ty představují stále větší část výroby elektřiny a jsou klíčové pro snižování emisí skleníkových plynů a diverzifikaci zdrojů energie.

Řídicí část systému zahrnuje různé technologie a strategie pro optimalizaci výroby, přenosu a distribuce energie. Sem patří například řízení zátěže, bateriové úložiště energie a také výpočetní technologie pro predikci poptávky a optimalizaci provozu sítě.

Celkově je tedy Obrázek 2.1 užitečným vizuálním nástrojem pro pochopení struktury energetické sítě, ale je důležité mít na paměti, že skutečný systém je mnohem komplexnější a zahrnuje širokou škálu technologií a procesů.

2.2 Řízení energetické sítě

Pro tak rozsáhlý systém, jakým je energetická síť, musí existovat efektivní způsob řízení, jehož cílem je zajistit, aby produkce pokrývala poptávku. Jinými slovy, pokud dojde ke zvýšení spotřeby energie vůči aktuální hodnotě, řídicí systém musí zasáhnout a zvýšit produkci v elektrárnách. Tento proces je řízen centrálním uzlem, který na základě dat ze sítě reguluje výrobu elektřiny, přičemž požadované zatížení je rozloženo mezi elektrárny tak, aby byla cena za MW co nejnižší.

Důležitá je také stabilita sítě, která vyžaduje udržení specifické frekvence. Tato **jmenovitá frekvence** síťového napětí v České republice je rovna 50 Hz. Pokud by existoval v rámci sítě velký rozdíl ve frekvenci, mohla by síť kolabovat, což by vedlo k takzvanému blackoutu.

V současné době hraje klíčovou roli v řízení energetických sítí integrace pokročilých technologií. Systémy pokročilého měření (AMI) a systémy pro management distribuční sítě (DMS) umožňují real-time monitorování a analýzu dat, což vede k lepšímu predikování poptávky a optimalizaci distribuce energie [KS23]. Digitalizace sítě také umožňuje implementaci automatizovaných algoritmů pro rychlou reakci na změny v síti, což zvyšuje efektivitu a snižuje riziko výpadků [SD22].

Další výzvou je integrace obnovitelných zdrojů energie, která přináší proměnlivost a nepředvídatelnost do energetického mixu. Nutná je adaptace řídicích systémů tak, aby byly schopny rychlé změny v produkci. Tato adaptace je klíčová pro udržení stability a efektivity sítě [SD22].

V rámci zajištění správné funkce a stability energetických sítí jsou provozovány různé úrovně řízení. Primární řízení, které se někdy označuje jako smyčka napětí, se nachází přímo na generátoru v dané elektrárně. Jeho úkolem je udržovat požadovanou rychlost/otáčky generátoru a zabránit tak kolísání napětí. Sekundární řízení, často označované jako smyčka frekvence, se také nachází v elektrárně. Pro udržení plánované frekvence a přenosu energie je využíváno *Automatické řízení generace* (AGC). Systémy řízení v elektrárnách detekují změny frekvence v síti a upravují vstup mechanického výkonu do generátorů, aby byla obnovena cílová frekvence. Terciární složka řízení energetické sítě je reprezentována centrálním řídicím uzlem, který propojuje jednotlivé části sítě, pokud je to potřebné. To by mělo vést k pokrytí poptávky po elektrické energii. Tato terciární složka je tak složena hned z několika úloh, které se navzájem doplňují a navazují na sebe a sem právě spadá i úloha řešení EDP [WW12] [AFo8].

Primární složka reaguje v řádu desítek sekund, sekundární v řádu minut a terciární v řádu desítek minut.

Economic dispatch problem

3

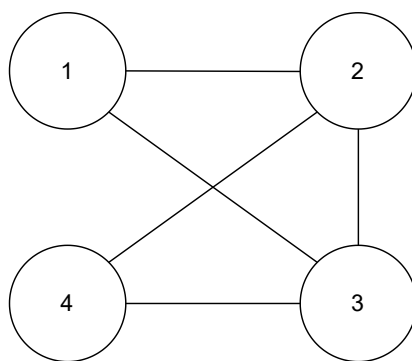
Tato kapitola se podrobněji zabývá popisem problematiky EDP. Tento problém se zabývá řešením optimalizační úlohy, kdy jejím cílem je nalezení rozdělení zatížení mezi N online generátorů tak, aby výsledná cena na jednotku energie byla minimální. Z principu pokrytí požadovaného zatížení ho musí poskytnuté řešení EDP plně pokrýt. Do celé úlohy můžou vstupovat celé řady dalších omezení od provozu sítě, ale i omezení jednotlivých generátorů. Bude zde prezentována teorie grafů a její využití pro znázornění topologie sítě jednotlivých agentů a jejich vzájemných informačních vazeb.

3.1 Teorie grafů

Grafy jsou jednou ze základních konstrukcí nejen v informatice, ale i v matematice, fyzice, elektrotechnice a dalších oborech. Graf nám umožňuje reprezentovat různé problémy, sítě, prvky či algoritmy. Bude uvedeno několik praktických příkladů: úlohy hledání nejkratší vzdálenosti mezi dvěma místy, optimalizace dopravních toků, nebo tvorba umělé inteligence pro hraní šachů [JG21].

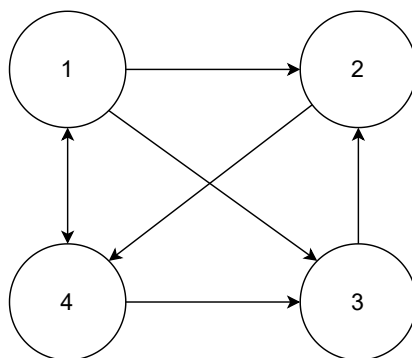
Pro správnou práci s grafy je nezbytné je nejdříve správně definovat. **Graf** $G = (V, E)$ je dvojice neprázdných množin, kde V je množina vrcholů a E je množina hran. Počet vrcholů grafu G značíme $|V(G)|$. Vrcholy obvykle označujeme malými písmeny z konce abecedy (u, v, w, \dots) a pro neorientovaný graf hranu mezi vrcholy u a v značíme jako neuspořádanou dvojici u, v . Vrcholy u a v jsou pak označeny jako sousední [Whi19].

Rozšíření do oblasti aplikací teorie grafů ukazuje její význam napříč různými disciplínami. Například v počítačové síti může graf reprezentovat topologii sítě, kde vrcholy představují switche, routery nebo stanice a hrany představují fyzické nebo virtuální spojení mezi nimi. V bioinformatice grafy umožňují modelovat složité sítě interakcí mezi proteiny nebo geny, což pomáhá výzkumu genetických onemocnění [LZ22].



Obrázek 3.1: Příklad neorientovaného grafu

Pro práci je využito **orientovaného grafu**, jenž je zobrazený na Obrázku 3.2, takovým grafem rozumíme uspořádanou dvojici $G = (V, E)$, kde V je opět množina vrcholů a E je množina orientovaných hran $E \subseteq V \times V$. Hrana v tomto případě není dvouprvková množina, ale uspořádaná dvojice (u, v) dvou prvků. Oproti tomu v **neorientovaném grafu** hrany nemají směr. Příklad tohoto grafu je na Obrázku 3.1.



Obrázek 3.2: Příklad orientovaného grafu

3.1.1 Matice susednosti

Matice susednosti grafu je důležitým nástrojem pro reprezentaci grafů v matematice a informatice. Jedná se o čtvercovou matici, kde řádky a sloupce jsou označeny jednotlivými vrcholy grafu. Každá pozice v matici (V_i, V_j) obsahuje buď hodnotu jedna, pokud jsou vrcholy (V_i) a (V_j) sousední, nebo nulu, pokud sousední nejsou. Matice susednosti grafu, označovaného jako G , je definována následovně:

$$G_{ij} = \begin{cases} 1, & (V_i, V_j) \in G, \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Při uvažování matic pro Orientované 3.2 a Neorientované 3.1 grafy, označené například jako $G_{oriented}$ a $G_{nonoriented}$, můžeme pozorovat vlastnost symetrie u neorientovaného grafu. Tyto matice pro Obrázky 3.2 a 3.1 vypadají takto:

$$G_{oriented} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G_{nonoriented} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Matice sousednosti nejsou omezeny pouze na jedničky a nuly. V některých aplikacích, jako je například analýza sociálních sítí nebo modelování dopravních sítí, mohou obsahovat další hodnoty, které reprezentují váhu nebo kapacitu spojení mezi vrcholy, což vede k definici vážené matice sousednosti [LK23].

Tato reprezentace je rovněž základem pro mnoho algoritmů v teorii grafů, včetně algoritmů pro hledání nejkratší cesty, jako je Dijkstrův algoritmus, nebo pro určení transitivitu a dosažitelnosti vrcholů v grafu [KG21]. Tento typ matice bude také využit v této práci, jako reprezentace informačních vazeb generátorů.

3.1.2 Normalizace matice sousednosti

Normalizace matice sousednosti je důležitým krokem ve zpracování grafů, zejména když pracujeme s algoritmy založenými na procházení grafu, jako jsou algoritmy pro šíření informací nebo hodnocení důležitosti uzlů, například Google PageRank [Pag+99]. Vrcholy grafu G jsou vyčíslovány a označovány stejně jako v případě matice sousednosti. **Normalizovaná matice sousednosti grafu**, označovaná H , je čtvercová matice o velikosti $|V|$, definovaná následovně:

$$H_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_0(V_i)}, & (V_i, V_j) \in G, \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Kde $d_0(V_i)$ představuje počet výstupních hran z daného uzlu V_i . Důležitou vlastností normalizované matice sousednosti je, že součet hodnot v každém řádku musí být roven jedné. Tato normalizace umožňuje, aby byly hodnoty v matici interpretovány jako pravděpodobnosti přechodu v rámci procesu náhodného procházení grafem.

Pro dříve zobrazené grafy na Obrázcích 3.1 a 3.2 lze získat následující matice sousednosti. Označme $H_{nonoriented}$ pro neorientovanou verzi grafu a $H_{oriented}$ pro orientovanou verzi grafu.

$$H_{oriented} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad H_{nonoriented} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

3.1.3 Laplaceova matice

Laplaceova matice je základním nástrojem lineární algebry pro popis grafů, stejně jako matice sousednosti. Obě matice poskytují podobné informace o grafu a umožňují jeho jednoznačné charakterizování [Mes10]. Laplaceovu matici můžeme definovat dvěma způsoby.

První metoda definice spočívá ve výpočtu rozdílu jednotkové matice I a normalizované matice sousednosti grafu H :

$$L = I - H.$$

Tato metoda zdůrazňuje, že Laplaceova matice L vzniká jako rozdíl identity a pravděpodobnostního rozložení přechodů mezi uzly.

Druhý způsob konstrukce využívá matici stupňovitosti D a neváženou matici sousednosti A . V tomto případě je Laplaceova matice L definována jako rozdíl mezi maticí stupňovitosti a maticí sousednosti:

$$L = D - A.$$

Matice stupňovitosti D je diagonální matice, kde každý prvek na diagonále odpovídá stupni příslušného vrcholu v grafu. Laplaceova matice takto definovaná má významné vlastnosti, jako je zachování symetrie pro neorientované grafy a garantování, že součet prvků v každé řádce je roven nule [Chu97a].

Laplaceova matice je klíčová pro mnohé aplikace v teorii grafů, včetně analýzy spektra grafu, která má důležité důsledky pro pochopení vlastností grafu, jako jsou jeho spojitost a expander vlastností. Taktéž je využívána v algoritmech pro optimalizaci sítí a v měření robustnosti grafů [Chu97b].

3.1.4 Problém dosažení shody

V matematickém modelování sítí může být definován stavový parametr p_i pro každý vrchol i . Dosažení konsenzu v síti, kde všechny vrcholy dosáhnou stejného stavového parametru, je definováno jako $p_1 = p_2 = \dots = p_n$ [Lyn96]. Algoritmus pro dosažení

konsenzu v lineárním systému lze pak definovat následovně [OFM07]:

$$\dot{p}_i = - \sum_{j=1}^N a_{ij}(p_i - p_j), \quad i = 1, \dots, N,$$

kde a_{ij} je prvek (i, j) v normalizované matici sousednosti H a N představuje počet agentů. Maticová forma tohoto algoritmu konsenzu je:

$$\dot{p} = -Lp,$$

kde L je Laplaceova matice o rozměrech $n \times n$, která odpovídá počtu agentů N . Informace mezi vrcholy (elektrické součástky, generátory, flexibilní zátěže, atd...) mohou být vyměňovány, pokud komunikační topologie splňuje podmínky propojení [HJ12]. Diskrétní stav vrcholů může být vyjádřen takto:

$$p_i(k+1) = p_i(k) + \sum_{j=1}^N a_{ij}(p_j(k) - p_i(k)).$$

Vzhledem k tomu, že normalizovaná matice sousednosti H je řádkově stochastická, lze výše uvedenou rovnici zjednodušit na:

$$p_i(k+1) = \sum_{j=1}^N a_{ij}p_j(k), \quad i = 1, \dots, N.$$

Řádkově **stochastická matice** znamená, že součet všech prvků v daném řádku je roven jedné.

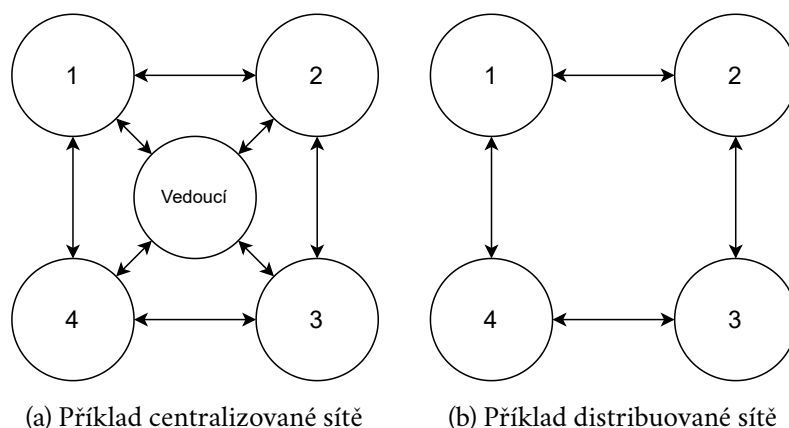
3.1.5 Centralizované a distribuované řešení

V multiagentních kooperativních systémech se setkáváme s koncepty vůdce a následovníka [Lyn96; OFM07]. Termín **vůdce** pochází z anglického “central node” a **následovník** z anglického “follower”. Pro naše potřeby bude použito označení **vůdce** pro centrální prvek. V centralizovaném řešení vůdce sbírá informace od následujících agentů neboli následovníků. Vůdce následně vyhodnocuje a rozesílá vypočtené příkazy zpět. Tento model je znázorněn na Obrázku 3.3a. Tento způsob nachází uplatnění například v řízení energetických sítí, ale má své nevýhody v podobě zvýšeného rizika selhání při výpadku centrálního uzlu.

Na druhou stranu, distribuovaná řešení, jak je vidět na Obrázku 3.3b, redukuje tuto závislost tím, že distribuují úlohy mezi všchny agenty. Tyto systémy jsou často robustnější, jelikož selhání jednoho uzlu nemusí způsobit kolaps celé sítě, a jsou schopny lépe využít lokální informace a výpočetní kapacity jednotlivých agentů. Příkladem může být distribuovaný systém senzorů pro sledování kvality ovzduší,

kde každý senzor sbírá data nezávisle a spolupracuje s ostatními při lokální analýze a sdílení informací.

Rozvoj distribuovaných systémů je také podpořen vývojem v oblasti decentralizovaných algoritmů a komunikace, což umožňuje agilnější reakce na dynamické změny v prostředí. Tato flexibilita je nezbytná v prostředích, kde je požadována vysoká míra adaptability, jako je autonomní řízení vozidel nebo distribuovaná správa datových center.



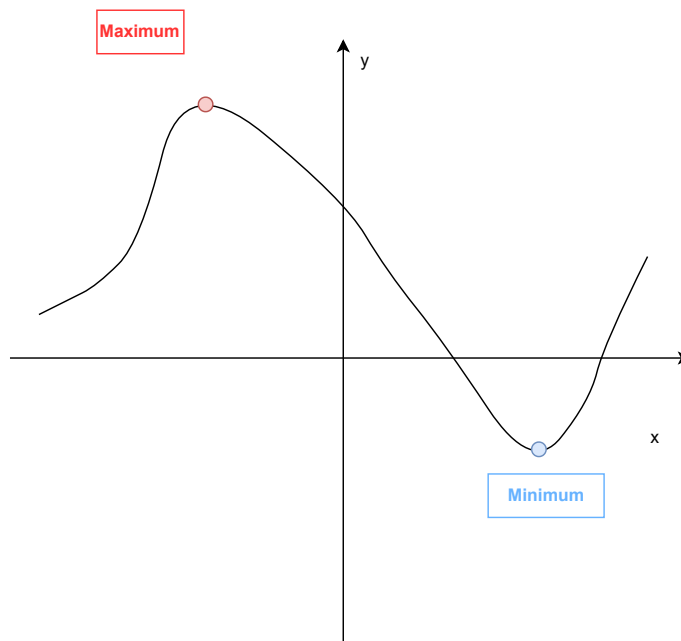
Obrázek 3.3: Porovnání centralizovaného a distribuovaného přístupu

3.2 Optimalizační problém

V matematice, informatice a ekonomii optimalizační problém představuje úkol nalezení nejlepšího řešení ze všech možných řešení. Tyto optimalizační problémy lze rozdělit do dvou kategorií v závislosti na tom, zda jsou proměnné spojité nebo diskrétní [Col175]. Pokud optimalizace pracuje s diskrétními proměnnými, může být označena jako diskrétní optimalizace. Tento úkol operuje na spočetné množině. Na druhou stranu, optimalizace může také pracovat se spojitými proměnnými. Tento typ je nazýván jako spojitá optimalizace. V tomto případě je optimální hodnota objevena z kontinuální funkce. Oba typy mohou zahrnovat omezené a multimodální problémy. Ve většině případů lze říci, že objektem zájmu jsou primárně globální extrémy dané funkce nebo funkcí. Myšlenka minima a maxima je znázorněna na Obrázku 3.4. Jedná se o globální extrémy funkce, ale pokud by měla funkce další a větší extrémy, jednalo by se pouze o lokální extrémy.

3.3 Formulace problému EDP

Jak je uvedeno v úvodu této práce, cílem EDP je minimalizace celkové ceny na výrobu energie, zatím co je splněn celkový požadavek na zatížení sítě a současně



Obrázek 3.4: Ukázka minima a maxima funkce

respektuje limitace jednotlivých generátorů. Nyní tedy lze formulovat problém jako:

$$\min_{p_i} \sum_{i=1}^N C_i(p_i), \quad (3.1)$$

kde N značí počet generátorů, p_i je generovaná energie i -tým generátorem a C_i je cenovou funkcí generátoru i . Z formulace problému v souvislosti se zatížením sítě z předchozího odstavce musí pro p_i platit následující:

$$\sum_{i=1}^N p_i = D, \quad (3.2)$$

$$p_i \in p_i := [\underline{p}_i, \overline{p}_i], \quad i = 1, \dots, N.$$

Odtud platí, že součet výkonu p_i všech generátorů N musí být roven hodnotě D , což je celkový požadovaný výkon pro energetickou soustavu v níž jsou obsaženy tyto generátory. Parametry \underline{p}_i a \overline{p}_i chápeme jako horní a dolní hranici možného výkonu každého generátoru i , kterou je schopný generátor přispět k celkové hodnotě D . Aby byla zajištěna proveditelnost a dosažitelnost řešení Úlohy 3.1 bude definována tato podmínka:

$$\sum_{i=1}^N \underline{p}_i \leq D \leq \sum_{i=1}^N \overline{p}_i. \quad (3.3)$$

Maximální požadavek na zatížení sítě je tedy vždy v rozsahu minimálního a maximálního výkonu sítě generátorů.

3.3.1 Lagrangeova funkce a dualita

Optimalizační problémy lze obecně formulovat v následující standardní formě:

$$\min f_0(P), \quad (3.4)$$

za předpokladu, že

$$\begin{aligned} f_i(P) &\leq 0, & i = 1, \dots, m, \\ h_i(P) &= 0, & i = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Zde $P \in \mathbb{R}^n$ je proměnná, jejíž doména D je definována jako průnik domén všech funkčních omezení [Wol1]:

$$D = \bigcap_{i=1}^m \text{dom}f_i \cap \bigcap_{i=1}^p \text{dom}h_i, \quad (3.6)$$

přičemž se předpokládá, že D není prázdná množina.

Lagrangeova funkce $\mathcal{L} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$, která zahrnuje Omezení (3.5), je definována jako:

$$\mathcal{L}(P, \lambda, \nu) = f_0(P) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(P) + \sum_{i=1}^p \nu_i h_i(P), \quad (3.7)$$

kde λ_i a ν_i jsou Lagrangeovy multiplikátory spojené s nerovnostními a rovnostními omezeními.

Doména duálního problému je součinem domény primárního problému a domény parametrů, tedy [Wol1]:

$$\text{dom}\mathcal{L} = D \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p. \quad (3.8)$$

Lagrangeovy multiplikátory λ_i a ν_i nám pomáhají přeměnit omezení na součást objektivní funkce, čímž umožňují formování duálního problému.

Lagrangeova duální funkce g je definována pro $\lambda \in \mathbb{R}^m$ a $\nu \in \mathbb{R}^p$ jako infimum Lagrangeovy funkce \mathcal{L} přes doménu D :

$$g(\lambda, \nu) = \inf_{P \in D} \mathcal{L}(P, \lambda, \nu) = \inf_{P \in D} \left(f_0(P) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(P) + \sum_{i=1}^p \nu_i h_i(P) \right). \quad (3.9)$$

V situaci, kdy Lagrangeova funkce nemá dolní meze v prostoru P , přijme duální funkce hodnotu $-\infty$. Tento jev ilustruje, že i v případě, že původní optimalizační

úloha není formálně konvexní, zachovává duální funkce konkávnost díky své povaze jako nejnižší bod celé řady afinních funkcí závislých na (λ, ν) . Stručně řečeno, afinní funkce, tvořené kombinací lineární složky a konstant, mají graf ve tvaru přímky.

Souvislost mezi dualitou Lagrangeova modelu a původním problémem je specifikována v rámci teorému o Lagrangeově dualitě. Tento fundamentální princip uvádí, že za určitých okolností lze dosáhnout shody mezi optimálními hodnotami v primárním i duálním problému.

Duální forma problému podle Lagrangeovy metody se ukazuje jako obzvláště výhodná v situacích, kde přímé řešení může být výpočetně náročné. Práce s duální formulací často odhaluje hlubší strukturu původního problému a tato metoda má široké uplatnění v optimalizačních technikách a algoritmických postupech.

3.4 Centralizovaný přístup pro řešení EDP

Tradiční metodou pro řešení EDP je využití centralizovaných přístupů. V takovém případě je v síti umístěn jediný hlavní uzel, který komunikuje se všemi ostatními agenty v síti. Tento centrální bod provádí komplexní výpočet a poté informuje jednotlivé agenty o jejich stanovené produkci elektřiny. Tento přístup však nese některé nevýhody, které byly diskutovány v Sekci 3.1.5. Tato část se zaměří na metodu, která využívá Lagrangeovy multiplikátory pro optimalizaci. V tomto algoritmu budou uvažovány jak omezení generátorů \underline{p}_i a \overline{p}_i , tak ceny paliva pro daný generátor i .

EDP je tedy Ekonomická optimalizace dodávky energie, představuje komplexní problém spojený s optimalizací distribuce elektrické energie. Cílem je minimalizovat celkové náklady spojené s výrobou a distribucí energie. Pro řešení těchto problémů se často využívají Lagrangeovy multiplikátory, které poskytují matematický rámec pro optimalizaci funkcí s různými omezeními. V energetickém odvětví hraje důležitou roli také cena paliva, která má vliv na celkové náklady spojené s výrobou energie.

3.4.1 Centralizovaná Lagrangeova metoda pro řešení EDP

Kvůli zjednodušení je uvažováno $C_i(p_i)$ s omezením na její konvexní varianty. Tím pádem se Omezení 3.2 stává afinním a celkový prostor řešení $P = P_1 \times \dots \times P_N$ tvoří množinu s polyedrálními vlastnostmi. Za předpokladu, že P není prázdná, je možné nalézt optimální řešení pro EDP pomocí duálního problému. Nechť je zavedeno označení $p = [p_1, \dots, p_N]^T$ pro vektory v prostoru \mathbb{R}^N , kde bude definována Lagrangeova funkce následovně:

$$L(p, \lambda) = \sum_{i=1}^N C_i(p_i) - \lambda \left(\sum_{i=1}^N p_i - D \right). \quad (3.10)$$

Přístup přihlíží k omezením na celkový poptávaný objem D a k výrobním limitům jednotlivých zdrojů, jak jsou specifikovány v Rovnici 3.2. Duální úloha spojená s Lagrangeovými multiplikátory pak přechází do formy:

$$\max_{\lambda \geq 0} \sum_{i=1}^N \Psi_i(\lambda) + \lambda D, \quad (3.11)$$

kde funkce $\Psi_i(\lambda)$ je výsledkem minimalizace:

$$\Psi_i(\lambda) = \min_{p_i \in P_i} C_i(p_i) - \lambda p_i. \quad (3.12)$$

Při zvolené hodnotě $\lambda \in \mathbb{R}_+$, má rovnice vyjádřená výše jedinečnou hodnotu minimalizátoru danou výrazem:

$$p_i(\lambda) = \min \left\{ \max \left\{ (\nabla C_i^{-1})(\lambda), \underline{p}_i \right\}, \bar{p}_i \right\}. \quad (3.13)$$

Funkce ∇C_i^{-1} lze chápat jako inverzi k ∇C_i , a je definovaná na intervalu $[\nabla C_i(\underline{p}_i), \nabla C_i(\bar{p}_i)]$. Díky tomu, že cenová funkce $C_i(p_i)$ je konvexní, funkce ∇C_i je spojitá a přísně monotónní. Je zaručeno, že duální problém formulovaný v Rovnici (3.11) má alespoň jedno optimální řešení, které lze označit jako p^* . To optimální řešení pro EDP lze vyjádřit jako λ^* , což je libovolné duální optimální řešení.

Pro každé $i = 1, 2, \dots, N$ můžeme optimální hodnotu výkonu p_i vyjádřit jako $p_i^* = p_i(\lambda^*)$. Potom pro libovolné kladné λ lze duální funkci definovat pomocí vztahu

$$\sum_{i=1}^N \Psi(\lambda) + \lambda D. \quad (3.14)$$

Duální funkce je diferencovatelná podle λ a gradient duální funkce můžeme zapsat jako:

$$- \left(\sum_{i=1}^N p_i(\lambda) + D \right).$$

Duální problém (3.11) lze řešit například gradientními metodami podle vztahu:

$$\lambda(t+1) = \lambda(t) - \phi(t) \left(\sum_{i=1}^N p_i(\lambda(t)) - D \right), \quad (3.15)$$

kde počáteční hodnota $\lambda(0)$ může být libovolně zvolena a $\phi(t)$ představuje velikost kroku v časovém kroku t . Hlavní výzva při návrhu distribuovaného algoritmu na bázi Rovnice (3.15) spočívá v získání globálního součtu $\sum_{i=1}^N p_i(\lambda(t)) - D$ distribuovaným způsobem.

Pokud by byla například zvolena cenová funkce $C_i(p_i)$ ve kvadratickém tvaru, zatímco jsou zachována všechna předchozí tvrzení, která jsou často používání v problémech EDP, měla by mít tato funkce následující formu:

$$C_i(p_i) = \frac{(p_i - \alpha_i)^2}{2\beta_i} + \gamma_i, \quad (3.16)$$

kde p_i označuje výkon generátoru i . Parametry α , β a γ jsou nastaveny tak, že $\alpha_i \leq 0$, $\beta_i > 0$ a $\gamma_i \leq 0$ a představují parametry generátorů. Parametry generátoru jsou poskytovány výrobcem nebo mohou být odhadnuty aproximací výkonové křivky pomocí kvadratické funkce. Potom inkrementální náklady pro generátor i jsou:

$$\frac{dC_i(p_i)}{dp_i} = \frac{(p_i - \alpha_i)}{\beta_i}.$$

A na tomto základě lze stanovit dobře známé řešení tradičního EDP, kterým je kritérium rovných inkrementálních nákladů:

$$p_i^* = \begin{cases} \frac{p_i - \alpha_i}{\beta_i} = \lambda^* & \text{pro } \underline{p}_i < p_i < \overline{p}_i, \\ \frac{p_i - \alpha_i}{\beta_i} < \lambda^* & \text{pro } p_i = \overline{p}_i, \\ \frac{p_i - \alpha_i}{\beta_i} > \lambda^* & \text{pro } p_i = \underline{p}_i, \end{cases} \quad (3.17)$$

kde \underline{p}_i a \overline{p}_i jsou dolní a horní meze výkonu i -tého generátoru. Jinou formu funkce $C_i(p_i)$ může mít:

$$C_i(p_i) = a_i p_i^2 + b_i p_i + c_i, \quad (3.18)$$

kde parametry a , b a c také reprezentují parametry generátorů. Tato forma $C_i(p_i)$ je často používána energetiky. Přenosové vztahy jsou pak:

$$\alpha_i = -\frac{b_i}{2a_i}, \quad \beta_i = \frac{1}{2a_i}, \quad \gamma_i = c_i - \frac{b_i^2}{4a_i}. \quad (3.19)$$

Pro řešení klasického EDP lze použít metodu lambda-iterace, gradientní metody, kvadratické programování nebo genetické algoritmy. Nicméně některé metody nevyžadují cenovou funkci ve formě kvadratické funkce, a proto pro ně stačí jakákoli konvexní funkce [Wan+21]. Pro naše řešení má cenová funkce C_i následující tvar:

$$C_i(p_i) = \alpha_i p_i^2 + \beta_i p_i + \gamma_i + 8 \exp\left(\frac{p_i + 5}{20}\right).$$

V posledních letech byly popsány některé práce, které jsou schopny řešit EDP i v případě, kdy se uvažuje nekonvexní cenová funkce [Par+10]. Tento případ je jedním z nejsložitějších. Například nekonvexní cenovou funkci C_i , použitou v [Bin+14], lze zvažít ve následující formě:

$$C_i(p_i) = \alpha_i + \beta_i p_i + \gamma_i p_i^2 + \left| \epsilon_i \sin \left(\phi_i (p_i - p_i) \right) \right|,$$

kde $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \epsilon_i$ a ϕ_i jsou cenové koeficienty generátoru i .

3.4.2 Příklad 1: metoda Lagranegových multiplikátorů

V této kapitole bude uveden centralizovaný algoritmus, který využívá **Lagrangeových multiplikátorů**. Tato metoda slouží k nalezení maxima a minima funkce při respektování omezení. Hodnota Lagrangeova multiplikátoru v řešení úlohy se rovná rychlosti změny v maximální hodnotě cílové funkce při uvolnění omezení. Princip této metody bude demonstrován na následujícím příkladu.

Výpočet je realizován skriptem v Matlabu a je zde uvažován centralizovaný přístup. To znamená, že na jednom místě dojde k provedení výpočtu, který lze poté distribuovat do energetických sítí. V případě změn požadavků je potřeba celý výpočet opakovat, tudíž nejde o “online” algoritmus, který by na změny reagoval nezávisle.

Zvažme systém šesti generátorů s následujícími cenovými funkcemi C_i .

$$C_1 = 510 + 7.2p_1 + 0.00142p_1^2, \quad (3.20)$$

$$C_2 = 310 + 7.85p_2 + 0.00194p_2^2, \quad (3.21)$$

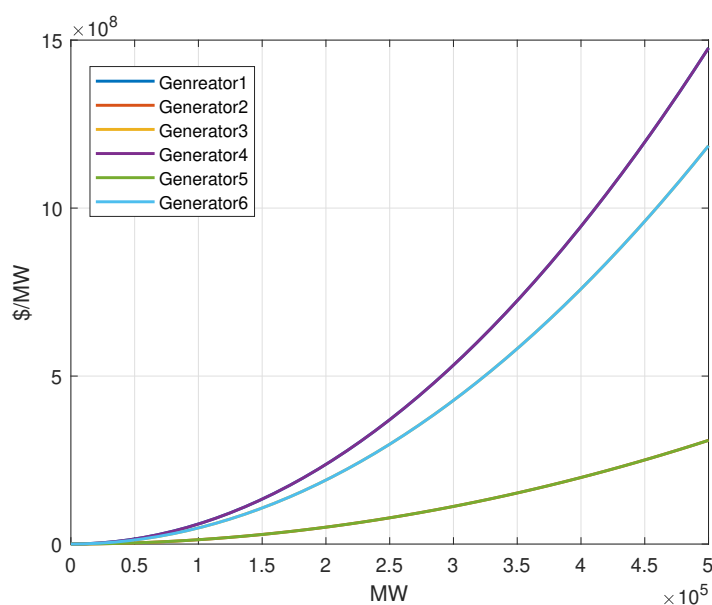
$$C_3 = 78 + 7.97p_3 + 0.0048p_3^2, \quad (3.22)$$

$$C_4 = 510 + 7.2p_4 + 0.00142p_4^2, \quad (3.23)$$

$$C_5 = 310 + 7.85p_5 + 0.00194p_5^2, \quad (3.24)$$

$$C_6 = 78 + 7.97p_6 + 0.0048p_6^2. \quad (3.25)$$

Na základě formy cenových funkcí můžeme usoudit, že se jedná o funkce ve tvaru Funkce 3.18. Jejich znázornění můžeme vidět na následujícím grafu 3.5. Na Grafu jsou viditelné pouze tři křivky z důvodu identických cenových funkcí pro dvojice generátorů.

Obrázek 3.5: Cenové funkce pro C_i

Jak již bylo zmíněno mnohokrát, každý generátor má svá omezení neboli pro všechny generátory existují maximální \bar{p}_i a minimální \underline{p}_i hodnoty výkonu, v jejichž rozmezí se musí výkon generátoru při spuštění pohybovat. Dále je důležitá informace o ceně paliva ν_i daného generátoru. Na tyto parametry má vliv například jeho konstrukce a druh paliva. Tyto parametry pro použité generátory jsou k nahlédnutí v Tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Parametry generátorů

Generátor	Maximální výkon - \bar{p}_i	Minimální výkon - \underline{p}_i	Cena paliva - ν_i
1	600	150	1.3
2	400	100	1.2
3	200	50	1.1
4	600	150	1.3
5	400	100	1.2
6	200	50	1.1

Nyní bude postoupeno k samotnému výpočtu. Pro začátek bude definována požadovaná hodnota výkonu D neboli zatížení sítě, které je potřeba pokrýt. Pro test výpočtu je důležité, aby platila Podmínka (3.3). Podmínka říká, že minimální požadovaný výkon D musí být větší nebo roven minimálním hodnotám součtu výkonu

všech generátorů a zároveň menší nebo roven maximálním hodnotám součtu výkonu všech generátorů. Tyto “extrémní” podmínky zde nebudou uváděny za příklad, protože by nepřispěly k ukázce funkčnosti algoritmického řešení EDP. Pro tento příklad bude použito $D = 1600 \text{ MW}$ a z toho tedy vyplývá :

$$D = 1600 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6. \quad (3.26)$$

Nyní je nutné do výpočtu zahrnout cenu paliva jednotlivých generátorů. To je vyřešeno prostým součinem příslušných cenových funkcí C_i s cenou paliva v_i . Pak tedy lambda funkce λ_i každého generátoru bude v následujícím tvaru:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = C_1 * v_1 &= \frac{923}{500000} p_1^2 + \frac{234}{25} p_1 + 663, \\ \lambda_2 = C_2 * v_2 &= \frac{291}{125000} p_2^2 + \frac{471}{50} p_2 + 372, \\ \lambda_3 = C_3 * v_3 &= \frac{2651}{500000} p_3^2 + \frac{8767}{1000} p_3 + \frac{429}{5}, \\ \lambda_4 = C_4 * v_4 &= \frac{923}{500000} p_4^2 + \frac{234}{25} p_4 + 663, \\ \lambda_5 = C_5 * v_5 &= \frac{291}{125000} p_5^2 + \frac{471}{50} p_5 + 372, \\ \lambda_6 = C_6 * v_6 &= \frac{2651}{500000} p_6^2 + \frac{8767}{1000} p_6 + \frac{429}{5}. \end{aligned}$$

Výslednou hodnotu λ lze získat vyřešením následující soustavy rovnic:

$$\frac{d\lambda_1}{dp_1} = \frac{d\lambda_2}{dp_2} = \frac{d\lambda_3}{dp_3} = \frac{d\lambda_4}{dp_4} = \frac{d\lambda_5}{dp_5} = \frac{d\lambda_6}{dp_6} = \lambda.$$

Pro optimální plánování výroby pro každý generátor platí, že:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dp_1} &= \frac{923}{250000} p_1 + \frac{234}{25} = \lambda, \\ \frac{d\lambda_2}{dp_2} &= \frac{291}{62500} p_2 + \frac{471}{50} = \lambda, \\ \frac{d\lambda_3}{dp_3} &= \frac{2651}{250000} p_3 + \frac{8767}{1000} = \lambda, \\ \frac{d\lambda_4}{dp_4} &= \frac{923}{250000} p_4 + \frac{234}{25} = \lambda, \\ \frac{d\lambda_5}{dp_5} &= \frac{291}{62500} p_5 + \frac{471}{50} = \lambda, \\ \frac{d\lambda_6}{dp_6} &= \frac{2651}{250000} p_6 + \frac{8767}{1000} = \lambda. \end{aligned}$$

Rovnice lze přepsat do následujícího tvaru:

$$p_1 = \frac{250000}{923}\lambda - \frac{58500000}{23075}, \quad (3.27)$$

$$p_2 = \frac{62500}{291}\lambda - \frac{29437500}{14550}, \quad (3.28)$$

$$p_3 = \frac{250000}{2651}\lambda - \frac{219175000}{2651000}, \quad (3.29)$$

$$p_4 = \frac{250000}{923}\lambda - \frac{58500000}{23075}, \quad (3.30)$$

$$p_5 = \frac{62500}{291}\lambda - \frac{29437500}{14550}, \quad (3.31)$$

$$p_6 = \frac{250000}{2651}\lambda - \frac{219175000}{2651000}. \quad (3.32)$$

Dosazením těchto výrazů zpět do Předpisu (3.26) bude vypočtená výsledná hodnota koeficientu λ .

$$1600 = \left(\frac{250000}{923}\lambda - \frac{58500000}{23075} \right) + \left(\frac{62500}{291}\lambda - \frac{29437500}{14550} \right) + \left(\frac{250000}{2651}\lambda - \frac{219175000}{2651000} \right) + \\ + \left(\frac{250000}{923}\lambda - \frac{58500000}{23075} \right) + \left(\frac{62500}{291}\lambda - \frac{29437500}{14550} \right) + \left(\frac{250000}{2651}\lambda - \frac{219175000}{2651000} \right).$$

Hodnotu λ vyjádřena z této rovnice je tedy:

$$\lambda = 10.6653 \text{ \$/MW.}$$

Tato hodnota je dosazena zpět do Rovnic (3.27), (3.28), (3.29), (3.30), (3.31) a (3.32). Tím je získána přesná hodnota toho, kolik by měl každý generátor vyrobit pro optimální hodnotu λ . Výsledné hodnoty jsou:

$$p_1 = 353.5356 \text{ MW}, \quad p_2 = 267.4514 \text{ MW}, \quad p_3 = 179.0130 \text{ MW}, \\ p_4 = 353.5356 \text{ MW}, \quad p_5 = 267.4514 \text{ MW}, \quad p_6 = 179.0130 \text{ MW}.$$

Po dosazení hodnot p_i pro každý generátor i do Rovnice (3.26). Je zřejmé, že optimální rozdělení výkonu mezi generátory bylo nalezeno při nejnižší výsledné ceně λ .

$$D = 1600 \text{ MW} = 353.5356 \text{ MW} + 267.4514 \text{ MW} + 179.0130 \text{ MW} + \\ + 353.5356 \text{ MW} + 267.4514 \text{ MW} + 179.0130 \text{ MW}.$$

Když se hodnota p_i každého generátoru porovná s jeho mezními hodnotami, je zřejmé, že omezení na minimální a maximální výkon generátoru bylo splněno. Podmínky uvedené ve Výrazu (3.2) jsou tedy splněny.

3.5 Distribuovaný způsob řešení EDP

Nyní se bude tato práce věnovat decentralizovanému přístupu k řešení EDP. Tato sekce popisuje distribuovaný způsob řešení včetně použitého algoritmu společně s ukázkovými příklady. Nejprve bude ukázán příklad pro stejné generátory, které byly využity pro příklad v Kapitole 3.4.2, aby tím byla prokázána schopnost distribuovaného algoritmu nahradit ten centralizovaný. Následně bude aplikován algoritmus v síti, kde dojde během výpočtu ke změně požadované hodnoty zatížení sítě, nebo k příkladu s poruchou jednoho generátoru, který bude potřeba odstavit během výpočtu.

Důležitým rozdílem je, že u distribuovaného řešení EDP se nevyskytuje centrální uzel (vůdce), ten je u centrálního řešení zodpovědný za veškeré výpočty a následné zaslání příkazu pro dané generátory připojené do sítě. Tento koncept jakéhokoliv řídicího či kontrolního izolovaného prvku bude kompletně vynechán. Tedy bude odstraněn centrální řídicí prvek, zatímco topologie sítě bude zachována. Distribuovaný algoritmus je založen čistě na výpočtu v každém uzlu a předání této informace do uzlu sousedního.

3.5.1 Návrh algoritmu

Algoritmus vychází z formulace problému uvedené v Kapitole 3.3, která je platná pro celý algoritmus, a dále z Lagrangeova duálního problému popsaného v rovnici (3.14) a detailně vysvětleného v Kapitole 3.4.1.

Algoritmus používá striktně konvexní a spojitě diferencovatelnou funkci nákladů C_i a pro řešení duálního Problému (3.14) využívá metodu gradientního vze-stupu převedenou na diskretní tvar (3.15), který zahrnuje lokální požadavky D_i pro $i = 1, \dots, N$, kde N je počet generátorů v síti.

Diskretní forma rozšířené Rovnice (3.15) je:

$$\lambda(k+1) = \lambda(k) + \gamma(k) \left(\sum_{i=1}^N -p_i(\lambda(k)) + D \right),$$

kde $\gamma(k)$ představuje velikost kroku. Je důležité zdůraznit, že globální bilance:

$$\sum_{i=1}^N p_i(\lambda(k)) - D,$$

brání decentralizovanému řešení EDP, kde D je celková poptávka. K odstranění tohoto problému musí každý generátor odhadovat multiplikátor λ pouze prostřednictvím lokální komunikace. To převede duální Problém (3.14) na:

$$\min_{\lambda \in \mathbb{R}} \Phi(\lambda) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\lambda),$$

kde

$$\Phi_i(\lambda) = \min_{p_i \in p} (C_i(p_i) - \lambda(p_i - D_i)). \quad (3.33)$$

D_i je lokální poptávka přiřazená i -tému generátoru tak, že $\sum_{i=1}^N D_i = D$, kde p je sada všech generátorů. Ve skutečnosti lokální poptávka D_i nemá žádný fyzický význam. Je zavedena pouze pro návrh tohoto distribuovaného algoritmu využívajícího metodu gradientu na základě duálního Problému (3.14).

Gradient funkce $\Phi_i(\lambda)$ je definován jako:

$$\nabla \Phi_i(\lambda) = p_i(\lambda) - D_i$$

a je omezen součtem maximální výrobní kapacity p_i a lokální poptávky D_i pro každý generátor:

$$|\nabla \Phi_i(\lambda)| = |p_i(\lambda) - D_i| \leq \max_{i \in N} \bar{p}_i + \max_{i \in N} D_i.$$

Na začátku algoritmu jsou každému generátoru $i \in N$ přiřazeny skalární proměnné $p_i(k)$ a $\lambda_i(k)$, které představují primární a duální proměnné. V tomto algoritmu $y_i(k)$ nabývá na významu jako proměnná přebytku nebo konsensuální proměnná, zaváděná pro každý generátor $i \in N$ za účelem řešení nerovnováhy v celé síti.

Algoritmus lze dále formulovat pomocí následujících rovnic:

$$\lambda_i(k+1) = \sum_{j=1}^N w_{ij} \lambda_j(k) - \gamma_i(k) \frac{\nabla \Phi_i(\lambda_i(k))}{y_{ii}(k)}, \quad (3.34)$$

$$p_i(k+1) = \varphi_i(\nabla C_i^{-1}(\lambda_i(k+1)) \cdot \mu^{-1}(k)), \quad (3.35)$$

$$y_i(k+1) = \sum_{j=1}^N w_{ij} y_j(k), \quad (3.36)$$

kde w_{ij} představuje váhu konsensu a $\gamma_i(k)$ je velikost kroku. Hodnota této velikosti kroku je diskutována v následujících odstavcích. Konstanta μ představuje cenu paliva i -tého generátoru. Rovnice (3.34) je modifikací metody gradientu, kde gradient $\nabla \Phi_i(\lambda_i(k))$ je vážený pomocí $y_{ii}(k)$.

Pro generátor i jsou aktualizace $\lambda_i(k+1)$ a $y_i(k+1)$ závislé na přijetí informací od jeho vstupních sousedů, zatímco aktualizace $p_i(k+1)$ je prováděna lokálně. V Rovnici (3.35) nemusí mít argument funkce φ , $\nabla C_i^{-1}(\lambda_i(k+1))$, obecně uzavřené řešení pro obecnou konvexní nákladovou funkci. Může být však použita bisekční metoda pro získání numerického řešení, protože ∇C_i^{-1} je monotonní a spojitá [Xin+14]. Pro $\varphi_i(\nabla C_i^{-1}(\lambda_i(k+1)))$ platí následující:

$$\varphi_i(\nabla C_i^{-1}(\lambda_i)) = \begin{cases} \bar{p}_i, & \text{pokud } C_i^{-1}(\lambda_i) > \bar{p}_i, \\ \nabla C_i^{-1}(\lambda_i), & \text{pokud } \underline{p}_i \leq C_i^{-1}(\lambda_i) \leq \bar{p}_i, \\ \underline{p}_i, & \text{pokud } C_i^{-1}(\lambda_i) < \underline{p}_i, \end{cases} \quad (3.37)$$

kde \underline{p}_i a \bar{p}_i jsou dolní a horní meze kapacity i -tého generátoru. Pokud je zvažena kvadratická cenová funkce C_i (3.16), pak $\nabla C_i^{-1}(\lambda_i)$ má následující tvar:

$$\nabla C_i^{-1}(\lambda_i) = \beta_i \lambda_i + \alpha_i,$$

kde α_i a β_i jsou parametry i -tého generátoru.

V [Li+20] jsou popsány tři předpoklady. Předpokládá se, že topologie sítě je popsána grafem G , který je silně propojený. Další předpoklad je věnován velikosti kroku $\gamma_i(k)$. Pro všechny $i \in N$ a $k \geq 0$ nesourodá velikost kroku předpokládá tvar:

$$\gamma_i(k) = \frac{1}{k+1} + a_i(k) > 0,$$

kde nesourodý termín $a_i(k)$ splňuje:

$$|a_i(k)| \leq a(k), \quad \text{s} \quad \sum_{k=0}^{\infty} a(k) < \infty.$$

Tento předpoklad pro velikost kroku dává každému generátoru flexibilitu ve volbě klesající velikosti kroku díky nesourodému termínu $a_i(k)$. Například, pokud je $a_i(k)$ vybrán ve formě:

$$a_i(k) = \frac{M_i}{(k+1)^{c_i}} - \frac{1}{k+1}, \quad (3.38)$$

kde M_i a c_i jsou nastavitelné parametry $a_i(k)$. M_i je zvolen větší než nula a c_i je zvolen z intervalu $(0.5, 1)$. Když $a_i(k)$ má uvedenou formu, pak velikost kroku $\gamma_i(k)$ může být vyjádřena následující rovnicí:

$$\gamma_i(k) = \frac{M_i}{(k+1)^{c_i}}. \quad (3.39)$$

Pro účely této práce byl výpočet velikosti kroku odrazovým můstkem, ale finální hodnota tohoto kroku byla pro lepší fungování algoritmu experimentálně změněna.

Poslední předpoklad je věnován formě matice váhy W . Matice W je složena z prvků w_{ij} . Pro ně platí, že:

$$w_{ij} = \begin{cases} \eta \in (0, 1), & j \in \mathcal{N}_i^{in} \cup i, \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases} \quad \sum_{j=1}^N w_{ij} = 1.$$

Dolní mez η značí, že pokud generátor j -tý posílá zprávu generátoru i -tému, interakční síla by neměla být příliš slabá. Z tohoto předpokladu vyplývá, že matice sousednosti $W = [w_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ spojená s digrafem G je řádkově stochastická. To znamená, že součet prvků řádku je roven jedné. Proto je vhodné vybrat hodnoty w_{ij} , například ve formě:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_i^{in} + 1}, & j \in \mathcal{N}_i^{in} \cup i, \\ 0. & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pro každý generátor $i \in N$ je vyžadována pouze lokální informace d_i^{in} pro sestavení řádkově stochastické matice váhy W . V praxi to znamená, že každý generátor může lokálně rozhodnout o váhách bez jakýchkoli informací od svých sousedů.

3.5.1.1 Repräsentace algoritmu v maticové formě

Rovnice (3.34), (3.35) a (3.36) reprezentují algoritmus v **maticové formě**:

$$\lambda(k+1) = W\lambda(k) - \gamma(k) \frac{\nabla\Phi(\lambda(k))}{\Psi(k)}, \quad (3.40)$$

$$\mathbf{p}(k+1) = \boldsymbol{\varphi}(\nabla C^{-1}(\lambda(k+1) \cdot \mu^{-1}(k))), \quad (3.41)$$

$$\mathbf{y}(k+1) = W\mathbf{y}(k). \quad (3.42)$$

Kde W je maticí vah. γ představuje vektor velikostí kroků pro každý generátor. Φ je vektorem složek ϕ , jehož forma je založena na převedeném duálním problému 3.3.1. $\Psi(k)$ obsahuje individuální hodnoty pro y_{ii} :

$$\Psi(k) = [y_{11}, y_{22}, \dots, y_{NN}],$$

kde N je počtem všech generátorů v síti. Dále $\boldsymbol{\varphi}$ je vektorem projekčních funkcí, které omezují minimální a maximální hodnoty, viz (3.37). ∇C^{-1} je vektorem gradientů nákladové funkce C_i pro každý generátor:

$$\nabla C^{-1} = [\nabla C_1^{-1}, \nabla C_2^{-1}, \dots, \nabla C_N^{-1}].$$

N má stejný význam jako předtím - v případě $\Psi(k)$. $\lambda(k)$, $\mathbf{p}(k)$, $\mathbf{y}(k)$ reprezentují vektorový formát příslušných proměnných.

Důkaz konvergence pro tento algoritmu, který je reprezentován Rovnicemi (3.34), (3.35) a (3.36) lze nalézt v [Li+20].

3.5.2 Příklad 2: ověření konvergence k optimálnímu řešení

V tomto příkladu je ukázáno, že distribuovaný algoritmus je schopen dojít ke stejnému výsledku jako ten centralizovaný, a tím bude nastíněna jeho funkčnost a schopnost eventuálně nahradit algoritmy centralizované. Jsou použity tedy schodné hodnoty s příkladem v Kapitole 3.4.2. Využijeme tedy parametry generátorů z Tabulky 3.1. Požadované zatížení bude $D = 1600$ MW. Dále je nutné před spuštěním algoritmu inicializovat počáteční hodnoty pro $y_i(0)$ a $\lambda_i(0)$. Ty budou spočteny jako:

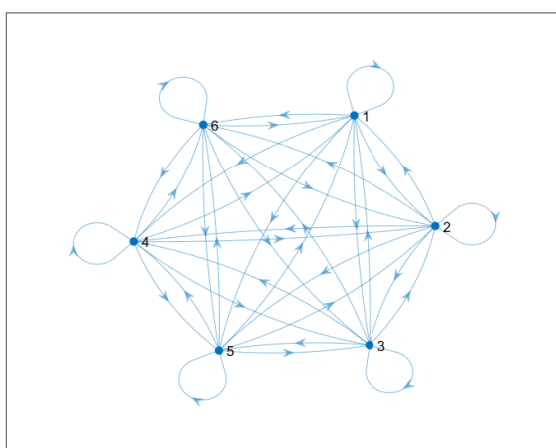
$$y_i(0) = D_i(0) - p_i(0),$$

$$\lambda_i(0) = \nu_i \cdot \left(p_i(0) - \frac{\alpha_i}{\beta_i} \right).$$

Matice sousednosti W bude nastavena tak, aby byla umožněná plná komunikace v rámci sítě, Tedy:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}.$$

Pro ukázkou je zde znázorněno provázání informačních toků systému na Grafu 3.6. Jedná se tedy o plně propojenou komunikaci mezi jednotlivými uzly (generátory).

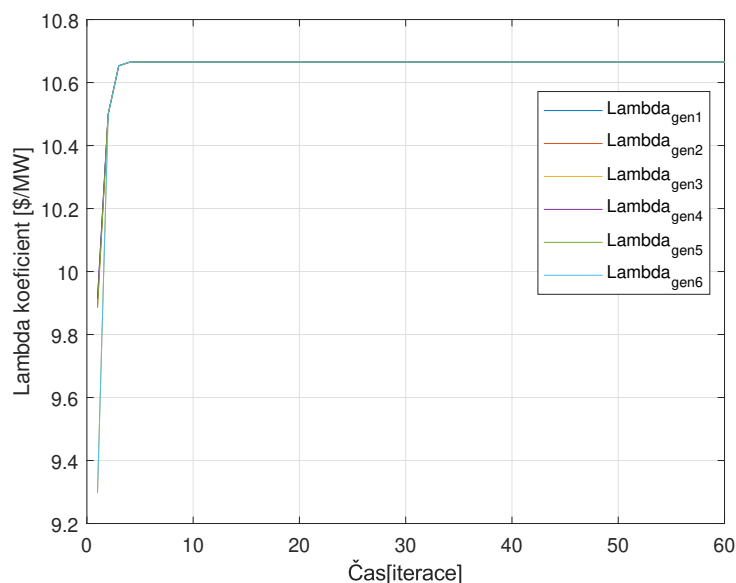


Obrázek 3.6: Graf zobrazující matici W

Tabulka 3.2: Inicializace parametrů

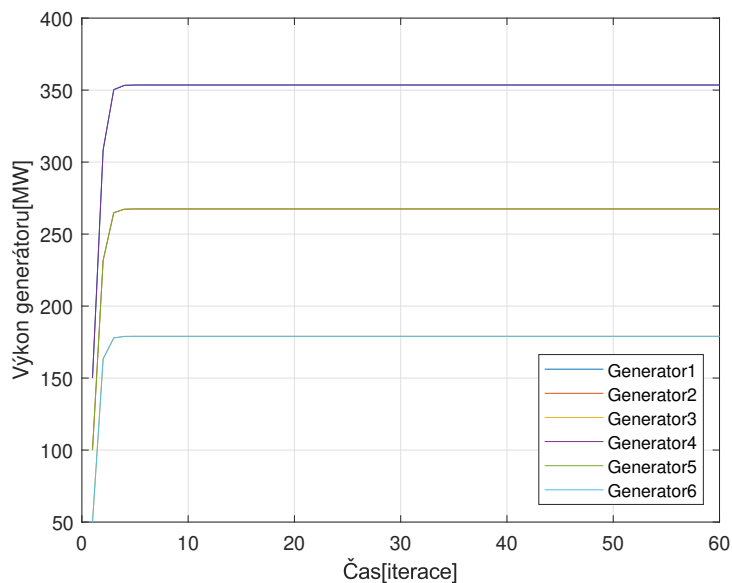
Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$
$p(0)$ [MW]	150	100	50	150	100	50
$y(0)$ [MW]	200	150	150	200	150	150
$\lambda(0)$ [\$/MW]	9.9138	9.8856	9.2972	9.9138	9.8856	9.2972
$D(0)$ [MW]	350	250	200	350	250	200
$M(0)$	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
$c(0)$	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
$\gamma(0)$	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8

Algoritmus byl spuštěn s představenými parametry s 60-ti iteracemi. Parametry $M(0)$ a $c(0)$ pro $\gamma(0)$ jsou zvoleny experimentálně. Celý kód pro běh algoritmu je k nahlédnutí v Příloze A.2. Na Grafu 3.7 je možné pozorovat konvergenci koeficientu lambda pro každý generátor.



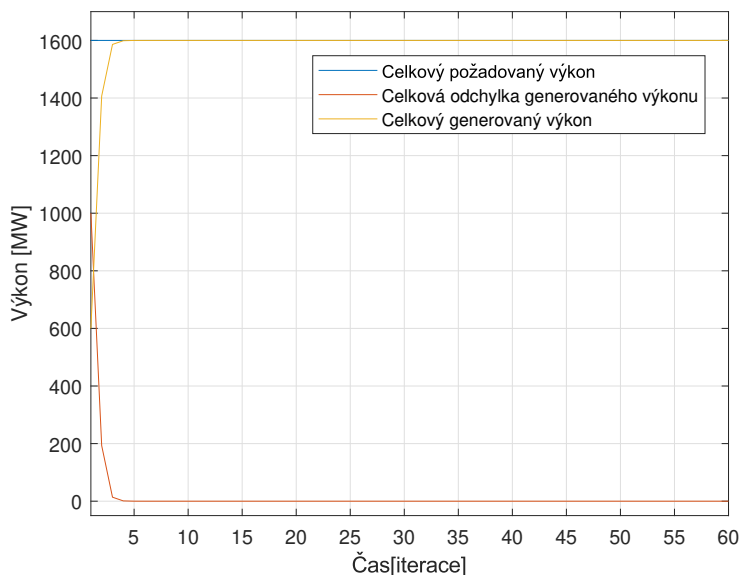
Obrázek 3.7: Vývoj koeficientu lambda

Na následujícím Grafu 3.8 jsou znázorněny hodnoty výkonů generátorů, potřebného generovaného výkonu pro každý generátor. Křivky u těchto grafů se překrývají protože v systému jsou zapojené tři páry generátorů se stejnými parametry a tedy optimální pracovní výkon je pro tyto generátory identický.



Obrázek 3.8: Vývoj výkonu generátorů

Poslední Graf 3.9 zobrazuje celkový požadovaný výkon v souvislosti s generovaným výkonem a odchylkou, která se po nízkém počtu iterací algoritmu ustálí v nule.



Obrázek 3.9: Celkový vývoj výroby energie

Přesné výsledky tohoto algoritmu jsou k nahlédnutí v Tabulce 3.3.

Tabulka 3.3: Výsledky algoritmu

Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$
$p_i(60)$ [MW]	353.5356	267.4514	179.0130	353.5356	267.4514	179.0130
$\lambda(60)$ [\$/MW]	10.6653	10.6653	10.6653	10.6653	10.6653	10.6653

Výsledky distribuovaného algoritmu jsou identické s těmi z Kapitoly 3.4.2, a tak tedy také splňují poptávku $D = 1600$ MW.

$$D = 1600 \text{ MW} = 353.5356 \text{ MW} + 267.4514 \text{ MW} + 179.0130 \text{ MW} + 353.5356 \text{ MW} + 267.4514 \text{ MW} + 179.0130 \text{ MW}.$$

Tento příklad s úplnou přesností dokazuje nahraditelnost centralizovaného algoritmu, použitého v Kapitole 3.4.2, algoritmem distribuovaným.

3.5.3 Příklad 3: reprezentace maticové formy v Simulinku

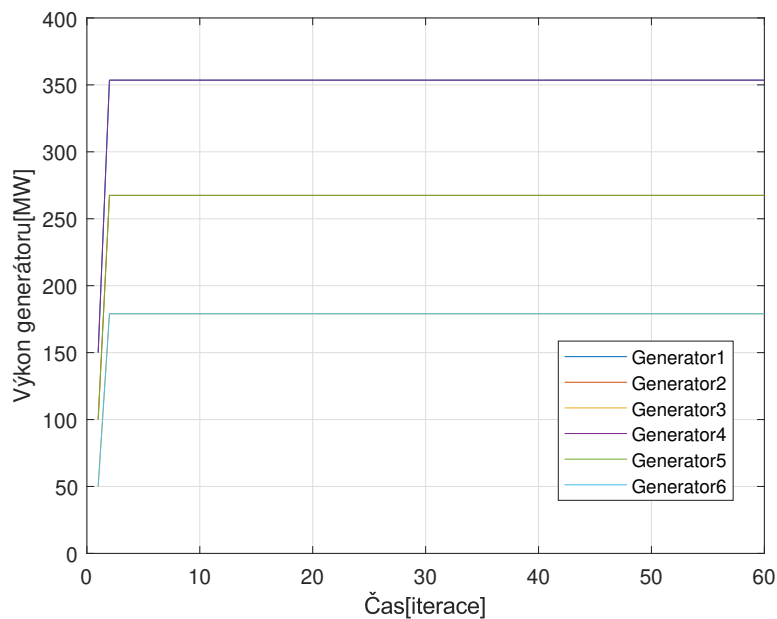
Tato podkapitola se zaměřuje na vizualizaci a validaci algoritmických řešení pomocí blokového schématu v prostředí Simulink. Dříve diskutované výsledky, které byly vyvinuty a testovány v jazyce Matlab, jsou zde replikovány ve formě vizuálně přístupnějšího a interaktivního modelu Simulink.

Model prezentovaný v této kapitole demonstruje, jak lze kód psaný v Matlabu efektivně transformovat do blokového diagramu Simulinku. Tento přístup umožňuje lepší pochopení dynamiky algoritmu a zároveň poskytuje uživatelům možnost provádět rychlé a interaktivní simulace různých scénářů bez potřeby modifikace zdrojového kódu.

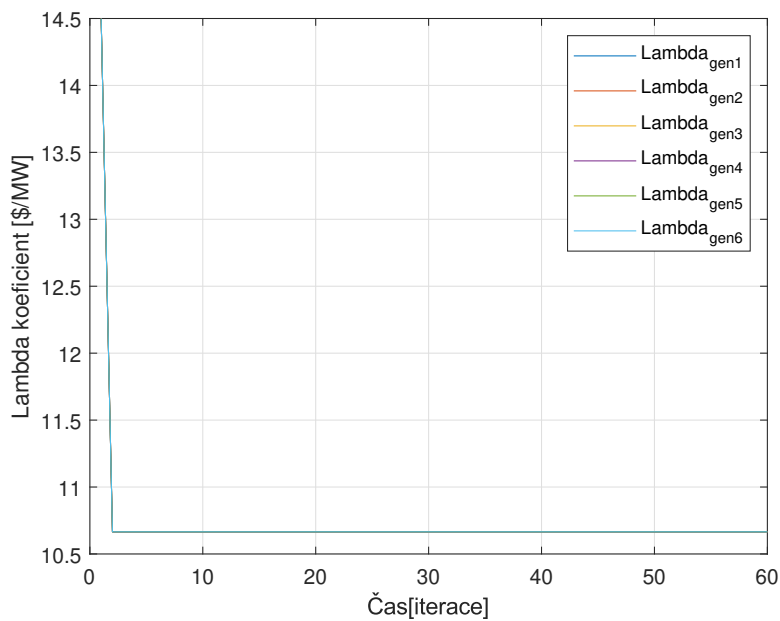
Cílem kapitoly je poskytnout čtenářům detailní pohled na strukturu a funkčnost modelu v Simulinku, což přispívá k hlubšímu porozumění a ověření výpočtů provedených v předchozích částech. V tomto příkladu jsou využity identické parametry generátorů jenž byli užity v předchozím příkladu v Kapitole 3.5.2.

Reprezentace tohoto algoritmu v Simulinku je zobrazená na Obrázcích 3.13, 3.14 a 3.12. S jasnou přesností lze usoudit, že výsledky pro tuto implementaci jsou shodné s předchozími implementacemi. Toto tvrzení je podloženo jak výsledky viditelnými v simulačním schématu tak následujícími Grafy 3.10 a 3.11.

3.5.3 Příklad 3: reprezentace maticové formy v Simulinku

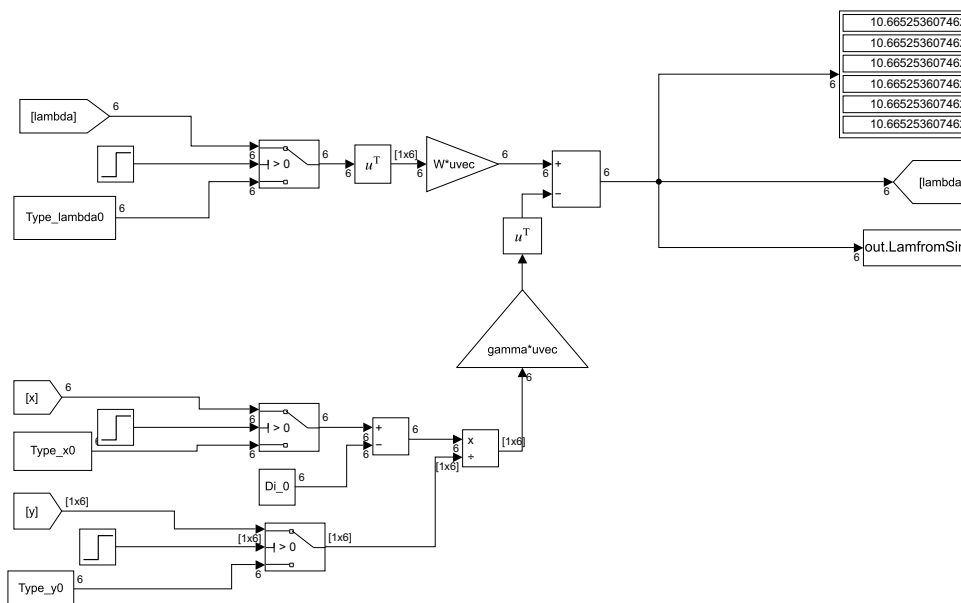


Obrázek 3.10: Vývoj výkonu generátorů - Simulink



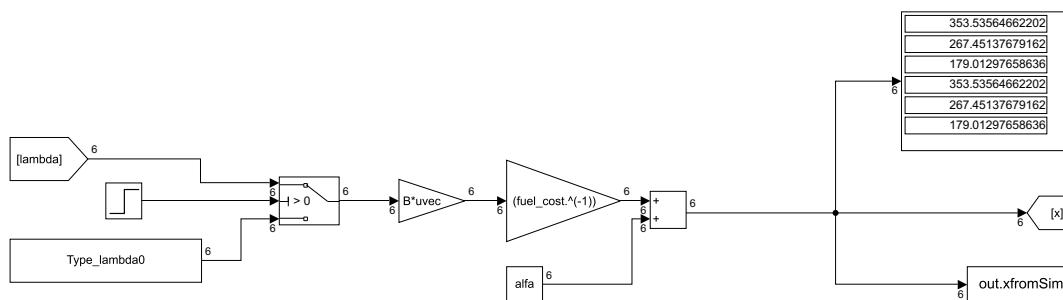
Obrázek 3.11: Celkový vývoj výroby energie - Simulink

První Schéma 3.12 je výpočet koeficientu lambda podle Vzorce (3.40).



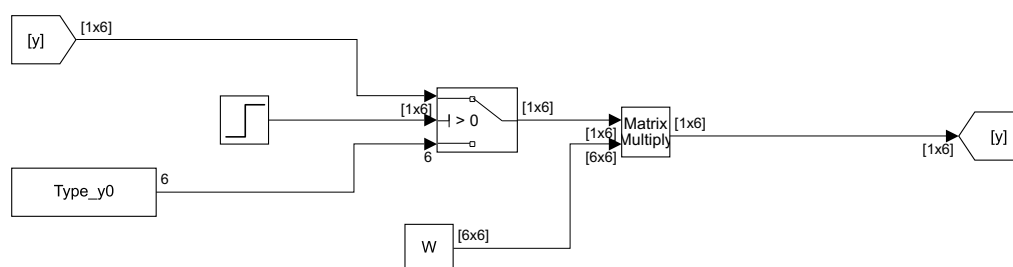
Obrázek 3.12: Simulační schéma - lambda koeficient

Další Schéma 3.13 reprezentuje Rovnici (3.41), neboli výpočet hodnot výkonů všech generátorů.



Obrázek 3.13: Simulační schéma - výkon

Na posledním Schématu 3.14 lze pozorovat výpočet hodnoty y . Tento výpočet vyplývá z Rovnice (3.42). Je důležité podotknout, že tyto schémata nestojí samostatně, ale reprezentují jeden celek. Pro přehlednost jsou však takto rozřazeny.



Obrázek 3.14: Simulační schéma - y

3.5.4 Příklad 4: změna požadovaného výkonu a odstavení generátoru

Tato kapitola má za úkol demonstrovat jednu z hlavních a zásadních výhod distribuovaného algoritmu pro EDP, kterou toto řešení disponuje. Jak již bylo poukázáno v Kapitole 3.4.2, centralizovaný algoritmus není “online”, to tedy znamená, že tento přístup k problém není schopný reagovat na změny v síti jako je změna požadovaného výkonu či výpadek generátoru. Pro řešení těchto změn musí být algoritmus spuštěn znovu s novými parametry, což je kritická nevýhoda.

Naproti tomu distribuovaný algoritmus tímto nedostatkem netrpí a jeho schopnost reagovat na změny instantně zde bude ukázána na příkladu. Pro tento příklad je využito třech generátorů, jejichž parametry jsou znázorněny v Tabulce 3.4 a je využito Tabulky 3.1 pro určení jejich výkonového rozpětí a ceny paliva.

Tabulka 3.4: Inicializace parametrů

Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$p(0)$ [MW]	150	100	50
$y(0)$ [MW]	200	150	150
$\lambda(0)$ [\$/MW]	9.9138	9.8856	9.2972
$D(0)$ [MW]	350	250	200
$M(0)$	0.8	0.8	0.8
$c(0)$	0.82	0.82	0.82
$\gamma(0)$	0.8	0.8	0.8

Průběh simulace je následující: Nejprve bude stanoven požadovaný výkon D_1 na 800 MW. Po dosažení tohoto výkonu bude při 20-té iteraci změněn požadovaný výkon na $D_2 = 500$ MW. Po tomto přechodu bude opět po ustálení na požadovaný výkon provedena změna, tentokrát však dojde k odpojení generátoru č.1 při 60-té iteraci, což bude simulovat poruchu tohoto generátoru. To tedy znamená, že

3.5.4 Příklad 4: změna požadovaného výkonu a odstavení generátoru

algoritmus bude muset reagovat na obě tyto změny a upravit hodnotu koeficientu λ a výkony generátorů tak, aby bylo pokryto zatížení sítě.

Nyní bude kapitola pokračovat vyhodnocením výsledků této situace. V následujících Tabulkách 3.5, 3.6 a 3.7 jsou vždy uvedeny výkony generátorů po ustálení po dané změně uvedené výše.

Tabulka 3.5: Ustálení hodnot pro výkon $D_1 = 800$ MW

Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$p_i(10)$ [MW]	353.5356	267.4514	179.0130
$\lambda(10)$ [\$/MW]	10.6653	10.6653	10.6653

$$D_1 = 353.5356 \text{ MW} + 267.4514 \text{ MW} + 179.0130 \text{ MW} = 800 \text{ MW}$$

První dosažení očekávaných hodnot není pro tento příklad nijak zásadní, protože tato schopnost algoritmu již prokázána v předchozích Příkladech 3.5.2 a 3.5.3.

Tabulka 3.6: Ustálení hodnot pro výkon $D_2 = 500$ MW

Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$p_i(27)$ [MW]	213.4224	156.3479	130.2297
$\lambda(27)$ [\$/MW]	10.1480	10.1480	10.1480

$$D_2 = 213.4224 \text{ MW} + 156.3479 \text{ MW} + 130.2297 = 500 \text{ MW}$$

Tyto výsledky jsou pro tuto práci však zásadní, protože jak již bylo zmíněno v úvodu tohoto příkladu, algoritmus zde prokazuje svoji schopnost adaptovat řízení na požadovaný výkon přímo během provozu.

Tabulka 3.7: Ustálení hodnot po výpadku generátoru č.1

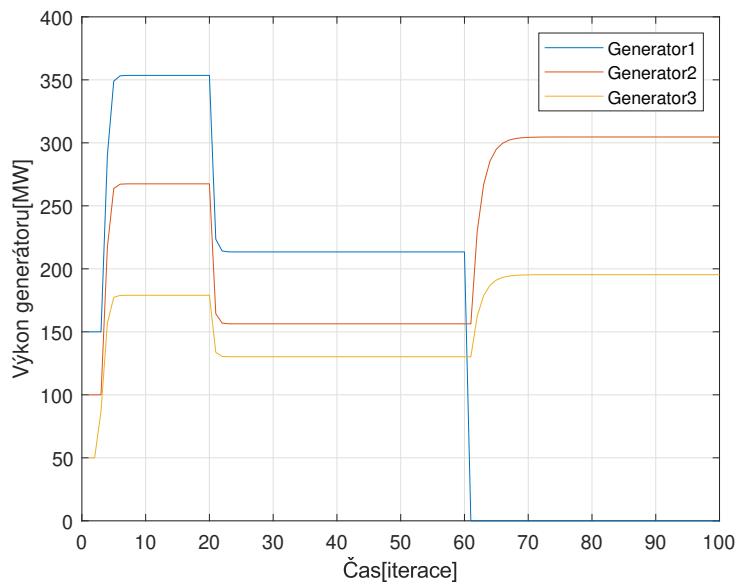
Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$p_i(83)$ [MW]	0	304.6527	195.3473
$\lambda(83)$ [\$/MW]	10.8385	10.8385	10.8385

$$D_2 = 0 \text{ MW} + 304.6527 \text{ MW} + 195.3473 \text{ MW} = 500 \text{ MW}$$

3.5.4 Příklad 4: změna požadovaného výkonu a odstavení generátoru

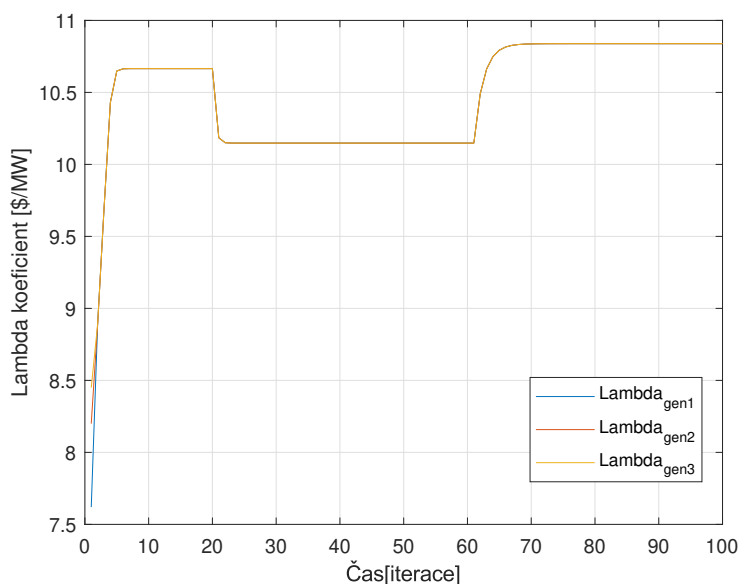
V tomto posledním kroku tedy dochází k odpojení prvního generátoru a z výsledků je očividné, že zde opět dochází k dorovnání na požadovaný výkon D_2 . Ztrátu, kterou vytvořil první generátor po svém odpojení zde jsou schopni nahradit zbylé dva generátory.

Na první Grafu 3.15 je znázorněn celkový výkonový vývoj všech generátorů.



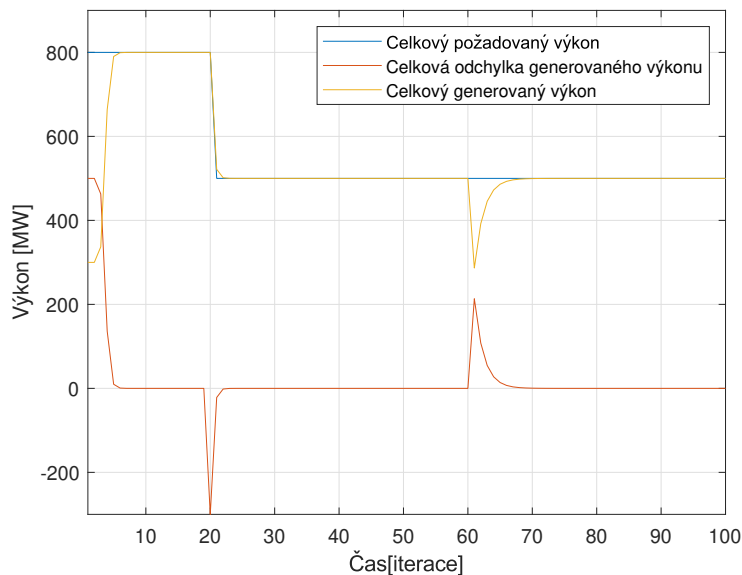
Obrázek 3.15: Celkový vývoj výroby energie

Na Grafu 3.16 je zobrazena změna koeficientu λ .



Obrázek 3.16: Celkový vývoj koeficientu lambda

Na posledním Grafu 3.17 je k vidění rozdíl mezi požadovaným výkonem a skutečným produkovaným výkonem sítě a jeho odchylkou.



Obrázek 3.17: Celkový vývoj výroby energie

Z Grafu 3.15 lze vypočítat časy změn pro rozdělení výkonu všech generátorů. V okolí 20-té iterace lze pozorovat změnu požadovaného zatížení. Algoritmus reaguje na tuto změnu okamžitě a správně mění výkon všech generátorů tak, aby byla udržena nejnižší cena za *MW*. V 60-té iteraci dochází k odstavení prvního generátoru a jeho absenci nahradí výkon ze zbylých dvou.

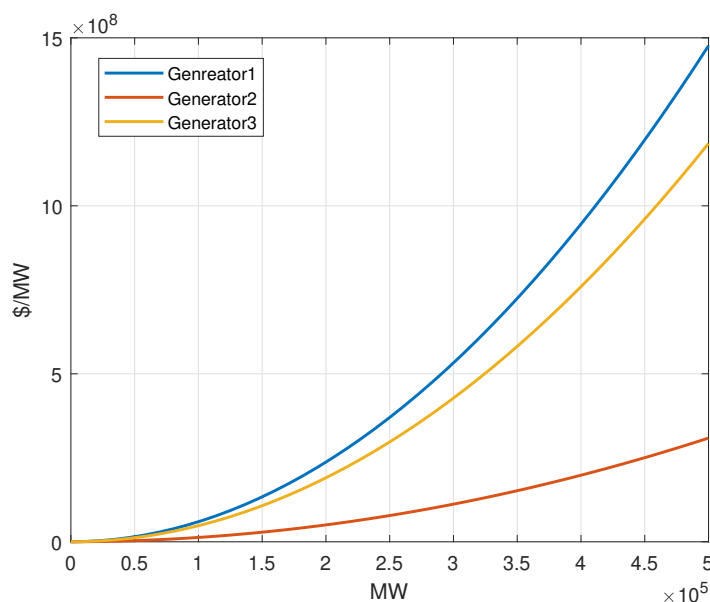
3.5.5 Příklad 5: reprezentace plně distribuovaného algoritmu v Simulinku

Pro poslední ukázkou funkčnosti algoritmu bude uveden příklad se třemi generátory. Tato kapitola neposkytuje detailní rozbor algoritmu s Lagrangeovými multiplikátory ani distribuovaného algoritmu. Tato část má za úkol se naproti tomu zabývat implementací algoritmu v Simulinku, ve výchozí podobě, která byla představena ve formě Rovnic (3.34), (3.35) a (3.36). Simulační schéma je značně komplexnější ve srovnání s maticovou verzí, protože každý agent musí být v simulaci reprezentován samostatně, pomocí vlastních výpočtů. Jako první bude použita opět metoda Lagrangeových multiplikátorů, následně bude použit distribuovaný algoritmus pro EDP implementovaný v jazyce Matlab. Na závěr budou tyto dva výsledky porovnány s distribuovaným algoritmem, který je ve výchozí podobě implementován v prostředí Simulink.

Cena paliva zde bude rovna 1.0 pro každý generátor. Jsou zde tedy použity tyto generátory s parametry v Tabulce 3.8 a cenovými funkcemi (3.20) (3.21) a (3.22). Tyto funkce jsou znázorněny na Grafu 3.18

Tabulka 3.8: Parametry generátorů

Generátor	Maximální výkon - \bar{p}_i	Minimální výkon - \underline{p}_i	Cena paliva - v_i
1	600	150	1.0
2	400	100	1.0
3	200	50	1.0

Obrázek 3.18: Cenové funkce C_i

První je využit centralizovaný algoritmus. Pro požadované zatížení sítě $D = 800$ MW jsou výsledky pro tento postup následující:

$$\lambda = 8.6678 \text{ $/MW,}$$

$$p_1 = 516.8359 \text{ MW, } p_2 = 210.7768 \text{ MW, } p_3 = 72.3873 \text{ MW.}$$

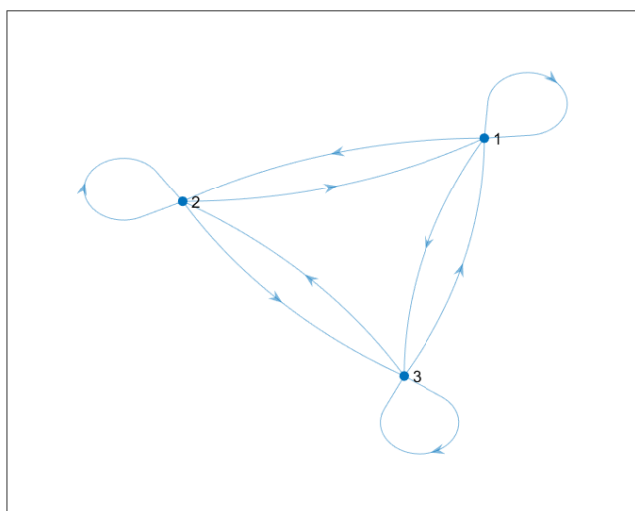
Pro práci s distribuovaným algoritmem je opět nutné zavést inicializační hodnoty pro parametry y_i , D_i , λ_i . Parametry M_i a c_i jsou voleny experimentálně. Hodnoty těchto parametrů jsou k nahlédnutí v Tabulce 3.9.

Tabulka 3.9: Inicializace parametrů

Proměnná	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$p(0)$ [MW]	150	100	50
$y(0)$ [MW]	200	150	150
$\lambda(0)$ [\$/MW]	9.9138	9.8856	9.2972
$D(0)$ [MW]	350	250	200
$M(0)$	0.8	0.8	0.8
$c(0)$	0.82	0.82	0.82
$\gamma(0)$	0.8	0.8	0.8

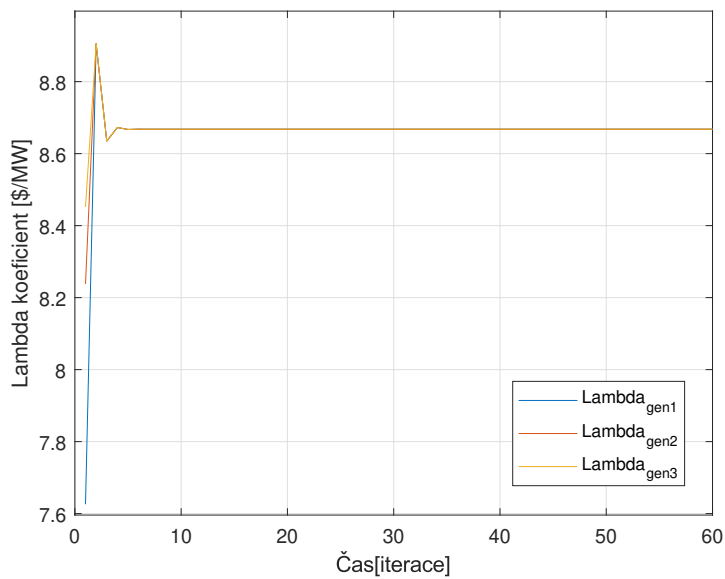
Nutná je taky definice matice W , jejíž zobrazení se nachází na Obrázku 3.19 :

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

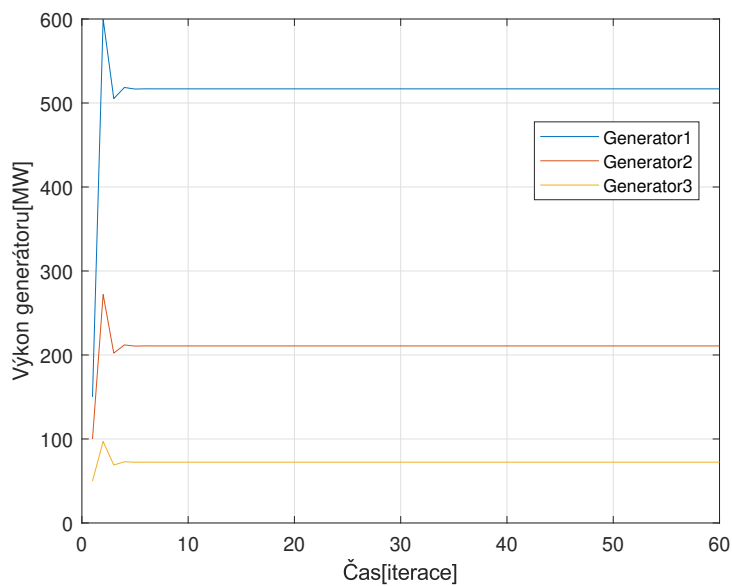
Obrázek 3.19: Graf zobrazující matici W

Níže je k nahlédnutí Graf 3.20 zobrazující vývoj parametru λ a Graf 3.21 ukazující ustálení hodnot výkonů generátorů na identických hodnotách, kterých dosáhl centralizovaný algoritmus.

3.5.5 Příklad 5: reprezentace plně distribuovaného algoritmu v Simulinku



Obrázek 3.20: Celkový vývoj výroby energie - Matlab



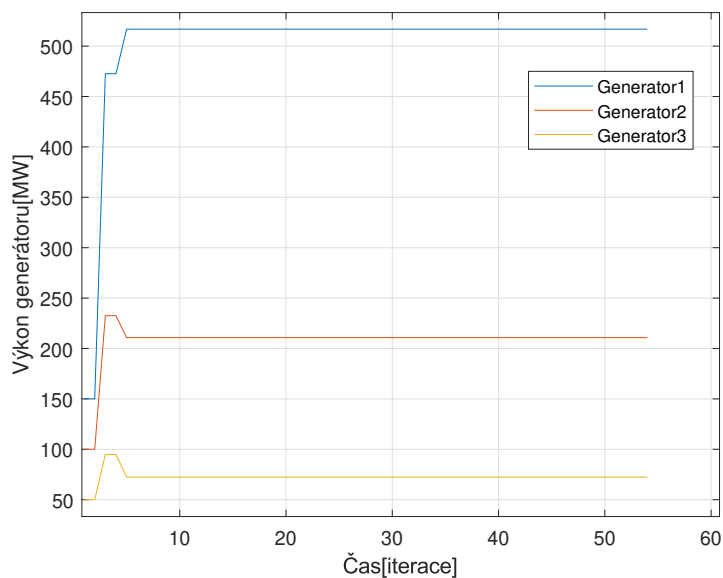
Obrázek 3.21: Celkový vývoj výroby energie - Matlab

Přesné výsledné hodnoty distribuovaného algoritmu:

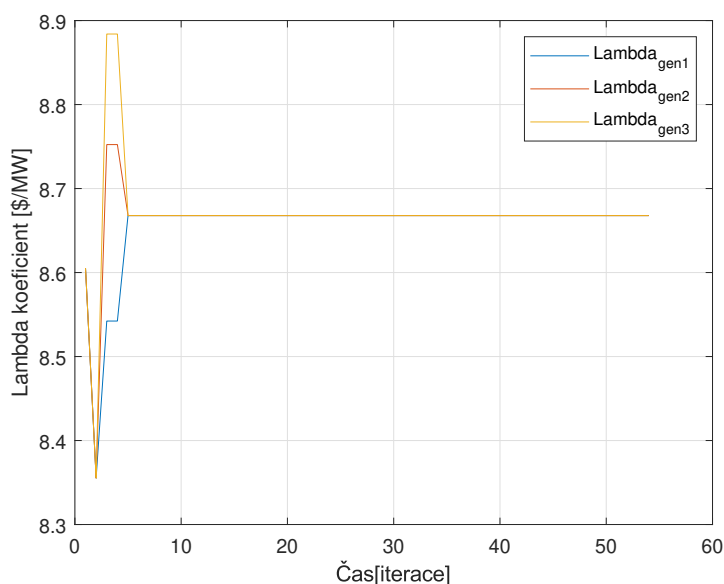
$$\lambda_1 = 8.6678 \text{ \$/MW}, \quad \lambda_2 = 8.6678 \text{ \$/MW}, \quad \lambda_3 = 8.6678 \text{ \$/MW},$$

$$p_1 = 516.8359 \text{ MW}, \quad p_2 = 210.7768 \text{ MW}, \quad p_3 = 72.3873 \text{ MW}.$$

Dále jsou zde uvedeny Grafy 3.22 a 3.23, které jsou získány z prostředí Simulink. Je očividné, že ustálení pro výkon generátorů má jiný průběh ve srovnání s implementací psaným kódem. Vývoj koeficientu λ má také jiný průběh. Důležitým zjištěním ale zůstává fakt, že se hodnoty ustálí pro výkon i koeficient na stejných hodnotách jako v případě, kdy byl využit centralizovaný a distribuovaný algoritmus.



Obrázek 3.22: Celkový vývoj výroby energie - Simulink



Obrázek 3.23: Celkový vývoj výroby energie - Simulink

Reprezentace každého agenta jako samostatné části schématu v Simulinku nabízí několik zásadních výhod pro návrh, testování a implementaci distribuovaných řídicích systémů v energetice. Tento modulární přístup zvyšuje transparentnost systému tím, že izoluje funkce jednotlivých agentů, což umožňuje detailnější ladění a optimalizaci bez rizika negativního ovlivnění ostatních komponent systému.

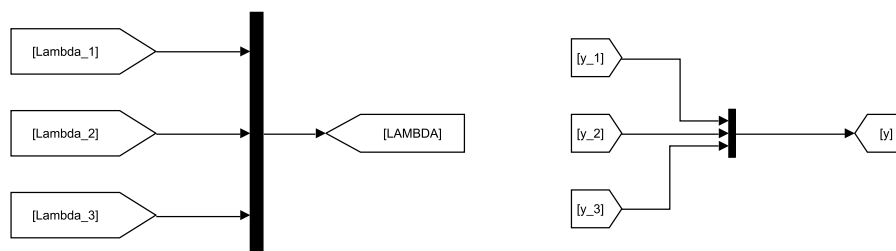
Díky modularitě je možné efektivně škálovat celkový systém, přidávat nebo odebrat agenty podle potřeby, což přináší významnou flexibilitu při adaptaci na měnící se požadavky energetických sítí. Tento přístup také zjednodušuje testování každého agenta, protože každý modul může být ověřen samostatně před jeho integrací do většího systému.

Jednou z největších předností je, že simulace založená na reprezentaci jednotlivými agenty poskytuje realistické scénáře pro testování pomocí HiL (Hardware-in-the-Loop) technologií. HiL simulace umožňují otestovat chování každého agenta v dynamickém, reálně působícím prostředí, což je ideální pro odhalení potenciálních problémů v návrhu a pro ověření funkčnosti před nasazením v praxi.

Využití tohoto přístupu vede k lepší připravenosti systému na reálné provozní podmínky, což je zásadní pro zajištění spolehlivosti a efektivity v energetických sítích. Tímto způsobem lze efektivně minimalizovat rizika spojená s integrací nových technologií a zároveň maximalizovat výkonnost a odolnost systému proti nepředvídaným událostem.

Na Obrázcích 3.24, 3.25, 3.26 a 3.27 je znázorněna pouze jedna trojice rovnic pro první generátor a jejich vzájemné propojení. Schéma ze Simulinku pro ostatní agenty je totožné s tímto, až na přecíslované proměnné. Je zde tedy rozdíl v tom, že zatímco na Obrázku 3.12 pro maticový algoritmus se počítají všechny hodnoty λ , tak na Obrázku 3.25 je výstupem pouze λ_1 . To platí i pro hodnoty proměnných y a p .

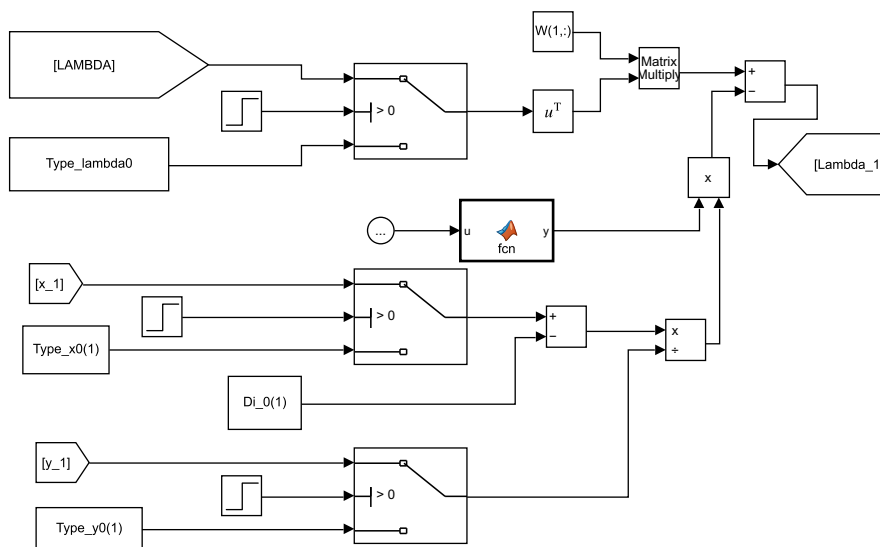
Na prvním Schématu 3.24 je tedy ono “propojení”.



Obrázek 3.24: Simulační schéma - Mux

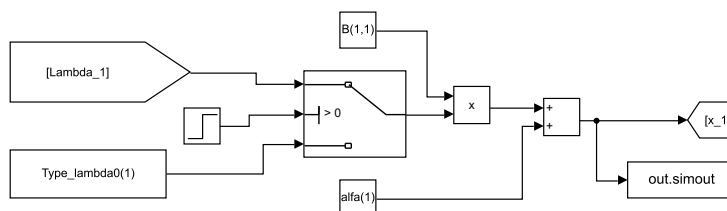
Jedná se o úpravu pro tuto formu algoritmu, která je nutná kvůli tomu, že zde jsou počítány proměnné odděleně, ale vstupem pro každý jednotlivý příslušný výpočet je jejich společný vektor.

Druhé schéma 3.25 je výpočet koeficientu lambda podle Vzorce (3.34).



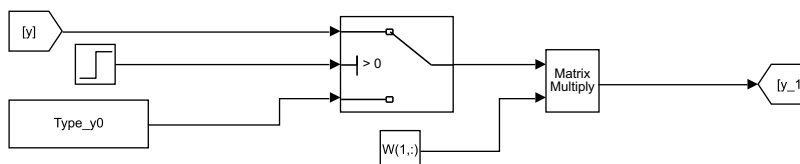
Obrázek 3.25: Simulační schéma - lambda koeficient

Schéma 3.26 reprezentuje Rovnici (3.35) neboli výpočet výkonů všech generátorů.



Obrázek 3.26: Simulační schéma - výkon

Poslední část Simulinku, je zde výpočet hodnoty y pomocí Schématu 3.27. Tato část reprezentuje Rovnici (3.36)



Obrázek 3.27: Simulační schéma - y

3.5.5 Příklad 5: reprezentace plně distribuovaného algoritmu v Simulinku

Jako je tomu v případě Simulace pro maticovou formu algoritmu v Kapitole 3.5.3 i zde se jedná o jednotlivé rovnice, které tvoří celek výpočtu a tudíž jednotlivá schémata nestojí samostatně.

Další výzkum

4

Vzhledem k dosaženým výsledkům a zjištěním v této bakalářské práci se nabízí několik směrů pro potenciální rozšíření prezentované problematiky. Prvním krokem by bylo dále zkoumat optimalizaci distribuovaného algoritmu pro řešení Economic Dispatch Problem, se zaměřením na jeho efektivitu a schopnost provádění v reálném čase.

Dalším důležitým směrem, kterým by se další implementace této problematiky mohla ubírat by bylo prozkoumání vlivu komunikačních omezení, jako jsou zpoždění a chyby v přenosu dat, na výkon a stabilitu distribuovaných řešení. Měření dopadu těchto omezení by mohlo vést k vývoji robustnějších metod, které jsou schopné efektivněji zvládat nejistoty v komunikační síti [KW22].

Jako další bod se nabízí hlubší prozkoumání možné integrace obnovitelných zdrojů do prezentovaného distribuovaného řešení. S tím souvisí také fakt sestavení jejich matematických modelů. Obnovitelné zdroje se stávají stále rozšířenějšími a to zejména z důvodu snižování emisí, ale také k přispění udržitelnosti celé naší společnosti. Jejich optimálnější využití v kombinaci s distribuovaným způsobem řešení EDP by tak mohlo vést k jejich většímu a dynamičtějšímu využití [KWH23].

Celý zde prezentovaný algoritmus lze označit jako synchronní. To znamená, že všechny výpočty probíhají naráz v každé další iteraci algoritmu. Lze si ale představit, že po provedení výpočtů dosáhne algoritmus stabilního bodu, ve kterém se už nic nemění, ale výpočty probíhají dál. Zde by tak šlo transformovat synchronní algoritmus na asynchronní. V něm by se výpočty počítali pouze než bude nalezen konsensus mezi agenty a nebo pouze v situaci, kdy dojde ke změnám na vstupech algoritmu nebo počtu online generátorů. To by mohlo vést k ušetření výpočetního výkonu a energie potřebné pro výpočty.

Nakonec by se také dalo pokračovat ve zkoumání možností integrace pokročilých technologií, jako je umělá inteligence a strojové učení pro další zlepšení algoritmů EDP. Využití těchto technologií by mohlo zlepšit predikci a adaptabilitu systémů v reakci na dynamické změny v poptávce a nabídce energie.

V této bakalářské práci byl představen a podrobně analyzován distribuovaný způsob řešení Economic Dispatch Problem (EDP) v energetických sítích. V průběhu práce byly zkoumány a implementovány pokročilé algoritmy pro optimalizaci rozdělování zátěže mezi generátory s cílem minimalizovat náklady na výrobu elektrické energie a zároveň zajištění její dostatečné dodávky dle aktuální poptávky.

Jednou z hlavních výhod představeného distribuovaného přístupu je jeho schopnost efektivně reagovat na dynamicky se měnící podmínky v energetické síti bez potřeby centrálního řídicího mechanismu. Tento přístup nejenže zvyšuje odolnost systému proti selhání jednotlivých komponent, ale také přináší významné zlepšení v škálovatelnosti a flexibilitě systému. Distribuované algoritmy umožňují jednotlivým generátorům autonomně reagovat na změny v poptávce a nabídce, což vede k optimalizaci provozu a zvyšuje ekonomickou efektivitu.

Během práce bylo dosaženo několika klíčových úspěchů. Práce úspěšně demonstrovala, že distribuované algoritmy mohou dosáhnout srovnatelných, nebo dokonce lepších výsledků než tradiční centralizované metody, zejména v dynamických a rozsáhlých energetických sítích. Provedené simulace potvrdily vysokou účinnost a spolehlivost navrhovaných řešení, což zdůrazňuje jejich praktickou aplikovatelnost v moderních energetických systémech.

Výsledky této práce nejenže otevírají nové cesty pro další výzkum v oblasti energetického inženýrství, ale také nabízejí zajímavé možnosti pro praktické využití distribuovaných algoritmů v reálných energetických sítích. Přínos této práce spočívá v rozvoji efektivnějších, odolnějších a ekonomicky výhodnějších řešení pro správu a optimalizaci energetických sítí, představující významný krok vpřed v této technologicky důležité oblasti.

Závěrem, výsledky této práce jasně demonstrují, že distribuované řešení Economic Dispatch Problem je nejen teoreticky výhodné, ale má i praktický význam pro zlepšení efektivity v moderních energetických sítích. Důležité je zdůraznit, že implementace distribuovaných algoritmů do reálného prostředí vyžaduje pečlivou přípravu a testování, nicméně výhody, jako je zvýšená odolnost vůči změně požadovaného výkonu a lepší reakce na odstávky generátorů, jsou značné.

A.1 Kód pro kapitolu 3.4.2

```
1
2 clc;
3 close all;
4 clear all;
5
6 % Generator parametrs
7 X = 0;
8 x1_max = 600;
9 x2_max = 400;
10 x3_max = 200;
11 x4_max = 600;
12 x5_max = 400;
13 x6_max = 200;
14
15 x1_min = 150;
16 x2_min = 100;
17 x3_min = 50;
18 x4_min = 150;
19 x5_min = 100;
20 x6_min = 50;
21
22 syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 L;
23 total_power = 1600; %MegaWatts [MW]
24
25 % price functions C_i
26 C1 = 510 + 7.2*x1 + 0.00142*x1.^2;
27 C2 = 310 + 7.85*x2 + 0.00194*x2.^2;
```

```

28 C3 = 78 + 7.97*x3 + 0.00482*x3.^2;
29 C4 = 510 + 7.2*x4 + 0.00142*x4.^2;
30 C5 = 310 + 7.85*x5 + 0.00194*x5.^2;
31 C6 = 78 + 7.97*x6 + 0.00482*x6.^2;
32
33 % total operating load
34 X = x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 == total_power;
35 fuel_cost_1 = 1.3;
36 fuel_cost_2 = 1.2;
37 fuel_cost_3 = 1.1;
38 fuel_cost_4 = 1.3;
39 fuel_cost_5 = 1.2;
40 fuel_cost_6 = 1.1;
41
42 f1 = fuel_cost_1 * C1
43 f2 = fuel_cost_2 * C2
44 f3 = fuel_cost_3 * C3
45 f4 = fuel_cost_4 * C4
46 f5 = fuel_cost_5 * C5
47 f6 = fuel_cost_6 * C6
48
49 % lambda iteration method
50 d1 = diff(f1, x1) == L
51 d2 = diff(f2, x2) == L
52 d3 = diff(f3, x3) == L
53 d4 = diff(f4, x4) == L
54 d5 = diff(f5, x5) == L
55 d6 = diff(f6, x6) == L
56
57 % for optimal generation scheduling
58 %Conditions
59 assume(x1 > x1_min & x1 < x1_max);
60 assume(x2 > x2_min & x2 < x2_max);
61 assume(x3 > x3_min & x3 < x3_max);
62 assume(x4 > x4_min & x4 < x4_max);
63 assume(x5 > x5_min & x5 < x5_max);
64 assume(x6 > x6_min & x6 < x6_max);
65 %assumptions
66
67 %% Solutions

```

```

68 solution = solve(d1, d2, d3, d4, d5, d6, X, '
    ReturnConditions', true);
69 X1 = double(solution.x1)
70 X2 = double(solution.x2)
71 X3 = double(solution.x3)
72 X4 = double(solution.x4)
73 X5 = double(solution.x5)
74 X6 = double(solution.x6)
75 lambda = double(solution.L)

```

A.2 Kód pro kapitolu 3.5.2

```

1
2 clc
3 close all
4 clear all
5 %%
6 %EDP formulation
7 X = 0;
8 x1_max = 600;
9 x2_max = 400;
10 x3_max = 200;
11 x4_max = 600;
12 x5_max = 400;
13 x6_max = 200;
14
15 x1_min = 150;
16 x2_min = 100;
17 x3_min = 50;
18 x4_min = 150;
19 x5_min = 100;
20 x6_min = 50;
21
22 %Params prep
23 Di_0 = [350, 250, 200, 350, 250, 200];
24 MAX = [x1_max, x2_max, x3_max];
25 MIN = [x1_min, x2_min, x3_min];
26
27 syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 L;

```

```

28 total_power = 1600; %MegaWatts [MW]
29 X = x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 == total_power;
30
31 % price functions C_i
32 C1 = 510 + 7.2*x1 + 0.00142*x1.^2;
33 C2 = 310 + 7.85*x2 + 0.00194*x2.^2;
34 C3 = 78 + 7.97*x3 + 0.00482*x3.^2;
35 C4 = 510 + 7.2*x4 + 0.00142*x4.^2;
36 C5 = 310 + 7.85*x5 + 0.00194*x5.^2;
37 C6 = 78 + 7.97*x6 + 0.00482*x6.^2;
38
39 %Params prep No. 2
40 params_alfa = [-2535.211268, -2023.195876,
    -826.7634855, -2535.211268, -2023.195876,
    -826.7634855];
41 params_beta = [352.1126761, 257.7319588,
    103.7344398, 352.1126761, 257.7319588,
    103.7344398];
42 params_gamma = [-8616.760563, -7631.043814,
    -3216.65249, -8616.760563, -7631.043814,
    -3216.65249];
43
44 xo = [150, 100, 50, 150, 100, 50];
45 Type_xo = [150, 100, 50, 150, 100, 50];
46 Total_demand = 1600; %MW
47
48 Mi = [0.8, 0.8, 0.8, 0.8, 0.8, 0.8];
49 ci = [0.82, 0.82, 0.82, 0.82, 0.82, 0.82];
50 fuel_cost = [1.3, 1.2, 1.1, 1.3, 1.2, 1.1];
51
52 %Lambda calculation
53 lambda_1_o = fuel_cost(1) * (Type_xo(1) - params_alfa
    (1))/params_beta(1);
54 lambda_2_o = fuel_cost(2) * (Type_xo(2) - params_alfa
    (2))/params_beta(2);
55 lambda_3_o = fuel_cost(3) * (Type_xo(3) - params_alfa
    (3))/params_beta(3);
56 lambda_4_o = fuel_cost(1) * (Type_xo(4) - params_alfa
    (4))/params_beta(4);

```



```

57 lambda_5_o = fuel_cost(2) * (Type_xo(5) - params_alfa
    (5))/params_beta(5);
58 lambda_6_o = fuel_cost(3) * (Type_xo(6) - params_alfa
    (6))/params_beta(6);
59 Type_lambdao = [lambda_1_o , lambda_2_o , lambda_3_o ,
    lambda_4_o , lambda_5_o , lambda_6_o];
60
61 %Param prep No. 3
62 lambda = []; %lambda = xi - alfa/beta
63 lambda(1,:) = Type_lambdao;
64 yo = [Di_o(1) - xo(1) , Di_o(2) - xo(2) , Di_o(3) - xo
    (3) , Di_o(4) - xo(4) ,Di_o(5) - xo(5) ,Di_o(6) - xo
    (6)]
65 Type_yo = [Di_o(1) - xo(1) , Di_o(2) - xo(2) , Di_o(3)
    - xo(3) , Di_o(4) - xo(4) ,Di_o(5) - xo(5) ,Di_o(6) -
    xo(6)];
66 Mi = [0.8 , 0.8 , 0.8 , 0.8 , 0.8 , 0.8];
67 ci = [0.82 , 0.82 , 0.82 , 0.82 , 0.82 , 0.82];
68 fuel_cost = [1.3 , 1.2 , 1.1 ,1.3 , 1.2 , 1.1];
69
70 %Matrix W definition
71 W = [1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6;
72      1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6;
73      1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6;
74      1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6;
75      1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6;
76      1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6];
77
78 x = xo;
79 y = yo;
80 k = 1;
81 B = diag(params_beta)
82 alfa = params_alfa;
83 gen_type = [1 , 2 , 3 , 1 , 2 , 3];
84
85 total_power_act(1) = sum(x(1,:));
86 total_power_diff(1) = Total_demand - total_power_act;
87
88 gamma(1,:) = [(Mi(1) / (k)^ci(1)) , (Mi(2) / (k)^ci(2)
    ) , (Mi(3) / (k)^ci(3)) , (Mi(4) / (k)^ci(4)) ,(Mi(5)

```

```

      / (k)^ci(5)) ,(Mi(6) / (k)^ci(6))] ;
89 %%
90 %EDP algorithm
91 for i = 2:1:60
92     lambda(i,:) = (W * lambda((i-1),:))' - (gamma *
          ((x(i-1,:) - Di_o)/ y(i-1,:)))';
93     temp_x = (B * lambda(i,:)'.* (fuel_cost.^(-1))' +
          alfa');
94
95     for j = 1:length(temp_x)
96         switch gen_type(j)
97             case 1
98                 if temp_x(j) > MAX(1)
99                     temp_x(j) = MAX(1);
100                elseif temp_x(j) < MIN(1)
101                    temp_x(j) = MIN(1);
102                else
103                    continue;
104                end
105             case 2
106                 if temp_x(j) > MAX(2)
107                     temp_x(j) = MAX(2);
108                elseif temp_x(j) < MIN(2)
109                    temp_x(j) = MIN(2);
110                else
111                    continue;
112                end
113             case 3
114                 if temp_x(j) > MAX(3)
115                     temp_x(j) = MAX(3);
116                elseif temp_x(j) < MIN(3)
117                    temp_x(j) = MIN(3);
118                else
119                    continue;
120                end
121             end
122         end
123     end
124     x(i,:) = temp_x
125

```

```
126     y(i,:) = W * y((i-1),:)' ;  
127     total_power_act(i) = sum(x(i,:));  
128     total_power_diff(i) = Total_demand -  
        total_power_act(i);  
129     sum_total(i) = sum(x(i,:));  
130 end
```

Bibliografie

- [AFo8] ANDERSON, P.M.; FOUAD, A.A. *POWER SYSTEM CONTROL AND STABILITY, 2ND ED.* Wiley India Pvt. Limited, 2008. IEEE Press power engineering series. ISBN 9788126518180. Dostupné také z: <https://books.google.de/books?id=2BX0zA34qBkC>.
- [Bin+14] BINETTI, Giulio; DAVOUDI, Ali; NASO, David; TURCHIANO, Biagio; LEWIS, Frank L. A Distributed Auction-Based Algorithm for the Non-convex Economic Dispatch Problem. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2014, roč. 10, č. 2, s. 1124–1132. Dostupné z DOI: 10.1109/TII.2013.2287807.
- [Col75] COLLATZ, L. *Optimization Problems*. 1st ed. 1975. New York, NY: Springer New York, 1975. Applied Mathematical Sciences, 17. ISBN 1-4612-6378-6.
- [ČEZ] ČEZ DISTRIBUCE, A. S. *Distribuční soustava* [online]. [cit. 2021-04-26]. Dostupné z: <https://www.cezdistribuce.cz/cs/distribucni-soustava>.
- [HJ12] HORN, Roger A; JOHNSON, Charles R. *Matrix analysis*. Cambridge university press, 2012.
- [Chu97a] CHUNG, Fan R. K. *Spectral Graph Theory*. American Mathematical Society, 1997.
- [Chu97b] CHUNG, Fan R. K. *Spectral Graph Theory*. American Mathematical Society, 1997.
- [JG21] JOHNSON, Mark; GUPTA, Anil. Practical Applications of Graph Theory. *Journal of Computational Science*. 2021.
- [KG21] KEPNER, Jeremy; GILBERT, John. *Graph Algorithms in the Language of Linear Algebra*. SIAM, 2021.
- [KCS24] KUBICEK, Karel; CECH, Martin; STRELEC, Martin. A Robust Distributed Algorithm for Solving the Economic Dispatch Problem with the Penetration of Renewables and Battery Systems. *Applied Sciences*. 2024, roč. 14, č. 5. ISSN 2076-3417. Dostupné z DOI: 10.3390/app14051991.

- [KWH23] KUBICEK, Karel; WOLF, Jindrich; HELMA, Vaclav. Distributed method for Economic Dispatch Problem with a battery system and a variable fuel price. In: *2023 IEEE 28th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. 2023, s. 1–8. Dostupné z DOI: 10.1109/ETFA54631.2023.10275585.
- [KW22] KUBÍČEK, Karel; WOLF, Jindřich. Distributed method for Economic Dispatch Problem in power network with multiple uncertainties. In: *2022 IEEE 27th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. 2022, s. 1–8. Dostupné z DOI: 10.1109/ETFA52439.2022.9921437.
- [KS23] KUMAR, Anil; SINGH, Rajesh. Impact of AMI and DMS in Modern Power Systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2023.
- [LK23] LEE, Sandra; KIM, Daesoo. Analysis and Application of Weighted Graphs. *Journal of Network and Computer Applications*. 2023.
- [Li+20] LI, Huaqing; WANG, Zheng; CHEN, Guo; DONG, Zhao Yang. Distributed Robust Algorithm for Economic Dispatch in Smart Grids Over General Unbalanced Directed Networks. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2020, roč. 16, č. 7, s. 4322–4332. Dostupné z DOI: 10.1109/TII.2019.2945601.
- [LZ22] LIU, Xiang; ZHANG, Yawei. Graph-based Models of Biological Networks. *Bioinformatics*. 2022.
- [Lyn96] LYNCH, Nancy A. *Distributed algorithms*. Elsevier, 1996.
- [Mes10] MESBAHI, Mehran. *Graph theoretic methods in multiagent networks*. 2010.
- [OFM07] OLFATI-SABER, Reza; FAX, J. Alex; MURRAY, Richard M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems. *Proceedings of the IEEE*. 2007, roč. 95, č. 1, s. 215–233. Dostupné z DOI: 10.1109/JPROC.2006.887293.
- [Pag+99] PAGE, Lawrence; BRIN, Sergey; MOTWANI, Rajeev; WINOGRAD, Terry. The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web. *Journal of the WWW*. 1999.
- [Par+10] PARK, Jong-Bae; JEONG, Yun-Won; SHIN, Joong-Rin; LEE, Kwang Y. An Improved Particle Swarm Optimization for Nonconvex Economic Dispatch Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2010, roč. 25, č. 1, s. 156–166. Dostupné z DOI: 10.1109/TPWRS.2009.2030293.

- [Sad+19] SADAMOTO, Tomonori; CHAKRABORTTY, Aranya; ISHIZAKI, Takayuki; IMURA, Jun-ichi. Dynamic Modeling, Stability, and Control of Power Systems With Distributed Energy Resources: Handling Faults Using Two Control Methods in Tandem. *IEEE Control Systems Magazine*. 2019, roč. 39, č. 2, s. 34–65. Dostupné z DOI: 10.1109/MCS.2018.2888680.
- [SD22] SMITH, John; DOE, Jane. Advanced Control Strategies for Smart Grids Integration. *Journal of Power Systems*. 2022.
- [Vor20] VOROPAI, Nikolai. Electric Power System Transformations: A Review of Main Prospects and Challenges. *Energies*. 2020, roč. 13, č. 21. ISSN 1996-1073. Dostupné z DOI: 10.3390/en13215639.
- [Wan+21] WANG, Zhu; WANG, Dong; WEN, Changyun; GUO, Fanghong; WANG, Wei. Push-based distributed economic dispatch in smart grids over time-varying unbalanced directed graphs. *IEEE Transactions on Smart Grid*. 2021, roč. 12, č. 4, s. 3185–3199.
- [Whi19] WHITE, Richard. *Fundamentals of Graph Theory*. Springer, 2019.
- [Wol11] WOLF, Stephan. An introduction to duality in convex optimization. *Seminar FI & IITM SS 2011*. 2011, s. 153–162. Dostupné z DOI: 10.2313/NET.-2011-07-2_20.
- [WW12] WOOD, Allen; WOLLENBERG, Bruce. *Power generation, operation, and control*. 2012. ISBN 9780471790556.
- [WWS13] WOOD, Allen J; WOLLENBERG, Bruce F; SHEBLÉ, Gerald B. *Power generation, operation, and control*. John Wiley & Sons, 2013.
- [Xin+14] XING, Hao; MOU, Yuting; FU, Minyue; LIN, Zhiyun. Distributed bisection method for economic power dispatch in smart grid. *IEEE Transactions on power systems*. 2014, roč. 30, č. 6, s. 3024–3035.

Seznam obrázků

2.1	Schéma rozdělení sítě	3
3.1	Příklad neorientovaného grafu	6
3.2	Příklad orientovaného grafu	6
3.3	Porovnání centralizovaného a distribuovaného přístupu	10
3.4	Ukázka minima a maxima funkce	11
3.5	Cenové funkce pro C_i	17
3.6	Graf zobrazující matici W	24
3.7	Vývoj koeficientu λ	25
3.8	Vývoj výkonu generátorů	26
3.9	Celkový vývoj výroby energie	26
3.10	Vývoj výkonu generátorů - Simulink	28
3.11	Celkový vývoj výroby energie - Simulink	28
3.12	Simulační schéma - λ koeficient	29
3.13	Simulační schéma - výkon	29
3.14	Simulační schéma - y	30
3.15	Celkový vývoj výroby energie	32
3.16	Celkový vývoj koeficientu λ	32
3.17	Celkový vývoj výroby energie	33
3.18	Cenové funkce C_i	34
3.19	Graf zobrazující matici W	35
3.20	Celkový vývoj výroby energie - Matlab	36
3.21	Celkový vývoj výroby energie - Matlab	36
3.22	Celkový vývoj výroby energie - Simulink	37
3.23	Celkový vývoj výroby energie - Simulink	37
3.24	Simulační schéma - Mux	38
3.25	Simulační schéma - λ koeficient	39
3.26	Simulační schéma - výkon	39
3.27	Simulační schéma - y	39

Seznam tabulek

3.1	Parametry generátorů	17
3.2	Inicializace parametrů	25
3.3	Výsledky algoritmu	27
3.4	Inicializace parametrů	30
3.5	Ustálení hodnot pro výkon $D_1 = 800$ MW	31
3.6	Ustálení hodnot pro výkon $D_2 = 500$ MW	31
3.7	Ustálení hodnot po výpadku generátoru č.1	31
3.8	Parametry generátorů	34
3.9	Inicializace parametrů	35

