



**FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI**

**KATEDRA
KYBERNETIKY**

Bakalářská práce

Intuitivní programování manipulátorů přes lankové enkodéry

Jan Svoboda



FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY
V PLZNI

KATEDRA
KYBERNETIKY

Bakalářská práce

Intuitivní programování manipulátorů přes lankové enkodéry

Jan Svoboda

Vedoucí práce

Ing. Martin Švejda, Ph.D.

© Jan Svoboda, 2024.

Všechna práva vyhrazena. Žádná část tohoto dokumentu nesmí být reprodukována ani rozšiřována jakoukoli formou, elektronicky či mechanicky, fotokopírováním, nahráváním nebo jiným způsobem, nebo uložena v systému pro ukládání a vyhledávání informací bez písemného souhlasu držitelů autorských práv.

Citace v seznamu literatury:

SVOBODA, Jan. *Intuitivní programování manipulátorů přes lankové enkodéry*. Plzeň, 2024. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra kybernetiky. Vedoucí práce Ing. Martin Švejda, Ph.D.

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd
Akademický rok: 2023/2024

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Jan SVOBODA**
Osobní číslo: **A21B0395P**
Studijní program: **B0714A150005 Kybernetika a řídicí technika**
Specializace: **Automatické řízení a robotika**
Téma práce: **Intuitivní programování robotů pomocí lankových systémů**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s problematikou intuitivního programování robotů ve smyslu sledování polohy pracovního nástroje vedeného operátorem výroby – prioritně se zaměřte na možnosti využití lankových enkoderů.
2. Prozkoumejte, jestli případně jaká existují dosavadní řešení.
3. Navrhněte systém odměřování polohy nástroje pomocí lankových enkoderů (pouze snímání translace, snímání translace i rotace).
4. Modelujte navržený systém v prostředí Matlab a ověřte jeho funkcionalitu.

Rozsah bakalářské práce: **30-40 stránek A4**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

Khalil, W., & Dombre, E. (2004). *Modelling, Identification and Control of Robots*. Oxford, Velká Británie: Butterworth-Heinemann
Sciavicco, L., & Siciliano, B. (1996). *Modelling and Control of Robot Manipulators*. New York, New York: McGraw-Hill

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Švejda, Ph.D.**
Katedra kybernetiky

Datum zadání bakalářské práce: **17. října 2023**
Termín odevzdání bakalářské práce: **20. května 2024**



Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan



Doc. Dr. Ing. Vlasta Radová
vedoucí katedry

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Západočeská univerzita v Plzni má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Plzni dne 16. dubna 2024

.....

Jan Svoboda

V textu jsou použity názvy produktů, technologií, služeb, aplikací, společností apod., které mohou být ochrannými známkami nebo registrovanými ochrannými známkami příslušných vlastníků.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zaměřuje na vytvoření systému pro intuitivní programování manipulátorů, který má za cíl řešit problémy spojené s rychlým růstem počtu používaných manipulátorů. Jedním z hlavních problémů, se kterými se firmy setkávají, je nedostatek odborníků pro programování robotů a vysoké náklady spojené s automatizací výroby, zejména v případě malých sérií. Cílem této práce je navrhnout jedno možné řešení tohoto problému založené na snímání polohy a náklonu nástroje pomocí lankových enkodérů. V rámci práce byla navržena struktura systému pro intuitivní programování manipulátorů a vytvořen matematický model pro odměřování polohy ze známých vstupů. Následně byly provedeny simulace v prostředí programu Matlab/Simulink a prvotní prošetření pracovního modelu. Výsledkem této práce je navržený model systému pro intuitivní programování manipulátorů a jeho zhodnocení.

Abstract

This bachelor's thesis focuses on creating a system for intuitive programming of manipulators, aiming to address the challenges associated with the rapid growth in the number of manipulators being used. One of the main issues faced by companies is the shortage of experts in robot programming and the high costs associated with manufacturing automation, particularly for small series. The aim of this thesis is to propose one possible solution to this problem based on position and tilt sensing of the tool using wire encoders. Within the thesis, a structure of the system for intuitive programming of manipulators has been proposed, and a mathematical model for position measurement from known inputs has been created. Subsequently, simulations were conducted in the Matlab/Simulink environment, and initial examination of the working model was performed. The outcome of this thesis is the proposed system model for intuitive programming of manipulators and its evaluation.

Klíčová slova

manipulátor • lankový enkodér • intuitivní programování

Poděkování

Rád bych vyjádřil svou upřímnou vděčnost svému vedoucímu práce, Ing. Martinovi Švejdovi, Ph.D., za jeho cenné rady, podporu a trpělivost během celého procesu psaní této práce. Dále bych chtěl poděkovat Janu Černému za pomoc s ověřením matematických rovnic a výrazů. Nakonec děkuji své rodině a přátelům za jejich neustálou podporu, trpělivost a povzbuzení během celého procesu studia.

Obsah

1 Úvod	3
2 Matematický model systému	5
2.1 Popis řešení a počáteční předpoklady	5
2.2 Odvození rovnic polohy a náklonu	7
2.2.1 Bod P_0	8
2.2.2 Bod P_1	9
2.2.3 Bod P_2	11
2.2.4 Bod P_E	13
2.2.5 Určení správného řešení	14
2.3 Simulační model systému	15
2.3.1 Tvorba 3D objektu	15
2.3.2 Simulační schéma	17
2.4 Výsledky simulace	19
3 Pracovní prostor	23
3.1 Pracovní prostor podle maximální délky vzdálenosti	23
3.2 Kvalita pracovního prostoru	27
3.2.1 Působení chyby na systém	31
4 Závěr	35
Bibliografie	37
Seznam obrázků	39
Seznam příloh	41

V dnešní době se využití robotů a manipulátorů stává běžnou praxí ve stále více firmách, a to jak pro automatizaci velkých, tak i malých sérií. Tato technologie nabízí efektivní a přesné řešení v mnoha oblastech, nejen průmyslu a výrobě. Nicméně, s rozšířením použití robotů vznikají nové výzvy a problémy, které je třeba řešit. Jedním z hlavních problémů, se kterými se firmy setkávají, je nedostatek odborníků v oblasti programování a ovládaní manipulátorů. Další překážkou je finanční náročnost tvorby programu pro menší série.

Hlavní myšlenkou této práce je nalezení alternativního přístupu k programování robotů, který by umožnil ovládání robota bez požadavku na hluboké znalosti v oblasti robotiky. Tento přístup spočívá ve využití pracovníka provádějícího úkon, který je potřeba zautomatizovat a následně přenesení tohoto pohybu na instrukce srozumitelné pro manipulátor pomocí speciálního zařízení.

Tato práce se zabývá návrhem možné podoby nástroje pro intuitivní programování manipulátorů. Práce se zaměřuje na koncept založený na lankových enkodérech, tedy na mechanické měření. Cílem práce je navrhnout možnou strukturu systému a zhodnotit její potenciál pro využití v praxi.

Tato práce více rozebírá tvorbu matematického modelu pro odměřování polohy a náklonu nástroje, a jeho simulace prostřednictvím programu Matlab/Simulink. Následně pro daný model byla provedena prvotní analýza pracovního prostoru.

Matematický model systému

2

2.1 Popis řešení a počáteční předpoklady

V této kapitole je rozebrána navrhovaná struktura řešení, odvození matematických rovnic pro určení všech možných poloh v prostoru a určení konkrétního řešení.

Na základě rešerše bylo zvoleno řešení v podobě systému vycházející svou strukturou ze Stewartovy platformy. Struktura řešení byla převzata z práce [GH94] a rozšířena do obecnějšího rozložení snímačů. Tento systém lze rovněž chápat jako paralelní manipulátor se šesti stupni volnosti, tj. systém jehož koncový efektor je spojen se základnou více, než jedním otevřeným řetězcem [Šve17a]. Tato skutečnost je důležitá pro následný rozbor pracovního prostoru v následující kapitole.

Lankový snímač ¹ měří vzdálenost na principu odvíjení lanka z bubnu, který otáčí potenciometrem nebo rotačním enkodérem, ať už absolutním nebo ve většině případů inkrementálním.

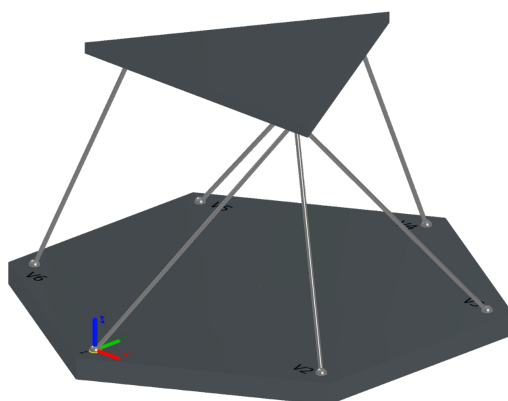
Systém ² tvoří základna ('Base') a horní pohyblivá část ('Platform'). Hlavní části základna a platforma jsou spojeny šesti lankovými enkodéry s takzvaným rozmístěním senzorů '3 - 2 - 1', viz. Obr.2.1.

Zvolený počet šesti snímačů je minimální počet pro určení polohy v šesti dimenzionálním prostoru, tři dimenze odpovídají poloze a tři dimenze odpovídají natočení. Zvolený přístup není jednoznačný, má naopak více řešení. Z těchto možností se, podle heuristického přístupu, dá určit jedno řešení. Tato problematika je rozpracovaná v podkapitole (2.2.5).

Těla lankových enkodérů V_i , kde $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, jsou rozmístěna na spodní platformě, jejich poloha reprezentuje ústí lanka ze samotného snímače. Počátek pravotočivé kartézské soustavy souřadnic je umístěn v prvním enkodéru V_1 a rovina os XY leží na povrchu základny a osa Z leží ve směru platformy. Osa Y je zvolena tak,

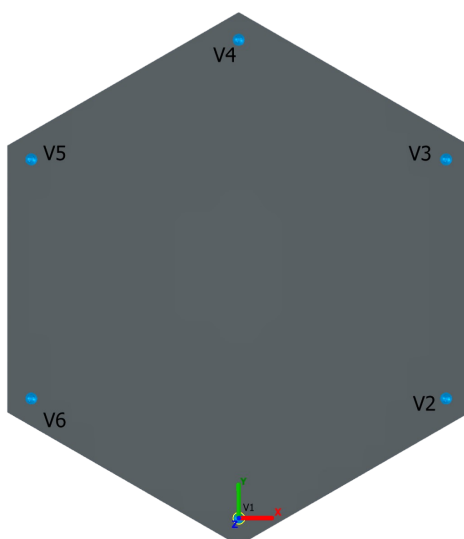
¹Lankový enkodér, v rámci této práce, může být označován též jako lankový snímač, snímač či senzor.

²Systém, který je zkoumán v této práci, může být také označen jako *hlavice* nebo *odměřovací hlavice*. Tato terminologie bude používána jako synonymum pro popisovaný systém.



Obrázek 2.1: Zjednodušený návrh odměřovací hlavy

že míří ve směru snímače V_4 . Souřadnice i -tého snímače V_i jsou $[A_i, B_i, 0]$. Možná variace uspořádání snímačů je zobrazena na Obr.2.2

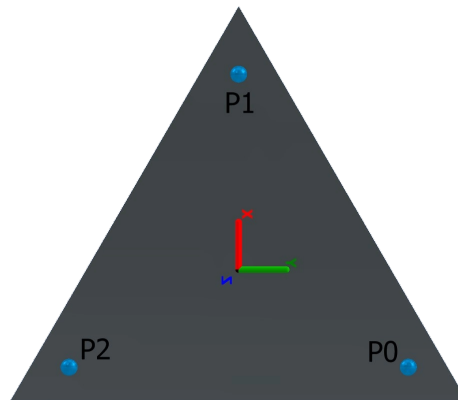


Obrázek 2.2: Uspořádání snímačů

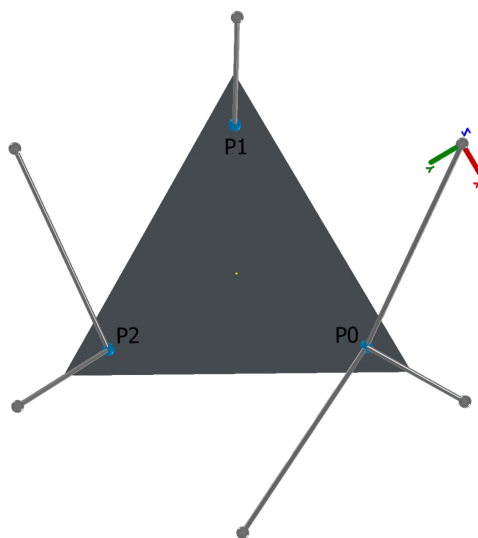
Konce snímačů, neboli uchycení lanek, jsou rozmístěny do třech bodů P_j^3 , kde $j = 0, 1, 2$. Do bodu P_0 vedou tři lanka (V_1, V_2, V_3), do P_1 vedou dvě (V_4, V_5) a do bodu P_2 vede jedno lanko (V_6). Obecné polohy těchto bodů jsou značeny $P_j = [X_j, Y_j, Z_j]$, kde přičemž platí že $X_j \in \mathcal{R}, Y_j \in \mathcal{R}, Z_j \in \mathcal{R}^+$. Tedy je uvažován pohyb platformy pouze v kladné polorovině osy Z , v záporné by docházelo k nepředvídatelnému ohybu lanek a získané výsledky by neodpovídaly realitě. Jedna z

³Souhrnně mohou být tyto body označeny jako P_i , oproti tomu P_E označuje pouze koncový efektor.

možných konfigurací uchycení je zobrazena na Obr.2.3 ⁴, zobrazení i s připojenými senzory je na Obr.2.4.



Obrázek 2.3: Uspořádání bodu P_0 , P_1 , P_2 na horní části



Obrázek 2.4: Rozložení snímačů na platformě

Vzdálenosti mezi body P_i a P_j jsou označeni r_{ij} , kde $i, j = 0, 1, 2$.

2.2 Odvození rovnic polohy a náklonu

Prvně budou určeny rovnice pro výpočet poloh bodů P_0 , P_1 , P_2 , ze kterých bude dopočtena poloha a Eulerovy úhly koncového efektoru P_E .

⁴Na Obr.2.3 je zobrazen souřadný systém podstavy, na ostatních ilustracích je zobrazen světový souřadný systém.

K nalezení daných bodů je známo rozmístění jednotlivých senzorů, naměřené hodnoty vzdáleností a rozložení horní platformy. Každý snímač tedy definuje sféru v prostoru, na jejímž povrchu se nachází hledaný bod. Určení konkrétního bodu je založeno na průniku tří sfér, tento průnik sfér tvoří ale obecně dva body. Výběr jednoho řešení je více rozebrán v části (2.2.5).

2.2.1 Bod P_0

Počáteční rovnice délky snímače jsou rovnice sféry s počátkem v rovině XY v bodech V_1, V_2 a V_3 .

$$l_1^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (2.1)$$

$$l_2^2 = (x - A_2)^2 + (y - B_2)^2 + z^2 \quad (2.2)$$

$$l_3^2 = (x - A_3)^2 + (y - B_3)^2 + z^2 \quad (2.3)$$

Roznásobením druhých mocnin a dosazením rovnice (2.1) vzniknou tvary rovnic bez kvadrátů proměnných x, y a z :

$$l_2^2 = l_1^2 + A_2^2 + B_2^2 - 2A_2x - 2B_2y \quad (2.4)$$

$$l_3^2 = l_1^2 + A_3^2 + B_3^2 - 2A_3x - 2B_3y \quad (2.5)$$

Vyjádřením proměnné y z rovnic (2.4) a (2.5) byly obdrženy tvary pro výpočet souřadnice v ose Y závislé pouze na x .

$$y = \frac{k_1 - 2A_2x}{2B_2}; \quad (2.6)$$

$$k_1 = l_1^2 - l_2^2 + A_2^2 + B_2^2 \quad (2.7)$$

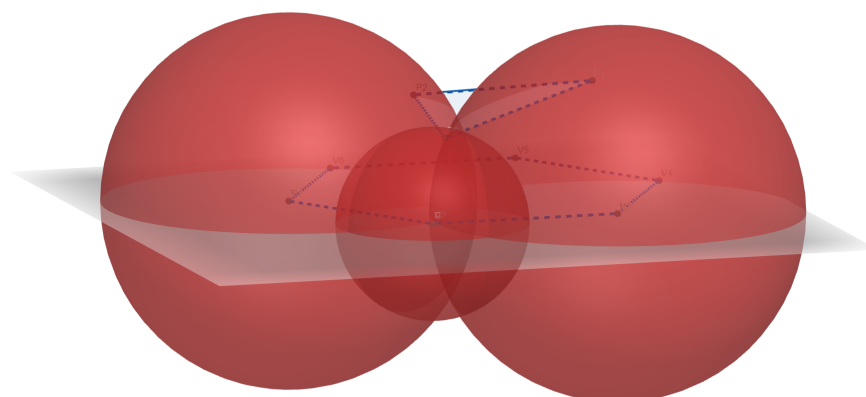
$$y = \frac{k_2 - 2A_3x}{2B_3}; \quad (2.8)$$

$$k_2 = l_1^2 - l_3^2 + A_3^2 + B_3^2 \quad (2.9)$$

Položením vztahů (2.6) a (2.8) do rovnosti byl určen předpis pro polohu na ose X bez závislosti na souřadnicích ve zbylých osách.

$$x = \frac{B_3k_1 - B_2k_2}{2(A_2B_3 - A_3B_2)} \quad (2.10)$$

Ze vztahu (2.1) určíme rovnici pro osu Z, čímž byla určena poloha bodu P_0 . Kvůli podmínce, že je uvažována pouze kladná polorovina, bylo tedy zanedbáno záporné řešení rovnice (2.13). Obr.2.5 zobrazuje počáteční sféry, jejichž průnik odpovídá řešení.

Obrázek 2.5: Příklad rozložení sfér pro bod P_0

Výsledné rovnice:

$$X_0 = \frac{B_3 k_1 - B_2 k_2}{2(A_2 B_3 - A_3 B_2)} \quad (2.11)$$

$$Y_0 = \frac{k_1 - 2A_2 X_0}{2B_2} \quad (2.12)$$

$$Z_0 = \sqrt{l_1^2 - X_0^2 - Y_0^2} \quad (2.13)$$

2.2.2 Bod P_1

Z důvodu, že k bodu P_1 jsou připojeny jen 2 lankové enkodéry, byla třetí měřená vzdálenost nahrazena vzdáleností od bodu P_0 , jehož poloha byla zjištěna v předchozím bodě. Tento rozměr je označen r_{01} .

Výchozí tvar rovnic popisující sféry jako v případě výpočtu předchozího bodu:

$$l_4^2 = (x - A_4)^2 + (y - B_4)^2 + z^2 \quad (2.14)$$

$$l_5^2 = (x - A_5)^2 + (y - B_5)^2 + z^2 \quad (2.15)$$

$$r_{01}^2 = (x - X_0)^2 + (y - Y_0)^2 + (z - Z_0)^2 \quad (2.16)$$

Rovností dvou vztahů popisujících sféru byli získány předpisy rovin, na níž se sféry protínají:

$$0 = -2(A_4 - A_5) \cdot x - 2(B_4 - B_5) \cdot y + n_1 \quad (2.17)$$

$$n_1 = A_4^2 - A_5^2 + B_4^2 - B_5^2 - l_4^2 + l_5^2 \quad (2.18)$$

$$0 = -2(A_4 - X_0) \cdot x - 2(B_4 - Y_0) \cdot y + 2Z_0 \cdot z + n_2 \quad (2.19)$$

$$n_2 = A_4^2 - X_0^2 + B_4^2 - Y_0^2 - Z_0^2 - l_4^2 + r_{01}^2 \quad (2.20)$$

$$0 = -2(A_5 - X_0) \cdot x - 2(B_5 - Y_0) \cdot y + 2Z_0 \cdot z + n_3 \quad (2.21)$$

$$n_3 = A_5^2 - X_0^2 + B_5^2 - Y_0^2 - Z_0^2 - l_5^2 + r_{01}^2 \quad (2.22)$$

Průnikem libovolných dvou rovin je dána přímka na níž leží obě řešení. Parametrické vyjádření předpisu přímky pro $y = t$ udává vztah:

$$p_{P_1} = \begin{bmatrix} \frac{B_5 - B_4}{A_4 - A_5} \\ 1 \\ \frac{(A_4 - X_0) \cdot \frac{B_5 - B_4}{A_4 - A_5} + (B_4 - Y_0)}{Z_0} \end{bmatrix} \cdot t + \begin{bmatrix} \frac{n_1}{2(A_4 - A_5)} \\ 0 \\ \frac{(A_4 - X_0) \cdot \frac{n_1}{2(A_4 - A_5)}}{Z_0} - \frac{n_2}{2Z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ 1 \\ m_3 \end{bmatrix} \cdot t + \begin{bmatrix} m_4 \\ 0 \\ m_6 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Dosazením předpisu přímky p_{P_1} do jedné z rovnic sfér vznikne kvadratická rovnice parametru t , viz. (2.24). Po dosazení řešení této kvadratické rovnice zpět do předpisu (2.24) jsou nalezeny obě možné polohy bodu. Příklad určené přímky a počátečních sfér je na Obr.2.6.

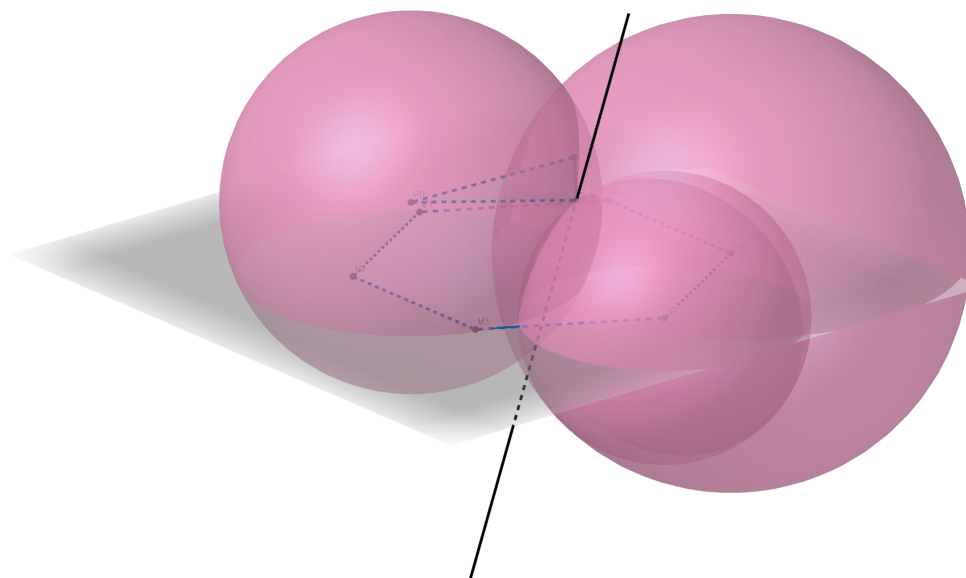
$$(m_1^2 + 1 + m_3^2) \cdot t^2 + 2(m_1(m_4 - A_4) - B_4 + m_3 m_6) \cdot t + ((m_4 - A_4)^2 + B_4^2 + m_6^2 - l_4^2) = 0 \quad (2.24)$$

Výsledné rovnice:

$$X_1 = m_1 \cdot t + m_4 \quad (2.25)$$

$$Y_1 = t \quad (2.26)$$

$$Z_1 = m_3 \cdot t + m_6 \quad (2.27)$$



Obrázek 2.6: Příklad rozložení sfér pro bod P_1 a přímka průniku všech tří sfér p_{P_1}

2.2.3 Bod P_2

Odvození rovnic vychází ze stejného principu jako u bodu P_1 , ale s rozdílem, že do bodu P_2 vede pouze jeden snímač, a zbylé dva nahrazují konstantní vzdálenosti r_{02} , r_{12} .

Počáteční rovnice sfér:

$$l_6^2 = (x - A_6)^2 + (y - B_6)^2 + z^2 \quad (2.28)$$

$$r_{02}^2 = (x - X_0)^2 + (y - Y_0)^2 + (z - Z_0)^2 \quad (2.29)$$

$$r_{12}^2 = (x - X_1)^2 + (y - Y_1)^2 + (z - Z_1)^2 \quad (2.30)$$

Nalezení rovin ležících na průniku sfér:

$$0 = -2(A_6 - X_0) \cdot x - 2(B_6 - Y_0) \cdot y + 2Z_0 \cdot z + n_4 \quad (2.31)$$

$$n_4 = A_6^2 - X_0^2 + B_6^2 - Y_0^2 - Z_0^2 - l_6^2 + r_{02}^2 \quad (2.32)$$

$$0 = -2(A_6 - X_1) \cdot x - 2(B_6 - Y_1) \cdot y + 2Z_1 \cdot z + n_5 \quad (2.33)$$

$$n_5 = A_6^2 - X_1^2 + B_6^2 - Y_1^2 - Z_1^2 - l_6^2 + r_{12}^2 \quad (2.34)$$

$$0 = -2(X_0 - X_1) \cdot x - 2(Y_0 - Y_1) \cdot y - 2(Z_0 - Z_1) \cdot z + n_6 \quad (2.35)$$

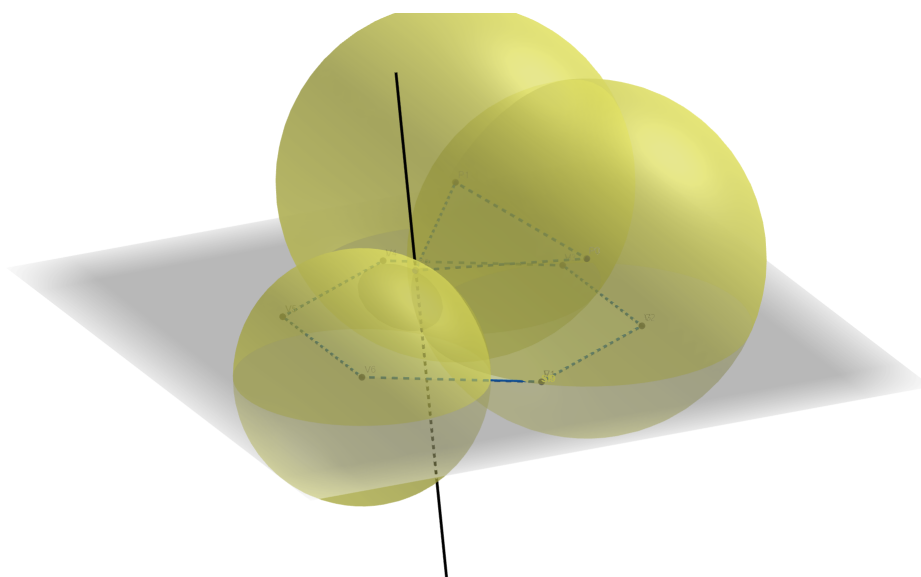
$$n_6 = X_0^2 - X_1^2 + Y_0^2 - Y_1^2 + Z_0^2 - Z_1^2 - r_{02}^2 + r_{12}^2 \quad (2.36)$$

Parametrické vyjádření přímky, jež tvoří průnik dvou libovolných rovin získaných v předchozím kroce:

$$pP_2 = \begin{bmatrix} \frac{-Z_1(B_6-Y_0)+Z_0(B_6-Y_1)}{Z_1(A_6-X_0)-Z_0(A_6-X_1)} \\ 1 \\ \frac{(B_6-Y_0)+(A_6-X_0)\cdot m_7}{Z_0} \end{bmatrix} \cdot t + \begin{bmatrix} \frac{-Z_0n_5+Z_1n_4}{2(Z_1(A_6-X_0)-Z_0(A_6-X_1))} \\ 0 \\ \frac{(A_6-X_0)m_{10}}{Z_0} - \frac{n_4}{2Z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_7 \\ 1 \\ m_9 \end{bmatrix} \cdot t + \begin{bmatrix} m_{10} \\ 0 \\ m_{12} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Parametr t je určen z kvadratické rovnice (2.38). Dosazením výsledných hodnot t zpět do předpisu (2.37) jsou nalezeny souřadnice bodu P_2 . Možná podoba sfér a přímky je zobrazena na Obr.2.7.

$$(m_7^2+1+m_9^2) \cdot t^2 + 2(m_7(m_{10}-A_6) - B_6 + m_9m_{12}) \cdot t + ((m_{10}-A_6)^2 + B_6^2 + m_{12}^2 - l_6^2) = 0 \quad (2.38)$$



Obrázek 2.7: Příklad rozložení sfér pro bod P_2 a přímka průniku všech tří sfér pP_2

Výsledné rovnice:

$$X_2 = m_7 \cdot t + m_{10} \quad (2.39)$$

$$Y_2 = t \quad (2.40)$$

$$Z_2 = m_9 \cdot t + m_{12} \quad (2.41)$$

$$(2.42)$$

2.2.4 Bod P_E

Bod P_E reprezentuje koncový efektor sledovaného nástroje upnutého k pohyblivé platformě. Leží na normále k platformě ve vzdálenosti D . Daná normála prochází těžištěm trojúhelníku, jehož vrcholy odpovídají bodům P_0 , P_1 , P_2 .

Vzorec pro výpočet těžiště trojúhelníku:

$$\mathbf{T} = \left[\frac{X_0+X_1+X_2}{3}, \frac{Y_0+Y_1+Y_2}{3}, \frac{Z_0+Z_1+Z_2}{3} \right] \quad (2.43)$$

Pro určení Eulerových úhlů byla využita matice postupné rotace⁵ kolem všech tří os podle úhlů α , β , γ . Její sloupce vyjadřují nové bázové vektory rotovaného souřadného systému [Šve17b].

$$R = \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & -C\beta S\gamma & S\beta \\ SaS\beta C\gamma + CaS\gamma & -SaS\beta S\gamma + CaC\gamma & -SaC\beta \\ -CaS\beta C\gamma + SaS\gamma & CaS\beta S\gamma + SaC\gamma & CaC\beta \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Horní platforma byla definovaná pomocí dvou úseček mezi body P_i . Z nich byla nalezena normála k platformě o jednotkové velikosti.

$$\overrightarrow{P_0P_1} = \begin{bmatrix} X_1 - X_0 \\ Y_1 - Y_0 \\ Z_1 - Z_0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\overrightarrow{P_0P_2} = \begin{bmatrix} X_2 - X_0 \\ Y_2 - Y_0 \\ Z_2 - Z_0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\overrightarrow{N_a} = \overrightarrow{P_0P_1} \times \overrightarrow{P_0P_2} \quad (2.47)$$

$$\overrightarrow{N} = \frac{\overrightarrow{N_a}}{|\overrightarrow{N_a}|} \quad (2.48)$$

Výpočet polohy bodu P_E

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix} = \mathbf{T} + D \cdot \overrightarrow{N} \quad (2.49)$$

Eulerovy úhly jsou určeny z normály, která představuje rotovanou osu Z . A úsečka mezi bodem P_1 a těžištěm T odpovídá rotované ose X .

⁵Funkce $\sin(X)$ a $\cos(X)$ jsou v matici rotace značeny jako SX a CX .

$$\vec{E} = \frac{\overrightarrow{TP_1}}{|\overrightarrow{TP_1}|} \quad (2.50)$$

$$\sin(\beta(t)) = N_{(x)} \quad (2.51)$$

$$\cos(\beta(t)) = \pm\sqrt{1 - \sin^2(\beta(t))} \quad (2.52)$$

$$\sin(\alpha(t)) = \frac{-N_{(y)}}{\cos(\beta(t))} \quad (2.53)$$

$$\cos(\alpha(t)) = \frac{N_{(z)}}{\cos(\beta(t))} \quad (2.54)$$

$$\cos(\gamma(t)) = \frac{E_{1(x)}}{\cos(\beta(t))} \quad (2.55)$$

$$\sin(\gamma(t)) = \frac{E_{(y)} - \sin(\alpha(t))\sin(\beta(t))\cos(\gamma(t))}{\cos(\alpha(t))} \quad (2.56)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(\alpha(t))}{\cos(\alpha(t))}\right) \quad (2.57)$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(\beta(t))}{\cos(\beta(t))}\right) \quad (2.58)$$

$$\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(\gamma(t))}{\cos(\gamma(t))}\right) \quad (2.59)$$

Koncový efektor v prostoru je definován:

$$P_E = [X_E, Y_E, Z_E, \alpha, \beta, \gamma]^T \quad (2.60)$$

2.2.5 Určení správného řešení

Jak je patrné z výpočtů, řešení polohy koncového efektoru není jednoznačné, má celkem osm řešení. Každý bod P_i , kde $i = 0, 1, 2$, má dvě řešení a jejich kombinacemi vznikne osm poloh P_E .

Bod P_0 lze určit jednoznačně při použití počáteční podmínky, kde je uvažována pouze kladná polorovina podle osy Z . Protože všechny enkodéry leží na rovině XY , tak i řešení jsou zrcadlená podlé této osy. Tedy jedno řešení má zápornou hodnotu vzhledem k ose Z a lze jej zanedbat. Proto nebylo v rovnici (2.13) uvedeno záporné řešení, které by při odmocnění obecně mělo existovat.

Pro body P_1 a P_2 je řešení složitější. Obecně nelze předpokládat, že jedna z vypočtených poloh bude v záporné polorovině. To je způsobeno tím, že již neplatí, že všechny středy uvažovaných sfér mají hodnotu v ose Z nulovou. Proto byl zvolen heuristický přístup. Zvolená metoda vychází z předpokladu, že pro přesné mapování trasy bude potřeba odměřit co nejvíce bodů na trase, neboli odměřovací skript bude mít krátkou známou periodu. Tedy pokud je známá frekvence odměřovacího skriptu

a určena maximální přípustná rychlost pohybu platformou, lze určit maximální vzdálenost mezi aktuální a minulou polohou. Čím je frekvence větší, tím lépe tento přístup funguje. Dále tento přístup lze zlepšit zvětšením vzdáleností mezi body P_i , což ale naopak může omezit pohyblivost platformy. Ale tato metoda sama o sobě nedovede zaručit, že některé z řešení vyřadí, a proto je potřeba ji zkombinovat ještě s další metodou. Ta opět předpokládá krátký čas mezi měřeními a tedy, že pohyb bude přibližně přímočarý. Tedy zvolí ten bod, který s předchozími dvěma polohami bude blíže 180° .

Při prvních dvou iteracích je potřeba určit pomocné hodnoty simulující souřadnice bodu v předchozích dvou krocích.

2.2.5.1 Zvolení počáteční polohy

Otázkou je, jak zvolit počáteční polohu P_E , aby nedocházelo k překlopení do opačného řešení hned v po začátku běhu programu. Je potřeba určit počáteční bod, v němž bude systém spouštěn. Výchozí místo, v němž bude uložen nástroj. Následně určit směr vytažení nástroje z hlavice, například tahem od ní. Polohy, myšlené pozice bodů v krocích -1 a -2, by měli být v opačném směru, než je směr vytažení nástroje, v krátké vzdálenosti od počátečního bodu, uložení nástroje. Tímto způsobem bude minimalizovaná chyba ve volbě řešení v prvních iteracích, neboť to přesně splňuje podmínky heuristické metody.

Postupné kroky rozhodovacího algoritmu pro body P_1 , P_2 .

1. Kontrola znaménka z-tové složky bodů
2. Kontrola vzdálenosti nových bodů od minulého
3. Porovnání úhlů mezi novými a minulými body

2.3 Simulační model systému

Ověření matematických rovnic bylo provedeno pomocí nástroje Simulink, hlavně pomocí knihovny SimScape Multibody. V Simulinku byla spouštěna celá simulace a výsledky byly zpracovány v programu Matlab.

2.3.1 Tvorba 3D objektu

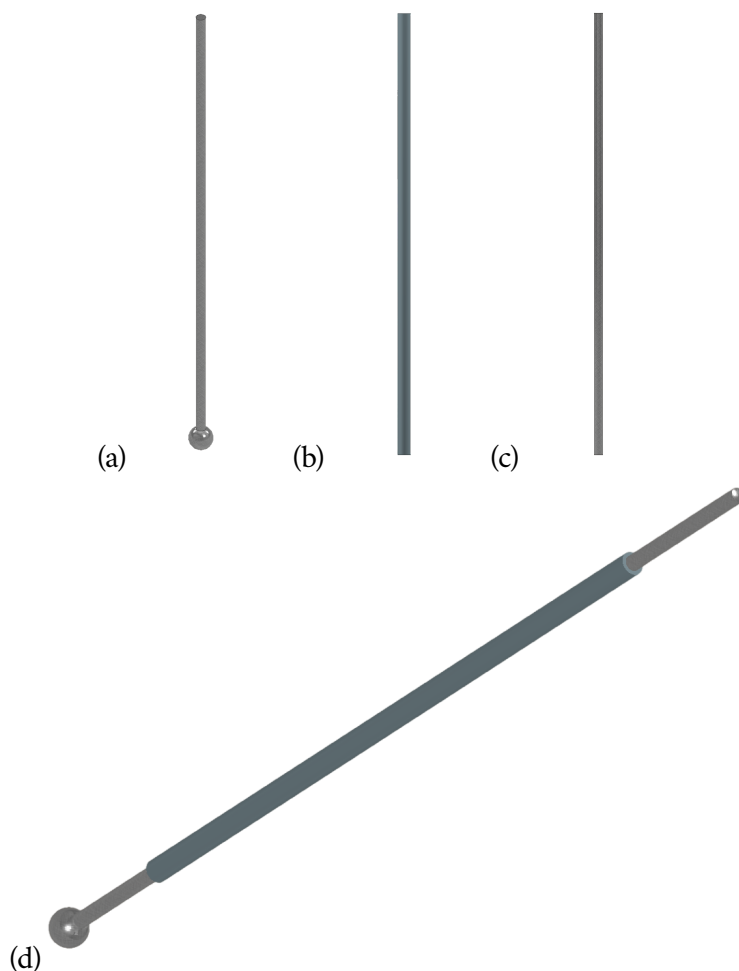
Samotné části byly modelovány v programu Inventor Professional 2021 od společnosti Autodesk, Inc. Tato volba byla motivována předchozími zkušenostmi autora. Alternativou by mohl být program SolidWorks.

Nejprve byly vytvořeny jednotlivé části: základna, platforma a snímač. Následně byla vytvořena sestava z těchto prvků a celý sestavený model byl exportován ve

formátu *xml* do programu Simulink.

Snímače.

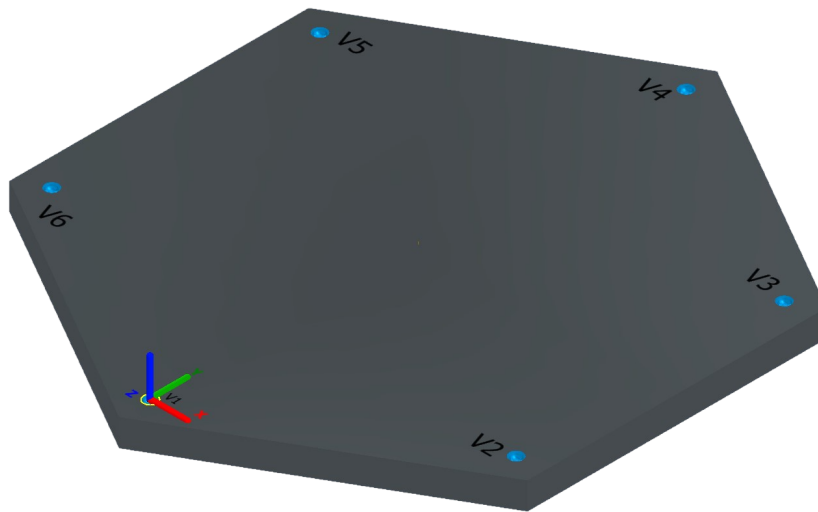
Jelikož 3D model systému není hlavním cílem, byly enkodéry zjednodušeny do podoby jednoduchého pístu, skládajícího se ze dvou os a prostředního tubusu. Na Obr.2.8 jsou zobrazeny jednotlivé části a celý píst.



Obrázek 2.8: (a) Část pístu připevněná k základně, (b) Prostřední tubus pístu, (c) Část pístu připevněná k platformě, (d) Sestavený celek

Základna.

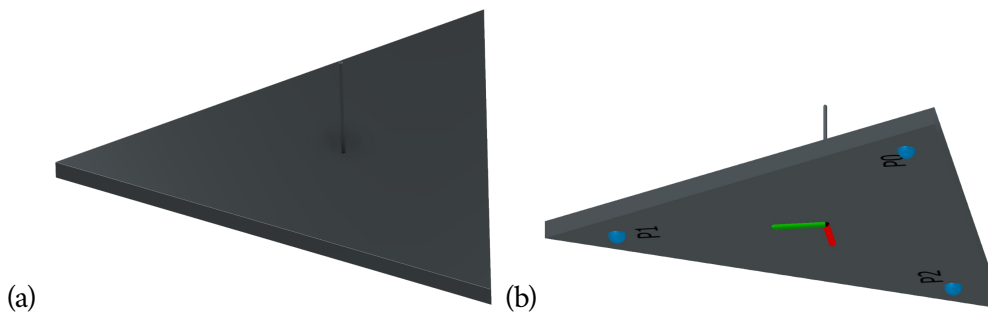
Pro základnu v rámci této práce bylo nejdůležitější místo pro umístění jednotlivých měřičů. Pro jednoduchost simulace byli rozmístěny do pravidelného šestiúhelníku ve vzdálenosti 100 mm. Model je zobrazen na Obr.2.9



Obrázek 2.9: 3D model Základny

Platforma.

Horní platforma váže, na spodní straně, konce enkodérů do třech bodů P_0 , P_1 , P_2 , které byly umístěny do pravidelného trojúhelníku ve vzdálenosti 100 mm. Na horní straně je válec o výšce $D = 35$ mm, reprezentující koncový efektor nástroje upnutého do platformy. Podoba modelu je vidět na Obr.2.10.



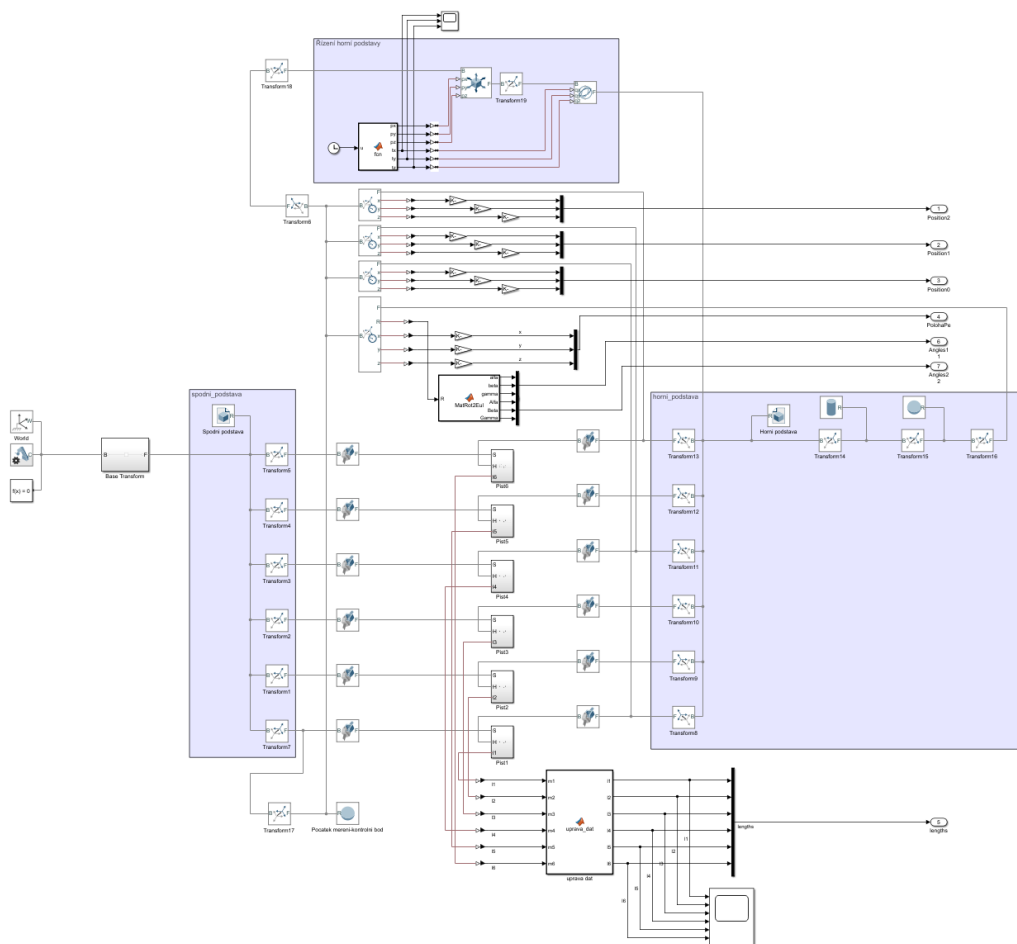
Obrázek 2.10: (a) Platforma shora, (b) Platforma zespod

2.3.2 Simulační schéma

Rozložení nejdůležitějších částí simulačního bloku.

V prostřední části schématu (fialové zvýrazněné plochy a prostor mezi nimi) je schéma hlavice. Zleva základna, snímače a platforma. K světovému souřadnému systému je připevněna základna a k ní je připevněno šest snímačů. Snímače jsou na každé straně připojeny kardanovým kloubem. Mezi kardanými je umístěn cylindrický kloub, ze kterého se odečítá translace. Na snímače je připojena horní platforma.

2. Matematický model systému



Obrázek 2.11: Simulační schéma systému, ovládání platformy a odečítání hodnot

V horní zvýrazněné části schématu je ovládání pohybu horní podstavce. Simulovaný pohyb je proveden postupně ve všech třech osách a následně i natočení podle všech třech úhlů. Pod horní zvýrazněnou oblastí jsou umístěny bloky pro měření poloh bodů na horní platformě P_i a P_E .

Ve spodní části je blok upravující naměřené hodnoty o počáteční ofset, aby naměřené hodnoty seděly vůči realitě.

Schéma modelu je zobrazeno na Obr.2.11.

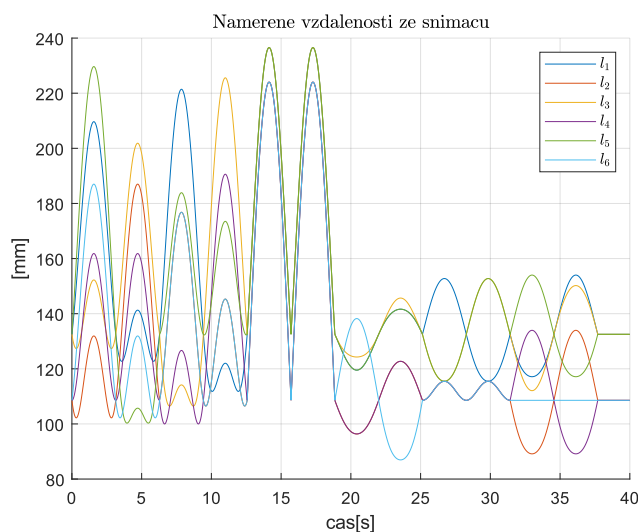
2.4 Výsledky simulace

Simulace byla spuštěna nad následujícími konstantami:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 100 \cdot \cos(30^\circ) & 50 & 0 \\ 100 \cdot \cos(30^\circ) & 150 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \\ -100 \cdot \cos(30^\circ) & 150 & 0 \\ -100 \cdot \cos(30^\circ) & 50 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$\begin{bmatrix} r_{01} \\ r_{02} \\ r_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

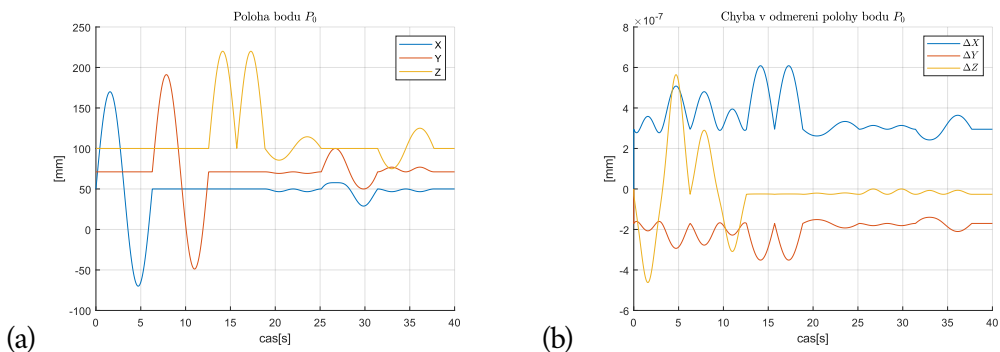
Pohyb platformy byl simulován translací v jednotlivých směrech os a následně rotací. Translace nejdříve proběhla v ose Z o $+120\text{mm}$ a v osách X,Y o $\pm 120\text{mm}$, kdy se následně koncový bod vrátil do výchozí polohy. Poté byla simulována rotace podle těžiště platformy podle tří různých os o $\pm \frac{\pi}{6}\text{rad}$. Průběh naměřených délek je zobrazen na Obr.2.12



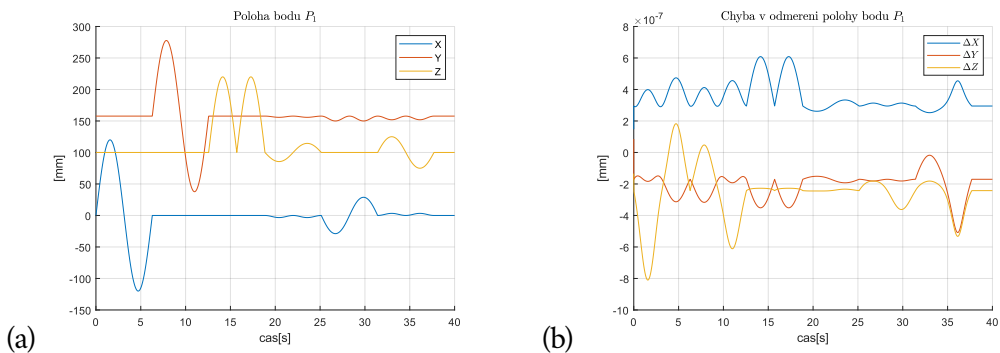
Obrázek 2.12: Hodnoty naměřených délek v průběhu simulace

Na obrázcích 2.13, 2.14 a 2.15 je vidět průběh pohybů jednotlivých bodů a nepřesností v odhadu polohy jednotlivých bodů. Chyby v odhadu jednotlivých bodů P_i se samozřejmě projeví i na koncovém efektoru P_E viz. Obr.2.17, ale výchylnka celé hlavičky je menší než výchylnka jednotlivých podřetězců. Vlastnost průměrování chyby mezi jednotlivými řetězci je jednou z výrazných předností paralelních manipulátorů [Šve17a] z nichž struktura systému, jak již bylo řečeno, vychází.

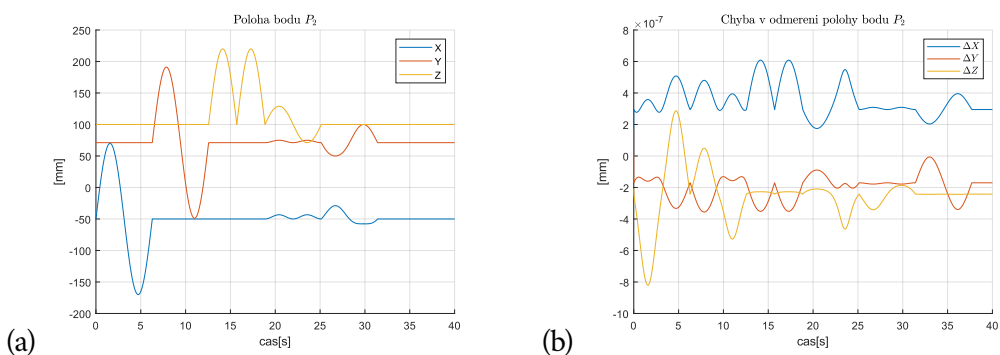
2. Matematický model systému



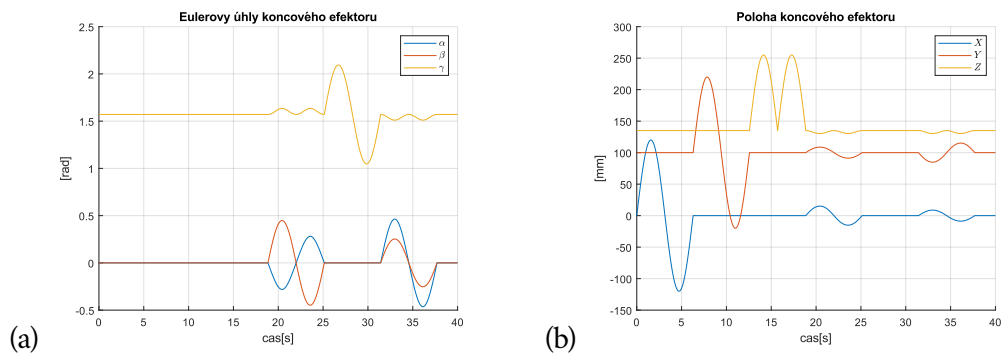
Obrázek 2.13: (a) Pohyb bodu horní platformy P_0 , (b) Chyba v odměření bodu P_0



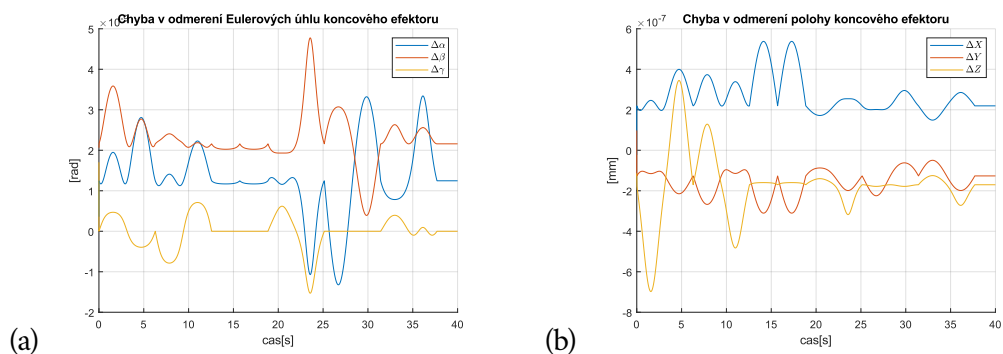
Obrázek 2.14: (a) Pohyb bodu horní platformy P_1 , (b) Chyba v odměření bodu P_1



Obrázek 2.15: (a) Pohyb bodu horní platformy P_2 , (b) Chyba v odměření bodu P_2



Obrázek 2.16: (a) Eulerovy úhly koncového efektoru P_E , (b) Pohyb koncového efektoru P_E



Obrázek 2.17: (a) Chyba určení Eulerových úhlů koncového efektoru P_E , (b) Chyba určení pohybu koncového efektoru P_E

Pracovní prostor lze definovat jako diskretní množinu bodů $\mathbf{X}_i = (O_i, R_i)$ koncového efektoru reprezentovaných jeho pozicemi $O_i \in \mathcal{R}^3$ v prostoru a natočením kolem os $R_i \in \mathcal{R}^3$ v nichž se může systém pohybovat. [Šve16]

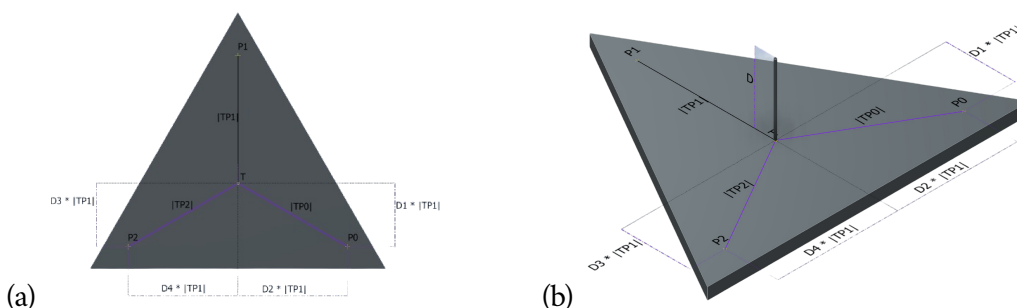
Pracovní prostor s konstantním natočením je diskretní množina bodů $\mathbf{X}_i = (O_i)$, definovaných jeho polohou $O_i \in \mathcal{R}^3$ v nichž se může systém pohybovat při konstantním natočení R_i . [Mer06]

3.1 Pracovní prostor podle maximální délky vzdálenosti

Prvotní vyšetření pracovního prostoru se zabývá dosahem při maximální délce lanek senzorů $l_{i_{max}}$. Byla nalezena diskretní množina bodů, v nichž délka je menší než stanovené maximum. Tato množina byla rozdělena na jednotlivé pracovní prostory s konstantním natočením a některé z nich vykresleny pro ilustraci výsledků.

Vyřešením inverzní kinematické úlohy vzešly rovnice vyjadřující vzdálenosti l_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, v závislosti na $P_E = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$.

Proměnné D_1, D_2, D_3, D_4 vyjadřují vzdálenost mezi těžištěm a body P_0 a P_2 v osách X a Y v poměru vůči $|TP_1|$. Neboli vzdálenost mezi těžištěm T a P_0 v ose X je rovna $D_1 \cdot |TP_1|$. Pro přehlednost je význam konstant zobrazen viz. Obr.3.1.



Obrázek 3.1: Horní platforma se zobrazenými proměnným - (a) půdorys, (b) pohled z úhlu

Souřadnice bodů P_0 , P_1 , P_2 v závislosti na P_E . Kvůli zkrácení zápisu: $Cx = \cos(x)$, $Sx = \sin(x)$

$$P_0 = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_E(t) - DS(\beta) + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) \\ Y_E(t) + DS\alpha C\beta + |TP_0|(S\alpha S\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) \\ Z_E(t) - DC\alpha C\beta + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_E(t) - DS\beta + |TP_1|(C\beta C\gamma) \\ Y_E(t) + DS\alpha C\beta + |TP_1|(S\alpha S\beta C\gamma + C\alpha S\gamma) \\ Z_E(t) - DC\alpha C\beta + |TP_1|(-C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_E(t) - DS\beta + |TP_2|C\beta(-D_4S\gamma + D_3C\gamma) \\ Y_E(t) + DS\alpha C\beta + |TP_2|(S\alpha S\beta(-D_4S\gamma + D_3C\gamma) + C\alpha(D_4C\gamma + D_3S\gamma)) \\ Z_E(t) - DC\alpha C\beta + |TP_2|(C\alpha S\beta(D_4S\gamma - D_3C\gamma) + S\alpha(D_4C\gamma + D_3S\gamma)) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Rovnice pro výpočet délky lanka mají tvar:

$$l_1^2 = (X_0 - A_1)^2 + (Y_0 - B_1)^2 + Z_0^2 \quad (3.4)$$

$$l_2^2 = (X_0 - A_2)^2 + (Y_0 - B_2)^2 + Z_0^2 \quad (3.5)$$

$$l_3^2 = (X_0 - A_3)^2 + (Y_0 - B_3)^2 + Z_0^2 \quad (3.6)$$

$$l_4^2 = (X_1 - A_4)^2 + (Y_1 - B_4)^2 + Z_1^2 \quad (3.7)$$

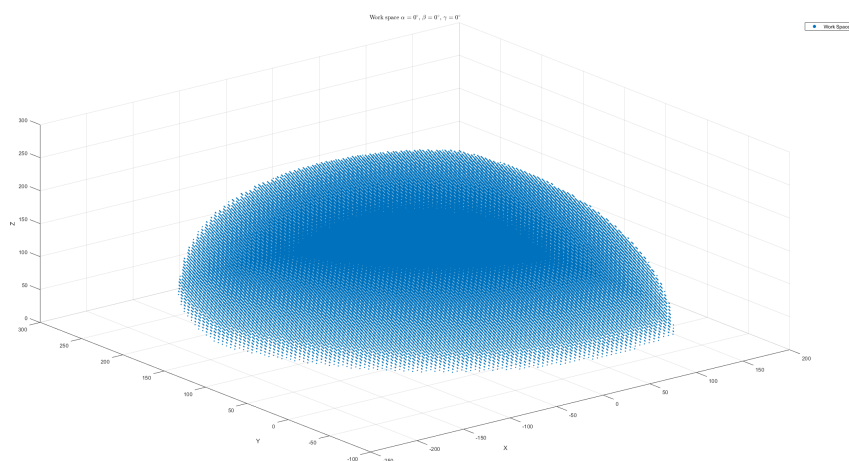
$$l_5^2 = (X_1 - A_5)^2 + (Y_1 - B_5)^2 + Z_1^2 \quad (3.8)$$

$$l_6^2 = (X_2 - A_6)^2 + (Y_2 - B_6)^2 + Z_2^2 \quad (3.9)$$

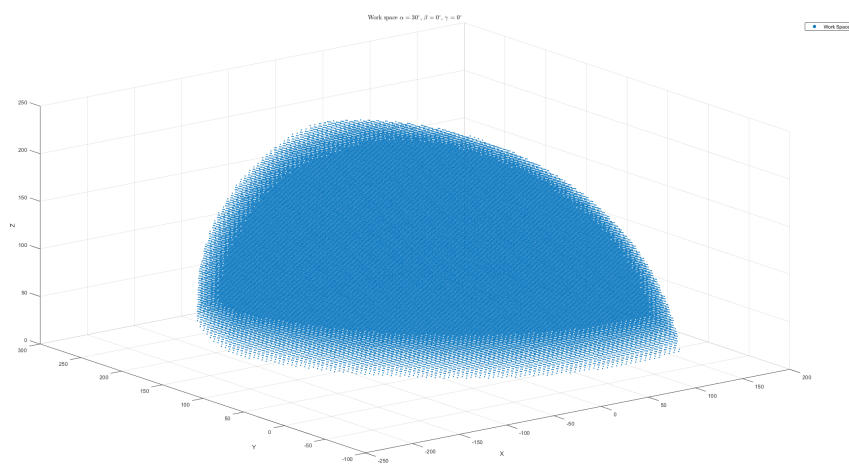
Zobrazené simulace byly provedeny nad shodnou strukturou systému jako v kapitole 2.4.

Hodnoty pro osy X, Y, Z byly voleny s krokem 5 mm. Jednotlivé množiny bodů jsou zobrazeny na obrázcích 3.2, 3.3, 3.4 a 3.5.

3.1. Pracovní prostor podle maximální délky vzdálenosti

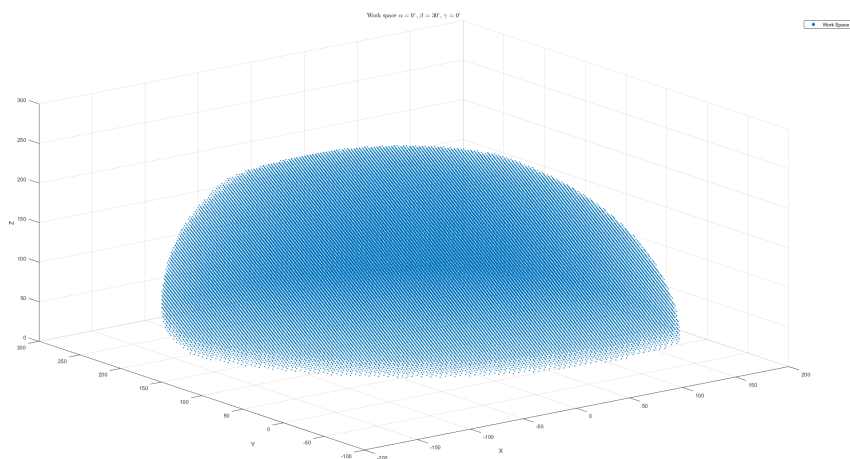


Obrázek 3.2: Pracovní prostor pro $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 0^\circ$

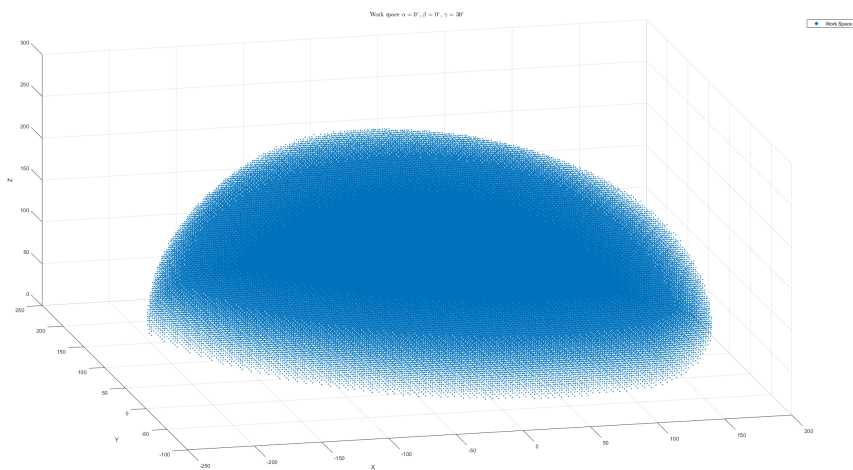


Obrázek 3.3: Pracovní prostor pro $\alpha = 30^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 0^\circ$

3. Pracovní prostor



Obrázek 3.4: Pracovní prostor pro $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 0^\circ$



Obrázek 3.5: Pracovní prostor pro $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 30^\circ$

3.2 Kvalita pracovního prostoru

Kvalitou pracovního prostoru je myšleno zesilování chyby v jednotlivých pozicích a natočeních prostoru. Vliv šumu je důležité znát, pokud by jen minimální šum způsobil o několik řádů větší chybu, byl by systém v realitě nepoužitelný, minimálně bez další mechaniky pro potlačení vlivu šumu apod.

Místa, v nichž toto zesílení se blíží nekonečnu, jsou nazývány singulárními body. Pro vyšetření pracovního prostoru a případné nalezení singulárních bodů budou použity maximální singulární čísla Jacobiho matice.

Jacobiho matice je matice, která popisuje vztah mezi rychlostí pohybu kloubů robota¹ $\dot{\mathbf{Q}}$ a rychlostí pohybu koncového efektoru (nebo nástroje) $\dot{\mathbf{X}}$. Matice je určena jako parciální derivace funkce \mathbf{f} popisující závislost mezi polohami snímačů a polohou efektoru.

$$\dot{\mathbf{X}} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{Q})}{\partial \mathbf{Q}} \right|_{\mathbf{Q}=\mathbf{Q}_0} \cdot \dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{Q}} \quad (3.10)$$

Pokud za $\dot{\mathbf{Q}}$ je dosazen vektor chyb, výsledkem je chyba ve výpočtu polohy pro daný vektor. Maximální singulární číslo určuje největší hodnotu pro libovolný vektor $\dot{\mathbf{Q}}$, neboli určuje jaké největší chyby v daném místě lze dosáhnout v tom nejhorším případě pro libovolný vektor \mathbf{l} s určitou velikostí.

$$|\Delta X| \leq \sigma \cdot |\mathbf{l}|, \quad \sigma \rightarrow \text{Max singular value} \quad (3.11)$$

Singulární čísla lze získat z matice takzvaným rozkladem na singulární hodnoty, (SVD - singular value decomposition), kdy singulární čísla jsou na hlavní diagonále matice Γ

$$D_{(r,s)} = U_{(r,k)} \cdot \Gamma_{(k,k)} \cdot V_{(s,k)}^T \quad (3.12)$$

Z důvodu, že funkce $f(\mathbf{Q})$, jež byla odvozována v dřívější kapitole, je velmi komplikovaná, byl zvolen postup odvození inverze Jacobiho matice a z ní inverzí získat samotnou Jacobiho matici.

$$\dot{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} (\dot{l}_1^2) \\ (\dot{l}_2^2) \\ (\dot{l}_3^2) \\ (\dot{l}_4^2) \\ (\dot{l}_5^2) \\ (\dot{l}_6^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} \\ q_{51} & q_{52} & q_{53} \\ q_{61} & q_{62} & q_{63} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{X}} \quad (3.13)$$

¹V případě zkoumaného systému reprezentuje \mathbf{Q} vektor naměřených délek l_i nebo jejich chybu.

Poloha efektoru je definována jako $[X_E, Y_E, Z_E]$, a jeho natočení pomocí Eulerových úhlů jako $[\alpha, \beta, \gamma]$. Zápis SX a CX označuje funkce $\sin(X)$ a $\cos(X)$.

$$\begin{aligned} f_{l_1} = & \sqrt{(X_E - DS\beta + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) - A_1)^2 + (Y_E + D(S\alpha C\beta) + \\ & + |TP_0|(S\alpha S\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) - B_1)^2 + (Z_E + \\ & - D(C\alpha C\beta) + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)))^2} \quad (3.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{l_2} = & \sqrt{(X_E - DS\beta + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) - A_2)^2 + (Y_E + D(S\alpha C\beta) + \\ & + |TP_0|(S\alpha S\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) - B_2)^2 + (Z_E + \\ & - D(C\alpha C\beta) + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)))^2} \quad (3.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{l_3} = & \sqrt{(X_E - DS\beta + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) - A_3)^2 + (Y_E + D(S\alpha C\beta) + \\ & + |TP_0|(S\alpha S\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) - B_3)^2 + (Z_E + \\ & - D(C\alpha C\beta) + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)))^2} \quad (3.16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{l_4} = & \sqrt{(X_E - DS\beta + |TP_1|(C\beta C\gamma) - A_4)^2 + (Y_E + DS\alpha C\beta + |TP_1|(S\alpha S\beta \cdot \\ & \cdot C\gamma + C\alpha S\gamma) - B_4)^2 + (Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_1|(-C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma))^2} \quad (3.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{l_5} = & \sqrt{(X_E - DS\beta + |TP_1|(C\beta C\gamma) - A_5)^2 + (Y_E + DS\alpha C\beta + |TP_1|(S\alpha S\beta \cdot \\ & \cdot C\gamma + C\alpha S\gamma) - B_5)^2 + (Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_1|(-C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma))^2} \quad (3.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{l_6} = & \sqrt{(X_E - DS\beta + |TP_2|(C\beta(-D_4S\gamma + D_3)) - A_6)^2 + (Y_E + DS\alpha C\beta + \\ & + |TP_2|(S\alpha S\beta(-D_4S\gamma + D_3C\gamma) + C\alpha(D_4C\gamma + D_3S\gamma)) - B_6)^2 + \\ & + (Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_2|(C\alpha S\beta(D_4S\gamma - D_3C\gamma) + S\alpha(D_4C\gamma + D_3S\gamma)))^2} \quad (3.19) \end{aligned}$$

$$q_{11} = \frac{1}{\hat{f}_{l_1}}(X_E - DS\beta + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) - A_1) \quad (3.20)$$

$$q_{12} = \frac{1}{\hat{f}_{l_1}}(Y_E - DS\gamma C\beta + |TP_0|(S\alpha S\beta(D_1C\gamma - D_2S\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) - B_1) \quad (3.21)$$

$$q_{13} = \frac{1}{\hat{f}_{l_1}}(Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma) + D_1S\gamma)) \quad (3.22)$$

$$q_{21} = \frac{1}{\hat{f}_{l_2}}(X_E - DS\beta + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) - A_2) \quad (3.23)$$

$$q_{22} = \frac{1}{\hat{f}_{l_2}}(Y_E - DS\gamma C\beta + |TP_0|(S\alpha S\beta(D_1C\gamma - D_2S\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) - B_2) \quad (3.24)$$

$$q_{23} = \frac{1}{\hat{f}_{l_2}}(Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma) + D_1S\gamma)) \quad (3.25)$$

$$q_{31} = \frac{1}{\hat{f}_{l_3}}(X_E - DS\beta + |TP_0|C\beta(-D_2S\gamma + D_1C\gamma) - A_3) \quad (3.26)$$

$$q_{32} = \frac{1}{\hat{f}_{l_3}}(Y_E - DS\gamma C\beta + |TP_0|(S\alpha S\beta(D_1C\gamma - D_2S\gamma) + C\alpha(D_2C\gamma + D_1S\gamma)) - B_3) \quad (3.27)$$

$$q_{33} = \frac{1}{\hat{f}_{l_3}}(Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_0|(C\alpha S\beta(D_2S\gamma - D_1C\gamma) + S\alpha(D_2C\gamma) + D_1S\gamma)) \quad (3.28)$$

$$q_{41} = \frac{1}{\hat{f}_{l_4}}(X_E - DS\beta + |TP_1|C\beta C\gamma - A_4) \quad (3.29)$$

$$q_{42} = \frac{1}{\hat{f}_{l_4}}(Y_E + DS\alpha C\beta + |TP_1|(S\alpha S\beta C\gamma + C\alpha S\gamma) - B_4) \quad (3.30)$$

$$q_{43} = \frac{1}{\hat{f}_{l_4}}(Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_1|(-C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma)) \quad (3.31)$$

$$q_{51} = \frac{1}{\hat{f}_{l_5}}(X_E - DS\beta + |TP_1|C\beta C\gamma - A_5) \quad (3.32)$$

$$q_{52} = \frac{1}{\hat{f}_{l_5}}(Y_E + DS\alpha C\beta + |TP_1|(S\alpha S\beta C\gamma + C\alpha S\gamma) - B_5) \quad (3.33)$$

$$q_{53} = \frac{1}{\hat{f}_{l_5}}(Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_1|(-C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma)) \quad (3.34)$$

$$q_{61} = \frac{1}{\hat{f}_{l_6}}(X_E - DS\beta + |TP_2|C\beta(-D_4S\gamma + D_3C\gamma) - A_6) \quad (3.35)$$

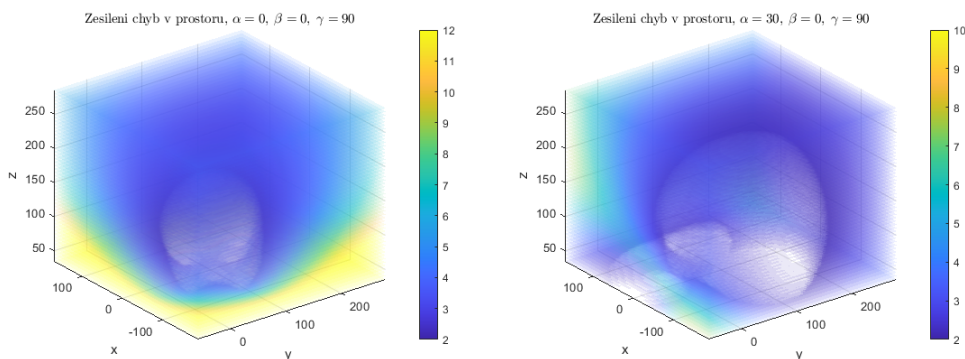
$$q_{62} = \frac{1}{\hat{f}_{l_6}}(Y_E + DS\alpha C\beta + |TP_2|(S\alpha S\beta(D_3C\gamma - D_4S\gamma) + C\alpha(D_4C\gamma + D_3S\gamma)) - B_6) \quad (3.36)$$

$$q_{63} = \frac{1}{\hat{f}_{l_6}}(Z_E - DC\alpha C\beta + |TP_2|(C\alpha S\beta(D_4S\gamma - D_3C\gamma) + S\alpha(D_4C\gamma + D_3S\gamma)) \quad (3.37)$$

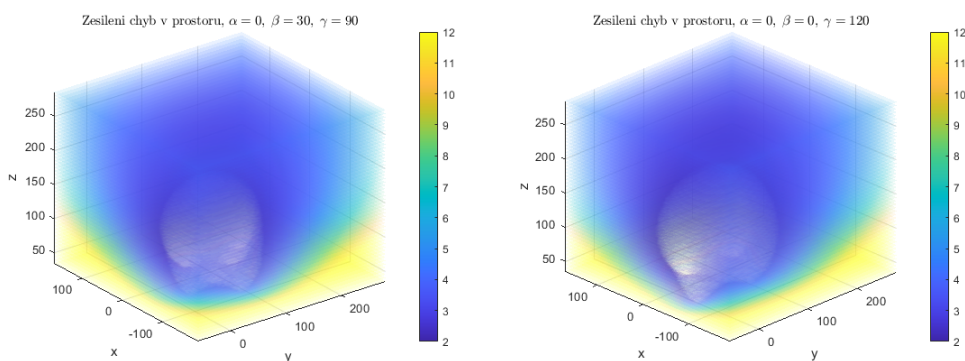
3. Pracovní prostor

Maximální singulární hodnoty z Jacobiho matice v jednotlivých diskretních souřadnicích pracovního prostoru určují, rozložení zesílení šumu. Ale výše určená matice je inverzí Jacobiho matice a proto je potřeba jí invertovat pomocí tzv. pseudoinverze, jelikož tato matice v tomto případě není čtvercová matice.

$$J = (J^{-1T} \cdot J^{-1})^{-1} \cdot J^{-1T} \quad (3.38)$$



Obrázek 3.6: Zesílení chyby v diskretních bodech pro úhly, $[\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 90^\circ]$ a $[\alpha = 30^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 90^\circ]$



Obrázek 3.7: Zesílení chyby v diskretních bodech pro úhly, $[\alpha = 0^\circ, \beta = 30^\circ, \gamma = 90^\circ]$ a $[\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 120^\circ]$

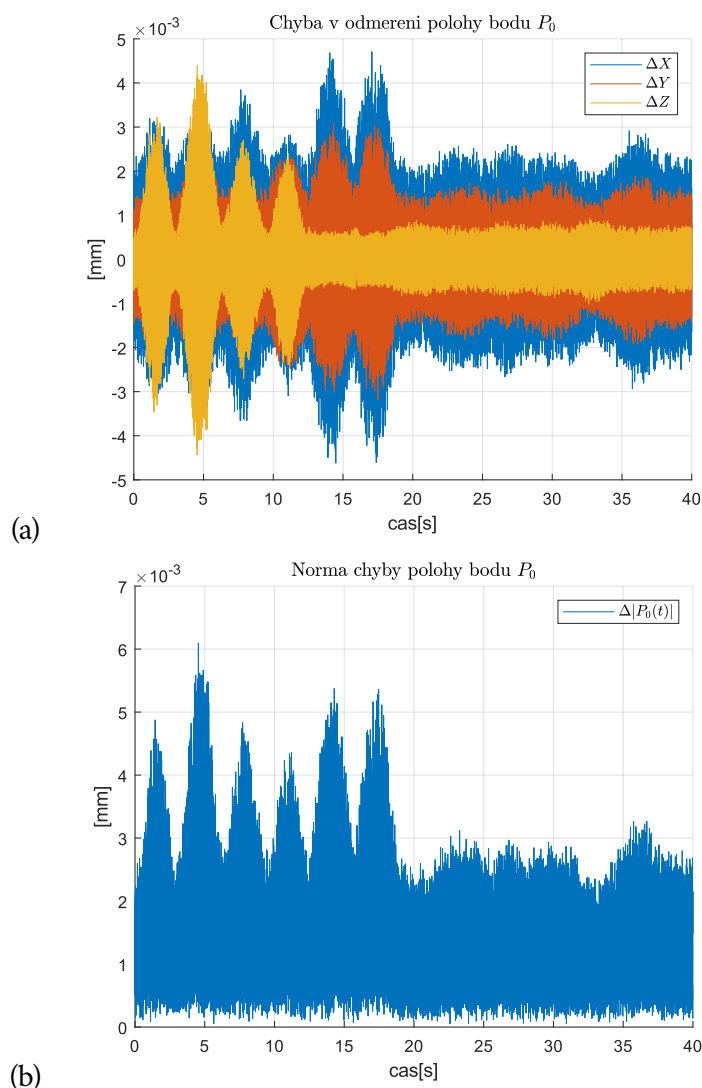
Z grafů Obr.3.6 vlevo a Obr.3.7 je vidět, že větší zesílení, pro daná natočení, je těsně nad základnou dále od středu, naopak nejmenší zesílení je těsně nad základnou kolem středu². V grafu vpravo na Obr.3.6 lze pozorovat, že naopak největší zesílení je v oblasti $X = (150, 160)$, $Y = (-60, -50)$, $Z = (150, 250)$. Je pravděpodobné, že

²Průhledná oblast má hodnoty menší než 2, jde o oblast s nejmenším zesílením.

v okolí daného bodu³ se nachází singulární bod. Průhledná a tmavě modrá oblast, je naopak oblastí, ve které bude proces dosahovat nejvyšší přesnosti.

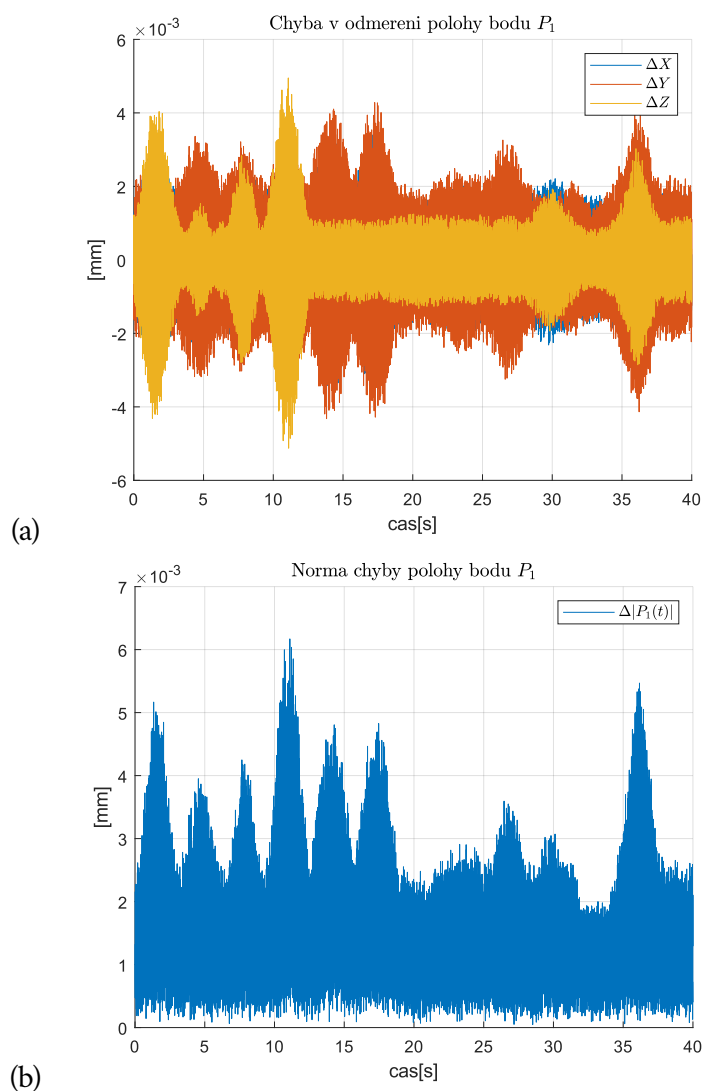
3.2.1 Působení chyby na systém

V reálném chodu systémů se vždy projevuje chyba, chyba senzorů, šum, numerické nepřesnosti, apod. Proto byl systém simulován i s chybou snímačů v čase t , která byla definovaná jako vektor, kde každý prvek vektoru odpovídá chybě v jednotlivých senzorech. Chyba byla generována tak že velikost její normy v libovolném okamžiku t byla rovna 10^{-3} .



Obrázek 3.8: (a) Chyba určení bodu P_0 při působení chyby, (b) Norma chyby

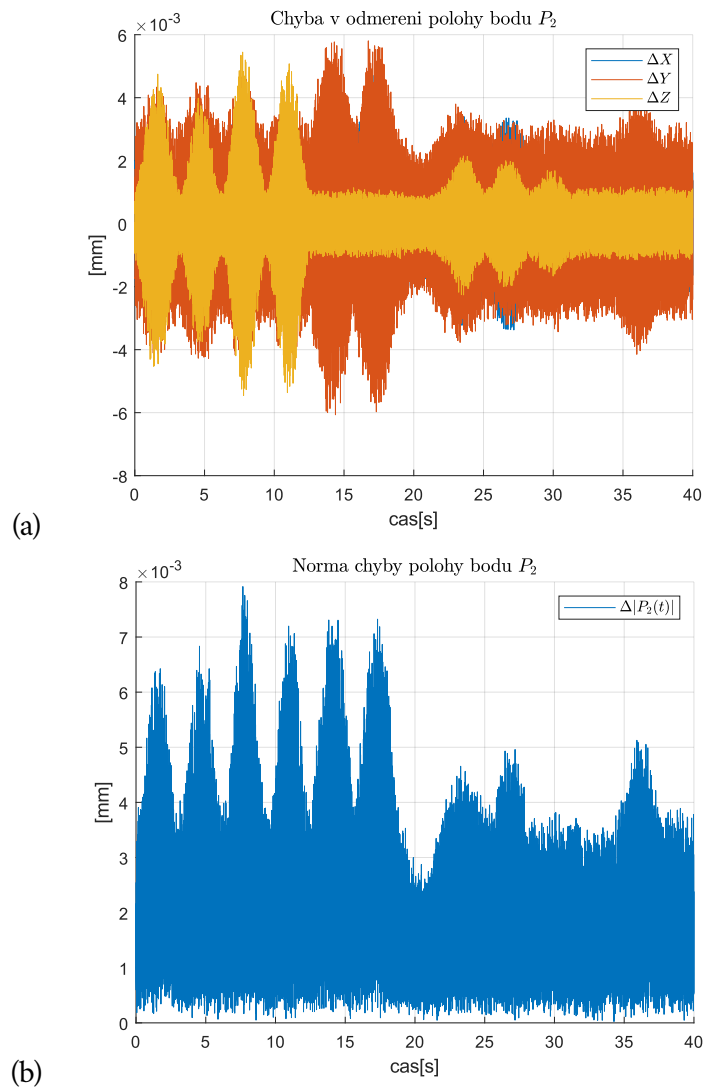
³Okolím bodu je myšleno okolí šesti-dimenzionálního prostoru, tedy jak poloha, tak i náklon.

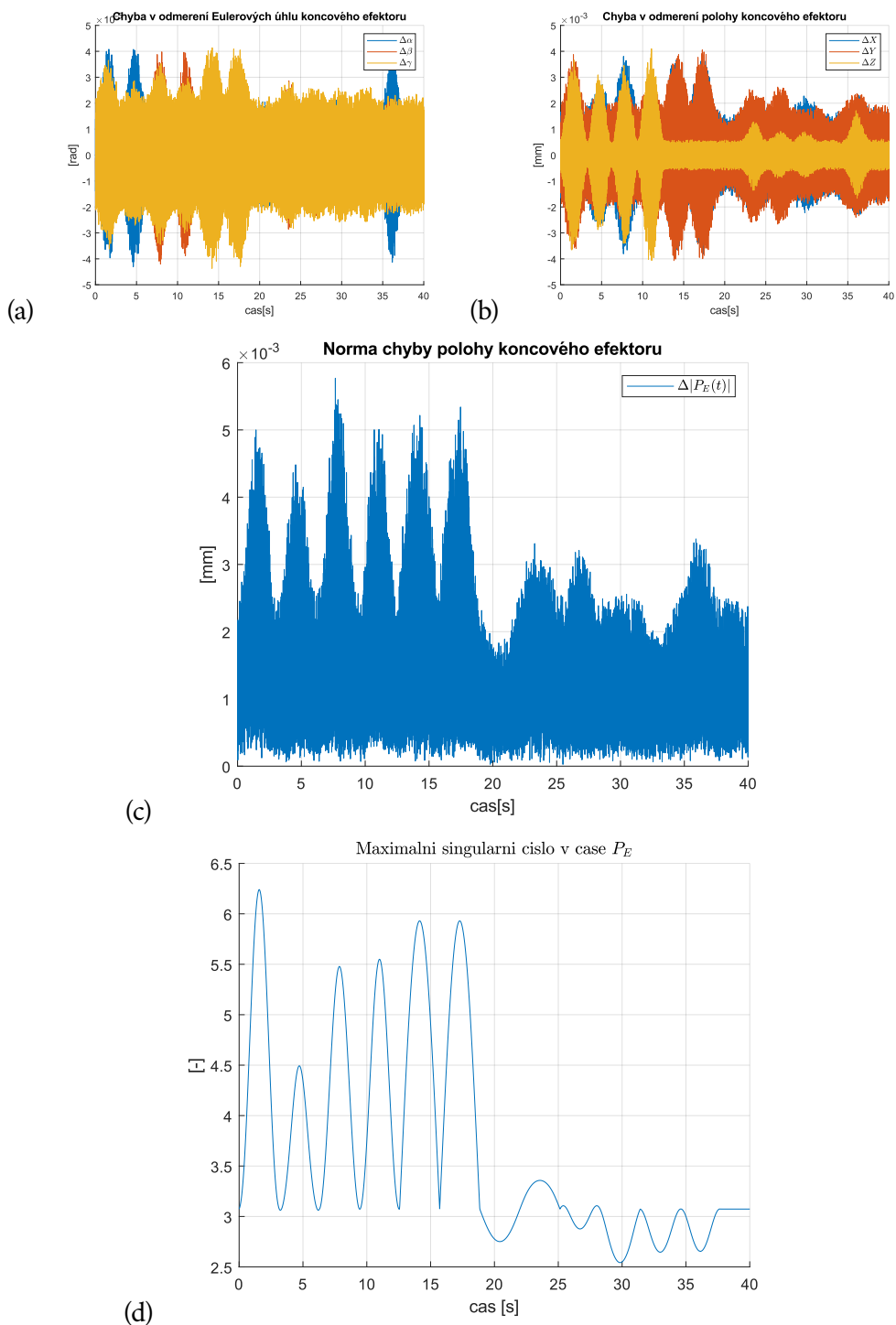


Obrázek 3.9: (a) Chyba určení bodu P_1 při působení chyby, (b) Norma chyby

Výsledky simulace s působením šumu $W(t)$ na jednotlivé body P_i jsou vidět na obrázcích 3.8, 3.9 a 3.10. Působení na efektor je zobrazeno na 3.11, opět nastává jev, že výsledná chyba má menší velikost oproti jednotlivým řetězcům. Pokud porovnáme průběh normy z chyby polohy oproti maximálnímu singulárnímu číslu, je zřetelná korelace mezi průběhy. Obecně nelze očekávat přesnou shodu mezi průběhy, protože jeden graf znázorňuje jednu náhodnou realizaci a druhý představuje nejhorší možný scénář.

$$10^{-3} = |W(t)|; \forall t \quad (3.39)$$

Obrázek 3.10: (a) Chyba určení bodu P_2 při působení chyby, (b) Norma chyby



Obrázek 3.11: (a) Chyba určení polohy koncového efektoru P_E při působení chyby měření, (b) Chyba určení Eulerových úhlů P_E , (c) Norma chyby polohy, (d) Maximální singulární číslo

V práci byl navržena struktura systému pro intuitivní programování manipulátorů založený na lineárních snímačích, konkrétně byly uvažovány lankové enkodéry. Platnost odvozených vztahů byla ověřena pomocí simulace na jednom konkrétním rozložení v programu Simulink. Následně byl ukázán postup pro určení pracovního prostoru, nalezení kritických bodů a projevení chyb měření do odhadu pozice systému.

Maximální *zesílení chyby*, pro zvolené rozložení senzorů, se pohybovalo v řádu jednotek pro vyšetřovaný prostor. Zda by tento výsledek byl dostačující pro reálné použití závisí na použitých snímačích a požadavcích dané aplikace.

Pro simulace pro konkrétní rozložení hlavice, jejíž parametry jsou vypsány níže i s parametry pohybu platformy, byla maximální norma odchylky v poloze $5.77 \cdot 10^{-3}$ mm a maximální norma odchylky v náklonu $5.38 \cdot 10^{-5}$ rad pro chybu $|W(t)| = 10^{-3}$.

1. Základna \rightarrow pravidelný šestiúhelník o straně 100 mm
2. Platforma \rightarrow rovnostranného trojúhelníku o délce 100 mm
3. Translace v osách XY $\rightarrow \pm 120$
4. Translace v ose Z $\rightarrow 120$
5. Rotace okolo os platformy $\rightarrow \pm \frac{1}{6}$ rad

Pro další rozvoj tohoto přístupu k řešení intuitivního programování by bylo užitečné nalézt rozložení snímačů, které co nejvíce sníží projev chyby v měření a následné zhotovení prototypu pro ověření výsledků. Případně rozšíření o funkci sledování platformy navrhovanou v práci [Qi+09], která by zásadně rozšířila pracovní prostor.

Bibliografie

- [GH94] GENG, Z.Jason; HAYNES, Leonard S. A “3-2-1” kinematic configuration of a Stewart platform and its application to six degree of freedom pose measurements. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 1994, roč. 11, č. 1, s. 23–34. ISSN 0736-5845. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/0736-5845\(94\)90004-3](https://doi.org/10.1016/0736-5845(94)90004-3).
- [Mer06] MERLET, J.P. Parallel Robots. *Solid Mechanics and Its Applications*. 2006, s. 213. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1007/1-4020-4133-0>.
- [Qi+09] QI, Liwei; ZHANG, Dandan; ZHANG, Jiafan; LI, Jinsong. A lead-through robot programming approach using a 6-DOF wire-based motion tracking device. In: *2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. 2009, s. 1773–1777. Dostupné z DOI: 10.1109/ROBIO.2009.5420429.
- [Šve16] ŠVEJDA, Martin. *Optimalizace robotických architektur*. 2016. Dis. pr. Západočeská univerzita.
- [Šve17a] ŠVEJDA, Martin. *Mechatronika a robotika jako vední disciplína*. 2017. Dostupné také z: https://home.zcu.cz/~msvejda/URM/prednasky/prednaska_1/prezentace.pdf.
- [Šve17b] ŠVEJDA, Martin. *Reprezentace obecného pohybu v robotice*. 2017. Dostupné také z: https://home.zcu.cz/~msvejda/URM/prednasky/prednaska_2/prezentace.pdf.

Seznam obrázků

2.1	Zjednodušený návrh odměřovací hlavy	6
2.2	Uspořádání snímačů	6
2.3	Uspořádání bodu P_0 , P_1 , P_2 na horní části	7
2.4	Rozložení snímačů na platformě	7
2.5	Příklad rozložení sfér pro bod P_0	9
2.6	Příklad rozložení sfér pro bod P_1 a přímka průniku všech tří sfér p_{P_1} .	11
2.7	Příklad rozložení sfér pro bod P_2 a přímka průniku všech tří sfér p_{P_2} .	12
2.8	(a) Část pístu připevněná k základně, (b) Prostřední tubus pístu, (c) Část pístu připevněná k platformě, (d) Sestavený celek	16
2.9	3D model Základny	17
2.10	(a) Platforma shora, (b) Platforma zespod	17
2.11	Simulační schéma systému, ovládání platformy a odečítání hodnot . .	18
2.12	Hodnoty naměřených délek v průběhu simulace	19
2.13	(a) Pohyb bodu horní platformy P_0 , (b) Chyba v odměření bodu P_0 . . .	20
2.14	(a) Pohyb bodu horní platformy P_1 , (b) Chyba v odměření bodu P_1 . . .	20
2.15	(a) Pohyb bodu horní platformy P_2 , (b) Chyba v odměření bodu P_2 . . .	20
2.16	(a) Eulerovy úhly koncového efektoru P_E , (b) Pohyb koncového efektoru P_E	21
2.17	(a) Chyba určení Eulerových úhlů koncového efektoru P_E , (b) Chyba určení pohybu koncového efektoru P_E	21
3.1	Horní platforma se zobrazenými proměnným - (a) půdorys, (b) pohled z úhlu	23
3.2	Pracovní prostor pro $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 0^\circ$	25
3.3	Pracovní prostor pro $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 0^\circ$	25
3.4	Pracovní prostor pro $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 0^\circ$	26
3.5	Pracovní prostor pro $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 30^\circ$	26
3.6	Zesílení chyby v diskrétních bodech pro úhly, [$\alpha = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 90^\circ$] a [$\alpha = 30^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 90^\circ$]	30
3.7	Zesílení chyby v diskrétních bodech pro úhly, [$\alpha = 0^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 90^\circ$] a [$\alpha = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $\gamma = 120^\circ$]	30

3.8	(a) Chyba určení bodu P_0 při působení chyby, (b) Norma chyby	31
3.9	(a) Chyba určení bodu P_1 při působení chyby, (b) Norma chyby	32
3.10	(a) Chyba určení bodu P_2 při působení chyby, (b) Norma chyby	33
3.11	(a) Chyba určení polohy koncového efektoru P_E při působení chyby měření, (b) Chyba určení Eulerových úhlů P_E , (c) Norma chyby polohy, (d) Maximální singulární číslo	34

Seznam příloh

Příloha A

Průběh simulace v programu Simulink při pohledu zepředu.

URL: [<https://youtu.be/ER5SA0Lyd6A>]

Příloha B

Průběh simulace v programu Simulink při pohledu z úhlu.

URL: [<https://youtu.be/QymIwzpb7Gc>]

