

Posudek oponenta bakalářské práce

Autor: Filip Šteffel
Název práce: Úlohy na vlastní čísla s váhovou funkcí
Studijní program: Matematika a její aplikace
Oponent práce: Ing. Petr Nečesal, Ph.D.

Splnění cílů práce: splněny
Odborný přínos práce: nové výsledky,
zpracování výsledků z různých zdrojů
Matematická úroveň: velmi dobrá
Věcné chyby: vzhledem k rozsahu přiměřený počet
Grafická, jazyková a formální úroveň: velmi dobrá

Slovní hodnocení:

Bakalářská práce Filipa Šteffela je věnována studiu vlastních čísel s váhovou funkcí r pro diferenciální operátor druhého řádu s homogenními Dirichletovými okrajovými podmínkami. Práce je členěna do třech hlavních kapitol. Ve druhé kapitole autor uvažuje po částech konstantní váhovou funkci s jedním bodem nespojitosti ε a představuje implicitní popis vlastních čísel ve větě 2.1 a dále jejich kvalitativní vlastnosti ve větách 2.2, 2.3 a 2.4. Ve třetí kapitole je do váhové funkce r zabudován další parametr ζ , který autorovi umožňuje zkoumat vlastní čísla v případech pozitivně definitních, semidefinitních a indefinitních vah. Čtvrtá kapitola je věnována principiálnímu vlastnímu číslu a jeho lokalizaci v případě obecné váhové funkce r . Autor nejprve sestavuje dva dolní odhady pomocí Poincarého a Morreyho nerovností. Druhý odhad získaný díky Morreyho nerovnosti dále ještě zlepšuje pomocí nerovnosti mezi aritmetickým a geometrickým průměrem. Autor dále vybírá dvě iterační metody pro konstrukci dolních i horních odhadů principiálního vlastního čísla. Obě metody využívají Greenovu funkci, kterou autor představuje ve větě 4.4. Tyto metody dále vyžadují vhodnou volbu funkcí h a f , které splňují dané předpoklady a jsou použity jako počáteční funkce k zahájení iteračního procesu. Tato volba nemusí být zdaleka triviální, což autor ukazuje ve vlastním důkazu lemmatu 4.6. Pro obě metody autor sestavuje vlastní algoritmus, který následně implementuje v programovém prostředí MATLAB a také v počítačovém algebraickém systému Mathematica.

Poznámky, připomínky a dotazy:

1. Třetí kapitola působí mírně nedotaženým dojmem. V této kapitole chybí vyobrazení vlastních funkcí pro některá záporná vlastní čísla v případě záporné hodnoty parametru ζ . Také chybí zmínka o tom, co se děje právě se zápornými vlastními čísly pokud parametr ζ pošleme k nule zleva.
2. Formulujte postačující podmínku na váhovou funkci r tak, aby operátor L definovaný ve (4.13) byl kontraktivní. Pro jaké váhy uvedné v podkapitole 4.6 je L kontraktivním operátorem?

3. V podkapitole 4.6 při použití C-W metody není zřejmé, jak ověřujete splnění předpokladu (4.17). Jak by bylo možné v případě konkrétně zvolené váhy r najít optimální hodnoty konstant μ a ν ? Jaké jsou optimální hodnoty těchto konstant pro váhovou funkci $r(x)=1$ a $f(x)=h(x)=x(\pi-x)/\pi^2$?
4. Několik srovnávacích tabulek v podkapitole 4.6 obsahuje velmi nepřesné hodnoty jednotlivých iterací. Například pro váhovou funkci r v podkapitole 4.6.6 jsou v tabulce uvedeny chybné hodnoty horních odhadů principiálního vlastního čísla. Hodnoty těchto odhadů jsou již od 3. iterace menší než 4, avšak hodnota principiálního vlastního čísla je větší než 4.

Text předkládané práce je dobře strukturovaný a velmi dobře se čte. V některých částech práce však dobrý dojem kazí větší množství chybných odkazů. Po odborné stránce autor prokázal, že umí používat větu o implicitní funkci, ovládá základní nástroje matematické analýzy a ve druhé kapitole získal několik vlastních výsledků. Za nejcennější však považuji čtvrtou kapitolu, zejména pak sestavení odhadů pomocí Morreyho nerovnosti a také představení obou iteračních metod. Prostor pro zlepšení však vidím v implementaci navržených algoritmů a ve větší pečlivosti při sestavování srovnávacích tabulek v závěru práce. Bakalářská práce Filipa Šteffela naplňuje zadání práce a i přes výše uvedené výtky hodnotím práci jako velmi zdařilou. Práci doporučuji uznat jako kvalifikační a navrhuji hodnocení známkou

velmi dobře.

V Plzni, 10. června 2024

Ing. Petr Nečesal, Ph.D.
KMA FAV ZČU