

**Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

PLZEŇ, 2012

MICHAL BUGOŠ

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne.....

.....

Michal Bugoš

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu bakalářské práce Prof. Ing. Milošovi Schlegelovi, Csc. za čas, který mi věnoval při zpracování této práce a poskytnutí poučných písemných pramenů. Slova díky směřuji i ke své rodině za podporu a jisté úlevy při plnění rodinných povinností v průběhu vypracovávání této práce.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem řízení pohybu dvouhmotového pružného systému. Tento návrh postupuje od odvození matematického modelu a následného vytvoření linearizovaného stavového popisu systému. Za znalosti těchto popisů sestavíme model v prostředí Matlab/Simulink/Simscape. K tomuto modelu je následně navržen kaskádní strukturou regulátor otáček a polohy zátěže. Při tomto návrhu je používána výstupní zpětná vazba s PI a P regulátory. Využívána je i 2DoF struktura regulátorů, spolu s přiřazením části pólu uzavřené regulační smyčky. V závěru jsou diskutovány parametry regulátoru otáček za účelem dosažení maximální robustnosti.

Klíčová slova

výstupní zpětná vazba, PI regulátor, kaskádní regulace, dvouhmotový systém, multi-fyzikální systém, Simscape, stavový model, Newton-Eulerova metoda, linearizace

Abstract

This Bachelor's Thesis deals with two-mass elastic system motion control. The proposal proceeds from the illation of a mathematical model and consecutive formation of linearized state space model of the system. With knowledge of these descriptions, we assemble model in Matlab/Simulink/Simscape. A cascade speed and position controller of load is made for the model. An output feedback with PI and P controllers is used with this design. A 2DoF structure controller is used with part of close loop pole assignment. At the and speed control parametres are discussed to achieve maximum robustness.

Key words

output feedback, PI controller, cascade control, two-mass systém, multiphysical system, Simscape, state space model, Newton-Euler method, linearization

Obsah

1	Úvod	1
2	Popis systému	3
2.1	Co je dvoumotový pružný systém?.....	3
2.2	Způsoby řízení.....	3
3	Matematický model systému	4
3.1	Fyzikální model.....	4
3.1.1	Stejnoseměrný motor.....	4
3.1.2	Naviják s pružným lanem.....	5
3.1.3	Odvození dynamických rovnic.....	6
3.2	Nelineární stavový model.....	10
3.3	Linearizace systému.....	11
3.3.1	Určení pracovního bodu.....	11
3.3.2	Vlastní linearizace.....	13
3.3.3	Dynamické rovnice linearizovaného modelu.....	14
4	Matematický model systému	16
4.1	Knihovna Electrical.....	16
4.2	Knihovna Mechanical.....	17
4.3	Model zadaného systému.....	18
4.4	Porovnání modelů.....	19
5	Návrh regulátorů	22
5.1	Kaskádní regulace.....	22
5.2	Regulátor proudu.....	23
5.2.1	Symbolický návrh.....	23
5.2.2	Volba parametrů modelu.....	26
5.2.3	Simulace a porovnání regulátoru proudu.....	27
5.3	Regulátor otáček.....	30
5.3.1	Symbolický návrh.....	30
5.3.2	Simulace a experimentální návrh.....	35
5.4	Regulátor polohy.....	39
5.4.1	Symbolický návrh.....	39
5.4.2	Experimentální návrh.....	39
6	Optimalizace parametrů regulátoru	43
6.1	Robustnost.....	43
6.2	Aplikační pravidla.....	45
7	Závěr.	46
8	Reference	47

1. Úvod

Předmětem této práce je, jak již název napovídá řízení pohybu dvouhmotového pružného systému. Naším cílem bude navrhnout způsob regulace a odvodit vhodné regulátory rychlosti a polohy tak, abychom současně s požadovanou hodnotou dosáhli i potlačení pružné zátěže.

S podobnými systémy se můžeme setkat v celé řadě oblastí lidské činnosti. My se budeme zabývat systémem, ve kterém je stejnosměrným motorem navíjeno pružné lano se zátěží na navíjecí buben. U takovýchto systémů je poloha zátěže nejčastěji řízena klasickou kaskádní PID regulační strukturou skládající se z proudové, rychlostní a polohové regulační smyčky, která je součástí většiny průmyslových pohonů. Problém ovšem nastává při rychlých pohybech se zátěží. V důsledku pružnosti lana začne zátěž kmitat. Tyto kmity následně často přetrvávají i po zastavení motoru. Takovéto kmity se nazývají reziduální kmity nebo vibrace.

Jednou z možností potlačení těchto kmitů je použití zpětnovazebního řízení motoru tak, aby se zatlumili kmitavé póly systému [8]. Využít se dá stavové zpětné vazby, kterou si póly přímo umístíme na požadované pozice. K tomu je ovšem třeba znát aktuální polohu či rychlost zátěže, avšak tyto senzory jsou velmi často drahé, či se nedají použít. Náhradou těchto senzorů by mohlo být vytvoření rekostruktoru stavu. Což je ovšem z důvody nelinearity reálného systému těžké implementovat.

Druhým přístupem je řízení motoru takovým způsobem, že žádné kmity zátěže nevybudí. Pohyb tedy musí být buď velmi pomalý, nebo je třeba rychlost motoru tvarovat. K tomuto se využívají tvarovací filtry, kupříkladu Zero Vibration filter [9].

My se však zaměříme na řešení uvedené v článku [5]. Zásadní tedy bude návrh PI regulátoru otáček, ve standardní kaskádní struktuře. Volbou propocionální a integrační konstanty PI regulátoru umístíme část pólů uzavřené regulační smyčky tak, abychom více utlumili reziduální kmity. Toto umístění však nebudeme provádět přiřazením Jordanovy formy, nýbrž porovnáním požadovaného a skutečného charakteristického polynomu uzavřené smyčky. Dále pak oproti článku [5] budeme návrh provádět pro model jehož součástí bude přímo i stejnosměrný motor. Tedy ne pouze pro část od hnacího momentu, ale včetně regulace proudu.

Kromě návrhu samotného regulátoru se seznámíme s modelováním dvouhmotových pružných systémů. Bude ukázán postup pro odvození nelineárního matematického modelu pomocí Newton-Eulerovy metody. Dále bude linearizací v okolí pracovního bodu získán linearizovaný stavový popis, z něhož bude vycházet návrh regulátorů.

S využitím fyzikálního a matematického modelu systému vytvoříme model v

1 Úvod

prostředí Matlab/Simulink/Simscape, se kterým se naučíme pracovat. Budou popsány jednotlivé knihovny a použité bloky tohoto nástroje, dále pak budou nastíněny možnosti jeho využití. Toto rozšíření standardního prostředí Simulink slouží k modelování multifyzikálních systémů, jehož představitelem, díky své elektromechanické podstatě, náš systém je.

V neposlední řadě budeme diskutovat, jaká omezení naše navržené řešení má. Tedy například, jak velkou zátěž můžeme zvedat při použití parametrů vybraného reálného stejnosměrného motoru.

Tento text by měl sloužit, jako určité rozšíření již používaných metod řízení dvoumotorových pružných systémů s klasickými v průmyslu používanými komponentami a zároveň ukázkou, jak je možno takovéto systémy modelovat, případně jaké prostředky lze k jejich modelování využít.



(Obr.1.1)

2. Popis systému

2.1 Co je dvoumotový pružný systém?

Nejprve si řekněme co si můžeme představit pod pojmem dvoumotový pružný systém. Nejjednoduším představitelem takového systému jsou dva hmotné body spojené pružinou s pevnou klidovou délkou. My se budeme zabývat dvoumotovým systémem jehož jedním „hmotným bodem“ bude navíjecí buben a druhým libovolná zátěž. Pružina mezi nimi je však pružné lano, tudíž klidová délka pružiny a relativní prodloužení jsou proměnné hodnoty. Pro názornost si představte kupříkladu rumpál u studny. Ten představuje navíjecí buben, na němž je namotáno lano. Zátěží je v tomto případě vědro s vodou. Otáčením kliky rumpálu vzniká hnací moment navíjecího bubnu.

V našem případě bude bubnem otáčet hřídel elektrického motoru. Tento mechanismus je možné vidět kupříkladu u vrátku používaném ve stavebnictví (Obr.1.1). Pokud je k takovému vrátku připojena, jako zátěž, výtahová kabina, pak pro zastavování v jednotlivých patrech je důležité řízení polohy výtahu. Reziduální kmity zde mohou být v určitých případech i životu nebezpečné. Dnes se s těmito zařízeními můžeme setkat i v divadlech, kde se nazývají bodový tah. Jsou na něm zavěšeny kulisy a dekorace, které je schopen vertikálně přesouvat do různých poloh. Pokud je třeba spouštět kulisy na rámu rychle, pak je nebezpečí, že by se mohli v důsledku vzniklých kmitů části těchto kulis poničit, odtrhnout, či dokonce zranit některého z účinkujících.

2.2 Způsob řízení

Podívejme se, proč lze použít kaskádní regulace. Náš systém má jeden vstup (hnací moment působící na buben, resp. vstupní napětí motoru) a více výstupů (úhlová rychlost, úhel natočení hřídele a proud procházející motorem.) Nejrychleji na změnu vstupu bude reagovat proud motoru, následně úhlová rychlost a nejpomalejší bude reakce úhlu natočení. Právě pro takovéto případy se používá kaskádní regulace[6]. Budeme tedy navrhovat regulátor proudu motoru a následně regulátor úhlové rychlosti a úhlu natočení tak, abychom docílili co nejméně kmitavé regulace rychlosti a polohy zátěže na požadovanou hodnotu. Podrobnější popis návrhu kaskádní struktury viz kapitola 5.

3. Matematický model systému

Vytvoření vhodného modelu daného systému, popřípadě situace, je základním kamenem většiny kybernetických úloh, nejen úloh řízení systémů. Bez vhodného modelu nejsme schopni vhodně použít metody pro práci se systémy. Pokud nebude vytvořen vhodný model, nemůžeme systémy řídit, či optimalizovat jejich chování.

Model můžeme chápat jako jisté zjednodušení zkoumané skutečnosti, jako abstrakci reálné podoby. Je očividné, že toto zjednodušení nebude nikdy přesně popisovat reálnou situaci, avšak úkolem návrháře, je používat při tvorbě modelu pouze taková zjednodušení, která zajistí, aby byl model dobrou aproximací reálného procesu. Takovéto modely mohou být kupříkladu fyzikální (neuronu pomocí RC článků). Pro další práci s takovými modely přecházíme od fyzikálních modelů k modelům matematickým, odvozených použitím formulovaných fyzikálních zákonů. Dostáváme tedy matematický popis systému. Nežřídká se setkáváme i s případy, kdy vůbec nevyužíváme fyzikální model (nelze vytvořit) a přímo vytváříme model matematický (například optimalizace systémů hromadné obsluhy atd.) .

V našem případě si ovšem systém znázorníme pomocí fyzikálních veličin, vytvoříme idealizovaný fyzikální model, a následně vytvoříme matematický model. Tento model bude deterministický, tedy bude jednoznačně popisovat zkoumaný proces.

3.1 Fyzikální model

Náš systém se skládá ze stejnosměrného motoru spojeného s navíjecím bubnem, na němž je lano se zátěží. Popišme si tedy jednotlivé části systému.

3.1.1 Stejnosměrný motor

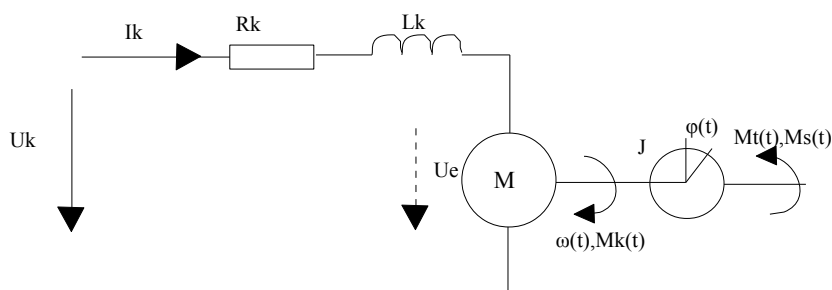
Stejnosměrný motor je zařízení sloužící k přeměně elektrické energie na mechanickou. Je poháněn stejnosměrným proudem. Základním principem stejnosměrného elektromotoru je působení Lorentzovy síly na vodič, kterým prochází proud, v magnetickém poli. Každý takovýto motor je složen z části statické, statoru, a dynamické, rotoru. Stator je tvořen dvěma trvalými magnety (nebo elektromagnety), má tedy severní a jižní pól. Zatímco rotor je tvořen cívkou z magneticky měkké oceli. Vinutím cívky rotoru prochází elektrický proud, který indukuje magnetické pole. Rotor se tedy chová jako magnet a reaguje na stator, souhlasné póly se odpuzují a opačné póly se přitahují. Začne se tedy otáčet. Aby se nezastavil obsahují elektromotory součástku zvanou komutátor, která změní směr proudu protékajícího cívkou rotoru ve chvíli,

3 MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU

kdy jsou k sobě nejbližše opačné póly obou magnetů.

Jelikož motor převádí elektrickou energii na mechanickou, jeho idealizovaný fyzikální model musí mít také elektrickou a mechanickou část.

Elektrickou část znázorňuje na (Obr. 3.1) elektrický obvod, kde R_k je odpor na vinutí rotoru (kotvy), indukčnost cívky je L_k , $I_k(t)$ vyjadřuje procházející proud, $U_k(t)$ vstupní napětí (na zdroji) a nakonec $U_e(t)$, které reprezentuje napětí vzniklé rotací kotvy.

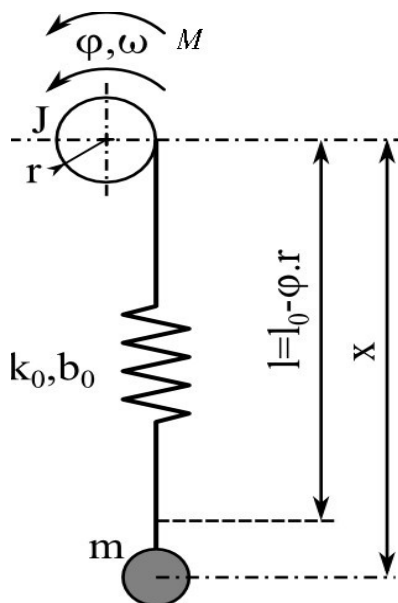


Obr. 3.1

Mechanickou část na (Obr. 3.1) znázorňuje hřídel motoru, kroučící moment je

$M_k(t)$, $M_s(t)$ je setrvačný moment, $M_t(t)$ určuje moment třecí. Hřídel se otáčí s úhlovou rychlostí $\omega(t)$, úhel natočení je $\phi(t)$. J označuje moment setrvačnosti rotoru.

3.1.2 Naviják s pružným lanem



(Obr. 3.2)

Uvažujme následující idealizaci (Obr.3.2) . Na navíjecí buben o poloměru r a momentu setrvačnosti J působí kroutící moment M . Navíjecí buben se bude tedy otáčet s úhlovou rychlostí ω , úhel ϕ poté symbolizuje aktuální úhel natočení bubnu. Uvažujme nyní, že lano je nehmotné. Nahradíme ho tedy pružinou a tlumičem. Tuhost pružiny k a koeficient viskózního tlumení b , však závisí na délce aktuálně odvinutého lana l . Tuto závislost vyjádříme vztahy (3.1), (3.2) a (3.3), kde k_0 a b_0 jsou popořadě tuhost pružiny a konstanta viskózního tlumení při jednotkové délce lana. l_0 odpovídá počáteční délce odvinutého lana[5]. Hodnota x (Obr.3.2) je rovna aktuální poloze zátěže a m její hmotnosti.

$$k = \frac{k_0}{l} \quad (3.1)$$

$$b = \frac{b_0}{l} \quad (3.2)$$

$$l = l_0 - \phi \cdot r \quad (3.3)$$

3.1.3 Odvození dynamických rovnic

Jelikož má náš systém elektrickou i mechanickou část budeme odvozovat dva základní typy dynamických rovnic. Tedy dynamické rovnice elektrického systému a dynamické rovnice mechanického systému (pohybové rovnice).

Nejprve se zaměříme na elektrickou část problému. Pro řešení elektrických sítí (část Obr.3.1) formuloval Gustav Robert Kirchhoff dva zákony. První se týkal uzlů v elektrických obvodech. Druhý se ovšem vztahuje k uzavřeným obvodům (zákon zachování energie). Přesněji říká, že součet úbytků napětí v uzavřené smyčce je roven nule. Úbytek napětí v kladném směru je ve směru proudu, v záporném pak proti směru proudu. Označíme-li úbytek napětí na impedanci odporu vinutí cívky

$U_R(t)$ a úbytek napětí na impedanci na cívce $U_L(t)$, dostaneme vzorec (3.4) pro součet napětí v naší uzavřené smyčce. Jednotlivé úbytky $U_R(t)$, $U_L(t)$ a $U_e(t)$ můžeme vyjádřit následovně, kde k_e je napěťová konstanta:

$$U_R(t) + U_L(t) + U_e(t) - U_k(t) = 0 \quad (3.4)$$

$$U_R(t) = R_k \cdot i(t) \quad (3.5)$$

$$U_L(t) = \frac{di_k(t)}{dt} \cdot L_k \quad (3.6)$$

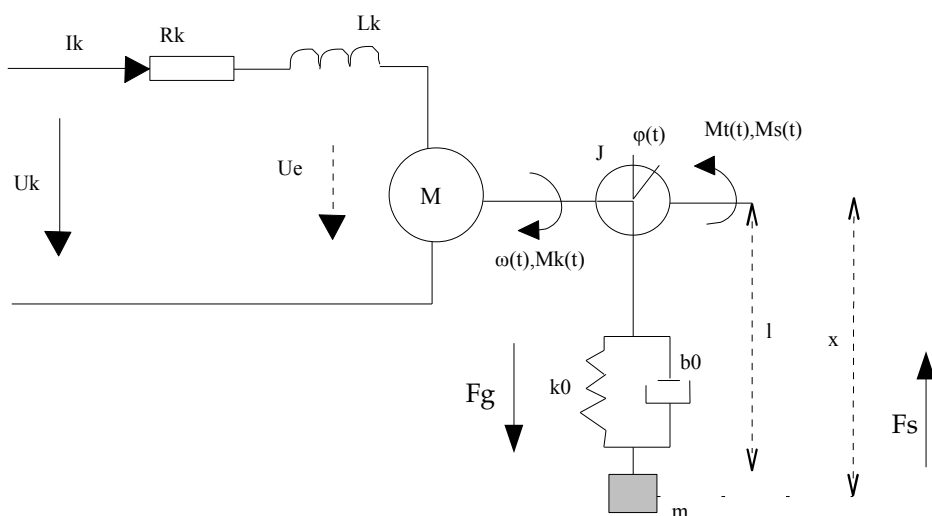
$$U_e(t) = k_e \cdot \omega(t) \quad (3.7)$$

3 MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU

Dosazením vztahů (3.5), (3.6) a (3.7) do rovnice (3.4) dostáváme tvar dynamické rovnice elektrické části systému, ze kterého budeme později vycházet:

$$R_k \cdot i(t) + \frac{di_k(t)}{dt} \cdot L_k + k_e \cdot \omega(t) - U_k(t) = 0 \quad (3.8)$$

Pro odvození pohybových rovnic (mechanická část) si ukažme symbolické schema celého systému (Obr.3.3)



(Obr.3.3)

K odvození pohybových rovnic mechanických systémů se používají nejčastěji dvě základní metody: Newton-Eulerova metoda a Lagrangeova metoda. Newton-Eulerova metoda spočívá v rozložení systému na jednotlivá tělesa a určení podmínek dynamické rovnováhy pro každé z nich. Využívá k tomu Newtonových pohybových zákonů. Zákon setrvačnosti: "Těleso setrvává v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu, není-li nuceno nějakou silou svůj stav změnit." Tento zákon nám vymezuje inerciální vztážené soustavy (takové vztážené soustavy, ve kterých platí Zákon setrvačnosti). Druhý Newtonův zákon, tzv. Zákon síly, je odvozen pouze v inerciálních vztážených soustavách a říká, že změna hybnosti je úměrná působící síle a má stejný směr. Tedy:

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt} \cdot m \cdot v = \frac{m \cdot dv}{dt} = m \cdot a \quad (3.9)$$

Podmínky dynamické rovnováhy jsou určeny zákony zachování. V našem případě použijeme Zákon zachování hybnosti (3.10) a Zákon zachování momentu hybnosti

3 MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU

(3.11).

$$\sum F_i = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.10)$$

$$\sum M_i = \sum r_i \times F_i = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.11)$$

Oproti tomu Lagrangeova metoda využívá celkovou kinetickou T , potenciální energii V systému a momenty sil působících na systém. Lagrangeovské rovnice jsou dány předpisem:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad (3.12)$$

,kde opět $1 \leq i \leq n$ n je počet stепенů volnosti a L je tzv. Lagrangian. $L=T-V$. Q_i označuje zobečněné síly a q_i zobečněné souřadnice [2].

V našem případě se zdá vhodnější použít Newton-Eulerovu metodu, není totiž příliš obtížné určit jednotlivá tělesa a jejich podmínky dynamické rovnováhy.

Nejprve se tedy zaměříme na navíjecí buben. Jedná se o rotační pohyb, pro stanovení podmínky dynamické rovnováhy uijeme tedy Zákon zachování momentu hybnosti (3.11). Působící momenty jsme již popsali v bodech (3.1.1) a (3.1.2). Pokud bychom na navíjecím bubnu neměli zátěž na pružném laně byla by podmínka rovnováhy:

$$M_k + M_t + M_s = 0 \quad (3.13)$$

Kroutící (hnací) moment je dán vztahem (3.14), kde k_m je momentová konstanta motoru, třecí moment vztahem (3.15), kde b_h je konstanta viskózního tření hřídele motoru, a setrvačný moment vztahem (3.16), kde $J = (J_m + J_z)$, J_z je setrvačnost zátky a J_m setrvačnost motoru.

$$M_k = k_m \cdot i_k(t) \quad (3.14)$$

$$M_t = -b_h \cdot \omega \quad (3.15)$$

$$M_s = -J \cdot \dot{\omega} \quad (3.16)$$

Dosazením těchto vztahů do (3.13) dostáváme:

3 MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU

$$k_m \cdot i_k(t) - b_h \cdot \omega(t) - J \cdot \dot{\omega}(t) = 0 \quad (3.17)$$

Avšak, jelikož zátěž je na pružném laně, musíme do této rovnice zahrnout i působení pružiny a tlumení. Pohybová rovnice pro navíjecí buben je poté:

$$k_m \cdot i_k(t) - b_h \cdot \omega(t) - J \cdot \dot{\omega}(t) - k \cdot (x - l) \cdot r - b \cdot (\dot{x} - \dot{l}) \cdot r = 0 \quad (3.18)$$

Pokud do této rovnice dosadíme ze vztahů (3.1), (3.2) a (3.3) za k , b a l dostáváme nelineární pohybovou rovnici pro navíjecí buben:

$$k_m \cdot i_k - \frac{k_0}{(l_0 - r \cdot \phi)} \cdot (x - l_0 + r \cdot \phi) \cdot r - \frac{b_0}{(l_0 - r \cdot \phi)} \cdot (\dot{x} + r \cdot \dot{\phi}) \cdot r - b_h \cdot \omega = J \cdot \ddot{\phi} \quad (3.19)$$

Nyní upřeme svou pozornost na zátěž na pružném laně. Uvažujeme, že pohyb zátěže je pouze vertikálním translačním pohybem, zátěž reprezentujeme hmotným bodem. Působí na ni tedy tíhová síla F_g a setrvačná síla F_s , viz obrázek (Obr.3.3), pro které platí, viz druhý Newtonův zákon (3.9):

$$F_g = m \cdot g \quad (3.20)$$

$$F_s = -m \cdot \ddot{x} \quad (3.21)$$

Kde g je tíhové zrychlení. Dále nesmíme zapomínat, že stále pracujeme s pružným lanem. Na těleso tedy působí i síla pružiny (rozumněj lana) (3.22) a tlumící síla lana (3.23):

$$F_{kl} = -k \cdot (x - l) \quad (3.22)$$

$$F_{bl} = -b \cdot (\dot{x} - \dot{l}) \quad (3.23)$$

Použijeme-li zákon zachování hybnosti (3.10) dostáváme rovnici:

$$F_g + F_s + F_{kl} + F_{bl} = 0 \quad (3.24)$$

$$m \cdot g - m \cdot \ddot{x} - k \cdot (x - l) - b \cdot (\dot{x} - \dot{l}) = 0 \quad (3.25)$$

Po dosazení vztahů (3.1), (3.2) a (3.3) budeme mít nelineární pohybovou rovnici pro zátěž:

$$m \cdot g - \frac{k_0}{(l_0 - r \cdot \phi)} \cdot (x - l_0 + r \cdot \phi) - \frac{b_0}{(l_0 - r \cdot \phi)} \cdot (\dot{x} + r \cdot \dot{\phi}) = m \ddot{x} \quad (3.26)$$

Nyní již máme soustavu nelineárních rovnic (3.19) a (3.26), z ní nyní přejdeme na nelineární stavový model (již matematický model).

3.2 Nelineární stavový model

Stav systému $x(t)$ je veličina, která obsahuje celou informaci o historii systému. Pokud známe stav systému a jeho vstup, pak máme dostatek informací k určení výstupu systému. Pro vyjádření stavového modelu je třeba si určit jednotlivé proměnné vektoru stavu (stavové proměnné):

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \phi \\ x_3 &= \dot{x}_1 = \dot{x} \\ x_4 &= \dot{x}_2 = \dot{\phi} = \omega \\ x_5 &= i \end{aligned} \quad (3.27)$$

Po dosazení do pohybových rovnic (3.8), (3.19) a (3.26) můžeme psát diferenciální rovnice 1.řádu:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ m \cdot \dot{x}_3 &= m \cdot g - \frac{k_0}{(l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) - \frac{b_0}{(l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_3 + r \cdot x_4) \\ k_m \cdot x_5 - \frac{k_0}{(l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot r - \frac{b_0}{(l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_3 + r \cdot x_4) \cdot r - b_h \cdot x_4 &= J \cdot \dot{x}_4 \\ R_k \cdot x_5 + \dot{x}_5 \cdot L_k + k_e \cdot x_4 - U_k &= 0 \end{aligned}$$

Po menší upravě dostaneme nelineární stavový model systému:

$$\dot{x}_1 = x_3 \quad (3.28)$$

$$\dot{x}_2 = x_4 \quad (3.29)$$

$$\dot{x}_3 = g - \frac{k_0}{(m \cdot l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) - \frac{b_0}{m \cdot (l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_3 + r \cdot x_4) \quad (3.30)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k_m}{J} \cdot x_5 - \frac{k_0}{J \cdot (l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot r - \frac{b_0}{J \cdot (l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_3 + r \cdot x_4) \cdot r - \frac{b_h}{J} \cdot x_4 \quad (3.31)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{U_k}{L_k} - \frac{R_k}{L_k} \cdot x_5 - \frac{k_e}{L_k} \cdot x_4 \quad (3.32)$$

3.3 Linearizace systému

Již jsme odvodili nelineární model systému, avšak jednodušší a propracovanější je oblast analýzy systémů a návrhu řídicích systémů pro lineární dynamické systémy [1]. Budeme se tedy snažit nahradit nelineární dynamický systém jeho lineární aproximací, jež se bude za určitých podmínek svým chováním blížit chování původního systému. Vztah mezi nelineárním systémem a jeho lineární aproximací je hezky znázorněn podíváme-li se na statickou charakteristiku obou systémů. Nelineární systém vytvoří nelineární funkce, oproti tomu jeho lineární aproximace je přímkou, která nelineární křivku protne v jednom (tzv. pracovním) bodě. Proč tomu, tak je se ukáže později.

3.3.1 Určení pracovního bodu

Pracovním bodem rozumíme bod, v okolí kterého budeme linearizaci provádět. Právě v blízkém okolí tohoto bodu, se bude chování linearizované aproximace nejvíce podobat nelinearizované předloze. Tímto pracovním bodem je vždy rovnovážný (ustálený) stav. Rovnovážný stav je stav neřízeného systému, ve kterém ustane veškerý pohyb dynamickém systému. Ustálený stav je stav systému, ve kterém ustane pohyb dynamického systému při konstantním řízení. Z čehož tedy plyne, že v pracovním bodě je hodnota časové derivace vektoru stavu rovna nule. Musíme, tedy řešit homogenní soustavu rovnic:

$$0 = x_3 \quad (3.33)$$

$$0 = x_4 \quad (3.34)$$

$$0 = g - \frac{k_0}{(m \cdot l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) - \frac{b_0}{m \cdot (l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_3 + r \cdot x_4) \quad (3.35)$$

3 MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU

$$0 = \frac{k_m}{J} \cdot x_5 - \frac{k_0}{J \cdot (l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot r - \frac{b_0}{J \cdot (l_0 - r \cdot x_2)} \cdot (x_3 + r \cdot x_4) \cdot r - \frac{b_h}{J} \cdot x_4 \quad (3.36)$$

$$0 = \frac{U_k}{L_k} - \frac{R_k}{L_k} \cdot x_5 - \frac{k_e}{L_k} \cdot x_4 \quad (3.37)$$

Jednu souřadnici pracovního bodu určíme l ze vztahu (3.3) , do něhož dosadíme ze vztahu (3.27). Při délce lana l a při konstantním řízení U_k ustanou veškeré pohyby. Nyní vypočítej potřebnou hodnotu řízení. Dosadme l a vztahy (3.33), (3.34) do rovnic (3.35), (3.36) a (3.37):

$$0 = g - \frac{k_0}{(m \cdot l)} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \quad (3.35b)$$

$$0 = \frac{k_m}{J} \cdot x_5 - \frac{k_0}{J \cdot l} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot r \quad (3.36b)$$

$$0 = \frac{U_k}{L_k} - \frac{R_k}{L_k} \cdot x_5 \quad (3.37b)$$

Z (3.37b) dostaneme:

$$x_5 = \frac{U_k}{R_k} \quad (3.38)$$

Jeho dosazením (3.38) do (3.36) získáme:

$$0 = \frac{k_m \cdot U_k}{J \cdot R_k} - \frac{k_0}{J \cdot l} \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot r$$

$$0 = \frac{k_m \cdot U_k \cdot (l_0 - r \cdot x_2) - k_0 \cdot r \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot R_k}{J \cdot R_k \cdot l}$$

Jelikož J, R_k i l jsou nenulové, další úpravy jsou následující:

$$0 = k_m \cdot U_k \cdot (l_0 - r \cdot x_2) - k_0 \cdot r \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2) \cdot R_k$$

$$0 = k_m \cdot U_k \cdot l_0 - k_m \cdot U_k \cdot r \cdot x_2 - R_k \cdot r \cdot k_0 \cdot x_1 + k_0 \cdot l_0 \cdot r \cdot R_k - k_0 \cdot r^2 \cdot x_2 \cdot R_k$$

$$k_0 \cdot x_1 = \frac{k_m \cdot U_k \cdot l_0 + k_0 \cdot l_0 \cdot r \cdot R_k - x_2 \cdot (k_m \cdot U_k \cdot r + k_0 \cdot r^2 \cdot R_k)}{R_k \cdot r} \quad (3.39)$$

Nyní začněme upravovat rovnici (3.35), když platí, že m a l jsou nenulové:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{m \cdot g \cdot (l_0 - r \cdot x_2) - k_0 \cdot (x_1 - l_0 + r \cdot x_2)}{(m \cdot l)} \\ 0 &= m \cdot g \cdot (l_0 - r \cdot x_2) - k_0 \cdot x_1 + k_0 \cdot (l_0 - r \cdot x_2) \\ 0 &= -k_0 \cdot x_1 + (m \cdot g + k_0) \cdot (l_0 - r \cdot x_2) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Dosazením (3.39) do (3.40), a jelikož r je také nenulové, po úpravách dostáváme:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{((m \cdot g + k_0) \cdot R_k \cdot r - k_m \cdot U_k - k_0 \cdot r \cdot R_k) \cdot (l_0 - r \cdot x_2)}{R_k \cdot r} \\ 0 &= m \cdot g \cdot R_k \cdot r + k_0 \cdot R_k \cdot r - k_m \cdot U_k - k_0 \cdot r \cdot R_k \\ U_k &= \frac{m \cdot g \cdot R_k \cdot r}{k_m} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Linearizovat tedy budeme v pracovním bodě $U_k = \frac{m \cdot g \cdot R_k \cdot r}{k_m}$ a $l = l_0 - x_2 \cdot r$.

3.3.2 Vlastní linearizace

Jelikož jak jsem již uváděl, chování linearizace se přibližně shoduje s nelineárním dynamickým systémem pouze v blízkém okolí pracovního bodu, zavádíme tzv. Odchylkové proměnné:

$$\Delta x = x(t) - x_{prac} \quad (3.42)$$

$$\Delta U = U(t) - U_{konst} \quad (3.43)$$

Stavový vektor v pracovním bodu je :

$$x_{prac} = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{-m \cdot g \cdot r}{k_m} \right]' \quad (3.44)$$

Dosadíme-li hodnoty pracovního bodu do rovnic (3.33-3.37) dostáváme:

$$\dot{x}_1 = x_3 = f_1(x) \quad (3.45)$$

$$\dot{x}_2 = x_4 = f_2(x) \quad (3.46)$$

$$\dot{x}_3 = g - \frac{k_0 \cdot x_1}{(m \cdot l)} + \frac{k_0 \cdot l_0}{(m \cdot l)} - \frac{k_0 \cdot r \cdot x_2}{(m \cdot l)} - \frac{b_0 \cdot x_3}{m \cdot l} - \frac{b_0 \cdot r \cdot x_4}{m \cdot l} = f_3(x) \quad (3.47)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k_m}{J} \cdot x_5 - \frac{k_0 \cdot r}{J \cdot l} \cdot x_1 + \frac{k_0 \cdot l_0}{J \cdot l} - \frac{k_0 \cdot r^2}{J \cdot l} \cdot x_2 - \frac{b_0 \cdot r}{J \cdot l} \cdot x_3 - \frac{b_0 \cdot r^2 + b_h \cdot l}{J \cdot l} \cdot x_4 = f_4(x) \quad (3.48)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{U_k}{L_k} - \frac{R_k}{L_k} \cdot x_5 - \frac{k_e}{L_k} \cdot x_4 = f_5(x) \quad (3.49)$$

Pro získání linearizované stavové rovnice v odchylových proměnných použijeme Taylorův rozvoj do 1.řádu nelineárního stavového modelu. Mohu tedy vytvořit matici dynamiky lineárního systému jako matici parciálních derivací nelineárního stavového modelu ve tvaru (3.51) a vstupní matici ve tvaru (3.50).

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial U_k} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial U_k} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial U_k} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial U_k} & \frac{\partial f_5(x)}{\partial U_k} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_5(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_5(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial f_5(x)}{\partial x_5} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

3.3.3 Dynamické rovnice linearizovaného modelu

Dynamické rovnice linearizovaného modelu zapíšeme v maticovém tvaru platném pro lineární systémy (3.52). Matici dynamiky A a vstupní matici B dostaneme výpočtem příslušných matic parciálních derivací (3.50) a (3.51) výše. Jelikož nejme schopni měřit rychlost zátěže \dot{x} nebo polohu zátěže x , bude mít matice C následující tvar (3.55). Jelikož nepůsobíme vstupem přímo na výstup, matice D bude rovna nule.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{3.52}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_0}{m \cdot l} & -\frac{k_0 \cdot r}{m \cdot l} & -\frac{b_0}{m \cdot l} & -\frac{b_0 \cdot r}{m \cdot l} & 0 \\ \frac{k_0 \cdot r}{J \cdot l} & -\frac{k_0 \cdot r^2}{J \cdot l} & \frac{b_0 \cdot r}{J \cdot l} & -\frac{b_0 \cdot r^2 + b_h \cdot l}{J \cdot l} & \frac{k_m}{J} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-k_e}{L_k} & \frac{-R_k}{L_k} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_k} \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

4. Matlab\Simulink\Simscape

Simscape je jedním z rozšíření programu Simulink, které slouží k vytváření fyzikálních modelů a simulacím multifyzikálních systémů. Multifyzikálním systémem je například náš systém, ve kterém se objevují pospolu elektrické a mechanické komponenty.

Podíváme-li se na základní knihovnu tohoto systémového nástroje vidíme, že můžeme vytvářet modely mimo již zmíněných elektrických a mechanických systémů i systémů hydraulických, pneumatických a tepelných a různě je v modelech kombinovat. V tomto rozšíření se mezi jednotlivými funkčními bloky fyzikálních prostředí neposílá informace, ale fyzikální signál. Zjednodušeně řečeno, pokud tedy sestavíme v prostředí nástroje Simscape například elektrický obvod, pak mezi jednotlivými bloky (součástkami) poteče proud. Pokud bychom naproti tomu spojovali hydraulické komponenty, signál mezi nimi by reprezentoval protékající kapalinu a tak dále.

Základní knihovna dále obsahuje knihovnu funkcí a operátorů pro práci s fyzikálními signály. Je zde blok například pro jejich násobení, sčítání, pro získání absolutní hodnoty, dále blok integrátoru, konstanty a další bloky, které již známe z prostředí Simulink. Zde jich je, ovšem, jen omezený počet. Pro komunikaci se standardním prostředím Simulink a jeho bloky, jsou vytvořeny bloky v knihovně Utilities. Nalezneme zde bloky pro převod fyzikálního signálu na signál Simulinku a zpět. Mimo jiné obsahuje také blok solver configurations, ale o něm se blíže zmíníme později. Pro přesný a úplný popis systému doporučuji nápovědu [10].

4.1 Knihovna Electrical

Nyní se podívejme blíže na knihovny potřebné k sestavení modelu našeho systému. Jako první se věnujme knihovně k tvorbě elektrických modelů Electrical. Tuto knihovnu tvoří tři základní sekce, které nalezneme v každé knihovně fyzikální oblasti. Jsou to sekce: prvky, senzory a zdroje.

Upřeme-li pohled k části prvků, vždy zde nalezneme základní součástky k vytvoření žádaného systému v dané fyzikální oblasti. V případě electrical zde vidíme kondenzátory, rezistory, cívky, diody, uzemění, ba dokonce elektromechanické převodníky. Zkrátka základní díly používané v elektrických obvodech. Co se senzorů týče, obsahem této sekce je pouze ampérmetr a voltmetr. O poznání bohatší je podknihovna zdrojů. Kromě klasických stejnosměrných a střídavých napěťových a proudových zdrojů můžeme vybírat i ze zdrojů říditelných. Základním modelem je řízený napěťový či proudový zdroj, na vstup bloku přivádíme požadovanou hodnotu řízené

veličiny. Další možnostmi jsou napětím, či proudem řízený proudový, nebo napěťový zdroj, kde napětí (proud) v jednom obvodu určuje napětí (proud) na zdroji druhého obvodu.

Pro vytvoření našeho modelu použijeme, jak naznačují již (Obr.3.1 a Obr.3.3), blok cívky (induktor) (jelikož v tomto bloku je možné přímo určit i odpor vinutí, není třeba zapojovat do modelu blok rezistoru), ampérmetr (current sensor), rotační elektromechanický převodník (rotational electromechanical converter), který bude reprezentovat více veličin (později se blíže seznámíme s nastavením), elektrický referenční bod (electrical reference), neboli uzemění, a použijeme řízený napěťový zdroj (controlled voltage source).

4.2 Knihovna Mechanical

Oproti knihovně Electrical, zde nalezneme menší změny. Sekce prvků (elements) je rozdělena na dvě části: rotační (rotational elements) a posuvné (translation elements). U obou skupin jsou však ideově shodné prvky jako pružina, tlumení, tření, referenční bod. Dále je zde blok hmoty u posuvných prvků a k ní ekvivalentní setrvačnost u prvků rotačních. Další změnou je přírůstek v podobě sekce mechanismů (Mechanism) obsahující blok převodovky, páky a kola s nápravou. V již známé podsekcí senzory (sensors) nacházíme ideální senzory síly a momentu síly, dále pak ideální senzory pohybu (rotačního i translačního), které snímají rychlost a polohu (úhel). Nakonec se dostáváme k sekci zdrojů (sources), kde nás jistě nepřekvapí přítomnost ideálního zdroje síly, momentu síly a rychlostí (úhlové, translační).

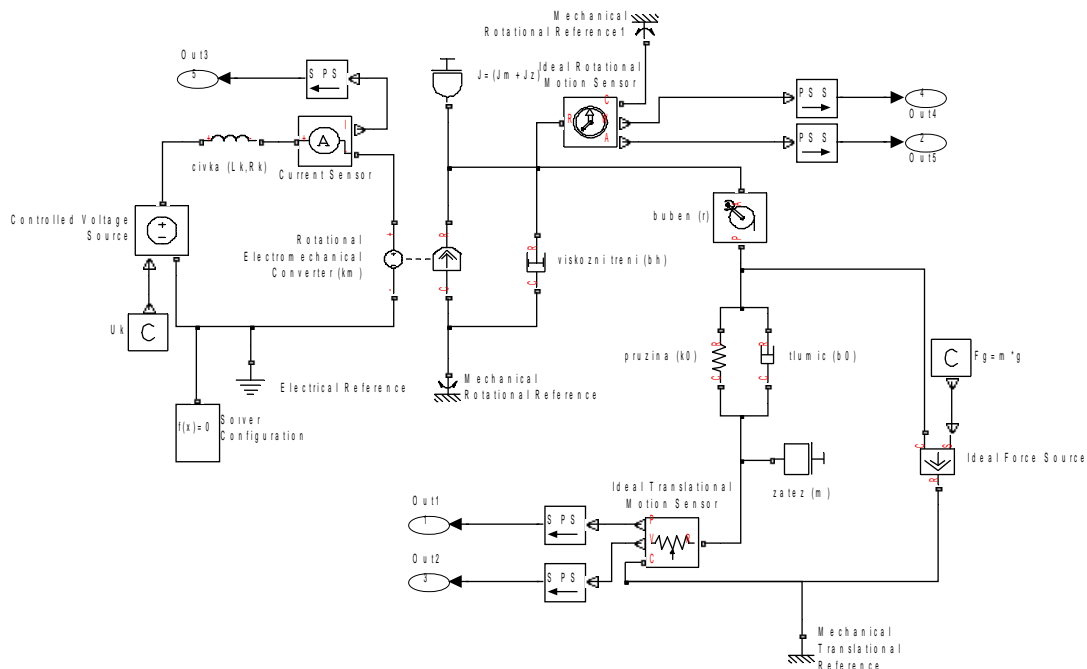
Opět prozkoumáme, jaké bloky by se daly použít pro náš model. Tentokrát nám budou inspirovat (Obr.3.2) a (Obr.3.3). Začneme-li rotační částí, pak je třeba použít blok momentu setrvačnosti (inertia), blok rotačního tření (rotational friction) a referenční bod (mechanical rotational reference). Pro zjišťování hodnoty úhlové rychlosti a úhlu bude třeba použít ideální senzor rotačního pohybu (ideal rotational motion sensor). Neopomenutelnou součástí modelu je převodník z rotačního pohybu na translační, k tomuto účelu by mohl posloužit blok kola s nápravou (wheel and axle) ze sekce mechanismů. K modelování posuvného pohybu zátěže bude třeba hmota (mass), ideální zdroj síly (ideal force source) k realizaci působení gravitace, pružinu (translational spring), tlumič (translational damper) a samozřejmě referenční bod (mechanical translational reference). Popřípadě k měření polohy a rychlosti zátěže můžeme do modelu přidat i ideální senzor translačního pohybu (ideal translational motion sensor).

4.3 Model zadaného systému

Již jsme si tedy vypsalí bloky pro sestavení modelu našeho zadaného systému v prostředí softwarového nástroje Simscape. K němu je třeba ze základní knihovny připojit další bloky potřebné pro simulaci.

Nejdůležitější je blok Solver Configuration, který specifikuje globální informaci o prostředí vyžadovanou modelem pro simulaci, stanový parametry hlavního solveru, které jsou potřeba před začátkem simulace. Každý model musí tento blok obsahovat. Vnitřnímu nastavení nebudeme věnovat větší pozornost a ponecháme počáteční přednastavené hodnoty.

Další přídavné bloky slouží pouze k možnosti sledování výstupů pomocí standardních prostředků prostředí simulink (Scope, ToWorkspace). Jelikož Scope není schopen sledovat výstup ze senzoru v podobě vycházejícího fyzikálního signálu, je třeba tento signál transformovat do signálu používaného v prostředí Simulink. Jak bylo již výše naznačeno, k tomuto účelu slouží blok PS-simulink converter. Pro přechod v opačném směru slouží Simulink-PS converter. Posledními přidanými bloky budou konstanty vstupního napětí a gravitační síly.



(Obr.4.1)

Na obrázku (Obr.4.1) je vytvořený model. U většiny bloků je znázorněno, jaké jsou jejich parametry, popřípadě jaké veličiny znázorňují, přesto si dovolme nastavení některých z nich popsat více.

Začneme rotačním elektromechanickým převodníkem. Jeho funkci přesně vystihuje název tohoto bloku. Převádí elektrickou energii na rotační pohyb. Na straně elektrického obvodu vytváří napětí ekvivaletní napětí $U_e(t)$, konstanta k_e vyjadřuje závislost tohoto napětí na otáčkách motoru. Na straně mechanické vytváří kroutící moment motoru. V našem matematickém modelu je momentovou konstantou k_m určena závislost kroutícího momentu na procházejícím proudu. Máme tedy dvě konstanty, které bychom měli definovat do modelu, tento blok má však pouze jeden parametr K. Znamená to tedy, že nejsme schopni tento systém modelovat? Jiný blok použít nelze a tento se zdá být nevhodný. Avšak pokud uděláme další malé zjednodušení naší situace a budeme uvažovat (stejně jako tento blok) bezztrátový převod elektrické energie na mechanickou, pak se obě konstanty rovnají, a proto nám stačí zadat pouze jednu z nich. Pro přehlednost píš:

$$k_m = k_e \quad (4.1)$$

Jako parametr tedy bude sloužit momentová konstanta motoru v jednotkách [V/(rads/s)].

Dalším blokem, u kterého blíže poukáží na nastavení, je cívka (induktor), zde je možné nastavit, jak jsem již zmiňoval, indukčnost (parametr Lk) a odpor na vinutí (Rk). Mimo to lze také nastavit počáteční proud na cívce, čehož později využijeme. Za zmínku, alespoň velmi stručně, stojí i blok kolo s nápravou (buben). Zde je možné nastavit poloměr kola (v našem případě navíjecího bubnu) a dále směr otáčení (kladný či záporný). Byl nastaven záporný, tedy při otáčení nápravy v kladném směru se bude zátěž pohybovat ve směru záporném.

4.4 Porovnání modelů

Byly vytvořeny dva různé modely jednoho systému, nyní je třeba zjistit, jestli jsme je sestavili správně. Z modelů vytvořených v prostředí Simscape, lze automaticky vytvořit linearizovaný model použitím příkazu linmod v prostředí matlab. Nejprve tedy upravíme vytvořený model (Obr.4.1) a místo vstupní konstanty U_k přivedeme na vstup zdroje napětí signál ze simulinkového bloku in přes Simulink-PS converter. Na správnosti jednotlivých parametrů nyní příliš nezáleží, volme je tedy následovně: $m=100[\text{kg}]$, $r=0.5[\text{m}]$, $g=-9.81[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$, $J_m=123\text{e-}7 [\text{kg}\cdot\text{m}^2]$, $k_0=1000[\text{N}/\text{m}]$, $l_0=0[\text{m}]$,

$l=1[\text{m}]$, $k_m=0.266[\text{Nm/A}]$, $R_k=24.9[\Omega]$, $L_k=0.0064[\text{H}]$, $b_h=4.3323\text{e-}5[\text{N}\cdot\text{m}/(\text{rad/s})]$, $b_0=3[\text{N}/(\text{m/s})]$. Dále pak pro J platí:

$$J = J_m + J_z \quad (4.2)$$

$$J_z = \frac{m \cdot r^2}{2} \quad (4.3)$$

Později využijeme i (3.41) pro U_k (konstatní řízení při ustáleném stavu).

Nyní když již máme navolené parametry, můžeme provést linearizaci modelu pomocí příkazu `linmod`. Vypišme nyní dynamickou a vstupní rovnici výsledné linearizace.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3891 & -41.56 & 0 \\ -20 & -40 & 0.02128 & -0.06 & -0.12 \\ -5 & -10 & 0 & -0.015 & -0.03 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$B = [0 \ 0 \ 156.25 \ 0 \ 0]' \quad (4.5)$$

Dosazením zvolených parametrů do námi vypočtených dynamických rovnic linearizovaného systému (3.53),(3.54) a porovnáním výsledků (4.6),(4.7) s výše uvedenými maticemi (4.4),(4.5), zjišťujeme, že jsme vypočítali linearizaci správně (minimálně stejně správně jako matlab). Matice se totiž shodují (jen jsou zpřeházené jednotlivé stavy).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -10 & -5 & -0.03 & -0.015 & 0 \\ -40 & -20 & -0.12 & -0.06 & 0.02128 \\ 0 & 0 & 0 & -41.56 & -3891 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

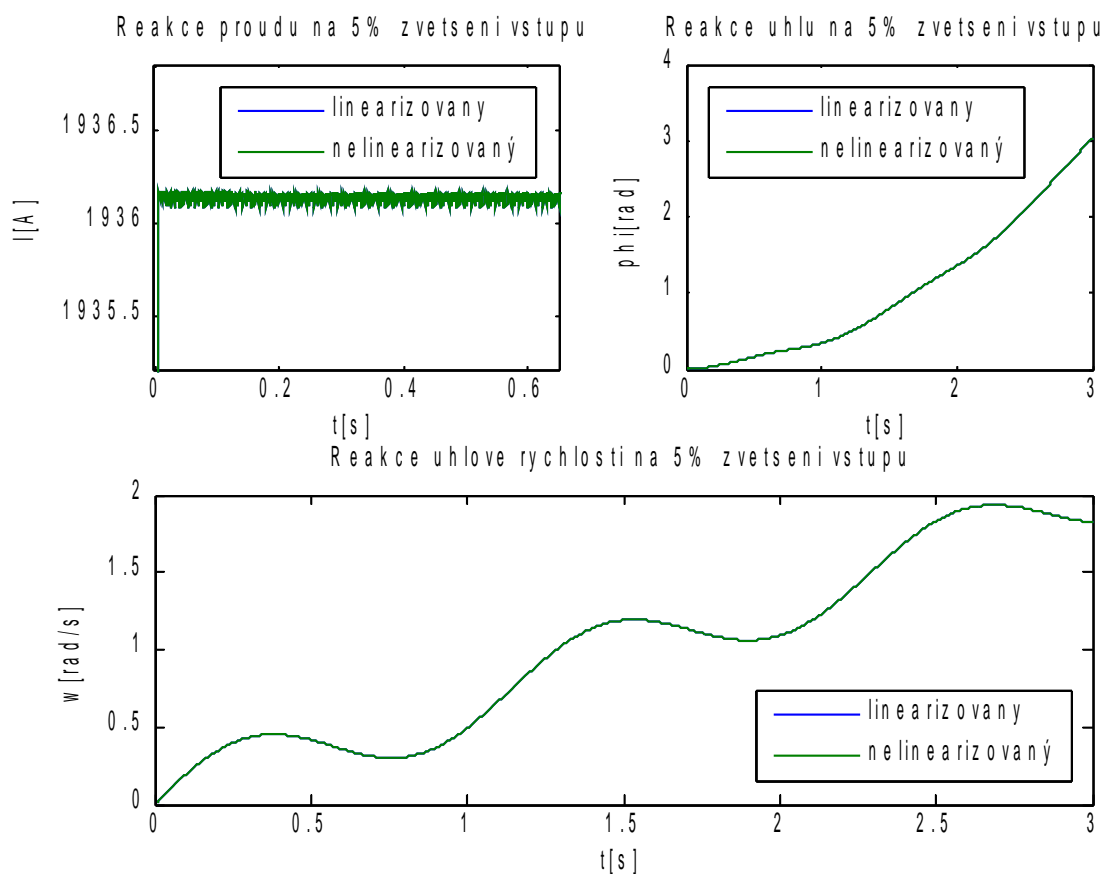
$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 156.25]' \quad (4.7)$$

Nyní porovnejme, jak se shoduje s linearizací přímo s nelinearizovaným modelem v prostředí Simscape. Použijeme přímo tvar modelu z obrázku (4.1). Na vstup přivedeme vypočítanou hodnotu U_k konstantního řízení zvýšenou o 5 procent, abychom viděli reakci obou systémů na skok. Do bloku cívky nastavíme počáteční proud

podle (3.44), hodnoty stavu x_5 . U linearizovaného modelu bude třeba provést korekci vstupu (4.8) a výstupu, jelikož jak bylo zmíněno v kapitole 3.3.2, linearizace se provádí v odchylových proměnných.

$$U_{korekce} = U_k \cdot 1.05 - U_k \quad (4.8)$$

Korekcí výstupu bude přičtení hodnoty stavu x_5 z (3.44) k výstupu systému. Ukažme si tedy, jak vypadá reakce proudu, úhlové rychlosti a úhlu otočení obou modelů (Obr.4.2). Jak lze pozorovat, obě křivky na každém z grafů se navzájem překrývají. Mohu tedy tvrdit, že linearizace plně vyhovuje nelineárnímu modelu v blízkém okolí ustáleného stavu.



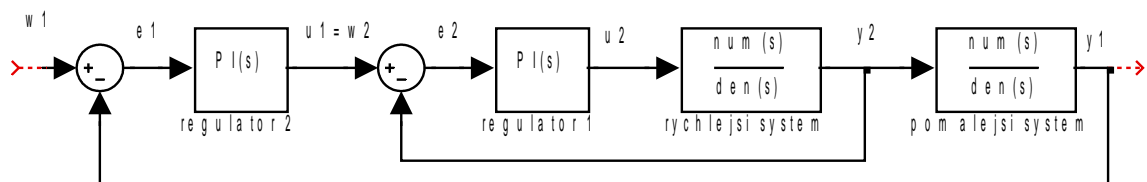
(Obr.4.2)

5. Návrh regulátorů

Jak již bylo naznačeno dříve, naším úkolem je navrhnout regulační obvod tak, abychom byly schopni významně potlačit přirozené kmity zátěže a zároveň řídit její polohu, přestože jsme schopni sledovat pouze proud procházející vinutím motoru, natočení hřídele motoru a její rychlost otáčení. K tomuto účelu, bude použita kaskádní regulace.

5.1 Kaskádní regulace

Nejdříve se podívejme na základní strukturu kaskádní regulace (Obr.5.1).



(Obr.5.1)

Tímto způsobem můžeme pokračovat i pro soustavu s více podsystémy. Důležité je, si uvědomit a řídit se pravidlem, že čím je regulační smyčka rychlejší (čím rychleji reaguje na změnu vstupu), tím hlouběji musí být uvnitř regulační kaskády. Vidíme, že výstup podřadné smyčky je vstupem nadřazeného systému. Podíváme-li se zpět do kapitoly 3, můžeme si lehce odvodit, že y_2 (Obr.5.1) je proud procházející motorem, který má přímý vliv na hnací moment motoru resp. navíjecího bubnu (popřípadě jím může přímo být, záleží pouze na reprezentaci systému). Dále y_1 je úhlová rychlost hřídele motoru (bubnu), u_2 je vstupní napětí motoru a w_1 je požadovaná rychlost.

Správně nastavená vnitřní regulační smyčka, odreguluje poruchy svého systému a zajistí, že vstupní hodnota pomalejšího systému bude přímo rovna hodnotě řízení u_1 .

Je třeba, aby tato vnitřní smyčka byla rychlejší než nadřazená, aby byla schopna se vypořádat s regulačními odchylkami a věrně popisovala požadovanou hodnotu w_2 . Nejprve budeme tedy muset navrhnout smyčku regulátoru proudu. Pokud se nám podaří tento regulátor nastavit správně pak požadované řízení od regulátoru otáček,

se přímo objeví na vstupu systému navíjecího bubnu. Zda-li se nám to povedlo, a co by se stalo bez vnitřní regulační smyčky si ukážeme později. Po nastavení regulátoru proudu bude třeba navrhnout smyčku regulace rychlosti a jí nadřezanou smyčku regulace úhlu otočení.

5.2 Regulátor proudu

5.2.1 Symbolický návrh

Nejprve si odvodíme ze vztahů (3.17) a (3.8), které vlastně představují dynamické rovnice motoru jeho stavový popis. Nejprve si je tedy přepíšeme:

$$\frac{di_k(t)}{dt} = \frac{U_k(t) - R_k \cdot i(t) - k_e \cdot \omega(t)}{L_k} \quad (5.1)$$

$$\frac{k_m \cdot i_k(t) - b_h \cdot \omega(t)}{J} = \dot{\omega}(t) \quad (5.2)$$

Určením stavových proměnných $x_1 = i_k$ a $x_2 = \omega$ dostaneme lineární stavový popis, který můžeme vyjádřit následující maticí dynamiky systému A_i a B_i vstupní maticí:

$$A_i = \begin{bmatrix} \frac{-R_k}{L_k} & \frac{-k_e}{L_k} \\ \frac{k_m}{J} & \frac{-b_h}{J} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{Lk} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Jelikož chceme navrhnout regulátor proudu, pak i sledovaným výstupem tohoto systému by měl být proud. Výstupní matice C_i má tedy tvar (5.5). Matice přímého působení vstupu na výstup $D=0$.

$$C_i = [1 \quad 0] \quad (5.5)$$

Z těchto rovnic si nyní vypočítáme přenos systému $F_i(s)$ dosazením vztahů (5.3),

(5.4) a (5.5) do vztahu:

$$F_i(s) = C_i \cdot \frac{\text{adj}(s \cdot I - A_i)}{\det(s \cdot I - A_i)} \cdot B_i \quad (5.6)$$

Vyjádřeme si ještě matici $(s \cdot I - A_i)$, její determinant a matici k ní adjungovanou:

$$(s \cdot I - A_i) = \begin{bmatrix} s + \frac{R_k}{L_k} & \frac{k_e}{L_k} \\ -\frac{k_m}{J} & s + \frac{b_h}{J} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\text{adj}(s \cdot I - A_i) = \begin{bmatrix} s + \frac{R_k}{L_k} & -\frac{k_e}{L_k} \\ \frac{k_m}{J} & s + \frac{b_h}{J} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\det(s \cdot I - A_i) = s^2 + \left(\frac{R_k}{L_k} + \frac{b_h}{J}\right) \cdot s + \frac{R_k \cdot b_h + k_m \cdot k_e}{L_k \cdot J} \quad (5.9)$$

Odtud tedy můžeme psát výsledný přenos proudu motoru. Pokud si navíc uvědomíme, že momentová konstanta je rovna konstantě zpětného indukovaného napětí, viz kapitola 4, vztah (4.1), dostáváme:

$$F_i(s) = \frac{\frac{1}{L_k} \cdot s + \frac{b_h}{L_k \cdot J}}{s^2 + \left(\frac{R_k}{L_k} + \frac{b_h}{J}\right) \cdot s + \frac{R_k \cdot b_h + k_m \cdot k_e}{L_k \cdot J}} \quad (5.10)$$

Jelikož vnitřní proudová smyčka je mnohem rychlejší než smyčka úhlové rychlosti, můžeme uvažovat při návrhu regulátoru proudu situaci, kdy je motor zcela zastaven. Moment setrvačnosti J je tedy nekonečně velký.

Lepší pro pochopení je nejspíše pohled z druhé strany. Uvažujme elektrickou a mechanickou část motoru jako dva oddělené systémy, kde výstupní proud elektrické části je přímo úměrný vstupnímu momentu části mechanické. Podíváme-li se na (5.1) vidíme, že proud v obvodu je ovlivňován otáčením hřídele motoru. Avšak, protože regulace proudu je mnohem rychlejší než reakce hřídele, indukované napětí se bude projevovat velmi pomalu a regulátor ho bude schopen dobře kompenzovat, můžeme ho tedy zanedbat. V případě velmi malého momentu setrvačnosti, velmi

rychlé reakce otáček motoru, již bude tato porucha více zřetelná a toto zanedbání by bylo chybné (Obr.5.5). Ke konci práce však ukáží, že pro náš případ jsme si mohli toto zjednodušení dovolit. Pro model v Simscape je přenos (5.10) přímým popisem, my však budeme používat zjednodušený idealizovaný přenos (5.11) pro návrh regulátoru. Tento přenos vznikne z (5.10) uvažováním nekonečného momentu setrvačnosti či z (5.1) zanedbáním zpětného indukovaného napětí.

$$F_i(s) = \frac{1}{s + \frac{R_k}{L_k}} \quad (5.11)$$

Jedná se o stabilní systém prvního řádu. Statické zesílení K_{si} je (5.12) a časová konstanta T_i je (5.13). Nyní si rozeberme jaký můžeme použít regulační člen. Použitím přímo-vazebního regulátoru se odchýlíme od kaskádní struktury, regulátor by tedy nebyl schopen reagovat na poruchy, ani kompenzovat indukované napětí. Použitím zpětno-vazebního P regulátoru, bychom zase dostali přesnou požadovanou hodnotu až při nekonečné hodnotě proporcionální konstanty viz uzavřená regulační smyčka (5.14):

$$K_{si} = \frac{1}{R_k} \quad (5.12)$$

$$T_i = \frac{L_k}{R_k} \quad (5.13)$$

$$F_{uPi}(s) = \frac{\frac{K_p}{L_k}}{s + \frac{R_k + K_p}{L_k}} \quad (5.14)$$

Další možností je tedy I regulátor, s ním bychom ovšem ve výsledné uzavřené smyčce dostali systém 2. řádu s kmitavou přechodovou charakteristikou. Buď bychom měli velmi vysoký překmit, nebo nedostatečně krátkou dobu regulace. Nejlepším řešením se jeví být PI regulátor. Znázorníme ho například ve tvaru:

$$F_{PI}(s) = K_p \cdot \frac{T_I \cdot s + 1}{T_I \cdot s} \quad (5.15)$$

Může se zprvu zdát, že do otevřené regulační smyčky zbytečně přidáváme nulu,

vzápětí se však ukáže, jak výhodný tento regulátor bude. Přepíšeme-li si přenos (5.11) do tvaru s čaovými konstantami, dostáváme přenos otevřené regulační smyčky pro regulaci proudu pomocí PI regulátoru ve tvaru:

$$F_{oPi}(s) = K_p \cdot K_{si} \cdot \frac{T_I \cdot s + 1}{(T_i \cdot s + 1) \cdot T_I \cdot s} \quad (5.16)$$

$$F_u(s) = \frac{F_o}{1 + F_o} \quad (5.17)$$

Pokud položíme integrační časovou konstantu regulátoru rovnu časové konstantě systému, vykrátí se nám nula otevřené smyčky s jeho pólem. Výsledkem je:

$$F_{oPi}(s) = \frac{K_p \cdot K_{si}}{T_I \cdot s} \quad (5.18)$$

Přenos uzavřené regulační smyčky (obecný předpis přenosu uzavřené regulační smyčky se zápornou zpětnou vazbou viz (5.17)) je poté opět přenos 1.řádu:

$$F_{uPi}(s) = \frac{1}{\frac{T_i}{K_p \cdot K_{si}} \cdot s + 1} \quad (5.19)$$

Pokud navíc proporcionální konstantu dáme rovnu statickému zesílení systému, bude uzavřená vnitřní regulační proudová smyčka systémem se stejnou časovou konstantou, jako měl původní systém (5.11), ke kterému jsme regulátor navrhovali. Navíc však má jednotkové statické zesílení. Dosáhli jsme tedy svého. Samozřejmě bychom zvyšováním hodnoty proporcionální konstanty zrychlovali odezvu systému, u reálného motoru bychom však museli dávat pozor na jeho přetížení. Pro naše další počínání bude hodnota $K_p = R_k$ dostatečná. Konečný přenos regulační smyčky je tedy:

$$F_{uPi}(s) = \frac{1}{T_i \cdot s + 1} \quad (5.20)$$

5.2.2 Volba parametrů modelu

Určeme si nyní hodnoty parametrů, se kterými budeme nadále pracovat. Většina parametrů motoru byla určena ze specifikace motoru v příloze. Setrvačnost motoru

$J_m=123e-7$ [kg·m²], dále pak $R_k=24.9$ [Ω], $L_k=0.0064$ [H] a $k_m=0.266$ [N·m/A]=0.266 [V/(rad/s)]= k_e . Dále jsme si řekli, že budeme uvažovat malé vizkozni tření hřídele. Konstantu viskozniho tření volme tedy $b_n=4.3323e-5$ [N·m/(rad/s)], tato hodnota je čistý odhad. To jsou všechny parametry obsažené v modelu motoru, avšak aby byl náš návrh alespoň teoreticky reálný je třeba zvýraznit další hodnoty. Jmenovité napětí motoru $U_n=48$ [V], jmenovitá rychlost $\omega_n=1080$ [rpm]=113.1 [rad/s], jmenovitý moment $M_n=0.189$ [N·m] a jmenovitý proud $i_n=0.721$ [A].

Toto jsou omezující hodnoty našeho systému. Podle nich nyní zvolme další parametry. Nejprve hmotnost zátěže a poloměr navíjecího bubnu. Minimálně je třeba, aby hnací moment motoru byl schopen kompenzovat moment vzniklý gravitační silou působící na zátěž. Řekněme tedy, že tento kompenzační hnací moment bude roven jmenovitému momentu motoru (jedná se vlastně o stanovení ustáleného stavu). Můžeme tedy psát:

$$0.189 = -m \cdot g \cdot r \quad (5.21)$$

Gravitační zrychlení je $g=-9.81$ [m·s⁻²], při odhadu parametrů ho však z důvodu ponechání si rezervy volme 10 [m·s⁻²]. Nyní je třeba zvolit m a r . Volba jedno z parametrů ovlivní ten druhý, musíme ho tedy volit v rozumných mezích. Volme $m=1$ [kg], poté $r=0.0189$ [m]. Hodnota setrvačného momentu zátěže se vypočte ze vztahu (4.3). Celkový setrvačný moment J pak určí vztah (4.2). Podle hmotnosti zvolme i tuhost pružiny. Platí:

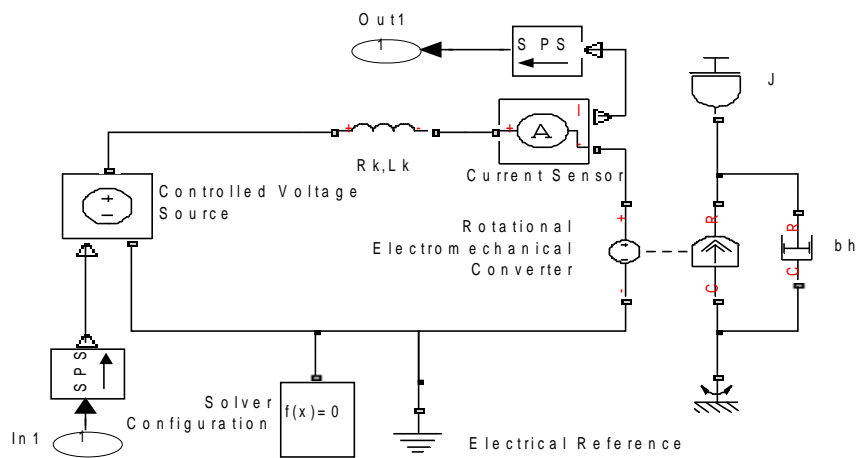
$$k = \frac{F}{\Delta l} \quad (5.22)$$

Vzhledem k hmotnosti zátěže, je působící síla $F=9.81$ [N], pokud bychom chtěli, aby se lano jednotkové délky proudloužilo o 10cm, pak $k_0=98.1$ [N/m]. Já si budu volit $k_0=10$ [N/m]. Dále pak i malé tlumení lana $b_0=0.001$ [N/(m/s)]. Posledními parametry jsou počáteční délka lana $l_0=0$ [m] a délka lana, pro kterou provádíme linearizaci $l=1$ [m]. Tyto hodnoty budeme používat v následujících simulacích.

5.2.3 Simulace a porovnání regulátoru proudu

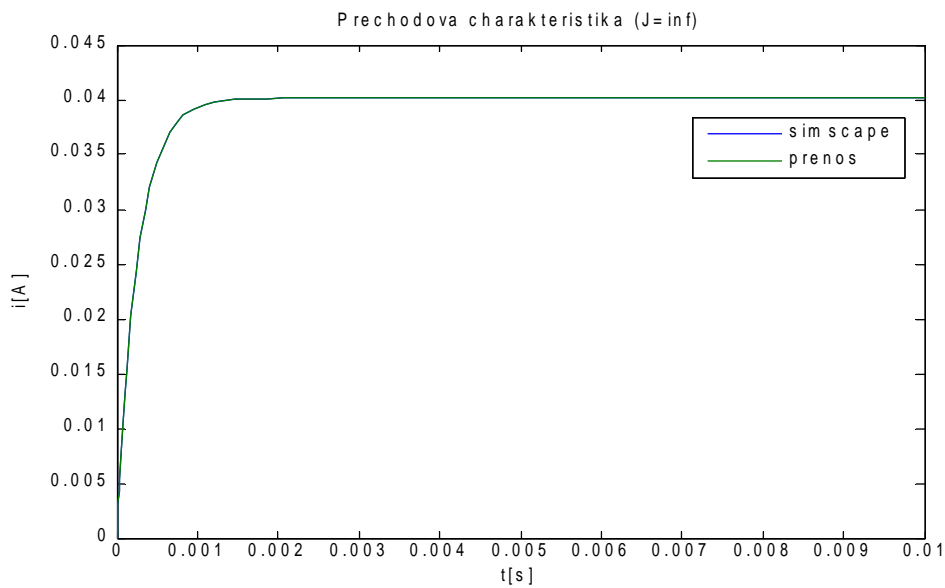
V tomto bodě upravíme model v prostředí Simscape, aby vyjadřoval pouze model stejnosměrného motoru (Obr.5.2). A srovnáme ho s matematickým modelem motoru vyjádřeným pomocí přenosů.

5 Návrh regulátorů



(Obr.5.2)

Porovnáme-li přechodovou charakteristiku modelu na (Obr.5.2) při $J=\text{inf}$ (pro potřeby Simulinku jsme místo nekonečné hodnoty použili $J=999999999[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$) a přenosu (5.11), dostáváme shodný výsledek (Obr.5.3).

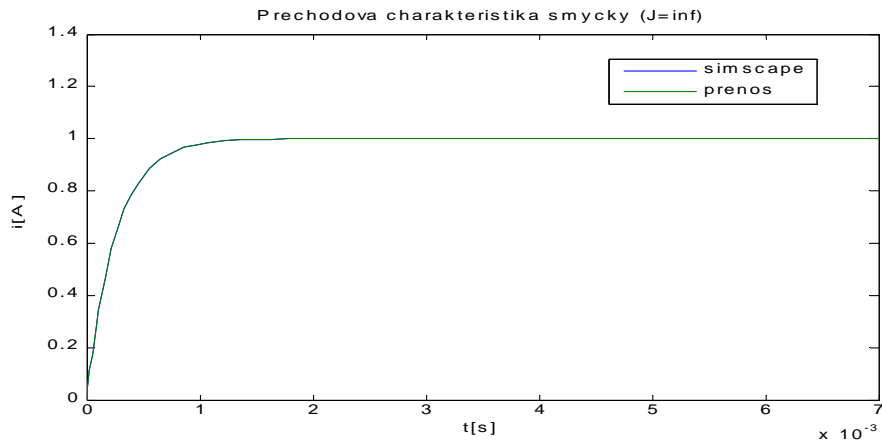


(Obr.5.3)

Nyní si ukažme chování proudové regulační smyčky. Do obvodu Simscape modelu zapojím do zpětné vazby blok PI regulátoru (ze simulinkové knihovny). V tomto případě nebudu uvádět schema, jelikož toto zapojení bude viditelné i v pozdějších schématech spolu s nadřazenými regulačními smyčkami a jeho struktura již byla na-

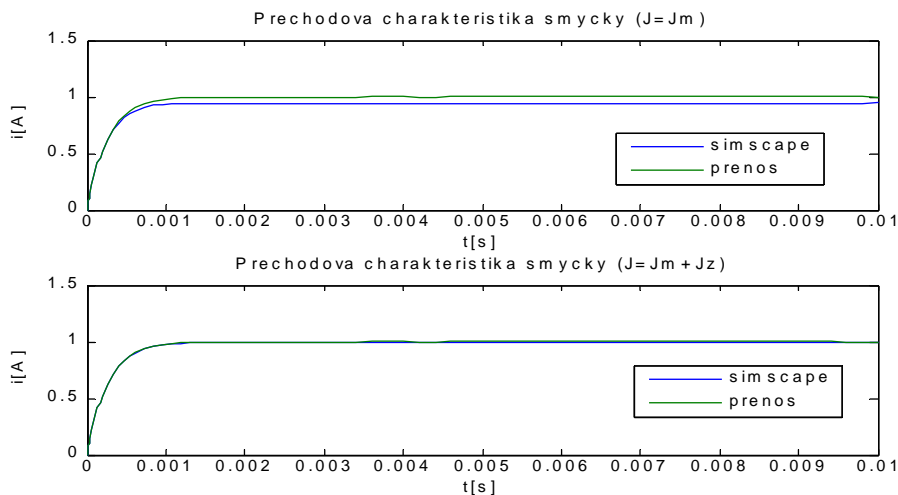
5 Návrh regulátorů

značena v části textu o kaskádní regulaci. Ukažme si tedy opět, zda je nějaký rozdíl v reakci na skok mezi přenosem, tentokrát uzavřené smyčky (5.20), a modelem při zachování nekonečného setrvačného momentu (Obr.5.4).



(Obr.5.4)

Nyní si ukážeme porovnání přechodových charakteristik (Obr.5.5) v případě, že setrvačný moment bude roven pouze setrvačnému momentu motoru (toto je právě případ kdy by byla regulační smyčka příliš pomalá, tudíž bychom nemohli zanedbat indukované napětí v obvodu motoru) a v případě, že budeme uvažovat setrvačný moment systému se zátěží o hmotnosti m na bubnu o poloměru r .



(Obr.5.5)

Z posledního grafu je alespoň zatím patrné, že pro náš původní systém je proudová regulační smyčka navržena dostatečně i přes určitá zjednodušení.

5.3 Regulátor otáček

5.3.1 Symbolický návrh

Jelikož se nám podařilo vytvořit proudovou regulační smyčku, která je schopná dostatečně rychle regulovat proud na konstantní hodnotu, můžeme nyní náš celý systém rozdělit na dvě části, přesně jak je vidět na (Obr.5.1). Výstup rychlejší regulační smyčky (proud) bude vstupem (řízením) pomalejší části systému (buben, zátěž). Nejsnažší bude ukázat matici dynamiky a vstupní matici tohoto „pomalejšího“ systému. Vychází ze vztahů (3.53) a (3.54), avšak proud není jedním ze stavů, nýbrž vstupní hodnotou. Ve výstupní matici ponechám pouze úhlovou rychlost (viz další postup).

$$A_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_0}{m \cdot l} & -\frac{k_0 \cdot r}{m \cdot l} & -\frac{b_0}{m \cdot l} & -\frac{b_0 \cdot r}{m \cdot l} \\ -\frac{k_0 \cdot r}{J \cdot l} & -\frac{k_0 \cdot r^2}{J \cdot l} & -\frac{b_0 \cdot r}{J \cdot l} & -\frac{b_0 \cdot r^2 + b_h \cdot l}{J \cdot l} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$B_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$C_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Z těchto matic stavového popisu si odvodíme přenosovou funkci mezi proudem a úhlovou rychlostí. Postupovat budeme obdobně jako při vyjádření přenosové funkce proudu (5.6). Vypočteme potřebné matice (adjungovanou matici nebudu počítat celou, pouze nezbytnou část).

$$\text{adj}(s \cdot I - A_{\omega}) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$(s \cdot I - A_\omega) = \begin{bmatrix} s & 0 & -1 & 0 \\ 0 & s & 0 & -1 \\ \frac{k_0}{m \cdot l} & \frac{k_0 \cdot r}{m \cdot l} & s + \frac{b_0}{m \cdot l} & \frac{b_0 \cdot r}{m \cdot l} \\ \frac{k_0 \cdot r}{J \cdot l} & \frac{k_0 \cdot r^2}{J \cdot l} & \frac{b_0 \cdot r}{J \cdot l} & s + \frac{b_0 \cdot r^2 + b_h \cdot l}{J \cdot l} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\det(s \cdot I - A_\omega) = s \cdot \left(s^3 + \left(\frac{b_0}{m \cdot l} + \frac{b_h}{J} + \frac{b_0 \cdot r^2}{J \cdot l} \right) \cdot s + \left(\frac{b_0 \cdot b_h + k_0 \cdot m \cdot r^2 + k_0 \cdot J}{m \cdot l \cdot J} \right) \cdot s + \frac{k_0 \cdot b_h}{m \cdot l \cdot J} \right) \quad (5.28)$$

Po dosazení dostáváme :

$$F_\omega(s) = \frac{a_{44} \cdot k_m}{J \cdot \det(s \cdot I - A_\omega)} \quad (5.29)$$

$$F_\omega(s) = \frac{\frac{k_m}{J} \cdot \left(s^2 + \frac{b_0}{m \cdot l} \cdot s + \frac{k_0}{m \cdot l} \right)}{\left(s^3 + \left(\frac{b_0}{m \cdot l} + \frac{b_h}{J} + \frac{b_0 \cdot r^2}{J \cdot l} \right) \cdot s^2 + \left(\frac{b_0 \cdot b_h + k_0 \cdot m \cdot r^2 + k_0 \cdot J}{m \cdot l \cdot J} \right) \cdot s + \frac{k_0 \cdot b_h}{m \cdot l \cdot J} \right)} \quad (5.30)$$

Protože adjungovaná matice je matice transponovaných algebraických doplňků, tedy:

$$a_{44} = \det \begin{bmatrix} s & 0 & -1 \\ 0 & s & 0 \\ \frac{k_0}{m \cdot l} & \frac{k_0 \cdot r}{m \cdot l} & s + \frac{b_0}{m \cdot l} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Pokud do přenosové funkce (5.30) dosadíme číselné hodnoty jednotlivých parametrů, zjistíme, že jeden pól systému je stabilní reálný a zbylé dva jsou taktéž stabilní, avšak komplexně sdružené. Tento přenos bychom tedy mohli obecně zapsat ve tvaru:

$$F_\omega(s) = \frac{K \cdot (s^2 + 2 \cdot \xi_z \cdot \omega_z \cdot s + \omega_z^2)}{\left(s + \frac{1}{T_{i\omega 1}} \right) (s^2 + 2 \cdot \xi_p \cdot \omega_p \cdot s + \omega_p^2)} \quad (5.32)$$

Jelikož je tento tvar nápadně podobný tvaru z článku [5], nechme se mírně inspirovat způsobem regulace v tomto článku uvedeném. Otáčky tedy budeme chtít regulovat

zpětnovazebně PI regulátorem. Tímto PI regulátorem budeme schopni umístit dva z pólů uzavřené regulační smyčky (celkově bude 5 pólů, viz níže) tak, aby spolu se zbylými póly co nejvíce utlumili kmity systému. Tyto umístitelné póly je vhodné volit jako pár komplexně sdružených pólů ve tvaru:

$$s_{1,2} = -p \pm q \cdot i \quad (5.33)$$

$$s^2 + 2 \cdot p \cdot s + p^2 + q^2 = 0 \quad (5.34)$$

$$s^2 + 2 \cdot \xi_u \cdot \omega_u \cdot s + \omega_u^2 = 0 \quad (5.35)$$

Při výpočtu proporcionální a integrační konstanty PI regulátoru se však od článku [5] odchýlíme, jak bude později zjevné.

Podíváme-li se zpět na (Obr.5.1) na pozici regulátoru 2, vidíme, že řízený systém nebude pouze systém určený přenosem (5.30), ale také proudová regulační smyčka, kterou popisuje přenos (5.20). Podle algebry přenosů bude tedy přenos systému řízeného navrhovaným regulátorem otáček:

$$F_{\omega}(s) = \frac{\frac{k_m \cdot R_k}{J \cdot L_k} \cdot \left(s^2 + \frac{b_0}{m \cdot l} \cdot s + \frac{k_0}{m \cdot l} \right)}{s^4 + a_{j3} \cdot s^3 + a_{j2} \cdot s^2 + a_{j1} \cdot s + a_{j0}} \quad (5.36)$$

Koeficienty jmenovatele a_{ji} jsou (5.37-40) a substituci použijme i v čitateli (5.41-43):

$$a_{j3} = \frac{b_0}{m \cdot l} + \frac{b_h}{J} + \frac{b_0 \cdot r^2}{J \cdot l} + \frac{R_k}{L_k} \quad (5.37)$$

$$a_{j2} = \frac{b_0 \cdot b_h + k_0 \cdot m \cdot r^2 + k_0 \cdot J}{m \cdot l \cdot J} + \left(\frac{b_0}{m \cdot l} + \frac{b_h}{J} + \frac{b_0 \cdot r^2}{J \cdot l} \right) \cdot \frac{R_k}{L_k} \quad (5.38)$$

$$a_{j1} = \left(\frac{b_0 \cdot b_h + k_0 \cdot m \cdot r^2 + k_0 \cdot J}{m \cdot l \cdot J} \cdot \frac{R_k}{L_k} + \frac{k_0 \cdot b_h}{J \cdot m \cdot l} \right) \quad (5.39)$$

$$a_{j0} = \frac{R_k}{L_k} \cdot \frac{k_0 \cdot b_h}{J \cdot m \cdot l} \quad (5.40)$$

$$K = \frac{k_m \cdot R_k}{J \cdot L_k} \quad (5.41)$$

$$b_{cl} = \frac{b_0}{m \cdot l} \quad (5.42)$$

$$b_{c0} = \frac{k_0}{m \cdot l} \quad (5.43)$$

Proporciálně integrační regulátor budeme volit ve tvaru, pro který je vytvořen simulinkový blok PI(s) :

$$F_{PI\omega}(s) = \frac{K_{p\omega} \cdot s + K_{I\omega}}{s} \quad (5.44)$$

Před další odvozováním, si ještě upřesněme, že čítec regulátoru bude polynom d(s), jmenovatel c(s), čítec systému budeme chápat jako K·b(s) a jeho jmenovatel a(s).

Standardní struktura uzavřené regulační smyčky je:

$$F_u(s) = \frac{d(s) \cdot b(s)}{c(s) \cdot a(s) + d(s) \cdot b(s)} \quad (5.45)$$

Dosazením ze vztahů (5.37-43) vyjádříme charakteristický polynom uzavřené regulační smyčky.

$$a_z(s) = s^5 + a_3 \cdot s^4 + (a_2 + K \cdot K_{p\omega}) \cdot s^3 + (a_1 + K \cdot (K_{I\omega} + K_{p\omega} \cdot b_{cl})) \cdot s^2 + (a_0 + K \cdot (K_{p\omega} \cdot b_{c0} + K_{I\omega} \cdot b_{cl})) \cdot s + K \cdot K_{I\omega} \cdot b_{c0} \quad (5.46)$$

Námi požadovaný charakteristický polynom s umístěným párem komplexně sdružených pólů je ve tvaru:

$$a_{*z}(s) = (s^2 + 2 \cdot p \cdot s + p^2 + q^2) \cdot (f_3 \cdot s^3 + f_2 \cdot s^2 + f_1 \cdot s + f_0) \quad (5.47)$$

$$a_{*z}(s) = f_3 \cdot s^5 + (f_2 \cdot 2 \cdot p \cdot f_3) \cdot s^4 + (f_1 \cdot 2 \cdot p \cdot f_2 + (p^2 + q^2) \cdot f_3) \cdot s^3 + (f_0 \cdot 2 \cdot p \cdot f_1 + (p^2 + q^2) \cdot f_2) \cdot s^2 + (2 \cdot p \cdot f_0 + (p^2 + q^2) \cdot f_1) \cdot s + (p^2 + q^2) \cdot f_0 \quad (5.48)$$

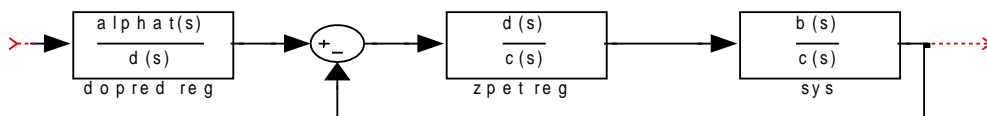
Koeficienty f_i jsou neznámé, představují neumístitelnou část systému. Nemůžeme ji přímo určit, ale pomocí volby již zmíněných dvou pólů ji ovlivňujeme. Porovnáme-li koeficienty skutečného a požadovaného charakteristického polynomu uzavřené smyčky regulace otáček (5.46) a (5.48), dostaneme soustavu lineárních rovnic, jejímž vyřešením získáme neznámé f_i a $K_{p\omega}$, $K_{I\omega}$ ve tvaru polynomiální racionální funkce s parametry p a q . Tuto soustavu si můžeme zapsat v maticovém tvaru (5.49), s výslednými vztahy pro konstanty regulátoru (viz příloha 2) budeme dále pracovat v nume-

5 Návrh regulátorů

rické části řešení, kde budeme experimentálně zjišťovat nevhodnější hodnoty parametrů p a q , tedy tlumení ξ_u a frekvence ω_u , viz (5.35).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 \cdot p & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (p^2+q^2) & 2 \cdot p & 1 & 0 & -K & 0 \\ 0 & (p^2+q^2) & 2 \cdot p & 1 & -K \cdot b_{cl} & -K \\ 0 & 0 & (p^2+q^2) & 2 \cdot p & -K \cdot b_{c0} & -K \cdot b_{cl} \\ 0 & 0 & 0 & (p^2+q^2) & 0 & -K \cdot b_{c0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_2 \\ f_1 \\ f_0 \\ K_{p\omega} \\ K_{I\omega} \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

V případě vysokého přeregulování použijí místo standardního 1DoF regulátoru, 2DoF [1,4] ve tvaru (Obr.5.6):



(Obr.5.6)

V regulátoru se dvěma stupni volnosti je zpracováván referenční signál jiným způsobem než měřený výstup systému. Zavádí se polynom $t(s)$, $st(t(s)) \leq st(c(p))$. Rovnice pro 2DoF regulátor [1]:

$$U(s) = \frac{1}{c(s)} \cdot (t(s) \cdot W(s) - d(s) \cdot Y(s)) \quad (5.50)$$

2DoF regulátory tedy umožňují, na rozdíl od 1DoF regulátorů, nastavení regulátoru s ohledem na sledování referenční veličiny, a zároveň s ohledem na odregulování poruchy v regulačním obvodu. Vzhledem k povaze úlohy, kdy předpokládáme, že bude třeba reagovat na skokovou změnu referenčního signálu, je použití 2DoF regulátoru žádoucí (viz Obr.5.10). Jak je uvedeno níže, použití 2DoF regulátoru snižuje přechodové charakteristiky systému.

Polynom $t(s)$ je námi uvažován jako $\alpha \cdot t(s)$, pak, s využitím algebry přenosů, rovnice (5.50) přímo odpovídá schématu (Obr.5.6).

S ohledem na $c(s)$ může být $t(s)$ polynomem maximálně 1. řádu. Zvolme tedy $t(s)$ nejjednodušší možné, $t(s)=1$ (experimentálně bylo zjištěno, že pokud by byl $t(s)$ 1.řádu, výsledná odezva se již příliš neurychlí, naopak při nevhodném nastavení by

5 Návrh regulátorů

mohl systém rozkmitat). Parametr α je třeba vypočítat tak, aby výsledné statické zesílení regulační smyčky bylo 1. Přenos uzavřené smyčky s 2DoF regulátorem je (5.51), tedy v našem případě (5.52):

$$F_{2\text{DoF}} u(s) = \frac{\alpha t(s) \cdot b(s)}{c(s) \cdot a(s) + d(s) \cdot b(s)} \quad (5.51)$$

$$F_{2\text{DoF}} u(s) = \frac{\alpha \cdot K \cdot b(s)}{c(s) \cdot a(s) + d(s) \cdot b(s)} \quad (5.52)$$

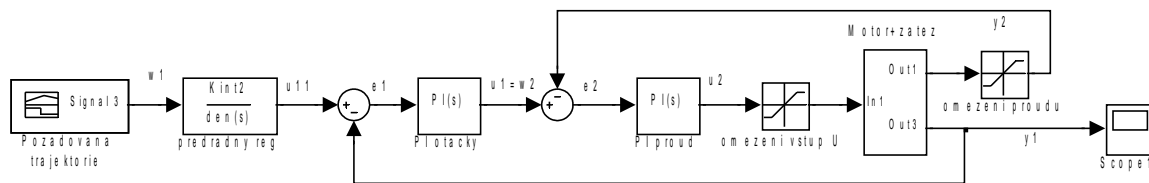
Po dosazení za všechny známé hodnoty do (5.51) a použití věty o konečné hodnotě, dostáváme vztah pro statické zesílení systému regulování otáček. Pokud ho položíme rovno jedné, dostáváme (5.52) a odtud vypočteme α (5.53):

$$\alpha = K_{I\omega} \quad (5.53)$$

$$1 = \frac{\frac{\alpha \cdot k_m \cdot R_k \cdot k_0}{J \cdot L_k \cdot m \cdot l}}{\frac{K_{I\omega} \cdot k_m \cdot R_k \cdot k_0}{J \cdot L_k \cdot m \cdot l}} \quad (5.54)$$

5.3.2 Simulace a experimentální návrh

Začněme od konce a nejprve si ukažme strukturu našeho modelu v prostředí Simulink. Simscape model motoru, navíjecího bubnu a pružné zátěže, je stejný jako na (Obr.4.1). Vnější struktura regulace je (Obr.5.7). Na tomto schématu je znázorněn 2DoF regulátor otáček, pro 1DoF verzi by v obvodu chyběl předradný reg.



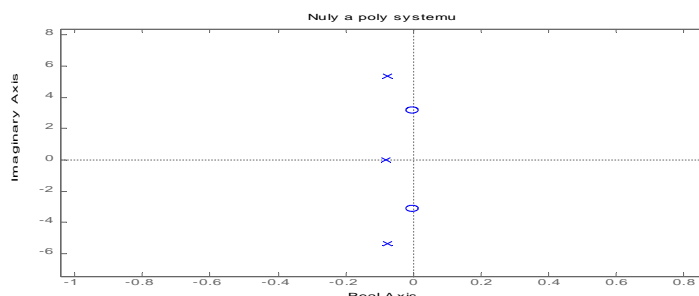
(Obr.5.7)

Znovu si uvěďme, jaké budeme používat hodnoty parametrů:

$J_m=123e-7$ [kg·m²], $R_k=24.9$ [Ω], $L_k=0.0064$ [H], $k_m=0.266$ [N·m/A]=0.266 [V/(rad/s)]= k_e ,

5 Návrh regulátorů

$b_h=4.3323e-5[\text{N}\cdot\text{m}/(\text{rad}/\text{s})]$, $g=-9.81[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$, $m=1[\text{kg}]$, $r=0.0189[\text{m}]$, $k_0=10[\text{N}/\text{m}]$, $l=1[\text{m}]$
 $b_0=0.001[\text{N}/(\text{m}/\text{s})]$, viz (4.2). Osvětlení volby těchto parametrů viz kapitola 5.2.2.



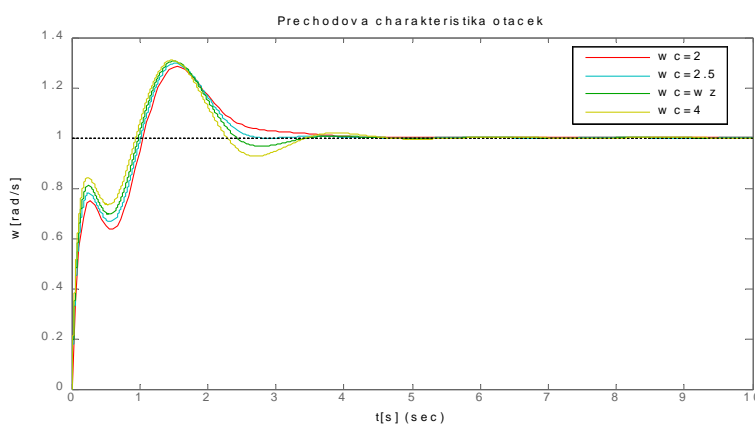
(Obr.5.8)

Nyní se podíváme na rozložení nul a pólů v systému daném přenosem (5.36). Zobrazím pouze 3 póly ze 4, jelikož 4. pól je určen časovou konstantou regulace proudu a je velmi vzdálený od zbylých pólů. Zobrazuje tedy vlastně pouze dominantní póly (Obr.5.8). Pro větší přehlednost uvedme numericky vypočtené hodnoty tlumení a frekvencí z (5.32). Spolu s (Obr.5.8) jasně ukazují jak málo je tento systém tlumený:

$$\xi_p = 0.0185, \omega_p = 5.4 [\text{rads}/\text{s}] \quad (5.55)$$

$$\xi_z = 1.5811 \cdot 10^{-4}, \omega_z = 3.1623 [\text{rad}/\text{s}] \quad (5.56)$$

My se budeme snažit toto tlumení systému (tlumění pólů) zvětšit, pomocí určení tlumení a frekvence umístovaných pólů. Budeme sledovat přechodovou charakteristiku celé uzavřené regulační smyčky, nejprve 1DoF (5.45), při různých ω_u a $\xi_u=1$ (Obr.5.9):



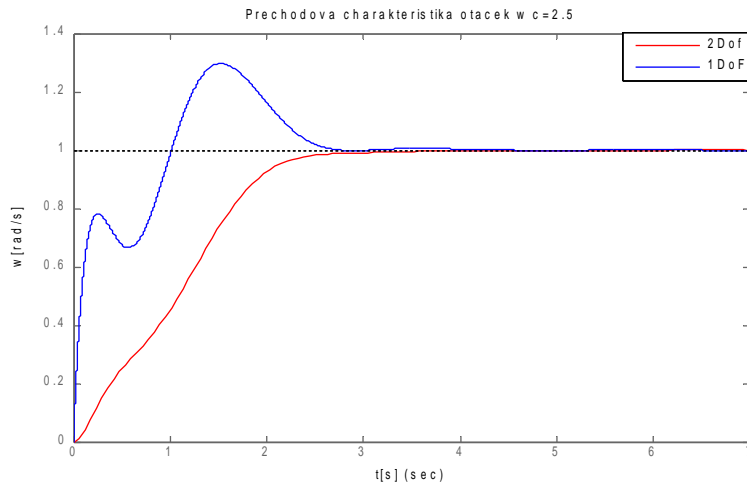
(Obr.5.9)

Při pohledu na přechodové charakteristiky (Obr.5.9.) se mi nejvhodnější jeví umístění

5 Návrh regulátorů

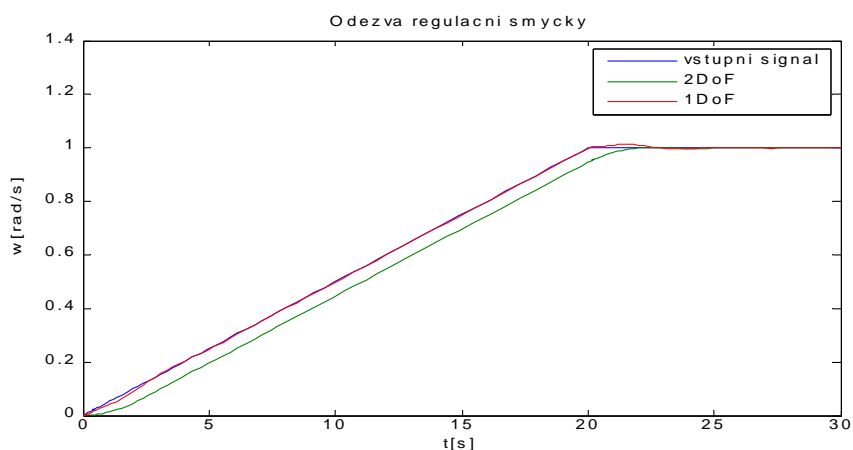
umístění pólů s $\omega_u=2.5[\text{rad/s}]$. Při této volbě má výsledný systém pouze jednu dvojici komplexně sdružených pólů. Jejichž tlumení je $\xi_{\text{ksp}}=0.581$ a frekvence $\omega_{\text{ksp}}=3.1[\text{rad/s}]$. Tlumení a frekvence komplexně sdružených nul zůstává stejné.

Při reakci na jednotkový skok by bylo vhodnější použít 2DoF strukturu. Výsledná přechodová charakteristika by byla (Obr.5.10):



(Obr.5.10)

Tedy pokud by požadovaná hodnota byla zadávána skokově, pak by bylo jistě výhodné použít 2DoF strukturu regulátoru, podívejme však jak by to vypadalo, pokud by vstupní signál byl pozvolným nájezdem na požadovanou hodnotu, odezvu 1DoF a 2DoF struktury na tento typ vstupního signálu je vidět na (Obr.5.11).



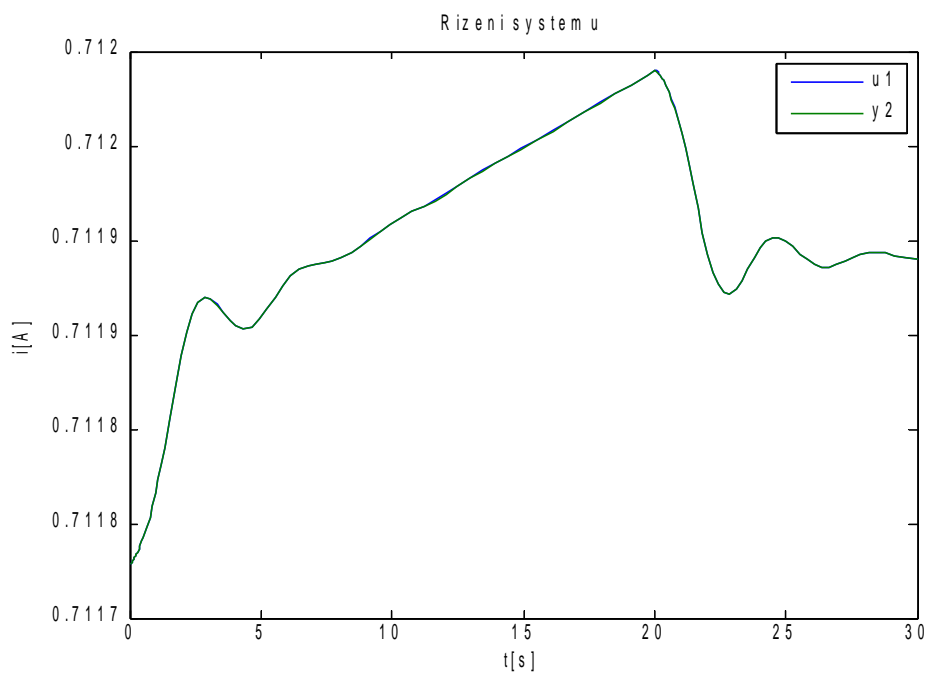
(Obr.5.11)

V tomto případě jsou výsledky téměř srovnatelné co do doby regulace. Rozdíl je

5 Návrh regulátorů

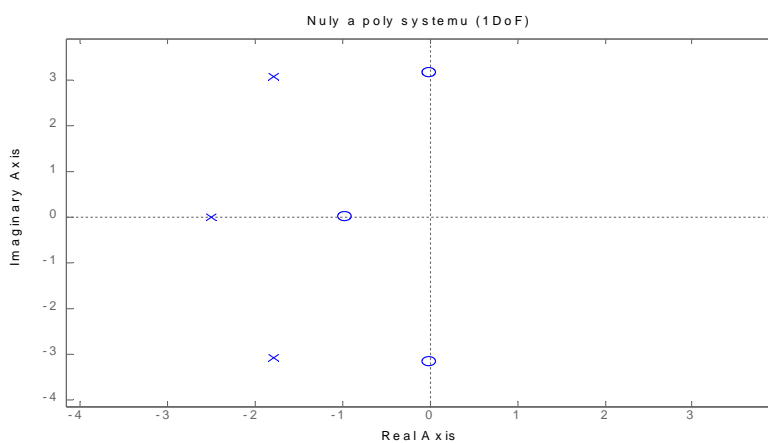
pouze v přeregulování, kde 1DoF varianta má překmit nad 1% . Oproti tomu 2Dof varianta má menší zpoždění při náběhu. Uvidíme, zda-li bude jedna z variant lepší při následné regulaci úhlu otočení hřídele.

Předtím, ale zkontrolujeme zda funguje správně proudová smyčka (Obr.5.12) Svůj účel bude plnit správně pokud $u_1=y_2$ viz (Obr.5.1), což téměř platí:



(Obr.5.12)

Na závěr této části uvedme rozložení nul a pólů 1DoF varianty (Obr.5.13) (není uká-
zán pól proudové smyčky, je příliš vlevo).

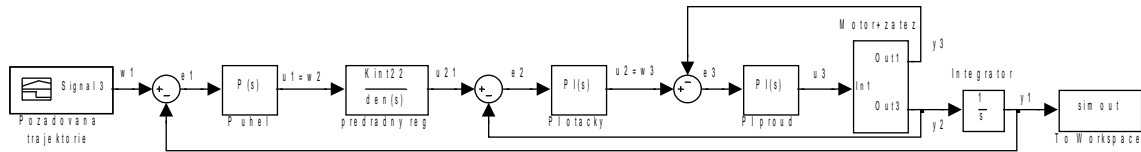


(Obr.5.13)

5.4 Regulátor polohy

5.4.1 Symbolický návrh

Protože úhel je derivací úhlové rychlosti, mohli bychom regulátor úhlu ve formě kaskádní regulace znázornit následovně (Obr.5.14), opět uvedu schéma s 2DoF strukturou regulace otáček. (1DoF je bez předrad reg).



(Obr.5.14)

Přenosy (1DoF a 2DoF řízení otáček) od řízení u_1 k výstupu y_1 budou (5.57) a (5.58).

$$F_{2\text{DoF}, u_1, y_1}(s) = \frac{\alpha \cdot K \cdot b(s)}{a_z \cdot s} \quad (5.57)$$

$$F_{1\text{DoF}, u_1, y_1}(s) = \frac{d(s) \cdot b(s)}{a_z \cdot s} \quad (5.58)$$

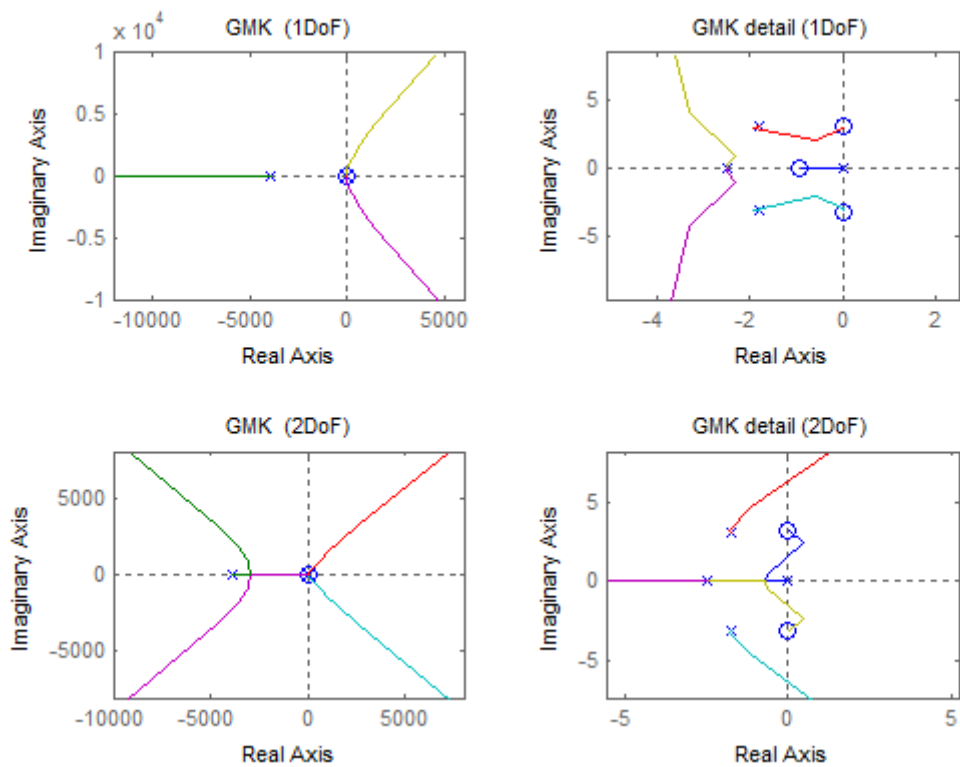
Dosažením hodnot z předchozí kapitoly dostaneme přenosy 6. řádu. Tento systém nyní budeme řídit pouze P regulátorem. Přenos uzavřeného systému tedy bude (uvedu ho pouze pro 1DoF, pro 2DoF je podobný) (5.59).

$$F_{1\text{DoF}, w_1, y_1}(s) = \frac{K_{p\phi} \cdot (d(s) \cdot b(s))}{a_z \cdot s + K_{p\phi} \cdot (d(s) \cdot b(s))} \quad (5.59)$$

5.4.2 Experimentální návrh

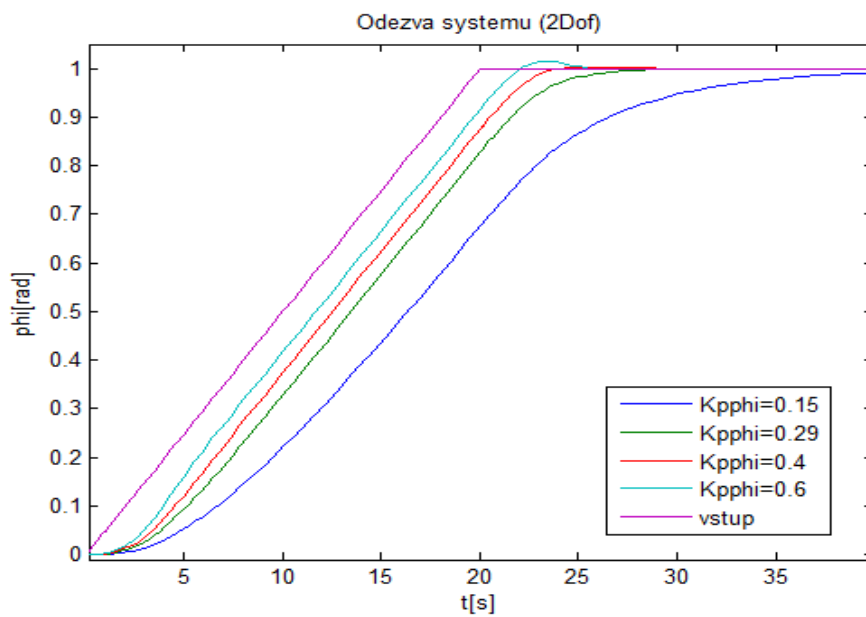
Ponechme hodnoty z konce kapitoly 5.3. a provedme analýzu vztahů (5.57) a (5.58) metodou GMK (Obr.5.15), uvažuji je již s P regulátorem, jehož proporcionální konstanta jde v GMK do nekonečna. Odtud vidíme, že pokud budeme proporcionální konstantu zvyšovat příliš, systém bude nestabilní, již dříve však bude kmitat, což je nežádoucí. Prozkoumáme tedy odezvy na vstupní signál viz (Obr.5.11) pro nízká zesílení (Obr.5.16), (Obr.5.17).

5 Návrh regulátorů

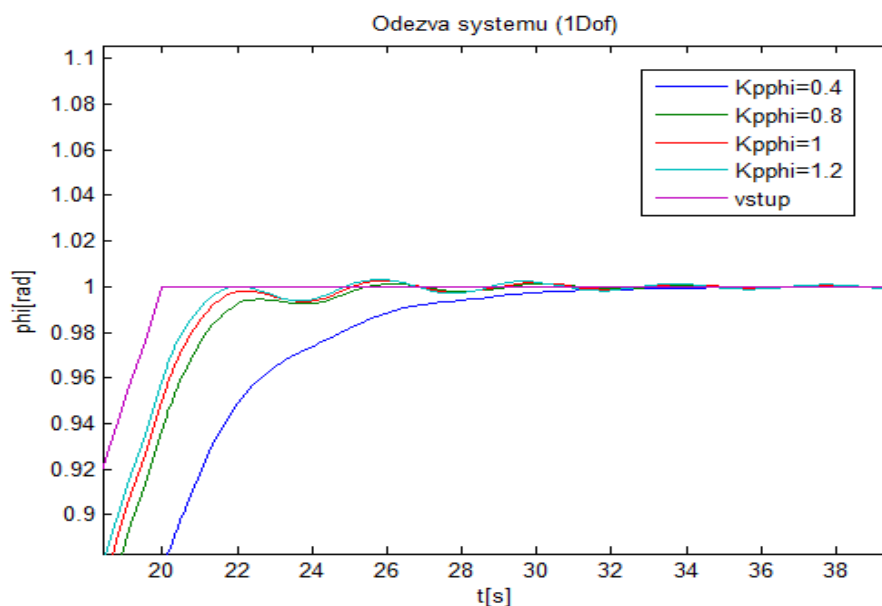


(Obr.5.15)

Z této analýzy vidíme, že vhodnější bylo použít 2DoF regulátor otáček.

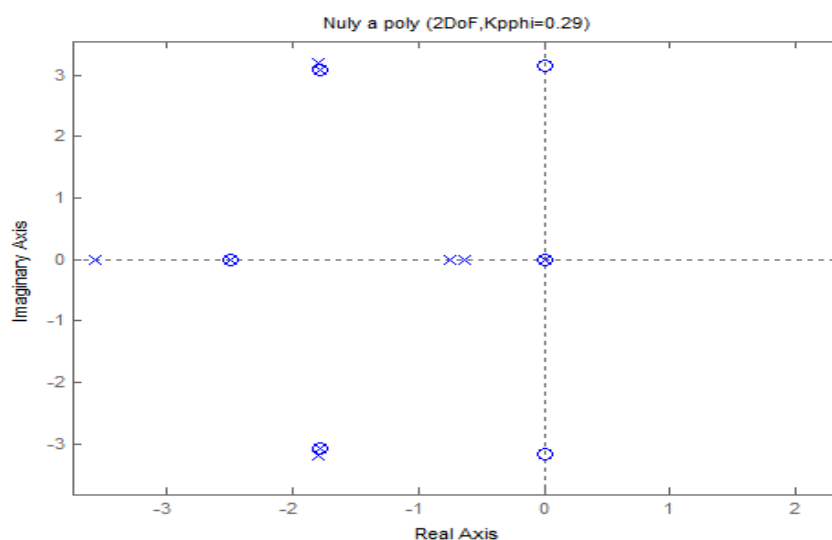


(Obr.5.16)



(Obr.5.17)

Vidíme, že přestože u vyšších hodnot zesílení má 2DoF regulátor větší přeregulování, dříve se ustálí. Zatímco při 1DoF regulátoru otáček je regulace úhlu o něco pomalejší a déle přetrvává kmitání. Nejvhodnější se mi zdá volba 2DoF regulace otáček a $K_{p\psi}=0.29$. Rozložení pólů uzavřené smyčky v tomto případě je (Obr.5.18).

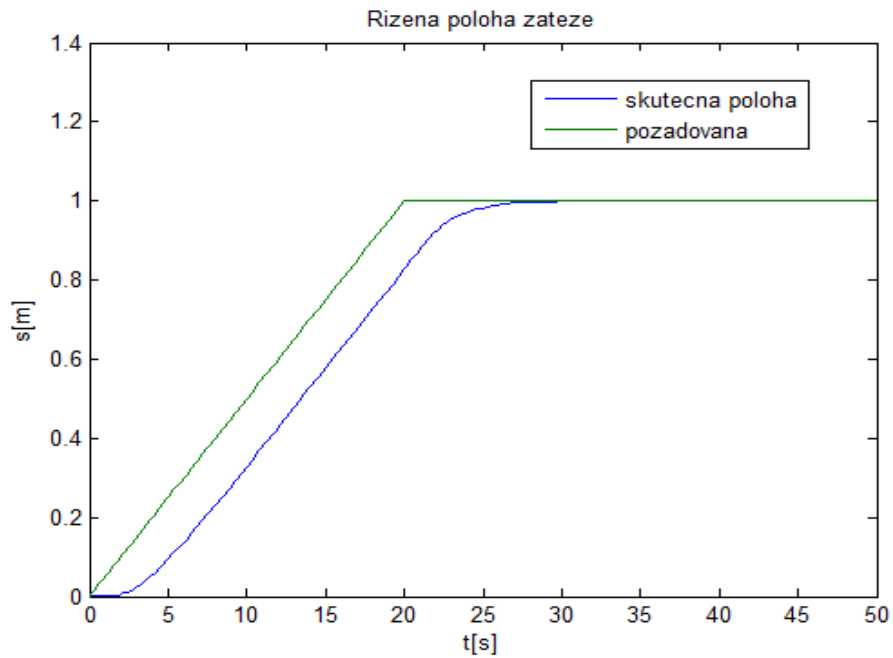


(Obr.5.18)

I když poloha zátěže se nedá pozorovat, podívejme se přesto, jak by při tomto nastá-

5 Návrh regulátorů

vení kaskádní regulační smyčky vypadala (Obr.5.19). Pro přímé určení požadované polohy, je třeba za generátor vstupního signálu vložit $\frac{1}{r}$ zesílení.



(Obr.5.19)

Podařilo se nám tedy navrhnout regulátor polohy zátěže s potlačením kmitů.

6. Optimalizace parametrů regulátorů

6.1 Robustnost

V této části se budeme zabývat reakcí našeho regulovaného systému na změnu parametrů a vyšetřování robustnosti řízení systému. Robustní regulátor (systém) je takový regulátor, který splňuje požadavky na řízení pro různé hodnoty parametrů z určité množiny možných hodnot. Tedy podobně, jako když linearizovaný systém dokáže být dobrou aproximací nelineárního systému v okolí pracovního bodu, tak robustní regulátor je schopen splňovat požadavky dané na řízení i při změně parametrů.

Budeme tedy zkoumat, pro jakou množinu hodnot parametrů je náš systém použitelný, při daných požadavcích na řízení úhlové rychlosti. Našimi požadavky bude maximální přeregulování $\sigma_{\max}=5\%$ a doba regulace úhlové rychlosti na požadovanou hodnotu kupříkladu $t=7.5[s]$.

Nejprve prozkoumáme změny vlastností lana, tedy změny b_0 a k_0 . Regulátor byl navrhován pro $b_0=0.001[N/(m/s)]$, $k_0=10[N/m]$. Sledujeme odezvy na jednotkový skok.

$b_0 [N/(m/s)]$	100000	1000	100	10	1	0.1	0.01	0.00001	0.0000001
$\sigma_{\max} [\%]$	0	0	0	0	3e-07	1.7e-04	0.011	0.012	0.012
$t[s]$	3.7	3.87	3.86	4.35	4.4	4.2	4.15	4.14	4.14

(Tabulka 6.1)

Z tabulky výše (Tabulka 6.1) je patrné, že navržený regulátor je dostatečně odolný vůči změnám konstanty viskózního tření při jednotkové délce lana. Je v tomto ohledu robustní.

Oproti tomu vůči změnám konstanty pružnosti lana, netečný nebude (Tabulka 6.2).

$k_0 [N/m]$	100	8	7	6	5	4.7	4	3	2
$\sigma_{\max} [\%]$	7.8e-04	0.042	1	2	4	5	7	10	14
$t[s]$	4	4.7	4.87	5.2	7.2	7.3	9.4	15.3	20.4

(Tabulka 6.2)

Pokud budeme měnit konstantu pružnosti lana, pak náš regulátor bude schopen správně pracovat s libovolně zvětší hodnotou, avšak při snižování tuhosti, bude pracovat dobře maximálně pro hodnotu $k_0=4.7[N/m]$.

Nakonec se zaměříme na změnu hmotnosti zátěže. Budeme uvažovat, že polo-

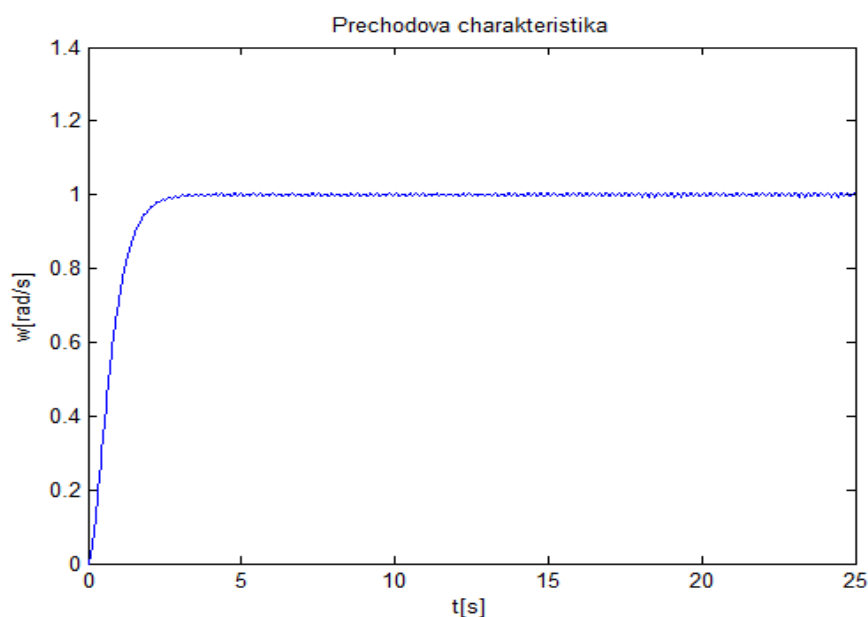
6 Optimalizace parametrů regulátorů

měr navíjecího bubnu je neměnný $r=0.0189[\text{m}]$. Již dříve jsme si ukázali (viz kapitola 5), že zátěž může mít hmotnost nejvýše 1 kilogram, poté bychom nebyly schopni s daným motorem konkurovat gravitační síle. Při snaze dosáhnout rovnovážné polohy, bychom překročili mez maximálního hnacího momentu motoru. Budeme tedy zjišťovat, jestli existuje nějaké omezení pro menší hmotnosti.

$m[\text{kg}]$	0.9	0.6	0.3	0.1	0.08	0.04	0.02	0.015
$\sigma_{\text{max}}[\%]$	1.6e-03	2.2e-05	1.5e-8	0	2.6e-06	1.8e-04	0.016	0.5
$t[\text{s}]$	4	4.07	3.9	3.7	3.7	4.1	3.7	30

(Tabulka 6.3)

Vidíme, že při hmotnosti zátěže $m=0.015[\text{Kg}]$ výsledné řízení již nesplňuje naše požadavky. Podíváme-li se na přechodovou charakteristiku (Obr.6.1), vidíme, že systém netlumeně kmitá. Avšak nežádoucí kmity se objevují již dříve, nejnižší hmotností bez kmitů je $m=0.04[\text{Kg}]$



(Obr.6.1)

Námi navržený regulátor pracuje správně při hmotnosti zátěže $m \in \langle 1, 0.04 \rangle$.

Nyní máme zjištěny hodnoty počátečních parametrů, pro které je schopný námi navržený regulátor pracovat. Zaměříme se nyní na krajní prvky množin těchto parametrů a pokusme se změnou frekvence ω_u (volené dvojice komplexně sdružených pólů) zlepšit hodnoty sledovaných veličin. Budeme zkoumat, zda lze množiny hodnot počátečních parametrů dále rozšířit. Bude zkoumán pouze posun u změn hodnot hmotnosti zátěže a tuhosti lana.

k_0 [N/m]	4.7						
ω_u [rad/s]	2.6	2	1.9	1.8	1.7	1.5	1.2
σ_{\max} [%]	5.7	0.66	8.9e-03	4.7e-03	7.7e-04	4.6e-04	9.8e-07
t [s]	8.4	5.94	5.98	5.8	5.9	6.45	8.25

(Tabulka 6.4)

Jak je vidět v (Tabulka 6.4) pro frekvence menší než dva je již překmit velmi malý, hlavním omezením pro rozsah možných hodnot bude tedy doba regulace. Nejlépe vychází regulátor, při umístění pólů s frekvencí $\omega_u=1.8$ [rad/s]. Lepšího výsledku již nedosáhneme. Podívejme se nyní pro jaké maximální hodnoty tlumení budou požadavky na řízení splněny (Tabulka 6.5).

k_0 [N/m]	4	3.2	3	2.9
σ_{\max} [%]	0.3	2	2.7	3
t [s]	6.4	7.1	7.3	9

(Tabulka 6.5)

Pokud však regulátor s touto frekvencí volených pólů použijeme na systém se zátěží $m=0.04$ [Kg], doba regulace se oproti původní frekvenci prodlouží, ovšem stále bude splňovat naše požadavky. Navíc při této frekvenci je nekmitavá i odezva systému na jednotkový skok při zátěži $m=0.03$ [Kg] při splnění podmínek regulace.

Změnou frekvence umístěných pólů uzavřené smyčky na $\omega_u=1.8$ [rad/s] jsme zvětšili jak rozsah počátečního tlumení lana, tak možné hmotnosti zátěže. V obou smyslech jsme dosáhli maximální robustnosti.

6.2 Aplikační pravidla

Nyní si shrňme, pro jaké počáteční parametry je náš regulátor použitelný. Navrhnut byl pro parametry viz kapitola 5.3.2. Dá se ovšem použít i při libovolné změně počáteční konstanty viskozního tření lana, nebo pro konstantu pružnosti lana z intervalu $k_0 \in \langle \infty, 2.9 \rangle$, či hmotnost zátěže z intervalu $m \in \langle 1, 0.04 \rangle$.

Pro regulaci rychlosti i polohy je třeba nejprve dojet do ustáleného stavu. Regulační smyčka z konce kapitoly 5, je navržena přímo pro řízení na požadovanou polohu zátěže, z ustáleného stavu.

7. Závěr

V této práci jsme se seznámili s dvoumotovými pružnými systémy. Naučili jsme se vytvářet jejich nelineární a linearizovaný popis. Objevili jsme základní postupy a pravidla pro práci se simulačním prostředím Matlab/Simulink/Simscape, které je velmi přínosným prostředkem pro práci s multifyzikálními systémy, nejen s elektromechanickými soustavami.

Při vytváření těchto modelů jsme se museli seznámit s funkcí stejnosměrných elektromotorů a s identifikací jejich výrobních a funkčních parametrů a omezení.

Ně největší kapitolou byl návrh regulátoru rychlosti a polohy. Obeznamenali jsme se se základními postupy pro potlačení kmitů při pružném tahu a tlumení vibrací. Využili jsme kaskádního regulačního schématu a postupným návrhem jednotlivých vnitřních a vnějších smyček této struktury, jsme vytvořili fungující regulátor otáček motoru a polohy zátěže s potlačením kmitů způsobených pružným lanem.

K tomu jsme využili návrhu regulátoru proudu pomocí zpětné vazby a PI regulátoru. Tento regulační člen byl nejhlubší smyčkou kaskádní struktury a sloužil k potlačení zpětnovazebního indukovaného napětí na kotvě motoru, za účelem vytvoření ideální regulace na požadovanou hodnotu.

Při návrhu střední smyčky jsme opět využili PI regulace se zpětnou vazbou, avšak v této části jsme se seznámili s možnostmi návrhu regulátoru pomocí umístění pólů uzavřené regulační smyčky v případě, že jsme schopni umístit pouze některé z nich. Využili jsme také 2DoF struktury regulátoru. Vnější smyčka byla pouze jednoduchou zpětnou vazbou s P regulátorem.

V samém závěru práce jsme diskutovali různé nastavení regulátoru otáček za účelem získání co možná největší variability hodnot počátečních parametrů systému.

8. Reference

- [1] Melichar, J.: *Lineární systémy 1*. Učební text. Plzeň: Západočeská univerzita, 2011.
- [2] Schlegel, M.: *Systémy a modely*. Učební text. Plzeň: Západočeská univerzita, 2010.
- [3] Goodwin, G. C., Graebe, S. F., Salgado, M. E.: *Control system design*. Prentice Hall, 2001.
- [4] Melichar, J.: *Lineární systémy 2*. Učební text. Plzeň: Západočeská univerzita, 2011.
- [5] Schlegel, M., Goubey, M., Königsmarková, J.: *Active vibration control of two-mass flexible system using parametric Jordan form assignment*. IFAC Conference on Advances in PID Control, Brescia, 2012.
- [6] Jančík, J., Kučera, M.: *Regulační algoritmy a jejich implementace v řídicím systému*. Automa [online]. 2007, roč. 8, č. 2 [cit. 2012-04-26]. Dostupné z: http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=34427.
- [7] Tůma, F.: *Teorie řízení*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2009. ISBN 978-80-7043-819-0
- [8] Preumont, A.: *Vibration Control of Active Structures, an Introduction*. Kluwer Academic Publisher, 2002.
- [9] Goubey, M., Škarda, R., Schlegel, M.: *Input shaping filters for the control of electrical drive with flexible load*. AT&P journal PLUS, vol. 2, p. 116-121, 2009.
- [10] MathWorks, Inc. Simscape Software version 3.2 (R2009b) [software]. [12.srpna 2009].

Příloha 1

Specifikace motoru

RE 40 Ø40 mm, Graphite Brushes, 150 Watt

Article number 218013

Motor

Type power	150.0 W
Outer diameter	40.0 mm
Bearer Type	Wälzlager
Motor length	71.0 mm

Values at nominal voltage

Nominal Voltage	48.0 V
No load speed	1250.0 min ⁻¹
No load current	9.2 mA
Nominal speed	1080.0 min ⁻¹
Nominal torque (max. continuous torque)	189.0 mNm
Nominal current (max. continuous current)	0.721 A
Stall torque	512.0 mNm
Starting current	1.92 A
Max. efficiency	86.3 %

Characteristics

Terminal resistance	24.9 Ω
Terminal inductance	6400.0 μH
Torque constant	266.0 mNm/A
Speed constant	35.9 min ⁻¹ / V
Speed / torque gradient	3.37 min ⁻¹ mNm ⁻¹
Mechanical time constant	4.15 ms
Rotor inertia	123.0 gcm ²

Thermal data

Thermal resistance housing- ambient	4.6 K/W
Thermal resistance winding-	1.9 K/W

housing	
Thermal time constant	37.1 s
winding	
Thermal time constant	736.0 s
motor	
Ambient temperature	-30.0...100 °C
Max. permissible winding	
temperature	155.0 °C

Mechanical data

Max. permissible speed	12000.0 min ⁻¹
min. Axial play	0.05 mm
max. Axial play	0.15 mm
Max. axial load (dynamic)	5.6 N
Max. force for press fits	
(static)	110.0 N
(static, shaft supported)	1200.0 N
Max radial loading, 5.0 mm	
from flange	28.0 N
Radial play	0.025 mm

Other specifications

Number of pole pairs	1.0
Number of commutator	
segments	13.0
Weight	480.0 g

Product

Program	RE 40 GB
---------	----------

Příloha 2

$K_{i\omega} =$

$$\begin{aligned} & -1/(2220481113613031606716487414159835136 \cdot p^4 - 4440962227226063046538651709880832 \cdot p^3 + \\ & 4440962227226063213432974828319670272 \cdot p^2 \cdot q^2 + 44409624492741744221470233879634477097 \cdot p^2 - \\ & 4440962227226063046538651709880832 \cdot p \cdot q^2 - 44409622272260628939495562873081856 \cdot p + \\ & 2220481113613031606716487414159835136 \cdot q^4 - 44409620051779516995407354235305885655 \cdot q^2 + \\ & 222048111361303145412739199158718562304) \cdot (819206468207716051376540745728 \cdot p^7 - 1593707940777064178837044722789312 \cdot p^6 + \\ & 2457619404623148154129622237184 \cdot p^5 \cdot q^2 + 39143085576178088158643532669811/2 \cdot p^5 - 4781122183918256121079092987937600 \cdot \\ & p^4 \cdot q^2 - 16443506625665442363422868697872855/8 \cdot p^4 + 2457619404623148154129622237184 \cdot p^3 \cdot q^4 + \\ & 6374826847869447229481809683315 \cdot p^3 \cdot q^2 + 326717212499183830162559624292352 \cdot p^3 - 4781120545505319705647051807507264 \cdot \\ & p^2 \cdot q^4 + 238549567289112447637233218062902825/4 \cdot p^2 \cdot q^2 - 457557793666732974667424185998934321 \cdot p^2 + \\ & 819206468207716051376540745728 \cdot p \cdot q^6 - 26393431880439193699679913303181/2 \cdot p \cdot q^4 + 326717212499183830162559624292352 \cdot p \\ & \cdot q^2 - 1593706302364127763405003542358976 \cdot q^6 + 493542641203890337637889304823678505/8 \cdot q^4 - \\ & 457557793666732974667424185998934321 \cdot q^2) \end{aligned}$$

$K_{p\omega} =$

$$\begin{aligned} & -1/(2220481113613031606716487414159835136 \cdot p^4 - 4440962227226063046538651709880832 \cdot p^3 + \\ & 4440962227226063213432974828319670272 \cdot p^2 \cdot q^2 + 44409624492741744221470233879634477097 \cdot p^2 - \\ & 4440962227226063046538651709880832 \cdot p \cdot q^2 - 44409622272260628939495562873081856 \cdot p + \\ & 2220481113613031606716487414159835136 \cdot q^4 - 44409620051779516995407354235305885655 \cdot q^2 + \\ & 222048111361303145412739199158718562304) \cdot (1228809702311574077064811118592 \cdot p^6 - 3187415062347660149958068855363456 \cdot p^5 \\ & + 2048016170519290128441351864320 \cdot p^4 \cdot q^2 + 1612973581669590395791101244595161/4 \cdot p^4 - \\ & 6374826847869447469052055349866240 \cdot p^3 \cdot q^2 - 254996097771686500421446007703914967/4 \cdot p^3 + \\ & 409603234103858025688270372864 \cdot p^2 \cdot q^4 + 1436382634332308296686329010296051/2 \cdot p^2 \cdot q^2 + \\ & 7768757018788570162897505228039744 \cdot p^2 - 3187411785521787319093986494502784 \cdot p \cdot q^4 + \\ & 254990050057869279579866165817636393/4 \cdot p \cdot q^2 - 915122820258524976202745544767176704 \cdot p - 409603234103858025688270372864 \cdot \\ & q^6 + 1521937756821495325014850559888909/4 \cdot q^4 - 7350527524263533835409450415625664 \cdot q^2 + \\ & 36164625295134339602357338921515008) \end{aligned}$$