

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
**FAKULTA STROJNÍ**

Studijní program: B 2301 Strojní inženýrství  
Studijní zaměření: Stavba energetických strojů a zařízení

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Experimentální vyšetření aerodynamických vazeb při torzním kmitání mezi  
lopatkami v přímé mříži

Autor: **David Fenderl**

Vedoucí práce: **prof. Ing. Jiří LINHART, CSc.**

Akademický rok 2012/2013



## **Prohlášení o autorství**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

V Plzni dne: .....

.....  
podpis autora

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat prof. Ing. Jiřímu Linhartovi, Csc. za odborné vedení této bakalářské práce a Ing. Jiřímu Hruškovi za pomoc při práci na experimentálním zařízení.

## ANOTAČNÍ LIST BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

<b>AUTOR</b>	Příjmení Fenderl	Jméno David	
<b>STUDIJNÍ OBOR</b>	2301R016-13 „Stavba energetických strojů a zařízení“		
<b>VEDOUcí PRÁCE</b>	Příjmení (včetně titulů) prof. Ing. Linhart, CSc.	Jméno Jiří	
<b>PRACOVISTĚ</b>	ZČU - FST - KKE		
<b>DRUH PRÁCE</b>	<del>DIPLOMOVÁ</del>	BAKALÁŘSKÁ	<b>Nehodící se škrtněte</b>
<b>NÁZEV PRÁCE</b>	Experimentální vyšetření aerodynamických vazeb při torzním kmitání mezi lopatkami v přímé mříži		

<b>FAKULTA</b>	strojní	<b>KATEDRA</b>	KKE	<b>ROK ODEVZD.</b>	2013
----------------	---------	----------------	-----	--------------------	------

### POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

<b>CELKEM</b>	52	<b>TEXTOVÁ ČÁST</b>	37	<b>GRAFICKÁ ČÁST</b>	15
---------------	----	---------------------	----	----------------------	----

<b>STRUČNÝ POPIS (MAX 10 ŘÁDEK)</b>  <b>ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL POZNATKY A PŘÍNOSY</b>	Tato práce se zabývá problematikou aerodynamických vazebních sil a momentů na obtékanou lopatkovou řadu, která simuluje špičkové profily oběžných lopatek parní turbíny. Zahrnuje dosavadní dílčí měření na experimentálním zařízení, ale také průběh celého měření společně s vyhodnocovacími rovnicemi. Cílem je zprovoznit experimentální zařízení, realizovat měření a vypočítat vazební koeficienty.
<b>KLÍČOVÁ SLOVA</b>  <b>ZPRAVIDLA JEDNOSLOVNÉ POJMY, KTERÉ VYSTIHUJÍ PODSTATU PRÁCE</b>	vibrace lopatek, vibrační uzel, lopatková řada, kalibrace, vazební koeficienty

## SUMMARY OF BACHELOR SHEET

<b>AUTHOR</b>	Surname Fenderl	Name David	
<b>FIELD OF STUDY</b>	2301R016-13 „Stavba energetických strojů a zařízení“		
<b>SUPERVISOR</b>	Surname (Inclusive of Degrees) prof. Ing. Linhart, CSc.	Name Jiří	
<b>INSTITUTION</b>	ZČU - FST - KKE		
<b>TYPE OF WORK</b>	<del>DIPLOMA</del>	<b>BACHELOR</b>	<b>Delete when not applicable</b>
<b>TITLE OF THE WORK</b>	Experimental determination of aerodynamic coupling coefficients at torsional vibration between blades in the direct cascade		

<b>FACULTY</b>	Mechanical Engineering	<b>DEPARTMENT</b>	Design of Power Machines and Equipment	<b>SUBMITTED IN</b>	2012
----------------	------------------------	-------------------	----------------------------------------	---------------------	------

### NUMBER OF PAGES (A4 and eq. A4)

<b>TOTALLY</b>	52	<b>TEXT PART</b>	37	<b>GRAPHICAL PART</b>	15
----------------	----	------------------	----	-----------------------	----

<b>BRIEF DESCRIPTION TOPIC, GOAL, RESULTS AND CONTRIBUTIONS</b>	This thesis focuses on the problematic of aerodynamic coupling forces and moments on blade line in an airflow, which simulates top profiles of rotor blades of a steam turbine. The thesis includes existing partial measurements on an experimental device, but also the course of the entire measurements with evaluation equations. The experimental part and the goal of the thesis is to make the device functional, realize measurements and calculate aerodynamic coupling coefficients.
<b>KEY WORDS</b>	blades vibration, vibration node, blade line, calibration, coupling coefficients

## Obsah

<b>1. Úvod – Uvedení do problematiky</b> .....	<b>8</b>
<b>2. Dosavadní výsledky měření na lopatkové kaskádě</b> .....	<b>9</b>
2.1. Měření rychlostního profilu před a za lopatkovou kaskádou .....	9
2.1.1. Výsledky numerických simulací .....	10
2.1.2. Experimentální měření rychlostního profilu za lopatkovou kaskádou .....	13
2.1.3. Experimentální měření rychlostního profilu před lopatkovou kaskádou .....	14
2.2. Identifikace bez vlivu tekutiny.....	15
2.3. Měření s vlivem tekutiny.....	16
2.4. Numerické simulace vyšetření stability vibrací.....	18
2.4.1. Změna pracovních koeficientů na mezilopatkovém fázovém úhlu.....	20
2.5. Zjišťování aerodynamických vazebních koeficientů.....	21
<b>3. Experimentální vyšetření aerodynamických vazeb při torzním buzení</b> .....	<b>25</b>
3.1. Dílčí měření.....	25
3.1.1. Frekvenční charakteristika .....	25
3.1.2. Vyrovnání rychlostního profilu .....	28
3.1.3. Cejchování .....	29
3.2. Sestavení vyhodnocovacích rovnic.....	31
3.3. Ladící měření při úhlu náběhu 5° .....	38
3.4. Výpočet nejistoty měření .....	43
<b>4. Závěr</b> .....	<b>44</b>
<b>5. Seznam použité literatury</b> .....	<b>45</b>
<b>6. Seznam příloh</b> .....	<b>47</b>
6.1. Aerodynamické vazební koeficienty – torzní kmitání .....	47
6.2. Aerodynamické vazební koeficienty – surné kmitání .....	48
6.3. Aerodynamické vazební koeficienty – tabulky hodnot .....	50

## 1. Úvod – Uvedení do problematiky

V současné době se stále klade větší důraz na výrobu elektrické či tepelné energie s co možná nejvyšší účinností za uspokojivé spolehlivosti a životnosti. Problematika zabývající se konstrukcí energetických strojů je velice rozsáhlá a zasahuje do všech technických oborů. Tato publikace se zabývá problematikou, která je spjata s konstrukcí turbostrojů, tedy turbokompresorů a turbín, kde hraje významnou roli kmitání lopatek. Lopatky turbostrojů jsou často vystaveny enormní zátěži a vibrace jsou na ně přenášeny třemi významnými jevy. První z nich je přenos vibrací pevnou vazbou mezi rotorem a lopatkami, dále pak úplavovými jevy a v neposlední řadě samobuzeným kmitáním lopatek (tzv. flutterem), které bude simulováno prostřednictvím kaskády lopatek uložených v aerodynamickém tunelu na Katedře energetických strojů a zařízení Západočeské univerzity v Plzni.

Vznik samobuzeného kmitání je způsoben působením odtrhávajících se vírů od obtékaného profilu. Hrozbou by pro nás znamenalo tehdy, pokud by rychlost proudění dosáhla kritické rychlosti a frekvence odtrhávajících se vírů se pohybovala v kritickém rozmezí. V turbostrojích je lopatka ovlivněna protékajícím médiem a zároveň vlivem vlastní vibrace toto proudění ovlivňuje. Tyto malé tlakové poruchy se přenášejí na okolní lopatky. Proudění, které zde nastává, je tedy velice obtížně matematicky popsatelné z důvodu netriviálních tekutinových vazeb.

Vzduchový tunel, který je instalován na Katedře energetických strojů a zařízení Západočeské univerzity v Plzni, je určen ke zjišťování nestacionárních aerodynamických sil a momentů v lopatkové kaskádě. Měřicí prostor obsahuje čtyři lopatky vybavené vibračními jednotkami z celkového počtu osmi instalovaných lopatek. Elektromagnetické prvky vybrujících lopatek zajišťují lopatce pohyb o dvou stupních volnosti. Díky konstrukčnímu uspořádání dvou vibrouzlů na jednu lopatku lze budít vibrace suvné, torzní nebo suvně-torzni. Dále pak lze již zmíněné prvky použít k měření aerodynamického zatížení na okolních lopatkách od jedné buzené lopatky. Nezbytnou součástí jsou také bezkontaktní snímače polohy, které jsou upevněny na stacionární části obou vibrouzlů každé ze čtyř experimentálních lopatek.

Již zmíněná kaskáda lopatek je modelem se zachováním schodné geometrie a s platností podobnostních kritérií vlastních reálných lopatek instalovaných v praxi, které jsou náchylné k aerodynamickému buzení a následné možné nestabilitě. Z tohoto důvodu je nutná znalost vlivu tekutiny na obtékané vibrující lopatky pro stanovení přesných pohybových rovnic a následné možné analýze.

Lopatky, které jsou umístěny v aerodynamickém tunelu, jsou modelem reálných lopatek instalovaných v jaderné elektrárně Temelín. Jedná se o špičkové profily oběžných lopatek posledního stupně Modulu 6. Původní profil o třívě 192,7 mm je zmenšen na hodnotu 51 mm.



Náplní této publikace týkající se kmitání lopatek bude, kromě seskupení všech dosavadních dílčích měření, oblast torzního kmitání. Budou zde sestaveny vyhodnocovací rovnice pro zjištění aerodynamických vazebních koeficientů společně s cejchovnými vztahy. Provede se zprovoznění experimentálního zařízení, kde bude provedena serie dílčích měření. Následně se uskuteční samotné měření aerodynamických sil a momentů z kterých se následně vypočtou vazební koeficienty. Ke konci této publikace bude nastíněn pro ukázkou výpočet nejistoty měření na jednom z aerodynamických koeficientů.

## **2. Dosavadní výsledky měření na lopatkové kaskádě**

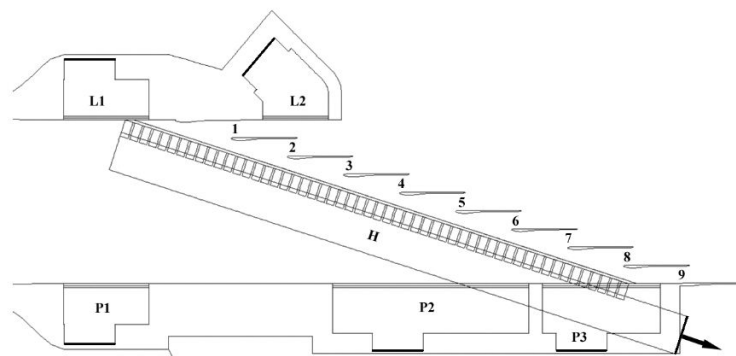
Měřením aerodynamických vazebních koeficientů na vibrující lopatkové kaskádě se v současné době zabývají dvě výzkumná střediska. Jedním z nich je akademie věd na Ukrajině pod vedením V. A. Tsymbalyuka a druhým je laboratoř Katedry energetických strojů a zařízení Západočeské univerzity v Plzni. Vzduchový tunel, který je instalován v laboratoři v Plzni, je ve stádiu postupného oživování. Od samotného vniku experimentálního zařízení proběhla celá řada změn týkajících se zpracování signálu, kalibrace celého zařízení a v neposlední řadě záznamu a vyhodnocení výsledků. V uplynulé době byla kompletně přepracována analogová část regulace, včetně obvodů pro úpravu signálu a výkonových zesilovačů. Následovala celá řada kontrolních a předběžných měření, které bylo nutné provést pro budoucí měření aerodynamických vazebních koeficientů. Tyto koeficienty budou výsledkem experimentálního měření využitelné pro numerické simulace. Jednotlivá dílčí měření prováděná na vzduchovém tunelu a předběžné numerické simulace jsou podrobněji přiblíženy v následujících kapitolách.

### **2.1. Měření rychlostního profilu před a za lopatkovou kaskádou**

Jedním z významných dílčích měření bylo ověření rychlostního profilu před a za lopatkovou kaskádou, aby bylo docíleno stejných okrajových podmínek pro všechny profily lopatek. Konstrukční seskupení lopatek vytváří klínovitý vstup proudícího média (obr. 2.1.1.1.) na náběžné hrany lopatek, který způsobí nerovnoměrné rozložení rychlostního profilu. Tento profil by ovlivnil přenos aerodynamických sil, a tudíž do značné míry zkreslil budoucí měření. Dále pak není možné z konstrukčního důvodu vyrovnat rychlostní profil u krajních lopatek této kaskády, což jsme schopni akceptovat. Výsledky rychlostních profilů z numerické simulace i z experimentálního měření jsou uvedeny níže.

### 2.1.1. Výsledky numerických simulací

Nejprve jsou uvedeny výsledky počítačového řešení proudění uvnitř aerodynamického tunelu, které jsou velice kvalitně publikovány v [1]. Tato studie má dát odpověď na otázku, jaké množství vzduchu a v jaké sekci odsávat, aby došlo k efektivnímu vyrovnání rychlostního profilu před vstupem do lopatkové kaskády. Následující obr. 2.1.1.1. poukazuje na jednotlivé rozložení odsávacích komor v okolí lopatkové kaskády.

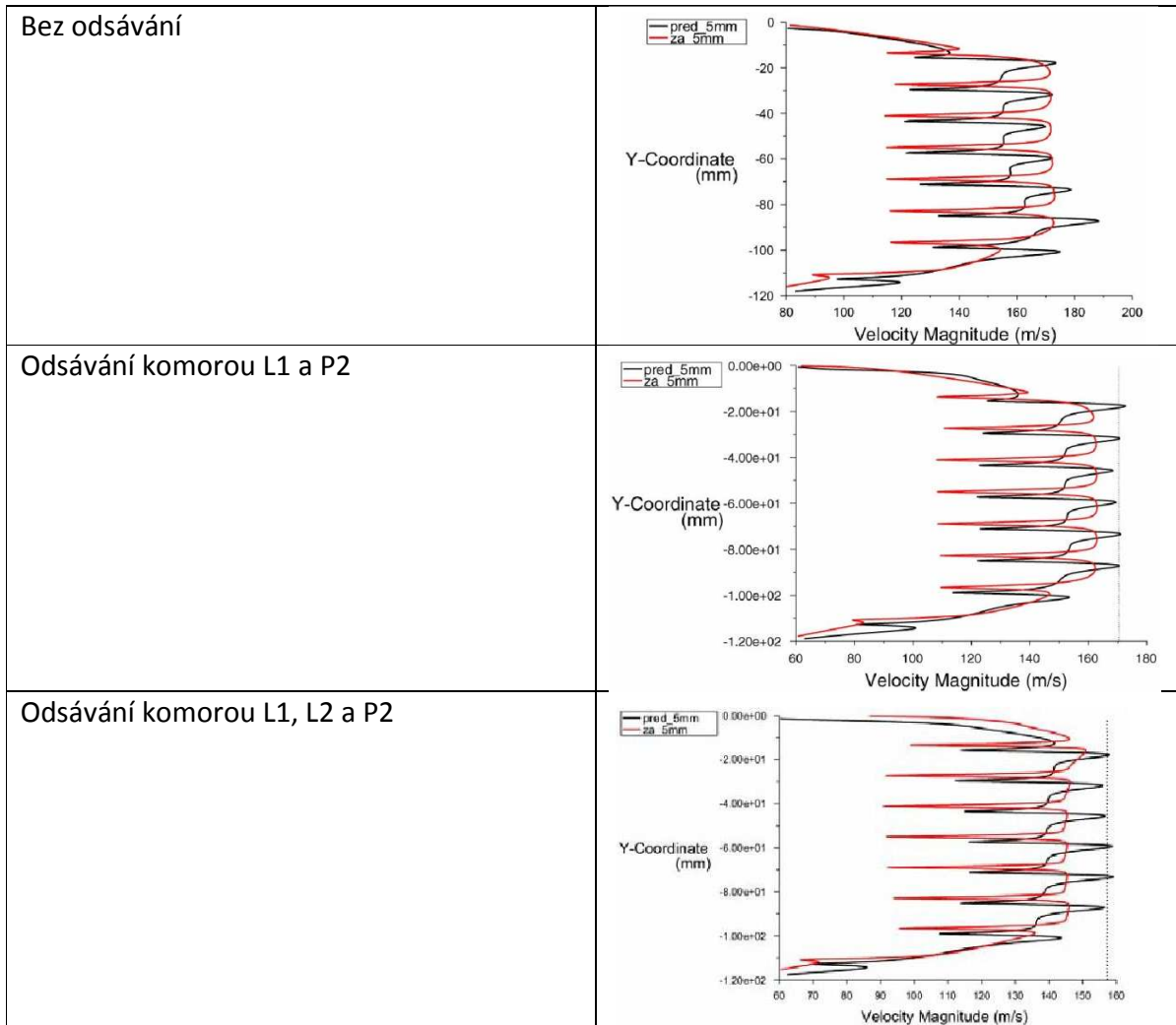


Obr. 2.1.1.1. Rozložení odsávacích komor [1]

Studie numerických simulací [1] obsahuje porovnání rychlostních profilů před a za lopatkovou řadou při nevhodnějších kombinacích použití odsávacích komor. Ovšem musíme vzít v úvahu, že se jedná o numerické simulace, které používají maximální teoretické hodnoty, jichž nelze ve skutečnosti dosáhnout. Výsledky této studie jsou přehledně znázorněny v následující tab. 2.1.1.1..

V této tab. 2.1.1.1. je v prvním grafu vykreslen rychlostní profil před (černě) a za (červeně) lopatkovou kaskádou pro proudění bez odsávání, kde je patrný vliv klínu na rychlostním rozložení v lopatkové kaskádě. V následujících dvou grafech jsou rychlostní profily na šesti prostředních lopatkách téměř vyrovnané. Těchto výsledků bylo docíleno nevhodnější kombinací použití odsávacích komor s určitým celkovým poměrným odsáváním vzduchu. Při použití kombinace odsávacích komor L1 a P2 docílíme uspokojivých výsledků při celkovém poměrném odsáváním vzduchu o hodnotě 5,4%. Tato simulace byla prováděna při střední rychlosti  $171 \pm 2$  m/s. Dále pak lze tohoto výsledku dosáhnout také připojením komory L2, ovšem za nepříznivého zvýšení celkového poměrného odsávaného množství na hodnotu 8,2% a narušení rychlostního profilu za lopatkovou kaskádou.

Dále je nutno zmínit o variantě, kdy byla využita k odsávání podélná štěrbina „H“ před kaskádou lopatek. Využití této štěrbiny se ovšem nepříznivě projevilo v prohnutí rychlostního profilu ve střední části kanálu oproti neodsávanému stavu. Rychlostní profil byl vyrovnán v 60 mm výšce lopatky.

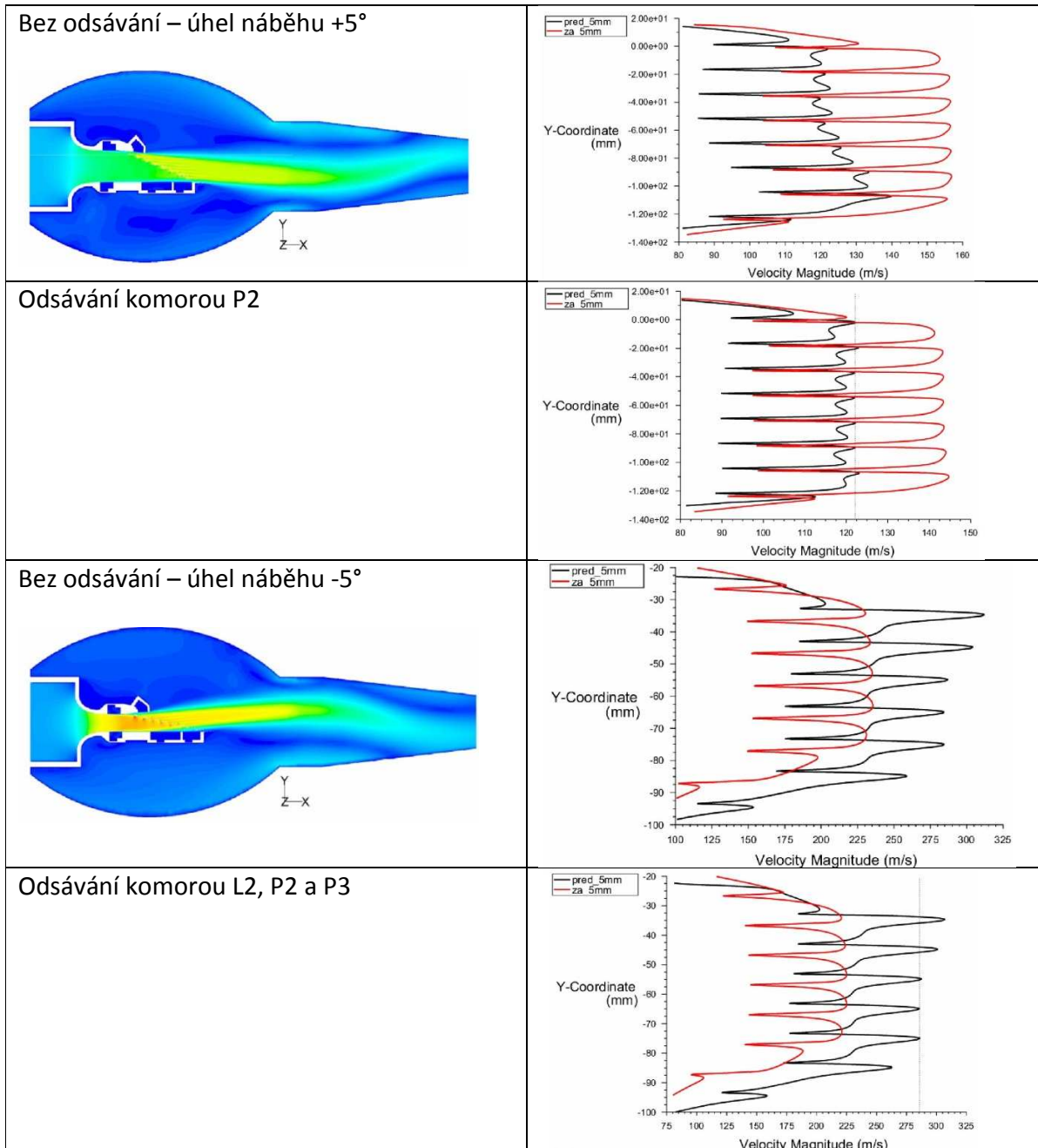


Tab. 2.1.1.1. Vyrovnání rychlostního profilu (jednotlivé grafy [1])

V publikaci [1] proběhla také studie vyrovnání rychlostního profilu pomocí odsávání s natočením lopatek do kladného a záporného směru o  $5^\circ$ . Výsledky této studie jsou přehledně znázorněny v tab. 2.1.1.2..

U varianty s natočením lopatek do  $+5^\circ$  bylo dosaženo vyrovnání rychlostního profilu v sedmi středních mezilopátkových kanálech označených čísly 2 až 8 (viz. obr. 2.1.1.1.), při střední rychlosti vzduchu  $122,5 \pm 0,5$  m/s. Vyrovnání rychlostního profilu bylo dosaženo pomocí odsávání jedinou komorou P2 s poměrným odsávaným množstvím 5,25%. V případě natočení lopatek do -

5° se pomocí odsávání podařilo vyrovnat pouze tři střední mezilopátkové kanály č. 4, 5 a 6 se střední rychlostí vzduchu  $286 \pm 0,5$  m/s při poměrném odsávaném množství 2,9%. Ostatní kanály nebylo možné více ovlivnit díky omezenému tlakovému spádu v odsávacích komorách. Veškeré výsledky společně s touto kapitolou jsou dílem studie [1].

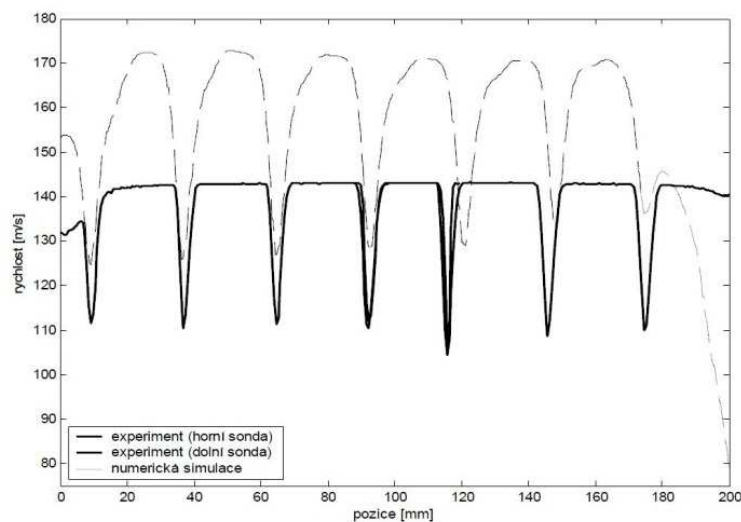


Tab. 2.1.1.2. Vyrovnání rychlostního profilu se změnou úhlu náběhu (jednotlivé grafy, obrázky [1])

### 2.1.2. Experimentální měření rychlostního profilu za lopatkovou kaskádou

Výše uvedená studie uvádí numerické simulace proudění v prostoru lopatkové kaskády, která byla provedena pro maximální průtokové hodnoty tunelem. Experimentálně byly tyto simulace ověřeny v publikaci [4] pomocí dvojice sond umístěných na traverzovacím mechanismu za lopatkovou kaskádou. Pojezd mechanismu byl zajištěn krokovým motorem přes vodící šroub vedený souběžně s kaskádou. Jelikož geometrie měřeného prostoru neumožňovala pohybovat jednou sondou podél celé lopatkové řady, byla na traverzovacím mechanismu umístěna dvojice sond. Sondy byly vzájemně posunuty tak, aby při jejich posuvu bylo možné proměřit celý rychlostní profil, částečně se však jejich dráhy překrývaly, což je patrné z obr. 2.1.2.1. a lze toho využít i k ověření správnosti výsledků.

Na experimentálním zařízení se navrhované maximální průtokové hodnoty tunelem nedosáhlo, proto je nutné srovnávat pouze charakter průběhů grafů rychlostních profilů a neposuzovat absolutní velikosti rychlostí. Výsledkem této studie je znatelná shoda experimentu se simulací (čárkovaně) a znatelně uspokojivé srovnání rychlostního profilu za lopatkovou kaskádou. Vzájemný posun křivek je způsoben rozdílnou rychlostí proudícího média v experimentu a simulaci. Veškeré výsledky společně s touto kapitolou jsou dílem studie [4].

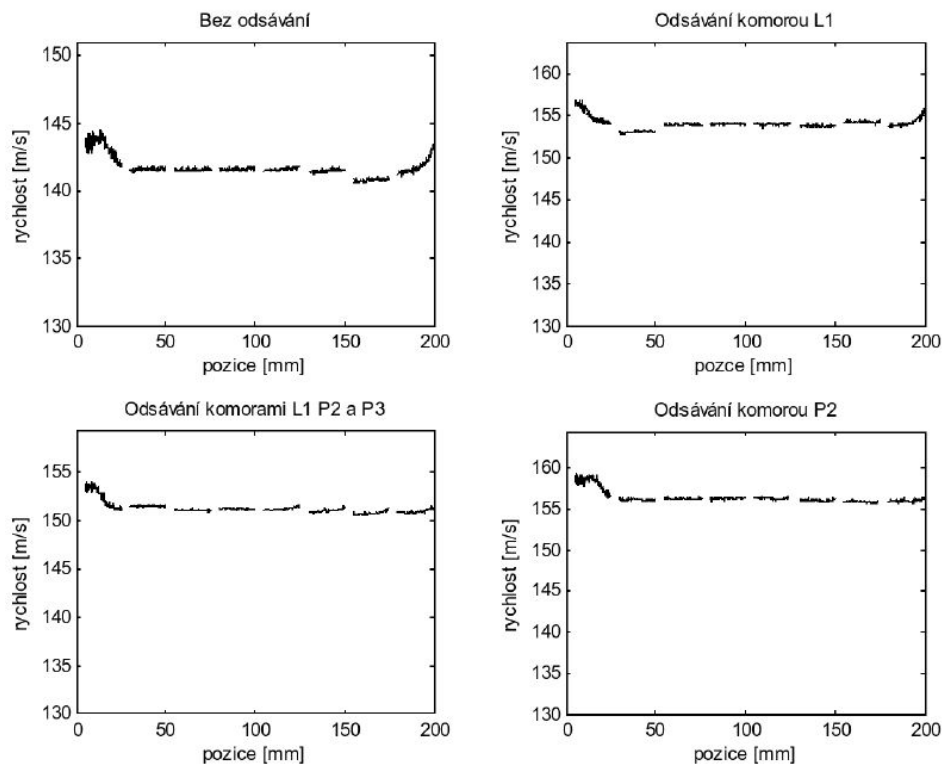


Obr. 2.1.2.1. Vyrovnání rychlostního profilu za lopatkovou kaskádou [4]

### **2.1.3. Experimentální měření rychlostního profilu před lopatkovou kaskádou**

Z numerických simulací [1] vzešlo najevo, že bez odsávání je rychlostní profil za lopatkovou kaskádou vyrovnaný. Ovšem také je vidět, že vliv klínu na rychlostní profil před kaskádou je znatelný, proto bylo nutné tento fakt ověřit experimentální cestou. Tento jev by nám mohl negativně ovlivnit budoucí měření aerodynamických sil a momentů působících na jednotlivé lopatky. Pro měření rychlostního profilu před lopatkovou kaskádou není možné přesunout traverzovací mechanismus před lopatkovou řadu, protože by došlo k zkreslení rychlostního profilu. Z tohoto důvodu byla zkonstruována nová sonda umístěná na stávajícím traverzéro.

Výsledky měření, které jsou publikovány v [5], jsou vyobrazeny v grafech na obr. 2.1.3.1.. První graf ukazuje rychlostní profil měřený před lopatkovou kaskádou bez vlivu odsávání. Nespojitosti v zobrazených rychlostních profilech jsou dány nemožností měřit rychlosti přímo před náběžnými hranami lopatek. V souladu s numerickým modelem je patrné, že tento profil není vyrovnaný, zvláště v okolí posledních tří lopatek (pozice traverzéro 130 mm až 200 mm). Jako optimální se ukázal rychlostní profil při odsávání komorou P2 (na pravé straně náběžného kanálu). I toto nastavení tunelu bylo zkoumáno numerickými simulacemi [1] s kladným výsledkem, ovšem tato varianta není v tab. 2.1.1.1. uvedena. Dále pak byla provedena další měření při různých režimech odsávání, ale žádný z nich nenaplnil toto očekávání. Měření byla opět opakována pro různá průtočná množství a výsledkem byl navrhnutý postup odsávání porézními stěnami kanálu během měření tak, aby byl zajištěn vyrovnaný rychlostní profil a tím stejné okrajové podmínky pro všechny kmitající lopatky. Veškeré výsledky společně s touto kapitolou jsou dílem studie [5].



Obr. 2.1.3.1. Rychlostní profil pře lopatkovou kaskádou [3]

## 2.2. Identifikace bez vlivu tekutiny

Dalším dílčím měřením, které bylo publikováno v [6], byla identifikace systému bez vlivu tekutiny, která byla provedena před samotným měřením s vlivem tekutiny. Zmíněná identifikace byla provedena z frekvenční charakteristiky pro model lopatky č. 5. Měření bylo provedeno při svbném kmitání, proto budeme uvažovat lineární systém s jedním vstupem a jedním výstupem. Při tomto postupu je důležité sledovat oba signály snímačů polohy a zejména rozdíl těchto signálů, aby byl dodržen předpoklad svbných vibrací. Budeme-li budít sledovaný systém harmonickými signály o různých frekvencích a měřit příslušné odezvy (tj. výchylky), dostaneme porovnáním vstupů a výstupů postupně několik bodů frekvenční charakteristiky. Z těch pak následně identifikujeme amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku modelu.

Charakteristiky jsou uvedeny v publikaci [6]. Jednotlivé body amplitudové i fázové frekvenční charakteristiky byly proloženy křivkou, jejíž předpis je popsán modelem druhého řádu. Výpočtový model zde autorem není uveden, proto je čtenář odkázán v případě zájmu na publikaci [6].

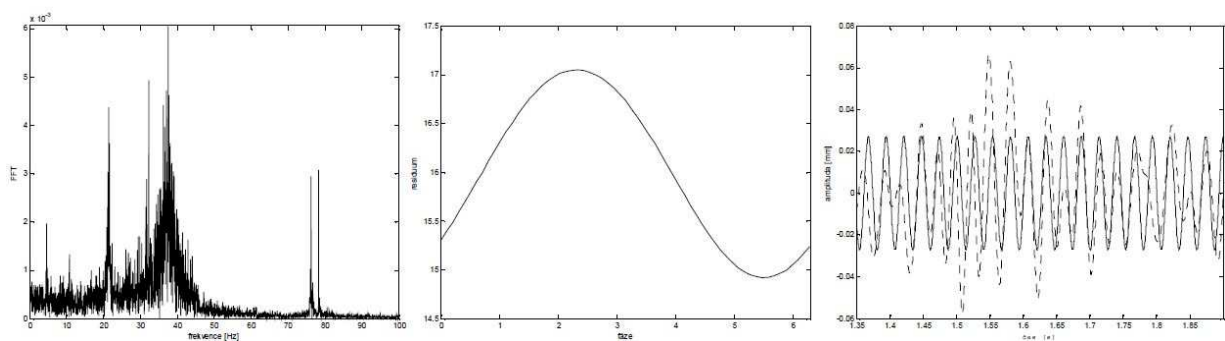
Spočtená frekvence z proložené funkce odpovídá vlastní frekvenci systému modelu lopatky č. 5. Její hodnota byla naměřena 79,08 Hz.

Je třeba závěrem uvést jeden poznatek. Jak se ukázalo, výpočet je velmi citlivý na změnu hodnoty koeficientu tuhosti  $k$ . Přitom právě tento koeficient je při měření zatížen největší chybou, neboť jeho hodnota je závislá na přesném měření absolutních hodnot výchylek.

### 2.3. Měření s vlivem tekutiny

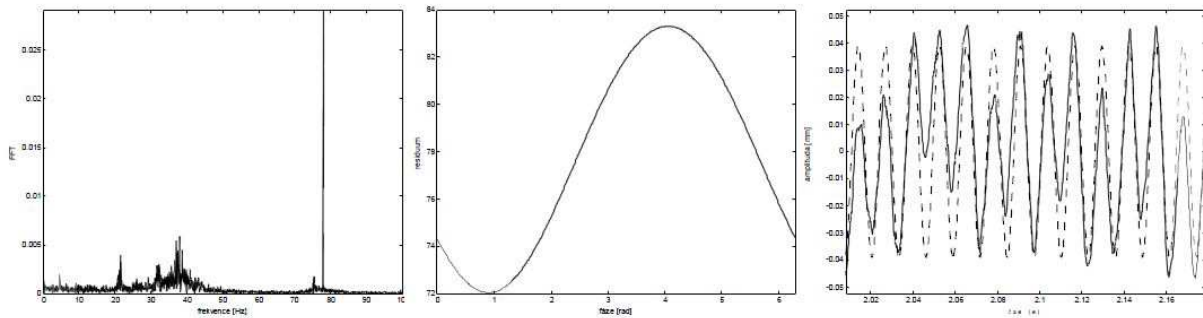
Měření, které proběhlo ve stejné studii, jako v předchozí kapitole, se nazývá měření s vlivem tekutiny, které bylo publikováno v [6]. Pro tyto experimenty byly použity pouze lopatky č. 5 a 6 dle obr. 2.1.1.1.. Nejprve jsou obě lopatky buzeny pouze proudem protékajícího vzduchu. V další sérii experimentů je lopatka č. 5 vibrátorem buzena harmonickým signálem o frekvenci 78 Hz a je sledován vliv jejího kmitání na pohyb lopatky č. 6. Cílem měření bylo získat dostatečné množství dat, která by byla posléze použitelná v numerických simulacích (např. pro zjištění stability kmitání lopatek) – viz [7].

V tomto měření [6] vzhledem k velkému zašumění signálu nebylo možno proložit získaná data vhodnou periodickou funkcí bez značných úprav. Za předpokladu surného kmitání (zanedbáno nepatrné torzní kmitání) byla nejprve stanovena pomocí Fourierovy transformace (FFT) dominantní frekvence signálu.



Obr. 2.3.1. Lopatka 6 buzená proudem [6]

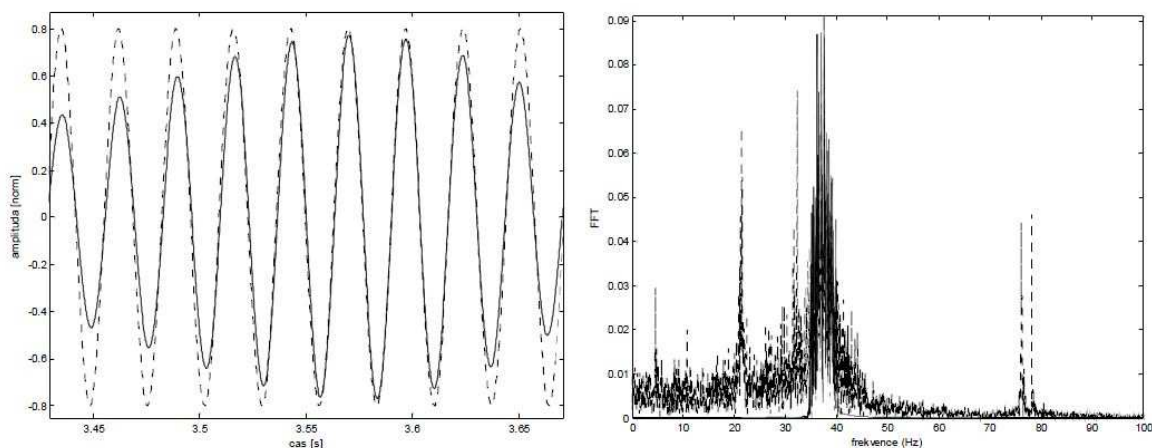




Obr. 2.3.2. Lopatka 6 buzená proudem, ovlivněna harmonicky buzenou lopatkou 5 [6]

Výsledky experimentů nalezneme na obr. 2.3.1 a obr. 2.3.2.. Postupně zleva je zde znázorněna FFT signálu, průběh rezidua fáze a srovnání naměřeného signálu (čárkovaně) s proloženou funkcí. V prvním případě bylo nejlepšíh výsledků dosaženo pro frekvenci  $f = 37,6 \text{ Hz}$  a amplitudu  $A_q = 0,027 \text{ mm}$ . Ve druhém případě je zcela jasně patrná frekvence nuceně kmitající lopatky 5, tedy  $f = 78 \text{ Hz}$ . Amplituda signálu je v tomto případě  $A_q = 0,039 \text{ mm}$ . Více o této metodě, včetně zevrubného popisu výsledků lze nalézt v [7].

Pro zjištění dominantní frekvence, jak je uvedeno v [6], byl signál nahrazen jednoduchou harmonickou funkcí dle kritéria metody nejmenších čtverců. Po několika experimentech byl na tuto harmonickou funkci aplikován Chebyševův filtr, který se ukázal jako nejvhodnější. Jak je patrné na obr. 2.3.3., jedná se o pásmovou propust s propustným pásmem 30 až 45 Hz.



Obr. 2.3.3. Filtrovaný signál (vlevo) a jeho Fourierova transformace (vpravo) [6]

Na obr. 2.3.3. je zakresleno porovnání filtrovaného signálu (plnou čarou) s původní spočtenou aproximací (tečkovaně). Dále je zachycena FFT původního měřeného a filtrovaného signálu. Je patrné, že shoda je uspokojující. Filtrovaný signál vykazuje menší odchylku než signál spočtený

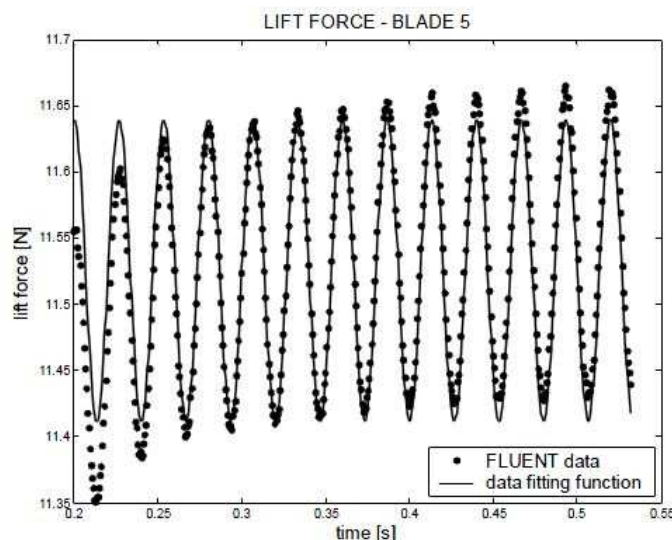
původním způsobem a je přitom vhodný i pro numerické simulace. Veškeré výsledky společně s touto kapitolou jsou dílem studie [6].

## 2.4. Numerické simulace vyšetření stability vibrací

Z experimentálního vyšetření stavu proudového pole a velikosti výchylek vibrujících lopatek (lopatka 5 a 6) jsou tyto hodnoty použity jako vstupní podmínky pro numerickou simulaci. Následně jsou nestacionárním numerickým výpočtem turbulentního vazkého proudění ve vzduchovém tunelu s vibrujícími lopatkami vyšetřeny aerodynamické síly na tyto lopatky. K tomu je využit program FLUENT. Ze vzájemného vztahu výchylky lopatky a síly působící na tuto lopatku lze stanovit stabilitu vibrací lopatky.

Numerická simulace poskytuje závislost síly na čase ve formě bodů. Tyto body jsou pomocí Gauss-Newtonovy metody nejmenších čtverců proloženy harmonickou funkcí (2.4.1), čímž získáme střední hodnotu síly, amplitudu síly a fázový posun síly od výchylky. Frekvenci síly při této náhradě předpokládáme stejnou jako budící frekvenci, což se ukazuje jako správný předpoklad. Náhrada vypočtených aerodynamických sil funkčním předpisem pro lopatku 5 v prvním měření je patrná z obr. 2.4.1..

$$F(t) = F_s + A_f \sin(2\pi ft + \varphi_F) \quad (2.4.1.)$$

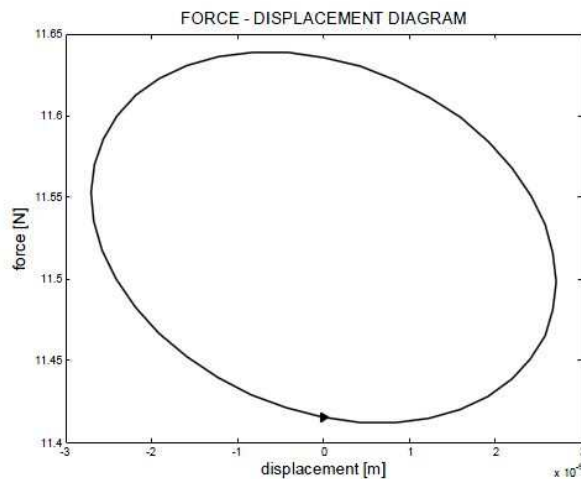


Obr. 2.4.1. Náhrada výpočtově zjištěné aerodynamické síly harmonickou funkcí [6]

Principem nepřímé metody vyšetřování stability vibrací je stanovení práce aerodynamických sil, kterou lopatka vykoná během jednoho cyklu. Intenzita buzení či tlumení vibrací je dána velikostí práce ve tvaru (2.4.2). Kde  $A_q$  ( $A_F$ ) je amplituda výchylky (síly) a  $\varphi_q$  je mezilopatkový fázový posun.

$$W = \pi \cdot A_q A_F \sin(\varphi_F - \varphi_q) \quad (2.4.2.)$$

Stabilitu vibrací je vhodné určovat z grafu závislosti aerodynamické síly na výchylce, pro lopatku 5 v prvním měření je tato závislost vykreslena na obr. 2.4.2.. Nepřímá metoda vyšetřování stability vibrací je více popsána v [8].



Obr. 2.4.2. Graf závislosti síla - výchylka [6]

Mezilopatkový fázový posun  $\varphi_q$  je pro lopatku 5 i 6 v prvním měření stejný, lze jej tedy uvažovat jako nulový. V druhém měření je lopatka 6 fázově zpožděna o úhel  $\varphi_q = 0,1 [rad]$  za lopatkou 5. Tab. 2.4.1. shrnuje parametry harmonické funkce výchylky i síly (vztažené na 1 m délky lopatky) a jsou zde uvedeny také hodnoty práce aerodynamických sil pro lopatky 5 a 6 v prvním i druhém měření. Je zřejmé, že vibrace jsou ve všech případech stabilní, což je potvrzeno i experimentálně. Tento fakt vychází z vypočtených prací. Kladná hodnota práce značí přenos energie z tekutiny do lopatky a tím i podporování vibrací, záporná hodnota práce ukazuje na přenos energie z lopatky do tekutiny a tím i na tlumení vibrací. Veškeré výsledky společně s touto kapitolou jsou dílem studie [6].

	první měření		druhé měření	
	lopatka 5	lopatka 6	lopatka 5	lopatka 6
$A_q$ [m]	2,7E-05	2,6E-05	4,1E-05	3,9E-05
$\varphi_q$ [rad]	0	0	0	-0,1
$F_s$ [N]	11,525	9,484	11,456	9,381
$A_F$ [N]	0,114	0,073	0,354	0,187
$\varphi_F$ [rad]	-1,813	-1,922	-1,782	-1,862
$W$ [J]	-9,4E-06	-5,6E-06	-4,5E-05	-2,3E-05

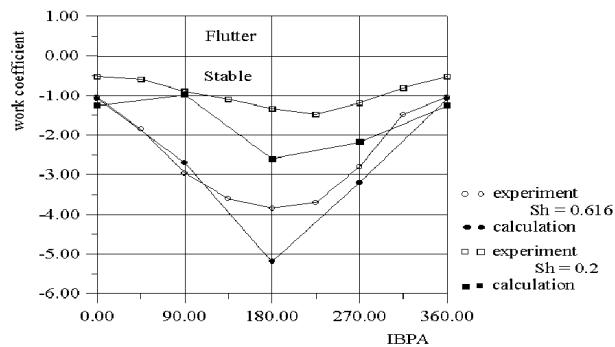
Tab. 2.4.1. Shrnutí parametrů harmonických funkcí výchylky a síly, práce aerodynamických sil [6]

### 2.4.1. Změna pracovních koeficientů na mezilopátkovém fázovém úhlu

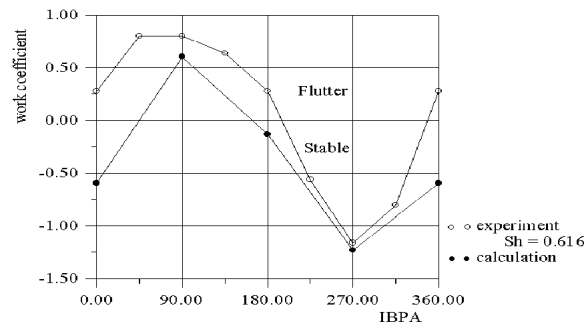
Tato studie [10] byla provedena na Ukrajině a pojednává o změně pracovních koeficientů na mezilopátkovém fázovém úhlu výchylek (dále IBPA). Aerodynamické chování systému bez zohlednění mechanického tlumení je definováno pracovními koeficienty, které se rovnají práci provedenou aerodynamickými silami během jednoho cyklu kmitání.

Kladná hodnota práce značí přenos energie z tekutiny do lopatky a tím i podpora vibrací, záporná hodnota právě naopak a tím tlumení vibrací. Zmíněná závislost je zobrazena na obr. 2.4.1.1. pro surné kmitání a pro torzní na obr. 2.4.1.1..

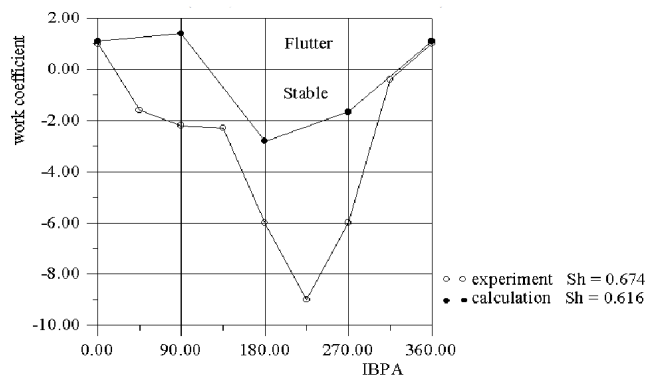
Obr. 2.4.1.1. ukazuje pracovní koeficienty jako funkci IBPA pro surné kmitání, jestliže náběhový úhel na lopatky je roven nule. Světlé čtverce (kroužky) korespondují s experimentálními daty, černé čtverce (kroužky) korespondují s numerickými výsledky. S klesajícím Strouhalovým číslem (zvýšující vstupní rychlost) stabilita klesá. V IBPA hodnotách blížících se  $180^\circ$  je pozorováno maximální tlumení a hodnoty blížících se  $0^\circ$  korespondují s minimálním tlumením. Na obr. 2.4.1.2. je uvedena změna pracovního koeficientu versus IBPA pro torzní kmitání s dopadovým úhlem na lopatky  $0^\circ$ . Lze pozorovat, že k maximálnímu vybuzení dojde kolem  $90^\circ$ . Dále pak na obr. 2.4.1.3. je zobrazena změna pracovních koeficientů při surném kmitání pro dopadový úhel  $16^\circ$ .



Obr.2.4.1.1. Pracovní koeficienty versus IBPA pro surné kmitání [10]

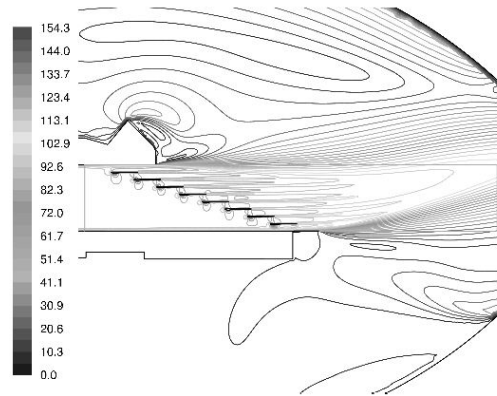


Obr. 2.4.1.2. Pracovní koeficienty versus IBPA pro torzní kmitání [10]

Obr. 2.4.1.3. Pracovní koeficienty versus IBPA při surném kmitání s náběhovým úhlem  $16^\circ$  [10]

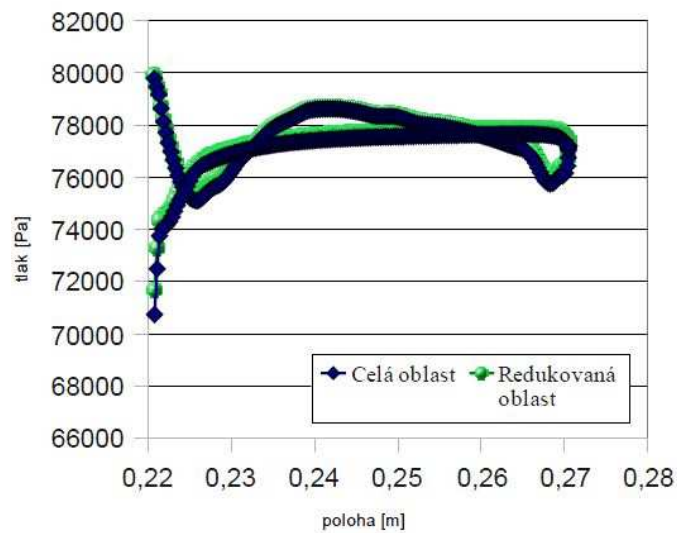
## 2.5. Zjišťování aerodynamických vazebních koeficientů

Do kategorie významnějších měření, lze zařadit srovnání numerické simulace a samotného experimentu. Toto měření bylo prováděno s úhlem náběhu  $0^\circ$  a  $8^\circ$ . U numerické simulace bylo nejprve spočteno proudění v celém měřicím prostoru s nulovým úhlem náběhu. Poté z časových úspor výpočtu bylo nutné vytvořit redukovanou oblast, která je znázorněna rámečkem na obr. 2.5.1., se zachováním potřebných okrajových podmínek.

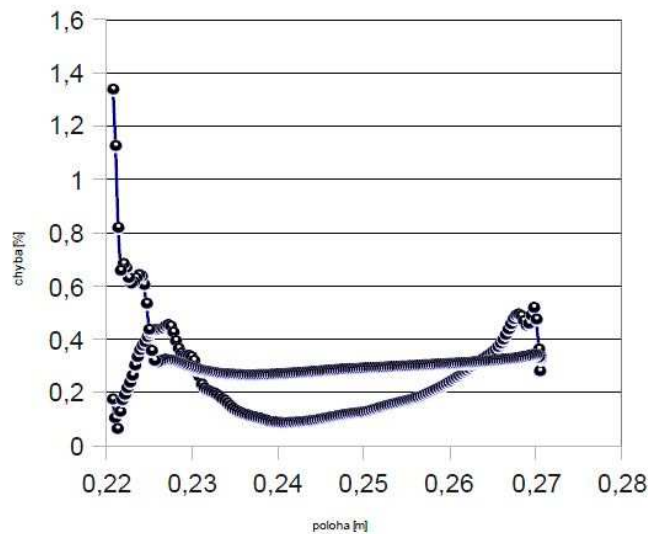


Obr. 2.5.1. Porovnání výpočtu plné a redukované oblasti [9]

Okrajová podmínka potřebná pro toto zjednodušení byla uskutečněna prostřednictvím přenesení tlakových profilů. Na obr. 2.5.2. je zobrazen graf rozložení statického tlaku na lopatku č. 1, kde je patrná jistá shoda. Vznik chyby při tomto zjednodušení je patrný na obr. 2.5.3., kde průměrná chyba je nižší než 0,3%.



Obr. 2.5.2. Porovnání rozložení statického tlaku na povrchu lopatky v celé a redukované oblasti [9]



Obr.2.5.3. Rozdíl mezi rozložením statického tlaku na povrchu lopatky v celé a redukované oblasti [9]

Výpočet byl prováděn v obou případech jako 2D, vazký, turbulentní. Pro případ plné varianty bylo médium uvažováno jako stlačitelné, v případě redukované varianty jako nestlačitelné. Okrajové podmínky (hmotnostní tok na vstupu) pro numerickou simulaci plné varianty byly stanoveny tak, aby v místě, kde se nachází sonda v experimentálním zařízení, byla rychlost proudění 115 [m·s<sup>-1</sup>], shodná s experimentem. Stejně jako u experimentu, byly předepsány vibrace popsané harmonickou funkcí lopatce č. 2 a síly byly měřeny na nepohybující se lopatce 3. Všechny ostatní lopatky byly považovány za pevné (u experimentálního zařízení mechanicky i elektromagneticky fixované).

Pro experiment (stejně i pro výpočet) byly stanoveny shodné parametry proudění i vibrací jednotlivých lopatek. To znamená, že lopatka č. 2 byla nuceně buzena k surnému kmitání s amplitudou 0,7 [mm] a frekvencí 81,5 [Hz]. Síly byly poté měřeny siloměry umístěnými na vibrouzlu lopatky č. 3.

Výsledky pro první variantu jsou zapsány v tab. 2.5.1.. Síly nejsou v tomto případě přepočteny na shodnou délku lopatek. Naproti tomu aerodynamické koeficienty zjištěné experimentálně a numericky vykazují dobrou shodu. Podstatný rozdíl je pouze ve fázi obou hodnot, což je částečně způsobeno rozdílným způsobem výpočtu fáze pro experiment a pro výpočet. I tak je rozdíl (resp. norma rozdílu obou vektorů) mezi experimentálně a numericky získanými daty 7,35 %.

	Experiment		Výpočet	
	$F_o [N]$	$F_f [N]$	$F_o [N]$	$F_f [N]$
<b>ampl.</b>	-2,9696	-3,2749	0,04407	1,7674
<b>fáze</b>	0,5410	1,0138	0,33418	2,8159
	$L [N]$		$L [N]$	
<b>ampl., fáze</b>	0,5628	-1,5486	1,7234	2,4817
<b>komplexní</b>	-0,3053+0,4728i		-1,3616+1,0565i	
	$l_{23}$		$l_{23}$	
<b>komplexní</b>	$(-3,28+5,04i) \cdot 10^{-4}$		$(-3,14+4,24i) \cdot 10^{-4}$	
<b>rozdíl</b>	7,35 %			

Tab. 2.5.1. Srovnání experimentu s numerickou simulací pro nulový úhel náběhu [9]

Výsledky druhé varianty, tj. varianty s úhlem náběhu 8 stupňů, jsou zapsány v tab. 2.5.2.. Zde rozdíl překračuje 85 %. Příčinu lze hledat jak v přílišném zjednodušení modelu numerické simulace, tak v nepřesnosti měření. Geometrie kanálu se totiž otočením lopatkové řady mění a vliv této změny při natočení hraje zřejmě výraznější vliv než se uvažovalo a zjednodušení na změnu pouze směru vstupní rychlosti nevystihuje dostatečně přesně realitu. Veškeré výsledky společně s touto kapitolou jsou dílem studie [9].

	Experiment		Výpočet	
	$F_o [N]$	$F_f [N]$	$F_o [N]$	$F_f [N]$
<b>ampl.</b>	4,0262	-1,4546	0,04407	4,1837
<b>fáze</b>	-1,5008	0,1818	0,33418	2,0064
	$L [N]$		$L [N]$	
<b>ampl., fáze</b>	-5,4808	1,682	4,1397	1,6724
<b>komplexní</b>	0.60823-5.4469i		-0,41836+4,11847i	
	$l_{23}$		$l_{23}$	
<b>komplexní</b>	$(5,312+1,632i) \cdot 10^{-3}$		$(-0,9641 + 9,491i) \cdot 10^{-4}$	
<b>rozdíl</b>	85,25 %			

Tab. 2.5.2. Srovnání experimentu s numerickou simulací pro úhel náběhu 8 stupňů [9]



### 3. Experimentální vyšetření aerodynamických vazeb při torzním buzení

V této kapitole budou nejprve objasněny jednotlivá dílčí měření. Následně budou odvozeny vyhodnocovací rovnice s modifikací pro torzně buzené lopatky, z kterých bude patrný průběh výpočtu aerodynamických vazebních koeficientů. Poté budou prezentovány výsledky ladícího měření a závěrem bude proveden výpočet nejistoty měření.

#### 3.1. Dílčí měření

Zmíněná měření se budou skládat z frekvenčních charakteristik jednotlivých maket lopatek při torzním buzení. Cílem tohoto měření bude zjistit vlastní frekvence buzených maket. Následně bude provedeno cejchování všech čtyř párů vibrouzlů společně s odvozením cejchovných vztahů. Dále bude provedeno srovnání rychlostního profilu mezi lopatkami pomocí konzoly upevněné v koridoru.

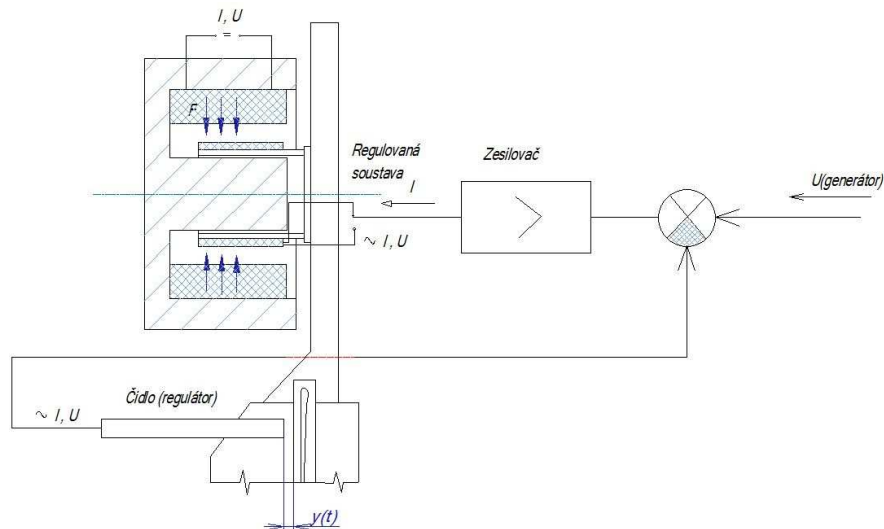
##### 3.1.1. Frekvenční charakteristika

Prvním z dílčích měření, které bylo nutné provést před samotným měřením, bylo zjištění vlastních (rezonančních) frekvencí jednotlivých systémů vibrujících maket. Tento krok byl nutný pro následné určení frekvence vibrací, u kterých by nedocházelo k samovolnému výkmitu. Snahou bylo srovnat tyto hodnoty pomocí přídavné hmoty na podobnou hodnotu.

V případě torzně buzené lopatky byly nalezeny rezonanční frekvence v okolí 95 Hz, a proto byla tato oblast proměřena mezi 70 a 110 Hz (pro lepší zobrazení v grafu od 80 Hz). Měření probíhalo s krokem 1 Hz o snaze udržení požadované výchylky 0,4°. Pro udržení této výchylky byla regulována hodnota napětí na generátoru.

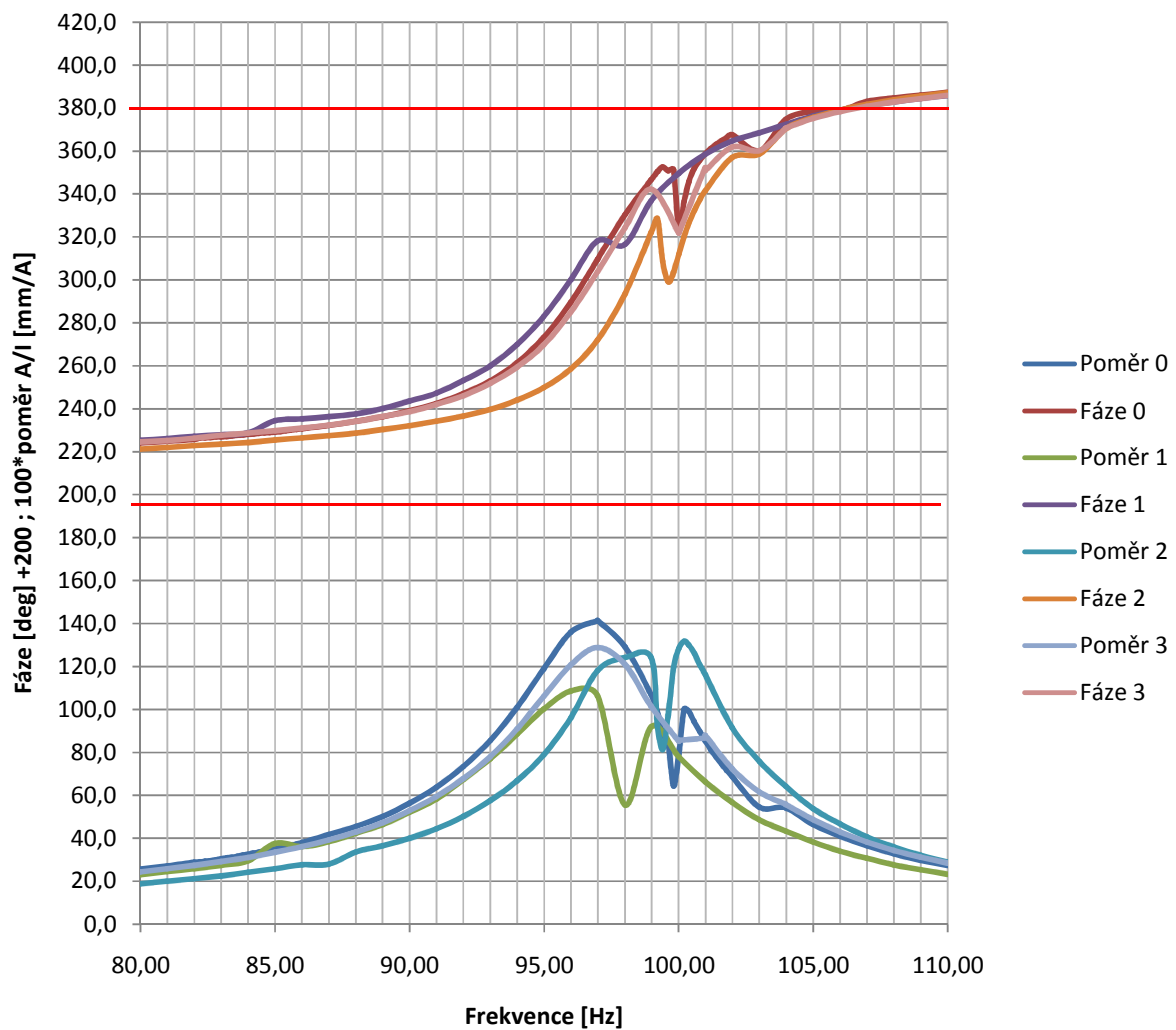
Pozn.:

Pro udržení amplitudy výchylky je klíčová samočinná regulace, která je schématicky zobrazena na obr. 3.1.1.1.. Princip této regulace je založen na principu minimalizace rozdílu napětí mezi generátorem harmonického signálu a čidlem polohy.



Obr. 3.1.1.1. Funkční schéma samočinné regulace

Průběh frekvenční charakteristiky pro torzně buzenou lopatku je zobrazen na obr. 3.1.1.2. V grafu je vidět na horizontální ose frekvence a na vertikální ose hodnota fáze (pro přehlednost posunutá) a zároveň 100x zvětšený poměr mezi výchylkou a proudem potřebným k vytvoření výše uvedené výchylky. Fáze přesahující  $180^\circ$  jsou způsobeny dosud neopravenou chybou ve výpočtu. Jednotlivé rezonanční frekvence jsou uvedeny v tab. 3.1.1.1.. V této tabulce jsou i uvedeny rezonanční frekvence v případě surně buzené lopatky. Výchylka při surném kmitání byla nastavena na hodnotu 0,25 mm. Frekvenční charakteristika při tomto druhu kmitání je náplní jiné publikace. Z výsledků rezonančních frekvencí bude pro budoucí měření nastavena frekvence 70 Hz.



Obr. 3.1.1.2. Frekvenční charakteristika

Proud [A]	Frekvence proudu $F_I$ [Hz]	Výchylka $y$ [deg]	Frekvence výchylky $F_\alpha$ [Hz]	Fáze $\varphi_i$ [deg]	Poměr $\alpha/I$ [a/A]
0,28	96,98	0,4	<b>96,98</b>	109,46	1,414
0,38	95,98	0,4	<b>95,98</b>	99,99	1,085
0,304	100,203	0,4	<b>100,204</b>	120,17	1,317
0,311	96,983	0,4	<b>97</b>	103,67	1,287
		$y$ [mm]	$F_y$ [Hz]		$y/I$ [y/A]
0,26	85	0,25	<b>85</b>	112,34	1,174
0,139	82,979	0,25	<b>82,987</b>	95,62	1,795
0,166	85,387	0,25	<b>85,387</b>	105,18	1,504
0,16	82,99	0,25	<b>83</b>	83,31	1,606

Tab. 3.1.1.1. Rezonanční frekvence

### 3.1.2. Vyrovnání rychlostního profilu



Obr. 3.1.2. Srovnání rychlostního profilu

Této oblasti byla věnována velká pozornost v předchozím bloku. Po několika letém odstupu nebylo možné tyto výsledky efektivně využít. Pro snadnější vyrovnání rychlostního profilu byla zkonstruována namísto traverzovacího mechanismu hřebenová sonda (obr. 3.1.3.). Tato sonda byla připevněna za pojezd traverzovacího mechanismu. Celkem osm Pipetových trubic je nasměrováno do mezilopatkových mezer rovnoběžně s makety lopatek. Sondy měří celkový tlak. Tlakový signál je veden do měřicí ústředny umístěné mimo experimentální zařízení společně s měřením statického tlaku v uzavřeném prostoru experimentálního zařízení. Následná data jsou zobrazena v uživatelském prostředí.

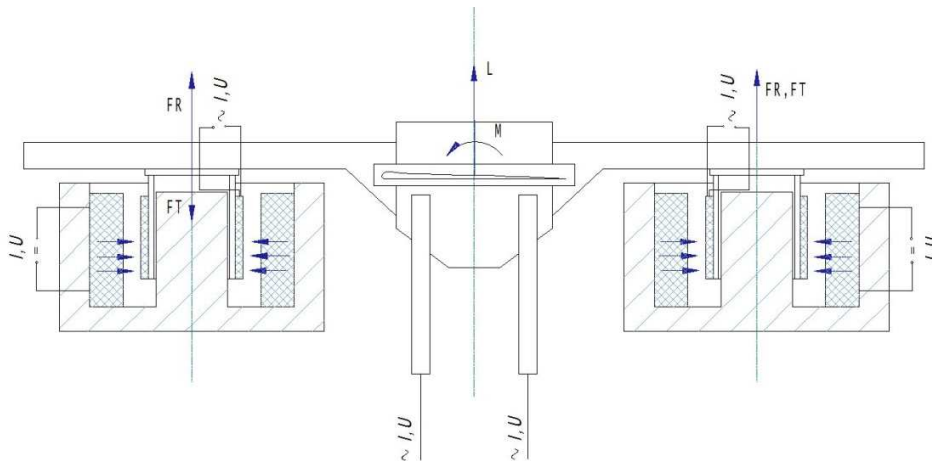
Nejllepších výsledků bylo dosaženo úplným otevřením odsávacích komor L1, P1 a P2. Výsledky jsou zobrazeny na obr. 3.1.1.. Prvních osm kanálů je měřených v mezilopatkových mezerách a devátý kanál v uzavřeném prostoru.



Obr. 3.1.3. Hřebenová sonda

### 3.1.3. Cejchování

Poslední dílčí měření, které je nutno provést před samotným měřením aerodynamických vazebních koeficientů je ocejchování vibrouzlů. Účelem tohoto měření je stanovit závislost mezi silou a proudem (popř. úhlem a momentem) na jednotlivých párech vibrouzlů všech čtyř řízených lopatek při surném (popř. torzním) kmitání. Na obr. 3.1.3.1. je znázorněno funkční schéma popisované problematiky. Dále bude odvození cejchovních koeficientů ilustrováno pro případ surného kmitání.



Obr. 3.1.3.1. Funkční schéma

Závislost mezi silou a proudem je zacílena na stanovení konstanty úměrnosti  $K$  a fázového posunu  $\varphi$  při surném i torzním kmitání. Měření je provedeno v klidném prostředí bez proudění. Každá ze čtyř lopatek usazených v paralelogramu o hmotnosti  $m$  se proměří bez a s vlivem přidané hmotnosti  $\Delta m$ . Při těchto měření udržuje regulátor stejnou frekvenci, fázi a amplitudu. Následně budou cejchovní vztahy odvozeny.

Rovnice (3.1.3.1.) udává zvýšenou hmotnost. Pohybové rovnice obou případů jsou (3.1.3.2.) a (3.1.3.3.). Jestliže se od sebe odečtou rovnice (3.1.3.2.) a (3.1.3.3.), dostane se rovnice (3.1.3.4.). Následným dosazením rovnice (3.1.3.1.) do rovnice (3.1.3.4.) se dojde k rovnici (3.1.3.5.).

$$m_{\Delta} = m + \Delta m \quad (3.1.3.1.)$$

$$(m_{\Delta} + \rho S m_{00}) \ddot{y} + b \dot{y} + k y = F_{\Delta} \quad (3.1.3.2.)$$

$$(m + \rho S m_{00}) \ddot{y} + b \dot{y} + k y = F \quad (3.1.3.3.)$$

$$(m_{\Delta} - m) \ddot{y} = F_{\Delta} - F \quad (3.1.3.4.)$$

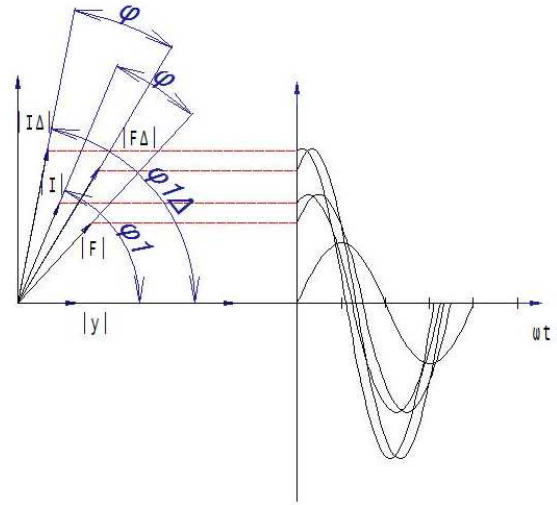
$$\Delta m \cdot \ddot{y} = F_{\Delta} - F \quad (3.1.3.5.)$$

Předpokládá se, že při provozním stavu, ve kterém uvádíme lopatku do pohybu je síla  $F$  předcházena proudem  $I$  dle obr. 3.1.3.3..

Při matematickém vyjádření se bere za základ výchylka podle vyjádření rovnic (3.1.3.6.) až (3.1.3.8.).

$$y = |y|e^{i\omega t} \quad (3.1.3.6.)$$

$$I = |I|e^{i(\omega t + \varphi_I)} \quad (3.1.3.7.)$$



Obr. 3.1.3.3. Schéma fázového diagramu

$$F = |F|e^{i(\omega t + \varphi_I - \varphi)} = K|I|e^{i(\omega t + \varphi_I - \varphi)} \quad (3.1.3.8.)$$

Po následném přidání hmotnosti  $\Delta m$  se nám stav vibrací změní. Dojde ke změně výchylky o  $|\Delta y|$  a změně fázového posunu z úhlu  $|\varphi_I|$  na úhel  $|\varphi_{I\Delta}|$ . Pro zachování stejné výchylky se nám výše uvedené rovnice změní na (3.1.3.9.), (3.1.3.10.), (3.1.3.11.).

$$y = |y|e^{i\omega t} \quad (3.1.3.9.)$$

$$I_{\Delta} = |I_{\Delta}|e^{i(\omega t + \varphi_{I\Delta})} \quad (3.1.3.10.)$$

$$F_{\Delta} = K|I_{\Delta}|e^{i(\omega t + \varphi_{I\Delta} - \varphi)} \quad (3.1.3.11.)$$

Požadované konstanty  $K$  a fáze  $\varphi$ , se dostanou, když se do výchozí rovnice (3.1.3.5.) dosadí rovnice (3.1.3.6.), (3.1.3.8.) a (3.1.3.11.). Tím se obdrží rovnice (3.1.3.12.), respektive (3.1.3.13.).

$$\Delta m|y|e^{i\omega t}(-\omega^2) = K|I_{\Delta}|e^{i(\omega t + \varphi_{I\Delta} - \varphi)} - K|I|e^{i(\omega t + \varphi_I - \varphi)} \quad (3.1.3.12.)$$

$$\Delta m|y|(-\omega^2) = K e^{-i\varphi} \left[ |I_{\Delta}|e^{i\varphi_{I\Delta}} - |I|e^{i\varphi_I} \right] \left| \frac{1}{K} e^{i\varphi} \frac{1}{\Delta m|y|(-\omega^2)} \right. \quad (3.1.3.13.)$$

Nyní se tyto rovnice upraví, tím dostaneme rovnice (3.1.3.14.) respektive (3.1.3.15.).

$$\frac{1}{K} e^{i\varphi} = -\frac{|I_{\Delta}|e^{i\varphi_{I\Delta}} - |I|e^{i\varphi_I}}{\Delta m|y|\omega^2} = \frac{|I|e^{i\varphi_I} - |I_{\Delta}|e^{i\varphi_{I\Delta}}}{\Delta m|y|\omega^2} \quad (3.1.3.14.)$$

$$\frac{1}{K}(\cos \varphi + i \sin \varphi) = \frac{1}{\Delta m |y| \omega^2} [ |I| (\cos \varphi_I + i \sin \varphi_I) - |I_{\Delta}| (\cos \varphi_{I\Delta} + i \sin \varphi_{I\Delta}) ] \quad (3.1.3.15.)$$

Když se porovnejí reálné části a imaginární části v rovnici (3.1.3.15.) a zavede se za ně substituce  $A$  a  $B$ , vypočte se ze součtu jejich kvadrátů konstanta  $K$  podle rovnice (3.1.3.18.) a z podílu  $B/A$  fáze  $\varphi$ , viz rovnice (3.1.3.18.) a (3.1.3.19.).

$$\text{Reálné části: } \frac{1}{K} \cos \varphi = \frac{1}{\Delta m |y| \omega^2} [ |I| \cos \varphi_I - |I_{\Delta}| \cos \varphi_{I\Delta} ] = A \quad (3.1.3.16.)$$

$$\text{Imagin. části: } \frac{1}{K} \sin \varphi = \frac{1}{\Delta m |y| \omega^2} [ |I| \sin \varphi_I - |I_{\Delta}| \sin \varphi_{I\Delta} ] = B \quad (3.1.3.17.)$$

$$\frac{1}{K^2} = A^2 + B^2 \quad \Rightarrow \quad K = \pm \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (3.1.3.18.)$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{B}{A} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \text{arc tg } \frac{B}{A} \quad (3.1.3.19.)$$

Konstanty  $K$  a  $\varphi$  jsou již zmíněné cejchovní konstanty. Výsledky naměřených hodnot jsou uvedeny v tab. 3.1.1.1. pro oba typy kmitání. Jako  $\Delta m$  bylo použito závaží o hmotnosti 22g. Nastavená výchylka při sruvném kmitání byla 0,25 mm a při torzním 0,4°.

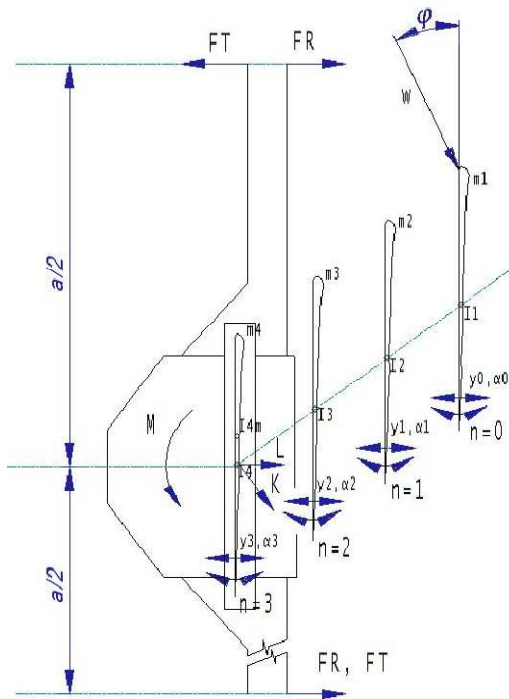
Číslo lopatky	Sruvné kmitání		Torzní kmitání	
	KR	$\varphi_R$	KT	$\varphi_T$
1	2,395	10,203	4,753	13,854
2	1,791	9,620	4,586	13,139
3	1,474	7,956	4,678	12,778
4	2,059	9,898	5,051	14,054

Tab. 3.1.3.1. Cejchovní konstanty

## 3.2. Sestavení vyhodnocovacích rovnic

V následující kapitole budou odvozeny vztahy a rovnice pro určení jednotlivých aerodynamických momentů a sil vzniklých od torzního kmitání buzené lopatky. Každá ze čtyř lopatek je buzena soustavou dvou elektromagnetických vibrouzlů, které v případě buzené lopatky uvádějí lopatku do pohybu a v opačném případě tuto lopatku brzdí. Jednotlivé závislosti mezi lopatkami jsou bez a s protékajícím médiem popsány aerodynamickými silami a momenty, z kterých jsou následně vypočteny vazební koeficienty. Tyto koeficienty budou v případě uspokojivých výsledků použity pro numerické simulace. Rovnice, pro definování kmitavých

jevů, vychází z obecně známých vztahů, které nepodléhají autorským právům. Sestavení vyhodnocovacích rovnic je dílem [11] a následná modifikace pro torzní kmity je dílem autora. V následujících krocích budou uvedeny výchozí rovnice, které budou popsány včetně konstant, a následně budou odvozeny aerodynamické síly a momenty pro stanovení vazebních koeficientů při torzním kmitání.



Obr.3.2.1. Funkční schéma lopatkové mříže

Rovnice (3.2.1) a (3.2.2) vychází ze základního matematického modelu kmitání, který je modifikován pro tuto aplikaci a zároveň dle indexování podle schématu obr. 3.2.1.. Celkový zápis obou rovnic je založen na principu superpozice, které jsou rozšířeny o sumační členy aerodynamických momentů a sil. Rovnice vyjadřují, kromě vlastního stavu kmitání dané lopatky, momenty popř. síly, které působí na  $n$ -tou lopatku rotující dle osy  $z$  od okolních buzených lopatek  $k$ . V případě  $n = k$  působí moment popř. síla lopatky na sebe samu. V neposlední řadě je nutno podotknout, že veškeré členy v těchto rovnicích jsou vztaženy na jeden metr délky lopatky. Následně bude popsán význam jednotlivých členů těchto rovnic společně s uvedením obsažených konstant.

Popis členů modelové rovnice kmitání pro torzi  $n$ -té lopatky (3.2.1):

První tři členy levé strany rovnice jsou mechanické momenty setrvačné, útlumové, pružné. Následující tři členy jsou vazební aerodynamické momenty setrvačné, útlumové, pružné. Pravá strana obsahuje dva budící členy. Prvním z nich je stochastický moment od turbulence, který je eliminován mechanicky vibrátorem generovanou protisilou na stochastické buzení. Druhý moment je vnější, který je vyvozen elektromagnetickým vibrátorem.



$$\begin{aligned}
& I_m \ddot{\alpha}_n + B \dot{\alpha}_n + K \alpha_n + \rho l \sum_{k=1}^4 \left( \frac{St}{I} I_{nk}^{\alpha y} \ddot{y}_k + I_{nk}^{\alpha \alpha} \ddot{\alpha}_k \right) + \\
& + \rho w t^3 \sum_{k=1}^4 \left( \frac{1}{t} B_{nk}^{\alpha y} \dot{y}_k + B_{nk}^{\alpha \alpha} \dot{\alpha}_k \right) + \frac{1}{2} \rho w^2 t^2 \sum_{k=1}^4 \left( \frac{1}{t} K_{nk}^{\alpha y} y_k + K_{nk}^{\alpha \alpha} \alpha_k \right) \\
& = M_n^T + M_n \quad (3.2.1)
\end{aligned}$$

Popis členů modelové rovnice kmitání pro posuv n-té lopatky (3.2.2.):

Popis jednotlivých členů je podobný jako u rovnice (3.2.1.) jen s rozdílem, že se jedná o síly a kmitání n-té lopatky je suvné.

$$\begin{aligned}
& m \ddot{y}_n + b \dot{y}_n + k y_n + \rho S \sum_{k=1}^4 \left( m_{nk}^{yy} \ddot{y}_k + \frac{I}{tS} m_{nk}^{y\alpha} \ddot{\alpha}_k \right) + \rho w t \sum_{k=1}^4 \left( b_{nk}^{yy} \dot{y}_k + t b_{nk}^{y\alpha} \dot{\alpha}_k \right) + \\
& + \frac{1}{2} \rho w^2 \sum_{k=1}^4 \left( \frac{1}{t} k_{nk}^{yy} y_k + t k_{nk}^{y\alpha} \alpha_k \right) = F_n^T + F_n \quad (3.2.2.)
\end{aligned}$$

V tab. 3.2.1. jsou uvedeny názvy jednotlivých konstant obsažených v rovnicích (3.2.1.) a (3.2.2.). Veškeré konstanty se vztahují k lopatkám popřípadě k prostoru mezi nimi.

Veličina [rozměr]	Název
$I_m$ [kg/m <sup>2</sup> ]	hmotnostní moment setrvačnosti
$m$ [kg]	hmotnost
$B$ [kg/s]	útlum při torzním kmitání
$b$ [kg/s]	útlum při suvném kmitání
$K$ [N/m]	tuhost při torzním kmitání
$k$ [N/m]	tuhost při suvném kmitání
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	hustota tekutiny
$l$ [kg/m <sup>2</sup> ]	polární moment setrvačnosti
$S$ [m <sup>2</sup> ]	průřez lopatky
$t$ [m]	tětiva profilu lopatky
$w$ [m/s]	rychlost v průřezu mezi lopatkami
$I_{nk}^{\alpha y}, B_{nk}^{\alpha y}, K_{nk}^{\alpha y}, m_{nk}^{yy}, b_{nk}^{yy}, k_{nk}^{yy}$ [-]	aerodynamické vazební koeficienty od suvného kmitání k-té lopatky
$I_{nk}^{\alpha \alpha}, B_{nk}^{\alpha \alpha}, K_{nk}^{\alpha \alpha}, m_{nk}^{y\alpha}, b_{nk}^{y\alpha}, k_{nk}^{y\alpha}$ [-]	aerodynamické vazební koeficienty od torzního kmitání k-té lopatky

Tab.3.2.1. Popis jednotlivých konstant

V lopatkové kaskádě je teoreticky  $12 \times n$  ( $n$  – počet lopatek) vazebních koeficientů. Pokud by se bral vliv každé lopatky na všechny ostatní, včetně těch vzdálených, pak se k jejich určení potřebuje stejný počet rovnic, tzn. 48. Pro modifikaci pro torzní kmitání buzené k-té lopatky dle rovnic (3.2.1) a (3.2.2) bude počet koeficientů  $6 \times n$ , kde počet lopatek  $n$  je znám. Tento systém jsme schopni rozdělit na menší podsystémy po dvou lopatkách, pak vzájemných momentů a koeficientů od jedné buzené lopatky je 6. Vzájemné vazby mezi bezprostředně sousedními lopatkami jsou vyjádřeny rovnicemi (3.2.3.) a (3.2.4.), které vycházejí z rovnice (3.2.1.) a (3.2.2.).

V těchto rovnicích (3.2.3.) a (3.2.4.) je vyjádřen moment a síla působící na n-tou lopatku. Přenos aerodynamické síly a momentu od torzně buzené k-té lopatky na n-tou, která je elektromagneticky fixovaná, je zprostředkován šířením tlakových poruch. Jak už bylo nastíněno, n-té lopatce nic nebrání, aby kmitala jak torzně tak i suvně vlivem torzně buzené k-té lopatky. Mechanické síly v obou rovnicích budou uvažovány jen v případě, že n bude rovno k. Tomuto je matematicky v rovnicích docíleno pomocí funkce Kroneckerovho delta.

$$F_{nk}^{y\alpha} = \delta_{nk}(m\ddot{y}_n + by_n + ky_n) + \rho \frac{I}{t} m_{nk}^{y\alpha} \ddot{\alpha}_k + \rho \omega t^2 b_{nk}^{y\alpha} \dot{\alpha}_k + \frac{1}{2} \rho \omega^2 t k_{nk}^{y\alpha} \alpha_k \quad (3.2.3.)$$

$$M_{nk}^{\alpha\alpha} = \delta_{nk}(I_m \ddot{\alpha}_n + B\dot{\alpha}_n + K\alpha_n) + \rho I I_{nk}^{\alpha\alpha} \ddot{\alpha}_k + \rho \omega t^3 B_{nk}^{\alpha\alpha} \dot{\alpha}_k + \frac{1}{2} \rho \omega^2 t^2 K_{nk}^{\alpha\alpha} \alpha_k \quad (3.2.4.)$$

Při matematickém vyjádření se berou za základ výchylky a momenty popř. síly podle vyjádření rovnic (3.2.5.) až (3.2.9.). Fázové posuny v rovnicích (3.2.5.) a (3.2.6.) jsou způsobeny zpožděním výchylky n-té lopatky od k-té a fázové posuny v rovnicích (3.2.8.) a (3.2.9.) jsou způsobeny zpožděním síly popř. momentu na výchylce n-té lopatky.

$$y_n = |y_n| e^{i(\omega t - \varphi_y)} \quad (3.2.5.)$$

$$\alpha_n = |\alpha_n| e^{i(\omega t - \varphi_\alpha)} \quad (3.2.6.)$$

$$\alpha_k = |\alpha_k| e^{i\omega t} \quad (3.2.7.)$$

$$M_{nk} = |M_{nk}| e^{i(\omega t - \varphi_M)} \quad (3.2.8.)$$

$$F_{nk} = |F_{nk}| e^{i(\omega t - \varphi_F)} \quad (3.2.9.)$$

Následuje dosazení výše uvedených funkcí za proměnné a jejich derivace do rovnic (3.2.3.) a (3.2.4.). Po tomto kroku nám vzniknou rovnice (3.2.10.) a (3.2.11.)

$$\begin{aligned} |F_{nk}^{y\alpha}| e^{i(\omega t - \varphi_F)} &= \delta_{nk} \left( -\omega^2 m |y_n| e^{i(\omega t - \varphi_y)} + i\omega b |y_n| e^{i(\omega t - \varphi_y)} + k |y_n| e^{i(\omega t - \varphi_y)} \right) \\ &\quad - \omega^2 \rho \frac{I}{t} m_{nk}^{y\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} + i\omega \rho \omega t^2 b_{nk}^{y\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} + \frac{1}{2} \rho \omega^2 t k_{nk}^{y\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.2.10.)$$

$$\begin{aligned} |M_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i(\omega t - \varphi_M)} &= \delta_{nk} \left( -\omega^2 I_m |\alpha_n| e^{i(\omega t - \varphi_\alpha)} + i\omega B |\alpha_n| e^{i(\omega t - \varphi_\alpha)} + K |\alpha_n| e^{i(\omega t - \varphi_\alpha)} \right) \\ &\quad - \omega^2 \rho I I_{nk}^{\alpha\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} + i\omega \rho \omega t^3 B_{nk}^{\alpha\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} + \frac{1}{2} \rho \omega^2 t^2 K_{nk}^{\alpha\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.2.11.)$$

Následně je provedena substituce konstant, které vyjadřují absolutní hodnoty jednotlivých sil. Samotné substituce jsou uvedeny v přehledné tab. 3.2.2.. Dále pak jsou tyto konstanty dosazeny do rovnic (3.2.10.) a (3.2.11.). Všechny členy levé strany rovnic jsou převedeny na pravou a za

hodnoty uvedeny v řádku (3.2.12.) jsou dosazeny exponenciální funkce dle jednotkové kružnice. V celých rovnicích je vykrácen exponent  $\omega t$ .

$$-1 = e^{i\pi}; \quad i = e^{i\frac{\pi}{2}}; \quad -i = e^{i\frac{3\pi}{2}} \quad (3.2.12.)$$

	Setrvačná síla/ moment	Útlumová síla/ moment	Pružná síla/ moment
Mechanická	$ MS_n^y  = \omega^2 m  y_n $	$ MU_n^y  = \omega b  y_n $	$ MP_n^y  = k  y_n $
	$ MS_n^\alpha  = \omega^2 I_m  \alpha_n $	$ MU_n^\alpha  = \omega B  \alpha_n $	$ MP_n^\alpha  = K  \alpha_n $
Aerodynamická	$ AS_{nk}^{y\alpha}  = \omega^2 \rho \frac{I}{t} m_{nk}^{y\alpha}  \alpha_k $	$ AU_{nk}^{y\alpha}  = \omega \rho w t^2 b_{nk}^{y\alpha}  \alpha_k $	$ AP_{nk}^{y\alpha}  = \frac{1}{2} \rho w^2 t k_{nk}^{y\alpha}  \alpha_k $
	$ AS_{nk}^{\alpha\alpha}  = \omega^2 \rho I I_{nk}^{\alpha\alpha}  \alpha_k $	$ AU_{nk}^{\alpha\alpha}  = \omega \rho w t^3 B_{nk}^{\alpha\alpha}  \alpha_k $	$ AP_{nk}^{\alpha\alpha}  = \frac{1}{2} \rho w^2 t^2 K_{nk}^{\alpha\alpha}  \alpha_k $

Tab. 3.2.2. Jednotlivé síly a momenty

Výsledné tvary rovnic po těchto úpravách jsou (3.2.13.) a (3.2.14.). Následně je v rovnici (3.2.13.) přičten exponent  $\varphi_y$  a v rovnici (3.2.14.) exponent  $\varphi_\alpha$ . Rovnice se změň na tvar (3.2.15.) a (3.2.16.), které jsou připraveny na následující klíčový krok.

$$|F_{nk}^{y\alpha}| e^{-i\varphi_F} + \delta_{nk} \left( |MS_n^y| e^{-i\varphi_y} + |MU_n^y| e^{i(-\varphi_y + \frac{3\pi}{2})} + |MP_n^y| e^{i(-\varphi_y + \pi)} \right) + |AS_{nk}^{y\alpha}| + |AU_{nk}^{y\alpha}| e^{i\frac{3\pi}{2}} + |AP_{nk}^{y\alpha}| e^{i\pi} = 0 \quad (3.2.13.)$$

$$|M_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{-i\varphi_M} + \delta_{nk} \left( |MS_n^\alpha| e^{-i\varphi_\alpha} + |MU_n^\alpha| e^{i(-\varphi_\alpha + \frac{3\pi}{2})} + |MP_n^\alpha| e^{i(-\varphi_\alpha + \pi)} \right) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| + |AU_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i\frac{3\pi}{2}} + |AP_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i\pi} = 0 \quad (3.2.14.)$$

$$|F_{nk}^{y\alpha}| e^{i(\varphi_y - \varphi_F)} + \delta_{nk} \left( |MS_n^y| + |MU_n^y| e^{i\frac{3\pi}{2}} + |MP_n^y| e^{i\pi} \right) + |AS_{nk}^{y\alpha}| e^{i\varphi_\alpha} + |AU_{nk}^{y\alpha}| e^{i(\varphi_\alpha + \frac{3\pi}{2})} + |AP_{nk}^{y\alpha}| e^{i(\varphi_\alpha + \pi)} = 0 \quad (3.2.15.)$$

$$|M_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i(\varphi_\alpha - \varphi_M)} + \delta_{nk} \left( |MS_n^\alpha| + |MU_n^\alpha| e^{i\frac{3\pi}{2}} + |MP_n^\alpha| e^{i\pi} \right) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i\varphi_\alpha} + |AU_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i(\varphi_\alpha + \frac{3\pi}{2})} + |AP_{nk}^{\alpha\alpha}| e^{i(\varphi_\alpha + \pi)} = 0 \quad (3.2.16.)$$

Stav bez proudění:

Rovnice převedeme na stav bez proudící tekutiny (indexujeme nulou vlevo nahoře). Tímto krokem se nám aerodynamické síly popř. momenty útlumové a pružné vynulují vlivem  $w = 0$  (viz tab. 3.2.2. ), vzniknou rovnice (3.2.17.) a (3.2.18.). Následně budeme schopni zjistit aerodynamické síly a momenty setrvačné.

$$|{}^0F_{nk}^{y\alpha}|e^{i(\varphi_y - \varphi_F)} + \delta_{nk} \left( |MS_n^y| + |MU_n^y|e^{i\frac{3\pi}{2}} + |MP_n^y|e^{i\pi} \right) + |AS_{nk}^{y\alpha}|e^{i\varphi_y} = 0 \quad (3.2.17.)$$

$$|{}^0M_{nk}^{\alpha\alpha}|e^{i(\varphi_\alpha - \varphi_M)} + \delta_{nk} \left( |MS_n^\alpha| + |MU_n^\alpha|e^{i\frac{3\pi}{2}} + |MP_n^\alpha|e^{i\pi} \right) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}|e^{i\varphi_\alpha} = 0 \quad (3.2.18.)$$

Následuje sestavení reálných a imaginárních členů rovnic (3.2.17.) a (3.2.18.).

Reálné části:

$$|{}^0F_{nk}^{y\alpha}| \cos(\varphi_y - \varphi_F) + \delta_{nk} (|MS_n^y| - |MP_n^y|) + |AS_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y = 0 \quad (3.2.19.)$$

$$|{}^0M_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos(\varphi_\alpha - \varphi_M) + \delta_{nk} (|MS_n^\alpha| - |MP_n^\alpha|) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha = 0 \quad (3.2.20.)$$

Imaginární části:

$$|{}^0F_{nk}^{y\alpha}| \sin(\varphi_y - \varphi_F) + \delta_{nk} (-|MU_n^y|) + |AS_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y = 0 \quad (3.2.21.)$$

$$|{}^0M_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin(\varphi_\alpha - \varphi_M) + \delta_{nk} (-|MU_n^\alpha|) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha = 0 \quad (3.2.22.)$$

Z reálných částí (3.2.19.) a (3.2.20.) je možno vyjádřit námi hledané aerodynamické síly a momenty setrvačné (3.2.23.) a (3.2.24.) pro následný proces výpočtu s proudící tekutinou. Dále pak je možné v případě  $n = k$  vyjádřit z imaginárních částí rovnic (3.2.21.) a (3.2.22.) mechanické síly a momenty útlumové (3.2.25.) a (3.2.26.).

$$|AS_{nk}^{y\alpha}| = \frac{1}{\cos\varphi_y} (\delta_{nk} (|MS_n^y| - |MP_n^y|) - |{}^0F_{nk}^{y\alpha}| \cos(\varphi_y - \varphi_F)) \quad (3.2.23.)$$

$$|AS_{nk}^{\alpha\alpha}| = \frac{1}{\cos\varphi_\alpha} (\delta_{nk} (|MS_n^\alpha| - |MP_n^\alpha|) - |{}^0M_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos(\varphi_\alpha - \varphi_M)) \quad (3.2.24.)$$

$$|MU_n^y| = |AS_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y + |{}^0F_{nk}^{y\alpha}| \sin(\varphi_y - \varphi_F) \quad (3.2.25.)$$

$$|MU_n^\alpha| = |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha + |{}^0M_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin(\varphi_\alpha - \varphi_M) \quad (3.2.26.)$$

Stav s prouděním:

Pro stav s prouděním (indexováno w vlevo nahoře) je nutné se vrátit k rovnicím (3.2.15.) a (3.2.16.), které opět rozepíšeme na reálné a imaginární části. Jelikož jsou známy aerodynamické síly a momenty setrvačné, které byly vyjádřeny ve stavu bez proudění, je možno soustavu rovnic (3.2.27.) a (3.2.28.) o dvou neznámých řešit. Aerodynamické síly útlumové a pružné působící na n-tou lopatku od k-té buzené lopatky jsou vyjádřeny rovnicemi (3.2.31.) a (3.2.32.). Totéž je provedeno pro aerodynamické momenty útlumové a pružné na rovnicích (3.2.33.) až (3.2.38.). Postup je analogický s dosavadním a proto nebude dále popisován.

$$|{}^wF_{nk}^{y\alpha}| \cos(\varphi_y - \varphi_F) + \delta_{nk} (|MS_n^y| - |MP_n^y|) + |AS_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y + |AU_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y - |AP_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y = 0 \quad (3.2.27.)$$

$$|{}^wF_{nk}^{y\alpha}| \sin(\varphi_y - \varphi_F) + \delta_{nk} (-|MU_n^y|) + |AS_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y - |AU_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y - |AP_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y = 0 \quad (3.2.28.)$$

$$\begin{aligned} |AU_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y - |AP_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y &= -|{}^wF_{nk}^{y\alpha}| \cos(\varphi_y - \varphi_F) + \delta_{nk} (|MP_n^y| - |MS_n^y|) - |AS_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y \\ &= Y^{y\alpha} \end{aligned} \quad (3.2.29.)$$

$$|AU_{nk}^{y\alpha}| \cos\varphi_y + |AP_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y = |{}^wF_{nk}^{y\alpha}| \sin(\varphi_y - \varphi_F) + \delta_{nk} (-|MU_n^y|) + |AS_{nk}^{y\alpha}| \sin\varphi_y = Z^{y\alpha} \quad (3.2.30.)$$

$$|AU_{nk}^{y\alpha}| = \frac{Y^{y\alpha} \sin\varphi_y + Z^{y\alpha} \cos\varphi_y}{\sin^2\varphi_y + \cos^2\varphi_y} \quad (3.2.31.)$$

$$|AP_{nk}^{y\alpha}| = \frac{Z^{y\alpha} \sin\varphi_y + Y^{y\alpha} \cos\varphi_y}{\sin^2\varphi_y + \cos^2\varphi_y} \quad (3.2.32.)$$

$$|{}^wM_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos(\varphi_\alpha - \varphi_M) + \delta_{nk} (|MS_n^\alpha| - |MP_n^\alpha|) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha + |AU_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha - |AP_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha = 0 \quad (3.2.33.)$$

$$|{}^wM_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin(\varphi_\alpha - \varphi_M) + \delta_{nk} (-|MU_n^\alpha|) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha - |AU_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha - |AP_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha = 0 \quad (3.2.34.)$$

$$|AU_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha - |AP_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha = -|{}^wM_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos(\varphi_\alpha - \varphi_M) + \delta_{nk}(|MP_n^\alpha| - |MS_n^\alpha|) - |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha = Y^{\alpha\alpha} \quad (3.2.35.)$$

$$|AU_{nk}^{\alpha\alpha}| \cos\varphi_\alpha + |AP_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha = |{}^wM_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin(\varphi_\alpha - \varphi_M) + \delta_{nk}(-|MU_n^\alpha|) + |AS_{nk}^{\alpha\alpha}| \sin\varphi_\alpha = Z^{\alpha\alpha} \quad (3.2.36.)$$

$$|AU_{nk}^{\alpha\alpha}| = \frac{Y^{\alpha\alpha} \sin\varphi_\alpha + Z^{\alpha\alpha} \cos\varphi_\alpha}{\sin^2\varphi_\alpha + \cos^2\varphi_\alpha} \quad (3.2.37.)$$

$$|AP_{nk}^{\alpha\alpha}| = \frac{Z^{\alpha\alpha} \sin\varphi_\alpha + Y^{\alpha\alpha} \cos\varphi_\alpha}{\sin^2\varphi_\alpha + \cos^2\varphi_\alpha} \quad (3.2.38.)$$

V tuto chvíli jsou odvozeny 3 aerodynamické síly (3.2.23.), (3.2.31.), (3.2.32.) a 3 aerodynamické momenty (3.2.24.), (3.2.37.), (3.2.38.) působící na n-tou lopatku od k-té buzené lopatky harmonickým signálem k torznímu kmitání. Následně se vyjádří z těchto hodnot aerodynamické vazební koeficienty dle tab. 3.2.2.. Kde úhlová rychlost  $\omega$  se vypočte z frekvence buzené lopatky  $\omega = 2\pi f$  a hustotu  $\rho$  se vypočte ze stavové rovnice ideálního plynu  $\rho = \frac{p}{rT}$ .

### 3.3. Ladící měření při úhlu náběhu proudu 5°

Účelem této publikace byla snaha o zjištění vazebních koeficientů pro numerické simulace, jak zde bylo už několikrát zmiňováno. Před samotným měřením, které bylo provedeno, bylo nutné provést určitý počet dílčích kroků. Nejprve bylo nutné celé experimentální zařízení uvést do chodu společně s vytvořením nosné konzoly pro Pipetovy trubice měřící celkový tlak v mezilopatkových prostorách. Statický tlak v nitru zařízení byl rovněž měřen. Následovalo zjištění množství odsávaného vzduchu z jednotlivých komor pro vyrovnání rychlostního profilu před lopatkovou kaskádou. Poté bylo nutno vyšetřit frekvenční charakteristiky jednotlivých maket lopatek a zjistit jejich vlastní frekvence. Dále bylo nutno nacejchovat všechny čtyři páry vibrouzlů nesoucí makety lopatek. V neposlední řadě byla provedena kalibrace všech měřících členů teplot, rychlostí apod. a utěsnění celé vzduchové tratě. Po všech vyčerpávajících přípravách bylo možno přejít k samotnému měření. Měření, které bylo provedeno, se dá nazývat stále jako ladící. Následně bude popsán průběh samotného měření.

Měření probíhalo na principu zjištění jednotlivých vazeb mezi jednotlivými páry lopatek. V případě torzně buzené lopatky byla uvedena do pohybu k-tá lopatka o úhlu náklonu  $\alpha_k = 0,4^\circ$  a frekvenci 70 Hz. Zbylé tři lopatky byly elektromagneticky fixovány o příslušném proudovém signálu. Kromě udržení dvou výše uvedených parametrů bylo rovněž nutné minimalizovat parazitní surné kmitání. Tento krok je určován z rozdílu výchylek obou ramen paralelogramu.

Dále pak byla snaha o nastavení shodných amplitud výchylek vycházejících ze snímačů polohy s předpokladem umístění paralelogramu rovnoběžně se staticky umístěnými čidly.

Pro samotný výpočet bylo měření prováděno ve dvou fázích. Nejprve bylo nutno provést měření bez proudění. Účel tohoto měření vychází z výše odvozených vyhodnocovacích rovnic, kde pro řešitelnost rovnic je nutno znát aerodynamické síly a momenty setrvačné. Toto měření bylo provedeno 3x pro kontrolu výstupních hodnot. Následovalo měření s protékajícím médiem. Počáteční rychlost byla nastavena na minimální možné otáčky turbodmychadla, tzn. 52 m/s. Dále pak byly jednotlivé procesy měření prováděny s krokem 2 m/s. Maximální rychlost, kterou je turbodmychadlo schopno vyvinout v mezilopatkových prostorách, je přibližně 112 m/s.

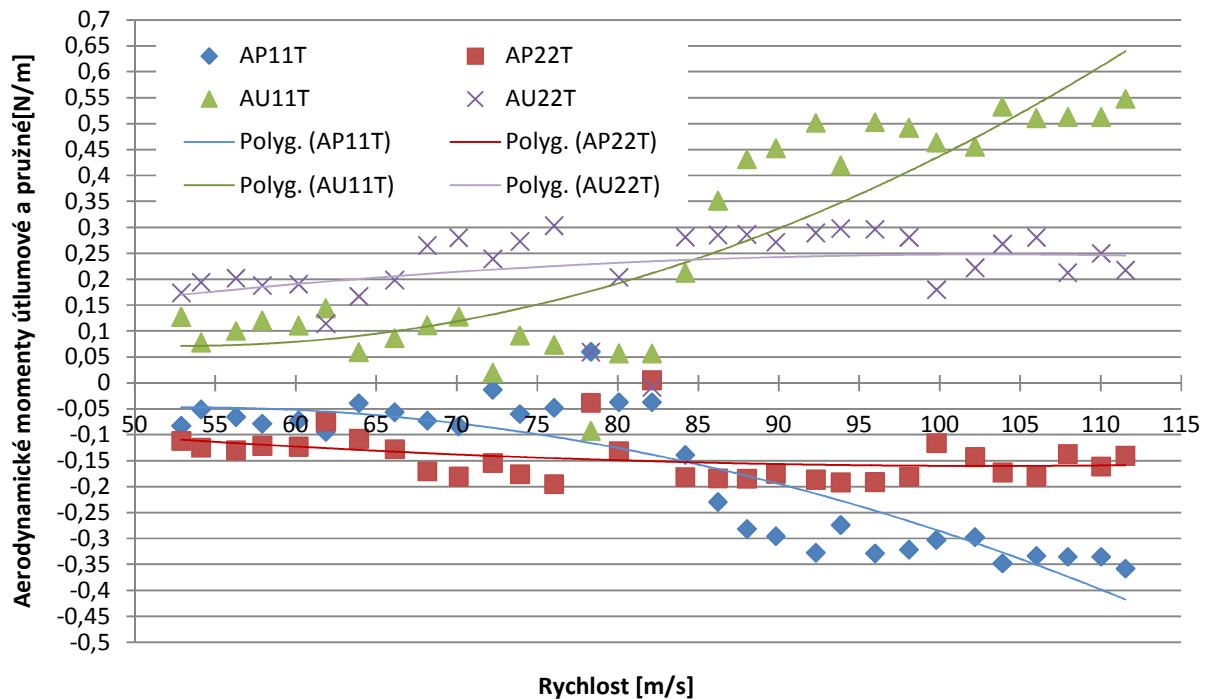
Pro samotný proces měření jednotlivých proudů, výchylek a fázových posunů je nutno použít rychlou Fourierovu transformaci (FFT). Převážně při proudění dochází k narušení budící frekvence i jinými frekvencemi, které vznikají právě prouděním. Z tohoto důvodu je v programu použita rychlá Fourierova transformace, která dokáže vybrat ze spektra frekvencí právě tu naší budící frekvenci.

Po shromáždění veškerých dat byl proveden samotný výpočet. Do výpočtu vstupují hodnoty z cejchování, měření bez proudění a měření s prouděním při dané rychlosti. Výsledkem těchto výpočtů jsou soustavy dvou matic sil a dvou matic momentů. Jedná se o síly popř. momenty útlumové a pružné. V maticích jsou veškeré kombinace sil popř. momentů mezi jednotlivými páry lopatek, kde na hlavních diagonálách jsou síly popř. momenty působící lopatky samy na sebe. Následně budou prezentovány výsledky uskutečněného měření.

Z důvodu předchozího měření, kde byla proměřena oblast po 10 m/s, se ukázalo kvůli nedostatečnému množství dat, že by bylo vhodné tuto oblast proměřit po 2 m/s. Veškeré grafy vykazovali prudké změny v okolí 80 m/s. Toto bylo nejspíš způsobeno (důkazem jsou záznamy z měření) odstavením měřícího zařízení na další den. Zmíněnou nespojitost v tuto chvíli není možné specifikovat. Je možné, že na způsobenou nespojitost má vliv stav vzduchu okolí. Tato oblast byla opakovaně proměřena a žádné nespojitosti nebyly prokázány. Z důvodu jistých pochybností byla tato oblast autorem mírně vyhlazena. Následně byly jednotlivé body proloženy křivkou polynomu  $n$ -tého stupně. Pro vyhodnocení výsledků byly použity pouze vazby vztahující se na dvě prostřední lopatky, tzn. dle programu lopatka č. 1 a 2. Tento krok byl učiněn díky krajním statickým lopatkám, proto vazby na lopatky č. 0 a 3 jsou zbytečné analyzovat.

- Následně budou prezentovány výsledky aerodynamických momentů a sil pružných a útlumových.
- Jednotlivé momenty a síly je nutno chápat v absolutní hodnotě.

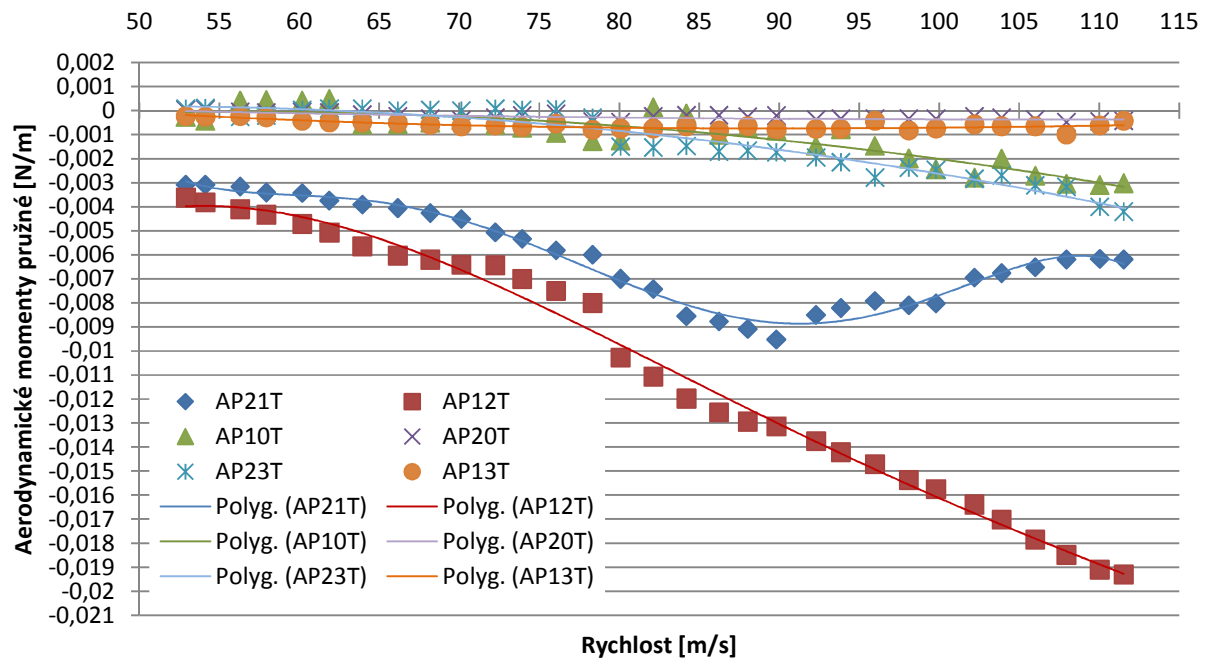
Na následujícím obr. 3.3.1 jsou zaznamenány průběhy aerodynamických momentů k-té lopatky na sebe samu. Na tomto grafu je vidět růst aerodynamických pružných a útlumových momentů s rostoucí rychlostí u lopatky č. 1. Dále pak u lopatky č. 2 se z neznámého důvodu jeví jako konstantní.



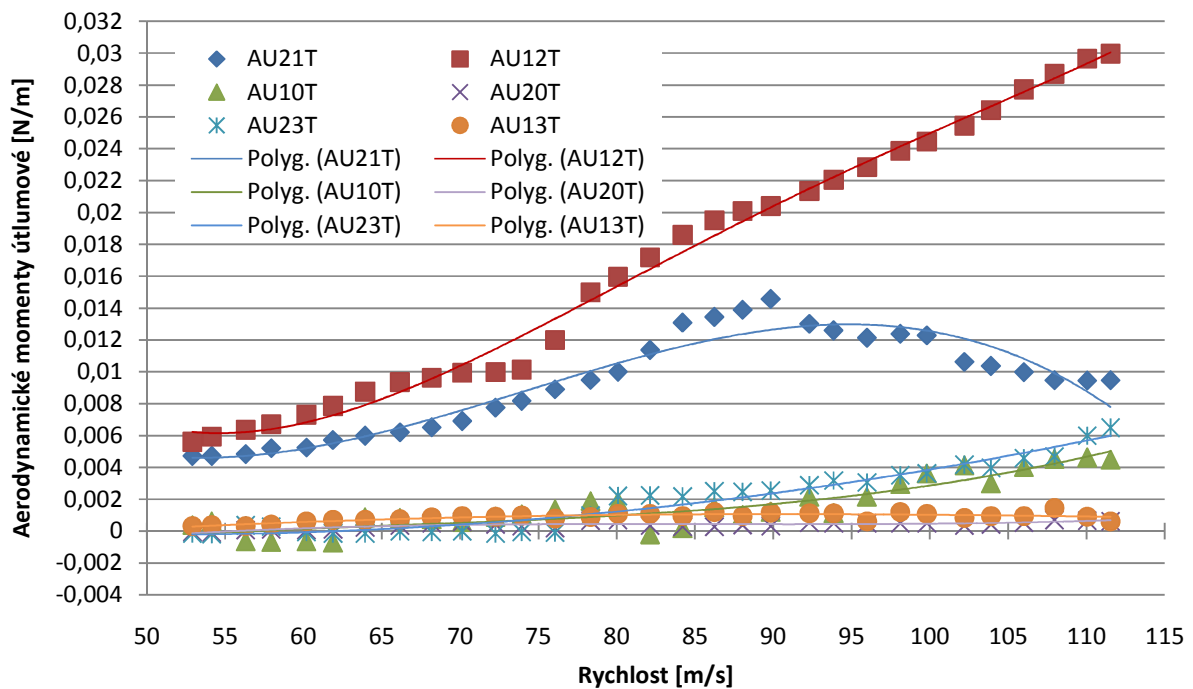
Obr. 3.3.1. Aerodynamické momenty

Na obr. 3.3.2. jsou zaznamenány významné aerodynamické momenty pružné, které působí na dvě prostřední makety lopatek. Tyto výsledky vykazují klidný průběh. Zde je zajímavé si povšimnout změny velikosti momentu působící první lopatky na druhou při rychlosti cca 85 m/s. Dále lze z grafu vyčíst, že vliv buzeného momentu působící na vzdálenější lopatky klesá. Na obr. 3.3.3. jsou zaznamenány hodnoty aerodynamických momentů útlumových. Průběh je obdobný jako u pružných momentů. Je ovšem nutno poznamenat jsou obecně větší.



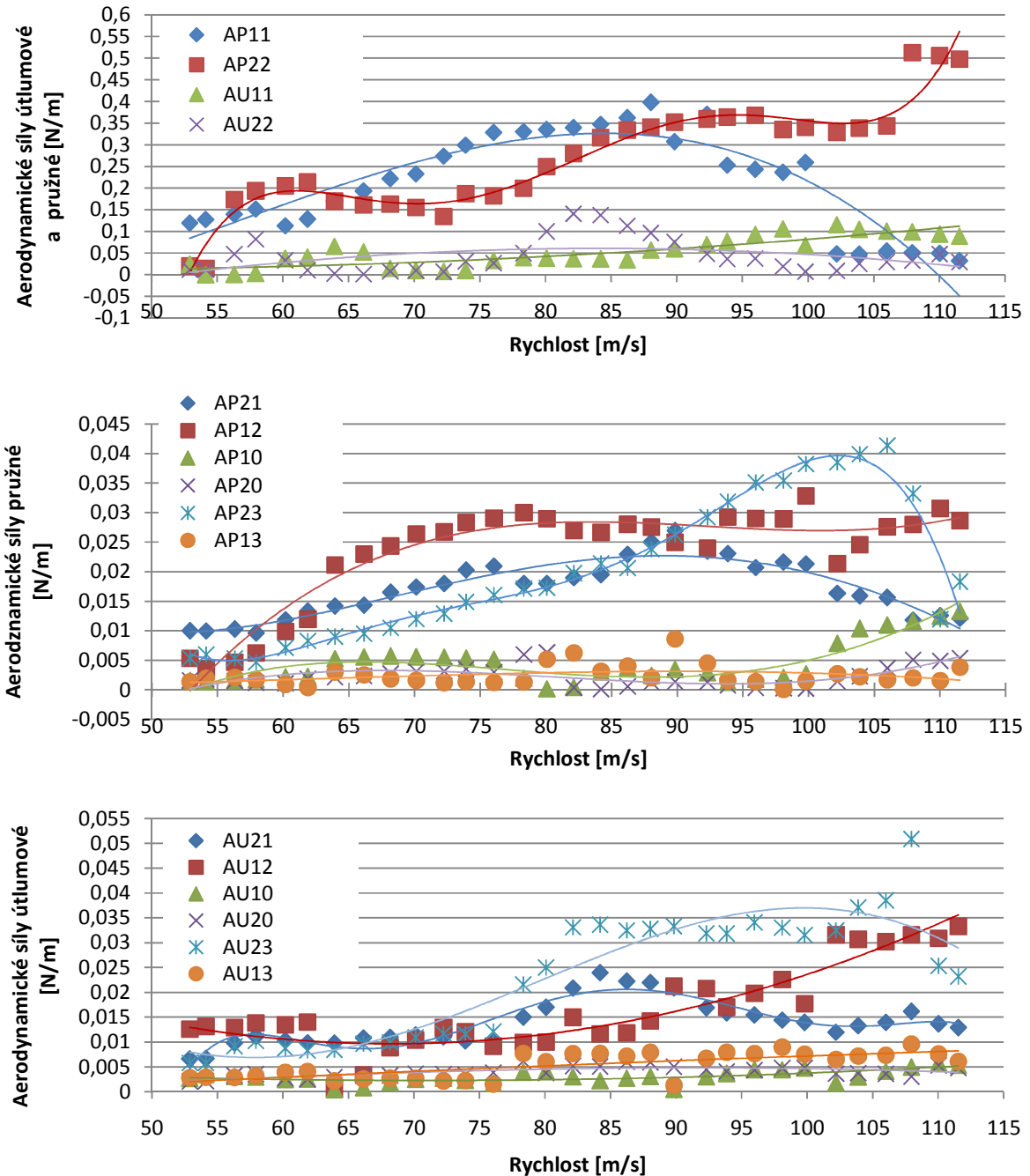


Obr. 3.3.2. Aerodynamické momenty



Obr. 3.3.3. Aerodynamické momenty

Na obr. 3.3.4 jsou zaznamenány hodnoty aerodynamických sil útlumových a pružných. Některé hodnoty bylo nutné převést do absolutní hodnoty z důvodu dosud nespecifikovatelné změny smyslu působící síly. Opět jsou vyobrazeny všechny významné vazby, které ovšem vykazují menší stálost než momenty.



Obr. 3.3.4. Aerodynamické síly

V následném kroku budou jednotlivé aerodynamické síly a momenty přepočítány na vazebné koeficienty dle tab. 3.2.2.. V následující tab. 3.3.1. jsou uvedeny hodnoty použitých konstant. Hustota  $\rho$  a rychlost  $w$  je v průběhu měření proměnná, proto v tabulce není uvedena. V tabulce je i uveden průřez a kvadratický moment setrvačnosti pro případný výpočet setrvačných momentů a sil.

Veličina [rozměr]	Hodnota
t [m]	0,051
S [m <sup>2</sup> ]	0,000057
I [m <sup>4</sup> ]	7,42305E-12
$\omega$ [rad/s]	439,82297
$\alpha_k$ [rad]	0,006981

Tab. 3.2.1. Konstanty pro výpočet vazebních koeficientů

Výsledky vazebních koeficientů jsou uvedeny v příloze k případné analýze. Měření, které bylo provedeno autorem, patřilo k první sérii měření uskutečněné na tomto experimentu. Z tohoto důvodu je třeba na tomto experimentu dále pracovat.

## 4. Výpočet nejistoty měření

V posledním bodu této bakalářské práce je zaměřena pozornost na výpočet nejistoty měření. Jak se ukázalo, tato oblast je velice komplikovaná. Chyba, která je nesena od samotného počátku měřených veličin přes FFT až po výpočet aerodynamických sil popř. momentů a následného výpočtu vazebních koeficientů je rozsáhlá. Následně je vybrána pro ukázkou aerodynamická síla útlumová z tab. 3.2.2. a následně je z ní vyjádřen vazební koeficient (4.1.).

$$b_{nk}^{y\alpha} = \frac{|AU_{nk}^{y\alpha}|}{\omega \rho w t^2 |\alpha_k|} \quad (4.1.)$$

Rovnice (4.1.) je následně zderivována a zlogaritmována (4.2.), kde na levé straně máme celkovou relativní chybu zmiňovaného koeficientu. Následně jsou tyto kroky prováděny opakovaně a jednotlivé relativní chyby jsou dále rozkládány až na základní vstupní veličiny.

$$\frac{\delta b_{nk}^{y\alpha}}{b_{nk}^{y\alpha}} = \frac{\delta |AU_{nk}^{y\alpha}|}{|AU_{nk}^{y\alpha}|} + \frac{\delta \omega}{\omega} + \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta w}{w} + 2 \frac{\delta t}{t} + \frac{\delta |\alpha_k|}{|\alpha_k|} \quad (4.2.)$$

- Druhý člen – relativní chyba úhlové rychlosti je definována dle (4.3.). Měření bylo prováděno při frekvenci  $f = 70 \text{ Hz}$  a tato frekvence byla nastavena s přesností  $\delta f = 0,0005 \text{ Hz}$ .

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{2\pi \delta f}{2\pi f} = \frac{\delta f}{f} \quad (4.3.)$$

- Třetí člen – hustota je definována dle (4.4.). Hustota je vypočtena ze stavové rovnice, kde je měřen statický tlak v koridoru  $p_s$  a teplota v měřicí části zařízení. Za referenční statický tlak je převzat atmosférický tlak v době prováděného měření  $p_s = 97300 \text{ Pa}$ . Změna statického tlaku byla měřena s přesností  $\delta p_s = 0,05 \text{ Pa}$ . Relativní chybu plynové konstanty je možno zanedbat. Referenční teplota je nastavena na  $T = 24 \text{ }^\circ\text{C}$  a je měřena s přesností  $\delta T = 0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{\delta p_s}{p_s} + \frac{\delta r}{r} + \frac{\delta T}{T} \quad (4.4.)$$

- Čtvrtý člen – rychlost je definována dle (4.5.). Rychlost je vypočtena z dynamického tlaku. Jako referenční hodnota rozdílu celkového a statického tlaku je  $(p_c - p_s) = 4000 \text{ Pa}$  a je měřena s přesností  $\delta(p_c - p_s) = 0,05 \text{ Pa}$ . Relativní chyba hustoty vstupuje z rovnice (4.4.).

$$\frac{\delta w}{w} = \frac{\delta(p_c - p_s)}{(p_c - p_s)} + \frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{\delta(p_c - p_s)}{(p_c - p_s)} + \frac{\delta p_s}{p_s} + \frac{\delta r}{r} + \frac{\delta T}{T} \quad (4.5.)$$

- Pátý člen – velikost tětiny byla naměřena  $t = 0,051 \text{ m}$  s přesností  $\delta t = 0,0005 \text{ m}$ .
- Šestý člen – velikost výchylky byla udržována na hodnotě  $\alpha_k = 0,4^\circ$  s přesností  $\delta \alpha_k = 0,0005^\circ$ .

První nejkomplicovanější člen není autor schopen v tuto chvíli vyřešit. Proto je zde uvedena pouze definice již zmíněné aerodynamické síly útlumové (4.6.), kde je učiněn předpoklad působení síly na okolní lopatky od k-té buzené.

Pro případ  $n = k$ :

$$|AU_{nk}^{y\alpha}| = \frac{(-|{}^w F_{nk}^{y\alpha}| \cos(\varphi_y - \varphi_F) - |AS_{nk}^{y\alpha}| \cos \varphi_y) \sin \varphi_y + (|{}^w F_{nk}^{y\alpha}| \sin(\varphi_y - \varphi_F) + |AS_{nk}^{y\alpha}| \sin \varphi_y) \cos \varphi_y}{\sin^2 \varphi_y + \cos^2 \varphi_y} \quad (4.6.)$$

$$|AS_{nk}^{y\alpha}| = -\frac{1}{\cos \varphi_y} |{}^0 F_{nk}^{y\alpha}| \cos(\varphi_y - \varphi_F) \quad (4.7.)$$

Do rovnice (4.6.) je nutné dosadit aerodynamickou sílu setrvačnou (4.7.) a následně rovnici (4.6.) zderivovat a zlogaritmovat, kde bude muset být i zahrnuta chyba rychlé Fourierovy transformace.

## 5. Závěr

Experimentální zařízení, které je instalováno v laboratorních prostorách Katedry energetických strojů a zařízení Západočeské univerzity v Plzni, prošlo celou řadou změn. Skutečným cílem bakalářské práce pro tento akademický rok bylo uvést experimentální zařízení do provozuschopného stavu a provést první sérii ladících měření pro výpočet aerodynamických vazebních koeficientů. Na tomto projektu se podíleli společně s velkým dohledem a spoluprací členů katedry i dva mí kolegové, kteří se zabývali jinými typy buzení maket lopatek. Po dlouhé a zároveň pečlivé práci se podařilo experimentální zařízení zprovoznit a následně bylo nutné provést sérii dílčích měření. Mezi tři nejvýznamnější patřilo vyšetření frekvenčních charakteristik, vyrovnání rychlostního profilu a nacejchování vibrouzlů. Následně bylo možné provést měření aerodynamických sil a momentů. Byly zjišťovány pružné a útlumové složky.

V případě této publikace byly zjišťovány vazební koeficienty vycházející z torzně buzených maket lopatek. Závislosti aerodynamických momentů na zvyšující se rychlosti vykazovali určitou spojitost, která se zdá být věrohodná. V případě vybuzených okolních maket lopatek k suvnému kmitání je spojitost poněkud horší a docházelo zde ke změně vektoru působící síly, proto byly veškeré hodnoty převedeny do absolutní hodnoty. Tímto krokem jsme se chyby nedopustili, nicméně důvod těchto změn je dosud neznámý.

Z důvodu časově náročnějšího měření bylo nutné rozdělit měření do dvou dnů. Tento fakt způsobil jistou nespojitost v oblasti přechodu. Nad vznikem této nespojitosti se dá v tuto chvíli jen polemizovat. Oblast byla znovu proměřena a žádné námi hledané nespojitosti nebyly prokázány. Dále pak byla tato oblast v grafech mírně vyhlazena, aby nedocházelo k jistým spekulacím. Následně byly vypočteny vazební koeficienty. Originální hodnoty bez modifikací autora jsou uvedeny hodnotově v příloze.

Bohužel v české ani zahraniční literatuře nejsou publikovány žádné výsledky, s kterými by bylo možné námi zjištěné výsledky srovnat. Experimentální zařízení v Plzni je jedním ze dvou svého druhu.

V poslední kapitole byl nastíněn průběh výpočtu nejistoty měření, který byl ukázán na jedné z aerodynamických sil. Vzhledem k matematické náročnosti nebyl vyřešen do konce.

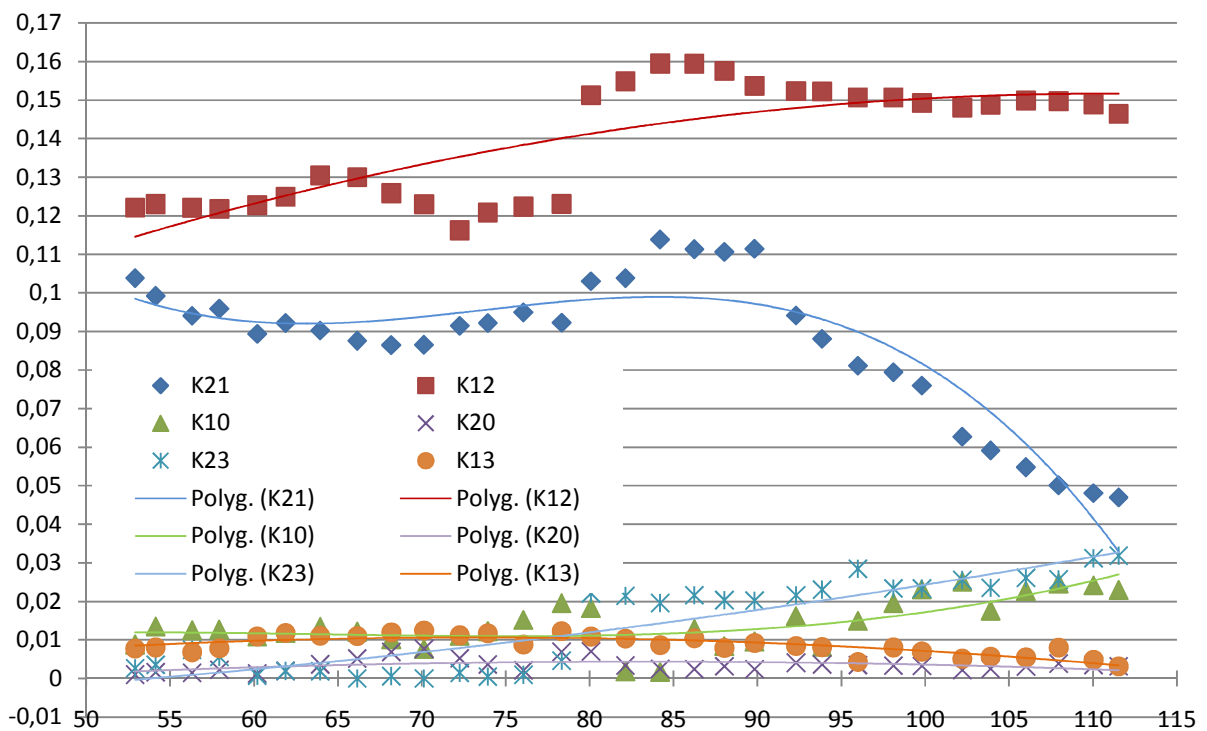
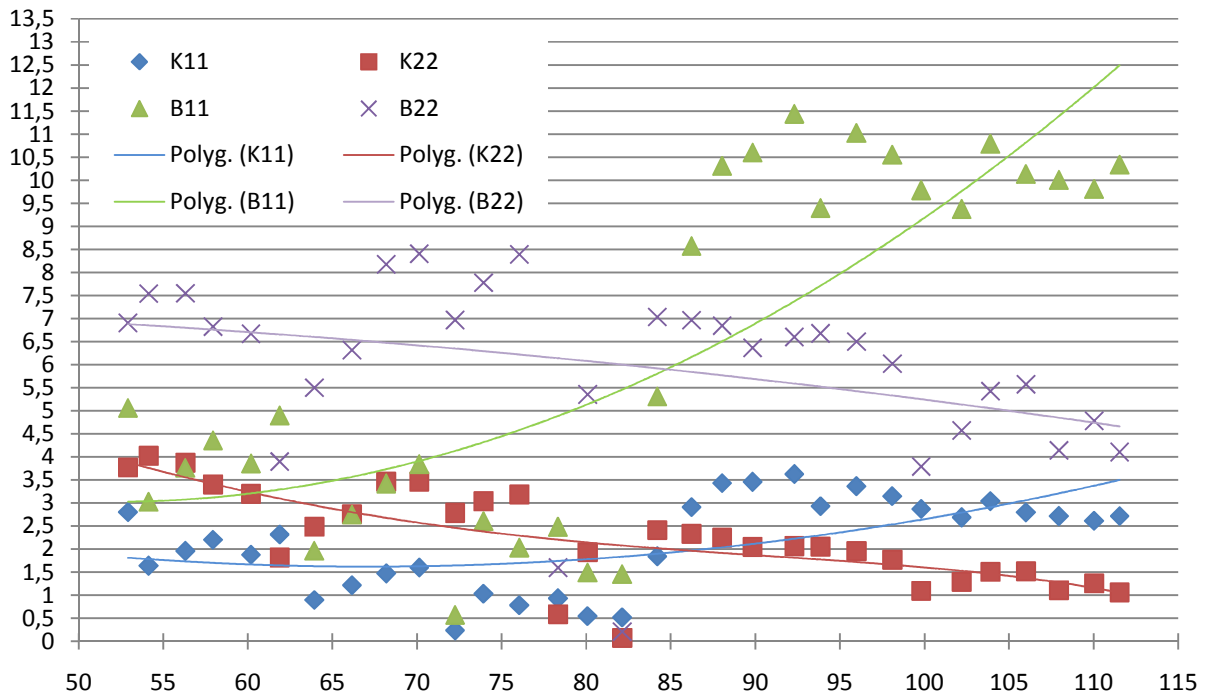
Celá problematika týkající se zjištění aerodynamických sil a momentů je velice zajímavá, nicméně velice úzce zaměřená. Proto bude autor velice rád, pokud se tento text stane budoucím autorům o danou problematiku oporou a dobrým základem při dalším pokračování na tomto experimentu.

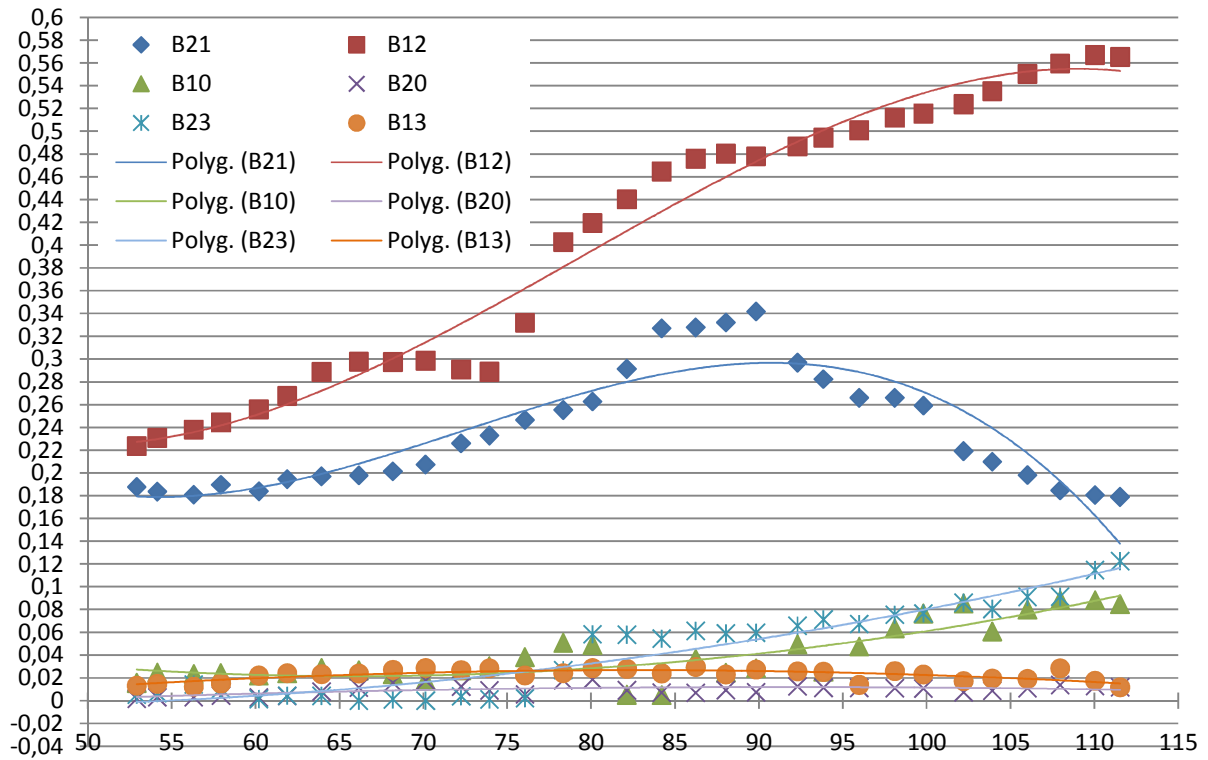
## 6. Seznam použité literatury

- [1] PLAČEK, T. Vyrovnání rychlostního profilu před lopatkovou mříží. Diplomová práce. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004.
- [2] PLAČEK, T.; LINHART, J. Vyrovnání rychlostního profilu před lopatkovou mříží. *In Energetické stroje - termomechanika - mechanika tekutin - 2004*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004. s. 137-142. ISBN 80-7043-276-4.
- [3] KRIVÁNKA, D. Experimentální zjišťování aerodynamických koeficientů. Plzeň: Západočeská univerzita, 2008.
- [4] ERET, P.; KRIVÁNKA, D. Experimentální testy vzduchového tunelu: měření rychlostního profilu za lopatkovou mříží. *In Energetické stroje - termomechanika - mechanika tekutin - 2005*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005. s. 25-28. ISBN 80-7043-360-4.
- [5] KRIVÁNKA, D.; ERET, P. Měření rychlostního profilu na lopatkové kaskádě. *In Computational mechanics 2005*. Pilsen: University of West Bohemia, 2005. s. 359-364. ISBN 80-7043-400-7.
- [6] KRIVÁNKA, D. Identifikace systému proudem buzených lopatek. *In Energetické stroje - termomechanika - mechanika tekutin - 2006*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2006. s. 93-96. ISBN 80-7043-449-X.
- [7] KRIVÁNKA, D.; PACÁK, A.; LINHART, J. Experimentální a numerické vyšetřování vibrací proudem buzené lopatkové kaskády, *In Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín*, Žilinská univerzita, Žilina, 2006, s. 231–236, ISBN 80-8070-533-X
- [8] PACÁK, A. Vyšetřování stability vibrací turbinových lopatek v prostředí Fluent. *In Energetické stroje - termomechanika - mechanika tekutin - 2005*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005. s. 115-122. ISBN 80-7043-360-4.
- [9] KRIVÁNKA, D.; PACÁK, A.; LINHART, J.; POLÍVKA, J.; ŠVARNÝ, J. Experimentální a numerické zjišťování aerodynamických vazebních koeficientů
- [10] Vitaly GNESIN, Department of Aerohydromechanics, Institute for Problems in Machinery, Ukrainian National Academy of Sciences 2/10 Pozharsky st., Kharkov 310046, UKRAINE; Romuald RZADKOWSKI, Department of Dynamics of Machines, Institute of Fluid Flow Machinery, Polish Academy of Sciences, Gdansk, Polish Naval Academy
- [11] LINHART, J. Vyhodnocovací rovnice pro zjištění aerodynamických sil a momentů

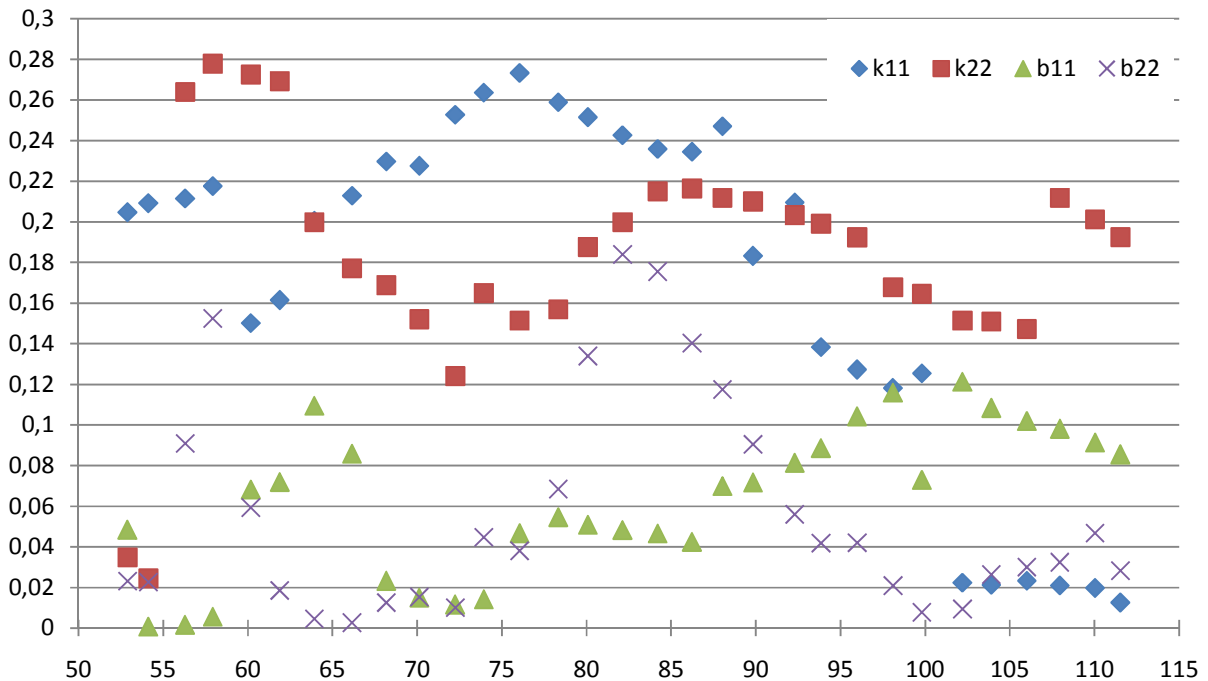
## 7. Seznam příloh

### 7.1. Aerodynamické vazební koeficienty – torzní kmitání

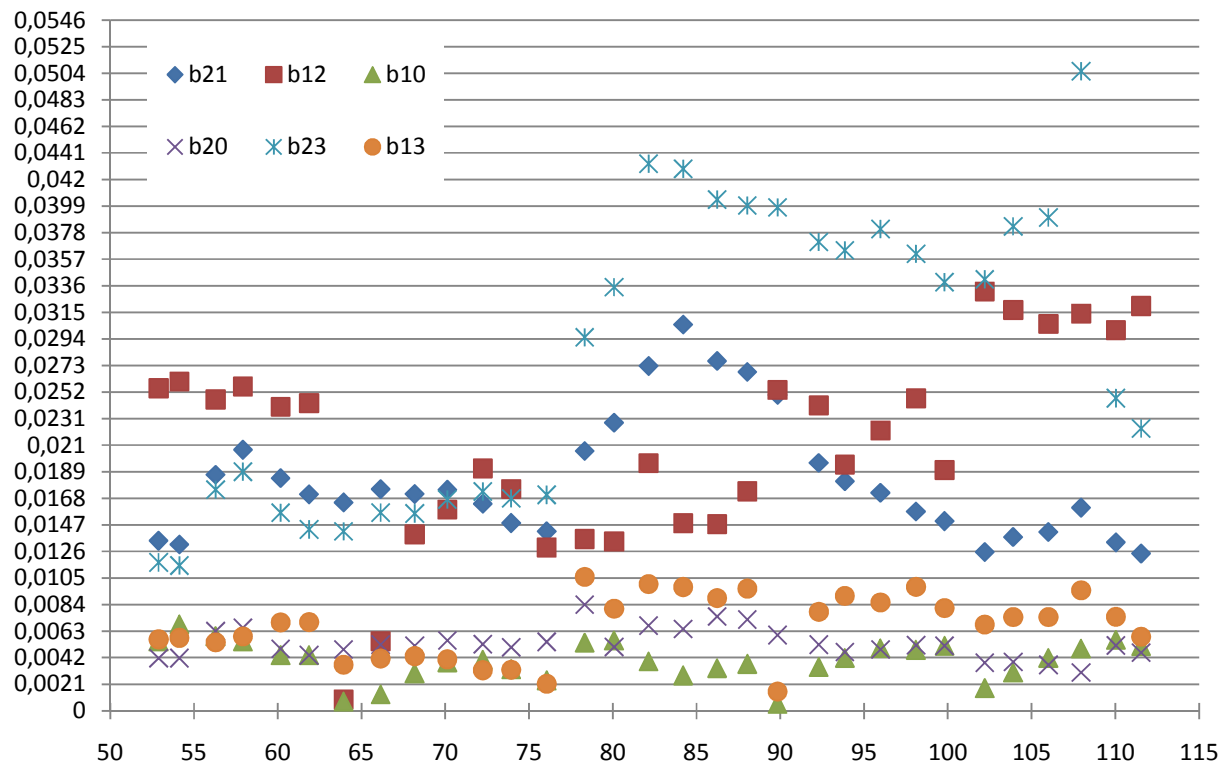
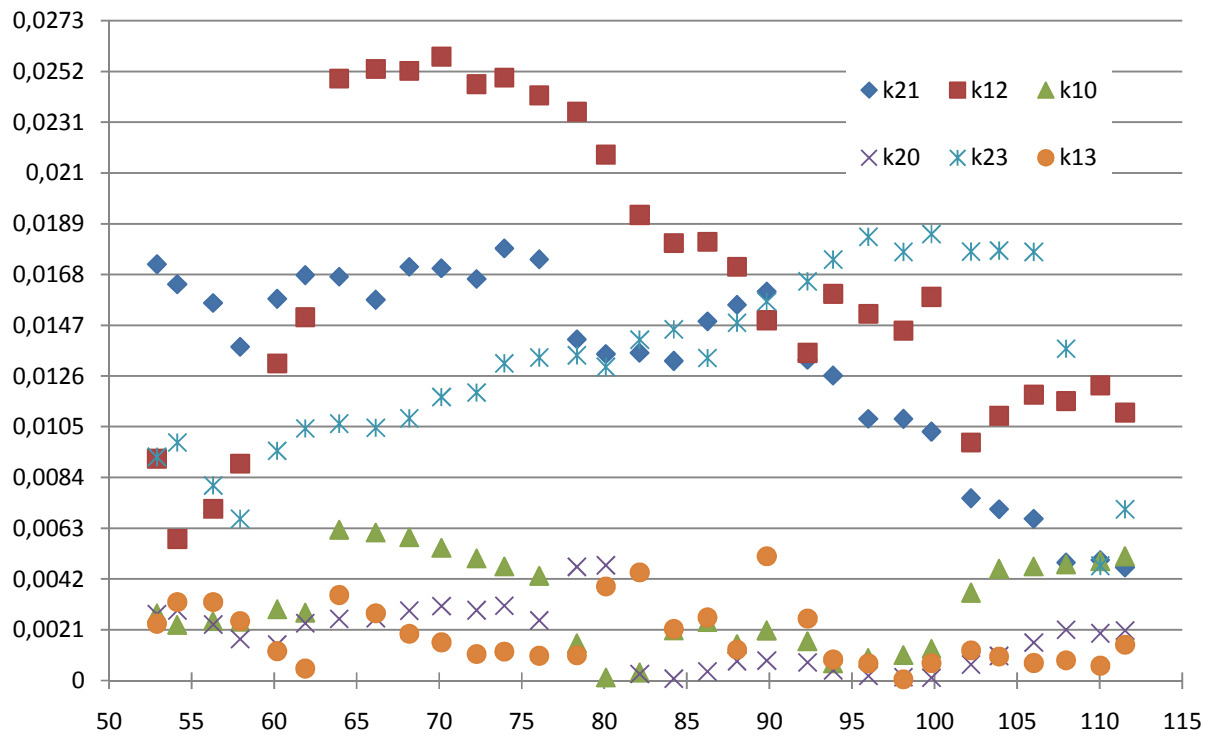




## 7.2. Aerodynamické vazební koeficienty – surné kmitání







### 7.3. Aerodynamické vazební koeficienty – tabulky hodnot

(Tyto výsledky vycházejí ze skutečných hodnot naměřených na experimentu)

w	k11	k22	k21	k12	k10	k20	k23	k13
52,9	0,204686	0,034814	0,017218	0,009185	0,002786	0,002752	0,009254	0,002356
54,13	0,209223	0,024444	0,016395	0,005865	0,002316	0,002908	0,009857	0,003253
56,3	0,211461	0,263958	0,015626	0,007107	0,00246	0,002323	0,008079	0,00325
57,93	0,217658	0,277842	0,013812	0,008979	0,002438	0,001721	0,006698	0,002467
60,18	0,150158	0,272593	0,015789	0,013131	0,002951	0,001489	0,009503	0,001223
61,88	0,161418	0,269235	0,016769	0,015034	0,002816	0,002376	0,010434	0,000503
63,93	0,200649	0,199836	0,016712	0,024909	0,006242	0,002556	0,010635	0,003545
66,15	0,212894	0,177188	0,015752	0,025311	0,006127	0,002585	0,010461	0,002794
68,18	0,229792	0,168823	0,017127	0,025234	0,005933	0,002889	0,010852	0,001936
70,13	0,227633	0,152079	0,017059	0,025818	0,0055	0,003083	0,011734	0,001585
72,25	0,252719	0,124031	0,016616	0,024675	0,005062	0,002914	0,011914	0,001097
73,93	0,263645	0,164922	0,017886	0,024949	0,00472	0,0031	0,013131	0,001207
76,05	0,273336	0,151378	0,017427	0,02421	0,004336	0,002497	0,013366	0,001032
78,33	0,185614	0,368475	0,016177	0,003232	0,001553	0,004707	0,029152	0,001051
80,08	0,124298	0,312449	0,017324	0,000623	0,000135	0,004774	0,02799	0,003896
82,13	0,160658	0,24581	0,011096	0,002019	0,000335	0,000278	0,009826	0,004474
84,2	0,235889	0,215005	0,013226	0,0181	0,002078	8,15E-05	0,010456	0,002139
86,23	0,234514	0,216414	0,014863	0,018152	0,002421	0,000375	0,013348	0,002615
88,03	0,24709	0,21176	0,015553	0,017125	0,001516	0,000807	0,014802	0,00128
89,83	0,063903	0,210057	0,015509	0,012258	0,002076	0,000829	0,015682	0,005148
92,3	0,096547	0,203299	0,013272	0,005464	0,001633	0,000751	0,016521	0,002571
93,85	0,138383	0,199076	0,012619	0,016001	0,000716	0,000432	0,017417	0,000874
95,98	0,127209	0,192413	0,010832	0,015179	0,000951	0,000199	0,018361	0,000716
98,1	0,118154	0,167811	0,010829	0,014485	0,001065	0,00015	0,017736	5,5E-05
99,8	0,125433	0,16454	0,010299	0,01588	0,001319	0,000121	0,01848	0,000725
102,2	0,02236	0,151382	0,007539	0,009853	0,003636	0,000668	0,017747	0,001258
103,9	0,021251	0,150909	0,007098	0,010955	0,004628	0,001026	0,017795	0,000994
106	0,023257	0,1472	0,006696	0,011832	0,004721	0,001576	0,017735	0,000733
107,95	0,021041	0,211794	0,004891	0,01157	0,004812	0,002107	0,01373	0,000843
110,03	0,019708	0,20121	0,004994	0,012218	0,004942	0,00196	0,004755	0,00062
111,53	0,012491	0,192491	0,004686	0,01109	0,005143	0,002074	0,007089	0,00149

w	K11	K22	K21	K12	K10	K20	K23	K13
52,9	2,803009	3,770959	0,103878	0,12209	0,008769	0,001012	0,002698	0,007757
54,13	1,638582	4,025107	0,09921	0,123047	0,013529	0,001611	0,003543	0,008053
56,3	1,957174	3,87147	0,094092	0,122081	0,012506	0,001489	0,007444	0,006848
57,93	2,204069	3,403272	0,095902	0,121776	0,012656	0,00225	0,005625	0,007875
60,18	1,877639	3,200977	0,089387	0,122744	0,010945	0,001303	0,000782	0,010945
61,88	2,31716	1,820256	0,092184	0,124965	0,011831	0,001972	0,001972	0,011831
63,93	0,900843	2,486151	0,090292	0,130473	0,013394	0,003695	0,001847	0,011084
66,15	1,218844	2,757551	0,087569	0,130059	0,012078	0,005176	0	0,011
68,18	1,470574	3,464773	0,086492	0,125881	0,010152	0,006903	0,000609	0,011979
70,13	1,604475	3,463218	0,086547	0,123008	0,007676	0,007676	0	0,012473
72,25	0,233417	2,787266	0,091487	0,116257	0,011029	0,005243	0,001446	0,01121
73,93	1,032969	3,038643	0,092211	0,11276	0,01226	0,003626	0,000518	0,011742

76,05	0,784274	3,187194	0,094975	0,108356	0,015176	0,002121	0,000979	0,008812
78,33	0,928948	0,589456	0,081373	0,279653	0,019536	0,006922	0,039533	0,023535
80,08	0,546461	1,932262	0,070055	0,151296	0,01825	0,007064	0,022076	0,010891
82,13	0,521621	0,073318	0,10382	0,154891	0,001819	0,003358	0,021408	0,010354
84,2	1,846971	2,413682	0,113822	0,159483	0,001731	0,002529	0,019569	0,008653
86,23	2,912926	2,333489	0,111318	0,159425	0,01282	0,002412	0,021578	0,010408
88,03	3,431143	2,246465	0,110588	0,1576	0,008404	0,003167	0,020339	0,007917
89,83	3,457122	2,047396	0,111463	0,153686	0,009591	0,002456	0,020234	0,00924
92,3	3,630298	2,06591	0,094167	0,152329	0,016175	0,004099	0,021603	0,00842
93,85	2,933057	2,055669	0,088082	0,152268	0,008251	0,003643	0,023038	0,008144
95,98	3,365552	1,956426	0,081142	0,150707	0,014958	0,003483	0,048972	0,004303
98,1	3,150559	1,772649	0,079438	0,150736	0,019516	0,003334	0,023341	0,008042
99,8	2,87073	1,097217	0,075997	0,149246	0,023121	0,003222	0,023311	0,007012
102,2	2,686973	1,292794	0,06271	0,148102	0,02512	0,002169	0,025572	0,005151
103,9	3,041626	1,509185	0,059189	0,148803	0,017573	0,002535	0,023518	0,005683
106	2,800421	1,519362	0,054767	0,149937	0,02268	0,003108	0,026123	0,00546
107,95	2,714173	1,108687	0,050133	0,149753	0,024621	0,003888	0,025674	0,008018
110,03	2,611746	1,255512	0,0481	0,1489	0,024167	0,003508	0,082246	0,004833
111,53	2,715417	1,063389	0,046967	0,146439	0,022914	0,003187	0,078531	0,003187

w	b11	b22	b21	b12	b10	b20	b23	b13
52,9	0,048394	0,023142	0,013447	0,025515	0,005497	0,004178	0,011743	0,005659
54,13	0,000714	0,022636	0,013161	0,026045	0,006858	0,004182	0,011496	0,005788
56,3	0,001658	0,090942	0,018676	0,024622	0,005908	0,006308	0,017495	0,005431
57,93	0,005668	0,15243	0,020633	0,025652	0,005501	0,006575	0,01891	0,00589
60,18	0,068213	0,05937	0,018399	0,024051	0,004404	0,004903	0,015672	0,007007
61,88	0,071888	0,018501	0,017114	0,024327	0,004421	0,004404	0,014357	0,007022
63,93	0,109543	0,004615	0,016481	0,000906	0,000738	0,004867	0,014198	0,003659
66,15	0,085884	0,00266	0,01755	0,005515	0,001314	0,005239	0,015685	0,004152
68,18	0,023228	0,012511	0,017153	0,013959	0,002974	0,005162	0,015611	0,004328
70,13	0,014993	0,015315	0,017502	0,015927	0,00384	0,005569	0,016722	0,004085
72,25	0,011583	0,010143	0,01638	0,019172	0,004039	0,005287	0,017345	0,003223
73,93	0,01415	0,044729	0,014847	0,017546	0,003294	0,005036	0,016806	0,003265
76,05	0,046699	0,038008	0,014179	0,012923	0,002413	0,00546	0,017085	0,002144
78,33	0,054599	0,186384	0,007493	0,013588	0,005397	0,00841	0,029546	0,010602
80,08	0,222372	0,305616	0,000643	0,037274	0,005574	0,005051	0,013733	0,008093
82,13	0,226698	0,223184	0,027277	0,037284	0,003919	0,006741	0,043255	0,010033
84,2	0,0466	0,201029	0,030544	0,014845	0,002803	0,006486	0,042854	0,009799
86,23	0,042504	0,140317	0,02766	0,01477	0,003384	0,007466	0,040426	0,008921
88,03	0,069937	0,117483	0,026802	0,017356	0,003717	0,007228	0,039953	0,009678
89,83	0,402038	0,090429	0,024975	0,025381	0,000561	0,006008	0,03981	0,001541
92,3	0,319649	0,056018	0,01961	0,03578	0,003487	0,005243	0,03707	0,007835
93,85	0,088659	0,041809	0,018155	0,019481	0,004196	0,004664	0,036412	0,009089
95,98	0,104186	0,041976	0,017249	0,022179	0,004963	0,004863	0,038097	0,008585
98,1	0,115989	0,020923	0,015771	0,024707	0,004823	0,005206	0,036136	0,009811
99,8	0,072966	0,007837	0,014997	0,019051	0,00515	0,00516	0,033898	0,008138
102,2	0,121288	0,009407	0,012567	0,033164	0,001795	0,003811	0,03412	0,006834
103,9	0,108326	0,026333	0,013755	0,031692	0,003036	0,003883	0,038302	0,007415
106	0,101939	0,030012	0,014141	0,030599	0,004201	0,003644	0,03901	0,007419
107,95	0,09809	0,161641	0,016052	0,031418	0,00494	0,003041	0,050571	0,009532

110,03	0,09135	0,046719	0,01332	0,030112	0,005617	0,005188	0,02472	0,00744
111,53	0,085504	0,028303	0,012439	0,032016	0,005137	0,004618	0,022338	0,005868

w	B11	B22	B21	B12	B10	B20	B23	B13
52,9	5,062641	6,905951	0,187711	0,223504	0,01551	0,001591	0,00517	0,013124
54,13	3,028415	7,542276	0,183446	0,230862	0,024485	0,003109	0,006607	0,014769
56,3	3,762551	7,545654	0,18086	0,238032	0,023542	0,002989	0,0142	0,012331
57,93	4,359401	6,824911	0,189571	0,244408	0,024332	0,004358	0,010532	0,015253
60,18	3,858015	6,668675	0,183881	0,255896	0,022024	0,002797	0,001398	0,022024
61,88	4,89572	3,899237	0,194469	0,267565	0,024139	0,00408	0,00442	0,024139
63,93	1,966245	5,502195	0,197118	0,288602	0,02863	0,007898	0,004278	0,023365
66,15	2,752909	6,31458	0,197818	0,297681	0,026397	0,011449	0	0,023853
68,18	3,423226	8,177604	0,201493	0,297457	0,023142	0,015737	0,001234	0,027154
70,13	3,841917	8,408	0,20729	0,298486	0,017699	0,017699	0	0,028799
72,25	0,575961	6,971221	0,225958	0,290892	0,026498	0,012521	0,003785	0,026789
73,93	2,607198	7,776347	0,232775	0,288835	0,030449	0,009106	0,001138	0,028457
76,05	2,036301	8,390855	0,246481	0,284933	0,038175	0,005533	0,002213	0,022131
78,33	2,484649	1,598329	0,217551	0,758474	0,050762	0,017995	0,10233	0,060699
80,08	1,494045	5,35644	0,19178	0,419551	0,048864	0,018653	0,058322	0,028636
82,13	1,462644	0,20851	0,291248	0,44033	0,005123	0,009222	0,057891	0,027921
84,2	5,309721	7,035236	0,327063	0,464735	0,004997	0,006996	0,054469	0,023986
86,23	8,576223	6,965741	0,327903	0,475996	0,036596	0,006831	0,061238	0,029521
88,03	10,31251	6,845774	0,332191	0,480363	0,024616	0,00932	0,05903	0,022943
89,83	10,60308	6,366904	0,341695	0,477998	0,028572	0,007494	0,05972	0,027401
92,3	11,44075	6,600871	0,296766	0,48686	0,049461	0,012536	0,065872	0,025756
93,85	9,398392	6,678808	0,282449	0,494511	0,025555	0,011432	0,071285	0,025331
95,98	11,02884	6,500342	0,265879	0,500853	0,047565	0,011179	0,154968	0,013809
98,1	10,55267	6,019956	0,265924	0,511903	0,063479	0,010937	0,075488	0,025949
99,8	9,781826	3,790634	0,259075	0,515621	0,076521	0,010751	0,076732	0,022977
102,2	9,375907	4,573603	0,219026	0,523891	0,085222	0,007411	0,086046	0,017292
103,9	10,79012	5,428168	0,209975	0,535163	0,060745	0,008707	0,080588	0,019438
106	10,13496	5,575268	0,198075	0,550362	0,079984	0,010916	0,091297	0,019053
107,95	10,00352	4,143092	0,184752	0,559519	0,088478	0,013837	0,091402	0,028453
110,03	9,81155	4,782163	0,180686	0,567106	0,088335	0,012811	0,298467	0,017591
111,53	10,34018	4,105739	0,178822	0,565327	0,084884	0,011884	0,288982	0,011884