Západočeská univerzita v Plzni

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

PŘEDMATEMATICKÉ SCHOPNOSTI DĚTÍ V PŘEDŠKOLNÍM VZDĚLÁVÁNÍ SE ZAMĚŘENÍM NA PRVKY KOMBINATORIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Ing. Mariana Mužíková

Předškolní a mimoškolní pedagogika

Učitelství pro mateřské školy

Vedoucí práce: ***PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.***

Plzeň 2013

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

Plzeň, 23. 3. 2013

……………………………………………

vlastnoruční podpis

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí mé bakalářské práce, PhDr. Šárce Pěchoučkové, Ph.D., za pomoc, podnětné nápady a podporu ve chvílích nejistoty. Naši spolupráci jsem vnímala velice pozitivně a společně strávené chvíle pro mne byly vždy přínosné, nejen co se tématu této práce týče. Dále mé velké díky patří dětem z 64. MŠ v Plzni, které úžasně spolupracovaly a bez nichž by tato práce nevznikla.

OBSAH

I. ÚVOD

Bakalářská práce je věnována problematice kombinatoriky, která je nedílnou součástí dnešní matematiky. V životě člověka hraje kombinatorika důležitou roli. Lidé využívají nejjednodušší typy konfigurací, jako jsou permutace, variace, či kombinace, aniž by si to uvědomovali. Níže uvádím krátké zamyšlení nad běžným dnem člověka.

Člověk již po probuzení začíná přemýšlet o sledu činností, kterými den začne: snídaně, oblékání, čištění zubů. Může volit činnosti také v jiném pořadí: snídaně, čištění zubů, oblékání.

Při přípravě snídaně má možnost nepřeberného množství kombinací, jakým způsobem si pokrm připravit: rohlík s máslem a se salámem, či bagetu s máslem a marmeládou, nebo chléb s pomazánkou.

Po snídani následuje oblékání. Zde je velký výběr jak oblečení navolit. Počet mnohobarevných halenek, svetříků, triček, kalhot, či sukní skýtá mnoho možností kombinovat a tvořit n-tice, které pak člověk na sebe oblékne.

Autobusem a pak pěšky, nebo tramvají a trolejbusem? Člověk opět volí na základě okolností a možností, co je pro něj nejvýhodnější.

Volba pracovních úkolů – snadné, obtížné, časově náročné, neodkladné, opět vyžadují kombinační myšlení, aby byl splněn cíl s maximálním užitkem a očekávaným výsledkem.

Čas oběda s možností kombinací pokrmů a příloh je další oblastí, ve které máme výběr a je na nás, co zvolíme.

Člověk se bez volby možností a jejich vzájemného kombinování prostě neobejde. Ačkoliv nad tím neuvažujeme z matematického hlediska, na každém kroku vážíme možné varianty a kombinace. Ať už vybavujeme svůj byt, sázíme loterii, nebo nakupujeme v obchodě.

Život by byl jistě snazší, kdybychom vždy viděli všechna možná řešení, která se k dané problematice váží. Ne vždy se nám to podaří, ať už z důvodu velkého počtu řešení, anebo pouze z důvodu, že do problému nevidíme a nedokážeme ho analyzovat. Avšak měli bychom se o to alespoň pokusit. Pokud připustíme, že možností je více, jsme na dobré cestě, která nám dává čas, abychom nedělali závěry rychlé a ukvapené.

Cílem mé bakalářské práce je poukázat na předmatematické činnosti v mateřských školách, zaměřené na prvky kombinatoriky. I děti v mateřských školách se setkávají s kombinatorikou: možnost volit s kým půjdu ve dvojici na procházku dnes a s kým zítra, jaké pokrmy si připravím v dětské kuchyňce, vedle koho se posadím při obědě, jakým způsobem vyrobím náhrdelník pro maminku a pro babičku, aby nebyly stejné. Situací je opravdu mnoho. A právě v tomto věku by děti měli mít možnost hledat více řešení a při svých činnostech se učit nacházet různé kombinace, učit se je pojmenovat a obhájit.

S kombinatorikou a jejími oblastmi se každý bude v životě často setkávat.

Rozvážnost je umění života.
Marcus Tullius Cicero

II. Teoretická část

1 Historie kombinatoriky

1.1 Prvopočátky kombinatoriky ve světě

Stejně jako provází lidstvo různá odvětví matematiky po celá století, tak i kombinatorika jako součást finitní matematiky se v historii objevovala už velmi dávno. Původ kombinatoriky nás zavádí do Indie a Číny oproti většině matematických odvětví spadajících do řecké kultury. Je těžké určit datum vzniku textů zachovaných dokumentů, jelikož obsahují mnoho poznámek a záznamů, které nejsou původní a do materiálů se dostali v jiných obdobích. Ve své bakalářské práci uvádím jen některé učence daných období, které jsem považovala za důležité z historického pohledu kombinatoriky.

Kolem roku 2000 před naším letopočtem (dále jen - př. n. l.) se objevily v čínské „Knize proměn" (2200 př. n. l.) určité střípky naznačující kombinatorická pravidla. Znaky Jang (-) a Jin (--), vyvářely skupiny se třemi prvky, tzv. trigramy, nebo skupiny po šesti, tzv. hexagramy. Učenci té doby si kladli otázku, kolik trigramů a hexagramů je možné pomocí těchto dvou znaků složit. (Král, 2008)

Nejčastější oblastí, ve které se kombinatorika objevovala, byl obchod a lékařství. V 6. století př. n. l. se objevuje lékařský spis „Suśruta Samhitā" z Indie. V této škole Áyurvedského učení bylo zaznamenáno kombinování různých prvků:

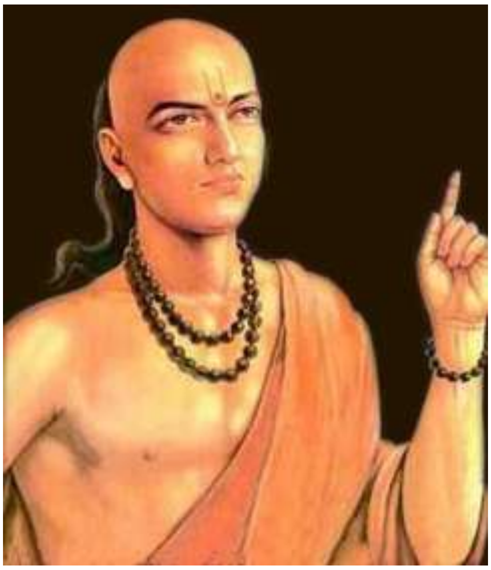
„*Vlastnost rasa se vyskytuje v šesti kvalitách: madhura, ámla, lavana, tikta, katu a kašáya. Každá tato kvalita je důsledkem převahy dvou prvků a každou lze rozpoznat jako určitou chuť. Rozpoznání rasa je důležité pro terapii. Madhura, ámla a lavana dobře působí proti váta, madhura, tikta a kašáya proti pitta a konečně katu a kašáya proti kapha*." [20]

Jinými slovy spis poukazuje na 6 příchutí léčivých bylin (sladké, kyselé, slané, ostré, hořké a trpké), jejichž mísením dosáhneme 63 chutí. U díla byly vypsány veškeré kombinační možnosti. Nebyly zaznamenány žádné obecné vzorce.

Příklady v té době byly kombinovány jen z malých skupin prvků. Kombinační řešení se dala vypsat. Nevíme proto, zda Indové znali obecná pravidla pro počty kombinací. Dalším zájmem té doby byla tvorba slov z různě dlouhých slabik.

Indický astrolog Varahamihiru zaznamenal v 6. století našeho letopočtu (dále jen – st. n. l.) příklad, ve kterém uvedl množinu 16 prvků – vůní a vytvořil z nich čtyřprvkové kombinace. Vše zahrnul ve své práci „Brihat Samhitā“. Pozoruhodné však je, že zde udal výsledek - 1820 možností, jenž je správně, ale pravděpodobnost, že by vypisoval všechny možnosti, je velmi malá. Byl by musel tomu věnovat mnoho času a zapsané výsledky by jistě přiložil v textu příkladu. Je tedy předpoklad, že výsledek byl vypočten použitím obecného vztahu pro výpočet *k*-prvkových kombinací z *n* prvků. (Kafková, 2011, str. 11)

Varahamihira (505 - 587 n. l.) byl indický astronom, matematik a astrolog. Varahamihirovo důležité příspěvky se nacházejí v encyklopedii „Brihat Samhitā“. Týkají se širokého rozmezí předmětů lidského zájmu, například astrologie, planetárních pohybů, dešťových srážek, či architektury.



Obr. 1 – Varahamihira

Na prvopočátky kombinatoriky také ukazují další díla z oblasti islámských a židovských kultur. Příhonská uvádí zejména mystickou židovskou knihu s hebrejským názvem „Sefer Yetzirah“ (2. st. př. n. l.). Jedná se o budoucí teorii faktoriálů. „Sefer Yetzirah“ je název nejdříve existující knihy o židovském esoterismu[I], ale v pozdější době byla vedena jako pojednání o matematické a jazykové teorii.

„Sefer Yetzirah“, kapitola třetí:
„Dvanáct prosťáčků: On, Vav, Zayin, Het, Tet, Yod, Lamed, Nun, Samech, Ain, Tsadeh, Qof. Oni kameny vyryli, vytesali, zkoušeli, vážili a měnili. Jak je máme zkombinovat? Ze dvou kamenů postavíš dva domy. Ze tří kamenů postavíš šest domů. Ze čtyř kamenů postavíš dvacet čtyři domů. Z pěti kamenů postavíš sto dvacet domů. Ze šesti kamenů postavíš 720 domů. Ze sedmi kamenů postavíš 5000 čtyřicet domů. Od té chvíle šli ven a počítali, co ústa nejsou schopna vyslovit, ale uši jsou schopny slyšet.“ [19]

Postupně pronikala indická matematika i do jiných částí světa. Zejména v 7. st. n. l., při rozmachu islámu přišli Arabové s novými vědomostmi v oblasti magických čtverců a binomické věty.

1.2 PRVOPOČÁTKY KOMBINATORIKY V EVROPĚ

I v Evropě byla pravidla kombinatoriky používána bez zdůvodnění v obecné rovině. Například, v díle „Liber Abaci“[II] z roku 1202, jejímž autorem je Leonardo Pisano, známý pod jménem Fibonacci, je uveden tento záznam:
„Liber Abaci“, kapitola 12:

„Sedm starých mužů jde do Říma;
každý vede sedm mezků;
každý mezek nese sedm pytlů;
v každém pytli je sedm bochníků;
pro každý bochník je sedm nožů;
každý nůž má sedm pouzder.

Jaký je celkový počet všech uvedených věcí?“ (Kafková, 2011, str. 10)

I) Esoterismus (z řeckého „vnitřní“, „uzavřený“) je označení pro souhrn vědomostí určených výhradně pro úzký okruh zasvěcených, intelektuálně vyspělých nebo privilegovaných lidí.

II) Liber Abaci (1202) je historická kniha o aritmetice Leonarda z Pisy, známého později pod přezdívkou Fibonacci. V této práci, Fibonacci představil Evropě arabské číslice, hlavní prvek naší desítkové soustavy. Název Liber Abaci znamená "Kniha výpočtu".[18]

Historie tohoto Fibonacciho problému se váže k příkladu z Egyptského „Rhindova papyru“[III] (17. st. př. n. l.): (Kolman, 1969, str. 40)

„Máme sedm domů, v každém domě je sedm koček.
Každá kočka zabije sedm myší,
každá myš by sežrala sedm klasů pšenice,
z každého klasu by se vypěstovalo sedm měřic zrna.
Jaký je celkový počet těchto vyjmenovaných věcí?“ (Kafková, 2011, str. 11)

Obr. 2 - Leonardo Pisano

Leonardo Fibonacci (1170 – 1228) byl italský matematik. Zasloužil se o rozšíření arabské matematiky do Evropy. Je po něm pojmenována posloupnost Fibonacci. (Struik, 1963, str. 80)

III) RHINDŮV (LONDÝNSKÝ) PAPYRUS - nejrozsáhlejší a nejvýznamnější matematický text ze starého Egypta, opsán kolem roku 1560 př. n. l., písařem Ahmosem. Byl nalezen v Thébách v pol. 19. st. Dnes uložen v Britském muzeu v Londýně.

Kořeny evropské kombinatoriky začínaly rašit v období 13. – 17. století. Ačkoliv byly ovlivněny arabskou a dále asijskou matematikou, i Evropa položila vlastní myšlenky v této oblasti matematiky. Mačák uvádí rozdělení počátků kombinatoriky na dva proudy, a to proud filozofický a proud matematický.

„U filozofického proudu jsou kombinatorické úvahy součástí úvah filozofických (popřípadě teologických, morálních a podobných) a některé kombinatorické výsledky jsou matematicky zobecňovány.

V matematickém proudu jsou kombinatorické problémy studovány samy o sobě jako problémy matematické, většinou v rámci aritmetiky.“ (Mačák, 1999, str. 238)

1.2.1 FILOSOFICKÝ PROUD

V evropském filozofickém proudu nacházíme politika, filosofa a teologa Aniciuse M. S. Boëthiuse. Proslavili ho jeho čtyři učebnice čtyř disciplin tzv. „Quadrivia“ zahrnující aritmetiku, geometrii, astronomii a musicu. (Struik, 1963, str. 77)

Důležitější poznatky však přinesl Boëthiusovo komentář ke spisu řeckého filozofa Porfyria. V něm uvedl pomocí slovního popisu vztah pro počet dvouprvkových kombinací z n prvků, jenž se dnes užívá ve tvaru $n\,(n — l)/2$.

Obr. 3 - Anicius M. T. S. Boëthius

Ve 13. st. n. l. se výrazně zapsal do dějin kombinatoriky Ramon Lull. Lullův přínos spočívá v zadání jistých pravidel, podle kterých se popisují kombinace konečného počtu základních pojmů rozdělených do skupin a jejich vztahy. Tyto základní vztahy znázornil Lull graficky. Na obrázku č. 4 je ukázka jedné ze šesti skupin základních pojmů a vztahů s názvem „Predicata absolutna“. Obsahuje devět prvků a je uvedena spolu s ostatními ve spisu „Ars brevis“. (Mačák, 1999, str. 240)

Obr. 4 - Predicata absolutna

Postupujeme-li historií, následuje období Jezuitů. Odborníci, kteří učili na jezuitských kolejích, byli dobří matematikové. Za zmínku stojí Christopher Clavius (1538 - 1612) v jehož spisu lze objevit vztah pro určení počtu všech permutací z *n* prvků, dnes vyjádřený jako faktoriál ve tvaru *n!*. Dále pak Sebastian Izquierdo (1601 - 1681) u něhož byl nalezen spis „Pharus scientiarum*“.* Jeho část „Disputatio XXIX. De Combinatione“ obsahuje základní pojmy dnešní kombinatoriky, například: kombinace, variace a permutace bez opakování i s opakováním. *„Pro stanovení počtu k-prvkových kombinací z n prvků (bez opakování i s opakováním) používá aritmetický trojúhelník, pro stanovení počtu k-prvkových variací z n prvků (bez opakování) používá podobnou tabulku, jejíž obsah bychom dnes asi vyjádřili rekurentním vzorcem:*

$V(n, k) = n \cdot V(n-1, k-1)$*“.* (Mačák, 1999, str. 245)

1.2.2 MATEMATICKÝ PROUD

Matematický proud se rozvíjel zejména ve Španělsku. Jedním z učenců byl Abraham ibn Ezra, který vytvořil ze sedmi tehdy známých planet všechny k – prvkové kombinace.

Dalším byl Levi ben Gerson (1288 - 1344), matematik žijící ve Francii, který v té době užíval obecná pravidla pro výpočet permutací z n prvků, k-prvkových variací z n prvků a k-prvkových kombinací z n prvků.

Ital Niccolo Tartaglia (1499 – 1557) ve spisu „General trattato di numeri et Misura“ (1556) uvedl návod k řešení úlohy - kolika způsoby může padnout n kostek. Při hodu dvěma kostkami *1, 2* však nerozlišuje stav, kdy na první kostce padne A a na druhé kostce padne B, od stavu, kdy na druhé kostce padne A a na první kostce padne B. Nepřihlížel k pořadí a nerozlišil, že jeden součet lze získat různými způsoby (např. 1 + 2 + 5 = 2 + 4 + 2). Zjišťoval vlastně počet n-prvkových kombinací s opakováním, které lze utvořit ze šesti prvků. (Mačák, 1999, str. 250)

Obr. 5 - Niccolò Fontana Tartaglia

1.3 KOMBINATORIKA DNEŠNÍHO POJETÍ

Znovuzrození, znovuobjevení, žít naplno pozemským životem, užívat si slastí a nástrah života, neupínat se k posmrtnému životu, to byla **renesance** 16. – 17. století. Člověk byl chápán jako individualita, vyznávala se úcta k člověku a lidskost. Lidé toužili po poznání a po všestranném rozvoji. Pro oddělení kombinatoriky jako vědní disciplíny od matematiky bylo příznivé právě toto období.

V životě privilegovaných vrstev renesanční společnosti se do popředí dostávali nejrozmanitější hazardní hry. Lidé dávali do sázek vše, zlato, dobytek, pozemky, atd. Tyto záliby dokázaly odstartovat zájmy učenců té doby. Do popředí se dostávala otázka „Jakou mám pravděpodobnost, že vyhraji?“. Další rozvoj kombinatoriky nabral na rychlosti. Úlohy této doby se týkaly hlavně hry v kostky a karetní hry. (Struik, 1969, str. 105)

Nejznámějším dílem té doby, které se zabývá pravděpodobností výhry je Pascalova kniha „Traité du triangle arithmétique“ z roku 1665. Pascalovi námět vnukl jeho kamarád, vášnivý hráč, Chevalier de Méré. Problém se skrýval ve hře „Hlava – Orel“, který se hraje do 6 vyhraných partií. Pokud jeden z hráčů měl 5 vyhraných partií a druhý hráč 4 vyhrané partie, nastal problém. Jakým způsobem spravedlivě rozdělit vsazené peníze? Pascal se pokusil popsat problém ve své knize:

„Dva hráči hrají sérii her o nějakou částku C; tuto částku získá ten hráč, který jako první vyhraje k her (lidově se někdy říká, že hráči hrají na k vítězných her). Pravděpodobnost výhry v každé jednotlivé hře je pro oba hráče stejná (oba hráči jsou „stejně dobří“). Série her je předčasně ukončena ve chvíli, kdy jednomu hráči chybí do výhry m her, druhému hráči chybí do výhry n her. Jak má být spravedlivě rozdělena částka C mezi hráče?“ (Kafková, 2011, str. 14)

Blaise Pascal (1623 – 1662) byl francouzský matematik, fyzik, spisovatel, teolog a náboženský filosof. Coby náruživý hráč, položil se svým přítelem Fermatem, základy teorie pravděpodobnosti. Algebra a kombinatorika je mu vděčná za tzv. Pascalův trojúhelník, celočíselné řady zase inspirovaly další jeho nástupce. Vše je srozumitelnou formou vedeno v již výše uvedeném díle „Traité du triangle arithmétique“ – v překladu „Pojednání o aritmetickém trojúhelníku“.

Obr. 6 – Blaise Pascal

Prvním publikovaným dílem ve kterém je uveden pojem „KOMBINATORIKA“ je dílo vydané roku 1666 s názvem „Disertacio de Arte Combinatoria“ od Gottfrieda Wilhelma von Leibnitze (1646 – 1716). Nestudoval matematiku, ale práva. Záhy po studiu se však zaměřil na oblast matematiky, zejména na faktoriály, teorii čísel, rozklad celých čísel a binomické koeficienty. V jeho díle najdeme použití aritmetického trojúhelníku pro stanovení počtu kombinací, dále pravidla pro stanovení počtu permutací s opakováním i bez opakování. (Struik, 1969, str. 113)

Obr. 7 – Gottfried Wilhelm von Leibnitz

Za třetí důležitou osobu, podílející se na historii kombinatoriky považuji švýcarského teologa, matematika a fyzika Jacoba Bernoulliho (1654 – 1705). Svůj spis „Ars Conjectandi“ („Umění předpokládat“) rozdělil do několika částí. V té první, jak předurčila doba, se věnuje hazardním hrám. Druhá část popisuje obecné vztahy pro různé skupiny prvků, terminologii kombinatoriky a její výpočty. Třetí část je věnována příkladům a na závěr svého díla rozebral otázku pravděpodobnosti. Tato práce byla nadmíru přínosná. Zákon velkých čísel, teorie řad, základy variačního počtu a další matematické problémy uvedené v tomto významném spise byly jasným signálem pro oddělení kombinatoriky jako samostatného oboru matematiky. (Struik, 1969, str. 120)

Obr. 8 – Jacob Bernoulli

V dějinách kombinatoriky má také přední místo Leonhard Euler (1707 –1783). Švýcarský matematik a fyzik byl jedním z nejlepších matematiků 18. století. V oblasti kombinatoriky je znám hlavně s problematikou rozkladů latinských čtverců – slavná úloha „O 36 důstojnících“ (1728), dále se zabýval analytickou teorií čísel (140 prací), diferenciální geometrií, teorií grafů („Úloha o sedmi mostech města Královce“), atd.

Leonhard Euler byl významnou osobností i v oblasti mechaniky, optiky a astronomii. Dnešní kombinatorika by se bez jeho prací a děl neobešla.

Obr. 9 – Leonhard Euler

Na závěr uvedu některé z dalších slavných matematiků, kteří měli podíl na formování kombinatoriky v Evropě i ve světě. Fra Luca Paccioli (1445 – 1509) – úloha o rozdělení sázky, Galileo Galilei (1564 – 1642) – pravděpodobnostní chování chyb ve fyzikálních pokusech, Pierre Fermat (1601 – 1665) – základní otázky pravděpodobnosti, Abraham de Moivre (1667 – 1754) – princip inkluze a exkluze, Jean Baptiste le Rond d´Alembert (1717 – 1783) – úloha o hodu dvěma mincemi, Pierre Simon de Laplace (1749 – 1827) – analytická teorie pravděpodobnosti, rozložení chyb, centrální limitní věta, Johann Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) – matematická analýza, teorie čísel, Andrej Nikolajevič Kolmogorov (1903 – 1987) – axiomatická definice pravděpodobnosti a další.

V dnešní době kombinatorika zasahuje do mnoha oblastí jak technického, tak humanitního charakteru. Využívá se nejen v teorii matematiky a geometrie, ale i v teorii hudby, teorii kódování, ve výtvarné oblasti, ale i v oblasti, která dala první impuls – oblast hazardních her, např. v teorii pokeru. Velký rozvoj výpočetní techniky podnítil vytvoření tzv. „diskrétní matematiky“, jejíž součástí je právě kombinatorika.

2 ZÁKLADNÍ PRAVIDLA A POJMY KOMBINATORIKY

Text této kapitoly je tvořen citacemi. Tituly jsou vždy uvedeny v závorce.

Pravidlo součtu

Definice:

Nechť množina $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ obsahuje m různých prvků a množina $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ n různých prvků, navíc $A \cap B = \emptyset$. Potom jeden prvek z množiny $A \cup B$ lze vybrat $m + n$ různými způsoby.

Důkaz:

Vzhledem k předpokladu disjunktnosti množin A, B je pravidlo součtu ekvivalentní se zřejmým tvrzením $|A \cup B| = |A| + |B|$. (Koucký, 2004, str. 61)

Pravidlo součinu

Definice:

Nechť množina $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ obsahuje m různých prvků (tj. $|A| = m$) a množina $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ n různých prvků (tj. $|B| = n$). Potom uspořádanou dvojici prvků (a_i, b_j), kde $a_i \in A$, $b_j \in B$ lze vybrat $m \,.\, n$ různými způsoby.

Důkaz:

Pravidlo součinu je ekvivalentní se zřejmým tvrzením: $|A \times B| = |A| \,.\, |B|$, kde symbol x označuje kartézský součin. Schematicky lze toto pravidlo znázornit maticí.

$$A \times B = \left\{ \begin{matrix} (a_1, b_1) & (a_1, b_2) & \dots & (a_1, b_n) \\ (a_2, b_1) & (a_2, b_2) & \dots & (a_2, b_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (a_m, b_1) & (a_m, b_2) & \dots & (a_m, b_n) \end{matrix} \right\},$$

která obsahuje (právě jednou) všechny uspořádané dvojice (a_i, b_j);

$i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$. (Koucký, 2004, str. 62)

Variace bez opakování

Definice:

Označme M množinu obsahující m různých prvků. Variací k – té třídy z m prvků (resp. na m – prvkové množině M) nazýváme každou uspořádanou k – tici navzájem různých prvků z množiny M. Počet všech variací k – té třídy z m prvků označíme A_m^k.

Stručně lze variace bez opakování charakterizovat jako uspořádané k – tice (tj. záleží na pořadí prvků ve vybrané k – tici), ve které se jednotlivé prvky nesmí opakovat. Dvě variace (bez opakování) považujeme tedy za různé, pokud obsahují různé prvky, nebo se liší v pořadí některých prvků.

Věta:

Pro libovolné přirozené k a m, kde $1 \leq k \leq m$ platí

$$A_m^k = m \,.\, (m - 1) \,.\, \ldots \,.\, (m - k + 1) = \frac{m!}{(m-k)!}$$

Důkaz:

Počty prvků, které jsou na „výběr“ při obsazování jednotlivých pozic ve variaci (bez opakování), jsou zřejmě dány následující tabulkou:

1. pozice	2. pozice	…	k – tá pozice
m	$m - 1$	…	$m - k + 1$

Dle pravidla součinu tak dostáváme platnost tvrzení. (Koucký, 2004, str. 69)

Variace s opakováním

Definice:

Označme M množinu obsahující m různých druhů prvků (v „neomezeném“ množství). Variací k – té třídy z m prvků s opakováním (resp. s opakováním na m – prvkové množině M) nazýváme každou uspořádanou k – tici prvků vytvořenou z libovolných druhů prvků množiny M. Počet všech variací k – té třídy z m prvků s opakováním označíme $\overline{A}_m^k$.

Stručně lze variace s opakováním charakterizovat jako uspořádané k – tice (tj. záleží na pořadí prvků ve vybrané k – tici), ve které se jednotlivé druhy prvků mohou vícekrát opakovat. Dvě variace s opakováním považujeme za různé, pokud se liší v pořadí některých prvků nebo v počtu prvků některého druhu.

Věta:

Pro libovolné přirozené k a m platí $\overline{A}_m^k = m^k$.

Důkaz:

Počty prvků, kterými lze obsadit jednotlivé pozice ve variaci s opakováním, jsou zřejmě dány následující tabulkou (druhy se mohou opakovat!):

1. pozice	2. pozice	…	k – tá pozice
m	M	…	m

Dle pravidla součinu tak dostáváme platnost tvrzení. (Koucký, 2004, str. 70)

Permutace bez opakování

Definice:

Označme M množinu obsahující m různých prvků. Permutací řádu m (resp. na množině M) nazveme jejich libovolné uspořádání. Počet všech permutací řádu m označíme P (m).

Věta:

Pro libovolné přirozené m platí $P(m) = m!$, kde definujeme $0! = 1$

Důkaz:

Počet možností jak obsadit jednotlivé pozice v permutaci jsou zřejmě dány tabulkou:

1. pozice	2. pozice	…	k – tá pozice
m	m - 1	…	1

Podle pravidla součinu dostáváme $P(m) = m!$ (Koucký, 2004, str. 72)

Permutace s opakováním

Definice:

Nechť množina M obsahuje m_1 nerozlišitelných prvků 1. druhu, m_2 nerozlišitelných prvků 2. druhu až m_k nerozlišitelných prvků k – tého druhu, kde $1 \leq k, m_i$. Potom každé uspořádání této množiny nazveme permutací s opakováním řádu ($m_1, \dots, m_k$). Počet všech permutací s opakováním řádu ($m_1, \dots, m_k$) označíme $P(m_1, \dots, m_k)$.

Věta:

Pro libovolná přirozená čísla $m_{1, \dots,} m_k$ platí $P(m_1, \dots, m_k) = \dfrac{(m_1 + \dots + m_k)!}{m_1! . \_ . m_k!}$

Důkaz:

Označme M = $\left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{m_1}, \underbrace{b, \dots, b}_{m_2}, \dots, \underbrace{r, \dots, r}_{m_k} \right\}$, kde $m = m_1 + \dots + m_k$ množinu prvků, ze kterých budou vytvářeny permutace. Každá permutace s opakováním na množině M je zřejmě invariantní vzhledem k permutacím prvků jednotlivých druhů, tj. výsledná permutace se nemění při záměně prvků stejného druhu. Prvky i – tého druhu lze permutovat $m_i!$ způsoby a tedy podle pravidla součinu dostáváme:

$P(m_1 + \dots + m_k) = P(m_1, \dots, m_k) . m_1! . \_ . m_k!$. (Koucký, 2004, str. 73)

Kombinace bez opakování

Definice:

Označme M množinu obsahující m různých prvků. Kombinací k – té třídy z m prvků (resp. na m – prvkové množině M) nazýváme každou k – tici navzájem různých prvků z množiny M. Počet kombinací k – té třídy z m prvků (bez opakování) budeme značit C_m^k. Stručně lze kombinace k – té třídy (bez opakování) charakterizovat jako neuspořádané k – tice, ve které se prvky nesmí opakovat. Dvě kombinace považujeme za různé, jestliže se liší v zastoupení některého prvku (bez ohledu na pozici jejich výskytu).

Věta:

Pro libovolná přirozená m, k, kde $0 \leq k \leq m$ platí $C_m^k = \dfrac{m!}{(m-k)!.k!}$

Důkaz:

Vzhledem k rozdílu mezi kombinacemi („nezáleží na pořadí“) a variacemi („záleží na pořadí“) je zřejmé, že z každé kombinace k – té třídy dostaneme $k!$ různých variací, které se liší pouze pořadím prvků. Odtud $C_m^k = \dfrac{A_m^k}{k!} = \dfrac{m!}{(m-k)!.k!}$.

(Koucký, 2004, str. 75)

Kombinace s opakováním

Definice:

Mějme k dispozici m různých druhů prvků (v „neomezeném“ množství). Kombinací k – té třídy z m prvků s opakováním ($1 \leq k$, m)nazveme libovolnou k – tici sestavenou z prvků uvedených m druhů. Počet kombinací k – té třídy z m prvků s opakováním budeme značit $\overline{C}_m^k$. Stručně lze kombinace k – té třídy s opakováním charakterizovat jako neuspořádané k – tice, ve kterých se jednotlivé druhy prvků mohou opakovat. Dvě kombinace s opakováním považujeme za různé, jestliže se liší v počtu zastoupení prvků některého druhu (bez ohledu na pozici jejich výskytu).

Věta:

Pro libovolná $m \in N^+$, $k \in N$ platí $\overline{C}_m^k = \overline{C}_{m+k-1}^k$.

Důkaz:

Každou kombinaci k – té třídy z m prvků $\{a_1,\ldots,a_m\}$ s opakováním lze zakódovat do uspořádané (m + k – 1) – tice skládající se z k jedniček a (m – 1) nul. Všem kombinacím k- té třídy z m prvků s opakováním odpovídají právě všechny permutace s opakováním skládajících se z k jedniček a m – 1 nul, tj. $\overline{C}_m^k = P(k, m - 1) = \overline{C}_{m+k-1}^k$.

(Koucký, 2004, str. 81)

3 KOMBINATORIKA V AKTIVITÁCH DĚTÍ V MATEŘSKÉ ŠKOLE

Aktivity v mateřské škole zaměřené na prvky kombinatoriky spadají pod činnosti intelektově náročnější. Pro předškolní oblast je vhodné proto volit aktivity v takové míře, která odpovídá věkovému složení dětí ve třídě a jejich schopnostem. Aktivity předpokládají velký časový prostor, precizní přípravu, jak v oblasti teorie, tak v přípravě materiálů a pomůcek.

Kombinatorika má za úkol děti navést při aktivitách na různá možná řešení, na hledání alternativ, přijmout jiný pohled a názor na způsob řešení, rozvinout komunikační schopnosti.

V období předškolních let bereme v úvahu, že se dítě nachází v předoperačním stádiu, začíná si utvářet pojmotvorný proces, vnímání okolí probíhá na základě analyticko – syntetických principů. Myšlení dítěte je tedy založeno na předmatematických představách a tomu musí být uzpůsobena i předmatematická výchova.

Fotografie č. 1 – Předmatematická výchova

Nároky v těchto aktivitách volíme odstupňovaně:

a) *„nalezlo k danému řešení alespoň ještě jednu možnost (vhodné už i pro tříleté, nespokojit se s prvním, co mě napadne; pokud se pracuje s drobným materiálem, zkus to ještě jinak);*
b) *nalezlo více možností s tím, že žádná z nich se neopakuje;*
c) *nalezlo co nejvíce možností (hranice dána schopnostmi dítěte);*
d) *nalezlo v práci jiného systém v hledání možností (je snazší, než hledat u sebe);*
e) *nalezlo všechny možnosti (nemusí dítě v předškolním věku – má svůj limit);*
f) *hodnotilo vytvořené možnosti s tím, že jsou/nejsou všechny; nejsou – tedy, co chybí; jsou všechny v tom smyslu, že ví, že jich nemůže být více, příp. proč."* (Kaslová, 2010, str. 187)

V této kapitole jsem uvedla možné příklady aktivit zaměřených na prvky kombinatoriky pro děti ve věkové kategorii 4 – 6 let. Všechny aktivity byly realizovány s dětmi v mateřské škole pomocí pohybových, výtvarných, hudebních a pracovních činností. Cílem u všech těchto typů aktivit bylo nalézt jedno, více, nebo všechna řešení pomocí experimentu, s ohledem na věk a schopnosti dětí. Děti pracovaly bez nápovědy a nebyly zatíženy časovým limitem. Na konci činnosti vždy byla dětem ukázána všechna možná řešení.

3.1 KOMBINATORICKÝ SOUČET

Název aktivity: OBCHOD S OVOCEM

Zadání: Ve svém obchodě „Na paloučku" máš na prodej celkem 12 kusů ovoce. 3 švestky tě přivezli v pondělí a 5 jablek ve středu. Kolik hrušek tě přivezli v pátek, když ve svém obchodě máš celkem 12 kusů ovoce?

Pomůcky: paraván – obchod, 3 švestky, 5 jablek, 4 hrušky (možnost různých materiálů pro volbu ovoce)

Místo: třída

Náročnost: středně těžké

Počet dětí: třída, malé skupiny, jednotlivec

Realizace: Aktivita byla realizována nejprve celou třídou, poté úlohu plnily jen vybrané děti. Učitelka nejprve zadala úlohu slovně. Následně dle zadání přinesla do obchodu nejprve švestky a pak jablka (možnost zapojit děti s menší pozorností – děti dodavatelé, přivezou v nákladním autě opravdové ovoce). Úkolem dítěte bylo pomocí manipulace s předměty zjistit počet hrušek, které v obchodě stále chybí.

Řešení: 3 + 5 + ? = 12 …….. dítě doplnilo 4 hrušky

Hodnocení: Ve skupině dětí po zadání úkolu, ihned odpověděly správně jen některé děti. Další reagovaly v delším časovém odstupu a u zbylých šlo o opakování po kamarádech. Z těchto dětí byly vytvořeny dvě skupinky po třech dětech a aktivita zadána s jinými číselnými hodnotami. Většina z těchto dětí počet ovoce zjišťovala pomocí manipulace, či ukazováním na daný druh ovoce.

Fotografie č. 2 – Kombinatorický součet

3.2 KOMBINATORICKÝ SOUČIN

Název aktivity: DÁREK

Zadání: Kamarád tě pozval na narozeniny a ty jsi mu vybral dárek. Tvým úkolem je dárek vložit do krabičky a převázat barevnou stuhou. V obchodě měli jen červenou a žlutou krabičku a 3 druhy stuh – fialovou, zelenou a oranžovou. Jakým způsobem můžeš dárek pro kamarády zabalit?

Pomůcky: žlutá a červená krabička, 3 barevné stuhy, pastelky, formulář na zaznamenávání kombinací

Místo: třída – vyhrazeno klidné místo

Náročnost: středně těžké

Počet dětí: jednotlivec

Realizace: Pomocí manipulace s krabičkami a se stuhami mělo dítě vymyslet možnosti, jak zabalit dárek pro kamaráda. Jednotlivé varianty si poznamenalo na připravený papír pomocí pastelek. Aktivita byla vedena za podpory učitele.

Řešení: 6 možností

1. červený dárek x oranžová stuha
2. červený dárek x zelená stuha
3. červený dárek x modrá stuha
4. žlutý dárek x oranžová stuha
5. žlutý dárek x zelená stuha
6. žlutý dárek x modrá stuha

Hodnocení: Děti volily jako první dárek a stuhu, které měly připraveny pod sebou. První volbou byla nejčastěji červená krabička s oranžovou stuhou, nebo žlutá krabička s modrou stuhou. Vždy však byla vzata nejprve krabička a k ní pak přiřazena stuha, ne naopak. Z časových důvodů byla tato činnost realizována pouze pěti dětmi. Hlavní aktivitou zaměřenou na kombinatorický součin je experimentální aktivita „Medvědi“, jenž bude uvedena v jiné kapitole mé bakalářské práce.

Fotografie č. 3 – Kombinatorický součin

3.3 <u>VARIACE BEZ OPAKOVÁNÍ</u>

<u>Název aktivity: PAPOUŠCI</u>

<u>Zadání:</u> V ZOO nastal velký problém. Přes noc se papouškům smyla jejich barevná pera. Zůstali celí bílí. Papoušci měli peříčka modrá, žlutá, červená a zelená. Jednotlivý papoušek měl na sobě pouze tři z těchto čtyř barev. Hlavu měl celou z jedné barvy, druhou barvu měl na ocasních perech a třetí barvou bylo zbarveno bříško. Zřízenec si neví rady, lidé chtějí vidět papoušky. Pojďme jim peříčka dokreslit a dát zpátky do klece.

<u>Pomůcky:</u> šablony papoušků, nůžky, pastelky

<u>Místo:</u> třída

<u>Náročnost:</u> středně těžké

<u>Počet dětí:</u> malé skupiny, jednotlivec

<u>Realizace:</u> Úkolem dítěte bylo vybarvit papouškovi pera dle zadání. Činnost byla realizována po dvojicích (trojicích) u stolečku při účasti učitele. Děti s větším logickým myšlením přistupovaly k činnosti jako poslední z důvodu zúžené volby barev pro jednotlivé části barevných per.

Řešení: 24 možností (H…hlava, B…břicho, K…křídla)

(červená H x žluté B x modré K; zelená H x žluté B x modré K; žlutá H x modré B x zelené K; červená H x modré B x žluté K; zelená H x modré B x žluté K; žlutá H x zelené B x modré K; červená H x žluté B x zelené K; zelená H x červené B x modré K; žlutá H x modré B x červené K; červená H x zelené B x žluté K; zelená H x modré B x červené K; žlutá H x červené B x modré K; červená H x zelené B x modré K; zelená H x žluté B x červené K; žlutá H x červené B x zelené K; červená H x modré B x zelené K; zelená H x červené B x žluté K; žlutá H x zelené B x červené K; modrá H x žluté B x červené K; modrá H x červené B x žluté K; modrá H x červené B x zelené K; modrá H x zelené B x červené K; modrá H x zelené B x žluté K; modrá H x žluté B x zelené K)

Hodnocení: Pro mne jedna z nejpovedenějších aktivit, jak z hlediska zájmu dětí, časového rozvržení, tak i optimalizace předmatematických schopností jednotlivců. Děti přicházely k činnosti postupně, hledaly již vytvořená řešení a porovnávaly je se svým nápadem. Vymyslely řazení podle barvy hlavy, což ulehčilo volbu dalších variant. Někteří pracovaly na základě náhodné volby barev, někteří vyřazovacím způsobem (červená hlava – modrá křídla – ty již tam jsou – volím jinou barvu, atd.).

Fotografie č. 4 a 5 – Variace bez opakování

3.4 VARIACE S OPAKOVÁNÍM

Název aktivity: ZMRZLINA

Zadání: V cukrárně „U skřítků" prodávají 2 druhy zmrzliny – čokoládovou a jahodovou. Skřítkové rádi mlsají a tak si každý z nich objedná tři kopečky. Kopečky zmrzlin mohou být stejné, nebo se mohou lišit v ukládání do kornoutku. Každý skřítek chce mít odlišnou zmrzlinu od ostatních skřítků.

Pomůcky: modelína, kornoutky z modelíny (papíru)

Místo: třída

Náročnost: středně těžká

Počet dětí: malé skupiny, jednotlivec

Realizace: Úkolem dítěte bylo vymodelovat tři kopečky zmrzliny ze dvou barevných modelín (hnědá, červená). Děti modelínu střídaly v různém pořadí, nebo použily pro všechny kopečky modelínu stejné barvy. Vždy sledovaly již vytvořené zmrzliny a snažily se vytvořit kopečky zmrzlin v jiném pořadí.

Řešení: 8 možností (j…jahodová zmrzlina; č…čokoládová zmrzlina)

1. č, č, č	2. j, j ,j	3. j, č, č	4. č, j, č
5. č, č, j	6. j, j ,č	7. j, č, j	8. č, j, j

Hodnocení: Tato aktivita byla obdobná, jako předešlá aktivita. Lišila se například ve druhu pracovní činnosti. Děti modelovaly nestejnoměrné kuličky a to způsobovalo, že již vytvořené kombinace kopečků zmrzlin byly nepřehledné. Děti měly větší problémy nalézt jiná řešení.

Fotografie č. 6 – Variace s opakováním

3.5 PERMUTACE BEZ OPAKOVÁNÍ

Název aktivity: VLÁČEK

Zadání: Byl jednou jeden vláček „Háček“ a ten jezdil, jen když hrála hudba. Když hudba přestala hrát, zajel do stanice a přeházel vagonky i lokomotivu mezi sebou. Mohl vyjet pouze tehdy, pokud v předešlých jízdách takové uspořádání vagonků a lokomotivy ještě nebylo.

Místo: třída, venkovní prostory

Náročnost: lehká

Počet dětí: malé skupiny

Realizace: Úkolem dětí bylo vytvořit takové vzájemné uspořádání, aby se po každé jízdě změnilo. Děti se pohybovaly ve trojicích.

Řešení: 6 možností (M ….. Matýsek; D ….. Deniska; N ….. Natálka)

1. M x D x N   2. M x N x D   3. N x M x D   4. N x D x M
5. D x N x M   6. D x M x N

Hodnocení: Dětem se tato aktivita moc líbila. Mohly se volně pohybovat, reagovat na hudbu, sami volit trojice kamarádů a jako lokomotiva (první pozice ve vláčku) být středem pozornosti. Ve střídání mezi sebou neměly žádné problémy.

Fotografie č. 7 a 8 – Permutace bez opakování

3.6 PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

Název aktivity: HUDEBNÍ NÁSTROJE

Zadání: Máme k dispozici 3 druhy hudebních nástrojů. Jeden bubínek, dvoje ozvučná dřívka a jedny prstové činely. Kolika způsoby můžeme rozdat hudební nástroje čtyřem dětem.

Pomůcky: hudební nástroje

Místo: třída

Náročnost: středně těžká

Počet dětí: třída, malé skupiny

Realizace: Učitel vybral 4 děti a s jejich pomocí ukázal ostatním dětem možnosti, jakým způsobem si mohou čtyři děti mezi sebou nástroje vystřídat. Děti se učily toleranci a viděly, že se nemusí bát, že na ně nějaký z hudebních nástrojů nevyjde.

Řešení: 12 možností

1. B x OD x OD x Č	2. Č x OD x OD x B	3. OD x OD x Č x B
4. OD x OD x B x Č	5. B x Č x OD x OD	6. Č x B x OD x OD
7. OD x B x Č x OD	8. OD x Č x B x OD	9. OD x Č x OD x B
10. OD x B x OD x Č	11. B x OD x Č x OD	12. Č x OD x B x OD

Hodnocení: Jak jsem očekávala, největší zájem byl o bubínek. Jelikož se děti snažily mít bubínek co nejdříve, počítaly si, kolikrát měly který nástroj. Aktivita však byla velmi náročná na čas, jelikož zde byly zařazeny prvky vyžadující předmatematické a hudební schopnosti.

Fotografie č. 9 – Permutace s opakováním

3.7 KOMBINACE BEZ OPAKOVÁNÍ

Název aktivity: KVĚTINÁŘTVÍ

Zadání: Co dělá paní květinářka? Ano, jejím úkolem je vázat květiny. Pojďme i my si na ní zahrát. Máte na výběr (děti si je vymyslí – např. jarní květiny) kopretinu, sedmikrásku, zvonek a tulipán. Zákazníci by rádi od vás dostali pěknou kytičku, ale každý by si přál jinou. Jak budou vaše svázané kytičky vypadat?

Pomůcky: barevné papíry, špejle, nůžky, lepidlo

Místo: třída

Náročnost: středně těžká

Počet dětí: malé skupiny, jednotlivec

Realizace: Děti si hrály na květinářky. Nejdříve si jednotlivé druhy květin vyrobily a následující den z nich vytvářely kombinace kytic po třech kusech. Vkládaly je do připravených váziček a sledovaly i možnosti u ostatních dětí. Děti pracovaly po dvojicích.

Řešení: 4 možnosti (K…kopretina, Z…zvonek, T…tulipán, S…sedmikráska)

1. K x S x Z   2. S x Z x T   3. Z x T x K   4. K x T x S

Hodnocení: U této aktivity bylo zajímavé, že každé dítě ve skupině se snažilo vybrat první květinu odlišnou od první květiny kamaráda, který vybíral před ním. Bohužel v tomto případě nezáleželo na pořadí a tak trojice byly často stejné. Nevýhodou byl velký počet dětí a hluk ostatních skupin při činnosti.

Fotografie č. 10 – Kombinace bez opakování

3.8 KOMBINACE S OPAKOVÁNÍM

Název aktivity: SAZENICE KYTIČEK

Zadání: Na zahrádce včelky Květušky, je potřeba zasadit sazenice kytiček různých barev. Včelka Květuška má k dispozici dvě sazeničky modrých kytiček, jednu sazeničku zelené kytičky a jednu sazeničku žluté kytičky. Na svém záhonku chce mít pouze dvě z těchto sazeniček. Kolik možností má včelka Květuška?

Pomůcky: kytičky – podložky, lana

Místo: třída

Náročnost: středně těžká

Počet dětí: třída, malé skupiny, jednotlivec

Realizace: Každý z dětí si vytvořil pomocí lana svůj záhonek. Pak pomocí barevných podložek ve tvaru kytky zasadil semínka do svého záhonku. Společně s učitelem pak děti popsaly možné kombinace, které byly vytvořeny. Chybějící kombinace byly doplněny.

Řešení: (MS… modrá sazenička 2x, ŽS…žlutá sazenička, ZS…zelená sazenička)

4 možnosti: 1. MS x MS 2. MS x ZS 3. MS x ŽS 4. ZS x ŽS

Hodnocení: Nevýhodou a zároveň výhodou u této aktivity byl malý počet podložek – kytiček. Děti nemohly vytvořit všechny barevné kombinace, ale zároveň jak kytičky ubývaly, děti musely tvořit dvojice ze zbylých květin a nekopírovaly již vytvořené záhonky ostatních dětí.

Fotografie č. 11 – Kombinace s opakováním

Podle kurikulárního dokumentu, kterým je Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání, uvádím v úrovni obecné - klíčové kompetence (formulované jako výstupy) a v úrovni oblastní – dílčí cíle (formulované jako záměry), konkrétně „Vzdělávací nabídku (co pedagog dítěti nabízí)". Jde o výběr vztahující se k výše uvedeným předmatematickým činnostem, pro děti ukončují předškolní vzdělávání. (Kolektiv autorů, 2004, str. 16 - 30):

- ***„Dítě a jeho tělo*** *- konstruktivní a grafické činnosti*
- ***Dítě a jeho psychika*** *- grafické napodobování symbolů, tvarů, čísel, písmen*

  - konkrétní operace s materiálem (třídění, přiřazování,
  - uspořádání, odhad, porovnávání apod.)

  - příležitosti a hry pro rozvoj vůle, vytrvalosti a
  - sebeovládání
- ***Dítě a ten druhý*** *- činnosti zaměřené na porozumění pravidlům vzájemného soužití a chování, spolupodílení se na jejich tvorbě*
- ***Dítě a společnost*** *- hry a praktické činnosti uvádějící dítě do světa lidí, jejich občanského života a práce*
- ***Dítě a svět*** *- kognitivní činnosti (kladení otázek a hledání odpovědí, diskuse nad problémem, vyprávění, poslech, objevování)"*

„Klíčové kompetence: (Kolektiv autorů, 2004, str. 12-14)

1. ***Kompetence k učení***

   ✓ *soustředěně zkoumá, objevuje, všímá si souvislostí, experimentuje a užívá při tom jednoduchých pojmů, znaků a symbolů*

   ✓ *klade otázky a hledá na ně odpovědi, poznává, že se může mnohému naučit, raduje se z toho, co samo dokázalo a zvládlo*

   ✓ *učí se nejen spontánně, ale i vědomě, vyvine úsilí, soustředí se na činnost a záměrně si zapamatuje; při zadané práci dokončí, co započalo; dovede postupovat podle instrukcí a pokynů, je schopno dobrat se k výsledkům*

   ✓ *odhaduje své síly, učí se hodnotit svoje osobní pokroky*

2. ***Kompetence k řešení problému***

   - ✓ *problémy řeší na základě bezprostřední zkušenosti; postupuje cestou pokusu a omylu, zkouší, experimentuje; spontánně vymýšlí nová řešení problémů a situací; hledá různé možnosti a varianty (má vlastní, originální nápady); využívá při tom dosavadních zkušeností, fantazii a představivost*

   - ✓ *při řešení myšlenkových i praktických problémů užívá logických, matematických i empirických postupů; pochopí jednoduché algoritmy řešení různých úloh a situací a využívá je v dalších situacích*

   - ✓ *zpřesňuje si početní představy, užívá číselných a matematických pojmů, vnímá elementární matematické souvislosti*

   - ✓ *rozlišuje řešení, která jsou funkční (vedoucí k cíli), a řešení, která funkční nejsou; dokáže mezi nimi volit*

   - ✓ *nebojí se chybovat, pokud nachází pozitivní ocenění nejen za úspěch, ale také za snahu*

3. ***Kompetence komunikativní***

   - ✓ *domlouvá se gesty i slovy, rozlišuje některé symboly, rozumí jejich významu i funkci*

4. ***Sociální a personální kompetence***

   - ✓ *samostatně rozhoduje o svých činnostech; umí si vytvořit svůj názor a vyjádřit jej*

5. ***Činnostní a občanské kompetence***

   - ✓ *svoje činnosti a hry se učí plánovat, organizovat, řídit a vyhodnocovat*

má smysl pro povinnost ve hře, práci i učení; k úkolům a povinnostem přistupuje odpovědně; váží si práce i úsilí druhých“

V posledních několika letech se velký zájem obrací na děti „nadané“, v určitém oboru výjimečné. Charakteristickým rysem takového dítěte je velký zájem o danou činnost, velká koncentrace a velmi dobrá paměť. Tyto děti mají sklon k perfekcionalismu, v případě neúspěchu pak projevují značnou sebekritiku a sebelítost. Všeobecně mají zrychlený vývoj řeči, nedělá jim problém používat správně i cizí slova. Zájem o čísla, napodobování písmen, schopnost číst před čtvrtým rokem, touha vědět jak věci fungují a jedno téma, které je rozebráno do nejmenších detailů – to vše napomáhá učiteli rozpoznat „nadaného“ jedince.

Péče o nadané děti je u nás i v mnoha dalších evropských i mimoevropských zemích zakotvena ve školském zákoně. §16 Zákona č. 561/2004 Sb. (školský zákon) a §6 Vyhlášky č. 73/2005 Sb. O vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných, ukládá školám povinnost vypracovat IVP (individuální vzdělávací plán) pro každého individuálně integrovaného žáka.

Na vyžádání rodičů, nebo z podnětu školy a se souhlasem rodičů probíhá identifikace mimořádného nadání v síti pedagogicko-psychologických poraden po celém území ČR. Výsledek diagnostiky dokladující mimořádné nadání je závazným dokumentem pro všechny typy škol včetně škol mateřských.

Každé dítě se vyvíjí nelineárně. Pokud dnes předškolák vykazuje matematické znalosti 2 třídy, není zaručeno, že tento vývoj bude nadále růst stejným tempem. Zásadou však je vždy přihlížet k vývojovým potřebám každého dítěte od samého začátku. Pokud se vysoké nadání správně zjistí, lze s ním pracovat a rozvíjet ho.

Na opačné straně stojí jedinci se specifickými poruchami učení zahrnující i oblast matematiky. Jedná se zejména o dyskalkulii, což je vývojová porucha učení v matematice, dále psychologové uvádějí: kalkulastenii, hypokalkulii, oligokalkulii a akalkulii, což je úplná neschopnost počítat a zvládat početní operace a chápat matematické vztahy a pojmy.

Jako poslední uvádím problematiku trhu her v ČR. Nabídka her a hraček rozvíjející kombinační schopnosti je v České republice velmi dobrá. Problém je ve správném zacházení s hrou, či hračkou. A také v neochotě dospělých věnovat čas a pozornost dítěti, při jeho používání. Trh předkládá velkou nabídku kostek různých materiálů, barevných korálků a kamínků, s kterými se velmi dobře rozvíjí logické a kombinační myšlení. Dále pak mozaiky, puzzle, kuličkové dráhy, různé druhy konstrukčních stavebnic, prodejny se zbožím, vláčkodráhy, ale i přímo zaměřené kombinační hry jako například LOGIC, LOGICO PICOLO, TANGRAMY, navlékadlo LOGIK, SUDOKU, ANIMALOGIC. Některé vybrané hry a hračky jsou vyobrazeny na následujících obrázcích.

Obr. 10 – Hry a hračky nabízené na trhu

III. METODOLOGICKÁ ČÁST

Metodologická část mé práce se skládá z dotazníkového průzkumu, kde prvními respondenty jsou rodiče dětí vybraných MŠ, druhými učitelé MŠ, dále obsahuje popis experimentu zaměřeného na kombinatorický součin a popis experimentu zaměřeného na variace bez opakování.

1 DOTAZNÍK PRO RODIČE „HRAČKA A DÍTĚ V DOMÁCNOSTI“

Cílem mého průzkumu je zjistit:

- Jaké hry a hračky zaměřené na matematiku, mají děti doma k dispozici.
- Jaké hry a hračky zaměřené přímo na oblast kombinatoriky mají děti doma k dispozici a jakým způsobem je využívají.

Jako metodu pro zjišťování informací volím dotazník (viz. příloha č. 1), který obsahuje čtyři otázky. Dotazník je předložen rodičům předškolních dětí ve věku 3 – 6 let, po dobu jednoho měsíce. Průzkumu se účastní 86 respondentů z 64. MŠ Plzeň, 54. MŠ Plzeň, 55. MŠ Plzeň a MŠ DS Mariánské Lázně. Dotazník je psán v českém jazyce a není zde použita odborná terminologie. Pro lepší názornost některých her a hraček je u nich zobrazen obrázek.

V úvodní části dotazníku (viz. příloha č. 1) je seznámení s důvodem průzkumu týkající se problematiky kombinatoriky a žádost o vyplnění dotazníku. Další část obsahuje kolonku pro vyplnění pohlaví dítěte a věk dítěte. Poté jsou rodičům předškolních dětí položeny čtyři následující otázky k vyplnění:

1. Jaké hry a hračky jsou využívány ve Vaší domácnosti? (obecná matematika)

- Pro přiblížení jsou hry a hračky zaměřené na rozvoj předmatematických schopností vypsány, respondent zaškrtne 0, 1, nebo více možností, popřípadě doplní hry, které nejsou v seznamu uvedeny.

2. Jaké hry a hračky jsou využívány ve Vaší domácnosti? (se zaměřením na kombinatoriku a logické uvažování)

- Opět je vypsán seznam her a hraček, které svojí povahou umožňují rozvíjet kombinační schopnosti a logický úsudek. Respondent zaškrtne 0, 1, nebo více možností, popřípadě doplní hry a hračky, které nejsou v seznamu uvedeny.

3. Při využití her a hraček z otázky č. 2, pracují děti podle návodu, nebo vytvářejí vlastní řešení a kombinace?

4. Pomáháte dětem nacházet i jiné varianty, kombinace, zadání a řešení při jejich hrách?

- Na výběr je odpověď: ano, vždy; ano, občas; ne; ne, nikdy mě to nenapadlo.

Na závěr dotazníku je sepsáno poděkování.

2 DOTAZNÍK PRO UČITELE „SLOŽENÍ HER A HRAČEK NA TŘÍDĚ"

Cílem mého průzkumu je zjistit:

- jaká nabídka her a hraček rozvíjející kombinatorické schopnosti se nachází na třídách mateřských škol,
- jakým způsobem učitelé a učitelky s dětmi při hrách pracují,
- zda existuje preference jednotlivých činností mezi pohlavími.

Pro průzkum skladby her a hraček na jednotlivých třídách mateřských škol, je opět použit dotazník (viz. příloha č. 1). Dotazník obsahuje tři otázky. Úvodní strana včetně poděkování je stejná jako u dotazníků pro rodiče. Průzkumu se účastní 16 respondentů z 64. MŠ Plzeň, 54. MŠ Plzeň, 55. MŠ Plzeň a MŠ DS Mariánské Lázně.

V případě nejasností učitelům poskytnu informace v rozhovoru, nebo emailem.

Učitelkám a učitelům jsou položeny tyto otázky:

1. Jaké hry a hračky jsou využívány na Vaší třídě, zaměřené na kombinatoriku?

- Hry a hračky pro rozvoj předmatematických schopností, zaměřených na kombinatoriku nejsou vypsány, učitelé je vypisují samostatně.

2. Vytvářejí kombinace, či různé varianty raději chlapci, nebo děvčata?

- Otázka má ukázat, jakou volbu upřednostňují chlapci a jakou děvčata u svých aktivit při volné hře v MŠ.

3. Pomáháte dětem nacházet i jiné varianty, kombinace, zadání a řešení při jejich hrách?

- Na výběr je odpověď: ano, vždy; ano, občas; ne; ne, nikdy mě to nenapadlo.

3 PŘÍPRAVA - EXPERIMENT 1 (KOMBINATORICKÝ SOUČIN)

Cílem mého průzkumu je zjistit:

- rozsah logického uvažování a alternativního myšlení u předškolních dětí,
- zda je dítě schopné pochopit zadání úkolu,
- jakým způsobem dítě pracuje při řešení takového úkolu (samostatnost, soustředěnost, strategie, atd.),
- kolik správných řešení úlohy je dítě schopné nalézt,
- znalost dítěte v oblasti počítání do 6.

3.1 ÚVOD

- Činnost zařazena do třídního vzdělávacího projektu „Skřítci“.
- Název integrovaného bloku: „skřítek Smíšek“.
- Pomůcky: logická hra „Medvědi“, stopky, papír pro zaznamenání odpovědí.
- Kategorie dětí 4-5 let, 5-6 let, 6 let – děti s odkladem.

Komunitní kruh - vtáhnutí do děje, vyprávění pohádky.

Žil – byl, jednou jeden medvídek. Bydlel, jak už takoví medvídci bydlí – v hlubokém lese, plném krásných vysokých smrků. Spolu s ním zde žili nejen medvědi, ale i jiná zvířátka, např. lišky, veverky a jezevci. Jeho doupě vypadalo z dálky stejně jako doupata ostatních medvědů, ale když by jsi došel trochu blíž, mohl by jsi poznat, že se přece jen trochu liší od ostatních doupat. Na stěnách měl všude spoustu zrcadel, mnoho věšáků a skříní. Co asi v těch skříních mohlo být? Na co potřeboval medvídek zrcadla a věšáky? Ano, ano, byl to rozmarný medvídek, který stále vybíral a přebíral, jaké oblečení si má na sebe obléci. Taky mu nikdo neřekl jinak, než medvídek Dívalek. Na každý den musel mít jiné oblečení. Jednou si vzal modrý kabátek a zelené boty, podruhé si nechal zelené boty a vzal si žlutý svetr. A tak pořád dokola. Nakonec se do toho celý zamotal a potřeboval pomoc. Nevěděl, co už na sobě měl, a co ještě ne. Skřítek Smíšek nám toho popleteného medvídka z lesa přivedl, abyste mu děti poradily. Jaké varianty může medvídek Dívalek vytvořit ze dvou kabátků a tří párů bot?

3.2 PRACOVNÍ ČINNOST

Zadání se uskuteční pomocí slovního vyjádření a následnou ukázkou učitelem. Matematický úkol je zaměřený na prvky kombinatoriky.

Konkrétní případ: **Kombinatorický součin**

Individuální práce dítěte pod dohledem pedagogického pracovníka.

Zadání: Kolika způsoby se může medvídek obléknout, když má k dispozici (na výběr) 3 páry bot a 2 různé kabátky?

Úkolem dítěte je nejprve spočítat nabízené množství kabátků (červený kabátek, modrý kabátek) a nabízené množství párů bot (zelené boty, růžové boty, černé boty). Dále nalézt co největší počet variant, varianty slovně popsat a označit jako první varianta, druhá varianta, atd. Na závěr činnosti pak je úkolem dítěte spočítat množství nalezených variant.

V matematickém vyjádření se jedná o kombinatorický součin. Vytváříme dvojice z dílčích na sobě nezávislých množin, tak aby v každé dvojici byl vždy zastoupen jeden objekt z obou nabízených množin. Zajímá nás, kolik různých dvojic můžeme z těchto množin vytvořit. Počet dvojic vypočítáme takto:

Počet kabátků: 2 ks

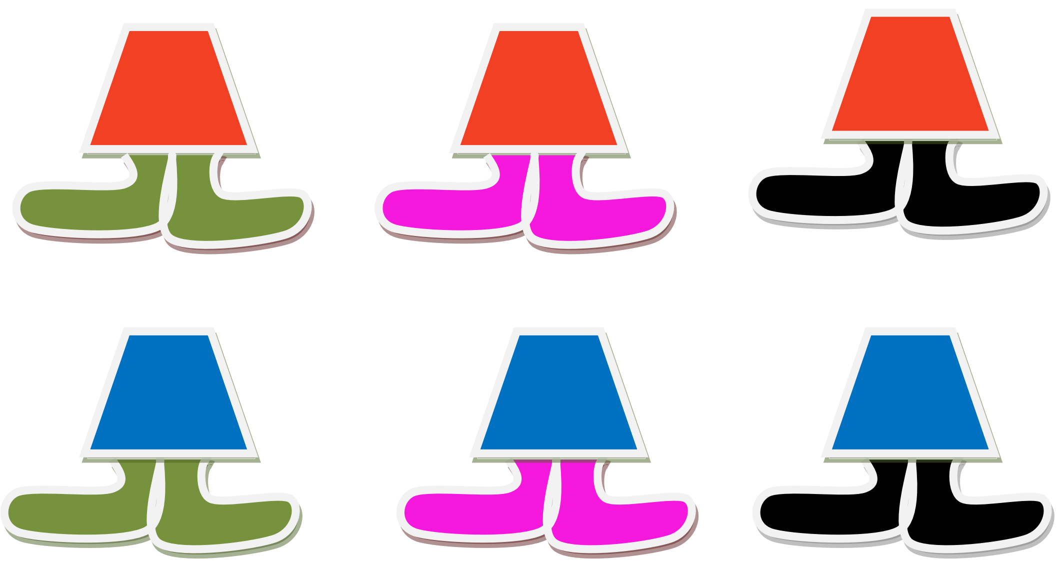
Počet párů bot: 3 ks

Počet možných dvojic: 2.3 = 6

U úloh s malým množstvím prvků lze vypsat jednotlivá řešení. U této úlohy jsou vypsaná řešení tato:

- Červený kabátek - zelené boty.
- Červený kabátek - růžové boty.
- Červený kabátek - černé boty.
- Modrý kabátek - zelené boty.
- Modrý kabátek - růžové boty.
- Modrý kabátek - černé boty.

Možnost řešení úlohy spočívá i v grafické podobě:



4 PŘÍPRAVA – EXPERIMENT 2 (VARIACE BEZ OPAKOVÁNÍ)

Cílem mého průzkumu je zjistit:

- rozsah logického uvažování a alternativního myšlení u předškolních dětí,
- zda je dítě schopné pochopit zadání úkolu,
- jaká je schopnost dítěte spolupracovat s ostatními dětmi (kooperace),
- kolik správných řešení úlohy je dítě schopné nalézt,
- znalost dítěte v oblasti počítání přes 10,
- výhody a nevýhody činností zaměřených na kombinatoriku pro jednotlivce a pro skupinu dětí.

4.1 ÚVOD

- Činnost zařazena do třídního vzdělávacího projektu „Skřítci" - činnosti na podzim.
- Název integrovaného bloku: „skřítek Bodlínek".
- Pomůcky: vystřihané šablony s vyznačeným prostorem pro čumáček a tělo ježka, temperové barvy, štětce, listy, korálek, lepidlo.
- Kategorie dětí: 4 – 5 let.

Komunitní kruh - vtáhnutí do děje, vyprávění příběhu.

Jmenuji se Bodlínek a rád bych Vám řekl něco o sobě. Narodil jsem se v jedné krásné zahradě mamince ježkové a tatínkovi ježkovi. Měl jsem se moc dobře. V zahradě jsme měli spoustu jídla: mouchy, broučky, housenky, žížaly, slimáky a šneky. Jsme hmyzožravci. My hodně jíme a tohle nám hrozně chutná. Jednoho dne však se stalo něco hrozného. Do zahrady přišel nějaký velký tvor a začal nás honit. Pořád křičel, že v noci nemůže spát, že mu dupeme pod okny a že už nás tu nechce vidět. Utíkal jsem, co mě moje malé nožičky stačily, ale za chvíli mě ten tvor dohonil. Z posledních sil jsem ze sebe udělat kuličku. To my ježci tak děláme, když se ocitneme v nebezpečí. Stočíme se do klubíčka a nepřítel se pěkně popíchá o naše bodliny a uteče. Stočený do klubíčka jsem koulil očička a ani jsem nedýchal. Jenže se stalo něco hrozného. Nade mnou se objevila veliká tmavá rukavice, vůbec ji nevadily moje bodliny, nabrala mě a odnesla mě z mé milované zahrádky někam daleko od maminky a tatínka. Když jsem se trochu vzpamatoval, roztočil jsem se z klubíčka a začal jsem plakat. Snažil jsem se najít cestu zpátky, ale nešlo to. Byla mě zima, byl jsem opuštěný a smutný. Asi umrznu, myslel jsem si a šel jsem, kam mě nohy nesly. Cestou jsem objevil mnoho zajímavých věcí i kamarádů. Už jsem nebyl smutný, šlo se mě veseleji a tak jsem se rozhodl, že si vytvořím pelíšek a ušiji si nějaké krásné teplé šaty na zimu. Kamarádi pavoučci mně utkali látku na kabátek. Sluníčko prolilo údolí krásnými podzimními barvami hnědou, žlutou a červenou. A tak jsem měl z čeho vybírat. Čumáček musel být z jedné barvy a tělíčko s bodlinami také z jedné barvy, které mě sluníčko připravilo. Když mě viděli kamarádi ježci, co v údolí bydleli, hned prosili, zda bych jim také takové kabátky neušil. Neměl jsem už ale mnoho času nazbyt, musel jsem stavět pelíšek, abych v zimě nezmrzl. A tak bych poprosil Vás, děti, zda byste ježkům nepomohly.

4.2 PRACOVNÍ ČINNOST

Zadání probíhá pomocí slovního vyjádření s následnou ukázkou učitelem. Matematický úkol byl zaměřený na prvky kombinatoriky.

Konkrétní případ: **Variace bez opakování.**

A) Zadání pro skupinu dětí: namaluj ježkovi čumáček jednou barvou, na ježkovo bříško s bodlinkami zvol barvu druhou, jinou než na čumáček. Obě části jsou rozděleny černou čarou. Na výběr máš 3 barvy: červenou, žlutou a hnědou.

Po zaschnutí barev je možné volit dva postupy:

- skupina dětí vybírá z vytvořených ježků všechny možnosti, děti spolupracují,
- dítě samostatně vybírá všechny možnosti u stolečku.

Celkové dotvoření ježků: děti na zadní stranu lepí podzimní listí a na místo očka přilepí korálek.

B) Zadání pro jednotlivce: máme 3 různé barvy - červenou, žlutou a hnědou.

Kolik jednobarevných ježků s čumáčkem odlišné barvy můžeme vytvořit?

- Dítě samo ježky maluje a volí barvy, k dispozici má více šablon, vytváří jednotlivé variace samo.

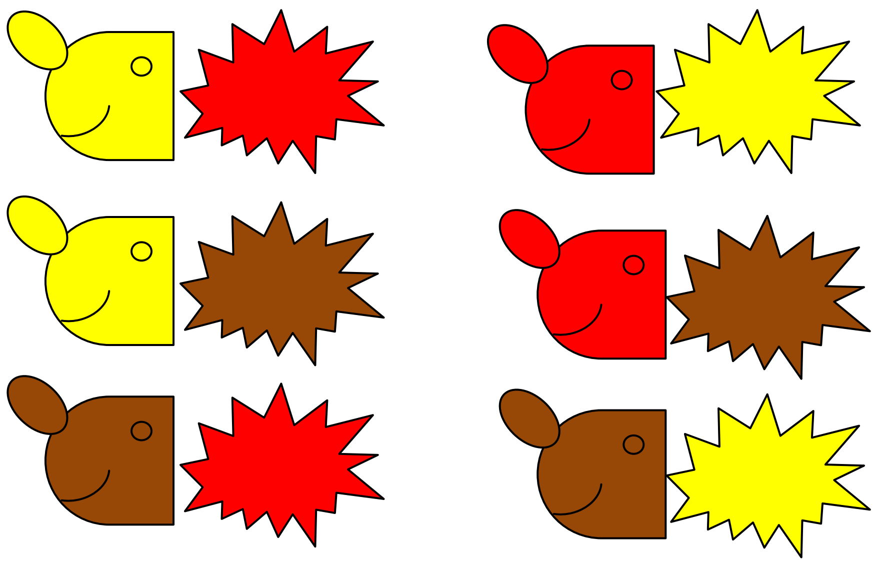
Matematicky lze úlohu vyřešit tak, že tvoříme variace druhé třídy ze tří prvků bez opakování. Záleží nám na pořadí, v jakém prvky vybíráme. Počet těchto variací bez opakování vypočteme takto:

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3.2.1!}{1!} = 3.2=6$$

U úlohy vypíšeme jednotlivá řešení:

- Žlutá – červená.
- Žlutá – hnědá.
- Červená – hnědá.
- Červená – žlutá.
- Hnědá – žlutá.
- Hnědá – červená.

Řešení matematické úlohy pomocí grafické podoby:



Součástí tohoto experimentu je videozáznam, jenž je přiložen k mé bakalářské práci.

IV. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Předložené dotazníky zpracovaly 3 plzeňské mateřské školy a 1 mateřská škola z Mariánských Lázní. Nejvíce vyplněných dotazníku bylo vráceno od respondentů z 64. MŠ. v Plzni.

1 PRŮZKUM – HRAČKA A DÍTĚ V DOMÁCNOSTI

Výběr zkoumaného vzorku:

Oslovení respondenti byli vybráni z rodičů předškolních dětí navštěvující 64. MŠ Plzeň, 54. MŠ Plzeň, 55. MŠ Plzeň a MŠ DS Mariánské Lázně. Z celkového počtu 175 nabídnutých dotazníků bylo vyplněno 86 kusů, tj. téměř polovina.

1.1 ZAMĚŘENÍ NA MATEMATIKU OBECNĚ

Rozbor otázky č. 1:

Celkový počet odevzdaných dotazníků byl 83 kusů. V kategorii chlapců ve věku 3 – 4 roky bylo odevzdáno 16 dotazníků. V kategorii chlapců ve věku 5- 6 let bylo odevzdáno 21 dotazníků. Celkem v kategorii chlapců bylo odevzdáno 37 dotazníků. V kategorii dívek ve věku 3 – 4 roky bylo odevzdáno 24 dotazníků a kategorii dívek ve věku 5 – 6 let bylo odevzdáno 22 dotazníků. Celkem v kategorii dívek bylo odevzdáno 46 dotazníků. V otázce byly nabídnuty možnosti her a hraček, které jsem považovala za typické představitele aktivit pro předškolní děti, které rozvíjejí předmatematické schopnosti:

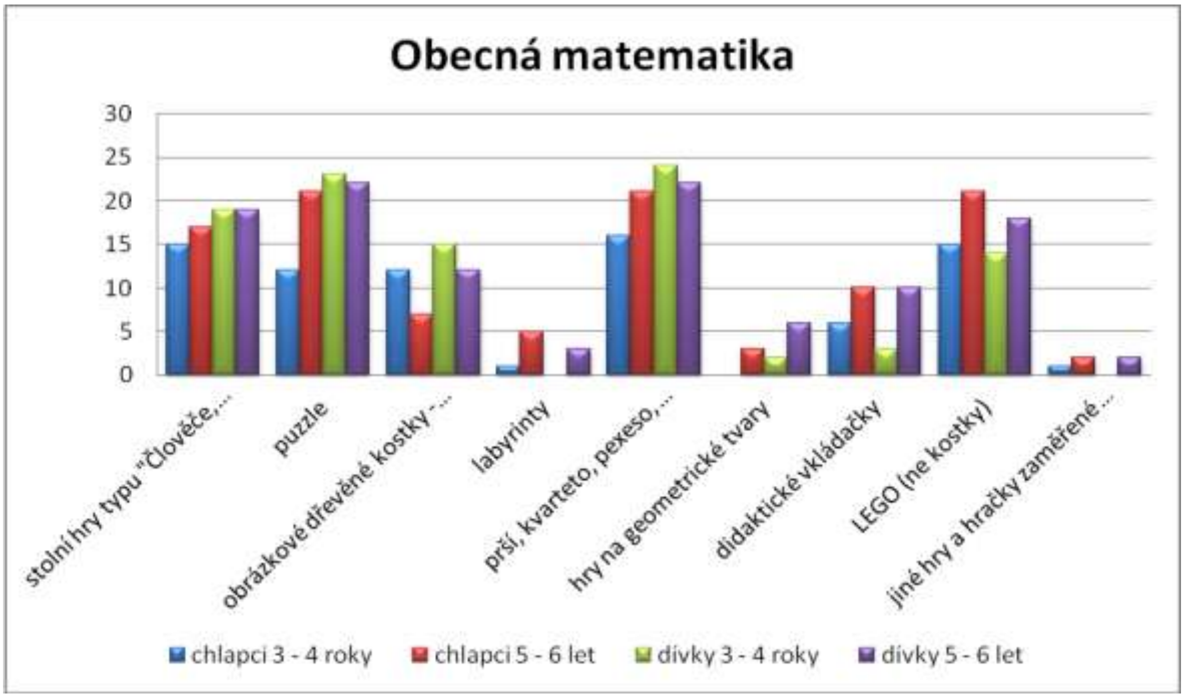
- Stolní hry typu „Člověče nezlob se."
- Puzzle.
- Obrázkové dřevěné kostky.(složení obrázku dle předlohy)
- Labyrinty.
- Karetní hry.(prší, kvarteto, pexeso, domino)
- Hry na geometrické tvary.
- Didaktické vkládačky.
- Lego stavebnice.(ne kostky)

Dále mohli respondenti zapsat i ty možnosti, které se v dotazníku nevyskytly.

Celkový výčet odpovědí uvádí tabulka č. 1. Grafické znázornění počtu odpovědí ukazuje graf č. 1.

	Stolní hry typu „Člověče nezlob se"!	Puzzle	Obrázkové dřevěné kostky – složení dle předlohy	Labyrinty	Karetní hry – prší, pexeso, kvarteto, domino	Hry zaměřené na geometrické tvary	Didaktické vkládačky	LEGO (ne kostky)	Jiné hry a hračky zaměřené na obecnou matematiku
Chlapci 3-4 roky	15	12	12	1	16	0	6	15	1
Chlapci 5-6 let	17	21	7	5	21	3	10	21	2
Dívky 3-4 roky	19	23	15	0	24	2	3	14	0
Dívky 5-6 let	19	22	12	3	22	6	10	18	2

Tab. č. 1 – Otázka č. 1



Graf č. 1- Obecná matematika

Vyhodnocení otázky č. 1:

Otázka respondentům nedělala žádné problémy. Výsledek naznačil zájem o jednoduché deskové hry, karetní hry, sestavování Lego stavebnic a velkou oblibu her typu puzzle. Jak jsem očekávala, hry se zaměřením na geometrické tvary a labyrinty se v domácnostech moc neobjevily. Rodiče však na základě dotazníku projevily o tento druh hraček zájem a dotazovaly se na různé možnosti, jenž trh nabízí. Ačkoliv to nebylo cílem mé práce, potěšil mě zájem rodičů o tuto problematiku. Obrázkové dřevěné kostky podle očekávání převažovaly u mladších dětí a to u chlapců i dívek. Respondenti uvedli i jiné druhy her a hraček a to karetní hru „Černý Petr“ a „UNO“, deskovou hru „Monopoly“, šachy a dámu.

1.2 ZAMĚŘENÍ NA KOMBINATORIKU

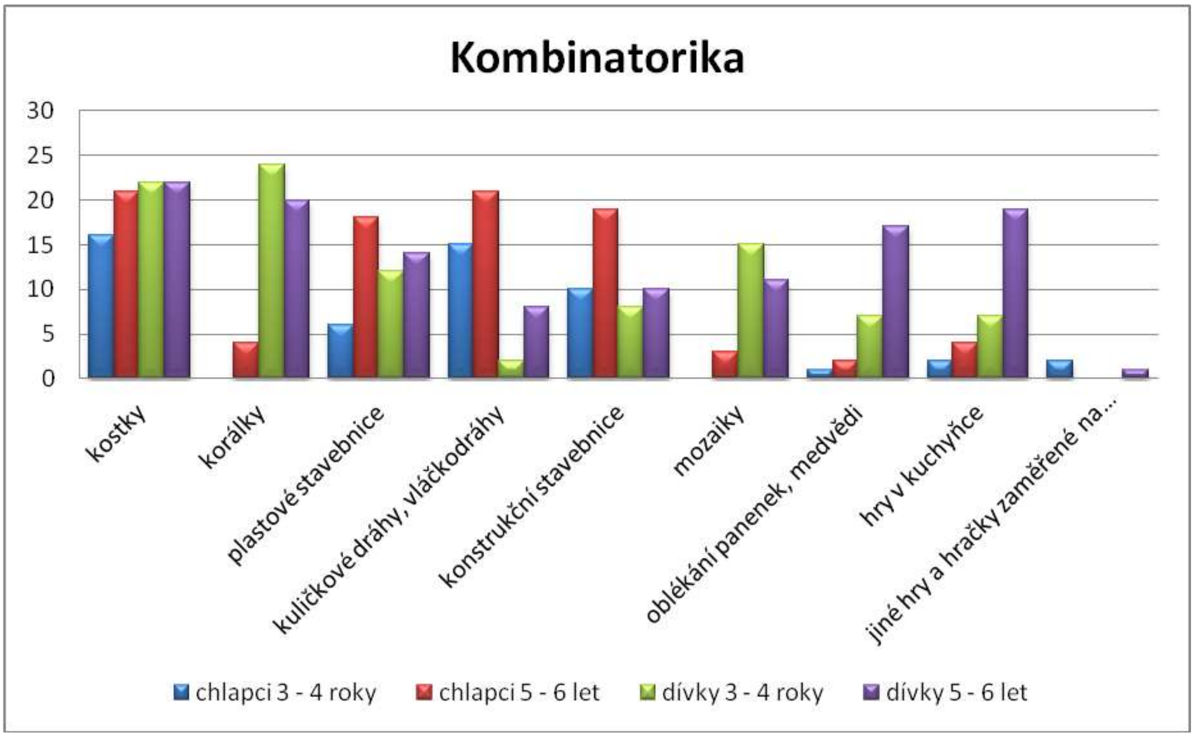
Rozbor otázky č. 2:

Celkový počet odevzdaných dotazníků se shodoval s předchozí otázkou. Rozložení odpovědí týkající se chlapců a dívek bylo totožné. V této otázce opět byly nabídnuty možnosti, které jsem považovala za typické představitele her a hraček, pro předškolní děti, které rozvíjejí předmatematické schopnosti, ale již se zaměřují na kombinatoriku:

- Veškeré druhy kostek – stavba komínů, domů, atd.
- Korálky – navlékání v různých kombinacích.
- Plastové stavebnice typu: Blok, SEKO, ZOOB, atd.
- Kuličkové dráhy, vláčkodráhy.
- Konstrukční stavebnice typu: Geomag, SEVA, Merkur, atd.
- Mozaiky.
- Oblékání panenek, Medvědi.
- Hry v kuchyňce.(vážení, krájení, prostírání, příprava pokrmů)

	Kostky	Korálky	Plastové stavebnice	Kuličkové dráhy, vláčkodráhy	Konstrukční stavebnice	Mozaiky	Oblékání panenek, puzzle „Medvědi“	Hry v kuchyňce	Jiné hry a hračky zaměřené na kombinatoriku
Chlapci 3-4 roky	16	0	6	15	10	0	1	2	2
Chlapci 5-6 let	21	4	18	21	19	3	2	4	0
Dívky 3-4 roky	22	24	12	2	8	15	7	7	0
Dívky 5-6 let	22	20	14	8	10	11	17	19	1

Tab. č. 2 – Otázka č. 2



Graf č. 2 - Kombinatorika

Vyhodnocení otázky č. 2:

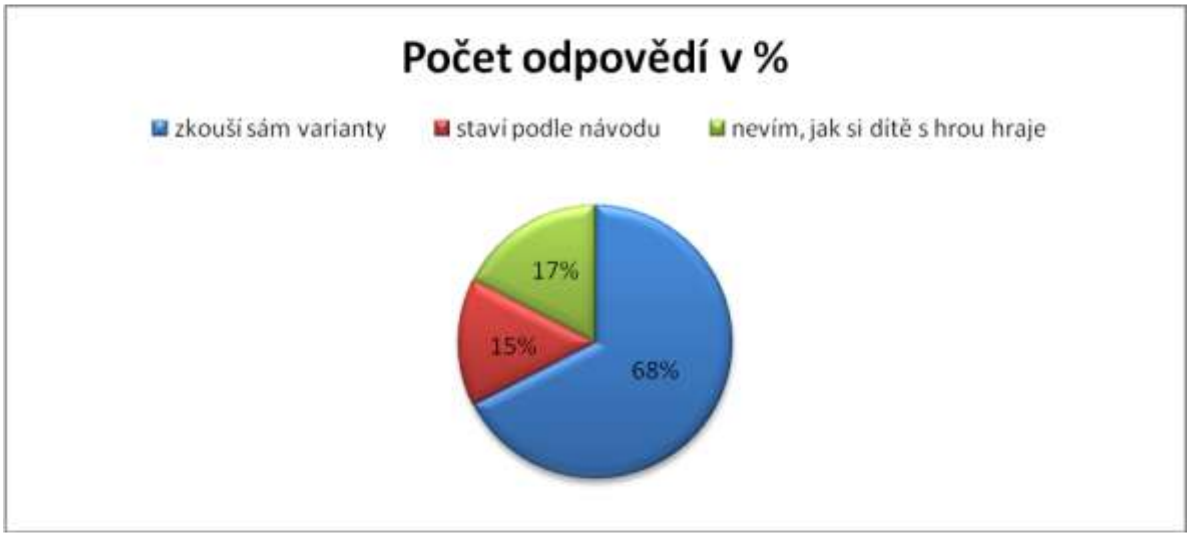
Druhá otázka respondenty trochu zarazila. Slovo „kombinatorika“ v předškolním vzdělávání nečekali. Po zhlédnutí nabídnutých možností, však odpověděli na otázku bez problémů. Při nejasnostech ohledně druhu hry, či hračky, učitel na třídě respondentům pomohl. Výsledný počet odpovědí odhalil, že dívky dle respondentů mají více možností, kde kombinační myšlení využít (mozaiky, korálky, hry v kuchyňce). V kategorii mladších dětí, někteří rodiče z důvodu obav o bezpečnost svých dětí, tyto hračky nekupovali. Kostky byly preferovány všemi kategoriemi.

Rozbor otázky č. 3:

Celkový počet odevzdaných dotazníků byl stejný, jako u předchozí otázky. Informace ohledně rozložení odpovědí mezi chlapce a dívky bylo také totožné.

Otázka směřovala na konkrétní činnost, kterou dítě vykonává při hře. Otázkou bylo, zda dítě pracuje podle návodu, přiloženého u hry, či vytváří svá vlastní kombinace a řešení.

Nejčastější odpovědí respondentů bylo, že dítě hru rozbalí a aniž by se podívalo na návod, vytváří vlastní řešení. Tuto odpověď volilo 58 respondentů z celkového počtu 86. Jako druhá nejčastější odpověď byla: „spíše pracuje podle návodu a zkouší něco postavit“, takto odpovědělo 13 respondentů. Jako třetí, jsem zařadila odpověď nevím, nebo otázku, u které nebylo nic napsáno. Těchto odpovědí bylo 15!



Graf č. 3 – Dítě a hra

Vyhodnocení otázky č. 3:

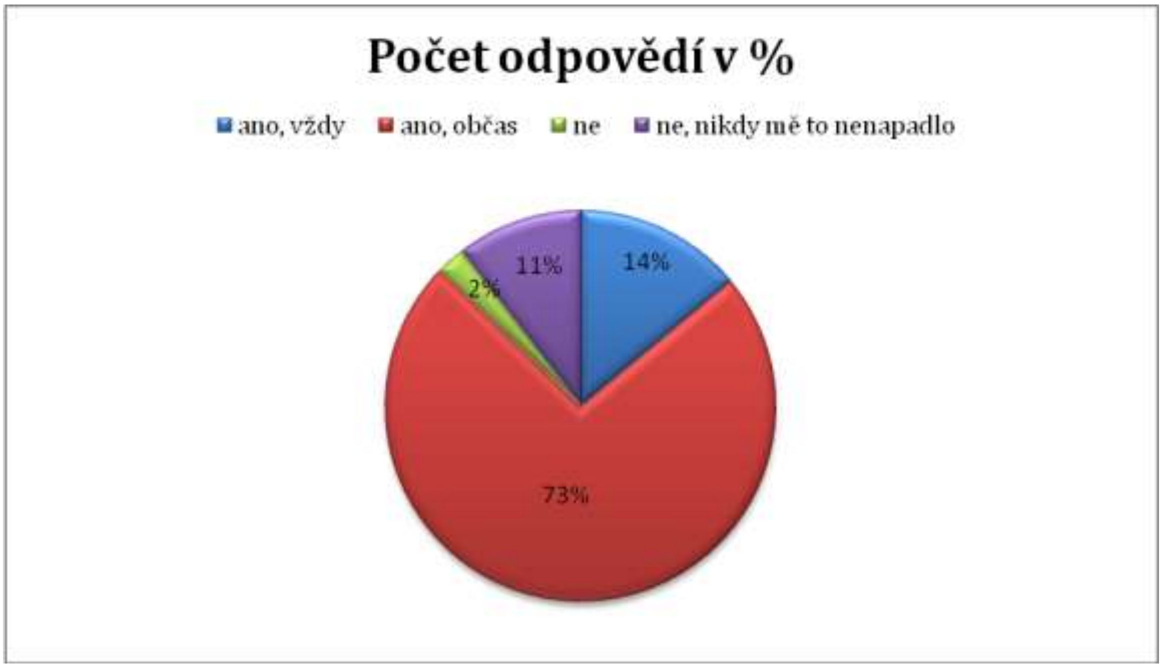
Překvapením pro mne byla odpověď 15 respondentů, kteří netušili, jakým způsobem dítě se hrou pracuje. Nedostatek času rodičů, velké množství her a hraček, s kterými má dítě možnost si hrát, vliv reklamy, jsou možnými důvody, proč v této otázce bylo také mnoho nezodpověděných odpovědí.

Rozbor otázky č. 4:

I zde je celkový počet odevzdaných dotazníků stejný, jako u předchozích tří otázek, včetně informace ohledně rozložení počtu odpovědí mezi chlapce a dívky.

Poslední otázkou „Pomáháte dětem nacházet i jiné varianty, kombinace, zadání a řešení při jejich hrách?“, jsem otevřela problematiku věnování se dítěti.

- Ano, vždy – odpovědělo 12 respondentů.
- Ano, občas – odpovědělo 63 respondentů.
- Ne – odpověděli 2 respondenti.
- Ne, nikdy mě to nenapadlo – odpovědělo 9 respondentů.



Graf č. 4 – Spolupráce rodičů a dětí

Vyhodnocení otázky č. 4:

Ačkoliv odpovědi hovořily u některých respondentů v neprospěch kombinatorického rozvoje myšlení dětí, musím ocenit přístup respondentů k vyplnění dotazníků a jejich upřímnost při odpovědích.

1.3 ZÁVĚR – HRAČKA A DÍTĚ V DOMÁCNOSTI

Z průzkumu vyplynul kladný zájem o hry a hračky z oblasti matematiky. Děti je doma měly k dispozici a pro většinu patřily mezi jejich oblíbené. U mladších dětí (kategorie 3 – 4 roky) se jednalo zejména o dřevěné kostky s obrázkem, jednoduché stolní hry jako například „Člověče, nezlob se“, nebo „Loupežníci“ a také didaktické vkládačky. V kategorii 5 – 6 let chlapci i dívky preferovaly skládání stavebnice LEGO dle návodu. Bez ohledu na věkovou kategorii byly u dětí oblíbené puzzle a karetní hry – prší, pexeso a kvarteto. Labyrinty a hry s geometrickými tvary respondenti příliš neuváděli.

Hry a hračky zaměřené přímo na oblast kombinatoriky děti doma také měly k dispozici. Skoro v žádném dotazníku nechyběla odpověď vláčkodráha, či konstrukční stavebnice (zejména chlapci 5 - 6 let). Kostky a korálky převažovaly u dívek u obou věkových kategorií. V menší míře pak se vyskytovaly mozaiky a hry typu puzzle „Medvědi“, „Oblékání panenek“.

Problém vyplynul ve způsobu využití těchto hraček. Rodiče u mnoha dětí při činnosti s hrou, či hračkou nezadávaly dětem náměty k vytváření dalších způsobů využití, variant a kombinací, což souviselo také s tím, že rodiče neměli představu o tom, že by u svých dětí v tak malém věku mohli rozvíjet kombinační myšlení.

2 PRŮZKUM – SLOŽENÍ HER A HRAČEK NA TŘÍDĚ

Výběr zkoumaného vzorku:

Oslovení respondenti byli vybráni z pedagogických pracovníků 64. MŠ Plzeň, 54. MŠ Plzeň, 55. MŠ Plzeň a MŠ DS Mariánské Lázně. Z celkového počtu 16 nabídnutých dotazníků bylo vyplněno 16 kusů.

Rozbor otázky č. 1:

Celkový počet odevzdaných dotazníků byl 16 kusů. Učitelky a učitelé odpovídali dle svých znalostí a zkušeností. Nerozhodovala délka praxe ani věk pedagoga. V otázce nebyly nabídnuty záměrně žádné možnosti, aby odpovědi byly různorodé. Graf č. 5 ukazuje hry a hračky, které respondenti vypsali do svých dotazníků, a zároveň ukazuje počet u jednotlivých shodných odpovědí.

Vyhodnocení otázky č. 1:

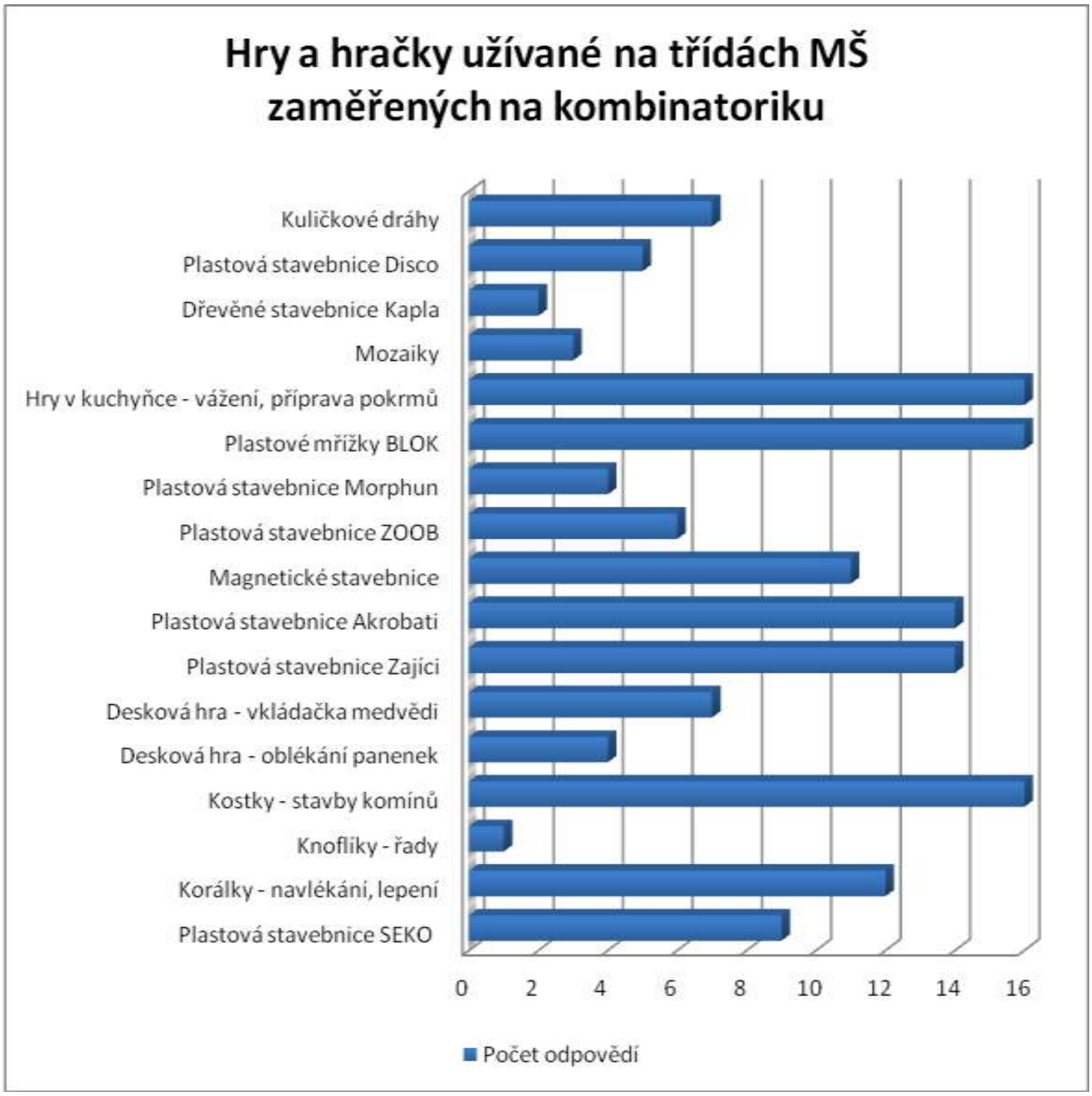
Při této otázce jsem zaznamenala nejvíce dotazů ze strany učitelů. Jelikož se z většinou učitelů denně setkávám, nebyl problém dotazy zodpovědět. Slovo kombinatorika někteří nedokázali spojit s činnostmi dětí. Malou nápovědou však zjistili, že využívají mnoho her a hraček v řízené, či volné hře v této oblasti matematiky. Z odpovědí však byl zřejmý vliv nabídky trhu, jelikož mnoho odpovědí se shodovalo.

Rozbor otázky č. 2:

Celkový počet odevzdaných dotazníků byl 16 kusů. Otázka se týkala zvýšeného zájmu chlapců, či děvčat o hry a hračky zaměřené na kombinace a varianty řešení. Pro sledování byly použity hry a hračky z otázky číslo 1.

Vyhodnocení otázky č. 2:

Bylo by chybou se domnívat, že s panenkami a korálky si hrají děvčata a s auty a stavebnicemi především chlapci. Jak odpovědi naznačily, největší zájem byl zaznamenán o korálky, kde větší zájem byl na straně chlapců, pak následovalo více her a hraček, kde poměry byly vyrovnány. Naopak větší zájem u děvčat byl u hry – oblékání panenek, mozaik a knoflíků. Záznam odpovědí nemá grafickou podobu.



Graf č. 5 – Hry a hračky v MŠ - kombinatorika

Rozbor otázky č. 3:

I zde je celkový počet odevzdaných dotazníků stejný, jako u předchozích dvou otázek, tj. 16 kusů. V této otázce mě zajímal přístup pedagoga k výsledku činnosti dítěte. Zda učitel nabídne i jiná řešení u té dané úlohy, srovná řešení s výsledky ostatních dětí, atd.

Možnými odpověďmi bylo:

- Ano, vždy – odpovědělo 0 respondentů.
- Ano, občas – odpovědělo 16 respondentů.
- Ne – odpověděli 0 respondentů.
- Ne, nikdy mě to nenapadlo – odpovědělo 0 respondentů.

Vyhodnocení otázky č. 3:

Výsledek odpovědí byl u všech respondentů stejný. „Ano, občas“ volilo všech šestnáct dotazovaných pedagogických pracovníků. Záznam odpovědí nemá grafickou podobu.

2.1 ZÁVĚR – SLOŽENÍ HER A HRAČEK NA TŘÍDĚ

Nabídka her a hraček zaměřených na kombinatoriku na třídách mateřských škol byla velmi dobrá. Třídy byly opravdu kvalitně vybaveny a každý rok bylo možné přikoupit nové a zajímavé produkty. Záleželo na učitelích, zda je tato tématika pro ně zajímavá a ve svých činnostech ji budou zařazovat. Odpovědi ukázaly, že problémem byly časové možnosti učitelů a učitelek mateřských škol. Nelze vždy dát prostor každému dítěti tvořit další varianty. Kombinatorika je zejména o čase a logickém myšlení. Z rozhovorů s pedagogy však vyplynulo, že zajímavé variace, odlišné od „standardních“ učitelé ukazovali ostatním dětem pro srovnání a tím dávali prostor pro zájem dětí nad hledáním další varianty, kombinace, či možnosti.

V preferenci činností mezi chlapci a dívkami ukázal průzkum, že přesně o to, co doma děti nemají, mají v MŠ největší zájem. U chlapců převažovaly korálky, hry v kuchyňce, děvčata se zajímala nejvíce o hru „Medvědi“.

3 REALIZACE - KOMBINATORICKÝ SOUČIN

Na obou experimentech spolupracovaly děti z 64. MŠ a to z 9 a 10 třídy. Proto zde popíši stručnou charakteristiku 64. mateřské školy v Plzni. 64. MŠ se nachází v katastrálním území městské části Plzeň – Doubravka, v ulici Pod Chlumem 3. Zřizovatelem je městský obvod Plzeň 4. Celková kapacita školy je 100 dětí navštěvujících 10 tříd. Mateřská škola zajišťuje předškolní výchovu, jako součást celoživotního vzdělávání, zejména dbá na rozvoj kognitivních, sociálních a emocionálních potřeb všech dětí v návaznosti na spolupráci s rodinou. Informovanost o činnostech dětí je možné najít na vlastních webových stránkách (www.ms64.plzen.eu), spolu s aktualitami a fotogalerií. Program školy je postaven na aktivitě dětí, probouzení fantazie a logického myšlení, užití získaných znalostí a informací v otevřeném rozhovoru, vzájemné komunikaci a důvěrné spolupráci. Tyto metody práce se prolínají v pěti celoročních tématech, které jsou předloženy ve Školním vzdělávacím plánu, vycházející z Rámcového vzdělávacího plánu. Prostředí školky v okolí povodí Berounky, podpora dětí v nadstandardních činnostech (plavání, keramika, AJ, flétna), úspěšný program s názvem „Každý umí něco nejlépe“, řadí školku k velmi oblíbeným.

Výběr zkoumaného vzorku:

Experiment byl zaměřen na předškolní děti, zejména na kategorii dětí s odkladem 6+, kategorii 6-ti letých dětí a kategorii mladších dětí „nadaných“ na předmatematické znalosti. Celkem bylo vybráno 15 dětí.

Následující krátká charakteristika přiblíží jméno, věk, počet sourozenců, docházku do MŠ, sociální vyspělost, úroveň znalostí a schopností, typické vlastnosti a individuální zvláštnosti zkoumaného jedince.

Kategorie 4 - 5 let

DANÍK

4 roky, bez sourozenců, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, velké výkyvy v psychice – od hysterie k mazlení, při činnostech vyrušuje, ale látce rozumí, umí počítat do 10, velmi slabý kresebný projev, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

VOJTA

4,5 roku, 2 sourozenci, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, samostatný, počítá přes desítku, všeobecné znalosti odpovídají věku, vázne jemná motorika, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

EVIČKA

4 roky, 1 sourozenec, soustavná docházka do MŠ, problém se sykavky, samostatná, počítá přes desítku, všeobecné znalosti odpovídají věku, snaživá, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

MATÝSEK

4,5 let, 1 sourozenec, soustavná docházka do MŠ, velmi dobrá výslovnost, schopnosti a znalosti odpovídající věku, v některých oblastech nadprůměrné, snaživý, vždy musí být vedoucím hry, pokud ne, nedokáže se s tím vyrovnat, plačtivý.

JAMIE

4,5 let, bez sourozenců, soustavná docházka do MŠ, záměna hlásek K-T, schopnosti a znalosti odpovídající věku, spolehlivý, samostatný, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem, velmi dobrý kresebný projev.

Kategorie 5 - 6 let

TEREZKA

5,5 roku, bez sourozence, soustavná docházka do MŠ, drobné vady ve výslovnosti, spolehlivá, znalosti a schopnosti odpovídající věku, citlivá na změny, dobrá komunikace s učitelem, mezi vrstevníky se nechá vést.

ŠÁRKA

5,5 roku, 1 sourozenec, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, schopnosti a znalosti odpovídající věku, nechá si poradit, tvořivá, dobrá jemná motorika, spolehlivá, mezi vrstevníky je neprůbojná, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

PÉŤA

6 let, 1 sourozenec, nepravidelná docházka do MŠ, drobné vady ve výslovnosti, schopnosti a znalosti odpovídající věku, šikovný na ruční práce, dlouho činnosti promýšlí, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

BÁRA

6 let, bez sourozenců, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, výborná hrubá motorika, znalosti a schopnosti odpovídající věku, výborný kresebný projev, spolehlivá, ochotná, někdy moc aktivní, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

TOMÁŠEK

6 let, 1 sourozenec, soustavná docházka do MŠ, drobné vady ve výslovnosti, horší hrubá motorika, ochotný, aktivní, spolehlivý, znalosti odpovídající věku, komunikace s vrstevníky je dobrá.

Kategorie 6 let - odklad

FILIP

6 let - odklad, bez sourozenců, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, znalosti a schopnosti odpovídající věku, tvořivý, velmi manuálně zručný, aktivní se sklony vyrušovat a nesoustředit se, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

ADAM I

6 let – odklad, 1 sourozenec, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, zhoršená hrubá i jemná motorika, schopnosti a znalosti v určitých oblastech nedostačující v jiných oblastech nadprůměrné, dlouho si úkoly rozmýšlí, velmi citlivý na změny, nesoustředěný.

KÁJA

6 let - odklad, bez sourozenců, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, znalosti a schopnosti odpovídající věku, ochotná, manuálně zručná, dlouho si úkoly rozmýšlí, nejistá, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

DOMINIKA

6 let – odklad, 4 sourozenci, nepravidelná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, dobrá výslovnost, znalosti a schopnosti odpovídající věku, citlivá na změny, tvořivá, dobrá komunikace s vrstevníky i s učitelem.

ADAM II

6 let - odklad, bez sourozenců, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, znalosti odpovídající věku, horší jemná motorika, dlouho si úkoly rozmýšlí, je lítostivý a rád se ostatními dětmi nechá vést.

3.1 EVIDENCE SLEDOVANÝCH JEVŮ

Sledované jevy u dětí byly zaznamenány do tabulek a rozlišeny na tři věkové kategorie.

<table>
<tr><th rowspan="2">JMÉNO</th><th colspan="2">Pochopení zadání úkolu</th><th colspan="2">Dotazování se k tématu v průběhu činnosti</th><th colspan="2">Soustředěnost</th><th colspan="2">Určení počtu prvků (kabátky, páry bot)</th><th rowspan="2">Čas pro první variantu</th><th rowspan="2">Počet nalezených variant</th><th rowspan="2">Celková doba činnosti</th><th colspan="3">Logické uvažování při činnosti</th></tr>
<tr><th>ANO</th><th>NE</th><th>ANO</th><th>NE</th><th>ANO</th><th>NE</th><th>ANO</th><th>NE</th><th>A nadprůměrné</th><th>B průměrné</th><th>C podprůměrné</th></tr>
<tr><td>Daník</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">Pokládal mnoho otázek, které nesouvisely s tématem</td><td colspan="2">Kolísavá</td><td colspan="2">ANO</td><td>15 s</td><td>4</td><td>7 min</td><td colspan="3">B</td></tr>
<tr><td>Vojta</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td>10 s</td><td>6</td><td>5 min</td><td colspan="3">A</td></tr>
<tr><td>Evička</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td>5 s</td><td>6</td><td>3 min</td><td colspan="3">A</td></tr>
<tr><td>Matýsek</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td>10 s</td><td>5</td><td>4 min</td><td colspan="3">A</td></tr>
<tr><td>Jamie</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">ANO</td><td>15 s</td><td>2</td><td>8 min</td><td colspan="3">C</td></tr>
</table>

Tab. č. 3 – Kategorie 4 – 5 let

JMÉNO	Pochopení zadání úkolu		Dotazování se k tématu v průběhu činnosti		Soustředěnost		Určení počtu prvků (kabátky, páry bot)		Čas pro první variantu	Počet nalezených variant	Celková doba činnosti	Logické uvažování při činnosti		
	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE				A nadprůměrné	B průměrné	C podprůměrné
Terezka	ANO		NE		ANO		ANO		5 s	5	3,5 min	B		
Šárka	ANO		NE		ANO		ANO		11 s	6	4 min	A		
Péťa	ANO (velmi rychle)		NE (bojácný)		ANO (pohled však směřoval jinam)		ANO		20 s	3	4,5 min	B		
Bára	ANO		NE		ANO		ANO		10 s	6	2 min	A		
Tomášek	ANO		NE		ANO		ANO		25 s	6	4 min	A		

Tab. č. 4 – Kategorie 5 - 6 let

JMÉNO	Pochopení zadání úkolu		Dotazování se k tématu v průběhu činnosti		Soustředěnost		Určení počtu prvků (kabátky, páry bot)		Čas pro první variantu	Počet nalezených variant	Celková doba činnosti	Logické uvažování při činnosti		
	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE				A nadprůměrné	B průměrné	C podprůměrné
Filip	ANO		NE		ANO		ANO		20 s	6	4 min	A		
Adam I	ANO		NE		ANO (s časem velké zhoršen)		ANO		10 s	6	6 min	A		
Kája	ANO		NE		ANO		ANO		30 s	6	4 min	A		
Dominika	ANO		NE		ANO		ANO		11 s	6	2 min	A		
Adam II	ANO		NE		ANO		ANO		50 s	4	5 min	B		

Tab. č. 5 – Kategorie 6 let, odklad

3.2 VYHODNOCENÍ SLEDOVANÝCH JEVŮ

Kategorie 4 – 5 let

Pochopení zadání úkolu:

Zadání úkolu bylo třikrát zopakováno a na dotaz, zda úkolu porozuměly, byla u všech dětí odpověď „ano“. Jeden chlapec však úkolu neporozuměl. Potřeboval mnoho jiných způsobů výkladu pro přiblížení a pochopení zadání. Ostatní děti neměly se zadáním problém.

Dotazování se k úkolu v průběhu činnosti:

Jeden chlapec pokládal mnoho otázek, většina se však nevztahovala k tématu činnosti. Zbývající děti se neptaly.

Soustředěnost:

U třech dětí byla soustředěnost a zájem o vyřešení úkolu velmi dobrá. Po celou dobu se snažily najít co nejvíce řešení. U jednoho chlapce byla soustředěnost od začátku velmi špatná, nejspíše ho úloha nezaujala. Druhý chlapec měl problémy soustředit se delší dobu na práci, pozornost kolísala a z velké části vnímal okolí a činnosti ostatních dětí ve třídě. Snaha o vyřešení úkolu však přetrvávala.

Určení počtu prvků (kabátky, páry bot):

Nejmladší děti neměly žádný problém s číselnou řadou. Počet vyjádřily slovně, někteří s pomocí manipulace s předmětem.

Čas pro první variantu:

Nejrychleji reagovaly na zadání úlohy dvě děti, které okamžitě spojily kabátek s botami. U dalších dvou dětí byla znát rozvaha při sestavení první varianty – 20 s. Další chlapec pak velmi dlouho přemýšlel, v rukou držel kabátek i boty, pak je opět položil a vzal jiné. Chtěl být jistý svoji volbou a jelikož se tam vyskytlo několik možností, nemohl si z nich vybrat.

Počet nalezených variant:

Tři děti nalezly všechna řešení. Jedno dítě nalezlo čtyři možnosti a další pouze dvě. Všechny děti měly zájem hledat další kombinace. Činnost byla zakončena, až ukončením činnosti ze strany dítěte. Zbylé možnosti, které dětem chyběly, byly ukázány experimentátorkou.

Kategorie 5 – 6 let

Pochopení zadání úkolu:

U této věkové kategorie pouze jeden chlapec nezačal pracovat následně po zadání. Na dotaz, zda rozumí zadání úlohy, odpověděl „ano"; domnívám se, že u tohoto chlapce převažovala velká nervozita, více než nepochopení zadání. U ostatních dětí nebyl se zadáním žádný problém.

Dotazování se k úkolu v průběhu činnosti:

Žádné z dětí se v průběhu činnosti k úkolu nedotazovalo.

Soustředěnost:

U většiny dětí byla soustředěnost velmi dobrá. U dvou dětí byla znát nervozita. Jedna holčička v závěru činnosti již věnovala pozornost dění ve třídě.

Určení počtu prvků (kabátky, páry bot):

Ani zde nedělalo vyjmenování číselné řady dětem žádný problém.

Čas pro první variantu:

Jednomu chlapci dělalo potíže vybrat si barvu bot u první varianty, nemohl se rozhodnout, které se mu líbí víc. Další chlapec také s první variantou váhal. Ostatní děti zvolily kabátek a boty rychle a dobře, ale ve srovnání s kategorií mladších dětí, věnovaly výběru větší pozornost a více času.

Počet nalezených variant:

Tři děti nalezly všechna řešení, jedno dítě zvládlo pět kombinací a poslednímu se podařilo najít tři varianty spojení kabátku a bot.

Kategorie 6 let, odklad

Pochopení zadání úkolu:

Nejstarší kategorie dětí neměla s porozuměním zadání úkolu žádný problém.

Dotazování se k úkolu v průběhu činnosti:

Ani u této kategorie předškolních dětí nebyl žádný dotaz k průběhu činnosti.

Soustředěnost:

Soustředěnost u dětí v nejstarší kategorii bylo paradoxně nejvíce problematické. U dětí se projevovalo kopání nohou, nervózní pohrávání s rukama, u jednoho chlapce pohledy směřovaly jiným směrem, než ke hře. V činnosti děti omezovala nervozita a nejistota ze zvládnutí úkolu.

Určení počtu prvků (kabátky, páry bot):

Děti určily číselnou řadu rychle a správně.

Čas pro první variantu:

Dětem z této věkové kategorie trvalo mnohem déle, než sestavily první dvojici kabátek – boty. Pouze dvě děti reagovaly rychle, kolem 10 s. Jeden chlapec se zamýšlel, zda by si mohl medvídek obléci ještě rukavice, ale ty zde nejsou, takže v tom případě neví, jak udělat první dvojici.

Počet nalezených variant:

Čtyři děti našly všech šest řešení a jedno dítě nalezlo čtyři kombinace. Celkový čas činnosti u těchto dětí byl mnohem delší, než u dětí z mladších věkových kategorií.

3.3 ZÁVĚR – KOMBINATORICKÝ SOUČIN

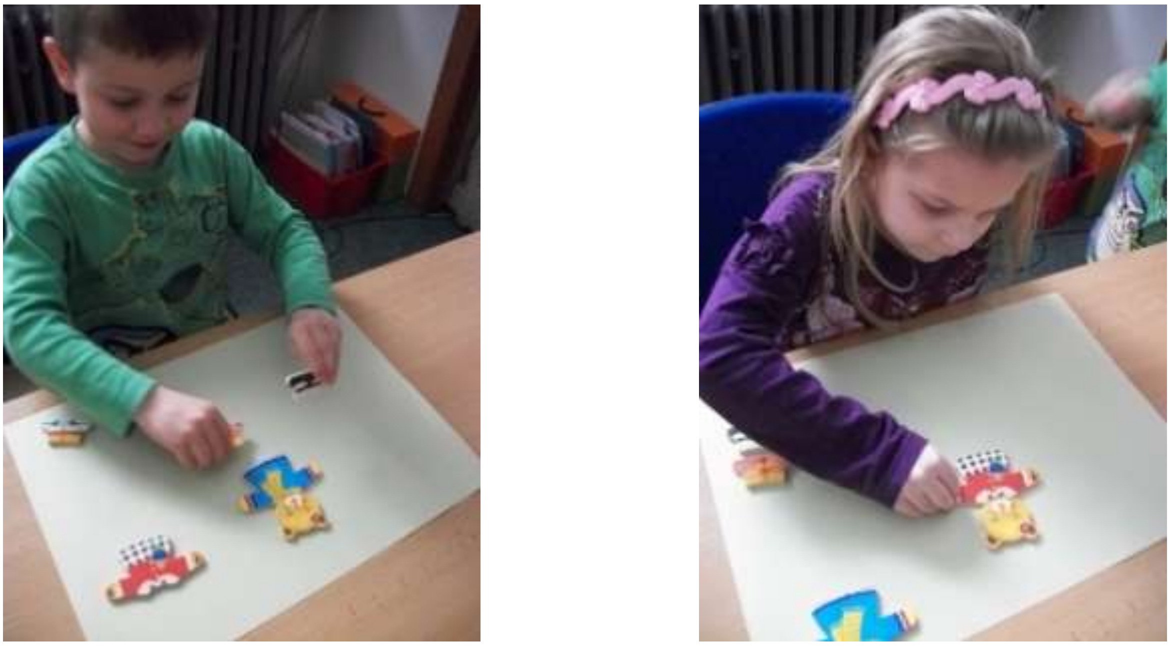
Experiment na kombinatorický součin ukázal dobrou znalost číselné řady do 6 u všech věkových kategorií dětí. Ani s pochopením úkolu nebyl žádný problém, ačkoliv většina dětí hru puzzle „Medvědi“ doma nemělo a ani na třídách MŠ není zařazena.

Velký problém vidím v soustředěnosti se na práci, nervozitě ze správně zvládnutého úkolu a nutnosti řešit úkol samostatně. Některé děti nebyly zvyklé se snažit započatou činnost dokončit. Jiné zase po překonání prvních obav a vytvoření dvou, tří kombinací ožily, začaly si věřit a úkol je nadchl. Soustředěnost po celou dobu činnosti byly schopny udržet čtyři děti.

Výsledek experimentu ukázal, že nejméně řešení našel chlapec z nejmladší věkové kategorie, a to dvě možnosti. U všech ostatních byl úkol splněn velmi dobře s převahou nalezení všech šesti možností.

Strategii řešení děti spočívala ve většině případů nejprve ve výběru kabátku a následovaly boty. Poté byly boty i kabátek vráceny na původní místo a byl vzat druhý kabátek a jiné boty. Následoval opět první kabátek a třetí boty. V tento moment nastala u některých dětí pauza a nervozita. Pouze jeden chlapec vzal kabátek a přiložil k němu jedny a pak druhé boty, třetí však již ne. Naprosto u všech dětí dominoval vztah k barvám. Děvčata většinou volila červený kabátek a růžové boty, chlapci modrý kabátek a zelené boty.

Schopnost logického uvažování a alternativního myšlení u mnou zkoumaných dětí mě potěšil. Vhodná motivace je zavedla do oblasti kombinačních možností, kde se setkaly s úlohou s podmínkou. Motivace více oslovila dívky, rády se oblékají, nemělo to však vliv na splnění úkolu. Z 15 dětí pouze tři chlapci, ačkoliv v jiných vzdělávacích oblastech i jiných oblastech matematiky jsou velmi dobří a šikovní, měli v kombinačním myšlení velké problémy.



Fotografie č. 11 a 12– Experiment 1

4 REALIZACE - VARIACE BEZ OPAKOVÁNÍ

Výběr zkoumaného vzorku:

Tohoto experimentu se účastnily děti z 64. MŠ Plzeň, z deváté třídy „Skřítkové“, kde vykonávám práci učitelky. Jedná se o 4 – 5-leté děti, které znám od počátku školní docházky. Závěrečné debaty, kde se rozebíraly výsledná řešení zadaného úkolu, se účastnilo 21 dětí.

4.1 EVIDENCE SLEDOVANÝCH JEVŮ

JMÉNO	Pochopení zadání úkolu	Spolupráce s ostatními	Soustředěnost	Číselná řada přes deset	Logické uvažování při činnosti
	ANO / NE	ANO / NE	ANO / NE	ANO / NE	A nadprůměrné / B průměrné / C podprůměrné
Daník	NE	ANO	Kolísavá	ANO	B
Vojta	ANO	ANO	ANO	ANO	A
Evička	ANO	ANO	ANO	ANO	A
Matýsek	ANO	ANO	ANO	ANO	A
Jamie	ANO	ANO	ANO	ANO	B

<table>
<tr><th rowspan="2">JMÉNO</th><th colspan="2">Pochopení zadání úkolu</th><th colspan="2">Spolupráce s ostatními</th><th colspan="2">Soustředěnost</th><th colspan="2">Číselná řada přes deset</th><th colspan="3">Logické uvažování při činnosti</th></tr>
<tr><th>ANO</th><th>NE</th><th>ANO</th><th>NE</th><th>ANO</th><th>NE</th><th>ANO</th><th>NE</th><th>A nadprůměrná</th><th>B průměrná</th><th>C podprůměrná</th></tr>
<tr><td>Markétka</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">Velmi malá</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="3">C</td></tr>
<tr><td>Nikolka</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="3">B</td></tr>
<tr><td>Rozálka</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">Kolísavá</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="3">B</td></tr>
<tr><td>Honzík</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="3">A</td></tr>
<tr><td>Jindra I.</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="2">ANO</td><td colspan="2">Kolísavá</td><td colspan="2">NE</td><td colspan="3">C</td></tr>
</table>

JMÉNO	Pochopení zadání úkolu		Spolupráce s ostatními		Soustředěnost		Číselná řada přes deset		Logické uvažování při činnosti		
	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE	A nadprůměrná	B průměrná	C podprůměrná
Vanesska	NE		ANO		Kolísavá		NE		B		
Jindra II.	NE		ANO		Kolísavá		ANO		B		
Páťa	ANO		ANO		Kolísavá		NE		B		
Deniska	ANO		ANO		ANO		ANO		B		
Natálka	ANO		ANO		ANO		ANO		A		

Tab. č. 6 – Evidence sledovaných jevů – společná činnost

Evička	
Pochopení zadání úkolu	ANO
Soustředěnost	ANO
Logické uvažování	ANO
Počet nalezených řešení	6/6
Celková doba činnosti	20 minut

Tab. č. 7 – Evidence sledovaných jevů – činnost jednotlivce

4.2 VYHODNOCENÍ SLEDOVANÝCH JEVŮ

Pochopení zadání úkolu:

Poněvadž se jednalo o náročnější aktivitu pro děti a experimentu se účastnily všechny děti ze třídy ve věkové skupině 4-5 let, objevily se problémy ihned na začátku s pochopením zadání. Výběr dvou barev ze tří a přiřazení jedné barvy ke kabátku a druhé barvy k čumáčku některé děti nezvládly. Problémy byly v tom, že děti míchaly jednotlivé barvy do sebe, použily všechny tři barvy a obkreslovaly řešení od kamaráda.

Soustředěnost:

Soustředěnost této věkové kategorie odpovídal možnostem dětí. Krátkodobá činnost – při malování barvami, dětem nedělala žádný problém, naopak při výsledném společném popisu nalezených variant soustředěnost třetiny dětí kolísala, u jedné dívky přetrvával nezájem od začátku činnosti.

Číselná řada:

Z celkového počtu patnácti dětí bylo schopno určit číselnou řadu přes 10, deset dětí. Opět to odpovídalo věkové hranici děti.

Spolupráce s ostatními:

Při závěrečném výčtu variací bez opakování byla spolupráce většiny dětí velmi dobrá. Děti si pomáhaly, radily a spolupracovaly.

4.3 ZÁVĚR – VARIACE BEZ OPAKOVÁNÍ

Výsledkem experimentu bylo zjištění rozsahu logického uvažování u dětí věkové hranice 4 – 5 let. Děti, s kterými jsem pracovala, z jedné třetiny nebyly pro tuto činnost dostatečně připraveny. 75% dětí však pochopilo zadání úkolu, nalezly minimálně 3 řešení a byly schopny určit číselnou řadu do 10.

Dále jsem zjišťovala výhody vyplývající z kolektivní práce dětí. Děti byly motivovány příběhem, v začátku malovaly ježka samostatně, spolu se šesti dětmi u stolečku. Střední část tvořila jádro činnosti – hlavní smysl – všechny děti nalézaly barevné variace. Závěr spočíval v dotvoření ježka jednotlivcem, opět u stolečku po 6–ti dětech. Největší výhodou byla spolupráce všech dětí, doplňování se navzájem, ochota poradit druhým a pomoc v činnosti. Dále bylo výhodou časové rozvržení činností, děti ve dvou dnech pracovaly na stejném příběhu, na stejné věci. Také nebyly rušeny okolím, učitelka se mohla věnovat všem dětem dle potřeby.

Oproti tomu úkol se stejným zadáním - variace bez opakování - pro jednotlivce bylo možné zadávat pouze dětem s velmi dobrým logickým uvažováním, s dostatečným zájmem o činnost. Bylo potřeba velkého množství času a prostory, kde dítě mohlo přemýšlet a pracovat bez rušivých elementů třídy. Pozitivum bylo v naprostém uspokojení dítě ze zvládnutí nalézt velké množství variant samostatně.

V. ZÁVĚR

Jelikož považuji předmatematické vzdělávání za důležitou součást předškolní výchovy vybrala jsem si pro svoji práci problematiku předmatematických představ dětí mateřských škol zaměřenou na oblast kombinatoriky. Z pohledu trhu byla dle mého průzkumu nabídka na velmi dobré úrovni z hlediska kvality i množství nabízených her a hraček zaměřených na kombinatoriku. Dotazníkový průzkum však ukázal nesprávné využívání nabízených her a hraček v předmatematických činnostech. Zejména v chybějícím seznámení dětí se **všemi možnostmi** kombinací a jejich názornou ukázkou variant spatřuji nedostatek. U rodičů bohužel není možnost ovlivnit práci s dítětem, ale učitelé mateřských škol mohou více rozvíjet alternativní myšlení dětí pouhou otázkou: „ A šlo by to i jiným způsobem?“.

Dalším cílem bylo zjištění úrovně logického uvažování u různých věkových kategorií předškolních dětí. Práce s dětmi v kategorii 4 – 5 let nevykazovala jiné výsledky než u kategorie starších dětí. Vždy záleželo na individualitě jedince a chuti dítěte činnost zaměřenou na prvky kombinatoriky si zkusit. Nebylo pravidlem, že dítě s velmi dobrými výsledky v předmatematických činnostech (číselná řada, třídění, atd.), vykazovalo i velmi dobré logické a kombinační myšlení.

Z mého pohledu by bylo ideální volit činnosti tak, aby mohly děti pracovat společně, či po malých skupinkách. Pouze u dětí, vykazující kombinační myšlení a zájem o činnost, volit individuální práci s dítětem. Některé činnosti pro skupiny dětí, rozvíjející kombinační schopnosti dětí, jsem uvedla ve své práci.

Jsem přesvědčena o vhodnosti zařazení činností obsahující kombinatoriku, nejen z důvodu rozvoje logického myšlení a kombinačních schopností, ale pro celkový rozvoj komunikačních, paměťových, pozorovacích, sociálních a psychologických dovedností. Možnost dobrat se správného výsledku několika možnými způsoby ocení děti nejen v matematice, která je čeká v budoucnu na základní škole, ale hlavně v jejich každodenním životě.

VI. RESUMÉ

Bakalářská práce s názvem „Předmatematické schopnosti dětí v předškolním vzdělávání se zaměřením na prvky kombinatoriky“ se zabývá otázkou zařazení činností rozvíjející kombinatorické schopnosti do předškolního vzdělávání.

Bakalářská práce je řazena do tří částí. První část je teoretická, popisuje historii, základní pravidla a pojmy kombinatoriky, aspekty ovlivňující zařazení kombinatoriky v MŠ a zásobník možných příkladů užití při činnostech v mateřských školách. Druhá část je věnována metodám zjišťování zařazení kombinatorických činností do programů MŠ. Třetí část je praktická, věnovaná výzkumu. Zabývá se průzkumem užití her a hraček zaměřených na kombinatoriku ze strany rodičů a učitelů. Dále obsahuje dva experimenty věnované vybraným kapitolám kombinatoriky.

Bachelor thesis "Mathematical abilities of children in preschool education, focusing on elements of combinatorics" deals with the question of the inclusion of actions emerging combinatorial abilities in preschool education.

The thesis is organized into three parts. The first part is theoretical, describes the history, basic rules and concepts of combinatorics, aspects influencing the inclusion of combinatorics in nursery school and stack of examples use during activities in nursery schools. The second part is devoted to identifying methods of combinatorial inclusion activities in nursery school programs. The third part is a practical, devoted to research. It deals with the exploration of the use of games and toys aimed at combinatorics by parents and teachers. It also contains two experiments dedicated some chapters of combinatorics.

VII. SEZNAM LITERATURY

MONOGRAFICKÉ PUBLIKACE:

[1] BEČVÁŘ, J. a BEČVÁŘOVÁ M. *Historie matematiky: 30. mezinárodní konference: Jevíčko, 21. - 25. 8. 2009*. Praha: Matfyzpress, 2009. 242 s. ISBN 978-80-7378-092-0.

[2] FOŘTÍKOVÁ, J. *Se Šikulou za zvířátky, aneb, Jak zabavit nadané dítě ve věku 3 až 5 let*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-761-9.

[3] FUCHS, E. *Diskrétní matematika pro učitele*. 2. vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2011. 178 s. ISBN 978-80-210-5459-2.

[4] HEJNÝ, M. a KUŘINA F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. 187 s. ISBN 80-7178-581-4.

[5] KAFKOVÁ, M. *Kombinatorika na interaktivní tabuli* [online]. Brno, 2011 [cit. 2012 - 09 - 25]. Dostupné z: http://ucitele.sci.muni.cz/materialy/200_1.pdf. Metodická příručka. Modulární systém dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků JmK.

[6] KÁROVÁ, V. *Brzy budu počtářem*. Praha: Portál, 2000. 119 s. ISBN 80-7178-435-4.

[7] KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání.* Praha: Raabe, 2010. 206 s. ISBN 978-80-86307-96-1.

[8] KOLMAN, A. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1968. 221 s.

[9] KOŤÁTKOVÁ, S. *Hry v mateřské škole v teorii a praxi: význam hry, role pedagoga, cíl hry, soubor her*. Praha: Grada, 2005. 184 s. ISBN 80-247-0852-3.

[10] KOUCKÝ, M. *Diskrétní matematika II* [online]. Liberec, 2004 [cit. 2013-03-09]. Dostupné z: http://risk.rss.tul.cz/Members/RaD/public/Skripta_DIM_II.pdf Skripta. Technická univerzita v Liberci.

[11] KRÁL, O. *I-ťing: Kniha proměn*. 5 vydání. Praha: Maxima, 2001, 298 s. ISBN 80–901133–7-1.

[12] *Matematika v 16. a 17. století. Seminář Historie matematiky III, Jevíčko, 18. 8. – 21. 8. 1997: Mačák, K. Poznámky k formování kombinatoriky v 16. a 17. století*. Praha: Prometheus, 1999. Dostupné z: http://dml.cz/dmlcz/401580

[13] PORTMANN, R. *Hry pro tvořivé myšlení*. Praha: Portál, 2004. 118 s. ISBN 80-7178-876-7.

[14] PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. 4. aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2003, 322 s. ISBN 80-717-8772-8.

[15] PŘÍHONSKÁ, J. Úvod do kombinatoriky [online]. Brno: Tribun EU s.r.o., 2008 [cit. 2013-03-10]. ISBN 978-80-7399-456-3. Dostupné z: http://kmd.fp.tul.cz/lide/prihonska/studijni%20texty/NS_Uvod_kombinatorika.pdf

[16] *Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání 2004* [online]. Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2006, [cit. 2013-02-23]. ISBN 80-87000-00-5. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVP_PV-2004.pdf

[17] STRUIK, D. J., *Dějiny matematiky*. Praha: Orbis, 1963. 250 s.

ELEKTRONICKÉ MONOGRAFIE:

[18] *LEONARDO PISANO FIBONACCI*. [online]. 1997 [cit. 2012-09-25]. Dostupné z: http://www.goldenmuseum.com/0401Fibonacci_engl.html

[19] *SEFER YETZIRAH: Book of Creation & Saadia's Commentary* [online]. 2005 [cit. 2012-09-20]. Dostupné z: http: //www.wbenjamin.org/saadia.html

[20] *VEGETALISMUS.CZ* [online]. 2013 [cit. 2012-09-15]. Dostupné z: http://www.vegetalismus.cz/clanky/etnobotanika - lecive byliny/strucna - historie - bylinarske-mediciny-13-2210484357.htm

VIII. SEZNAM OBRÁZKŮ

IX. SEZNAM TABULEK

X. SEZNAM GRAFŮ

XI. Seznam fotografií

XII. Seznam příloh

XIII. PŘÍLOHY

Příloha č. 1 – Úvodní dopis

Vážené paní učitelky a učitelé (rodiče),

jsem studentkou Západočeské univerzity v Plzni, studuji obor Předškolní a mimoškolní pedagogika. V rámci své bakalářské práce provádím výzkum zabývající se složením her a hraček na třídách MŠ a v domácnostech, zaměřených na předmatematický rozvoj dětí, zejména na kombinatoriku a jejich způsob využití.

Prosím o Vaši anonymní zpětnou vazbu vztahující se k danému tématu. Zaškrtněte prosím, hry a hračky, jenž se nachází na Vaší třídě – pro učitele (v domácnosti – pro rodiče). Zaškrtávat můžete v různém rozsahu, dle potřeby. Budu Vám vděčná za poskytnutí těchto informací. Získané údaje slouží pouze k účelům vědeckého výzkumu dětí předškolního věku.

Děkuji velice za Vaši ochotu.

S pozdravem

Mariana Mužíková

Příloha č. 2 – Dotazník pro učitele

DOTAZNÍK PRO UČITELE

1. Jaké hry a hračky jsou využívány na Vaší třídě, zaměřené na kombinatoriku?

Prosím vypište!

2. Vytvářejí kombinace, či různé varianty raději chlapci, nebo děvčata?

3. Pomáháte dětem nacházet i jiné varianty, kombinace, zadání a řešení při jejich hrách?

Prosím zaškrtněte!

Ano, vždy.

Ano, občas.

Ne.

Ne, nikdy mě to nenapadlo.

Příloha č. 3 – Dotazník pro rodiče

DOTAZNÍK PRO RODIČE

Věk dítěte:

Pohlaví dítěte:

1. Jaké hry a hračky jsou využívány ve Vaší domácnosti? (obecná matematika)

Prosím zaškrtněte!

- Stolní hry typu: „Člověče, nezlob se!“
- Puzzle.
- Obrázkové dřevěné kostky - složení do obrázku dle předlohy.
- Labyrinty – nástěnné, magnetické, rovnovážné.
- Karetní hry: zaškrtněte (prší, kvarteto, pexeso, domino).
- Hry na geometrické tvary (viz. obrázek).
- Didaktické vkládačky (viz. obrázek).
- LEGO stavebnice (ne kostky).

Prosím o doplnění her, které zde nebyly uvedeny a Vaše děti je používají.

2. Jaké hry a hračky jsou využívány ve Vaší domácnosti? (zaměření na kombinatoriku a logické uvažování)

Prosím zaškrtněte!

- Veškeré druhy kostek (plastové, dřevěné, molitanové, LEGO).
- Korálky.
- Plastové stavebnice typu: Blok, SEKO, ZOOB, atd. (viz. obrázek).
- Kuličkové dráhy, vláčkodráhy.

- Konstrukční stavebnice: Geomag, SEVA, Merkur, atd.
- Mozaiky.
- Oblékání panenek, medvědi (viz. obrázek).
- Hry v kuchyňce (vážení, krájení, prostírání, příprava pokrmů).

Prosím o doplnění her, které zde nebyly uvedeny a Vaše děti je používají.

3. Při využití her a hraček z otázky č. 2 pracují děti podle návodu, nebo vytvářejí vlastní řešení a kombinace?

4. Pomáháte dětem nacházet i jiné varianty, kombinace, zadání a řešení při jejich hrách?

Prosím zaškrtněte!

Ano, vždy.

Ano, občas.

Ne.

Ne, nikdy mě to nenapadlo.

Ukázky her a hraček:

BLOK

Vkládačka

Oblékání medvědů

Geometr. tvary

Příloha č. 4 – DVD – Ukázka videa - Variace bez opakování

DVD je zasunuto spolu s elektronickou verzí bakalářské práce v kapse na zadní vnitřní straně desek.