

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta pedagogická

Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

ZLOMKY V UČIVU MATEMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Magdalena PIXOVÁ

Učitelství pro 1.stupeň ZŠ - upravená forma prezenčního
studia

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.
Plzeň, červen 2013

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Zlomky v učivu matematiky“ vypracovala samostatně pouze s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

Vodňany 28.6.2013

.....
vlastnoruční podpis

Poděkování

Ráda bych v úvodu poděkovala vedoucí své diplomové práce, PhDr. Šárce Pěchoučkové, PhD., za odborné vedení, cenné rady a připomínky, trpělivost a ochotnou pomoc, kterou mi poskytla při vypracovávání mé diplomové práce a při konzultaci problémů spojených s mou prací. Dále chci poděkovat panu řediteli Mgr. Radku Cvachovi a pedagogickým pracovníkům ZŠ Borek za umožnění výzkumu, který byl potřebný pro vypracovávání této diplomové práce. Poslední poděkování patří žákům a žákyním ZŠ Borek za účast na mém výzkumu.

Obsah:

Úvod	6
1. Teoretická část.....	8
1.1 Zlomek z pohledu historie	8
1.2 Vymezení pojmu zlomek.....	10
1.3 Porovnávání zlomků.....	13
1.4 Operace se zlomky	14
1.4.1 Násobení zlomků	14
1.4.2 Dělení zlomků	15
1.4.3 Sčítání zlomků	16
1.4.4 Odečítání zlomků	17
1.5 Žák a jeho postavení v procesu matematického vzdělávání	17
1.6 Zlomek jako část celku.....	22
1.7 Zlomek jako číselný operátor	23
1.8 Sebehodnocení	25
1.9 Didaktické hry	26
1.9.1 Klasifikace didaktických her	27
1.9.2 Struktura didaktické hry	28
2. Praktická část	30
2.1 Pracovní listy	30
2.1.1 Sebehodnocení.....	31
2.1.2 Charakteristika školy	32
2.1.3 Pracovní list - Zlomek - polovina.....	33
2.1.4 Pracovní list – Zlomek – čtvrtina	40
2.1.5 Pracovní list – Zlomek – polovina a čtvrtina opakování.....	47
2.1.6 Pracovní list – Zlomek – dělení celku na části, znázorňování zlomků.....	51
2.1.7 Pracovní list - Zlomek – dělení celku na části, znázorňování zlomků – opakování	59
2.1.8 Pracovní list – Zlomek- porovnávání zlomků	64
2.1.9 Pracovní list – Zlomek – sčítání a odčítání zlomků	73

2.1.10	Pracovní list – Zlomek – zlomek jako číselný operátor	78
2.2.	Soubor vytvořených didaktických her	85
2.2.1	Lovení fazolí	85
2.2.2	Veselá ochutnávka	85
2.2.3	Zlomkové pexeso	87
2.2.4	Zlomkové domino	87
2.2.5	Skřítek Zlomítko řekl	88
2.2.6	Zlomkové dlaždice	89
	Závěr.....	90
3.	Seznam použité literatury	91
4.	Resume	93
5.	Přílohy	95

Úvod

Tématem mé diplomové práce jsou zlomky a jejich začlenění do učiva 1. stupně základní školy. Jelikož již od svých školních let mám zálibu v matematice jako takové, zaměření této práce nemohlo tedy vycházet z žádného jiného oboru. Učivo o zlomcích nebylo v poslední době základním aritmetickým učivem, prolínalo se v různých podobách a v různé náročnosti jednotlivými učebními materiály, se kterými děti přicházely do styku v průběhu svého studia na 1. stupni ZŠ. Celkově bych si dovolila říci, že postupem času docházelo k určité redukci této tematiky v matematické výuce. Důvodem mohlo být jak vzrůstající začleňování nejmodernější výpočetní techniky do výuky vedoucí ke klesajícím společenským nárokům na počítařské dovednosti, tak i obtížnost tohoto tematického celku, která často vedla k pochybnostem o smyslu zařazení tohoto učiva do matematického vzdělávání žáků na prvním stupni.

V současné době vzrůstají požadavky na matematické znalosti žáků, a proto byly v posledních letech postupně výpočty se zlomky nahrazovány výpočty s desetinnými čísly, které jsou využitelnější právě při práci s nejrůznější technikou. Pojem zlomek je jak pro kantory, tak pro děti často těžko uchopitelný a pochopitelný, výklad i osvojení vyžaduje důkladnou přípravu a čas, a často množství vynaložené energie nekoresponduje s úrovní dosažených výsledků u dětí.

Existují však situace, kdy se člověk bez aplikace zlomků buď neobejde, nebo mu alespoň usnadňují práci. Každý z nás se už jako dítě setkává s pojmy "polovina" nebo "čtvrtina", jsou součástí našeho každodenního života, evokují v nás představu spravedlivého dělení "rovným dílem", i když se naše dětské představy ještě liší od matematického pojetí, získáváme určité povědomí o celku a části.

Zlomky dozajista patří k nejsložitějšímu učivu a pochopit teorii reálných čísel bez znalosti zlomků (uspořádaných dvojic celých čísel) není vůbec možné. Aritmetické učivo o zlomcích je také nezbytným předpokladem pro zvládnutí úprav algebraických výrazů, řešení rovnic a nerovnic a také řešení úloh o zlomcích. Učivo o zlomcích bude v RVP na prvním stupni od příštího roku zařazeno ve 4. ročníku, ale děti se se zlomky setkávají již od 1. ročníku, a to nejen v matematice, ale i v hudební výchově (takty, délky not, ...), tělesné výchově, prvouce, Žáci

na 1. stupni nechápou zlomky jako nová čísla (neseznamují se s racionálními čísly), zlomek zde není zaváděn jako představitel racionálního čísla, ale jako označení části celku nebo jako operátor. Žáci se se zlomky seznamují názorně při dělení a násobení přirozených čísel a zlomky jsou vždy spojeny s celkem, ze kterého vznikaly (např. čtvrtina hodiny, polovina jablka, osmina koláče apod.).

Dle J. Drábka (Drábek,1985) se se zlomky v průběhu prvního stupně neprovádějí většinou žádné složitější výpočty. Při porovnávání zlomků, popřípadě při jednoduchých operacích s nimi využíváme názornost a z toho vyplývá, že zlomek je chápán jako určitá charakteristika velikosti části celku, nikoli jako číslo nebo jako číselný operátor, který dané číslo (počet prvků celku) přemění na jiné přirozené číslo (počet prvků části).

Myslím si, že obecně platí, že zlomky patří k nejsložitějšímu učivu na 1. stupni a často i my, učitelé, podceňujeme důležitost důkladného vytvoření představy pojmu zlomek a opomíjíme nutnost vcítit se do dětského myšlení, abychom tak mohli dostatečně rozvíjet a korigovat dětské představy.

Cílem mé práce bude přiblížit žákům učivo o zlomcích hrou a přirozenou formou tak, aby se nebáli nového učiva, ale aby měli pocit, že si hrají a experimentují. Musím je správně motivovat, minimalizovat výklad a upřednostnit jiné metody (didaktické hry, pracovní listy) tak, aby je vyučování bavilo, ale zároveň aby učivo o zlomcích pochopili.

1. Teoretická část

1.1 Zlomek z pohledu historie

Naši předkové již poměrně brzy uměli používat a řešit různé úlohy, které vyžadovaly práci se zlomky. Jejich zavedení velmi úzce souviselo s praktickým životem a vycházelo z jeho potřeb (měření polí, výpočet objemu nádob, dělení kořisti nebo úrody). Kladné zlomky a kladná desetinná čísla znali lidé již ve starověku, avšak jejich zápis a výpočty se lišily podle jednotlivých kultur. S prvními záznamy o zlomcích se setkáváme u národů, které přešly k zemědělskému způsobu života. Nejstarší doklady pochází z Mezopotámie, kde základem početní soustavy bylo číslo šedesát a zápis těchto zlomků se podobal současnému zápisu desetinných zlomků ve tvaru desetinného čísla. Dovolím si citovat stručný přehled dle J. Divíška:

„**Sumerové** využívali toho, že jejich základ byl šedesát, takže téměř každý zlomek mohl být vyjádřen přirozeným číslem. Zbytky tohoto systému nacházíme ještě dnes v naší řeči (kopa, mandel, tucet, pár apod.). Pro měření času a úhlů používali tzv. prvního a druhého dělení. První dělení na minuty, druhé dělení na vteřiny.

Egyptané pracovali pouze s tzv. kmenovými zlomky (čitatel je roven 1), které chápali jen jako části celku nikoli jako čísla. Ostatní zlomky pak vyjadřovali podle tabulek jako součet několika kmenových zlomků. Jejich systém převzali i Řekové.

Římané, jak již bylo řečeno, nevěnovali rozvoji matematiky příliš mnoho pozornosti a jejich zlomky byly pouze vyjádřením peněžní soustavy. Římská měnová jednotka byla "as" a její díly se nazývaly "unce". As měl 12 uncí. Proto i

zlomek $\frac{12}{12}$ se nazýval as, $\frac{11}{12}$ deunx (de uncia = as bez unce), $\frac{10}{12}$ dextans (de sextans = as bez šestiny asu), $\frac{4}{12}$ triens (třetina asu), $\frac{3}{12}$ quadrans (čtvrtina asu) atd.

Indové a Řekové ve 3. století našeho letopočtu už uměli počítat se zlomky dokonale." ¹

Chtěla bych se ještě vrátit k užívání zlomků Egyptany, kteří je používali již asi 1000 let př.n.l.. Pravidla pro počítání se zlomky můžeme najít v Egyptských papyrosecích ze 16. století př.n.l.. Egyptané tehdy potřebovali zlomky při dělení pole na části, proto se tedy zlomek vyjadřoval jako část jednotky. Jak jsem již zmínila, tehdejší Egyptané pracovali pouze s tzv. kmenovými zlomky, což jsou

zlomky s čitatelem rovným jedné ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ...). Pouze pro $\frac{2}{3}$ měli zvláštní znak a

používali speciální tabulky, které převáděly zlomek typu $\frac{2}{n}$ na součet kmenových

zlomků (příklad jednoho převodu $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$).

Číňané zase chápali kmenový zlomek jako část celku, používali slovní označení jako např. "pátá část", "tři sedmé části", apod. Počítání s desetinnými zlomky bylo také na velmi vysoké úrovni, což souviselo s používáním desítkových soustav, vah a měr.

Zlomky, které dnes používáme my, mají svůj původ ve starověké Indii. S velkou pravděpodobností právě indiští matematici již ve 4. století před naším letopočtem přešli od zlomků s čitatelem jedna ke zlomkům s jinými čitateli. Znali také všechny čtyři početní výkony s racionálními čísly v takové podobě, jakou užíváme i dnes.

6

Pozoruhodný byl jejich zápis zlomků bez zlomkové čáry, např. 5. Zlomková čára se při psaní zlomků objevila poprvé ve 12. století v arabské matematice a v 13. století našeho letopočtu v evropské matematice. A právě z Indie se zlomky rozšířily do celé západní Evropy, což dokládá jejich zápis v matematických spisech od 13. století. Italský matematik Leonardo Pisánský ve 13. století již používal také zlomkovou čáru (převzal ji pravděpodobně od Arabů), ale obecně bylo její používání zavedeno až o tři století později.

Zajímavé je, že zlomky a počítání s nimi byly ve středověké evropské matematice považovány za nejtěžší kapitolu matematiky, patřily do vyšší úrovně

¹ DIVÍŠEK, J., HOŠPESOVÁ, A. *Matematika pro všechny děti. Sborník materiálů kurzu pro učitele "Vyučování matematice na 1. stupni ZŠ"*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2002. ISBN 80-7040-591-0. str. 12-13

matematického vzdělání a počítání se zlomky se přednášelo na univerzitách. Je to trochu paradox, jelikož zlomky vlastně vzešly z praktického života, ale jejich matematické užívání se stalo záležitostí matematiků a obyčejným lidem se vzdalovalo. Možnou příčinou tohoto odcizení bylo to, že někteří matematici prezentovali pravidla pro počítání se zlomky ve velmi komplikované podobě.

„Například i u nás velmi populární autor početnic Adam Riese (Němec, 16. stol.) doporučuje krácení zlomků provádět tak, že dělíme čitatele i jmenovatele dvěma dokud to jde, potom třemi, pěti, atd. Pravidlo, že krácení provedeme vydělením čitatele i jmenovatele stejným číslem, neuvádí. Při sčítání zlomků se nehledal společný jmenovatel jako nejmenší společný násobek, ale vynásobila se všechna čísla ve jmenovatelích sčítanců.“²

V běžném životě našly zlomky uplatnění a došlo k jejich rozšíření až po Velké francouzské revoluci. Protože byla zavedena metrická soustava, začaly se používat hlavně zlomky se jmenovatelem 10. Důležitým se stal rok 1894, kdy matematik J. Tannery vytvořil teorii racionálních čísel jako tříd ekvivalentních dvojic celých čísel.

V učivu základní školy se zlomky a početní výkony s nimi rozšířily až ve 20. století.

1.2 Vymezení pojmu zlomek

Pokud zde hovořím o zlomcích, nemohu opomenout, že jsou zahrnuty v kategorii **racionálních čísel**. K tomu se bude vztahovat i několik definic, které jsem si "vypůjčila" z knih renomovaných matematiků:

- Herman a kol. uvádí v učebnici pro nižší gymnázia tuto stručnou definici určenou žákům ZŠ, kteří doposud pracovali pouze s celými čísly. Nepředpokládá tedy existenci iracionálních čísel: „**Každé číslo vyjádřené zlomkem se nazývá racionální.**“³

² COUFALOVÁ, J. *Matematika s didaktikou pro 2. ročník učitelství 1. stupně ZŠ*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2002. 114 s. ISBN 80-7082-922-2. strana 67

³ HERMAN, J., A KOL. *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií – Racionální čísla. Procenta*, Praha: Prometheus, 1994. str.98

- Odvárko a Kadleček přibližují žákům 7.ročníku základní školy racionální čísla poněkud přesněji: „**Jsou to čísla, která můžeme zapsat ve tvaru zlomku, jehož čítec i jmenovatel jsou celá čísla (a jmenovatel je různý od nuly).**“⁴ Obdobnou definici uvádí také Polák (1998).

Pro naše potřeby je toto vhodná definice.

- Pro budoucí učitele Bělík uzpůsobil definici nezáporným racionálním číslům: „**Racionální číslo představuje každá uspořádaná dvojice přirozených čísel, jejíž druhá složka není rovna nule.**“⁵

- Divíšek uvádí: „**Názvem racionální číslo označujeme množinu všech navzájem ekvivalentních zlomků, tj. zlomků, které se sobě rovnají. Zlomkem rozumíme uspořádanou dvojici**

čísel $a, b \neq 0$, kterou zapisujeme ve tvaru $\frac{a}{b}$.“⁶

Můžeme tedy říci, že uspořádané dvojice celých čísel, které zastupují racionální čísla nejsou vlastně ničím jiným než **zlomky**. Zlomky jsou tedy reprezentanty racionálního čísla. Každá uspořádaná dvojice přirozených čísel, kde její druhá složka není rovna nule, představuje nezáporné racionální číslo. Každý zlomek, jehož čítcem i jmenovatelem je přirozené číslo, které se nerovná nule, nazýváme kladný zlomek. Ve své práci se budu zabývat pouze nezápornými racionálními čísly, která budou reprezentována nezápornými zlomky.

⁴ ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Matematika pro 7. ročník základní školy 1*, Praha: Prometheus, 1999. str. 65

⁵ BĚLÍK, M. *Celá a racionální čísla ve studiu učitelství prvního stupně základní školy*. Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta UJEP, 2000. str. 47

⁶ DIVÍŠEK, J., BUŘIL, Z., A KOL. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: 1989. str. 66

Zlomek je tedy uspořádaná dvojice čísel $a, b \neq 0$, kterou zapisujeme ve tvaru:

čítatel	a	určuje počet částí z celku
zlomková čára	—	naznačuje dělení
jmenovatel	b	pojmenovává celý zlomek a určuje, na kolik dílů je celek rozdělen, musí být různý od nuly

Pro lepší orientaci v této kapitole ještě uvedu **stručný přehled základních pojmů**:

- **Opačný zlomek** ke zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomek $-\frac{a}{b}$.
- **Převrácený zlomek** ke zlomku $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$) je zlomek $\frac{b}{a}$.
- **Kmenový zlomek** je takový zlomek, jehož čítatel je roven jedné, např. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
- **Desetinný zlomek** je ten, jehož jmenovatel má tvar 10^n , kde n je libovolné přirozené číslo. Každý desetinný zlomek můžeme zapsat jako desetinné číslo, např. $\frac{8}{10} = 0,8$.
- **Zlomek v základním tvaru** - o zlomku v základním tvaru mluvíme tehdy, jsou-li v čitateli i jmenovateli čísla nesoudělná.
- **Smíšený zlomek/číslo** se skládá z celého čísla a zlomku, např. $1\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$.

Jistě bych mohla pokračovat v dalším výčtu pojmů, souvisejícími se zlomky, ale myslím si, že toto jsou pojmy, které jsou důležité pro primární vzdělávání.

1.3 Porovnávání zlomků

Z učiva matematiky vyplývá, že dva zlomky vůbec nejsou "stejně", jsou "různé", ale můžeme o nich říci, že se sobě rovnají. Jedná se tedy o "rovnost v určitém smyslu" a měli bychom ji zapisovat jiným symbolem, než rovnítkem. Rovnítko používáme např. pro zápis rovnosti přirozených čísel, ale na jeho používání i u zápisu rovnosti zlomků jsme již zvyklí. Zlomky můžeme porovnat několika způsoby:

- a) převedením na společného jmenovatele
- b) porovnáváním zlomků se stejným jmenovatelem
- c) porovnáváním zlomků podle stejného čitatele
- d) porovnáváním desetinných zlomků
- e) pomocí křížového pravidla, které říká, že zlomky se sobě rovnají, pokud je jejich základní tvar stejný, tedy platí-li:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (\text{křížový součin}) \quad a \cdot d = b \cdot c$$

V souvislosti s porovnáváním zlomků je důležité také vysvětlit operace krácení a rozšiřování zlomků.

• Krácení zlomků

Hodnota zlomku se nezmění, vydělíme-li čitatele i jmenovatele zlomku stejným celým číslem různým od nuly, které dělí jak čitatele, tak jmenovatele beze zbytku.

• Rozšiřování zlomků

Hodnota zlomku se nezmění, vynásobíme-li čitatele i jmenovatele zlomku stejným číslem různým od nuly (Herman, 1994).

1.4 Operace se zlomky

Stejně jako u přirozených čísel i se zlomky můžeme vykonávat základní početní operace: sčítání, odčítání, násobení a dělení (Herman, 1994).

1.4.1 Násobení zlomků

Násobení (stejně jako dělení) je u zlomků jednodušší než sčítání a odčítání. Pokud máme vynásobit dva zlomky, vynásobíme prostě čísel prvního zlomku s čísel druhého zlomku a jmenovatele se jmenovatelem. Zde je

obecný vzorec $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. Konečný výsledek by měla tvořit čísla, která už

se nedají dál vzájemně krátit. Příklad násobení: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$

Při násobení zlomků existuje navíc další způsob krácení zlomků. Nemusíme krátit pouze v rámci jednoho zlomku, ale můžeme krátit křížem. Pokud lze zkrátit čísel prvního zlomku se jmenovatelem druhého zlomku, můžeme to udělat a zjednodušit si násobení. Příklad (krácená čísla jsou zvýrazněna):

$$\frac{\boxed{4}}{7} \cdot \frac{3}{\boxed{8}} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{14}$$

Čísla čtyři a osm jsme vydělili čtyřmi. Hodnota součinu zůstala nezměněna. Pokud bychom tyto dvě čísla nezkrátili teď, mohli bychom zkrátit výsledný zlomek až po vynásobení.

Násobení zlomku celým čísel pak jednoduše převedeme na násobení

$$\frac{c}{1} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c \cdot a}{b}$$

dvou zlomků tak, že celé číslo c zapíšete jako 1:

$$\frac{7}{9} \cdot 5 = \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{1} = \frac{7 \cdot 5}{9 \cdot 1} = \frac{35}{9}$$

Z toho vyplývá, že pokud zlomek násobíme celým čísel, pak stačí tímto čísel

vynásobit čísel zlomku. $c \cdot \frac{a}{b} = \frac{ac}{b}$

1.4.2 Dělení zlomků

Dělení zlomků je ve své podstatě prakticky stejné jako násobení. Pokud chceme jeden zlomek vydělit druhým, první zlomek vynásobíme převráceným zlomkem ke druhému zlomku. Nejprve uvedu obecný vzorec:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Uvedu nyní jednoduchý příklad dělení zlomků (v součinu můžeme vykrátit čísla 12 a 6):

$$\frac{12}{5} : \frac{6}{7} = \frac{12}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{1} = \frac{14}{5}$$

Dělení jsme převedli na násobení tak, že jsme zlomek šest sedmin nahradili zlomkem převráceným a tento převrácený zlomek potom vynásobili prvním nezměněným zlomkem. Postup dělení zlomků si vysvětlíme na příkladu.

Zkusíme deset dělit jednou polovinou: $\frac{10}{1} : \frac{1}{2} = ?$

Nyní musíme zjistit, kolikrát se jedna polovina vejde do deseti. Víme, že do každé jednotky se jedna polovina vejde dvakrát - platí tedy, že dva krát jedna polovina je jedna. Z toho vyplývá, že jedna polovina se do deseti vejde dvacetkrát. Ke stejnému výsledku bychom došli, kdybychom vynásobili dva krát deset - výsledek bude také dvacet. Pokud otočíme zlomek jedna polovina, dostaneme zlomek dvě

jedniny, což je vlastně dvě : $\frac{1}{2} \longrightarrow \frac{2}{1} = 2$

Proto tedy ve výsledném výpočtu máme: $\frac{10}{1} = 10 \cdot \frac{2}{1} = 10 \cdot 2 = 20$

1.4.3 Sčítání zlomků

Sčítání zlomků je již pro děti i pro nás dospělé o stupeň složitější operací. Zlomky totiž můžeme sčítat pouze tehdy, když mají stejný základ - tedy stejného jmenovatele, pokud mají sčítané zlomky stejného jmenovatele, je to

jednoduché, př. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$, ale pokud mají ve jmenovateli rozdílná čísla,

musíme je převést na stejného tzv. společného jmenovatele. Společným jmenovatelem rozumíme nejmenší společný násobek obou čísel ve jmenovateli. Nejprve zde uvedu obecně platnou definici pro sčítání zlomků a poté si vysvětlíme převod na společného jmenovatele:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Pokud tedy zlomky nemají stejný základ, musíme je na něj převést, což v praxi znamená, že musíme jeden nebo oba zlomky rozšířit tak, abychom získali stejný jmenovatel. Ukážeme si to na jednoduchém příkladu:

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} + \frac{15}{6} = \frac{17}{6} = 2 \frac{5}{6}$$

Protože čísla ve jmenovateli mají nejmenší společný násobek šest, musíme celý první zlomek rozšířit dvojkou ($3 \cdot 2 = 6$) a druhý zlomek musíme opět celý rozšířit trojkou ($2 \cdot 3 = 6$), abychom ve jmenovateli obou zlomků měli číslo šest. To v praxi znamená vynásobit patřičným číslem nejen jmenovatele, ale i čitatele. Poté můžeme rozšířené zlomky jednoduše sečíst a pokud je třeba, výsledek můžeme krátit nebo převádět na smíšený zlomek/číslo. **Při sčítání nesmíme použít krácení napříč zlomky, to je možné pouze u násobení.**

Uvedu ještě jeden příklad, kdy společným jmenovatelem je číslo, které je přímo ve jmenovateli jednoho z obou zlomků. Můžeme použít

jednoduchý postup: $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 1}{8 \cdot 1} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

Samozřejmě, že podle obecného vzorce bychom měli vzájemně zlomky rozšířit číslem z jmenovatele druhého zlomku a pak zlomek vykrátit do základního tvaru, ale toto je podle mne jednodušší varianta. Ukáži postup podle obecného

$$\text{vzorce: } \frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 8}{4 \cdot 8} + \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 4} = \frac{16}{32} + \frac{12}{32} = \frac{28}{32} = \frac{28 : 4}{32 : 4} = \frac{7}{8}$$

1.4.4 Odečítání zlomků

Odečítání zlomků provádíme naprosto stejně jako sčítání, pouze výsledné čitatele nesčítáme, ale odečítáme. Proto zde nejprve opět uvedu obecný

$$\text{vzorec: } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} \text{ a potom přistoupím rovnou k jednoduchému}$$

$$\text{příkladu: } \frac{5}{9} - \frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 5}{9 \cdot 5} - \frac{2 \cdot 9}{5 \cdot 9} = \frac{25}{45} - \frac{18}{45} = \frac{25 - 18}{45} = \frac{7}{45}$$

Zlomky jsme převedli na společného jmenovatele, výsledné čitatele jsme odečetli.

Opět se může vyskytnout varianta, že společným jmenovatelem je číslo, které je ve jmenovateli jednoho ze dvou zlomků. Opět bych použila zjednodušený postup:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{12} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 1}{12 \cdot 1} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

1.5 Žák a jeho postavení v procesu matematického vzdělávání

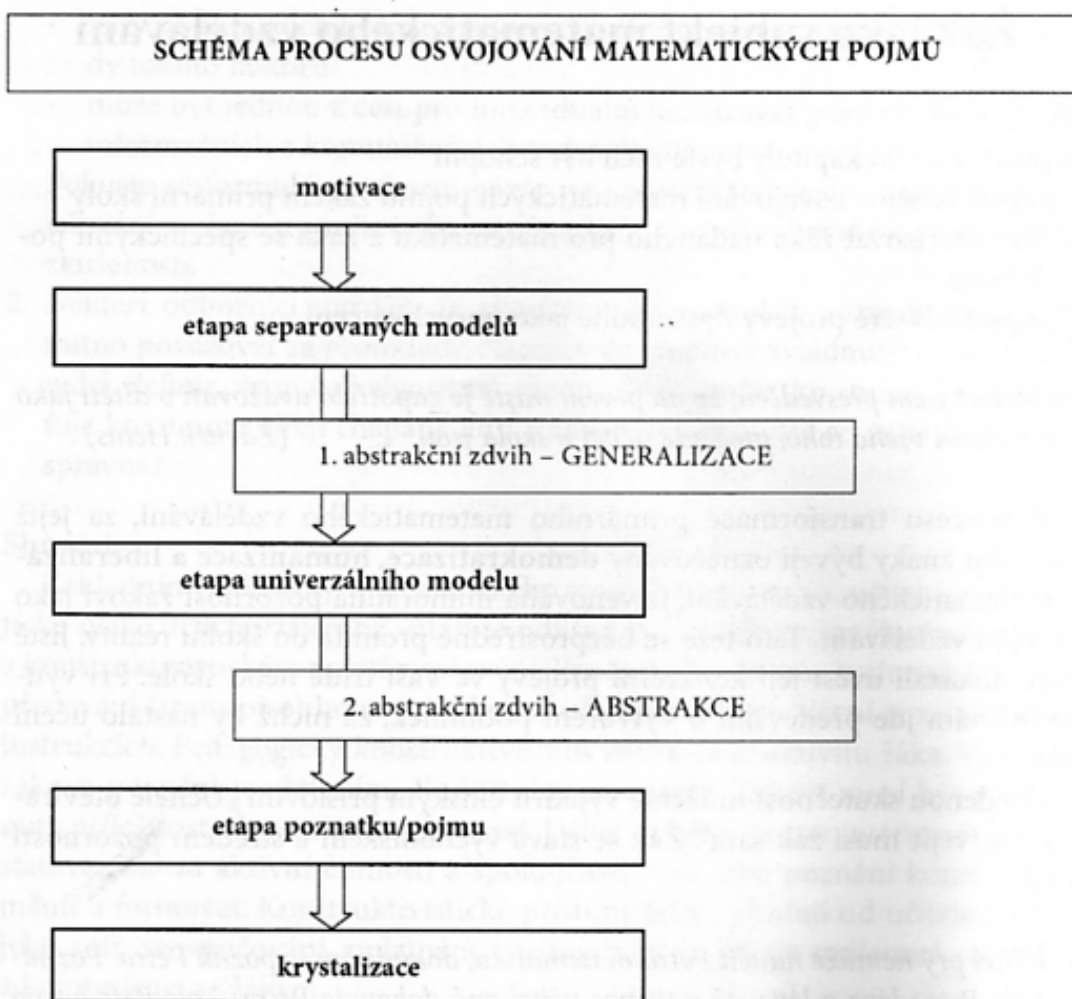
Myslím si, že je také velmi důležité zamyslet se nad žákem jako subjektem našeho matematického vzdělávání. Celkově dochází v posledních letech k demokratizaci, humanizaci a liberizaci matematického vzdělávání ve vzdělávání na prvním stupni. Objevuje se stále více nových názorů na to, jak zkvalitnit a zefektivnit vzdělávání žáků všech věkových skupin. Žákovi - jako "subjektu" našeho výchovně - vzdělávacího působení se věnuje mimořádná pozornost, což samozřejmě ovlivňuje a mění školní realitu, učitelům jde již více o vytvoření dobrých podmínek, při kterých by se mělo uskutečnit samotné učení žáků. Žák se

stává východiskem a středem pozornosti školy, je jedním ze základních činitelů výuky.

„Samotné žákovské učení matematice je velmi složitý a naprosto individuální proces, který závisí na mnoha okolnostech - subjektivních i objektivních. Záleží především na dispozicích žáka, na jeho předchozích zkušenostech a znalostech, se kterými do procesu vzdělávání vstupuje. V tomto složitém procesu vytváření si matematických poznatků / pojmů, který je typický pro matematické vzdělávání na prvním stupni (věk 6-10 let), rozlišuje náš významný představitel matematiky prof. Hejný několik etap. Jsou to:

- etapa motivace
- etapa separovaných modelů
- etapa univerzálního modelu
- etapa poznatku/pojmu
- etapa krystalizace

Pro větší názornost si uvádím následující grafický přehled:



„ 7

Nyní se pokusím podrobněji vysvětlit jednotlivé etapy. Použiji k tomu příklad vytváření pojmu **přirozeného čísla**, což je jeden ze základních pojmů školské matematiky.

1. **Etapa motivace** - tato etapa je klíčová, výchozí, jde o navození vztahu k prezentovanému problému, budoucímu pojmu. V této etapě vycházíme z reálné skutečnosti, z touhy dítěte poznávat a řešit různé problémy a situace. Může mít **různé formy** - hra s podněty, zajímavá diskuse nebo úloha. Rozhodující je využít velmi silnou touhu dítěte poznávat a napodobovat (děti ve svých hrách napodobují svět dospělých).

⁷ NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1 pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Olomouc: Univerzita Palackého, pedagogická fakulta, 2003. 67 s. ISBN 80-244-0691-8. strana 18

2. **Etapa separovaných modelů** - první představy dítěte, které v souvislosti s osvojovaným problémem získává, mají *předmětný charakter* - např. rozlišuje jednu čtvrtinu čokolády, polovinu koláče, ... - ale neví, co je to tři samo o sobě. U prvků jednotlivých souborů si všímá **kvalitativních** znaků (tvar, barva, velikost, ...) - tedy toho, jaké jsou a ne toho, kolik jich je. Ve vědomí dítěte jsou konkrétní předmětné představy oddělené, separované (tři čtvrtiny koláče jsou něco jiného než tři čtvrtiny čokolády). Ve vědomí žáka se tak tvoří synkretická představa (předpojmem) a to jako soubor **separovaných modelů** budoucího pojmu přirozeného čísla.
3. **Etapa univerzálního modelu** - po etapě hledání je to etapa *nalézání výsledků* - dítě nalézá společnou podstatu separovaných modelů a jejich souvislosti. V této fázi už dítě nepotřebuje konkrétní předměty, stačí mu například zlomkové počítadlo. Prsty, kuličky nebo tečky jsou pro něho **univerzálním modelem kvantity** - což je pojem na intuitivní úrovni. Přejít k etapě univerzálních modelů můžeme vyjádřit pojmem **abstrakční zdvih** - jeho podstatou je **zobecnění**.
4. **Etapa abstraktního poznatku, pojmu** - pojem je vyvrcholením poznávacího, pojmotvorného procesu, je **interiorizací** (zvnitřněním) dosavadních představ a zkušeností - abstraktního pojmu přirozeného čísla. Cesta k jeho vytvoření je dlouhá a vyžaduje mnoho zkušeností a energie. Tento přechod charakterizuje *druhý abstrakční zdvih* - v našem případě je to oproštění se od představ mnohosti. Důležitým průvodním jevem této fáze je užívání **specifického jazyka** k označování pojmu zlomek, **matematické terminologie a symboliky** (čitatel, jmenovatel, zlomková čára). Základní pojmenování - tři čtvrtiny, jedna polovina, **zápis** tohoto čísla.
5. **Etapa krystalizace** - charakterizuje ji numerace (tj. způsob pojmenovávání a zapisování čísel, porovnávání, ...) a počítání s čísly (početní výkony a operace), které umožňují pojem

přirozeného čísla zpřesňovat a zařazovat do poznatkových systémů. Dítě se učí abstraktní pojem používat, aplikovat ho při řešení situací a úloh nejen v matematice, ale i v běžné praxi.

Výsledkem se tak stává přesná definice pojmu zlomek.

Toto schéma poznávacího procesu žáka prvního stupně nemusí zahrnovat všechny složité, subtilní mechanismy osvojování si matematických pojmů. Je však konkrétní ukázkou **teoretického základu konstruktivisticky orientovaného pojetí matematického vyučování.**

V reálném školní vyučování však musíme zohlednit **rozdíly mezi žáky v řadě oblastí** (úroveň matematických schopností, obecná inteligence, rozdíly mezi pohlavími, rozdíly v sociálním a rodinném zázemí, atd.). Tyto rozdíly se nemalou měrou promítají do **školní úspěšnosti žáka v matematice.** Ve školní praxi se setkáváme se žáky nadanými, průměrnými, ale i se žáky se speciálními potřebami. Schopnosti žáků jdou ruku v ruce s učebním nasazením, což někdy znemožňuje určit podíl nadání a nasazení. Uplatnění a rozvoj talentovaného žáka v matematice vyžaduje zvýšení tvořivých činností a objevitelských postupů, což můžeme vhodně řešit správně sestaveným systémem matematických učebních úloh, které vyžadují složitější myšlenkové operace s matematickými poznatky a tvořivé myšlení.

Protipólem nadaného žáka je žák neúspěšný v matematice, jemuž již dnes bývá ve škole věnována značná pozornost. Jednou z možných příčin školního neúspěchu v matematice může být i diagnostikovaná porucha učení – dyslexie, dysgrafie, dysortografie a hlavně porucha učení, která postihuje matematické představy dítěte, operace s čísly, apod. – **dyskalkulie.** Tato porucha se týká spíše základních početních výkonů než abstraktních matematických dovedností. Tato porucha je diagnostikována při odborném vyšetření a odborný pracovník vždy naznačí vhodné metody její reedukace a kompenzace.

Další skupinou, se kterou se ve své školní praxi můžeme setkat v rámci integrace, jsou žáci se speciálními potřebami, se zdravotním handicapem nebo mentálním postižením. Tito žáci většinou potřebují speciální přístup i pomůcky, je nutné vypracovat individuální vzdělávací plán a v některých případech je nutný i asistent, na kterého dítě nemá vždy nárok. Proto tito žáci často získávají primární matematické vzdělání na speciálních školách. Cílem matematického vyučování je

poskytovat žákům se speciálními potřebami takové matematické dovednosti a vědomosti, které jim umožní řešit základní problémy a úkoly, se kterými se budou setkávat v praktickém životě.

Pokud se zde zaobírám postavením žáka, nesmím opomenout roli učitele. Učitel v dnešní době má velmi důležité postavení, nesděljuje žákům pouze poznatky, ale seznamuje žáky se způsoby myšlení daných oborů, kontroluje žáky a výsledky jejich učení, opravuje chyby a hledá cesty k překonávání těchto chyb s ohledem na individuální zvláštnosti jednotlivých žáků. Učitel žáky chválí a povzbuzuje, motivuje je k dalšímu vzdělávání, ale na druhé straně je i napomíná a výchovně usměrňuje. Při školním vyučování se rozvíjí specifický vztah mezi žákem a učitelem, mezi učitelem a školní třídou, ale i mezi žákem a školní třídou. Při tvorbě těchto vztahů působí zákony jednotlivých sociálních skupin a kolektivů, formují se nejrůznější aspekty osobnosti žáků. Učitel by měl být průvodcem žáka v procesu vzdělávání, který je schopný vhodnými metodami a přístupy odpovídajícím způsobem formovat žákovu osobnost a co nejvíce zefektivnit proces vzdělávání. Na prvním stupni by učitel měl být i „důvěrník a rádce“, velkou roli hraje schopnost empatie a naslouchání, vždyť zde učitel vytváří v žákovi jeho prvotní vztah k celému procesu vzdělávání.

1.6 Zlomek jako část celku

Než přistoupím k samotné praktické části, chci se zde zaobírat pojmem **zlomek jako část celku**. Již od prvního zavádění zlomků do výuky musíme pracovat s představami dětí, které si o zlomcích přinášejí z běžného života, díky tomu můžeme jejich představy usměrňovat a dále rozvíjet. Je důležité, aby jejich představa o tom, co je to celek a jeho část byla co nejvíce přesná, aby chápaly vztah část a celek, protože správné pochopení ovlivňuje samotný pojmovný proces.

Celek pro děti může představovat jakákoliv celá, kompletní věc - koláč, jablko, čokoláda, chleba, kruh, obdélník, zmrzlina, S vytvářením pojmu celek a jeho část jsou spojeny další základní pojmy elementární matematiky. Zlomek děti intuitivně spojují s dělením tohoto celku na části, ne vždy však toto dělení představuje dělení na stejné části, děti si představují, že dělením na **libovolné**

části získáme také zlomek. Proto je důležité se zaměřit při prvotním zavádění zlomků na to, že celek dělíme na **stejně** části, rozdělování na stejné části hraje při pochopení zlomků stejnou roli jako počítání pro celá čísla.

Zlomek je tedy zápis, kterým vyjadřujeme část celku. Při zavádění zlomků nejprve zavádíme zlomky s čitatelem jedna - **kmenové zlomky**. Žáky seznámíme se správným zápisem zlomku a vysvětlíme jim pojmy **čítatel, jmenovatel a zlomková čára**. Je nutné, aby žáci pochopili, že počet částí, na které jsme zlomek rozdělili, zapisujeme do jmenovatele a ten pak dává název celému zlomku.

V další části přecházíme od zlomků kmenových ke zlomkům všeobecným - zlomkům, jejichž čítatel je různý od jedné. Místo jedné části, kterou jsme dělením celku získali, vezmeme části dvě, tři, Žáci si musí uvědomit a pochopit, že čítatel vyjadřuje, kolik částí jsme "uchopili".

Při zavádění zlomků je důležité vycházet z manipulace s konkrétními předměty a ne z práce se "schématy". Žáci by měli prakticky dělit např. jablka, krajíc chleba, měli by překládat proužek nebo arch papíru, stříhat provázek, lámat špejli, apod. Právě při takovýchto činnostech si děti uvědomují, že části jsou naprosto stejné, že dvě poloviny papírku se po přiložení na sebe překrývají. Zároveň jim můžeme ukázat, že některé zlomky se rovnají - např. když rozdělíme papírek na čtyři stejné části a vezmeme dvě tyto části, získáme stejnou část celku, jako když stejně velký proužek papíru rozdělíme pouze na dvě části a vezmeme si jednu z nich. Děti tak pochopí, že jedna polovina a dvě čtvrtiny představují a vyjadřují stejnou část celku.

1.7 Zlomek jako číselný operátor

Pokud mluvíme o zlomku jako o operátoru, vidíme v něm **návod k provedení určité činnosti**. Pokud tuto operaci chceme provádět s číslem, mluvíme o číselném operátoru. Na prvním stupni se můžeme setkat se dvěma typy úloh :

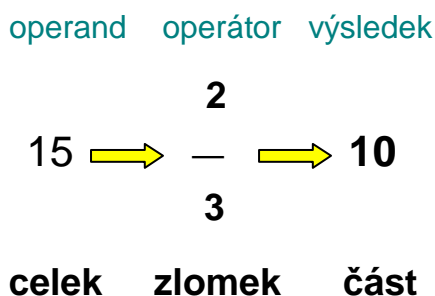
1) známe celek a zlomek a určujeme část celku - výklad tohoto učiva probíhá ve **dvou etapách** - nejprve pracujeme se zlomky, které mají v čitateli číslo jedna. Děti tak snáze pochopí, že určit jednu čtvrtinu z čísla znamená vydělit toto

číslo čtyřmi, třetinu získáme vydělením třemi, např. $\frac{1}{3}$ z 15 = 5, protože 15 : 3 = 5

Druhým krokem je přechod ke zlomkům, kde číselník je větší než jedna. Postup si uvedeme na příkladu. Žák musí pochopit, že pokud zjistí část z celku, musí výsledek vynásobit počtem částí, které určuje číselník.

$$\frac{2}{3} \text{ z } 15 = 10, \text{ protože } 15 : 3 = 5 \text{ a } 5 \cdot 2 = 10$$

Přirozené číslo (počet prvků celku) "přeměníme" na jiné přirozené číslo (počet prvků části). Tento fakt můžeme zapsat i takto:



2) známe zlomek a část a určujeme celek - úlohy tohoto typu jsou již pro žáky prvního stupně složitější. Pro jejich úspěšné řešení musí velmi dobře rozlišovat pojmy číselník a jmenovatel a stoprocentně chápat jejich význam. Tyto úlohy je dobré vysvětlovat názorně manipulací s předměty. Uvedu příklad:

$$\frac{2}{4} \text{ z } x = 12$$

Představte si tento zápis jako slovní úlohu: *Katka koupila v květinářství 12 růží. Byly to dvě čtvrtiny všech růží, které měli ve váze v obchodě. Kolik bylo původně ve váze všech růží?*

Při prezentaci řešení vezmeme 12 předmětů (víčka od pet lahví, knoflíky, fazole, apod.), které rozdělíme na dvě části - získáme tak jednu čtvrtinu, která se rovná šesti. Jelikož celek má čtyři části, budeme celkem potřebovat 24 předmětů, protože 6 . 4 = 24.

Vše si ověříme výpočtem : $\frac{2}{4} \cdot x = 12 \rightarrow 12 : 2 = 6 \rightarrow 6 \cdot 4 = 24$

jedenáctina celek má
4 části, proto
násobím čtyřmi

$\rightarrow \frac{2}{4} \cdot 24 = 12$

Toto jsou návodná pravidla, je však velmi důležité, propojit tyto typy výpočtů s úlohami praktického charakteru (např. slovní úlohy), aby děti získaly lepší představu a dokázaly si výpočet spojit s praktickou situací.

1.8 Sebehodnocení

Je velmi důležité, aby žák dokázal co možná nejobektivněji zhodnotit nejen výsledky, ale i proces osvojování si nových poznatků. Výchova a vzdělávání by měla směřovat k rozvíjení žáka v jedinečnou osobnost. Jednou z možností jak utvářet žákovu osobnost je sebehodnocení žáků. Proces sebehodnocení žáka vede k posílení sebeúcty a sebevědomí žáka. Sebehodnocení je opravdu dlouhodobý proces, kterému je nutné se učit a je závislé na kognitivním vývoji žáka.

Sebehodnocení plní zpravidla funkci **informativní** a **formativní**. **Informativní funkce** spočívá v tom, že díky sebehodnocení si žák uvědomuje proces svého učení a výsledky, kterých dosáhl. Sebehodnocení žáka je zpětnou vazbou také pro učitele a rodiče. Zároveň dochází ke **kontrole splnění cíle** a k odhalování chyb v práci žáka. Práce s chybou je velmi důležitý prvek ve vyučovacím procesu, od nejnižších ročníků by učitel měl vést žáka ke zpětné kontrole své práci a k detekci vlastních chyb. Chyba by neměla být chápána jako něco naprosto negativního, měla by se stát zdrojem dalšího učení. Právě sebehodnocení je východiskem k odstranění chyb, analýzou příčin a vyvozením důsledků.

Sebehodnocení je také výchovným prostředkem - plní tedy funkci **formativní (výchovnou)**. Formuje pozitivní vlastnosti a postoje žáka, podílí se na regulaci procesu vzdělávání, je podnětem k rozvoji osobnosti žáka a impulsem k dalšímu poznávání.

Sebehodnocení je dovednost, která je velmi důležitá pro kvalitní hodnocení sebe sama. Jedná se však o schopnost, se kterou se dítě nerodí, ale kterou dítě získává v průběhu svého života. Učitel by měl vést žáka k tomu, aby se jeho hodnocení co nejvíce blížilo realitě, měl by eliminovat a usměrňovat nadhodnocování nebo podhodnocování vlastní osobnosti žáka. Pokud se žák naučí objektivně hodnotit sám sebe, méně se obává neúspěchu, ochotněji překonává obtíže, což stimuluje školní výkon a pozitivně ovlivňuje školní prospěch.

1.9 Didaktické hry

Ze studií je známo, že **hra** společně s prací a učením patří mezi **tři základní formy lidské činnosti**. Tyto formy jsou mezi sebou propojeny a nelze je od sebe bez následků odloučit a s věkem se mění jejich důležitost. Člověk se hrou zabývá celý život, v předškolním věku je hlavní náplní dětské činnosti, se vstupem do školy se ale mění sociální pozice dítěte a hlavní náplní dětské činnosti se stává učení. Díky tomu hra ustupuje do pozadí. Hra má řadu aspektů:

- **poznávací aspekt**
- **procvičovací aspekt**
- **emocionální aspekt**
- **pohybový aspekt**
- **motivační aspekt**
- **tvořivostní aspekt**
- **fantazijní aspekt**
- **diagnostický aspekt**
- **sociální aspekt** a mnoho dalších

Hra je pro dítě na jedné straně zábavou a uvolněním, na straně druhé je specifickou formou poznávání světa, při hře se dítě učí a získává zkušenosti, seznamuje se s různými předměty a jejich funkcemi a uvědomuje si stále více své já versus vnější svět.

Didaktická hra má specifickou úlohu při procesu učení a to hlavně v primárním vzdělávání. Je to hra s pravidly, která splňuje určitý didaktický cíl, dochází při ní k rozvoji žáka, jeho vůle, charakteru a poznávání. Ačkoliv to není

hra spontánní a díky pravidlům a vzdělávacím cílům se spíše podobá učení, žáka hravá forma baví a uspokojuje své potřeby, city a fantazii a seberealizuje se v ní.

Didaktická hra dítě motivuje, aktivuje myšlení a rozumové úsilí a zvyšuje koncentraci pozornosti. Je přechodem od spontánní hry k zaměřenému a cílevědomému učení, napomáhá dítěti k ovládnutí vědomostí, dovedností a návyků, dítě při ní poznává radost z překonávání obtíží intelektuálního charakteru při řešení úloh a aktivuje rozumové úsilí.

Z toho vyplývá, že didaktická hra se může stát velmi dobrým pomocníkem učitele. Při jejím používání musíme však dodržovat určitá pravidla:

- hra nesmí předcházet učení (ve smyslu: „Děti, pohrajeme si a pak se budeme učit.“)
- hra se nesmí s učením střídat (nezavádíme pravidlo: „Něco jsme se naučili, tak si pohrajeme“.)

Hra se díky působení učitele musí stát vyučovací metodou, aby tak mohla formovat vlastnosti žáka nutné k učení:

- vytvoření kladného vztahu žáka ke škole
- vytvoření potřeby neustále obohacovat své vědomosti, dovednosti a návyky
- uvědomění si způsobů sebehodnocení a sebekontroly

Díky didaktickým hrám má učitel možnost vytvořit v hodinách situaci, kdy se žák sám dostane do role učitele a může se tak podělit o své získané vědomosti nebo dovednosti, čímž si uvědomí jejich hodnotu a pocítí důležitost své osoby. To opět aktivuje jeho potřebu dál se vzdělávat. Učitel však ve hře nesmí vidět „berličku“, která vyřeší jakékoliv učební a výchovné obtíže, didaktická hra nemůže nahradit osobu učitele, ale při správném používání mu velice pomáhá.

1.9.1 Klasifikace didaktických her

K třídění didaktických her použijí třídění podle Dyšinského:

1. „Podle **cílů** na: - **poznávací** (vzdělávací) – žáci při hře získávají nové vědomosti, dovednosti a návyky

- **kontrolní** (prověřovací) – cílem hry je upevnění a ověření si osvojení získaných vědomostí
2. Podle **počtu hráčů** na:
 - **kolektivní** – žáci mají potřebu začlenit se do kolektivu a účastnit se společné činnosti
 - **skupinové** – používají se často při soutěživých hrách
 - **individuální** – uspokojují snahu dítěte po samostatnosti, ověřují si zde své intelektuální schopnosti, sebeanalýzu a sebehodnocení
 3. Podle **druhu reakce** na:
 - **pohybové** – jsou pro děti uvolněním, jelikož během výuky téměř pořád sedí
 - **klidné** – většinou jsou to hry intelektuálního charakteru, patří sem hlavně stolní hry
 4. Podle **tempa** na – **hry „na rychlost“** – jsou to hry, kde se vítězství hodnotí podle rychlosti, ale nesmí to ovlivnit správnost řešení
 - **hry „na kvalitu“** – vítězství je dáno hlavně kvalitou řešení, nehledí se jen na rychlost
 5. Podle **počtu aplikací** na – **specifické** – jejich pravidla nedávají možnost měnit obsah hry, základem zpracování je konkrétní materiál (stolní hry)
 - **univerzální** – obsah je možno uzpůsobit a měnit, dle záměru"

Didaktické hry můžeme třídit z mnoha dalších různých hledisek, např. podle obsahu učiva, apod. Mladší žáci dávají většinou přednost kolektivním hrám, nadanější jedinci upřednostňují individuální hry, kde se můžou projevit jejich intelektuální schopnosti. Velmi oblíbené jsou soutěživé hry, kvůli jejich objektivitě a organizovanosti. Děti díky hrám získávají informace o úrovni svých znalostí a rozvíjí své charakterové a volní vlastnosti.

1.9.2 Struktura didaktické hry:

- 1) **Úkol, cíl** – vychází plně ze vzdělávacího cíle, který stanovuje učitel. Učitel dává hře smysl, pravidla, jeho úkolem je vyvolat zájem dětí, udržet

pozornost a zprostředkovat poznatky. Plněním úkolů si žáci osvojují a upevňují vědomosti, dovednosti a návyky.

- 2) **Vlastní hravá činnost** - má pro žáka největší význam, bez hravé činnosti by didaktický úkol pro žáky ztratil zajímavost a neaktivizoval by je. Musí zde být přesně vymezené, co má žák dělat, dobré je, když žák vlastně ani nevnímá, že plní nějaký úkol, záměr. Žák musí ponejvíce cítit, že si hraje a ne že se učí, hravý prvek má navenek převažovat nad vlastním úkolem.
- 3) **Pravidla** – jsou naprosto nezbytnou součástí didaktické hry, organizují činnost, instruuji žáka k tomu, co má dělat a co nesmí dělat. Přesná organizace zvyšuje půvab a přitažlivost hry, pravidla jsou opěrným bodem pro myšlení a jednání žáků. Musí být stručná, jasná a přesná, žák při nich musí mít možnost sebekontroly a kontroly a musí zahrnovat i citový prvek.
- 4) **Závěr, vyhodnocení hry** – je nezbytným zakončením hry, je vlastně kontrolou, jak žáci respektovali pravidla a splnili zadaný úkol. Závěr hry by měl směřovat k celkovému vyhodnocení a k případnému odměňování žáků. Výkon žáků musí být hodnocen co nejpozitivněji, hodnocení ovlivňuje proces učení a výkon žáka a působí jako sociální motivace. Proto je vhodné sestavit didaktickou hru tak, aby v ní našli uspokojení žáci průměrní i výborní a aby nevedla k závisti a nevraživosti mezi žáky.

2. Praktická část

Ve své praktické části jsem se rozhodla vytvořit a ověřit v praxi dvě z možným forem výkladu a procvičování učiva. Jsou to:

- **pracovní listy** - obsahují výklad a základní procvičení daného učiva, jsou určitým vodítkem k zavedení nebo procvičení učiva, každý z učitelů si je může doplnit rozšiřujícím učivem, jsou výčtem základních informací, které by s výkladem měl pochopit i průměrný žák
- **didaktické hry** - většina her je sestavena k podpoře názornosti, která je na prvním stupni nezbytná k pochopení nové látky, schopnost abstrakce je pro děti náročná, potřebují si věci "osahat", prakticky s věcmi manipulovat a řešit navozené situace z reálného života

2.1 Pracovní listy




Mé pracovní listy obsahují základní výklad učiva, který by dětem měl být srozumitelný a měl by jim poskytnout vodítko k pochopení jednotlivých témat. Samozřejmě, že je velmi vhodné, aby výklad v pracovním listě byl doplněn motivovaným výkladem učitele, pouhé individuální přečtení je pro děti naprosto nepostačující a může vést ke zkreslení a k chybnému osvojení. Zjistila jsem totiž při práci s dětmi, že většina dětí nevěnuje textu dostatečnou pozornost, některé informace si děti přečtou jen "napůl", což vede ke zmíněným chybám. To vše souvisí se čtenářskou gramotností žáků, ne každý žák dokáže opravdu do


Ke každému pracovnímu listu uvedu jednoduchou tabulku s vysvětlujícími informacemi. Pracovní listy ověřím v praxi se žáky, analyzuji jejich činnost a možné chyby, kterých se žáci dopouštějí. Na každém pracovním listě je i obláček, do kterého můžeme zapisovat čas, který jsme listu věnovali. Mně tato kolonka posloužila k porovnání rychlosti a kvality pracovního tempa žáků napříč ročníky.

Ještě než přejdu k samotným pracovním listům, budu se v následující části věnovat sebehodnocení žáků, které je také součástí pracovních listů a je nedílnou součástí hodnocení činností i výsledků vůbec. Je důležité žáky k práci se sebehodnocením motivovat, vysvětlit jim princip a důležitost schopnosti hodnocení vlastní osoby. K tomu je nejvhodnější motivovaný rozhovor, kdy učitel rozebere způsob hodnocení - já jsem použila emotikony smajlíků. To, co představuje každý emotikon jsem uvedla v tabulce, je nutné význam s dětmi rozebrat a zodpovědět jejich otázky, aby došlo k naprostému pochopení.

2.1.1 Sebehodnocení

Pro svou práci jsem zvolila sebehodnocení formou jednoduchých emotikonů, které jsou dětem na prvním stupni blízké a je pro ně snazší se s nimi ztotožnit. Jejich zavedení do běžné výuky by měl předcházet motivační rozhovor, který by žákům poskytl určitý návod a objasnil jim, co který emotikon v hodnotící škále představuje. Vytvořila jsem tedy jednoduchou tabulku, která byla neustále dětem k dispozici a mně i dětem sloužila jako praktické vodítko. Před použitím a prací s tabulkou bylo nutné věnovat jejímu vysvětlení a pochopení dostatek času a názorně dětem vysvětlit užití jednotlivých formulací na příkladech z praxe. Uchopení a práce s touto tabulkou závisí na osobnosti učitele a na tom, jak ji ve své školní praxi uchopí a "přizpůsobí k obrazu svému".

	<p>Zadání úkolu jsem rozuměl/a a jeho splnění pro mne bylo snadné. Myslím si, že jsem se nedopustil/a chyb a nepotřeboval/a jsem pomoc učitele ani kamarádů.</p>
	<p>Zadání úkolu jsem rozuměl/a, ale potřeboval/a jsem upřesňující informace od učitele nebo kamaráda. Splnění úkolu se mi zdálo snadné, ale nejsem si úplně jistý/jistá, že jsem se nedopustil/a chyb.</p>
	<p>Zadání úkolu jsem rozuměl/a částečně, potřeboval/a jsem větší pomoc učitele nebo kamaráda. Splnění úkolu pro mne nebylo příliš jednoduché, potřeboval/a jsem zpětnou vazbu a kontrolu učitele nebo kamaráda v průběhu své práce s úkolem. Myslím si, že jsem se dopustil/a chyb.</p>

	<p>Zadání úkolu jsem téměř nerozuměl/a, bez průběžné pomoci učitele nebo kamaráda bych nebyl/a schopný/schopná úkol dokončit. Splnění úkolu bylo pro mne velmi obtížné, bez kontroly učitele nebo kamaráda bych vůbec nevěděl/a zda pracuji správně. Dopustil/a jsem se mnoha chyb.</p>

2.1.2 Charakteristika školy

Ráda bych charakterizovala školu, ve které jsem prováděla experimentální šetření a v praxi také ověřovala navrhované postupy při zavádění zlomků.

Základní škola Borek je pětiletá škola s plně organizovaným 1. stupněm. Právní subjekt slučuje základní školu, mateřskou školu, školní družinu a školní jídelnu.

Obecné podmínky ke vzdělávání a celkový rozvoj osobnosti jsou na škole optimální. Děti přicházejí z místní mateřské školy velmi dobře připraveny. Promyšlená forma zápisu do 1. třídy dobře zmapuje aktuální úroveň dovedností předškoláků. Učitelky v mateřské škole pak intenzivně pracují se zjištěnými skutečnostmi. Pro většinu dětí pak zahájení školní docházky znamená, kromě změny učitelky, už jen změnu místnosti v budově, kterou jinak důvěrně zná. Škola má rodinnou atmosféru. Počet žáků ZŠ je v současnosti 106, z toho většinu tvoří žáci mající trvalé bydliště v Borku. Průměrná naplněnost tříd je 20 žáků.

Vybavenost školy je nadprůměrná díky sponzorům. Ve škole je počítačová učebna s interaktivní tabulí, každý žák má notebook. Všechny třídy mají vlastní interaktivní tabuli a dataprojektor. Také vybavení pomůckami je na vysoké úrovni.

Matematika se na škole vyučuje podle nejnovějších učebnic nakladatelství Fraus, spolupracuje i přímo s autorem prof. Hejným. Učebnice vlastní také v elektronické podobě. Vše je podřízeno vzdělávání žáků. Výuka je maximálně efektivní, ale také hravá a přirozená.

2.1.3 Pracovní list - Zlomek - polovina

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1. - 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	1. - 2. ročník - slouží jako výklad nového učiva 3. - 5. ročník - slouží jako jednoduché opakování
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - polovina
Vyučovací cíl	Pochopení vztahu celek a jeho polovina, zavedení pojmu zlomek, pochopení dělení na poloviny a matematický zápis zlomku jedna polovina
Časová dotace	Včetně použití didaktických her, vhodné motivace a následného procvičení doporučuji věnovat tomuto tématu alespoň 3 vyučovací hodiny

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

Může ve spojení s didaktickou hrou trvat klidně celou vyučovací hodinu, chápu ji jako průpravu k hlavní části, čím lépe děti do problému proniknou již v úvodu, tím snazší je další osvojování nového poznatku.

Prvotní částí motivace by měl být rozhovor s žáky na téma celek a jeho část. Je důležité zjistit, co pro děti slovo celek znamená, jaké představy mají s tímto pojmem spojené. Jejich představy jsou východiskem k našemu výkladu. Je

dobré si příklady "celků" vhodných k dělení ukázat (obrázky, předměty ve školní třídě, ...).

Druhým krokem je vysvětlit dětem rozdíl: část a stejná část celku - zlomek. K tomu můžeme použít praktickou demonstraci - např. Dětem ukáží jablko a rozkrájím ho na části různé velikosti. Zeptám se dětí, jaké části vidí, zda jsou všechny stejně velké nebo různě velké. Vzájemný rozhovorem dojdeme k výsledku, že části jsou různé. Potom vezmu druhé jablko a mohu se zeptat, zda by jej někdo neuměl rozdělit na dvě naprosto stejné části - poloviny. Vybrané dítě naznačí a poté uskuteční rozdělení jablka na dvě poloviny. Opět pomocí vzájemného rozhovoru vyvodíme základní vlastnost zlomků - zlomky jsou naprosto stejné části jednoho celku. Vybídnu děti k tomu, aby mi vyjmenovávaly další "celky" z běžného života, které můžeme dělit na dvě poloviny.

2. Didaktická hra

Je dobré nové poznatky ověřit prakticky. Můžeme použít např. didaktickou hru **Lovení fazolí, Hledej obrázek nebo Veselá ochutnávka**, apod. (viz kapitola).

Zde bych ponechala prostor pro fantazii učitele.

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

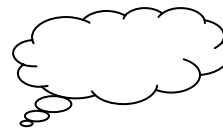
U prvního a druhého ročníku je vhodné pracovat s textem společně a neustálými otázkami zjišťovat, zda žáci chápou obsah a rozumí mu. Pokud tento list použiji u vyšších ročníku jako opakování, mohou děti pracovat samostatně. U jednotlivých úkolů již žáci pracují samostatně. Způsob, jakým učitel uchopí tento list opět nechávám na jeho uvážení. Důležité je vysvětlit a rozebrat s dětmi sebehodnotící emotikony - viz. kapitola sebehodnocení.

Na následujících stranách uvádím zadání pracovního listu, vypracované listy žáky jsou součástí přílohy 1.

Pracovní list - Zlomek - polovina

Jméno:

Čas:



Třída a věk:

Jakub a Eliška jsou velmi dobří kamarádi.



Jednou, když si společně hráli, začali se přetahovat o plyšového medvídka, kterého Eliška dostala od maminky.



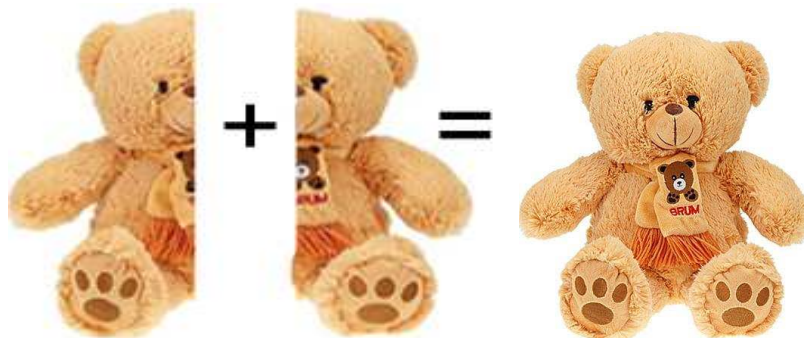
Protože oba dva chtěli medvídka jen pro sebe, nemohlo to dopadnout jinak, než že medvídka přetrhli na dvě stejné části.



Protože to byly **2 stejné části**, tak Jakub i Eliška měly každý **jednu polovinu** medvídka. Jedna polovina se dá zapsat jako $\frac{1}{2}$. Tento zvláštní zápis si můžeme představit takto:

- 1 jeden medvídek**
- SE ROZTRHL (ROZDĚLIL)**
- 2 na dvě části**

Oběma bylo medvídka líto a tak poprosili maminku o pomoc. Maminka vzala jehlu a nit a obě poloviny medvídka sešila opět k sobě. **Ze dvou polovin medvídka** maminka opět udělala **jednoho celého medvídka**. To znamená, že když dáme **jednu a jednu polovinu dohromady, získáme jeden celek**.

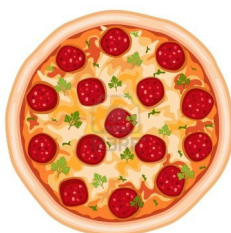


Matematicky bychom to zapsali takto:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Teď už všichni víme, co se stalo s medvídkem a já jsem si pro Vás - děti, připravila několik úkolů, abych zjistila, jestli už víte, co je to polovina nějakého celku. Celek pro vás může být jakákoliv věc, např. jablíčko, koláč, dort, Připravte se, je tu první úkol:

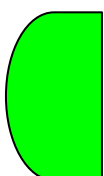
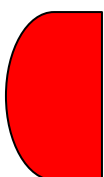
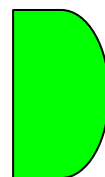
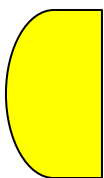
1. V tomto úkolu jsem si pro Vás připravila 5 obrázků. Dokážeš je tužkou rozdělit na dvě stejné poloviny? Zkus to:




Hodnocení:

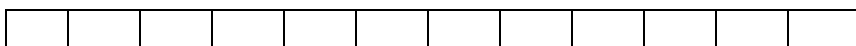
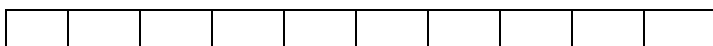
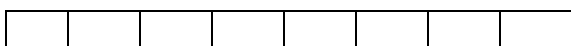





2. V tomto úkolu si zahrajete na "detektivy" a budete hledat dvě stejně barevné poloviny jednoho oválu. Obě poloviny spojte pastelkou.



Hodnocení:    

3. Mám tu pro tebe další úkol. Jakub si rozdělil tyčky pomocí čtverečků na stejné části. Dokážeš vybarvit polovinu tyčky?



Hodnocení:    

4. A teď mám pro tebe malý matematický "oříšek". Jakub s Eliškou dostali od Eliščiny maminky deset ovocných bonbónů. Dokázal bys je spravedlivě rozdělit? Červeně zakroužkuj bonbóny pro Elišku a modře bonbóny pro Jakuba.



Hodnocení:



5. Můj poslední úkol je velmi jednoduchý - protože jsme si celou dobu povídali o tom, co je to jedna polovina, zkusíme si ji také správně matematicky zapsat. Věřím, že to pro tebe bude "hračka". Do řádku zkus alespoň třikrát opsat jednu polovinu podle vzoru:

$$\frac{1}{2}$$

Hodnocení:



A jsme na konci mých úkolů. Doufám, že slovo polovina je ti jasné a dokážeš již lépe věci rozdělit a to přesněji - rozdělit celek na dvě stejné části = poloviny. Vím, že jsi hodnotil, jak se Ti každý z úkolů povedl a nyní, když jsi na konci své práce, chci od tebe poslední hodnocení:

ROZUMÍM TOMU, CO JE CELEK A JEHO POLOVINA.

Hodnocení:



4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

Opět pomocí rozhovoru zjišťujeme, jak žáci pochopili látku, zda ji rozumí a zda došlo k vytvoření správné představy. Je důležité zjistit, jaké pocity provázely samostatnou práci žáků, jak hodnotí svou úspěšnost,

Způsoby, jakými může učitel dále toto učivo procvičovat již nechávám na jeho volbě, já jsem se zaměřila na zavedení a výklad pojmu celek a jeho polovina - zlomek.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Myslím si, že jsem pracovní list sestavila přiměřeně náročný k věku zkoumané skupiny, sami děti po jeho vypracování zkonstatovali, že byl "lehký" jedna žačka z 1. třídy - Anička, odpověděla, že nejprve si myslela, že je "prostředně" těžký, ale při samotné práci si uvědomila, že je vlastně lehký. Grafickou úpravu děti také hodnotili dobře, list byl pro ně přehledný a obrázky jim pomáhaly k lepšímu pochopení. Dále se jim také líbilo vysvětlení učiva formou příběhu dvou dětí. Dokonce sami děti řekly, že by v pracovním listě chtěly ještě více úkolů. Na obrázcích byly děti dokonce schopny ukázat i různé způsoby dělení celků na části (u čtverce, kruhu, obdélníku, ...).

Tento pracovní list jsem cíleně směřovala na žáky prvního a druhého ročníku. Jelikož jsem pracovala pouze s vybraným vzorkem dětí (13), a to s oběma ročníky najednou, byla má práce sice specifická, ale o to jednodušší než práce s celým třídním kolektivem. Doporučuji v úvodní fázi - motivační - děti rozdělit do malých skupin, nejlépe čtveřic a třídu upravit pro skupinovou práci (spojit vždy dvě lavice a vytvořit tak "pracovní hnízda"). Je důležité vždy naprosto přesně vysvětlit náš záměr - hlavně u didaktických her, kde musíme vysvětlit postup, pravidla a nastínit cíl. Zjistila jsem také, že výklad velmi dobře podpořilo využití interaktivní tabule, kde děti mohly rozdělovat mnou připravené jednoduché obrázky na poloviny. V motivační fázi jsem také využila přehýbaní proužku a archu papíru, děti přehýbaly i jednoduché geometrické tvary, které si vystřihly. Některé činnosti mohly být pro děti zdoluhavé, měla jsem je zkrátit.

V závěrečné části při rozhovoru jsem byla velmi mile překvapena, protože děti sami byly schopny říci, že zlomek je **stejná** část celku, chápali matematický zápis zlomku a dokonce sami uměly uvést příklad, že "jedna lomeno

pěti" znamená, že celek je rozdělen na pět částí - pětín. Padali i názvy třetiny, šestiny, ... dokonce jsme došli k tomu, že se lépe rozdělují celky na sudý počet částí. Děti byly schopné bez problémů použít zlomek jako operátor, protože bez zaváhání odpovídaly na otázky typu: Kolik je jedna polovina z deseti? a to naprosto správně. Jako nejtěžší úkol označily děti úkol číslo pět, kdy napoprvé nepochopily, že mají pouze opsat matematický zápis zlomku jedna polovina.

Při hodnocení vypracovaného listu mi nešlo o naprostou přesnost při grafickém dělení a znázorňování, ale o naznačený správný postup řešení úkolu.

2.1.4 Pracovní list - Zlomek - čtvrtina

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1. - 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	1. - 2. ročník - slouží jako výklad nového učiva 3. - 5. ročník - slouží jako jednoduché opakování
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - čtvrtina
Vyučovací cíl	Pochopení vztahu celek a jeho čtvrtina, ověření zavedení pojmu zlomek, pochopení dělení na čtvrtiny a matematický zápis zlomku jedna čtvrtina
Časová dotace	Včetně použití didaktických her, vhodné motivace a následného procvičení doporučuji věnovat tomuto tématu alespoň 3 vyučovací hodiny

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

Opět zopakuji, může ve spojení s didaktickou hrou trvat celou vyučovací hodinu, chápu ji jako průpravu k hlavní části, čím lépe děti do problému proniknou již v úvodu, tím snazší je další osvojování nového poznatku.

V motivovaném rozhovoru si nejprve připomeneme učivo o zlomku a jeho polovině, můžeme k tomu dobře využít rozbor vypracovaných pracovních listů. Poté opět přistoupíme k výkladu pomocí praktické demonstrace. Je dobré opět využít např. jablka - vybrané děti nejprve jablko rozkrojí na dvě poloviny, poté děti požádáme, aby poloviny jablka rozdělily každou ještě na polovinu. Děti tak prakticky zjistí, že celek je rozdělen na čtyři stejné části - čtvrtiny. Hovoříme s dětmi o jejich chápání pojmu čtvrtina a ukazujeme si na vhodných objektech či obrázcích, jak celky dělit na čtvrtiny. Protože děti již mají zažitou práci s polovinami a pojem zlomek a jeho část již znají, je tato fáze mnohem jednodušší.

2. Didaktická hra

Je opět dobré nové poznatky ověřit prakticky. Můžeme použít již známé didaktické hry **Lovení fazolí**, **Hledej obrázek** nebo **Veselá ochutnávka**, apod. (viz kapitola).

Jejich znalost dětmi nám usnadní výklad, děti již znají pravidla a věnují více pozornosti samotné činnosti. Volba je opět na učiteli.

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

U prvního a druhého ročníku je opět vhodné pracovat s textem společně a neustálými otázkami zjišťovat, zda žáci chápou obsah a rozumí mu. Pokud tento list použijí u vyšších ročníku jako opakování, mohou děti pracovat samostatně. U jednotlivých úkolů již žáci pracují samostatně. Způsob, jakým učitel uchopí tento list opět nechávám na jeho uvážení.

Na následujících stranách uvádím zadání pracovního listu, vypracované listy žáky jsou součástí přílohy.

Pracovní list - Zlomek - čtvrtina

Jméno:

Čas:



Třída a věk:

Vzpomínáš si na naše kamarády z minulého pracovního listu? Pomůže ti obrázek:



Zkus doplnit: Holčička se jmenuje E _ _ Š _ A .

Chlapec se jmenuje J _ K _ B .

Doufám, že se ti jména povedlo doplnit a pokud ne, já ti je ve svém dalším vyprávění prozradím. Eliška s Jakubem si dnes na návštěvu pozvali své dva spolužáky Terezku s Davidem.



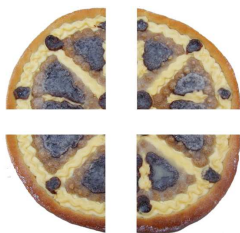
Eliščina maminka jim jako občerstvení upekla opravdu výborný koláč.



Eliška s Jakubem chtěli koláč spravedlivě rozdělit na čtyři stejné díly. Nyní ti ukážu, jak postupovali. Nejprve si koláč rozdělili na dvě stejné poloviny.



Potom každou polovinu rozdělili takto:

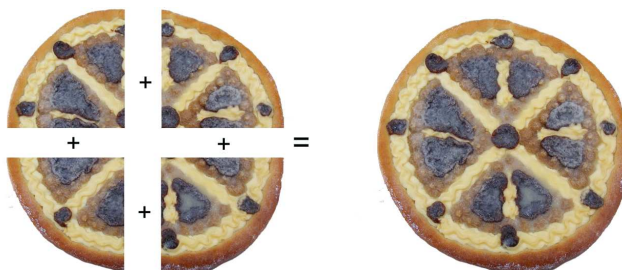


Vznikly jim tak **čtyři stejné části - čtvrtiny**. Každý tak dostane **jednu čtvrtinu**

koláče. **Jedna čtvrtina** se dá zapsat jako $\frac{1}{4}$. Tento zvláštní zápis si opět můžeme představit takto:

1 jeden celý koláč
— SE ROZDĚLIL
4 na čtyři stejné části

A tak tedy platí, že ze čtyř stejných částí = čtvrtin koláče bychom opět dostali jeden celý koláč. To znamená, že když dáme **jednu a jednu a jednu a jednu čtvrtinu dohromady, získáme jeden celek.**

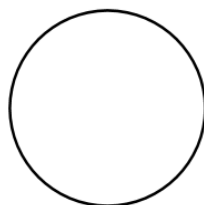
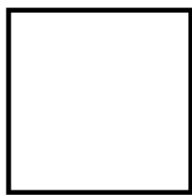


Matemicky bychom to zapsali takto:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

Nyní, když jsi viděl, jak Eliška s Jakubem rozdělili koláč na čtvrtiny, určitě bys také uměl rozdělit celek na čtyři stejné části = **čtvrtiny**. Tak si tě trochu "vyzkoušíme" na několika úkolech. Připrav se, začínáme!

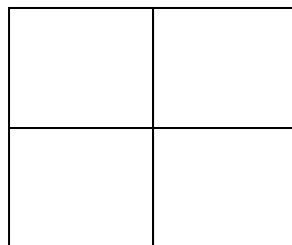
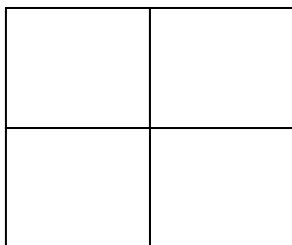
1. V tomto úkolu jsem si pro Vás připravila pět tvarů. Dokážeš je tužkou rozdělit na čtyři stejné čtvrtiny? Zkus to:



Hodnocení:

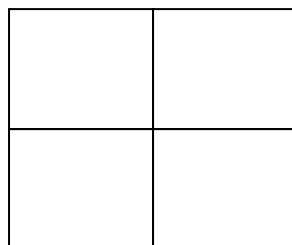
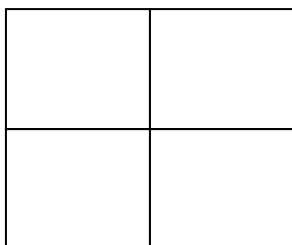


2. V tomto úkolu budeš hlavně vybarvovat. Připrav si žlutou, červenou, modrou a zelenou pastelku.



Vybarvi žlutě jednu čtvrtinu.

Vybarvi červeně dvě čtvrtiny.



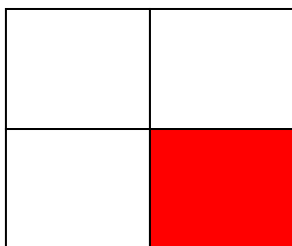
Vybarvi modře tři čtvrtiny.

Vybarvi zeleně čtyři čtvrtiny.

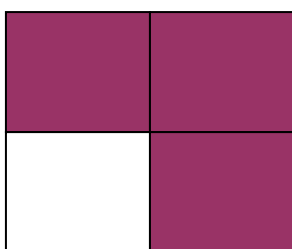
Hodnocení:



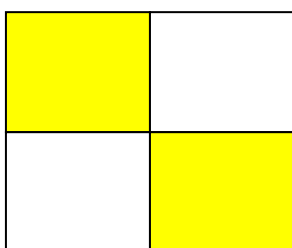
3. Nyní budeš spojovat obrázky s označením toho, kolik vybarvených částí na něm vidíš.



Jsou vybarveny dvě čtvrtiny.



Je vybarvena jedna čtvrtina.



Jsou vybarveny čtyři čtvrtiny.



Jsou vybarveny tři čtvrtiny.

Hodnocení:    

Na závěr opět ohodnot' to, jak nyní rozumíš tomu, co je to čtvrtina.

VÍM, CO JE ČTVRTINA CELKU A DOKÁŽU JEDNODUCHÝ TVAR ROZDĚLIT NA ČTVRTINY.

Hodnocení:    

4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

Opět pomocí rozhovoru zjišťujeme, jak žáci pochopili látku, zda ji rozumí a zda došlo k vytvoření správné představy. Hodnocení je již jednodušší, protože žáci za sebou mají prvotní zkušenost s prací se zlomky a jejich polovinou. Je i nyní důležité zjistit, jaké pocity provázely samostatnou práci žáků, jak hodnotí svou úspěšnost,

Způsoby, jakými může učitel dále toto učivo procvičovat již nechávám na jeho volbě, já jsem se zaměřila na zavedení a výklad pojmu celek a jeho čtvrtina .

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Jelikož je tento pracovní list obdobou předchozího pracovního listu, děti práci s ním přijaly naprosto přirozeně a nedělala jim větší problémy. Žáci druhého ročníku dokonce projevili přání pracovat s celým pracovním listem samostatně a na základě jejich výsledku mohu říci, že učivu porozuměli a náročnost pracovního listu je opět přiměřená. U všech pracovních listů jsem se totiž snažila, aby listy byly srozumitelné i pro žáky méně nadané s průměrnými studijními výsledky. Myslím si totiž, že není nutné žáka "zastrašit" přílišnou náročností vykládaného učiva, ale naopak - podat mu nutný základ, který pak budeme snáze rozvíjet.

Děti velmi bavilo (stejně jako u poloviny), když jsme hledali příklady z běžného života, kde se objevuje slovo čtvrtina a dělení na čtvrtiny (zajímavosti byly slova typu "tříčtvrťáky", čtvrtka, čtvrták , tříčtvrteční rukáv, ...). Úkoly dětem přišly velmi jednoduché, pouze u Aničky došlo k špatnému pochopení 2. cvičení, což pramenilo z nepozorného přečtení textu. Úkol jsme spolu rozebrali a Anička si chybu uvědomila. Děti bavilo rozdělování objektů (1. cvičení) a spojování obrázku se slovním označením (3. cvičení). Grafická úprava se dětem opět líbila a kladně hodnotily přehlednost. V závěrečném rozhovoru a při rozboru výsledků práce jsem si mohla ověřit, že děti učivu porozuměly. Opět byly děti schopny pracovat se zlomkem jako s operátorem, uměly si postupným dělením zjistit, kolik je jedna čtvrtina z osmi, dvanácti,

Samotná motivační fáze s demonstrací a didaktickými hrami proběhla lépe než poprvé, měla větší spád a prostoje mezi činnostmi byly skoro neznatelné.

2.1.5 Pracovní list - Zlomek - polovina a čtvrtina opakování

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1. - 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	1. - 2. ročník - slouží jako opakování nového učiva 3. - 5. ročník - slouží jako jednoduché opakování
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - polovina a čtvrtina opakování
Vyučovací cíl	Pochopení vztahu celek a jeho polovina a čtvrtina, ověření zavedení pojmu zlomek, pochopení dělení na poloviny a čtvrtiny a matematický zápis zlomku jedna polovina a jedna čtvrtina
Časová dotace	Včetně vhodné motivace doporučuji věnovat tomuto tématu 1 vyučovací hodinu

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

V motivační fázi pomocí rozhovoru zjistíme, zda si děti uchovaly vyložené učivo v paměti, prověříme jeho pochopení, můžeme zařadit jednoduchou didaktickou hru (2.), ale mně stačil motivační rozhovor.

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

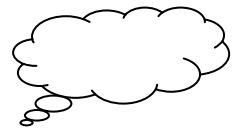
Tentokrát děti budou s pracovním listem pracovat samostatně, pouze u prvního ročníku nabídneme individuální pomoc při práci s textem úkolů. Připomeneme pravidla sebehodnocení, které je součástí pracovního listu. Děti se v průběhu práce s listem mohou o pomoc obracet nejen ke mně, ale i ke svému kamarádovi. Zde je vlastní pracovní list:

Pracovní list - Zlomek – polovina a čtvrtina

opakování

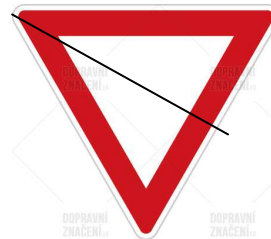
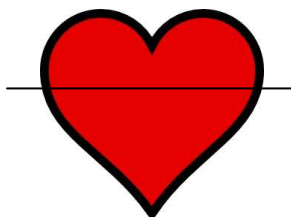
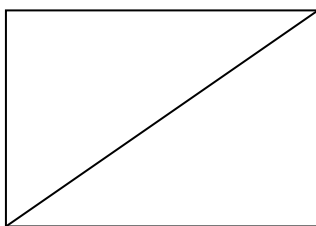
Jméno:

Čas:



Třída a věk:

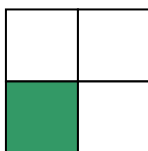
1. V tomto cvičení Eliška s Jakubem rozdělovali obrazce na polovinu, ale dopustili se tří chyb. Najdi je a v obrazci správně vyznač červenou pastelkou polovinu.



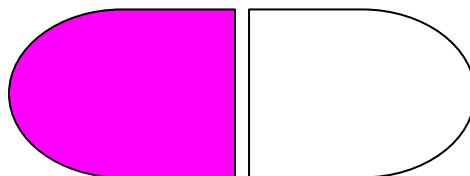
Hodnocení:



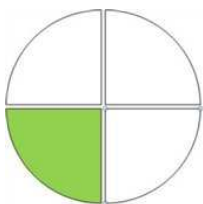
2. V tomto cvičení je v obrazci vybarvena buď jedna polovina nebo jedna čtvrtina. Vyber k obrázku správný zlomek, chybný zlomek z dvojice škrtni:



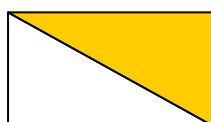
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

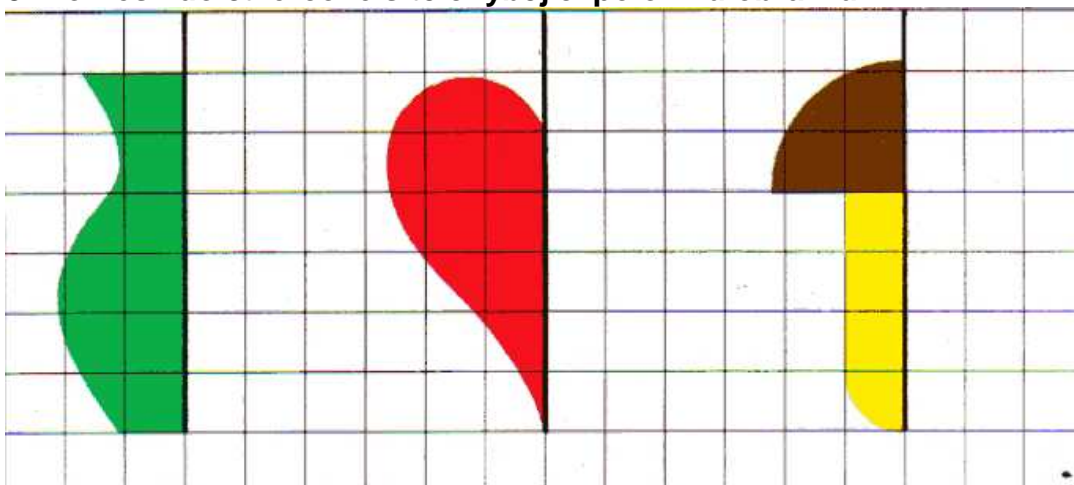


$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

Hodnocení:



3. Dokresli do čtvercové sítě chybějící polovinu obrázku:



Hodnocení:



4. Eliščina maminka koupila k svačině 12 rohlíků. Eliška snědla jednu čtvrtinu. Dokážeš zjistit, kolik rohlíků snědla?

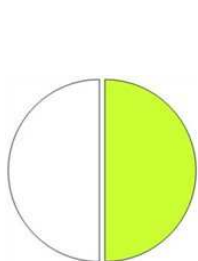


Eliška snědla rohlíků.

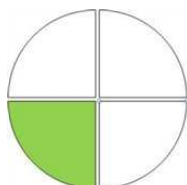
Hodnocení:



5. Podle obrázku doplň správně zlomek tak, aby platil:



$\frac{1}{\quad}$



$\frac{1}{\quad}$

Hodnocení:



4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

K závěrečné části jsem využila společnou kontrolu vypracovaného listu. Děti si vzájemně své vypracované listy vyměnily a společně jsme všichni rozebírali a hodnotili jednotlivá řešení a jejich správnost. Hlavní slovo jsem přenechala dětem a směřovala jsem je vhodně volenými otázkami. Je zajímavé vést děti k co nejvíce objektivnímu hodnocení práce někoho jiného a děti velmi bavilo hledání chyb v jednotlivých úkolech. Musím říci, že děti někdy byly v hodnocení práce druhého velmi přísné. Tuto přísnost by jistě ne zvolily při hodnocení své práce.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Protože tento list byl již třetím v řadě, děti již měly zažitá pravidla a vyložené učivo a jeho aplikace jim již nedělalo velké problémy. Asi nejvíce chyb se děti dopustily v 1. cvičení, ve kterém měli hledat chybné rozdělení tvarů na poloviny. Nejčastěji chybovaly v obrázku dopravní značky, objevily se chyby i u obrázku motýla. Hledání chyb je pro děti náročná operace, ale i přesto se mnoho testovaných dětí tohoto úkolu zhostilo na výbornou.

Druhé cvičení děti zvládly výborně, pouze v jednom případě (u Sofie), došlo k nesprávnému spojení obrázků se zápisem zlomku jedna čtvrtina. Při dokreslování druhé poloviny obrázku ve čtvercové síti u 3. cvičení se projevila jak pečlivost, tak pozorovací talent dětí. Musím říci, že některé děti znázornění odbyly, svou půlku objektu nevybarvily, což popírá naprostou shodnost obou polovin. Tato cvičení podporují geometrickou představivost a je důležité je do učiva matematiky zařazovat. Cvičení čtyři děti vypracovaly na 100%, zadání praktické úlohy pochopily a většinou postupovaly metodou postupného dělení nebo si opticky rozdělily znázorněné rohlíky na čtyři skupiny. Žáci vyšších ročníků jednoduše počet rohlíků vydělili čtyřmi.

V 5. cvičení měly děti doplnit jmenovatele zlomku podle obrázku a při vypracování tohoto úkolu došlo u žáků pouze k jediné chybě. Celý list děti zhodnotily opět jako snadný, přehledný a srozumitelný. Ani žáci prvního ročníku nepotřebovali žádnou výraznou pomoc a byli schopni s úkoly samostatně pracovat. Jsem velmi ráda, že se dětem práce se mnou líbila a většina činností proběhla podle mého záměru a představ.

2.1.6 Pracovní list - Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1. - 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	3. - 5. ročník
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků
Vyučovací cíl	Pochopení vztahu celek a jeho část, ověření zavedení pojmu zlomek, pochopení dělení celku na části a matematický zápis zlomku s pojmenováním částí zápisu (čitatel, zlomková čára, jmenovatel), princip pojmenovávání zlomků (poloviny, třetiny, pětiny, ...), schopnost zapsat zlomkem znázorněnou část a naopak - znázornění části podle zlomku, znázornění zlomku na číselné ose
Časová dotace	Včetně vhodné motivace doporučuji věnovat tomuto tématu cca 3 vyučovací hodiny

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

V úvodní části se opět zaměříme na to, co už děti o zlomcích vědí. I když pracujeme již se staršími žáky, může se stát, že jejich představy nejsou naprosto správné a potom bychom "stavěli" na špatných základech. Je nutné žákům často připomínat, že zlomky jsou naprosto stejné části celku. V rozhovoru opět můžeme využít např. prezentaci v power pointu nebo digitální učební

materiál. Pro prezentaci celku a jeho dělení na části jsem využila jednoduchou demonstraci. Vzala jsem starý porcelánový talíř, který jedno z dětí "upustilo" vší silou do předem připraveného plechového umyvadla vystlaného látkou. Jen samotný fakt, že budou děti něco rozbít je velmi zaujal. Když jsme zkoumali tvar a velikost rozbitých částí, postupně jsme došli k tomu, že tyto části jsou nesourodé a tvarově různé, tudíž je nemůžeme zapsat zlomkem.

Druhý krok demonstrace bylo dělení kruhového koláče. Museli jsme se spočítat, kolik nás je v místnosti a navrhnout, jak koláč rozdělit, aby každý dostal stejnou část. Jelikož nás bylo i se mnou 10, potřebovali jsme 10 stejných dílů, tedy desetiny. Žáci se dohodli na postupu, že koláč nejprve rozdělí na dvě poloviny a každou polovinu dále rozdělí na 5 částí. Vidina toho, že si svůj díl budou moci sníst je vedla ke snaze o naprostou přesnost.

Dále jsme pomocí interaktivní tabule opět dělili jednoduché obrazce na různý počet částí a hledali příklady z praxe.

2. Didaktická hra

Opět můžeme zvolit libovolnou hru z mé nabídky, já jsem zvolila jednoduchou činnost **Skřítek Zlomítko řekl**, která je popsána v části Didaktické hry (viz kapitola).

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

Tento pracovní list v sobě opět obsahuje výklad. U třetího ročníku doporučuji společnou práci s textem, u čtvrtého a pátého ročníku je to na uvážení učitele. Protože jsem měla k dispozici smíšenou skupinu dětí ze třetího až pátého ročníku, pracovali jsme s úvodním textem společně a výklad jsem prokládala otázkami, které děti zodpovídaly. Žáci pátých ročníků často velice dobře uměli svými slovy ostatním mladším spolužákům vysvětlit co je podstatou. Je dobré žákům dopředu znázornit zápis zlomku na číselnou osu.

S jednotlivými úkoly pak žáci pracovali samostatně, ptali se pouze v případě, že nerozuměli zadání.

Nyní vkládám originál pracovního listu, vypracované listy žáky jsou opět v příloze.

Pracovní list - Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků

Jméno:

Čas:



Třída a věk:

Hned na začátku bychom si měli, děti, ujasnit, co je to zlomek. K tomu potřebujeme rozumět pojům **celek** a jeho **část**. Když řeknu celek, tak si můžeme představit cokoliv, např. celé jablko, celý dort, celou pizzu, celou čokoládu,



Důležité pro nás je, že věc je **celá, nic ji nechybí**. **Zlomek je část celé věci** - představte si, že rozkrájíte koláč na čtyři stejné díly.



Koláč již není celek a každý z těchto kousků koláče představuje zlomek tohoto celku - jeho jednu čtvrtinu. Důležité je si uvědomit, že **celek musím dělit vždy na stejné části**. Každý zlomek můžeme **matematicky zapsat**. Skládá se z těchto částí:

1

části nad zlomkovou čarou říkáme **čitatel**, určuje počet částí z celku

—

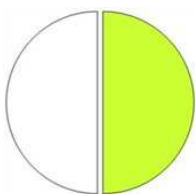
zlomková čára - naznačuje, že budeme celek dělit na části

2

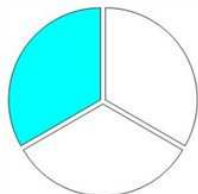
část pod zlomkovou čarou se nazývá **jmenovatel** - určuje, na kolik

stejných částí je celek rozdělen, pojmenovává celý zlomek a nesmí se rovnat **nule**

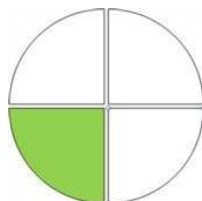
Nyní si takové dělení ukážeme na příkladech a pojmenujeme si některé zlomky.



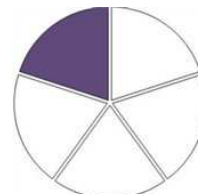
Celek je rozdělen na dvě stejné části, **poloviny**. Barevná část je $\frac{1}{2}$ - čti jedna polovina. Bílá část je také $\frac{1}{2}$.



Celek je rozdělen na tři stejné části, **třetiny**. Barevná část je $\frac{1}{3}$ - čti jedna třetina. Bílá část jsou $\frac{2}{3}$ - čti dvě třetiny.

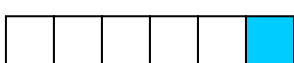


Celek je rozdělen na čtyři stejné části, **čtvrtiny**. Barevná část je $\frac{1}{4}$ - čti jedna čtvrtina. Bílá část jsou $\frac{3}{4}$ - čti tři čtvrtiny.

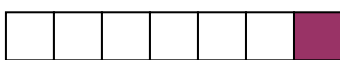


Celek je rozdělen na pět stejných částí, **pětiny**. Barevná část je $\frac{1}{5}$ - čti jedna pětina. Bílá část jsou $\frac{4}{5}$ - čti čtyři pětiny.

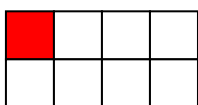
Dále vám ukáži dělení třeba u obdélníků a budeme pokračovat od pětín dále:



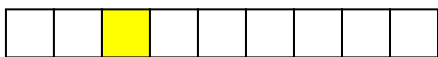
Barevná část je jedna šestina - $\frac{1}{6}$, bílá je pět šestin - $\frac{5}{6}$.



Barevná část je jedna sedmina - $\frac{1}{7}$, bílá je šest sedmin - $\frac{6}{7}$.



Barevná část je jedna osmina - $\frac{1}{8}$, bílá je sedm osmin - $\frac{7}{8}$.



Barevná část je jedna devítina - $\frac{1}{9}$, bílá je osm devítin - $\frac{8}{9}$.



Barevná část je jedna desetina - $\frac{1}{10}$, bílá část je devět desetin - $\frac{9}{10}$.

Takto bychom v dělení na stejné části mohli pokračovat dál a získávali bychom jedenáctiny, dvanáctiny,.....dvacetiny,třicetiny,čtyřicetiosminy,

Nyní mám pro vás připraveno pár jednoduchých úkolů:

1. Rozděľ daný obrazec na:



a) poloviny



b) čtvrtiny

Hodnocení:



2. Spoj zlomek s obrázkem, na kterém je vybarvená daná část:

$$\frac{1}{2}$$

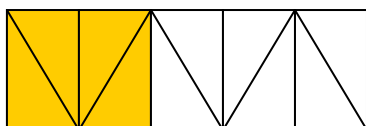
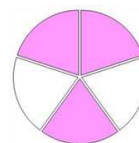
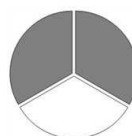
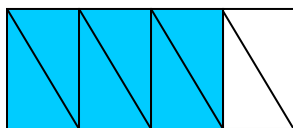
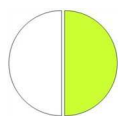
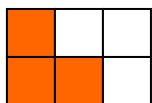
$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{10}$$

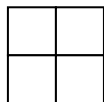
$$\frac{6}{8}$$



Hodnocení:



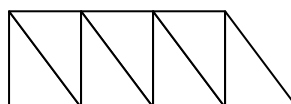
3. Vybarvi část obrázku podle daného zlomku:



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{4}{5}$$

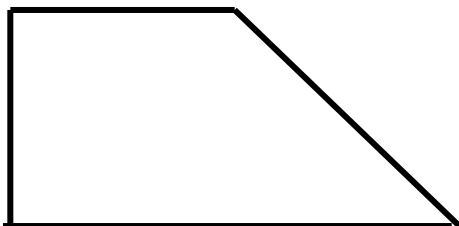


$$\frac{5}{7}$$

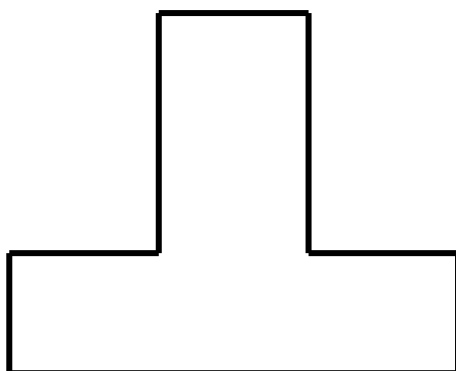
Hodnocení:



4. Rozděl tento obrázek na třetiny:



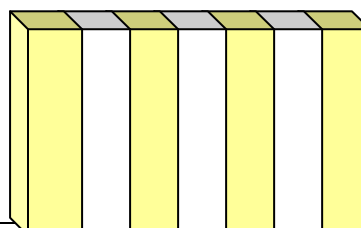
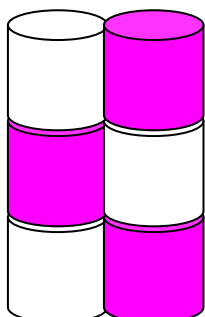
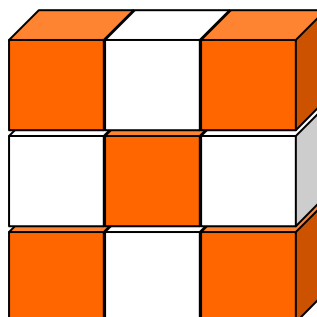
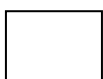
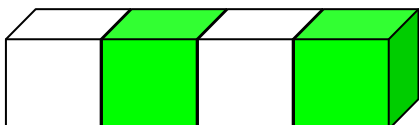
5. Rozděl tento obrázek na pětiny:



Hodnocení:



6. Zapiš do rámečku zlomkem, jaká část obrázku je vybarvena:



Hodnocení:



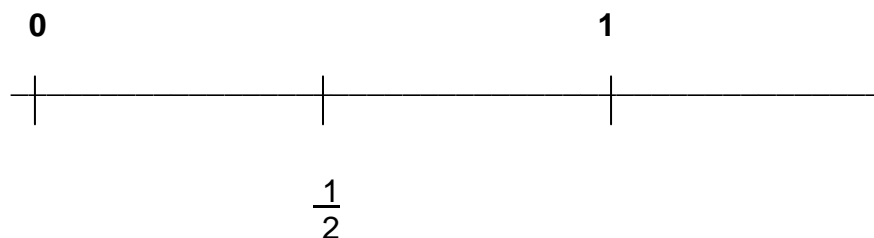
7. Rozděľ obdĺník na čtvrtiny alespoň třemi způsoby:



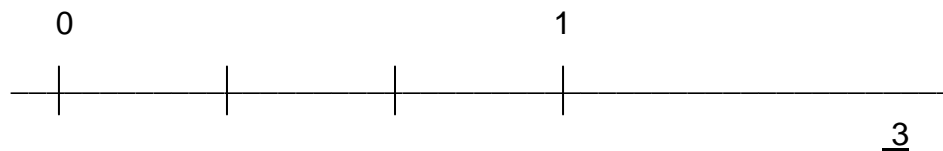
Hodnocení:



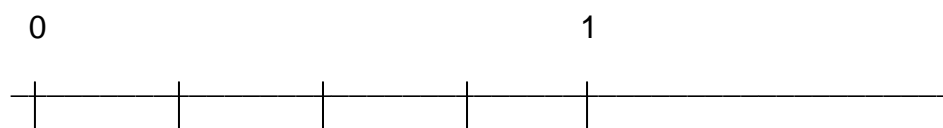
8. Zlomek můžeme také zakreslovat na číselnou osu:



Zkus na tuto číselnou osu zapsat zlomek na správné místo 2 3.



Zkus na tuto číselnou osu zapsat zlomek na správné místo 4 .



Hodnocení:



9. Na závěr jedna praktická úloha - Představ si, že tvůj spolužák přinesl pytlík bonbónů a chce ho rozdělit mezi 4 kamarády. V pytlíku je 24 bonbónů. Zkus vyřešit úlohu a do rámečku zapiš, kolik bonbónů dostane každý z kamarádů.

Hodnocení:



4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

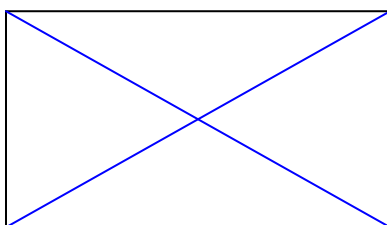
V závěru práce s pracovním listem jsme společně rozebrali postupy, které žáci používali a otázkami jsem si ověřila, zda žáci učivo chápou. Dala jsem prostor k slovnímu sebehodnocení jednotlivých žáků, mohli vyzdvihnout, co se jim podle nich povedlo a co pro ně bylo obtížné. Na toto sebehodnocení by vždy měli dostat zpětnou vazbu od učitele, můžeme pátrat společně i po příčině neúspěchu.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Ani v této části jsem nezaznamenala větší problémy s vypracováním tohoto pracovního listu. Demonstrace v úvodu děti zaujala, je důležité udržet pozornost dětí k tématu dělení celku na části než na proces "rozbíjení a jedení", což se mi ne úplně povedlo, ale nakonec jsem vše zvládla uvést do "správných kolejí".

Výklad v pracovní listě byl pro děti srozumitelný a byly schopny podle něj samostatně pracovat v jednotlivých cvičeních. Problémy děti měly pouze v 7. a 8. cvičení. V 7. cvičení mnoho dětí nejprve rozdělilo obdélník úhlopříčkami, což nerozdělilo obdélník na čtvrtiny. To platí pouze u čtverce.

Příklad tohoto řešení:



Děti jsem na chybu upozornila a došlo k opravě nesprávného řešení. V 8. cvičení jsem i já podcenila přípravu - nyní vím, že jsem měla v úvodu věnovat vysvětlení znázorňování zlomků na číselné ose více času a pozornosti. Musela jsem to napravit při samotném plnění úkolu. Přesto některé z dětí mou pomoc nepotřebovaly a cvičení vypracovaly naprosto samostatně.

V devátém cvičení řešily děti praktickou úlohu s rozdělováním bonbónu.

Překvapilo mě řešení, kdy výsledek děti zapsaly jako $\frac{6}{24}$ místo číslice 6. Pokud bychom dodali, že je to šest dvacetičtvrtin z 24, používali bychom zlomek jako operátor. Celkově však děti hodnotily tento list jako přiměřeně náročný, větší

potíže dělal žákům třetího ročníku, žáci vyšších ročníků kromě zmíněných dvou cvičení neměli s vypracováním většinou žádné problémy.

2.1.7 Pracovní list - Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků - opakování

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1. - 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	3. - 5. ročník
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků - opakování
Vyučovací cíl	Procvičení pochopení vztahu celek a jeho část, ověření zavedení pojmu zlomek, dělení celku na části a matematický zápis zlomku s pojmenováním částí zápisu (čitatel, zlomková čára, jmenovatel), princip pojmenovávání zlomků (poloviny, třetiny, pětiny, ...), schopnost zapsat zlomkem znázorněnou část a naopak - znázornění části podle zlomku, dokreslení chybějící poloviny obrazce - geometrická představivost
Časová dotace	Včetně vhodné motivace doporučuji věnovat tomuto procvičení cca 1 vyučovací hodinu + rozbor

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

V úvodu zjistíme, do jaké míry si děti pamatují probrané učivo, vyzkoušíme si je na jednoduchých příkladech, popřípadě můžeme zařadit didaktickou hru (2.), já jsem však opět vycházeli z motivačního rozhovoru a z krátkého zopakování učiva.

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

S tímto pracovním listem děti pracovaly naprosto samostatně a bez společné četby zadání. Jelikož je list přiměřeně krátký, mohu říci, že pracovní tempo bylo rychlé. Opět jsem dětem vysvětlila důležitost sebehodnocení žáků emotikony, aby nedošlo k tomu, že toto sebehodnocení budou brát jako formalitu.

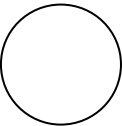
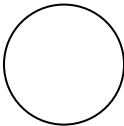
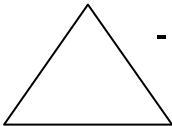
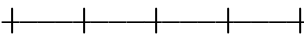
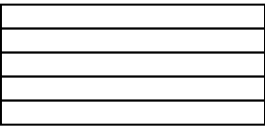
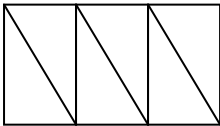
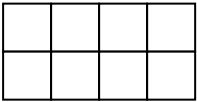
Pracovní list - Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků - opakování

Jméno:

Čas: 

Třída a věk:

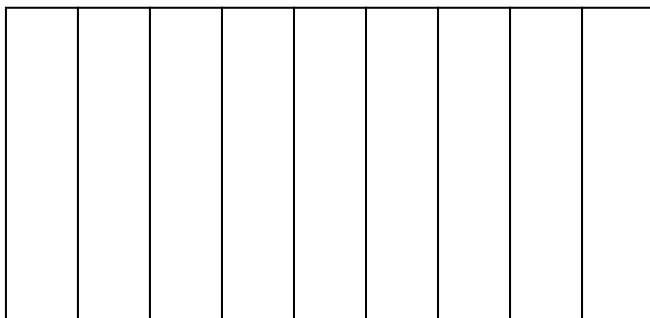
1. Vybarvi libovolnou barvou část obrazce podle daného zlomku.

$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		-		$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{8}$				

Hodnocení:



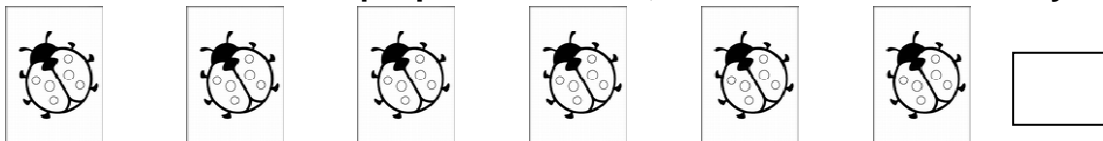
2. Pan Novák má malý plot, který je složený z devíti latěk (celý plot můžeme zapsat jako $\frac{9}{9}$). Vybarvi $\frac{2}{9}$ plotu zeleně, dál $\frac{3}{9}$ žlutě a $\frac{4}{9}$ oranžově.



Hodnocení:



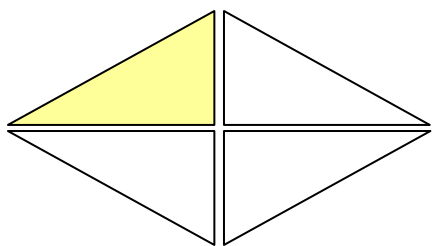
3. Na louce se sešlo šest sluníček sedmitečných. Vybarvi $\frac{2}{6}$ sluníček červeně a do rámečku zapiš pomocí zlomku, kolik sluníček zůstalo bílých.

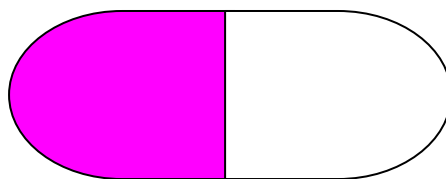


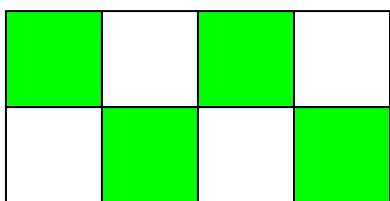
Hodnocení:

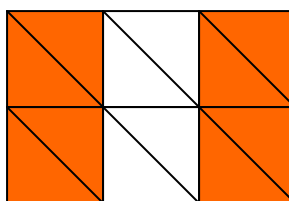


4. Zapiš zlomkem do modrého rámečku, kolik částí celku je vybarveno a do černého rámečku zapiš, kolik částí je bílých.





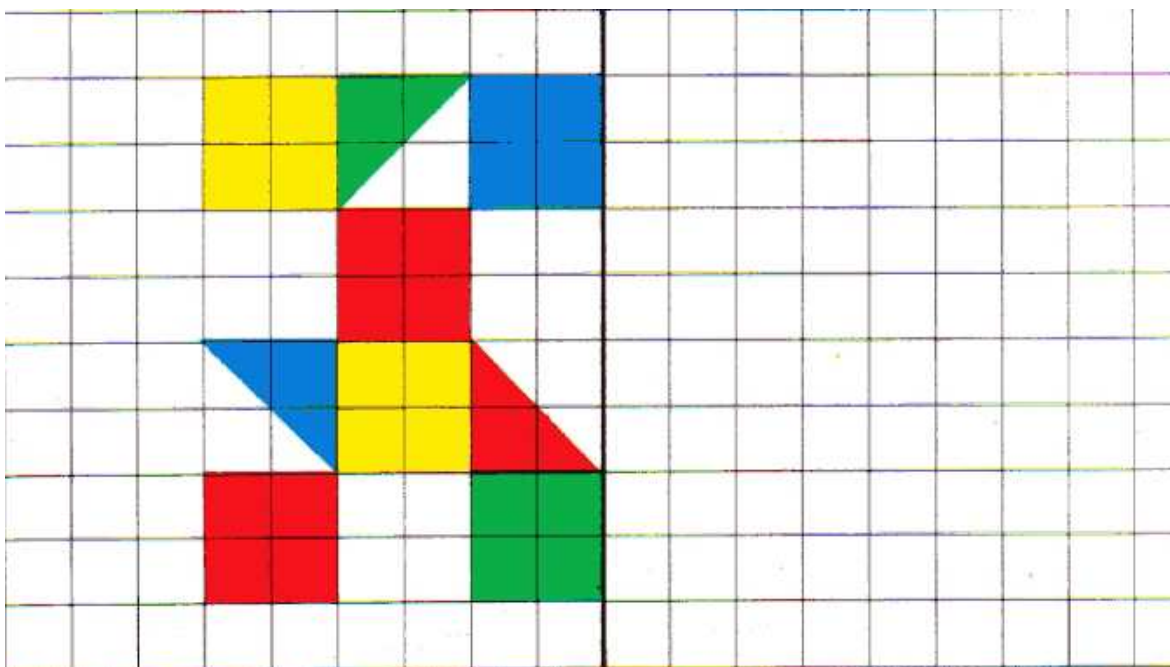




Hodnocení:



5. Nyní něco pro odlehčení. Dokresli druhou polovinu obrázku:



Hodnocení:



4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

Stejně jako u opakování v nižších ročnících jsem jako hodnocení použila vzájemnou kontrolu a rozbor práce mezi spolužáky. Děti si mezi sebou vyměnily své vypracované listy a dostaly čas k prostudování, aby tak lépe mohly hodnotit, zda jejich kamarád pracoval správně. Při hodnocení jednotlivých cvičení jsem ponechala děti, aby vyjádřily svůj názor, některé byly benevolentní k zpracování úkolů, některé děti byly příliš kritické. Pokud jsme objevili chybu, snažili jsme se s ní pracovat a využít ji jako prostředek k poučení.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

První, co jsem zjistila, bylo, že některé děti mají problém s prací s textem, proto jsem je nabádala, aby si zadání úkolů přečetly pozorně a vyvarovaly se tak chyb z nepozornosti. Celkově si myslím, že opakovací list byl pro děti jednoduchý a možná jsem jej mohla připravit trochu náročnější, ale nechtěla jsem je obtížností odradit. Chyby se objevily u znázorňování zlomku na číselnou osu a jedna drobná chyba se objevila ve 3. cvičení, kdy Anička nezapsala počet nevybarvených sluníček pomocí zlomku, což, jak jsem při rozboru zjistila, byla vina nepozorného přečtení zadání a ne nepochopení úkolu.

Opět největší problémy dětem dělalo 5. cvičení, kde děti dokreslovaly druhou polovinu obrázku. Někteří z žáků své znázornění "překombinovali" a spekulovali o tom, jak otočit modrý trojúhelník, aby byl správně vyobrazen. To bylo typické pro žáky pátého ročníku, v rozhovoru jsem zjistila, že si mysleli, že je to nějaký chyták, že to znázornění přece nemůže být tak jednoduché. Ostatní žáci většinou pracovali s tímto úkolem úspěšně a bez problémů. Jen Nikola a David (3. třída) a Natálie, Klára a Jan (5. třída) neuměli uplatnit principy symetrie. Chyby jsme společně rozebrali a snažili jsme se z nich vyvodit poučení pro příště.

Děti kladně hodnotily grafickou přehlednost listu a srozumitelnost zadání.

2.1.8 Pracovní list - Zlomek - porovnávání zlomků

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1.- 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	5. ročník
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - porovnávání zlomků
Vyučovací cíl	Zopakovat dělení zlomků na části, výklad nového učiva, ve kterém si děti osvojí postupy nutné k porovnávání zlomků
Časová dotace	Včetně vhodné motivace doporučuji věnovat zavedení tohoto nového učiva nejméně tři vyučovací hodiny

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

V úvodním rozhovoru si opět zopakujeme, co už o zlomcích víme a uvedeme si opět vhodné příklady. Do motivační fáze bych tentokrát zahrnula i **didaktickou hru**.

2. Didaktická hra

Já jsem zvolila hru **Zlomkové dlaždice**, vhodné by bylo i **Zlomkové pexeso nebo domino** (viz kapitola).

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

Tento pracovní list považuji za nejtěžší. K tomu, aby děti byly schopny porovnávat mezi sebou zlomky, musí si osvojit několik postupů, které pro ně zprvu nejsou příliš jednoduché. Je dobré před samotnou prací s dětmi zopakovat, co je to nejmenší společný násobek dvou čísel, tento pojem by měly znát již z výuky násobilky. Z důvodu obtížnosti jsem tento list zařadila pouze do páté třídy, abych si sama ověřila, jako děti učivo pochopí a osvojí si je.

S pracovním listem je vhodné pracovat v několika etapách, není vhodné zavádět veškeré učivo z tohoto listu najednou. Rozhodně s tímto pracovním listem pracujeme v úvodu a při výkladu nového učiva společně. Při plnění úkolů mohou šikovnější žáci pracovat samostatně, pokud se na to budou cítit.

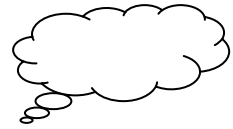
V první etapě bych se žáky probrala úvodní část a část, kde budou děti porovnávat zlomky se stejným čitatelem a zlomky s různými čitateli. Seznámí se zde se společným jmenovatelem a rozšiřováním zlomků. Třetí část, týkající se rovnosti zlomků bych zařadila do další vyučovací hodiny. Potom by mělo následovat důkladné procvičování, aby si děti naučená pravidla zautomatizovaly a aby pochopily správně princip porovnávání. Pokud by jen bezmyšlenkovitě porovnávaly zlomky podle naučeného pravidla a nechápaly princip, nedošlo by ke správnému pochopení učiva a vytvoření souvislostí.

Tento pracovní list by tedy měl být "rozmělněn" do několika částí podle intelektové úrovně třídního kolektivu a jejich pracovního tempa. Nejde nám o kvantitu, ale o kvalitu, proto musíme dětem poskytnout dostatek času k přijetí tohoto učiva.

Pracovní list - Zlomek - porovnávání zlomků

Jméno:

Čas:



Třída a věk:

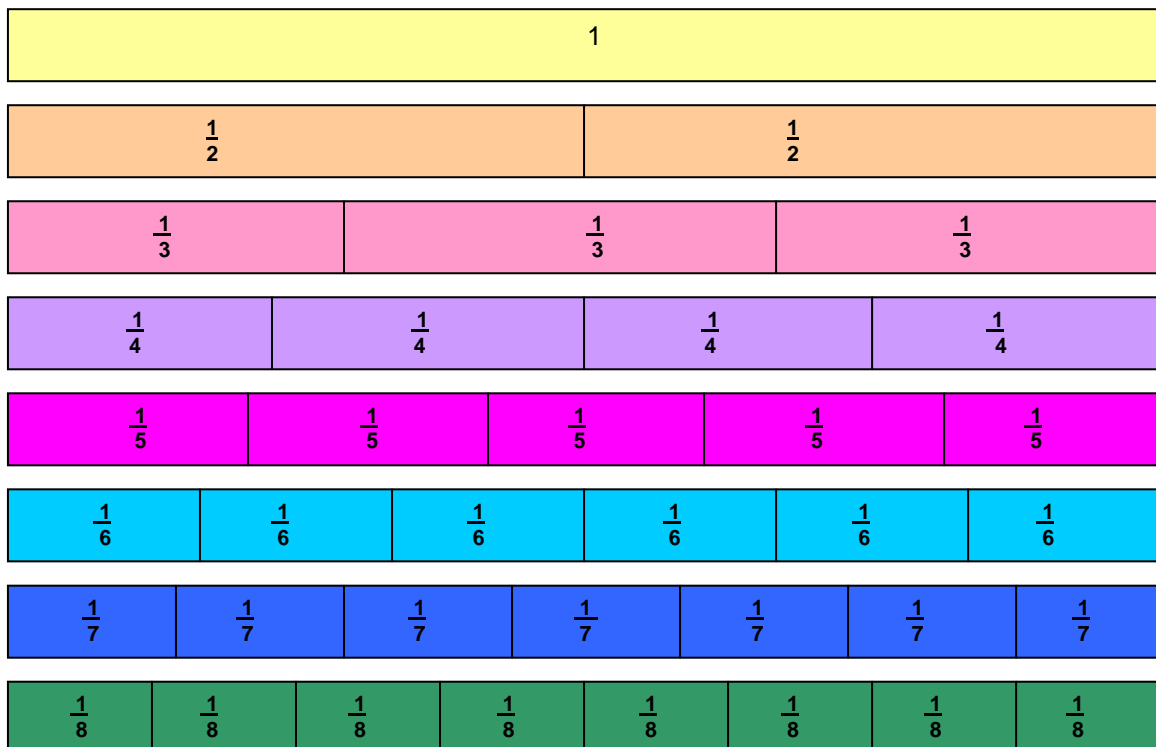
V předchozí části jsme se naučili **dělit celek na části** a pojmenovávat tyto části matematickým zápisem - **zlomkem**. Hned v úvodu si vás trochu vyzkouším: zápis **zlomku se skládá ze tří částí** a nyní budu chtít, abys je pojmenoval:

1 tato část se jmenuje **Č** _ _ _ _ _ **L**

— tato část se nazývá **Z** _ _ _ _ _ **Á Č** _ _ **A**

5 tato část se nazývá **J** _ _ _ _ _ **L**

Také je ti již jasné, že ani zlomky - stejně jako čísla - nejsou vždy stejně velká. Vezmeme si jeden praktický příklad: Představ si, že máš tabulku čokolády. Přejde k tobě 1 kamarád a ty se s ním spravedlivě rozdělíš a dáš mu polovinu. Ale co kdyby přišli 2,3,4,5,... kamarádů? Pak by ti po dělení zbývala vždy menší a menší část, že? Ukážeme si to prakticky na tomto obrázku:



Jak jste sami mohli vidět - pokud budeme dělit stejný tvar na více a více částí, části se budou zmenšovat. Proto si nyní můžeme ukázat, že i **zlomky mezi sebou můžeme porovnávat** (stejně jako čísla):

1) Porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem

- Ze dvou zlomků se stejným jmenovatelem je **větší** ten, který má **většího** čitatele.

Příklad:

$$\text{mám zlomky } \frac{5}{7}, \frac{2}{7} \implies \text{jmenovatel je stejný, čísel } 5 > 2 \implies \frac{5}{7} > \frac{2}{7}$$

A teď to zkus ty:

Porovnej tyto zlomky : $\frac{5}{9}; \frac{7}{9}$ \implies

$\frac{5}{13}; \frac{9}{13}$ \implies

$\frac{11}{21}; \frac{13}{21}$ \implies

Hodnocení:    

2) Porovnávání zlomků s různými jmenovateli

a) porovnávání zlomků, které mají stejného čitatele - Ze zlomků se stejnými čitateli je **větší** ten, který má **menšího** jmenovatele (souvisí s naším dělením na menší a menší části).

Příklad:

$$\text{mám zlomky } \frac{3}{5}; \frac{3}{7} \implies \text{čítatel je stejný, u jmenovatele platí } 5 < 7 \implies \frac{3}{5} > \frac{3}{7}$$

Teď to zkus ty:

Porovnej tyto zlomky: $\frac{5}{11}; \frac{5}{8}$ \implies

$\frac{13}{21}; \frac{13}{31}$ \implies

$\frac{7}{9}; \frac{7}{13}$ \implies

Hodnocení:    

b) porovnávání zlomků s různými čitateli - Převeď si zlomky na zlomky se stejnými jmenovateli a poté porovnávej. **Společný jmenovatel** je nejmenší společný násobek obou čísel ve jmenovateli - např. čísla 3 a 6 - nejmenší společný násobek je 6 - ve jmenovateli bude 6 nebo 2 a 7 - nejmenší společný násobek je 14 - ve jmenovateli bude 14.

Příklad:

Porovnej zlomky: $\frac{3}{4}; \frac{5}{7} \implies$ společný jmenovatel je **28**

Nyní musím zlomky upravit- rozšířit:

- vydělím si číslo 28 číslem 4 a dostanu číslo 7, kterým vynásobím číslo 3 v

čitateli $\implies \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{28} = \frac{21}{28}$

- vydělím číslo 28 číslem 7 a dostanu číslo 4, kterým vynásobím číslo 5 v čitateli

$\implies \frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{28} = \frac{20}{28}$

Rozšířením jsme získali tyto zlomky: $\frac{21}{28} > \frac{20}{28}$ proto $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

Uvedeme si ještě jeden krátký příklad:

Porovnej zlomky: $\frac{3}{4}; \frac{5}{6}$ společný jmenovatel je 12

Upravím oba zlomky: $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{12} = \frac{9}{12}$ a $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{12} = \frac{10}{12}$

Porovnávej: $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ proto $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Teď to zkus ty:

1. Porovnej tyto zlomky: $\frac{2}{3}; \frac{5}{6}$ Rozšiř první zlomek

Rozšiř druhý zlomek

Porovnej zlomky:

Hodnocení:



Procvičuj dále:

2. Porovnej tyto zlomky: $\frac{7}{10}; \frac{5}{6}$

$\frac{7}{8}; \frac{8}{9}$

$\frac{3}{4}; \frac{9}{10}$

Hodnocení:



3. Nyní si procvičíme všechny typy porovnávání, které jsme si ukázali:

Porovnej zlomky: $\frac{4}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{11}{20}$

$\frac{3}{5}$ a $\frac{2}{4}$

$\frac{3}{4}$ a $\frac{7}{8}$

Hodnocení:



3) Rovnost zlomků

Nejprve se na okamžik vrátím k rozdělování celku na části. Na první straně tohoto pracovního listu jsme si ukázali na stejně dlouhém obdélníku dělení na menší a menší části. Pokud si ho prohlédnete pozorně, zjistíte zajímavou věc:

N →				N →			
4 →		4 →		4 →		4 →	
∞ →	∞ →	∞ →	∞ →	∞ →	∞ →	∞ →	∞ →

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \quad \text{a zároveň} \quad \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Když se pozorně podíváte, zjistíte, že platí: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ a zároveň $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
 Z toho vyplývá, že zlomky v **základním tvaru** se dají **rozšiřovat** a **krátit**. Trochu si to vysvětlíme: **Zlomek je v základním tvaru**, když číselník a jmenovatel jsou čísla **nesoudělná** - tzn. **nejdou dělit žádným jiným stejným číslem než číslem**

$$\underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{3} \quad \underline{5}$$

jedna, př. 2, 3, 4, 12, ...

Zlomek **rozšíříme** tak, že číselník i jmenovatele vynásobíme stejným číslem,

které je větší než 0 a 1. Př. $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} \Rightarrow$ zlomek jsem rozšířila číslem 2

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} \Rightarrow \text{zlomek jsem rozšířila číslem 5}$$

Zlomek **vykrátíme** tak, že číselník i jmenovatele vydělíme jejich společným

dělitelem, který je různý od nuly, Př. $\frac{12}{16} = \frac{12 : 4}{16 : 4} = \frac{3}{4} \Rightarrow$ zlomek jsem vykrátila čtyřmi

Krátit můžeme několika způsoby: $\frac{60}{90} = \frac{60 : 2}{90 : 2} = \frac{30}{45} = \frac{30 : 3}{45 : 3} = \frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$

$$\frac{60}{90} = \frac{60 : 10}{90 : 10} = \frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{60}{90} = \frac{60 : 30}{90 : 30} = \frac{2}{3}$$

Abychom tedy mohli určit rovnost zlomků, musíme je mít vždy v základním tvaru. Teď si procvičíme krácení a rozšiřování zlomků:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10}$$

1. Rozšiř zlomky: a) číslem dva - VZOR $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10}$

$\frac{6}{7}$ $\frac{7}{9}$

b) číslem pět

$\frac{3}{8}$ $\frac{2}{9}$

Hodnocení:



2. Zkrat' zlomek na základní tvar:

$$\frac{8}{12}$$

$$\frac{24}{32}$$

$$\frac{50}{60}$$

$$\frac{56}{80}$$

Hodnocení:



3. Dopln' zlomek, aby platila rovnost :

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{\quad}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{\quad}{36}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{\quad}{4}$$

$$\frac{14}{18} = \frac{7}{\quad}$$

Hodnocení:



4. Ověř si, zda platí tyto rovnosti zlomků. Pokud se porovnávané zlomky nerovnejí, škrtni celou dvojici.

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$$

$$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{18}{15} = \frac{6}{4}$$

Hodnocení:



Na závěr nyní chci, abys zhodnotil/a, zda u tebe platí toto tvrzení.
K sebehodnocení opět použij smajlíky.

**PRAVIDLA POROVNÁVÁNÍ ZLOMKŮ JSEM POCHOPIL/A A NYNÍ MI BUDE
STAČIT TUTO LÁTKU PROCVIČOVAT.**

Hodnocení:



4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

Zhodnocení bychom měli provádět vždy po probrání jednotlivých částí samostatně, neměli bychom čekat na dokončení celého pracovního listu. Součástí hodnocení by mělo být hlavně zopakování si nových pojmů a pravidel práce se zlomky, aby došlo k jejich upevnění. Zvláště u tohoto pracovního listu je důležité rozebrat pocity dětí, které měly v průběhu osvojování učiva, je důležité ptát se na to, co pro ně bylo obtížné, kde a v čem se dopustili chyb a co mohlo být důvodem těchto chyb. Celkově nesmíme zlehčit význam zpětné vazby u složitějšího učiva, protože pokud se žák učivo naučí s chybou, bude stavět na "chybných" základech. I zde je důležité neopomenout význam sebehodnocení - děti by měly slovně zhodnotit, jak vidí svou práci.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Hned v úvodu jsem zjistila, že mnou zkoumaní žáci 5. ročníku vůbec neznají pojem společný jmenovatel a porovnávání zlomků s krácením a rozšiřováním neprobírali. Mohla jsem si tedy zavedení nového pojmu a pracovního postupu vyzkoušet naostro. V první části rychle pochopili, že pokud celek dělím na menší a menší zlomky, mám menší a menší části - tedy čím vyšší jmenovatel, tím menší část celku. Dokázali hned v úvodu vypočítat, že dvě čtvrtiny jsou jedna polovina, stejně tak tři šestiny jsou jedna polovina, apod.

Porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem jim nedělalo žádné problémy a stejně tak rychle pochopili úvodní krok porovnávání zlomků s různými jmenovateli - porovnávání zlomků, které mají stejného čitatele.

Porovnávání zlomků s různým jmenovatelem a rozdílným čitatelem bylo naším "oříškem", poprvé jsme začali pracovat s pojmem společný jmenovatel. Museli jsme si učivo společně vyložit a děti si klasicky vyzkoušely porovnávání dvou zlomků tohoto typu samostatně na interaktivní tabuli. Když jsem viděla, že děti pochopily princip, přistoupili jsme k samostatnému procvičování v pracovním listě. Při vypracovávání úkolů se děti dopustily drobných chyb v zápisu, ale učivo si osvojily. V další vyučovací hodině jsme se po úvodním opakování věnovali výkladu poslední části - rovnosti zlomků. Žáci se seznámili s pojmy základní zlomek, rozšiřování a krácení zlomků. Velice brzy přijali a pochopili, že při krácení a rozšiřování pracují se zlomkem, jako celkem - matematická operace se týká

čitatele i jmenovatele. Cvičení k tomuto tématu zvládli žáci téměř bezchybně, pouze v 3. cvičení, kdy doplňovali zlomek, aby platila rovnost, se dopustili ve dvou případech chyby a místo krácení jmenovatele rozšířili.

Z tohoto listu jsem měla největší obavy, ale přesvědčila jsem se, že je sestaven pro děti srozumitelně a měla jsem radost, že děti pochopily nové učivo.

2.1.9 Pracovní list - Zlomek - sčítání a odčítání zlomků

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1. - 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	5. ročník
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová
Téma	Zlomek - sčítání a odčítání zlomků
Vyučovací cíl	Osvojení si všech postupů spojených se sčítáním a odčítáním zlomků
Časová dotace	Včetně vhodné motivace doporučuji věnovat zavedení tohoto učiva nejméně tři vyučovací hodiny

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

V úvodním rozhovoru je nutné si zopakovat minulé učivo - hlavně pojmy základní zlomek, společný jmenovatel a připomeneme si operace krácení a rozšiřování zlomků.

2. Didaktická hra

Jako matematickou rozcvičku jsem použila období známe hry Počtářský král, tentokrát se zlomky. Dvojice dětí dostala zadaný zlomek a já jsem určila, zda jej mají krátit nebo rozšiřovat a jakým číslem. Kdo dříve řekl správně výsledný zlomek, postoupil do dalšího kola. Hra končí, když máme z poslední soutěžní dvojice vítěze - "zlomkového krále".

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

Opět jsem zvolila společnou práci s výkladovou částí. Jelikož děti velice dobře pochopily hledání společného jmenovatele a ze své školní výuky již znaly sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem, šel nám výklad jako po másle a brzy děti chtěly pracovat samostatně, což jsem jim umožnila. Je dobré si s žáky předem ujasnit formu zápisu celé operace, já jsem pro jasnější postup v pracovním listě vždy uvedla srozumitelný příklad.

Pracovní list - Zlomek – sčítání a odčítání zlomků

Jméno:

Čas:



Třída a věk:

Zlomky - stejně jako přirozená čísla - můžeme sčítat a odečítat. Nyní se naučíme sčítat a odečítat zlomky se stejným jmenovatelem a s různými jmenovateli.

A) Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem - zlomky se stejnými jmenovateli sečteme tak, že sečteme jejich čitatele a součet lomíme společným jmenovatelem

$$\text{Příklad: } \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5} \quad \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4+2}{7} = \frac{6}{7}$$

1. Sečti zlomky:

$$\frac{2}{9} + \frac{3}{9} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$$

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{10} =$$

Hodnocení:



B) Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem - zlomky se stejnými jmenovateli odečteme tak, že odečteme jejich čitatele a rozdíl lomíme společným jmenovatelem

$$\text{Příklad: } \frac{9}{11} - \frac{7}{11} = \frac{9-7}{11} = \frac{2}{11} \quad \frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$$

2. Odečti zlomky:

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} =$$

$$\frac{11}{15} - \frac{4}{15} =$$

$$\frac{33}{35} - \frac{26}{35} =$$

$$\frac{27}{29} - \frac{19}{29} =$$

Hodnocení:



C) Sčítání zlomků s různými jmenovateli - zlomky se dají sečíst pouze tehdy, pokud mají jmenovatelé zlomků stejné hodnoty. V případě, že nemají, musíme najít společného jmenovatele. Vysvětlíme si postup:

Sečti zlomky: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = ?$

První zlomek má ve jmenovateli tři, druhý zlomek dva. Nyní musíme najít společného jmenovatele, což je nejmenší společný násobek obou jmenovatelů. Pokud první zlomek rozšíříme dvěma, bude mít ve jmenovateli šest a pokud druhý zlomek rozšíříme třemi, bude mít ve jmenovateli také šest. Nyní mají již oba zlomky stejný základ a můžeme je jednoduše sečíst. **V prvním kroku rozšíříme zlomky tak, aby měly stejného jmenovatele. Potom jen sečteme čitatele a jmenovatele:**

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2}{6} + \frac{1 \cdot 3}{6} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

Výpočet můžeme zapsat i takto: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{6} = \frac{4 + 3}{6} = \frac{7}{6}$

3. Sečti zlomky:

$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$

$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$

$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$

$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$

$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$

Hodnocení:



D) Odčítání zlomků s různými jmenovateli - postupujeme jako u sčítání - zlomky převedeme na zlomky se stejným jmenovatelem a potom odečteme.

Odečtěte zlomky: $\frac{3}{4} - \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 2 - 3 \cdot 1}{8} = \frac{6 - 3}{8} = \frac{3}{8}$

4. Odečti zlomky:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$\frac{8}{9} - \frac{7}{18} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

Hodnocení:



5. Nyní si zkusíme vyřešit jednu slovní úlohu:

Televizní seriál má 49 dílů. V březnu bylo odvysíláno 22 dílů a v dubnu 18 dílů. Vyjádři počty odvysílaných dílů v jednotlivých měsících zlomkem a vypočítej pomocí zlomků, jaká část seriálu již byla celkem odvysílána. Odpověď zapiš.

Hodnocení:



4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

Při společném rozboru naší práce jsem opět využila u dětí výměnu pracovních listů a nechala jsem jim čas, aby zkontrolovaly správnost vypracovaných cvičení. Jelikož většina cvičení byla vypracována bez chyb, mohli jsme zkonstatovat, že učivo děti pochopily správně. Děti mi řekly, že poté, co pochopily, jak se pracuje se společným jmenovatelem u porovnávání zlomků, jednoduše se jim tento poznatek aplikoval na sčítání a odčítání.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Jak jsem již uvedla v závěrečné části, velmi mě potěšilo, že děti samotné měly radost, že mohly aplikovat osvojené učivo z minulého pracovního listu na operaci sčítání a odčítání zlomků a nečinilo jim to žádné větší problémy. To mě přesvědčilo, že jsem výklad podala srozumitelně a správně jsem zvolila i pořadí zařazení pracovních listů. Děti sčítání a odčítání zlomků bavilo, kladně hodnotily i přehlednost listu. Obtížnější pro žáky bylo cvičení pět, kdy museli řešit praktickou slovní úlohu se zlomky a musely vyjádřit odvysílané díly ne číslem, ale formou zlomku. Přes drobné nesrovnalosti v zápisu výpočtu žáci úlohu úspěšně vyřešili.

2.1.10 Pracovní list - Zlomek - zlomek jako číselný operátor

Typ školy	Základní škola malotřídního charakteru - pouze 1.- 5. ročník
Předmět	Matematika
Ročník	4. a 5. ročník
Autor pracovního listu	Magdalena Pixová

Téma	Zlomek - zlomek jako číselný operátor
Vyučovací cíl	Osvojení si všech postupů při určení části z neznámého celku a při určení celku ze známé části a zlomku
Časová dotace	Včetně vhodné motivace doporučuji věnovat zavedení tohoto učiva nejméně tři vyučovací hodiny

Realizace

1. Úvodní část - Motivace

K motivaci jsem využila manipulaci s předměty - použila jsem víčka od pet lahví. Děti, které vytvořily dvojice, si z krabice v prvním kole vybraly sudý počet víček dle svého výběru. Nejprve dostaly za úkol zjistit, zda můžou jejich skupinu víček (celek), rozdělit na poloviny a kolik víček je v jedné polovině. Totéž jsme vyzkoušeli se čtvrtinami, šestinami, V druhém kole si děti vytáhly lichý počet víček a zkoušeli jsme společně vymyslet, na kolik stejných částí by mohla být skupina víček rozdělena a kolik je v jedné části - zlomku víček. Pokud u některé skupiny nešel počet víček rozdělit vhodným způsobem, mohly si děti počet upravit, aby byl úkol řešitelný.

2. Didaktická hra

Didaktickou hru jsem nezařadila, protože v úvodní části byly zařazeny manipulační činnosti.

3. Hlavní část - Vlastní práce s pracovním listem

Opět je dobré rozdělit práci s listem do dvou kroků - v první hodině si s dětmi vysvětlíme určování části ze známého celku a toto učivo procvičíme. V závěru výkladu si opět můžeme zahrát obdobu Počtářského krále, ale tentokrát bude dvojice žáků počítat např. jednu čtvrtinu z dvanácti. V druhé hodině po motivačním opakování v úvodu s dětmi přistoupíme k druhé a těžší části - k určení celku ze známé části. Já jsem pro názornost použila demonstraci s lentilkami -

žáci měli zjistit, kolik je x (celek), když dvě pětiny je dvanáct. Vybrané dítě dostalo dvanáct lentilek a mělo zjistit, kolik bude jedna pětina. Chytře si lentilky rozdělilo na dvě skupiny po šesti a zjistilo tak, že jedna pětina je šest. Na dotaz kolik lentilek má celek, když takových pětín máme v celku pět, přišla rychlá odpověď: "Přeci třicet, to je jasné". Poté jsme přistoupili k práci s pracovním listem, novou látku jsme si společně důkladně vyložili a poté žáci samostatně pracovali až do konce.

Pracovní list - Zlomek jako číselný operátor

Jméno:

Čas:



Třída a věk:

V tomto pracovním listu se naučíme dvě činnosti se zlomky. První, na co se podíváme je:

A) Určení části ze známého celku a zlomku

Nejprve se naučíme pracovat se zlomky, které mají v čitateli číslo 1:

Chceme vypočítat, kolik je $\frac{1}{4}$ z 8 \Rightarrow číslo 8 je celek a abych zjistila, kolik je jedna čtvrtina, vydělím osmičku čtyřmi $8 : 4 = 2$ - z toho vyplývá, že

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \text{ z } 8 = 2$$

Pokud tedy chci určit část z celku, vydělím číslo představující celek číslem ve jmenovateli.

Vypočítej: $\frac{1}{8}$ z 16 $\Rightarrow 16 : 8 = 2 \Rightarrow \frac{1}{8}$ z 16 = 2

1. Nyní to zkus ty:

$\frac{1}{6}$ z 30 \Rightarrow \Rightarrow

$\frac{1}{7}$ ze 49 \Rightarrow \Rightarrow

$\frac{1}{9}$ ze 72 \Rightarrow \Rightarrow

$\frac{1}{3}$ z 90 \Rightarrow \Rightarrow

Hodnocení:



Nyní se podíváme na zlomky, které mají v čitateli číslo větší než jedna:

$$\frac{2}{4} \text{ z } 8 \implies \text{1. krok - spočítám si kolik je } \frac{1}{4} \text{ z } 8 \implies 8 : 4 = 2 \implies \frac{1}{4} \text{ z } 8 = 2$$

2. krok - dvojkou, která představuje jednu čtvrtinu vynásobím číslem

$$\text{v čitateli } 2 \cdot 2 = 4 \implies \frac{2}{4} \text{ z } 8 = 4$$

Zkusíme další příklad: $\frac{6}{8} \text{ z } 32 \implies 32 : 8 = 4 \implies 4 \cdot 6 = 24 \implies$

$$\frac{6}{8} \text{ z } 32 = 24$$

2. Teď počítej ty:

$$\frac{2}{3} \text{ z } 12 \implies \boxed{} \implies \boxed{} \implies \boxed{}$$

$$\frac{3}{4} \text{ z } 20 \implies \boxed{} \implies \boxed{} \implies \boxed{}$$

$$\frac{5}{7} \text{ z } 35 \implies \boxed{} \implies \boxed{} \implies \boxed{}$$

$$\frac{4}{9} \text{ z } 45 \implies \boxed{} \implies \boxed{} \implies \boxed{}$$

Hodnocení:    

B) Určení celku ze známé části a zlomku

Vypočítej: $\frac{2}{5} z X = 12$ Postup $\textcircled{12} \xrightarrow{:2} \textcircled{6} \xrightarrow{\cdot 5} \textcircled{30}$

Při tomto výpočtu zjišťujeme neznámý celek. Víme, že dvě pětiny jsou 12, proto musím zjistit, kolik je jedna pětina, proto 12 vydělím 2 a to je 6. V dalším kroku hodnotu jedné pětiny = 6 vynásobím pěti - to je počet všech částí v celku -

$5 \cdot 6 = 30$. Proto platí $\frac{2}{5} z 30 = 12$

Zkusíme to znovu: $\frac{3}{4} z X = 15$ $15 : 3 = 5 \longrightarrow 5 \cdot 4 = 20 \longrightarrow$

$\frac{3}{4} z 20 = 15$

3. Nyní to zkus ty:

$\frac{2}{3} z X = 18$ \longrightarrow \longrightarrow

$\frac{4}{7} z X = 16$ \longrightarrow \longrightarrow

$\frac{5}{8} z X = 15$ \longrightarrow \longrightarrow

$\frac{2}{6} z X = 20$ \longrightarrow \longrightarrow

$\frac{6}{9} z X = 42$ \longrightarrow \longrightarrow

Hodnocení:    

4. Závěrečná část - Společné zhodnocení výsledků a průběhu činnosti

Než jsme přistoupili k samotnému hodnocení, zahráli jsme si na zopakování a pro uvolnění Zlomkového krále - dvojici dětí jsem zadala úkol typu - kolik je jedna pětina z 30, nebo kolik jsou dvě čtvrtiny z 24, apod., rychlejší počtář postoupil do dalšího kola. V posledních kolech jsem dávala úkoly na výpočet celku - kolik je celek, když dvě třetiny jsou 18, apod.

Poté jsme přistoupili k slovnímu rozboru. Děti hodnotily svou práci a zaměřovali jsme se opět na to, co se jim povedlo a co jim dělalo problémy. Snažila jsem se dětem vysvětlit, že z chyb se můžeme velmi dobře poučit a často si pamatujeme spíše to učivo, ve kterém jsme dělali chyby a opravili jsme si je. Je důležité, pokusit se najít příčinu chyb, která by mohla být zdrojem špatného osvojení učiva. V této části však děti skoro žádné chyby neudělaly a došly společně k závěru, že toto učivo pro ně po důkladném vysvětlení bylo lehké.

Zhodnocení a rozbor práce s dětmi

Při rozboru tohoto pracovního listu žáci první část hodnotili jako velmi snadnou a to také proto, že ji již ve školní výuce probírali. S druhou částí pracovního listu - s výpočtem neznámého celku ze známé části a zlomku - se ještě nesešli. Děti zkonstatovaly, že jim k pochopení velmi pomohla demonstrace s lentilkami (nejen proto, že je mohly nakonec sníst), protože si uvědomily celý postup výpočtu. Příkladů toto učivo k výpočtům slovních úloh. Pracovní list byl pro ně přehledný, výkladu i příkladům děti rozuměly. Jediný, kdo se dopustil chyb, byla Klárka a byly to chyby ve formě matematického zápisu. Rozhovorem jsem zjistila, že nevěnovala příliš velkou pozornost vzorovému příkladu a chyby vznikly z nepozornosti a ne z nepochopení učiva.

Celkově mohu říci, že se mi s dětmi velmi dobře pracovalo, poskytovali mi dokonalou zpětnou vazbu a já jsem byla potěšena, že většina pracovních listů se dětem jevila jako srozumitelná a snadná. Ve všech činnostech se mnou žáci skvěle spolupracovali, často sami např. do didaktických her nebo do výkladu vnesli vlastní inovaci a nápad.

Doufám, že mé pracovní listy budou dobře využitelné při zavádění zlomků na prvním stupni. Poskytují základní informace a věřím, že šikovný učitel je může obohatit a přizpůsobit k dané situaci.

2.2 Soubor vytvořených didaktických her

2.2.1 Lovení fazolí

- **Cíl:** rozvoj schopnosti dělení celku na části
- **Pomůcky:** látkové váčky, fazole, arch pro záznam bodů
- **Věková skupina:** 1. až 5. ročník
- **Popis hry:** Žáci se rozdělí nebo jsou rozděleni do skupin, mohou to být dvojice, čtveřice, Každá skupina dostane svůj látkový pytlík s fazolemi a záznamový arch. První hráč vytáhne hrst fazolí. V prvním kole má za úkol rozdělit tyto fazole na dvě poloviny, pokud vytáhl sudý počet a poloviny jdou rozdělit, získá 2 body. Pokud vytáhl lichý počet a nějaká fazole zůstane, získá pouze jeden bod. Body žáci zapisují do záznamového arch a je dobré, když každý žák losuje alespoň dvakrát. Fazole se vrací zpět do pytlíku, V dalších kolech žáci rozdělují vytažené fazole na čtvrtiny = 4 body a 3 body pokud je zbytek, šestiny = 6 bodů a pět, pokud je zbytek, ale i třetiny = 3 body a 2 body, pokud je zbytek, **Učitel vždy musí zkontrolovat správnost řešení.** Vyhrává tým s nejvyšším počtem bodů.
- **Zkušenosti ze zařazení hry do vyučování:** Hra děti velmi bavila, rozvíjí jejich schopnost dělit celek na části. Děti bavil i moment náhody při vytahování fazolí, vyvolával v nich příjemné napětí. Je důležité vždy sledovat, zda děti dodržují pravidla a zda neupadá zájem dětí o činnost. V takovém případě je dobré hru pomalu ukončit.

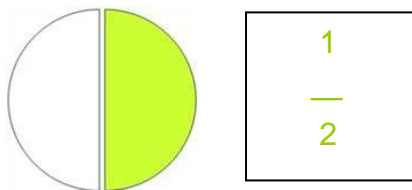
2.2.2 Veselá ochutnávka

- **Cíl:** demonstrace a osvojení si dělení celku na části

- **Pomůcky:** ovoce, zelenina a jiné potraviny, které jdou vhodným způsobem dělit na poloviny, čtvrtiny, ... , nože, misky nebo talíře, prkénka na krájení, arch pro záznam bodů
- **Věková skupina:** 1. až 5. ročník
- **Popis hry:** Žáci si vytvoří skupiny o stejném počtu členů, každá skupina si vezme misku, nůž a prkénko. Děti již předem přinesly do školy potraviny dle instrukcí učitele, které se dají dělit na stejné části (jablka, hrušky, pomeranče, broskve, mandarinky, rajská jablíčka, meloun, krajíc chleba, tabulka čokolády, myslí tyčinky, ...). Potraviny jednotlivých druhů by měly být vždy v počtu několika kusů, aby si stejnou potravinu mohly vybrat všechny skupiny, pokud budou chtít. Žáci si pro skupinu srazí lavice a vytvoří si „pracovní hnízdo“. Aniž by žáci věděli, co je čeká, vybídne je, aby si postupně každý člen skupiny vybral jednu potravinu. Poté žákům řekneme, aby všechny potraviny, které jdou rozdělit na dvě poloviny, rozdělili. Za každou správně rozdělenou potravinu si napíší bod. Poté je vybídne, aby ze dvou polovin potraviny rozkrojením vytvořili čtyři čtvrtiny. Opět si zapíší body. Poslední úkol je spíše odpočinkový a kreativní – vybídne žáky, aby z takto rozdělených potravin vytvořili co nejoriginálnější obrazec. Body za tento úkol přidělí učitel, děti nakonec své obrazce zkonsumují. Vyhrává opět skupina s nejvíce body.
- **Zkušenosti ze zařazení hry do vyučování:** Je důležité, dětem dostatečně důkladně vysvětlit pravidla práce skupin a hry vůbec. Ze své zkušenosti vím, že děti velice rády experimentují s potravinami a tím, že v úvodu hned nevěděly, co je hlavním úkolem, hra naprosto odpoutala jejich pozornost od toho, že plní nějaký vzdělávací úkol. Je také důležité dostatečně připomenout pravidla bezpečnosti. Děti dělení velmi bavilo a při tvorbě výsledných obrazců velice dobře spolupracovaly a snažily se respektovat názory svých spoluhráčů.

2.2.3 Zlomkové pexeso

- **Cíl:** propojení vztahu grafického a matematického znázornění zlomku, upevnění pojmu zlomek, dělení celku na části
- **Pomůcky:** matematické pexeso
- **Věková skupina:** 3. až 5. ročník
- **Popis hry:** Hra má stejná pravidla jako běžná hra s pexesem. Učitel má dvě možnosti – děti si mohou pexeso vyrobit podle jeho návodu např. při hodině pracovních činností – takové pexeso má pro děti větší citovou hodnotu. Druhá varianta je, že učitel připraví pexeso na počítači, dětem jej vytiskne, zalaminuje a žáci si jej rozstříhají. Já jsem s dětmi hrála „pexesový turnaj“. Nejprve hrály ve dvojicích a vyhrávající postoupil do dalšího kola. Opět se děti rozdělily do dvojic, vyhrávající postoupil a to probíhalo tak, dlouho, než zbyla poslední dvojice. Zde uvádím možné řešení kartiček z pexesa:

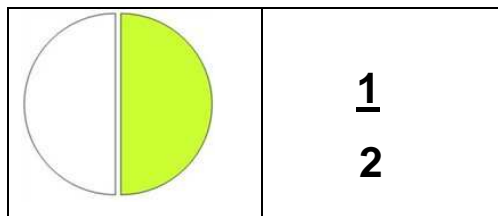


- **Zkušenosti ze zařazení hry do vyučování:** Díky tomu, že hru s pexesem děti velmi dobře znají, odpadá složité vysvětlování pravidel. Děti velmi rády soutěží a musím říct, že si myslím, že tuto hru děti vůbec nevnímaly jako formu výuky, ale velmi dobře nám pomáhala ujasnit si pojem zlomek a jeho znázornění.

2.2.4 Zlomkové domino

- **Cíl:** propojení vztahu grafického a matematického znázornění zlomku, upevnění pojmu zlomek, dělení celku na části
- **Pomůcky:** vyrobené kartičky na domino
- **Věková skupina:** 3. až 5. ročník
- **Popis hry:** Zde je vhodné buď ve dvojicích nechat děti vyrobit jedno společné kartové domino nebo můžeme opět připravit pomocí počítače. Děti měly dvacet kartiček, každý z hrající

dvojice dostal pět a pokud nemohl správně přiřkládat, bral si ze zbylé hromádky kartičku. Vyhrává ten, který nemá již žádnou kartičku v ruce. Můžeme opět hrát jako turnaj na jednoho třídního vítěze.



- **Zkušenosti ze zařazení hry do vyučování:** Hodnocení je stejné jako u zařazení pexesa, pravidla jsou známá, ale musím říct, že větší oblibu u dětí mělo pexeso.

2.2.5 Skřítek Zlomítko řekl.....

- **Cíl:** dělení celku na části
- **Pomůcky:** archy papíru, nůžky, tužka, kružítko, pravítko
- **Věková skupina:** 1. až 5. ročník
- **Popis hry:** Hra je variantou hry Kuba řekl..... Žáci mohou splnit zadaný úkol pouze tehdy, když učitel řekne frázi Skřítek lomítko řekl Hra musí být přizpůsobena věku dětí – pro menší děti si připravíme geometrické tvary, které si pouze vystřihnou, starší děti si tyto tvary mohou narýsovat. Děti dle zadání učitele přehýbají nejprve arch papíru na polovinu, polovinu opět na polovinu, atd. Poté přeložený tvar rozloží a učitel jim dává opět příkazy typu: vybarvi dvě šestnáctiny červeně nebo skřítek Lomítko řekl, vybarvi tři šestnáctiny modře, atd. Poté malé děti vystřihnou předtíštěný geometrický tvar – př. kruh, velké děti si tvar narýsují a také vystřihnou a opět překládáme a vybarvujeme. Děti však mohou příkaz splnit pouze, když učitel řekne zmíněnou frázi.
- **Zkušenosti ze zařazení hry do vyučování:** Tato hra v dětech vyvolává příjemné vzrušení a napětí a když má

učitel smysl pro dramatizaci, je to velice dobrá pomůcka pro osvojování učiva.

2.2.6 Zlomkové dlaždice

- **Cíl:** Nejen, že toto učivo zopakuje dělení celku na části, ale je také dobrým východiskem pro porovnávání zlomků
- **Pomůcky:** zlomkové dlaždice
- **Věková skupina:** 3. až 5. ročník
- **Popis hry:** Cílem je „postavit“ zeď ze zlomků. Děti si musí nejprve dlaždice podle šablon obkreslit, vystříhnout a vybarvit. Potřebují: jednu celou cihlu, dvě cihly o velikosti jedna polovina, tři cihly velikosti jedna třetina, čtyři cihly velké jedna čtvrtina, pět cihel o velikosti jedna pětina, šest cihel o velikosti jedna šestina, atd. Děti mají za úkol postavit zeď. Poradíme jim, aby začaly s celou cihlou a poté postavily vlastní zeď pomocí směsice zlomků. Jelikož je více řešení, můžeme hru pojmout jako soutěž, kdo jich v určitém čase najde nejvíc.

Příklad dlaždic:

1			
½		½	
⅓	⅓		⅓
¼	¼	¼	¼

- **Zkušenosti ze zařazení hry do vyučování:** Hra u dětí podporovala i geometrickou představivost a logické myšlení. Pro žáky s průměrnými intelektovými schopnostmi tato hra nebyla příliš atraktivní.

Závěr

Ačkoliv nejsem zdaleka jediným člověkem, který zpracoval a bude zpracovávat téma zlomků, byla bych velice ráda, kdybych svou práci usnadnila začínajícím i zkušeným pedagogům zavádění komplexního učiva zlomků na prvním stupni. Ze své zkušenosti vím, že mnoho mých vrstevníků získalo negativní vztah k zlomkům a početním operacím s nimi jen díky nevhodnému postupu zavádění tohoto učiva, což zabránilo vytvoření správné představy a vztahu.

Snažila jsem se své pracovní listy obsahově přiblížit co nejširšímu spektru dětí, od žáků nadaných po žáky průměrné. Ze zpětné vazby, kterou mi zkoumané děti poskytly, si myslím, že můj záměr se vcelku vydařil, děti výkladu rozuměly a neměly problém s pochopením a aplikací osvojených poznatků.

Didaktické hry děti zaujaly a myslím si, že jsou úžasnou pomůckou pro vzbuzení zájmu dětí k dalšímu poznávání a vzdělávání. Aktivizují děti, nenásilnou formou předávají dětem důležité poznatky, aniž by si to děti uvědomily. Víím, že některým dětem v osvojování učiva velmi pomáhá užití různých forem a metodických postupů a to zvláště v primárním vzdělávání.

Na základě studia uvedené literatury a provedeného experimentálního šetření bych doporučila snížení teoretické náročnosti učiva o zlomcích, posílení studia didaktických problémů a získání lepších početních dovedností a strategií.

3. Seznam použité literatury:

1. BĚLÍK, M. *Celá a racionální čísla ve studiu učitelství prvního stupně základní školy*. Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta UJEP, 2000.
2. COUFALOVÁ, J. *Matematika s didaktikou pro 2. ročník učitelství 1. stupně ZŠ*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2002. 114 s. ISBN 80-7082-922-2.
3. ČÁP, J. *Psychologie pro učitele*. Praha: SPN, 1983. 384 s.
4. DIVÍŠEK, J., A KOL. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN, 1989.
5. DIVÍŠEK, J., HOŠPESOVÁ, A. *Matematika pro všechny děti. Sborník materiálů kurzu pro učitele "Vyučování matematice na 1. stupni ZŠ"*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2002. ISBN 80-7040-591-0.
6. DRÁBEK, J. A KOL. *Základy elementární aritmetiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN, 1985.
7. DYŠINSKIJ, E. A. *Igroteka matematického kružka*. 1972. 144 s.
8. GAVORA, P. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2000. 207 s. ISBN 80 – 85931-79-6.
9. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě škola a matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, s.r.o., 2001. 187 s. ISBN 80-7178-581-4.
10. HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N. *Číselné představy dětí*. Praha: Univerzita Karlova – Pedagogická fakulta, 1999. 123 s. ISBN 80-86039-98-6.
11. HERMAN, J., A KOL. *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií – Racionální čísla. Procenta*. Praha: Prometheus, 1994.

12. KÁROVÁ, V. *Didaktické hry ve vyučování ve vyučování matematice v 1. – 4. ročníku základní a obecné školy: část aritmetická*. Plzeň: Západočeská univerzita – Katedra matematiky, 1998. 53 s. ISBN 80-7082-467-0.
13. KÁROVÁ, V. *Počítání bez obav*. Praha: Portál, 1996. 141 s. ISBN 80-7178-050-2.
14. KING, A. *Co dokážu s matematikou I*. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999. 112 s. ISBN 80-7200-299-6.
15. MECOVÁ, M., KOLÁŘOVÁ, K. *Geometrie hrou k výuce geometrie v 1. a 2. ročníku základní a obecné školy*. Ostrava: Grafie, spol.s r.o., 1995.
16. NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1 pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Olomouc: Univerzita Palackého, Pedagogická fakulta, 2003. 67 s. ISBN 80-244-0691-8.
17. ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Matematika pro 7. ročník základní školy 1*. Praha: Prometheus, 1998.
18. POLÁK, J. *Středoškolská matematika v úlohách I*. Praha: Prometheus, 1998.
19. PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha : Portál, 2003. 322 s. ISBN 80-7178-772-8.
20. RŮŽIČKOVÁ, B. *Vytváření dovedností a návyků ve vyučování matematice*. In NOVÁK, B. *Matematika v přípravě učitelů 1. stupně ZŠ*, 1999. 85 s. ISBN 80-7067-997-2

Diplomová práce

Resume

ZLOMKY V UČIVU MATEMATIKY

Má diplomová práce představuje ucelený studijní materiál, týkající se oboru zlomků na prvním stupni základní školy a jeho zavádění do školní praxe.

V teoretické části se zaměřuji na historii zlomků, jejich vymezení, na početní operace se zlomky, porovnávání zlomků a zlomek jako operátor. V této části se také zamyslím nad postavením žáka v procesu matematického vzdělávání.

V praktické části jsem se zaměřila na vytvoření souboru pracovních listů a didaktických her k zavádění zlomků na prvním stupni. Zaměřila jsem se na vybrané žáky 1. až 5. ročníku ze Základní školy v Borku u Českých Budějovic, se kterými jsem spolupracovala na praktickém prověření přiměřenosti, srozumitelnosti a efektivnosti mých pracovních listů a na vhodnosti a atraktivnosti didaktických her.

Součástí práce je také soubor pracovních listů a didaktických her, v příloze přikládám dětem vypracované pracovní listy.

FRACTIONS IN CURRICULUM OF MATHEMATICS

My diploma work presents the complete study material concerning the branch of fractions at the 1st level of the basic school and its setting up into the practise. In the theoretical part I focus on the history of fractions, their definitions, on the arithmetic operations with fractions, comparing the fractions and on the fraction as an operator. In this part I also deal with the position of the pupil in the process of mathematical education.

In the practical part I concentrated on the creation of the set of working sheets and didactic games to introduce the fractions at the 1st level.

I have chosen pupils from the 1st to the 5th forms of the basic school in Borek near České Budějovice, with whom I have worked to prove practically the adequacy, comprehensibility and effectivity of my working sheets and to prove the suitability and attractiveness of the didactic games.

The work includes the set of working sheets and didactic games, in the attachment there are enclosed the working sheets completed by the pupils.

5. Přílohy

5.1 Pracovní list - Zlomek - polovina

5.2 Pracovní list - Zlomek - čtvrtina

5.3 Pracovní list - Zlomek - polovina a čtvrtina - opakování

5.4 Pracovní list - Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků

5.5 Pracovní list - Zlomek - dělení celku na části, znázorňování zlomků -
opakování

5.6 Pracovní list - Zlomek - porovnávání zlomků

5.7 Pracovní list - Zlomek - sčítání a odčítání zlomků

5.8 Pracovní list - Zlomek - zlomek jako číselný operátor