Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Využití prostředí TRIAL pro výuku matematiky na středních školách

Plzeň, 2012

Petra Lišková

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Mokroušcích dne 27.12.2012

Petra Lišková

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat vedoucímu diplomové práce Ing. Janu Čepičkovi, Ph.D. za metodické vedení a věcné připomínky při zpracování diplomové práce. Dále bych ráda poděkovala své rodině za podporu během celého času psaní práce.

Abstrakt

Využití prostředí TRIAL pro výuku matematiky na středních školách

Obsahem práce je zjišťování možnosti využití prostředí TRIAL pro výuku matematiky na středních školách. K určení vhodnosti zavedení prostředí TRIAL na střední školy bylo nutné zjistit počítačovou gramotnost středoškolských studentů a analyzovat jejich názory na toto prostředí. Zjišťování názorů bylo provedeno formou dotazníků, z nichž byly vytvořeny závěry a navrženy případné změny na zlepšení použitelnosti TRIALu pro střední školy. Součástí práce je i vytvoření nového formátu webového výukového prostředí vhodného pro střední školy a první ročníky vysokých škol použitelného zároveň jako aplikace pro mobilní zařízení (smartphone, tablet).

Klíčová slova

KMA, TRIAL, matematický software, generátor příkladů, sociální síť

Abstract

TRIAL Environment Utilization for Teaching High School Mathematics

The objective of this thesis is finding out possibilities of using TRIAL as a mathematics teaching tool for high schools. It was necessary to acquire computer skills of students and analyze their opinions to determine the suitability of introducing TRIAL to high schools. The process of finding out the opinions was done by questionnaires, from which the results lead to possible changes for optimizing TRIAL in the high school enviroment. As a part of the thesis is the creation of a new format web learning environment suitable for high schools and first years of universities applicable at the same time as application for mobile devices (smartphones, tablets).

Keywords

KMA (Department of Mathematics), TRIAL, generator of examples, social network

Obsah

Úvod

„Mám úctu k náboženství, ale věřím matematice. U Vás to bude asi naopak.“
Albert Einstein

Matematika je základem většiny vědeckých disciplín, které využívají její poznatky a staví na jejích tvrzeních. Matematické myšlení nám napomáhá efektivně řešit situace, se kterými se setkáváme v běžném životě. Je tedy nezbytné studenty co nejvíce s matematikou seznámit a dobrý základ se studentům musí vštípit již na středních školách, aby později na vysokých školách mohli pokračovat v rozvíjení svých znalostí. Matematika je na středních školách poslední dobou vytlačována humanitními předměty. Studenti se chtějí více zaměřit na studium jazyků, matematika a obecně přírodní vědy se stávají díky své obtížnosti a určitým nárokům na intelekt studentů čím dál méně populární. Hodin matematiky na středních školách ubývá a dobrovolně si rozšiřující semináře z matematiky volí stále méně studentů. Je tedy na středoškolských učitelích, aby se co nejvíce snažili vzbudit zájem studentů o matematiku, zpestřit výuku něčím novým, rozšířit studentům obzory a právě prostředí TRIAL by mohlo být dobrou formou, jak ukázat středoškolským studentům výuku matematiky z jiného pohledu.

Cílem práce bylo zjišťění možnosti využití prostředí TRIAL pro výuku matematiky na středních školách a případně navržení vylepšení TRIALu pro potřeby středních škol.

V první kapitole diplomové práce je popsáno prostředí TRIAL a zaznamenána historie TRIALu od původní myšlenky až po složitý vývoj v současnou podobu.

Druhá kapitola se zabývá matematickým softwarem, který se v současné době používá na středních školách a názorům studentů na tento software. Nejvíce užívaný software je v této kapitole zmíněn podrobněji. V kapitole jsou na závěr uvedené i méně obvyklé matematické programy, které studenti používají mimo školní výuku.

Třetí kapitole je věnována zjišťování názorů středoškoských studentů a učitelů na prostředí TRIAL a možnostem jeho uplatnění na středních školách.

V poslední kapitole jsou popsané vytvořené materiály a jejich podoba v Šaolinu. Jsou zde nastíněné možnosti, jak by mohl vypadat Šaolin pro střední školy.

Kapitola 1

Prostředí TRIAL

Systém TRIAL je volně dostupný matematický server na `http://TRIAL.zcu.cz`.
Je využíván při výuce matematiky především v prvních ročnících na Fakultě aplikovaných věd, Fakultě elektrotechnické, Fakultě strojní, Fakultě ekonomické a Fakultě pedagogické Západočeské univerzity v Plzni.

V současné době zde v pilotním režimu běží podpora pro středoškolskou matematiku, do které se zapojili pedagogové ze Střední průmyslové školy stavební v Plzni, Gymnázia České Budějovice (Jírovcova) a Gymnázia Plzeň (Mikulášské náměstí).

Původně byl systém navržen jako elektronická databáze řešených matematikých příkladů. Postupem času plnil ale i funkce elektronických skript, publikačního systému a dnes je označován poměrně obecně jako úložiště materiálů pro podporu výuky matematiky.

V této kapitole jsme se snažili zaznamenat historii systému TRIAL. Jak ukážeme níže, je možné z trendů a drobných formálních perliček vysledovat pomalý, ale zřejmě neodvratný přechod systému v jistou formu komunitní sociální sítě. Tyto postřehy a trendy se následně pokusíme uplatnit při formulaci požadavků na právě vznikající novou verzi celého systému, která by měla být na ZČU zařazena do výuky již v zimním semestru školního roku 2012-2013.

1.1 Historie TRIALu na ZČU

Neklademe si za cíl sepsat historii TRIALu a jako celek ji uzavřít. Vše, co jsme postupně zjistili a časově zařadili, se stalo součástí systému, a tak každý z jeho správců může historii volně doplňovat, upřesnovat a když čas ukáže nepodstatnost některých bloků, tak také mazat. Podle pravidel správců je to právo a zodpovědnost každého správce společného obsahu na TRIALu.

Přesto, že historie ještě sepsána nebyla, jisté pokusy lze zaznamenat.
Například současná verze systému nabízí kapitolu o historii v sekci ADDONS, ale celý její obsah je pregnantně vyjádřen jedinou větou: *”... bude obratem dodáno”*.
Pokus o zjištění alespoň přibližného datumu vzniku celého systému byl zaznamenán v sekci o TRIALu[1], když byl na serveru nalezen starý soubor chybových hlášení serveru, jehož datum vytvoření bylo 11.1.2003.

Konečně se doktor Petr Nečesal přenesl přes vzpomínky ostatních správců a v lednu 2011 se pokusil z částečně nalezených souborů tzv. ”aktualit”sepsat alespoň podstatné záchytné body, které následně prezentoval na setkání správců TRIALu v Nečtinech a po drobných doplněních zaslal do sborníku, který vyšel jako první číslo časopisu s názvem Matematika pro aplikace. Tento časopis byl vydáván Ústavem matematiky Fakulty strojního inženýrství VUT v Brně.

Pro nás se tento jeho nástřel stal základním klíčem k celé problematice, naše dosavadní zjištění jsme do něj zařadili a následná rozšíření jsme zanesli do načrtnuté časové osy.
Úplný text této kapitoly je k dispozici na

`http://iTRIAL.zcu.cz/historie`

kde jsou navíc plně funkční všechny dosavadní verze systému TRIAL, včetně materiálů, které svým formátem nejsou vhodné pro tiskovou verzi. Jednotliví správci mají k tomuto materiálu přístup a jak se ukazuje, svého práva vstupovat do textu a doplňovat další údaje plně využívají.

Pro naše potřeby proto uvedeme ilustrační časovou osu:

9.-13.9.2002 myšlenka
S první myšlenkou na vznik systému pro podporu výuky matematiky na ZČU přijel Ing. Jan Čepička, Ph.D. z 27. konference o matematice na školách VŠTEZ v Hejnicích. Do prvních příprav se obratem zapojili Ing. Petr Nečesal, Ph.D. s RNDr. Martou Míkovou a to vše s požehnáním vedoucího katedry matematiky Prof. RNDr. Stanislava Míky, CSc. První příklady v elektronické databázi byli vytvořeny pro právě běžící předmět ME1 na FEL ZČU, na jehož výuce se kromě již výše zmíněných podílel také Doc. RNDr. Josef Polák, CSc.

31.10.2002 první trialová zápočtová písemná práce
Písemná práce měla ve skutečnosti dvě části.

- První část generoval server z předem definované množiny příkladů, a to pro každého studenta zvlášť. Vznikl tak pestrý soubor vzájemně různých zadání písemných prací.

- Druhou část vytvořili Doc. RNDr. Josef Polák, CSc. a Prof. RNDr. Stanislav Míka, CSc. pro všechny studenty společnou tak, aby písemná práce byla vyvážená.

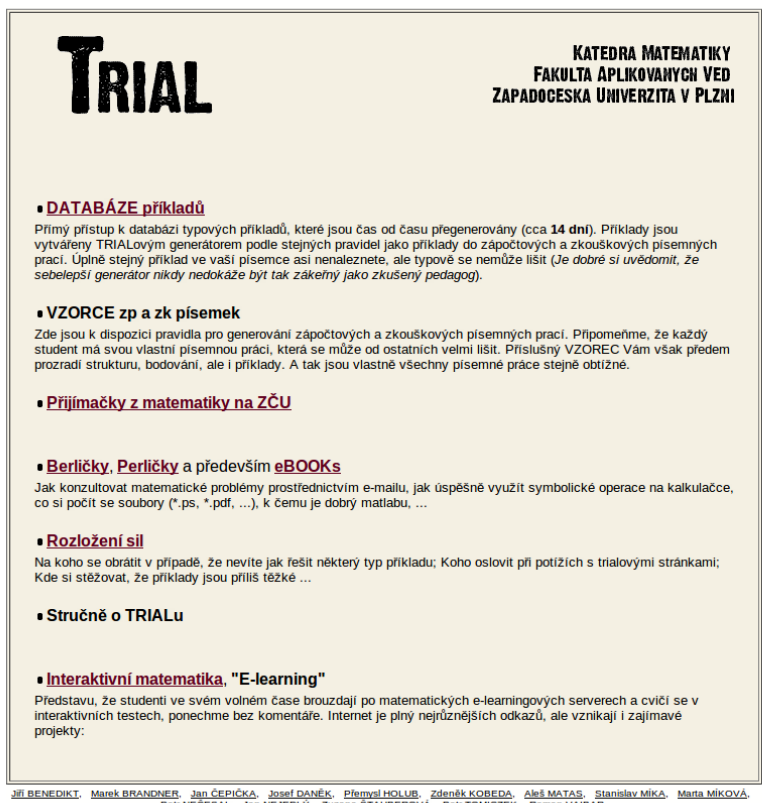
V pravém slova smyslu se tedy nejedná o čistou trialovou písemnou práci, ale bylo to vůbec poprvé, kdy studenti dostali náhodně generované příklady.

1.11.2002 ustálen název TRIAL
Název TRIAL vznikl v podstatě nedorozumněním.
Původně server bez názvu generoval cvičné verze písemných prací, tehdy s jistou nadsázkou nazvaných trialové (tedy neostré) verze tak, jak bylo zvykem u počítačových her. Studenti však toto názvosloví pojali vlastním způsobem a když měli možnost vybrat si mezi písemnou prací klasickou a počítačem generovanou, dožadovali se při rozdávání testů písemek TRIALových.

Po drobných nedorozumněních, kdy byli vyučující při zápočtových testech zaskočeni požadavky na cvičnou verzi písemek, bylo rozhodnuto nazývat server TRIALem a nadále již nabízet pouze klasické a trialové písemky.

Skutečnost, jak zajímavé a rozmanité jsou jazykové překlady, odhalil až dodatečně Prof. Stanislav Míka a diskuze o názvu serveru tím definitivně uzavřel.

TRIAL - *soud,*
soudní proces,
přelíčení,
líčení,
zkouška,
zkušební,
pokus,
experiment,
strast,
utrpení,
soužení,
trápení.


TRIAL

KATEDRA MATEMATIKY
FAKULTA APLIKOVANYCH VED
ZAPADOCESKA UNIVERZITA V PLZNI

- DATABÁZE příkladů

Přímý přístup k databázi typových příkladů, které jsou čas od času přegenerovány (cca **14 dní**). Příklady jsou vytvářeny TRIALovým generátorem podle stejných pravidel jako příklady do zápočtových a zkouškových písemných prací. Úplně stejný příklad ve vaší písemce asi nenaleznete, ale typově se nemůže lišit (*Je dobré si uvědomit, že sebelepší generátor nikdy nedokáže být tak zákeřný jako zkušený pedagog*).

- VZORCE zp a zk písemek

Zde jsou k dispozici pravidla pro generování zápočtových a zkouškových písemných prací. Připomeňme, že každý student má svou vlastní písemnou práci, která se může od ostatních velmi lišit. Příslušný VZOREC Vám však předem prozradí strukturu, bodování, ale i příklady. A tak jsou vlastně všechny písemné práce stejně obtížné.

- Přijímačky z matematiky na ZČU

- Berličky, Perličky a především eBOOKs

Jak konzultovat matematické problémy prostřednictvím e-mailu, jak úspěšně využít symbolické operace na kalkulačce, co si počít se soubory (*.ps, *.pdf, ...), k čemu je dobrý matlabu, ...

- Rozložení sil

Na koho se obrátit v případě, že nevíte jak řešit některý typ příkladu; Koho oslovit při potížích s trialovými stránkami; Kde si stěžovat, že příklady jsou příliš těžké ...

- Stručně o TRIALu

- Interaktivní matematika, "E-learning"

Představu, že studenti ve svém volném čase brouzdají po matematických e-learningových serverech a cvičí se v interaktivních testech, ponechme bez komentáře. Internet je plný nejrůznějších odkazů, ale vznikají i zajímavé projekty:

Jiří BENEDIKT, Marek BRANDNER, Jan ČEPIČKA, Josef DANĚK, Přemysl HOLUB, Zdeněk KOBEDA, Aleš MATAS, Stanislav MÍKA, Marta MÍKOVÁ, Petr NEČESAL, Jan NEJEDLÝ, Zuzana ŠTAUBEROVÁ, Petr TOMICZEK, Roman VAIBAR,

7.1.2003 první trialová zkoušková písemná práce

První experiment s počítačem generovanými příklady u zkoušek proběhl pod drobnohledem všech zúčastněných vyučujících. Všichni si uvědomovali, že zkouška je pro studenty náročná nejen po stránce znalostní, ale rovněž po stránce psychologické. Proto byly všechny vygenerované práce pečlivě překontrolovány tak, aby stres nebyl zbytečně evokován chybně zadanou písemnou prací.

Tyto písemné práce se bohužel nedochovaly a pokud ano, pak se nám nepodařilo je nalézt. V době jejich vzniku se nezdálo zajímavé je archivovat mimo jiné také proto, že ve své době byly objemově rozsáhlé a místo na zálohovacích zařízeních bylo možné využít lepším způsobem.

20.2.2003 zřízení domény trial.kma.zcu.cz

Za myšlenku a její následnou realizaci tohoto ve své době odvážného kroku je plně zodpovědný Ing. Jan Nejedlý (budoucí IT správce KMA). Fyzicky se tak TRIAL ocitl na serveru theseus, na kterém pak zůstal dlouhá léta a přežil nejrůznější "přesunové" koncepce a hromadné virtualizace. Vždy se totiž ukázalo, že stabilita a rychlost správy vlastního serveru je v době zápočtových prací či ve zkouškovém období důležitější než mnohdy rozumné, ale často nestabilní koncepční kroky. Server theseus nebyl ve své době stabilnější než ostatní univerzitní servery, ale v kritických obdobích byl Ing. Nejedlý schopen garantovat jeho funkčnost 24 hodin denně.

20.5.2003 první trialová zkoušková písemná práce zcela v režii generátorů

Po sérii generovaných písemných prací, které procházely pečlivou kontrolou, se podařilo minimalizovat nekorektně generované práce.

Jméno PŘÍJMENÍ (kroužek) ZKOUŠEJÍCÍ

Zkoušková písemná práce M1 / 2003

Příklad 1.1.
Určete Taylorův polynom 2. stupně $T_2(x)$ funkce $\varphi(x) = 2\,x^2 + 9\,x + 8$ v bodě $x_0 = -5$.
[3 body]

Příklad 1.2.
Uvažujme nekonečnou číselnou řadu $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$, kde $a_n = \ln\left(\dfrac{n+1}{2+n}\right)$.

a) Určete předpis pro n-tý člen posloupnosti částečných součtů $\{s_n\}$.
b) Sečtěte prvních 5, 15 a 19 členů posloupnosti $\{a_n\}$.
c) Vypočtěte součet nekonečné číselné řady.

[3 body]

Příklad 1.3.
Rozhodněte, kolik řešení má v oboru reálných čísel nelineární rovnice:

$$x \ln 9\,x = -\frac{1}{9e}$$

Své rohodnutí pečlivě zdůvodněte a definujte intervaly $I_k \subset \mathbb{R}$, tak aby každý z nich obsahoval právě jedno řešení.
(Využijte tvrzení věty o řešitelnosti rovnice $f(x) = y_0$. Vyšetřete D_f, limity v krajních bodech D_f, lokální extrémy a spojitost funkce f.)
[3 body]

Příklad 1.4.
Vypočtěte následující určitý integrál:

$$\int_0^{2\pi} e^{2\,x} \cos(x)\, dx.$$

[3 body]

Příklad 1.5.
Vypočtěte neurčitý integrál z racionální lomené funkce:

$$\int \frac{2\,y^2 + 42 + 8\,y}{(y^2+25)\,(y-1)}\, dy.$$

[3 body]

Podařilo se podchytit většinu jazykových, typografických, matematických i grafických prohřešků. Ruční kontrola byla proto pozastavena a pravidla pro studenty rozšířena tak, že pokud byl vygenerován příklad nekorektně, bylo možné použít jednu ze dvou možností:

- vyžádat si nové zadání,
- vyřešit příklad tak, jak byl zadán.

Především druhá možnost byla mezi studenty považována za písemkový bonus. Pokud se totiž příklad nevygeneroval správně, jednalo ze zpravidla o triviální zadání téměř bez možnosti v něm chybovat. Tyto chyby byly velmi rychle následně odstraněny, a tak možnost získat 'bonus' se stala spíše nereálnou.
Nadšení studentů z možnosti nalézt chybu nicméně neustávalo, a tak byly některé chyby záměrně ponechány. Ukázalo se totiž, že jisté procento chyb vede ke zvýšenému zájmu studentů tyto chyby hledat. A to z pedagogického hlediska znamenalo zvýšení zájmu o probíranou látku. Uměle ponechané chyby totiž vyžadovaly určitou znalost probírané látky k tomu, aby student vůbec poznal, že získal bonusový příklad.
Tyto experimenty časem vyústily v myšlenku vytváření nedokonalých studijních textů jako nástroje pro zvýšení jejich pedagogického účinku na čtenáře. Ale to by byla samostatná kapitola.

3.6.2003 zabaven první trialový tahák
Stalo se tak na FST ZČU v rámci předmětu MS1. Dlouhá léta byl památný dokument uchováván a příležitostně vystavován. Bohužel se nedochoval do doby, kdy vznikal tento text a přesto, že byl dokonce několikrát oskenován, stále se nedaří najít ani jednu jedinou kopii.
Případný druhý a třetí zabavený tahák již není ničím zajímavý. Stejně tak, jako jen málo kdo zná jméno druhého astronauta na měsíci či název druhé nejvyšší hory světa.

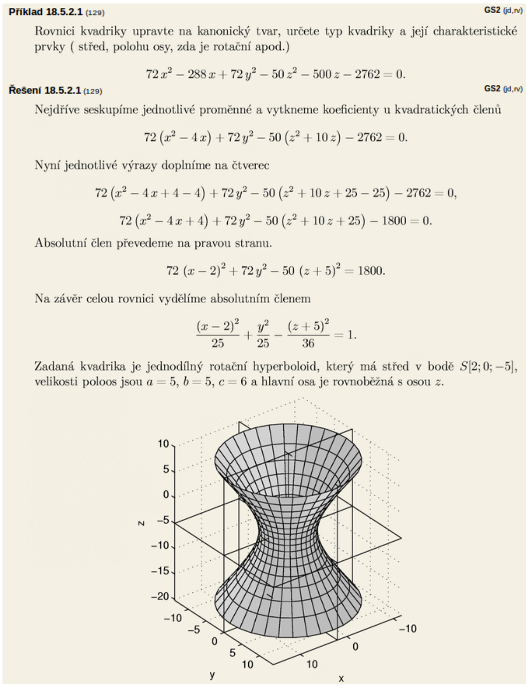
2004-2006 rozšíření o nové předměty
Původní představa, že počítačem generované příklady jsou vhodné především pro numerickou matematiku, se ukázala být překonána. V prvních semestrech předmětů ME1 a M1, kde byl TRIAL používán, navíc jako cvičící působili členové všech oddělení KMA, a tak se na serveru brzy objevily příklady z numerické matematiky, lineární algebry, statistiky, pravděpodobnosti a geometrie. Bylo pouze otázkou času, v jakých předmětech a v jaké míře se TRIALové příklady objeví.

Není to tak dlouho, kdy byl poprvé spuštěn tento server. Přesto již dávno není v silách jediného člověka celý systém udržet v chodu a příslušným způsobem ho dále rozšiřovat. "Přirozeným výběrem" tak vzniká tým členů KMA, kteří se dobrovolně (i nedobrovolně) stávají pro TRIAL nepostradatelnými.

Autor myšlenky :	Jan Čepička
První implementace :	Aleš Matas, Petr Nečesal
Správci systému :	Jan Čepička, Josef Daněk
WWW Design :	Petr Nečesal
Korektor :	Marta Míková, Přemysl Holub
Antibyrokracie :	Marek Brandner, Marta Míková
Anděl strážný:	Stanislav Míka

" Dodavatelé příkladů " :

Středoškolská matematika	M. Míková	Přijímačky
Geometrie	Z. Štauberová	**IG, DEG-1**
Matematická Analýza	J. Benedikt, M. Benediktová, J. Čepička, P. Holub, Z. Kobeda, A. Matas, M. Míková, P. Nečesal, P. Tomiczek	**MA1, MA1(k), ME1, ME3, M1, ZM1, ZM2, SDP, SMA, SIP**
Numerické Metody	R. Vaibar	**NM, SNU**
Lineární Algebra	J. Nejedlý	**LA1, ZM1**
Diskrétní Matematika	P. Holub	**DMA**



Příklad 18.5.2.1 (129) **GS2** (jd,rv)

Rovnici kvadriky upravte na kanonický tvar, určete typ kvadriky a její charakteristické prvky (střed, polohu osy, zda je rotační apod.)

$$72\,x^2 - 288\,x + 72\,y^2 - 50\,z^2 - 500\,z - 2762 = 0.$$

Řešení 18.5.2.1 (129) **GS2** (jd,rv)

Nejdříve seskupíme jednotlivé proměnné a vytkneme koeficienty u kvadratických členů

$$72\left(x^2 - 4\,x\right) + 72\,y^2 - 50\left(z^2 + 10\,z\right) - 2762 = 0.$$

Nyní jednotlivé výrazy doplníme na čtverec

$$72\left(x^2 - 4\,x + 4 - 4\right) + 72\,y^2 - 50\left(z^2 + 10\,z + 25 - 25\right) - 2762 = 0,$$

$$72\left(x^2 - 4\,x + 4\right) + 72\,y^2 - 50\left(z^2 + 10\,z + 25\right) - 1800 = 0.$$

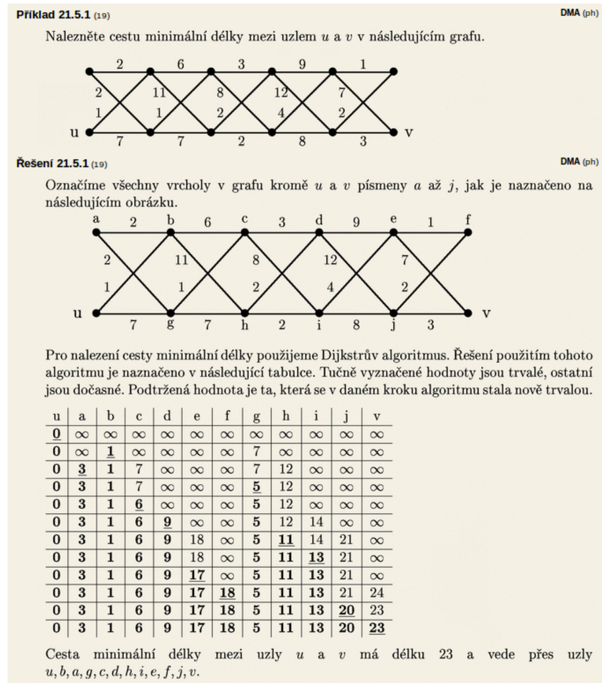
Absolutní člen převedeme na pravou stranu.

$$72\,(x-2)^2 + 72\,y^2 - 50\,(z+5)^2 = 1800.$$

Na závěr celou rovnici vydělíme absolutním členem

$$\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{y^2}{25} - \frac{(z+5)^2}{36} = 1.$$

Zadaná kvadrika je jednodílný rotační hyperboloid, který má střed v bodě $S[2;0;-5]$, velikosti poloos jsou $a=5$, $b=5$, $c=6$ a hlavní osa je rovnoběžná s osou z.



Příklad 21.5.1 (19) **DMA** (ph)

Nalezněte cestu minimální délky mezi uzlem u a v v následujícím grafu.

Řešení 21.5.1 (19) **DMA** (ph)

Označíme všechny vrcholy v grafu kromě u a v písmeny a až j, jak je naznačeno na následujícím obrázku.

Pro nalezení cesty minimální délky použijeme Dijkstrův algoritmus. Řešení použitím tohoto algoritmu je naznačeno v následující tabulce. Tučně vyznačené hodnoty jsou trvalé, ostatní jsou dočasné. Podtržená hodnota je ta, která se v daném kroku algoritmu stala nově trvalou.

u	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	v
$\underline{0}$	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0	∞	**$\underline{1}$**	∞	∞	∞	∞	7	∞	∞	∞	∞
0	**$\underline{3}$**	**1**	7	∞	∞	∞	7	12	∞	∞	∞
0	**3**	**1**	7	∞	∞	∞	**$\underline{5}$**	12	∞	∞	∞
0	**3**	**1**	**$\underline{6}$**	∞	∞	∞	**5**	12	∞	∞	∞
0	**3**	**1**	**6**	**$\underline{9}$**	∞	∞	**5**	12	14	∞	∞
0	**3**	**1**	**6**	**9**	18	∞	**5**	**$\underline{11}$**	14	21	∞
0	**3**	**1**	**6**	**9**	18	∞	**5**	**11**	**$\underline{13}$**	21	∞
0	**3**	**1**	**6**	**9**	**$\underline{17}$**	∞	**5**	**11**	**13**	21	∞
0	**3**	**1**	**6**	**9**	**17**	**$\underline{18}$**	**5**	**11**	**13**	21	24
0	**3**	**1**	**6**	**9**	**17**	**18**	**5**	**11**	**13**	**$\underline{20}$**	23
0	**3**	**1**	**6**	**9**	**17**	**18**	**5**	**11**	**13**	**20**	**$\underline{23}$**

Cesta minimální délky mezi uzly u a v má délku 23 a vede přes uzly $u, b, a, g, c, d, h, i, e, f, j, v$.

10.10.2004 spuštěno fórum pro MA1

Teprve v roce 2004 byl TRIAL plně zapojen i do výuky matematické analýzy na FAV ZČU. S typově novou skupinou studentů (počítačově orientovaní studenti) přišel i zcela nevinný požadavek, zda by na serveru bylo možné o příkladech diskutovat. Tím se TRIAL vydal zcela novou cestou a definitivně přestal být pouze pasivním zrojem informací.

Fórum na TRIALu bylo svého času nejnavštěvovanější a nejrozsáhlejší fórum na ZČU. Počtem příspěvků dokonce v součtu překonalo tehdejší diskuzní fóra na studentském serveru Dione.zcu.cz i na vznikajícím portálu ZČU. Přestože se primárně diskutovaly problémy z matematické analýzy, je možné v záznamech nalézt i podtémata s velmi různorodým zaměřením.

Požadavek přišel od studentů, a jak se ukázalo, byla to právě tato generace, pro níž bylo fórum prostředkem pro komunikaci i studium. Postupem času prišly generace "chatové" a "facebookové". Úroveň příspěvků a především hloubka probíraných témat však již nikdy nedosáhly na fóra z let 2004-2006.

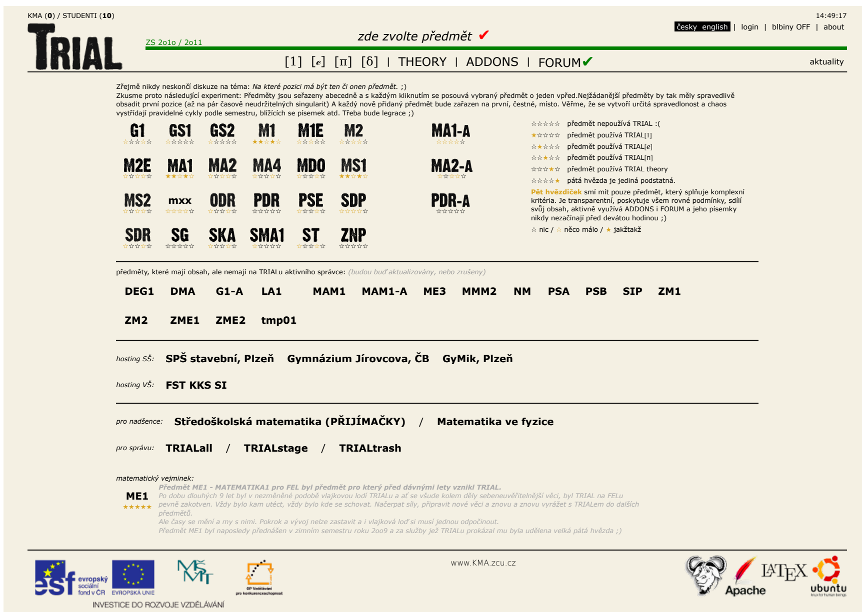
2005-2008 běžný provoz serveru

Toto období bylo mimořádně zajímavé ze dvou důvodů:

- Kromě Ing. Nejedlého, který zajišťoval chod a správu serveru theseus, (kde byla kromě TRIALu celá řada dalších webových aplikací a portálů) se o TRIAL nikdo nestaral. Dalo by se říci, že žil svým vlastním životem a to bez jakéhokoliv IT zásahu.
- Po obsahové stránce právě v tomto období získal server největší množství zajímavých dat, příkladů a pomůcek.

Téměř by bylo možné konstatovat, že softwarová stagnace vedla k zásadnímu rozvoji obsahu.

15.12.2008 vytvořen TRIAL2
S rostoucím množstvím různorodých studijních materiálů přichází potřeba nové softwarové verze TRIALu. Jednak proto, že technologie pokročily vpřed, a jednak proto, že rozšířit verzi starou by bylo časově daleko náročnější. TRIAL v této době obsahoval právě jeden milión souborů, a tak podmínkou nové koncepce bylo zachovat vše, co doposud na TRIALu fungovalo a doplnit to, co by bylo přínosem buď pro studenty nebo pro vyučující. Rozlišíme-li TRIAL po stránce formy a obsahu, pak je nutné podotknout, že nová verze přináší zásadní změny v obou složkách.



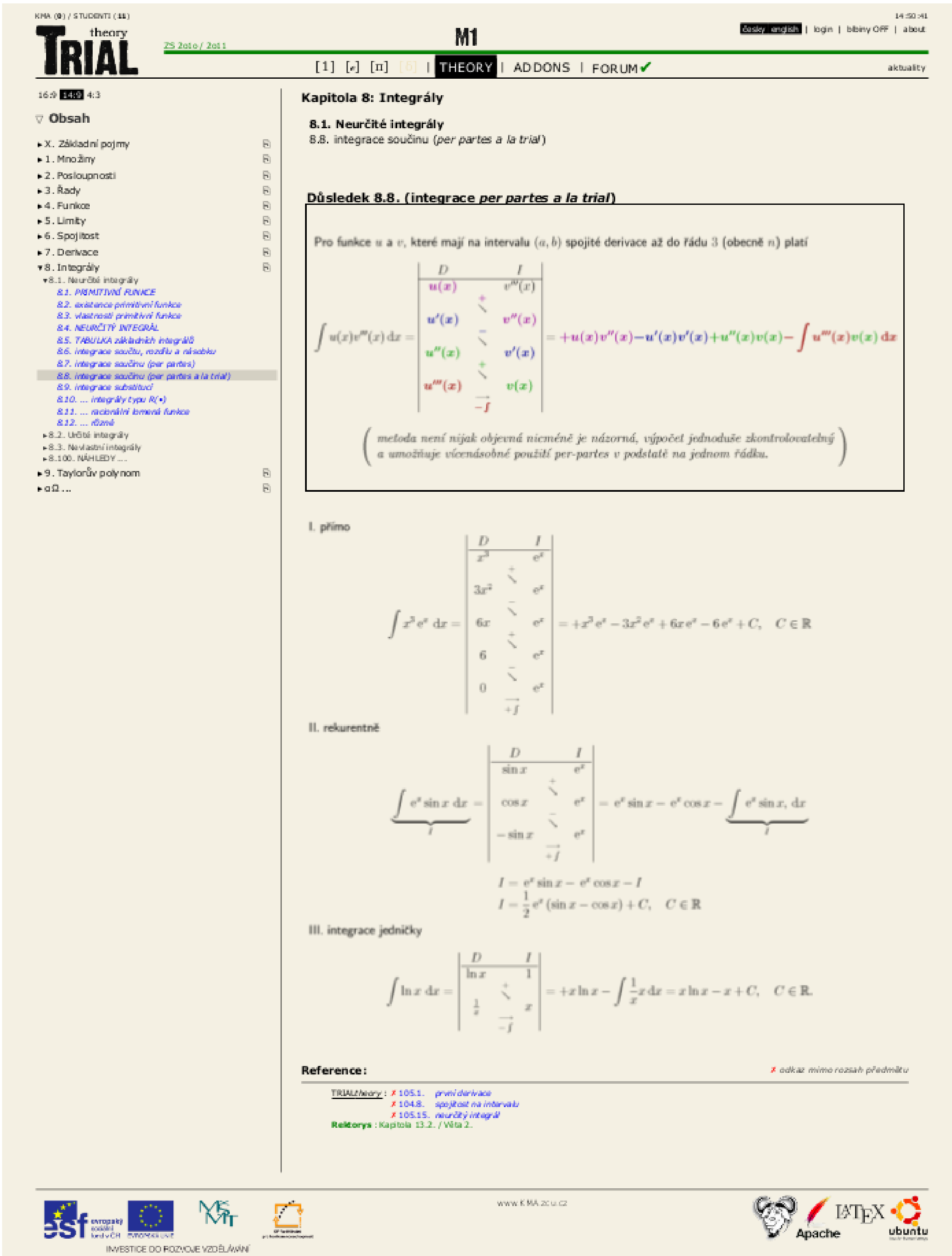
Po stránce formální byla vytvořena sekce ROOT a inlineTEX. Tím bylo de facto zajištěno vzdálené přihlašování k serveru a možnost online měnit a přidávat obsah v txt, html, php či latexu. Jednotlivé bloky byly provázány referencemi, byly posíleny online prvky jako monitorování online uživatelů na jednotlivých předmětech a zásadním způsobem byla také zpřehledněna navigace a ovládání. V ideálním případě by bylo možné uvést, že server bylo možné ovládat intuitivně. V jistém smyslu a po určitém (nemalém) čase stráveném na serveru, to byla pravda.

Po stránce obsahové přinesla nová verze také novou koncepci.

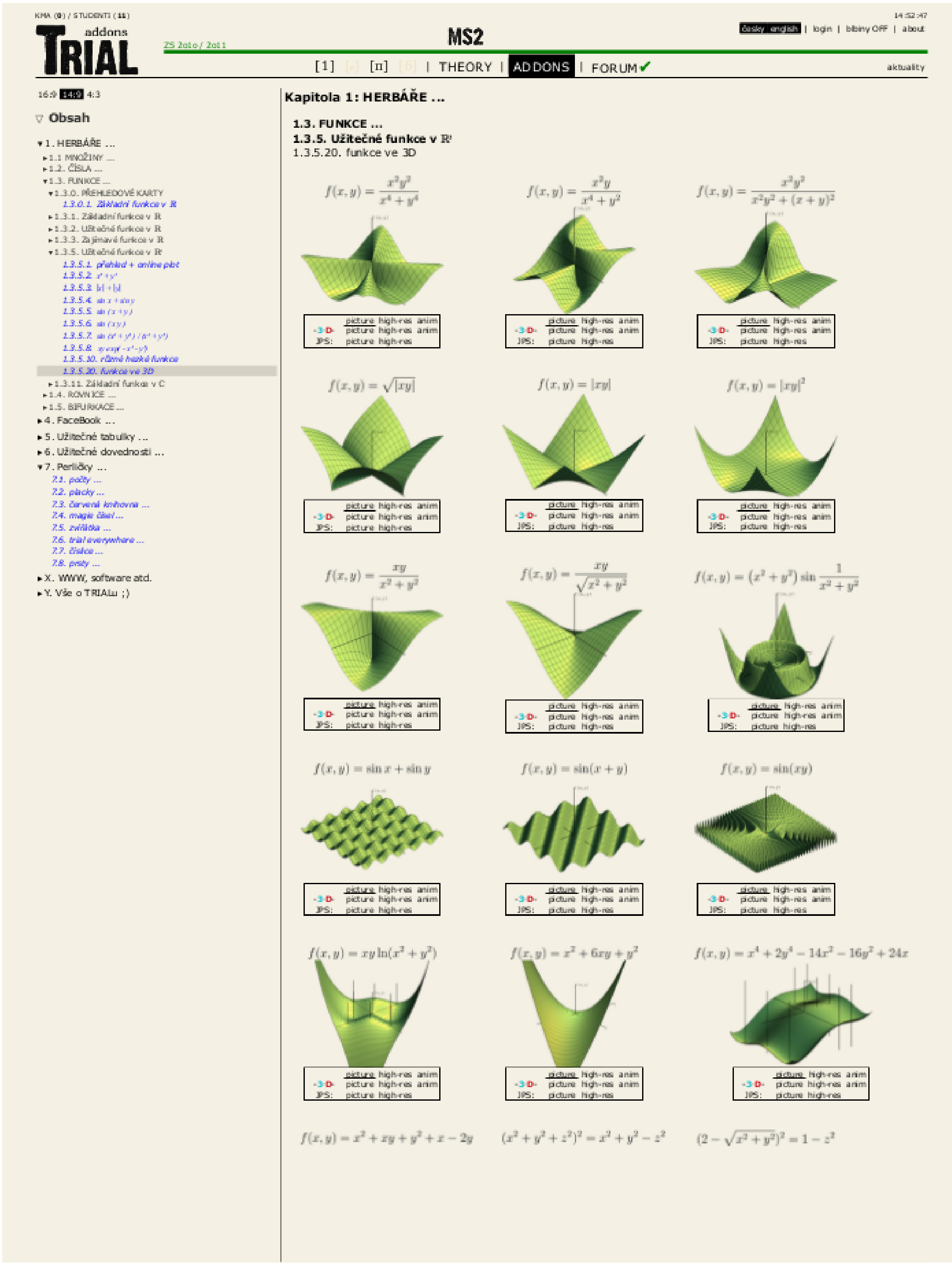
- databáze řešených příkladů ze staré verze vytvořila základ pro TRIAL[1]
- nově byly přidány testové otázky do TRIAL[e]
- pro elementární příklady tzv. doplňovačky byl připraven TRIAL[π]
- pro budoucí využití serveru pro zadání semestrálních a ročníkových prací byl navržen TRIAL[δ]

Aby byly vyslyšeny kritické hlasy, že calculus je jedinou součástí serveru, byly experimentálně připraveny také sekce TRIALtheory a TRIALaddons.

1.2.2009 spuštěna sekce TRIAL Theory



12.2.2009 spuštěna sekce TRIAL Addons



1.10.2010 grant z fondů EU
Jedním z největších okamžiků v "životě TRIALu" bylo získání prvních finančních prostředků pro jeho rozvoj a správu. Doposud byla veškerá aktivita členů KMA ryze dobrovolná a všechny pokusy o získání grantu skončily neúspěchem.

RNDr. Blanka Šedivá se nenechala tímto statisticky nepříznivým osudem zaskočit a s neuvěřitelným nadšením sepsala projekt, na jehož konci bylo získání mimořádné podpory z Evropských fondů (http://MMM.zcu.cz):

'Modernizace obsahu a formy výuky matematiky pro přírodní a technické vědy'.

evropský sociální fond v ČR — EVROPSKÁ UNIE — MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY — OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

MODERNIZACE OBSAHU A FORMY VÝUKY MATEMATIKY PRO PŘÍRODNÍ A TECHNICKÉ VĚDY

Projekt byl podporován z OPVK prioritní osy 7.2 a je řešen v letech 2010-2013 a tým pracovníků se oficiálně rozšířil:

Bohumír Bastl, Radek Cibulka, Jan Čepička, Magdaléna Čepičková, Jiří Čížek, Josef Daněk, Michal Friesl, Gabriela Holubová, Petr Křišťan, Miroslav Lávička, Marta Míková, Petr Nečesal, Jan Nejedlý, Jan Pospíšil, Milena Šebková, Blanka Šedivá, Petr Tomiczek, Světlana Tomiczková, Radek Výrut.

Poprvé se tak v týmu objevil profesionální PHP správce, poprvé vznikl skutečný pracovní tým a poprvé také bylo nutné vytvořit dlouhodobě udržitelnou koncepci serveru.
První pokus nazvaný TRIALblack sice sjednotil datové struktury a zjednodušil přístup správců, ale jeho celkové vyznění působilo spíše jako drobný a z vnějšího pohledu nepotřebný krok. Pravdou však bylo, že stávající server byl navržen velmi účelově a během krátké doby hrozilo jeho zahlcení bez možnosti dalšího rozvoje.
V tomto smyslu tedy TRIALblack zachránil TRIAL. Byla provedena kompletní revize dat, byly vytvořeny datové standardy, vznikla řada novinek jako registrovaní uživatelé, poprvé byly také zapojeny bezpečnostní prvky pro ochranu dat a rovněž začal server využívat datových struktur ZČU.

17.10.2010 historicky první hosting pro SPŠ stavební, Plzeň
K pilotnímu projektu rozšíření TRIALu na střední školy byli přizváni kolegové ze SPŠ STAV v Plzni:

Eva Bartovská, Aleš Grubr, Michaela Kopejtková, Petr Kravec, Lenka Michalcová,

kteří vytvořili samostatnou pracovní skupinu zabývající se středoškolskou matematikou.

20.1.2011 spuštěna sekce TRIAL Frisky

Server FRISKY vznikl jako samostatná a hravá odnož TRIALu a je primárně určen k nejrůznějším pedagogickým experimentům:

`http://FRISKY.kma.zcu.cz`

Jeho cílem je objevovat a do výuky zavádět nové postupy a metody, které jsou často technicky náročné. Skutečnost, že interaktivní servery a online hry jsou pro generaci našich studentů zajímavé, není možné podcenit. Server je koncipován tak, že nesvazuje žádnou předem definovanou formou ani očekávaným obsahem.

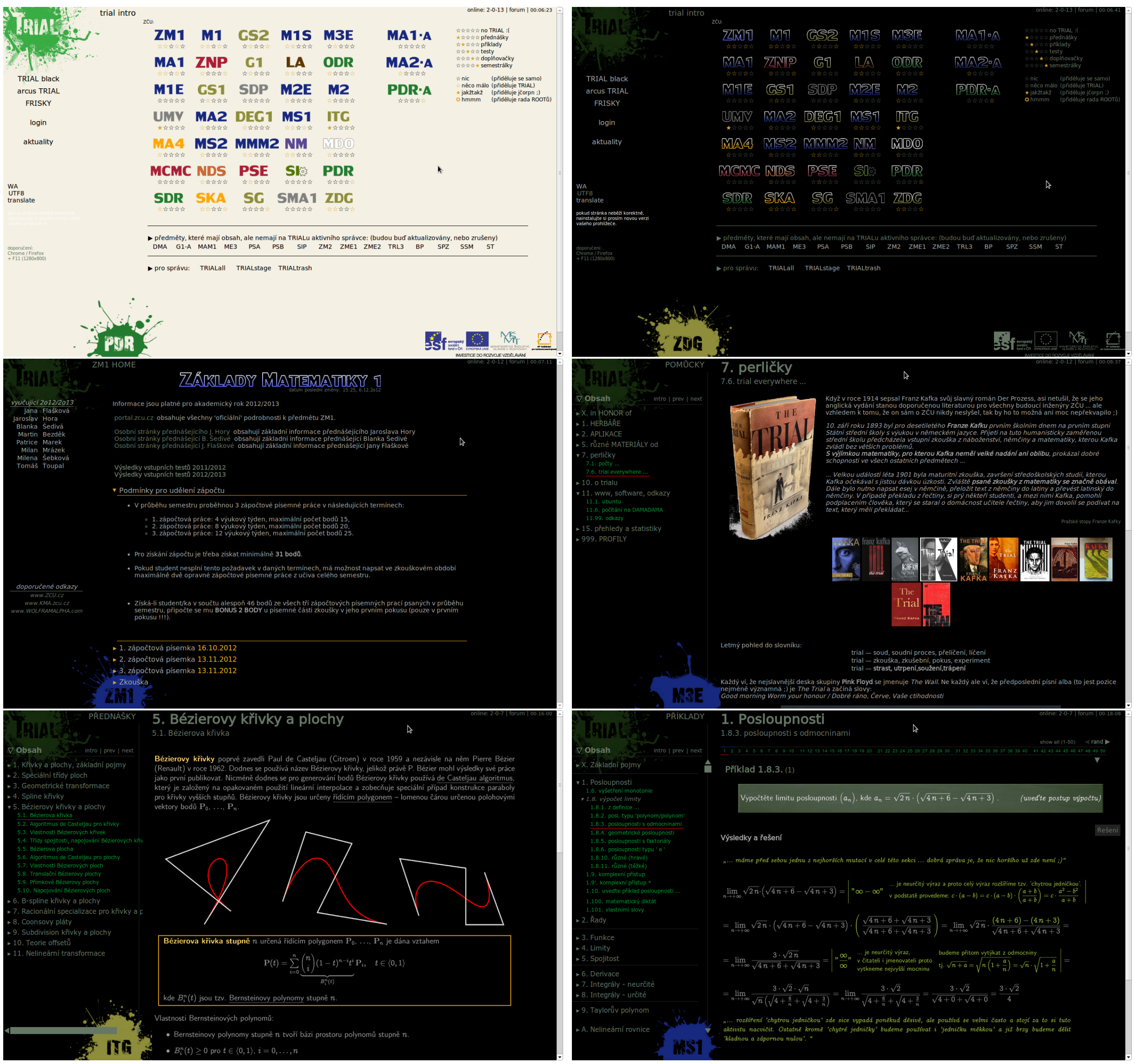
26.1.2011 aktivní zapojení symbolických operací do výuky

Experimenty na serveru Frisky poukázaly na zajímavý vývoj na poli symbolických operací. Na internetu se objevila celá řada serverů, které zpřístupňují tyto operace online a většinou také zdarma. Na TRIALu byl již delší dobu používán systém MAXIMA, který je považován za původce všech těchto operací. Systém však vyžadoval nemalé úsilí pro zvládnutí syntaxe a také pochopení principu výpočtů. Nově posílené servery nabízely výrazně přátelštější prostředí a například WolframAlpha zapojil umělou inteligenci v takovém rozsahu, že zadávání požadavků nevyžadovalo prakticky žádné znalosti syntaxe zápisu.

Na KMA tak vznikl projekt nazvaný KONEC STŘEDOVĚKU, jehož cílem bylo zvážit a následně zavést aktivní využití symbolických operací do výuky. To mimo jiné znamená, že studenti mohou tyto nástroje používat jak při přednáškách a cvičeních, ale v předem stanovené míře také u písemných prací a zkoušky. Tato koncepce je zatím podporována například ze strany vedení FST a nové pojetí výuky bylo na této fakultě zavedeno jako pilotní projekt.

16.7.2011 TRIAL black ... arcusTRIAL

S příchodem nového IT správce Mgr. Petra Křišťana zažil po softwarové stránce server TRIAL nebývalý rozvoj. Přesto, že nadále bylo požadováno dosud používané zobrazování matematických symbolů prostřednictvím inlineTEXu, rozšířil se server o podporu nových javascriptových knihoven, databázi MySQL a začal komunikovat s univerzitním portálem. Z předchozí verze serveru se podařilo přesunout 98% všech dat, zachovat jejich autorství a připravit prostředí pro jejich rozšíření. Dosud používaný systém pro symbolické operace MAXIMA byl nahrazen applety WolframAlpha a Geogebra, které poskytují studentům výrazně větší uživatelský komfort.

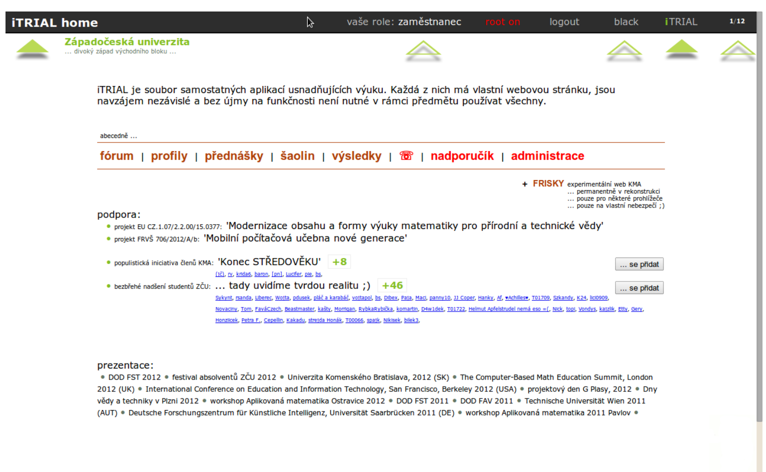


Vznikl tak server, který se pokusil oslovit uživatele komfortem vzdáleného přístupu, bezpečností dat a v neposlední řadě také originálním designem. Použité černé pozadí vyvolalo řadu diskuzí a přestože například matematické diskuzní fórum na MFF UK je také černé, bylo lepší přistoupit k variantě dvou designových prostředí black a arcus. Práce s černým webovým serverem vyžaduje zcela jiný přístup k tvorbě aplikací a je pravdou, že tato skutečnost komplikovala členům katedry zavedené a vyzkoušené postupy při tvorbě studijních materiálů.

24.9.2012 iTRIAL ... možný nástupce TRIALu
Tímto dnem byla studentům představena zcela nová koncepce pro podporu výuky matematiky na ZČU: `http://iTRIAL.zcu.cz`

iTRIAL již není webovým serverem v klasickém pojetí. Rozsáhlé webové stránky nahrazují jednoduché obsahově cílené aplikace s primárním využitím na mobilních zařízeních.
V plném rozsahu zde jsou využity moderní standardy jako HTML5, Canvas, MathJAX. Obsah je zpřístupněn pouze registrovaným uživatelům a je plně přizpůsoben případnému vnoření do celouniverzitních systémů pro výuku. Správci nemají přístup k softwarové realizaci, databázové informace jsou výhradně sdíleny s CIV ZČU a i fyzicky byl server přesunut do virtualizovaného univerzitního prostředí.
Server TRIAL se stává vnitřním datovým serverem, o jehož existenci vědí pouze správci a ti, kteří s jeho pomocí zpřístupňují studijní materiály na iTRIALu.

S jistou nostalgií je tak možné říci, že po deseti letech TRIAL morálně zastaral a byl nahrazen novou a v brzké budoucnosti snad stejně úspěšnou aplikací.



Zde je možné historii serveru TRIAL uzavřít. Shodou okolností jsme zároveň dospěli do bodu, který existenci TRIALu v jistém smyslu uzavírá a je to i jeden z výsledků této práce. Komunikace se studenty středních škol totiž ukázala, že koncepce rozsáhlého webového serveru je sice zajímavá pro studenty vyšších ročníků matematických oborů na vysokých školách, ale pro studenty v prvních ročnících obecně technických oborů, či pro studenty středních škol je příliš náročná. Neplní tak základní motivační požadavky a je nutné nabídnout jednodušší a vstřícnější formu.

1.2 Perličky a trendy z historie TRIALu

Minimum znalostí
Na 27. konferenci o matematice na školách VŠTEZ, na které vznikla myšlenka TRIALu, vystoupili Ing. Jan Čepička, Ph.D. a RNDr. Marta Míková s příspěvkem *Nové pojetí matematiky na technických fakultách ZČU*, kde ve sborníku je možné zpětně nalézt následující sdělení:

> *„Úroveň matematických znalostí u průměrného absolventa střední školy a uchazeče o studium na FEL a FST je na* **historickém minimu***.“*
> *„Nepřipravenost uchazečů k samostatnému studiu určené problematiky je v tomto případě na* **historickém maximu***.“*

Nutno podotknout, že se psal rok 2002 a jak se ukázalo v následujících letech, nebylo jejich sdělení pravdivé.

Studentské nicky
TRIALové písemné práce byly svého času jedinými písemnými pracemi, které v rámci anonymity umožňovaly studentům místo jména používat nicky. Zatímco dnes se jedná o poměrně rozšířený a v jistém smyslu zcela běžný způsob identifikace, bylo nutné tuto skutečnost velmi intenzivně obhajovat a dokazovat, že nebude zneužita "nevhodnými" nicky. Naštěstí již v samých počátcích studenti tuto možnost využívali zodpovědně a sporné nicky byly spíše úsměvné:

potrebuji dva body, nula, neumim nic, nechci na pracak, ...

a za zmínku stojí i iniciativa studentů Ing. Nečesala, kteří se identifikovali jako

neučesaný, dnes jsem se nečesal, také jsem se nečesal, nejsem učesaný, ...

Diskuzní fórum
Spuštěním diskuzního fóra v roce 2004 došlo k výraznému zvýšení počtu přístupů na server. Diskuzní fórum na TRIALu se stalo nejvytíženějším fórem na ZČU a ve své době dokonce inspirovalo tehdejší studenty prvního ročníku k pozdějšímu vytvoření fóra celouniverzitního na forum.zcu.cz

I přes různá témata, která se v diskuzích objevovala, matematika dominovala. Ukázalo se navíc, že studenti diskutují napříč fakultami a nejednou se stalo, že studenti FEL radili studentům FAV, studenti FAV studentům FST atd. Čas od času se dokonce nepřipravený vyučující pustil do diskuze, v níž musel přiznat, že podcenil význam drobných nuancí ve znění definic a vět a následně pak vetovat své vlastní příspěvky.

Komunita, která takto vznikla, měla jeden společný rys ... diskutovala o probírané látce, vyhledávala vlastní problémy a upřímně se snažila látku pochopit. Z pedagogického hlediska tedy jednoznačný úspěch.

Po čase se objevil požadavek na zřízení profilů studentů na serveru, tedy posílení online stránky serveru a ten KMA nevyslyšela. Možná to byla chyba. Fórum sice stále běží, dokonce je asi stále ještě fórem s největším počtem příspěvků v semestru, ale v jistém smyslu je to již stagnace. Nová generace studentů již od komunitního serveru očekává více.

Lehké a těžké příklady
V roce 2002 proběhla řada diskuzí o zařazení některých typových příkladů. Převládalo totiž přesvědčení, že jsou sice vhodné pro střední školu, ale nesplňují náročnější kritéria vysokoškolské matematiky.

Postupem času a bez vnějšího zásahu do generátorů těchto příkladů, byly na základě statistik přesunuty z příkladů lehkých do kategorie příkladů težších, následně těžkých a konečně příliš těžkých. Dnes tyto příklady nejsou do písemných prací zařazovány a vysvětlení bývá takové, že jsou příliš technicky náročné a nedovolí studentům proniknout k podstatě věci.

Testové otázky
Vytvořením TRIALu[e] vznikla možnost vkládat do písemných prací příklady typu a-b-c. Bylo přitom zřejmé, že jsou vhodné pro zápočtové písemné práce, ale rozhodně nesplňují náročnější kritéria zkouškových písemných prací. Již v prvním roce se však ukázalo, že vhodně zvolené testové příklady vyžadují daleko hlubší pochopení probírané látky a jsou pro zkouškové písemné práce podstatně vhodnější než klasické početní příklady.

Přístup členů KMA k TRIALu
Velmi často se řeší otázka, jak TRIAL působí na studenty. Ve skutečnosti, ale působí také na členy katedry matematiky, kteří jsou s ním (narozdíl od studentů) v kontaktu již více než 9 let.

Někteří tak TRIAL bezvýhradně přijímají a jiní bezvýhradně odmítají. V sociální struktuře katedry přitom dochází k zajímavým změnám, kdy se průběžně mění skupina správců TRIALu a to napříč výše zmíněnými skupinami.

V historii serveru existuje dobře zmapovatelné období 2006-2008 nazvané *běžný provoz serveru*, kdy se o TRIAL nikdo nestaral a to včetně IT správců. Zajímavé ovšem je, že i v této době generoval server písemné práce, diskutovalo se na fóru a tvořil běžnou součást doplňkových materiálů různých předmětů. Skeptici považují toto období za důkaz existence samostatně žijícího člena katedry matematiky jménem TRIAL.

Numerika nebo analýza
Při vzniku elektronické databáze, kde byly příklady generovány strojem, se objevil názor, že takovýto způsob generování příkladů je vhodný spíše pro příklady z numerické matematiky a nikoli pro matematickou analýzu.

Po čase, kdy již databáze obsahovala řadu příkladů a v matematické analýze se běžně používala, bylo nutné přidat také příklady z numerické matematiky. Objevil se však názor, že takovýto způsob generování příkladů je vhodný spíše pro příklady z matematické analýzy a nikoli pro numerickou matematiku.

Ať už je tomu jak chce, jedinou zkušeností je, že největší problém tvoří příklady z geometrie. Ať už projde server jakoukoli změnou, vždy jsou příklady z oddělení geometrie na hranici jeho možností.
Dokonce i právě budovaný zcela nový server, který byl koncepčně navržen na základě dosavadních zkušeností, byl následně rozšiřován poté, kdy členové oddělení geometrie nastínili svou představu o připravovaných typových úlohách. A je tedy jenom otázkou času, kdy se nyní zavedená norma stane opět svazující na nepružnou.

TRIAL grey

Po získání finančních prostředků z fondů EU bylo jednomyslně rozhodnuto, že nová verze TRIALu ponese na počest RNDr. Banky Šedivé, jejíž zásluhou byly finanční prostředky získány, přívlastek "grey".

Ukázalo se však, že vytvořit "dostatečně šedý"server bylo typograficky náročnější, než si správci původně mysleli. Matematické symboly v tomto prostředí buď zanikaly a nebo působily příliš robusně. Bylo proto rozhodnuto, že server bude nabízet verze dvě, bílou a černou. Přičemž černá verze byla pojata jako verze základní.

Černý server si sice získal mimořádné nadšení mezi skalními příznivci TRIALu, ale zároveň vyvolal i stejně silný nesouhlas. První výjimku získala právě RNDr. Blanka Šedivá, pro niž správce (tajně) připravil nastavení bílého serveru jako nastavení výchozí a ostatní členové KMA ji postupně následovali. Paradoxně studenti využívali v 92% server černý, zatímco na KMA to bylo pouhých 6% správců.

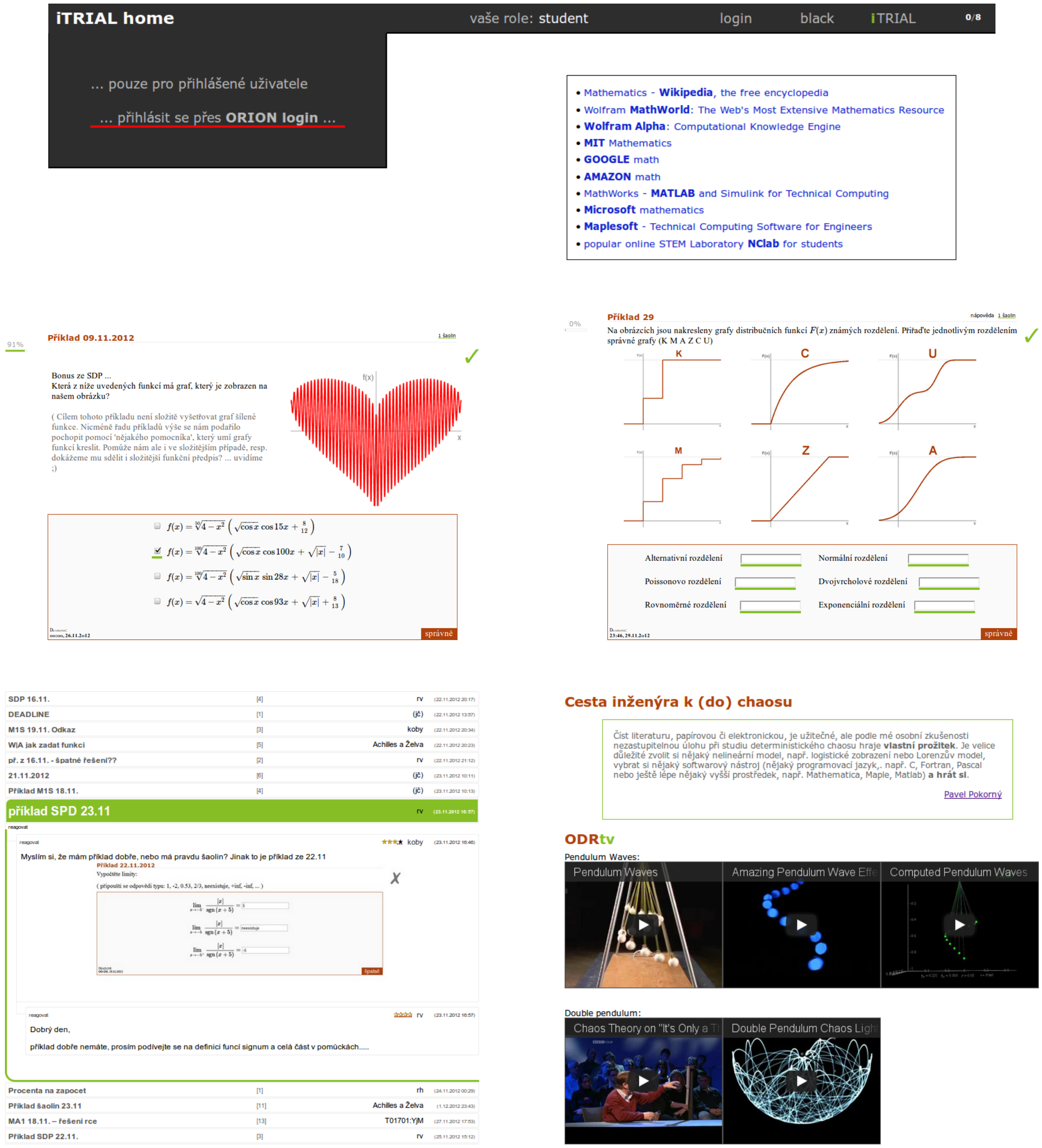
Nakonec bylo rozhodnuto, že nově vznikající iTRIAL bude mít také dvě nastavení, (bílé a černé pozadí - stejně jako server Olympijských her v Londýně v roce 2012) přičemž výchozí nastavení bude bílé a ostatní barvy budou souhlasně laděny podle serverů Google a Youtube. A tím byly definitivně uzavřeny veškeré diskuze o designu webových stránek.

iTRIAL redukce

iTRIAL je tak mladý, že není možné o jeho historii hovořit. Nicméně jeden z okamžiků jeho vzniku stojí za povšimnutí.
Se získáním finančních prostředků z projektu RNDr. Blanky Šedivé došlo k výraznému rozšíření týmu správců a to i týmu IT správců TRIALu. Sen o možnosti zapojení více členů se stal skutečností a to i v negativním slova smyslu. Stalo se téměř nemožné cokoli prosadit, nově vytvořit, či zcela pozměnit. Aby tak vůbec mohl iTRIAL vzniknout, došlo k zásadní redukci IT správců na minimum:

Jan Čepička, Petr Křišťan a Jan Nejedlý.

Výsledkem bylo neuveřitelné zrychlení všech prací a příprava přechodu na zcela odlišný formát trvala pouze několik dní. Celá koncepce navíc respektuje poučení z výše uvedené historie. Vytvořit aplikaci a nechat ji správcům obsahu bez dalších zásahů, bez nutnosti se přizpůsobovat a především neunifikovat a nestandardizovat materiály, které jsou prostřednictvím aplikace dále prezentovány. Zdá se totiž, že jedině tak je možné vytvořit sice nesourodé, ale zato pestré společné úložiště studijních materiálů.



Kapitola 2

Podpora studia matematiky na středních školách

V této kapitole uvedeme matematický software, který se používá nebo by se mohl používat na středních školách a názory studentů na tento způsob výuky s možností práce se softwarem. Jedním z cílů této kapitoly je i zjištění, zda jsou studenti schopni využívat podpůrné prostředky výuky a zda by TRIAL byl vhodný pro zavedení na střední školy.

V posledních letech se na středních školách popularizuje multimediální výuka matematiky. Využívají se počítačově vybavené učebny, každý student má k dispozici nejlépe vlastní počítač vybavený matematickým softwarem, normální tabuli nahrazuje interaktivní dotyková tabule. Tento model je často prezentován na internetových stránkách škol a slouží jako součást prestiže školy. Skutečnost často bývá jiná.

Bohužel řada gymnázií a prestižních škol v plzeňském kraji je často hůře počítačově vybavená než některé základní školy v přilehlých vesnicích. Druhým problémem je, že školy často méně využívají současné technické možnosti, než jak bývá prezentováno. V běžných hodinách není dostatek času učit studenty pracovat s matematickým softwarem. Studenti mají možnost seznámit se se softwarem alespoň v rámci seminářů ve vyšších ročnících nebo v rámci hodin informatiky, kde ovšem chybí přímé propojení s aktuálně probíranou látkou z matematiky. Snahou by teda mělo být nabídnout studentům takové prostředky podpory matematiky, aby jejich používání bylo účelné, ale ne zbytečně složité.

Při současném technickém rozvoji se nabízí i otázka, zda jsou vůbec školy schopné držet krok s dobou a umožnit studentům výuku na takové úrovni, která by odpovídala technickým znalostem studentů a pokrokové době. Pracuje se na počítačích, které jsou zastaralé, pomalé a přitom studenti mají k dispozici nejmodernější telefony, které jsou plně schopné se sofwarem pracovat. Učitelé by se měli těmito možnostmi použití softwaru také zabývat a nabídnout studentům alternativu ke stolním počítačům.

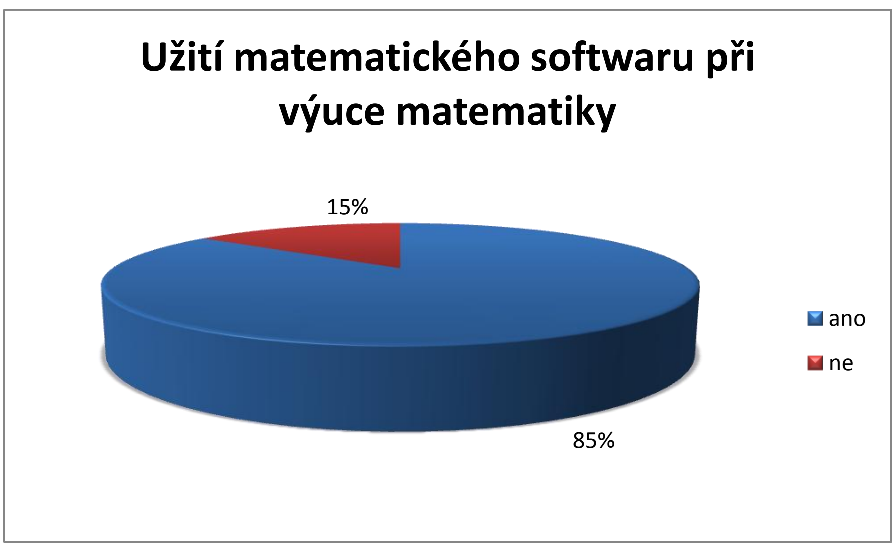
2.1 Vyhodnocení dotazníku na podporu studia

Pro bližší představu byli osloveni studenti z několika tříd Gymnázia, Plzeň na Mikulášském náměstí a pomocí dotazníku [1] bylo zjištěno, jaké mají názory na použití matematického softwaru na středních školách. Toto gymnázium bylo vybráno, protože matematický software se zde využívá již řadu let a každá třída má možnost být alespoň dvě hodiny týdně v multimediální učebně. V učebně je vždy jen polovina třídy (maximálně 16 studentů) a je tedy čas individuálně se studentům věnovat a pracovat s matematickým softwarem.

Dotazníku se účastnily tři třídy gymnázia, celkem 55 studentů. Studenti oktávy s matematickým zaměřením, studenti sexty a studenti druhého ročníku. Odpovědi byli zpracovány souhrnně vzhledem k malému počtu studentů. Vyhodnocení si neklade za cíl zjistit plošně názory studentů z většího počtu středních škol. Cílem je přiblížení názorů těch studentů, kteří měli možnost se s matematickými programy seznámit podrobněji.

Užití matematického softwaru při výuce matematiky

Mít možnost pracovat s matematickým softwarem a skutečně tento software používat jsou dvě naprosto rozdílné věci. Proto byli studenti v dotazníku nejprve tázáni, jestli při výuce software používají. Odpovědi studentů jsou znázorněny na obrázku 2.1.

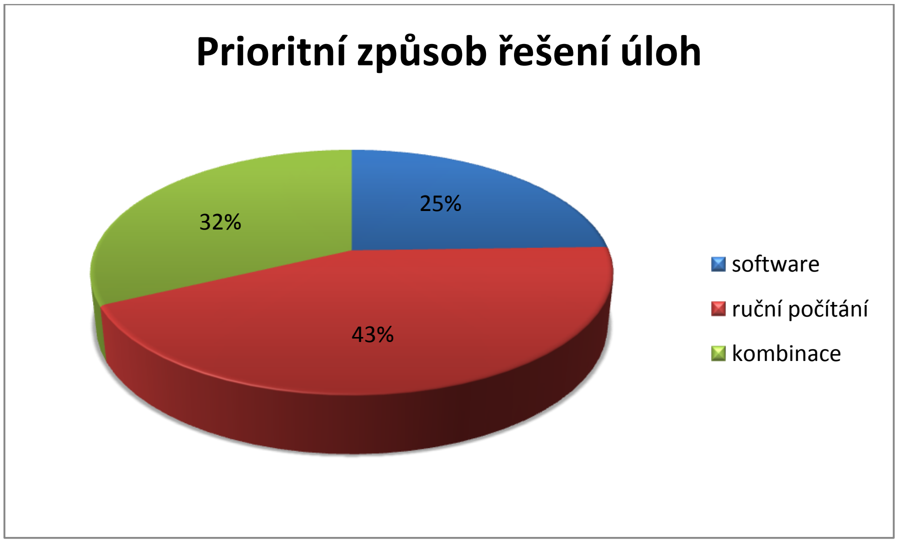


Obrázek 2.1: Užití softwaru při výuce

[1] Dotazník-podpora studia matematiky na středních školách, je uveden v příloze.

Z grafu na obrázku 2.1 je patrné, že software využívá při výuce většina studentů a aktivně s ním pracuje. Studenti, kteří odpověděli ne, software nechtějí při hodině využívat, i když s ním byli seznámeni a mají tu možnost.

Dále studenti odpovídali[2] na otázku, jestli dávají přednost matematickému softwaru nebo ručnímu počítání.



Obrázek 2.2: Způsob řešení úloh

Jak je zřejmé z grafu na obrázku 2.2, více než polovina studentů v dnešní době již raději počítá pouze se softwarem nebo ho alespoň využívá jako pomoc při řešení úloh. Studenti se shodují, že záleží na typu úlohy, jakou metodu zvolí. Na střední škole nebývají zadávány úlohy, které by nešly vyřešit bez použití softwaru, i když jejich řešení může být časově o dost náročnější bez softwaru.

Následně jsou uvedeny odpovědi studentů na tuto otázku, které jsou názorově zajímavé a ve kterých se studenti více zamysleli nad touto problematikou:

> *„Člověk by měl znát výpočty a operace, které za něj provádí počítač.*
> *Pokud ano, je dobré využít program. Jinak ručně.“*

Další z názorů studenta, o kterém je možné polemizovat:

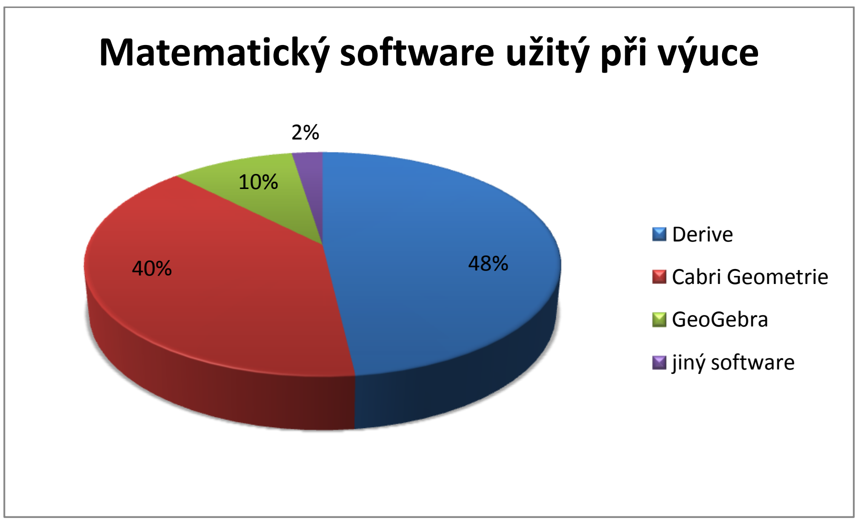
> *„Ve většině případů, když se lze obejít bez SW, je to lepší.*
> *Takový ten konzervativní duch už tak nějak ke škole patří*
> *a dodává jí kouzlo jedinečného klidu uprostřed hektické doby...“*

[2]Na tuto otázku odpovědělo 53 studentů, 2 studenti nezvolili žádnou možnost.

I přes značný pokrok doby se stále najde dost studentů, kteří se obejdou bez softwaru úplně. Je to dáno tím, že mají software k dispozici pouze ve škole a doma ne, dále neochotou učit se pracovat s matematickými programy a také tím, že často jim ve škole nejsou názorně předvedeny výhody, které konkrétní software má při řešení úloh. Díky tomu je pro tyto studenty rychlejší ruční počítání.

Software užívaný při výuce

Studenti měli uvést konkrétní typy softwaru, který při hodinách matematiky používají. Viz obrázek 2.3.



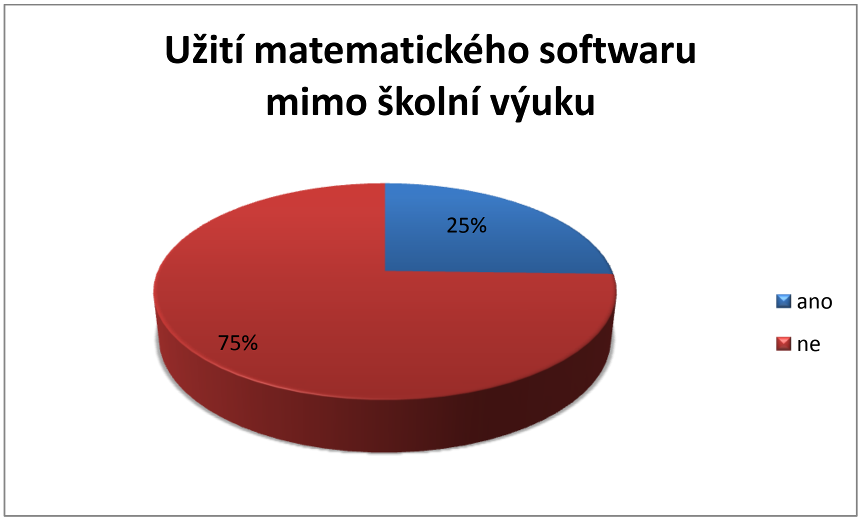
Obrázek 2.3: Matematický software používaný studenty při výuce

Graf na obrázku 2.3 ilustruje procentuální zastoupení jednotlivých odpovědí. Studenti mohli uvést více odpovědí na tuto otázku. Nejčastěji studenti používají program Derive, následně Cabri Geometrii a na dalším místě uváděli GeoGebru.[3] Mezi dalšími zmiňovali například Deskriptivní geometrii. Studenti také často psali do dotazníku Wolfram Alpha, TRIAL, testy, což není možné zařadit mezi matematický software.

[3] Srovnání jednotlivých programů a názory studentů na ně jsou uvedeny v následující kapitole.

Software užívaný mimo školní výuku

Studenti následně v dotazníku odpovídali, zda využívají ještě jiný matematický software mimo školní výuku a z jakého důvodu. Obrázek 2.4 znázorňuje odpovědi na otázku.



Obrázek 2.4: Používání jiného matematického softwaru mimo školní výuku

Z grafu na obrázku 2.4 je zřejmé, že většina studentů nepotřebuje další software mimo školní výuku. Jako důvod uváděli, že nemají bližší zájem o matematiku.
Ti studenti, kteří odpověděli kladně, využívají navíc například tento software [4]: SpaceTime, Graphite, Deskriptivní Geometrie, Maxima, Gnuplot, Mathematica, Qalculate, Wolfram Alpha a vlastní software.

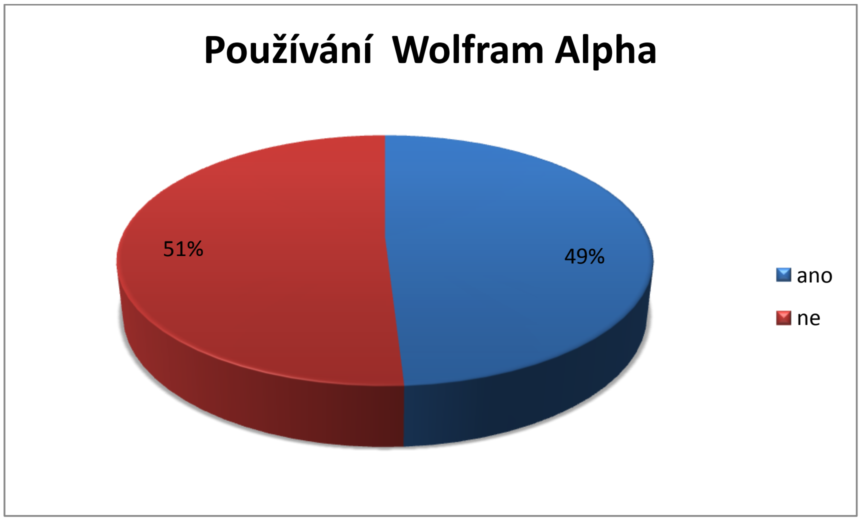
Nejčastěji studenti používají jiný software navíc k procvičení matematiky, k přípravě na testy a k vykreslení grafů.

Wolfram Alpha

Wolfram Alpha (WA) je "odpovídací stroj"(computational knowledge engine), který přímo odpovídá na dotazy uživatele. Tím se liší od vyhledávačů, které pouze poskytnou seznam stránek s možnou odpovědí. Je schopen odpovídat na otázky ve smysluplných větách.
Je vytvořen na softwaru Mathematica, který využívá pro řešení algebraických úloh, numerických výpočtů, ale i pro vizualizaci výsledků.
Předpokladem pro práci s Wolfram Alpha je znalost anglického jazyka a nutnost online

[4]Vybraný software je stručně charakterizován v následující kapitole.

připojení. Pro studenty je výhodou, že WA je zdarma a dá se použít i pro mobilní telefony. Studenti v dotazníku odpovídali [5], zda WA používají a pro jaké účely. Viz obrázek 2.5.



Obrázek 2.5: Používání Wolfram Alpha

Z grafu na obrázku 2.5 je zřejmé, že téměř polovina studentů odpovídajících v dotazníku využívá WA.
Důvody použití, které studenti uváděli:

- řešení rovnic,
- grafy funkcí,
- derivace,
- integrály,
- aproximace a kontrola výsledků.

Dále pro vyhledávání informací, ze zvědavosti, potřeby "popovídat si"a při písemkách.

Tato možnost podpory výuky matematiky si mezi studenty získává oblibu zejména díky jednoduchému použití. Není třeba umět programovat nebo se složitě učit obsluhovat matematický software a student je přesto schopný získat kvalitní odpověď na matematické problémy. WA je navíc flexibilní a stále se rozvíjí spolu s potřebami studentů.

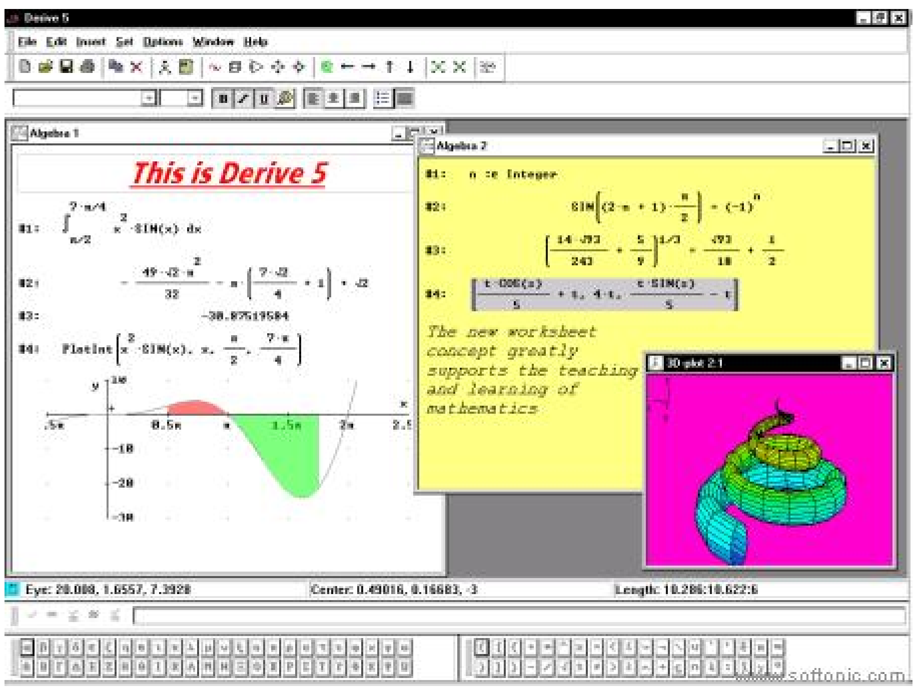
[5] Na tuto otázku odpovědělo 53 studentů, 2 studenti nezvolili žádnou možnost.

2.2 Matematický software používaný na střední škole

V této kapitole zmíním studenty nejčastěji uváděné programy, které používají při hodinách matematiky na střední škole a jejich názory na ně.

Derive

Derive je matematický počítačový program. Pracuje s algebraickými proměnnými, výrazy, rovnicemi, funkcemi, vektory a maticemi tak, jako kalkulačka s desetinnými čísly. Derive může provádět numerické a symbolické výpočty, algebru, trigonometrii, kalkul a kreslit grafy ve dvou nebo třech dimenzích. Hlavní síla Derive je v symbolické algebře a výkonné grafice. Pro učitele a studenta je Derive ideální nástroj pro podporu výuky a učení se matematiky. Derive umožňuje nové přístupy ve výuce, učení se a porozumění matematice tím, že spojuje numerické, algebraické a grafické možnosti matematiky. Místo výuky a učení se únavným technickým dovednostem, učitelé a studenti se mohou soustředit na zábavné a užitečné techniky řešení problémů a na krásu matematiky.[6]



Obrázek 2.6: Derive-náhled

V dotazníku podpora studia matematiky na středních školách studenti odpovídali na to, jaké jsou podle nich výhody a nevýhody tohoto softwaru.

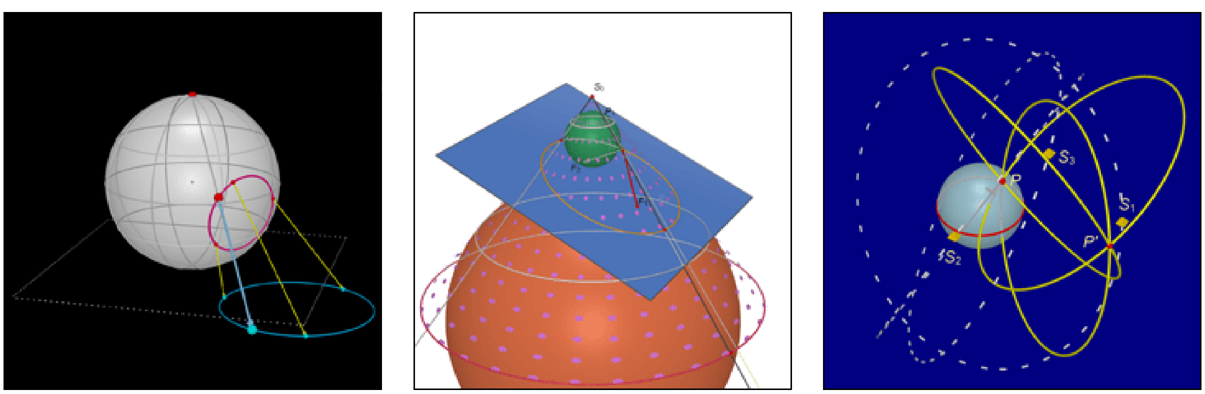
[6] Oficiální text distributora ze stránek http://www.derive.cz.

Nejčastěji uváděli mezi výhodami: větší názornost, rychlejší práce, přesné počítání, přehlednost, užitečné funkce, pomoc při řešení obtížnějších úloh a možnost modifikace oproti papíru. Mezi nevýhody studenti řadili: krkolomný vstup/výstup, komplikovanost, složitý postup, nepochopitelnost, nezobrazování postupu, menší procvičovací účinnost, chybí algoritmy pro vyšší matematiku a to, že je program placený.

Program Derive je na trhu již dlouho a na školách je rozšířený. Vzhledem k tomu, že jsem s tímto programem pracovala jako studentka na gymnáziu, přijde mi uživatelsky dobře ovladatelný a srozumitelný. Prostředí je přehledné, viz obrázek 2.6. Výhodou je i česká verze programu. Nevýhodou pro studenty je, že je program placený. V dnešní době je snazší použít online aplikace nebo programy zdarma, než kupovat licenci. To samé, co umí Derive, zvládne například i Wolfram Alpha.

Cabri Geometrie

Cabri II Plus: Tradiční prostředí pro rychlejší a přesnější rýsování, podporuje a trénuje geometrické uvažování. Uchopením myší a změnou parametrů se zkonstruovaný obrázek mění před očima a umožňuje rozeznat podstatné vlastnosti objektů. Cabri má bohaté nástroje pohybu. Vynikající a všestranná pomůcka učitele pro moderní výuku matematiky.
Cabri 3D: Program je určený pro rýsování přímo v trojrozměrném prostoru, trénuje obrazotvornost a prostorovou představivost. Program umožňuje netradiční konstrukční postupy, nerealizovatelné v 2D, dokáže na konstrukci nahlížet z různých úhlů natočení. Prostorové obrázky v Cabri 3D jsou opravdu prostorové, nejsou to jen jakési průměty. Má poněkud užší uplatnění než rovinná Cabri.[7]



Obrázek 2.7: Cabri 3D-náhledy

Obrázek 2.7 ilustruje, co je například možné vytvořit v Cabri 3D. [8]

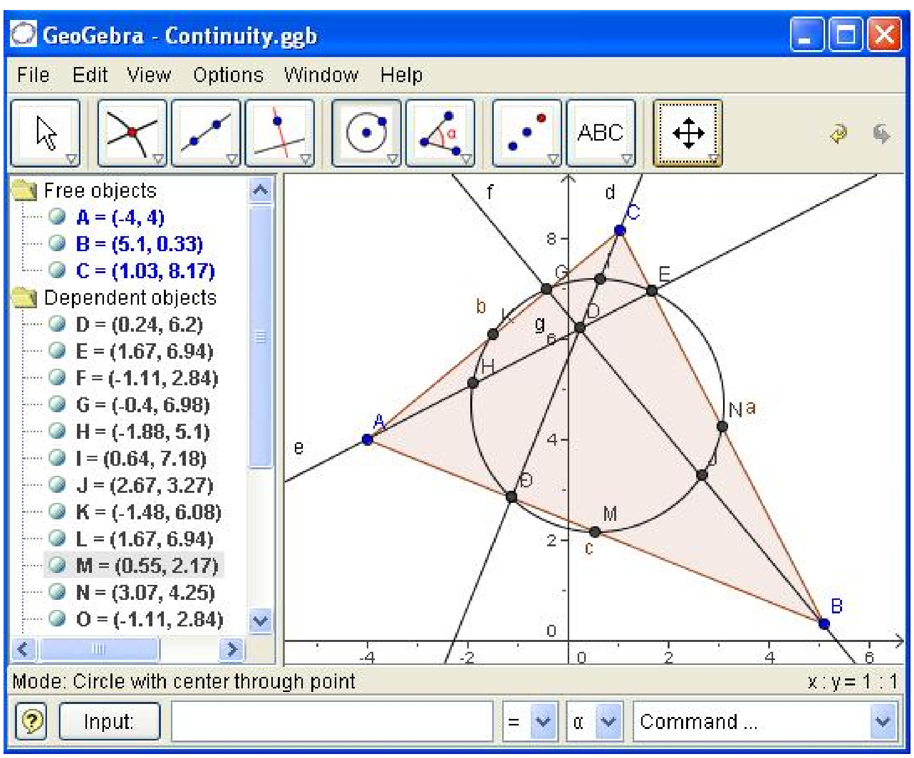
[7] Oficiální text distributora ze stránek http://www.pf.jcu.cz/cabri/
[8] http://gallery.cabri.com/en/

U tohoto programu v dotazníku studenti nejčastěji mezi výhody řadili: jednoduchá představa geometrické problematiky, názornost, přehlednost, jednoduché ovládání a možnost modifikace zadání.
Nevýhodou je podle studentů to, že je program placený a některé konstukce trvají déle než při ručním rýsování.

Dle mého názoru je velkou výhodou čeština jak v Cabri II Plus, tak Cabri 3D. Jednoduchost a srozumitelnost uživatelského prostředí. Není třeba umět programovat, stačí znalost geometrie. Výhodou je možnost sestrojit pohyblivé obrázky, využití například ve fyzice- př. spalovací motor. Pro učitele je užitečná i dostupnost velkého množství metodických materiálů v češtině.

GeoGebra

GeoGebra je volný a multiplatformní dynamický software pro všechny úrovně vzdělávání, poněvadž spojuje geometrii, algebru, tabulky, znázornění grafů, statistiku a infinitezimální počet, to vše v jednom balíčku. Tento program získal četná ocenění pro vzdělávací software v Evropě a USA.[9]



Obrázek 2.8: Geogebra-náhled

[9] Oficiální text distributora ze stránek http://www.geogebra.org

GeoGebra se na gymnáziu využívá jen krátce, ale studenti nejvíce oceňují, že je volně šiřitelná, ovládání je lepší než u programu Derive a mnohé úlohy se v GeoGebře řeší snadněji.

Výhodou jsou dle mého názoru jak pro studenty, tak pro učitele, volně dostupné výukové materiály. GeoGebra je názorná a uživatelsky srozumitelná, viz obrázek 2.8. Je dostupná zdarma, což je jedna z hlavních předností tohoto softwaru.

Závěrem lze říci, že používání softwaru studenti hodnotí spíše kladně a postupně se naučili zjednodušovat si s ním práci a časově náročné výpočty provádět matematickým programem. Velmi často využívají také programy pro vykreslování grafů funkcí a řešení konstrukčních úloh.

Zajímavé je, že studenti často neuměli odpovědět na otázku, zda je software, který používají, volně dostupný. Objevili se i názory, že je volně dostupný, protože se dá stáhnout na *uloz.to*. V dnešní době už není pro studenty problém sehnat si program nelegálně. Výhodu v tomto má GeoGebra, která je volně šiřitelná a postupně si získává příznivce a dá se očekávat, že nahradí Derive.

Studenti neměli problém s tím, když byl software dostupný pouze v anglickém jazyce. Software v češtině je v dnešní době výhodou, ale díky pokročilým znalostem cizích jazyků studenti zvládají bez větších problémů pracovat s anglickým softwarem. S Wolfram Alpha se dá pracovat pouze v anglickém jazyce a nikdo ze studentů to neuvedl jako nevýhodu. Otázkou je, zda v tomto studenti gymnázií nemají výhodu oproti studentům z jiných středních škol. Na gymnáziu se vyučují dva cizí jazyky a anglický jazyk bývá většinou jako hlavní a studenti se ho učí po celou dobu studia.

Studenti také nezmiňují jako nevýhodu to, že určitý software vyžaduje připojení k internetu. Být online studenti považují v dnešní době za samozřejmou věc a bez internetu se neobejdou ani při školní výuce. Běžně je ve třídách dostupná bezdrátová síť a studenti mohou být online i při vyučovací hodině přes mobilní telefony.

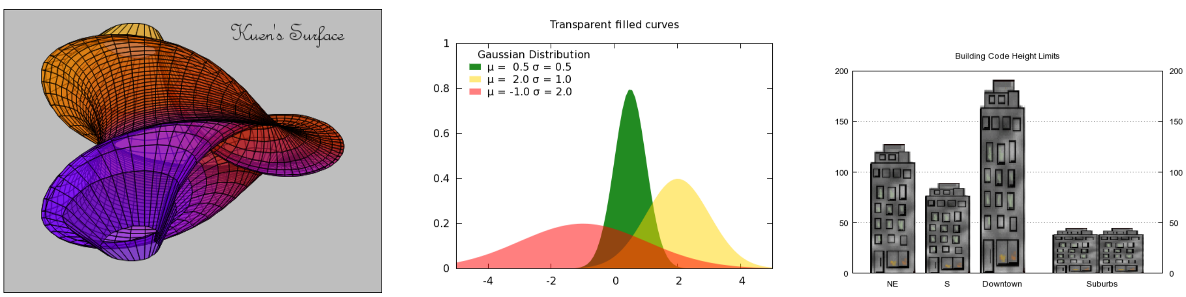
Překvapivě studenti při popisování výhod a nevýhod softwaru neuvádějí ani to, jak moc je daný program rozšířený. Větší množství uživatelů nabízí více možností řešení problémů. Studenti by mohli problémy se sofwarem řešit na fórech, komunikovat spolu lépe přes různé skupiny na sociálních sítích, případně snadno najít informace přes vyhledávač. Je možné, že studenti to berou jako samozřejmost, že není problém v dnešní době dohledat cokoliv na internetu a větší rozšířenost informací o softwaru je pro ně automatická. Najdou se i studenti, kteří naopak používají nekomerční software, o kterém je velmi málo informací a dávají mu přednost před masivně rozšířenými programy.

Matematický software používaný studenty mimo výuku

V této části přiblížím "netradiční"software, který studenti využívají při práci mimo školu. Jedná se o programy, se kterými se studenti při výuce nejspíše nesetkají, ale nabízejí zajímavé možnosti rozšíření.

Gnuplot

Gnuplot je přenosný nástroj pro vykreslování grafů použitelný pro Linux, OS/2, MS Windows, OSX, VMS a mnoho dalších platforem. Zdrojový kód je chráněn autorskými právy, ale volně distribuován (tzn. nemusí se za něj platit). Původně byl vytvořen, aby si studenti a vědci mohli interaktivně představit matematické funkce a data, ale rozrostl se například pro "web scripting". Také je používán jako vykreslovací nástroj pro jiné aplikace, například Octave. Gnuplot je podporován a aktivně rozvíjen od roku 1986.[10]



Obrázek 2.9: Gnuplot-náhledy

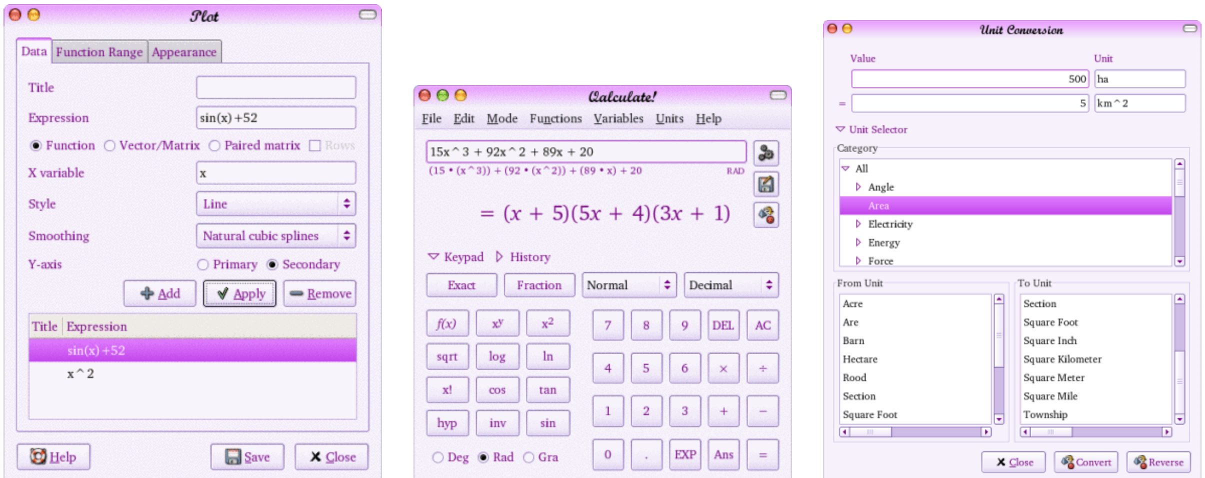
Jak je patrné z obrázku 2.9, Gnuplot nabízí široké možnosti pro vykreslování 2D i 3D grafů. Ovšem není zrovna uživatelsky přívětivý. Manuál pro Gnuplot je 230 stránkový a navíc v angličtině. Většina studentů využije něco s jednodušším použitím.

Qalculate!-the ultimate desktop calculator

Qualculate je víceúčelová stolní kalkulačka pro GNU/Linux. Je jednoduchá na použití, ale skrývá všestrannost. Obsahuje přizpůsobitelné funkce, jednotky, libovolnou přesnost, vykreslování grafů a uživatelsky přívětivé rozhraní (KDE nebo GTK+).[11]

Na obrázku 2.10 je uživatelské prostředí programu Qualculate.
Nástroj vypadá poměrně jednoduše a pochopitelně i bez složitého manuálu. Jako velkou nevýhodu vidím to, že je pouze pro operační systém Linux. Přeci jen většina studentů používá OS Windows. Není dostupný v českém jazyce, což může být pro některé studenty překážkou.

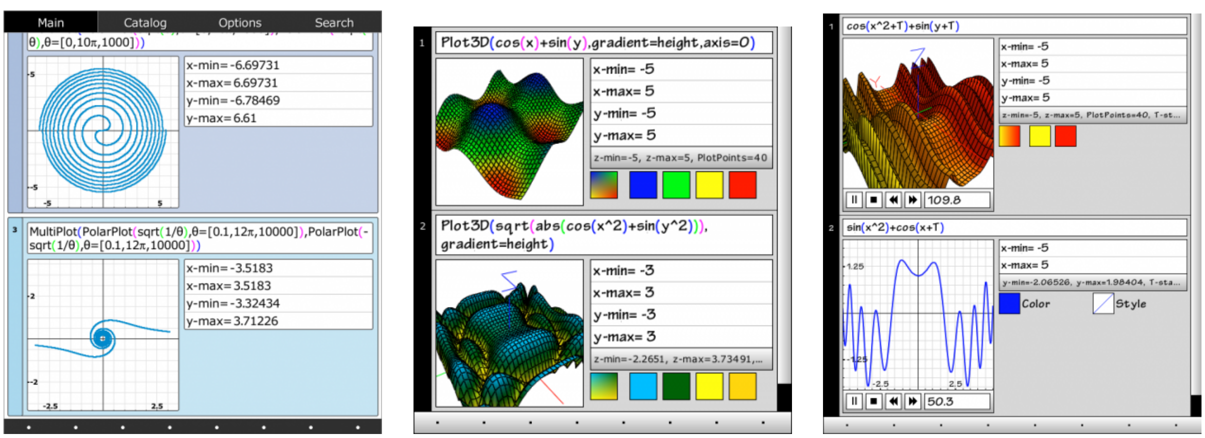
[10] http://www.gnuplot.info/
[11] http://qalculate.sourceforge.net/



Obrázek 2.10: Qualculate-náhledy

MathStudio

MathStudio, dříve SpaceTime, je nejrozsáhlejší matematická aplikace pro mobilní zařízení.[12]



Obrázek 2.11: MathStudio-náhledy

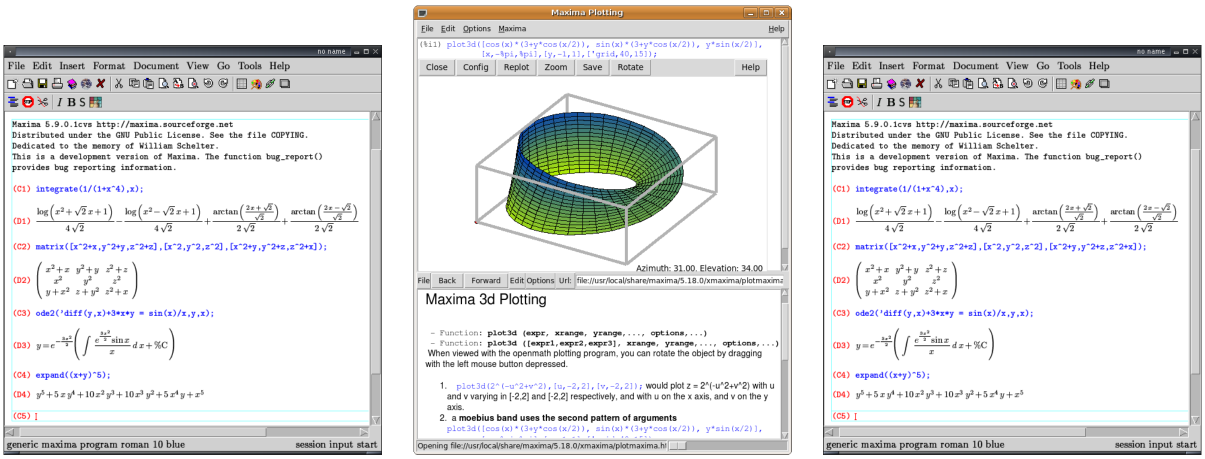
Aplikace, která je vhodná pro zařízení typu iPhone nebo iPad, tudíž je vždy dostupná. Schopná zvládnout i složitější matematické operace a grafiku, viz obrázek 2.11. Plně nahradí grafickou kalkulačku. Nevýhodou je snad jen to, že je placená a v angličtině.

Maxima

Maxima je počítačový algebraický systém. Maxima přináší vysoce přesné číselné výsledky. Vykresluje 2D i 3D grafy. Je dostupná pro větší množství systémů včetně Linux,

[12] http://www.mathstudio.net/

Windows a MacOS X. Maxima je potomkem projektu Macsyma, jenž byl vyvíjen v šedesátých letech v MIT (Massachusetts Institute of Technology. O vývoj jedné z verzí Macsyma se staral od roku 1982 až do své smrti v roce 2001 Bill Schelter, jenž v roce 1998 získal svolení uveřejnit svou verzi pod GNU General Public License (GPL). Tuto verzi, nyní nazývanou Maxima, udržuje nezávislá komunita vývojářů a uživatelů. Neustále systém vylepšují, opravují chyby, vylepšují kód a dokumentaci.[13]



Obrázek 2.12: Maxima-náhledy

I přes to, že Maxima je v podstatě "pramatka"dnešních matematických programů, není možné říci, že by byla překonána. Svými možnostmi se vyrovná dnešnímu softwaru. Viz obrázek 2.12. Nespornou výhodou je, že je zdarma. Například mezi studenty ČVUT se na fóru objevil názor, že nemá smysl pracovat v Matlabu, kde je potřeba zakoupit licenci, když stejně poslouží Maxima zdarma a po skončení studia je tedy k dispozici v každé firmě.

Nejspíše není možné přesně určit, který software je lepší či horší. Každý program nabízí něco jiného a vyhovuje jinému typu uživatelů. Záleží na každém, jestli preferuje software v češtině nebo angličtině, nevadí mu programování nebo potřebuje co nejsnazší obsluhu, chce software využít na stolním počítači nebo mobilním zařízení, je ochotný za něj zaplatit, zajímá se o to, zda se software dále vyvíjí nebo "zamrzl"... V každém případě je dobré orientovat se v současné nabídce a vybrat si pro sebe co nejvhodnější možnost a tím si zjednodušit a zpříjemnit řešení matematických problémů.

[13] http://maxima.sourceforge.net/

Kapitola 3

Zavedení prostředí TRIAL na střední školu

3.1 Názor studentů na TRIAL

Prostředí TRIAL úspěšně funguje na Západočeské univerzitě již řadu let, ale pro středoškolské studenty je v podstatě neznámé. Přesto se na Gymnáziu, Plzeň na Mikulášském náměstí našli studenti, kteří již prostředí TRIAL využívali a využívají a jejich názory slouží jako podklad pro případné vylepšení a změny potřebné pro zavedení TRIALu na střední školy.

Studenti anonymně vyplnili dotazník [1] na prostředí TRIAL a jejich odpovědi a názory jsou zpracovány v této kapitole.

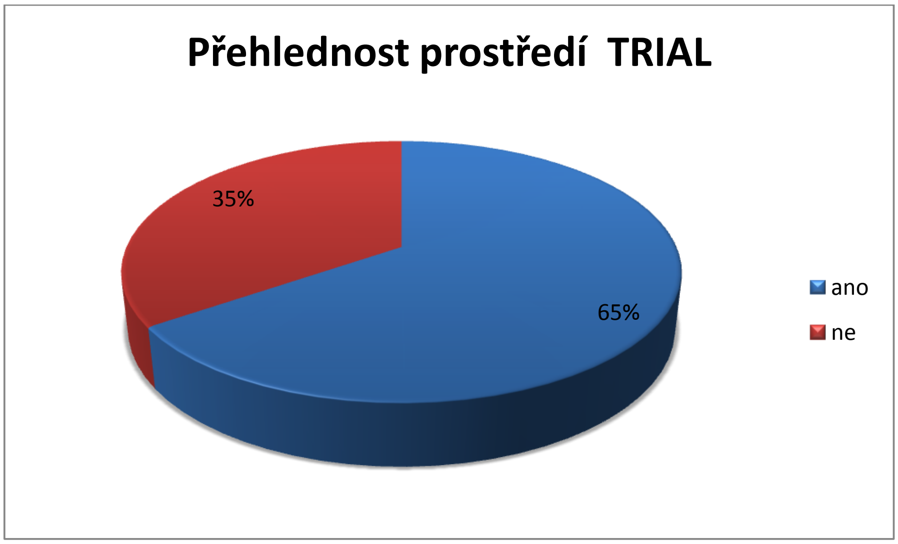
S prostředím TRIAL se při studiu měly možnost seznámit dvě třídy Gymnázia, Plzeň. Studenti Oktávy s matematickým zaměřením TRIAL používali zejména v maturitním ročníku jako databázi příkladů na procvičení. Na TRIAL je upozornil jejich učitel matematiky.
Studenty druhého ročníku jsem s prostředím TRIAL seznámila v rámci cvičení v multimediální učebně. TRIAL byl studentům názorně předveden, poté měli týden čas na vlastní prozkoušení webu a následně zodpověděli dotazník.
Z celkového počtu 44 dotazovaných studentů jich 26 odpovědělo kladně, že se již s tímto prostředím setkali a používali ho. Zbylí studenti s prostředím nepracovali, protože jeho využití bylo dobrovolné.

Na dotaz, při jaké příležitosti se studenti s prostředím seznámili, nejčastěji uváděli, že TRIAL začali používat při hodinách matematiky jako zdroj příkladů na diferenciální počet. Dále studenti na TRIAL "narazili" při doučování, přípravě na písemné práce nebo ze zvědavosti.

[1] Dotazník - TRIAL, je uveden v příloze.

V dotazníku byli studenti dále dotazováni, pro jaké účely prostředí TRIAL používali. Nejčastěji TRIAL využívali jako zdroj příkladů při procvičování matematiky a při přípravě na testy.

Následně studenti odpovídali na otázku, zda je pro ně prostředí TRIAL přehledné.



Obrázek 3.1: Přehlednost prostředí TRIAL pro středoškolské studenty

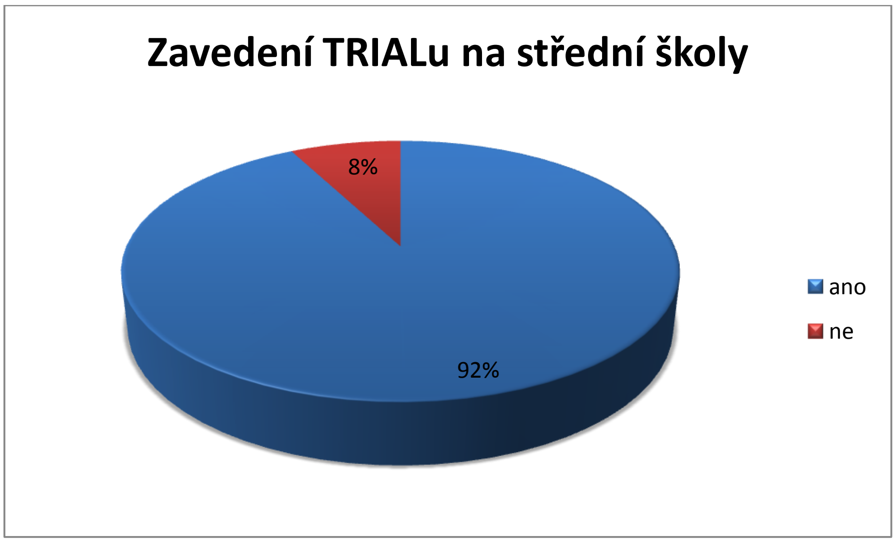
Z grafu na obrázku 3.1 je zřejmé, že téměř pro dvě třetiny studentů prostředí TRIAL přehledné je. Někteří studenti uváděli, že zejména ze začátku se člověk při hledání ztratí, ale pokud se naučíte s TRIALem pracovat, zorientujete se dobře. Studentům také zpočátku dělá problém pochopení odkazů [1], [π],...

Studenti měli v dotazníku také uvést výhody a nevýhody tohoto prostředí. Nejčastěji mezi výhody řadili dostatečný počet příkladů na procvičování. Dále pak dobře sepsanou teorii, přehlednost, snadnost, dostupnost, snadnou kontrolu správných výsledků a vzorové příklady. Ocenili také, že vše je na jednom místě, a že se prostředí TRIAL nesnaží být nudně formální.
Mezi nevýhodami uváděli zastaralý design, omezené možnosti poradenství, nepřehlednost, špatné výsledky některých příkladů a to, že nejsou řešené všechny příklady.
Je patrné, že studenti by ocenili modernější vzhled TRIALu, což by mohla splňovat nová podoba tohoto prostředí uvedená v kapitole historie TRIALu a nejraději by měli vyřešené všechny příklady krok za krokem, což samozřejmě není možné. Najdou se ovšem i studenti, kteří mají jiný názor:

> *„Většina lidí nepotřebuje procvičovat řešení spousty podobných příkladů. Spíše nové, originální a nápadité úlohy. A ani jich nemusí být tolik.“*

Bohužel tento názor je v dnešní době ojedinělý a studenti na středních školách postupně ztrácí zájem o matematiku a ubývá samostatná snaha o rozvíjení svých schopností. Dost často se učí postupy příkladů nazpaměť. Učitelé by se měli snažit studenty zaujmout nápaditými úlohami a "přijít s něčím novým".

Na závěr dotazníku studenti odpovídali na otázku, zda si myslí, že by bylo užitečné zavést tento systém podpory studia na střední škole.



Obrázek 3.2: Názor na zavedení TRIALu na střední školy

Jak je zřejmé z grafu na obrázku 3.2, naprostá většina dotazovaných studentů je pro zavedení prostředí TRIAL na středních školách. Názor jednoho ze studentů hovoří za vše:

> *„Rozhodně ano, o trochu přehledněji. Je to skvělý způsob,*
> *jak z teorie přejít do praxe. Navíc se dá hodně trénovat.“*

3.2 Názor středoškolských učitelů na TRIAL

Oproti názorům středoškolských studentů, kteří jsou většinou pro zavedení prostředí TRIAL na střední školu, středoškolští učitelé jsou více skeptičtí. Oslovili jsme učitele ze SPŠ STAV v Plzni a učitele z Gymnázia, Plzeň a zeptali jsme se na názory na prostředí TRIAL a jeho využití na SŠ. Řízenou diskusí jsme získali tyto poznatky.

Při dotazu na přehlednost TRIALu se učitelé shodují, že prostředí přehledné je, ale pro začínající uživatele je problém vyznat se ve zkratkách [1], [π], ... Postupem času se dá dobře zorientovat.

Mezi výhody TRIALu jednoznačně učitelé řadí velké množství příkladů k procvičení pro studenty s řešením nebo výsledkem. Také možnost generování písemných prací učiteli a snadné zadávání domácích úkolů bez zdržování při hodině.

Některým učitelům ovšem připadá tato forma výuky příliš "snadná"pro studenty. Na druhé straně znalosti středoškolských studentů jsou dnes na tak nízké úrovni, že učitelé v podstatě přecházejí na systém výuky opakování množství stejných jednoduchých příkladů, aby si studenti "odnesli"z hodin matematiky alespoň základní znalosti.

Na otázku, zda by bylo přínosné, kdyby toto prostředí fungovalo zároveň také jako sociální síť, odpovídali učitelé spíše skepticky. O TRIALu zatím uvažují pouze jako o sbírce příkladů. Pro lidi, kteří jsou v sociálních sítích zběhlí, by to však určitý přínos mohlo mít. Pro mladší, nastupující generaci učitelů, která je zvyklá komunikovat běžně přes sociální sítě, by toto propojení znamenalo rozšíření možností a vítanou změnu.

Diskuze byla vedena o systému TRIAL. Nově vzniklý iTRIAL bude učitelům na Gymnáziu, Plzeň představen v rámci semináře v průběhu ledna.

3.3 Uplatnění tohoto prostředí na SŠ

Studenti i učitelé na středních školách, zejména pak na gymnáziích, využívají moderní prostředky pro podporu studia matematiky. Pracuje se s matematickým softwarem v počítačově vybavených učebnách a školy se snaží zmodernizovat výuku a učinit ji lépe přístupnou a atraktivnější pro studenty, kteří jsou v dnešní době velmi technicky zdatní. Učivo se studentům poskytuje v elektronické podobě, materiály se nekopírují, ale skenují, studenti běžně tvoří prezentace do hodin na počítačích a ručně seminární práci nepíše snad skoro nikdo. Hledají se stále nové možnosti, jak učinit matematiku přístupnější a jednodušší.

TRIAL je prostředí, které postupně proniká mezi studenty a učitele středních škol a jak vyplývá z odpovědí v dotaznících, zavedení TRIALu na střední školy by uvítala většina studentů, kteří se s ním již setkali.
Studenti zejména vítají nepřeberné množství příkladů podpořené přehledně zpracovanou teorií. Možnost dostupnosti online na počítači je pro ně v této moderní době ideálním řešením.

Přínos pro studenty je zřejmý, ale co by mohl TRIAL nabídnout středoškolským učitelům, aby se chtěli aktivně zapojit a opravdu by ho využívali? Učitelům je třeba nabídnout něco nového a "atraktivního", aby byli ochotni ustoupit od již zavedeného systému, který používají při výuce.

Nový formát iTRIAL by mohl být tím, co by učitelé opravdu využívali. Spojuje předchozí výhody TRIALu a zároveň funguje jednoduše, prakticky a nadčasově. Studenti zvyklí na sociální sítě by jistě ocenili princip postupného zadávání příkladů stylem "přihlásit se, podívat se, případně vyřešit a odejít". Předchozí systém velkého množství příkladů pohromadě mohl být pro studenty demotivující. Snadné použití pro mobilní zařízení by pro středoškolské studenty bylo také značné plus.

Zavedení univerzitního prostředí pro středoškolskou matematiku by mohlo pomoci studentům trochu odbourat strach z matematiky na vysoké škole. Navíc obsah učiva na střední škole a sylaby předmětů v prvních ročnících jsou velmi úzce spjaty. Umožnilo by to zároveň i větší dosažitelnost grantů pro středoškolské učitele (vysoké školy mají aktivní zkušenosti, prostředky a čas).

Kapitola 4

Tvorba materiálů

4.1 Užití diferenciálního počtu

Užití diferenciálního počtu je široké a kromě matematiky zasahuje i do fyziky, chemie a dalších disciplín, ve kterých se řeší problémy týkající se nalezení extrémů, okamžitých změn veličin jako je dráha, rychlost apod.

Příklady na tuto látku byly vybrány proto, že byly aktuálně probírány v hodinách matematiky na Gymnáziu, Plzeň a studenti jejich řešením poskytovali zpětnou vazbu. Tyto příklady rozšiřují znalosti středoškolských studentů. Diferenciální počet je brán jako nadstavba středoškolské matematiky, z toho důvodu se studenti některých středních škol s touto problematikou vůbec nesetkají.

Diferenciální počet se nově začal vyučovat na Gymnáziu, Plzeň již ve druhém ročníku. Důvodem bylo vytvořit základ pro fyziku, kde se pomocí diferenciálního počtu odvozují vztahy. Druhým důvodem jsou státní maturity, ve kterých tato látka není obsažená a tím pádem není šikovné nechávat ji na čtvrtý ročník, ve kterém by se spíše měla opakovat látka, která je v maturitních testech. Složitější příklady z této oblasti a integrální počet je vhodné zavést například v rámci seminářů v maturitním ročníku.

Příklady na následující stránce jsou uvedené jako ilustrační k danému tématu.[1]
Verze písemné práce na diferenciální počet vygenerované TRIALem je uvedena v příloze.

[1] Všechny příklady jsou na http://trial.zcu.cz, http://itrial.zcu.cz/saolin, http://itrial.zcu.cz/uloziste.

Tečna ke grafu funkce

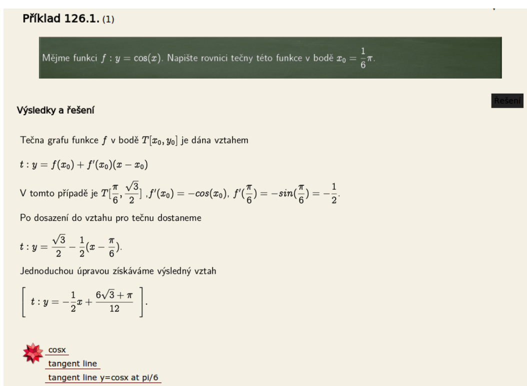
Příklady na tečnu ke grafu funkce byly vybrány, protože pojem tečna ke grafu funkce přímo souvisí s jedním z hlavních pojmů diferenciálního počtu - derivace funkce. Zároveň pomáhají studentům zlepšit geometrickou představu dané problematiky.

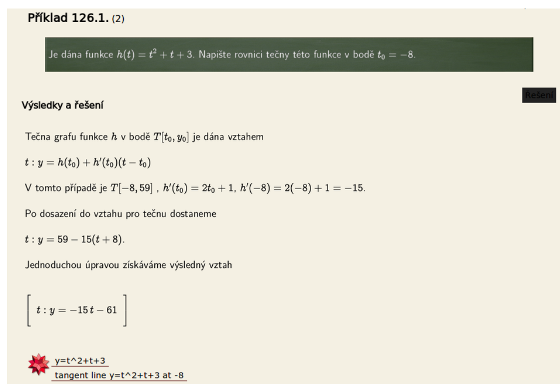
Příklad 1 Určete rovnici tečny grafu dané funkce v bodě $T[x_0, y_0]$:

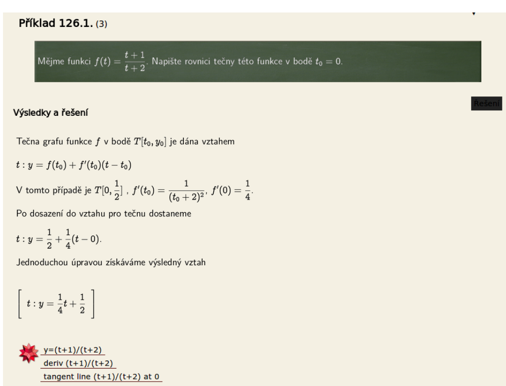
$$y = cosx,\ x_0 = \frac{1}{6}\pi.$$

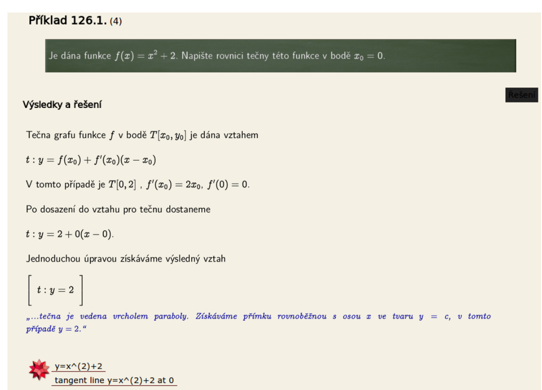
Příklad 2 V kterém bodě má graf dané funkce tečnu se směrnicí 1?
Určete rovnici tečny v tomto bodě.

$$y = \sqrt{1 - x^2}.$$









Normála ke grafu funkce

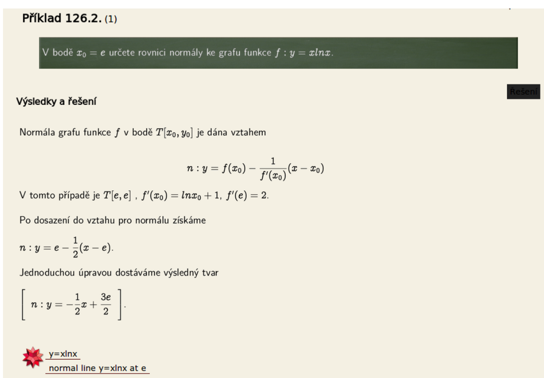
V souvislosti s úlohami na tečnu ke grafu funkce je vhodné zároveň probrat se studenty i příklady na normálu ke grafu funkce. Studenti si lépe uvědomí vzájemný vztah obou přímek.

Příklad 3 Určete rovnici normály ke grafu dané funkce v bodě $T[x_0, y_0]$:

$$y = xlnx,\ x_0 = e.$$

Příklad 4 Určete rovnici normály ke grafu dané kružnice v bodě $T[1, -1]$:

$$x^2 + y^2 = 2.$$



Příklad 126.2. (1)

V bodě $x_0 = e$ určete rovnici normály ke grafu funkce $f : y = xlnx$.

Řešení

Výsledky a řešení

Normála grafu funkce f v bodě $T[x_0, y_0]$ je dána vztahem

$$n : y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

V tomto případě je $T[e, e]$, $f'(x_0) = lnx_0 + 1,\ f'(e) = 2$.

Po dosazení do vztahu pro normálu získáme

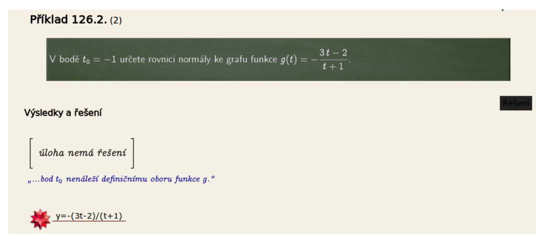
$n : y = e - \frac{1}{2}(x - e)$.

Jednoduchou úpravou dostáváme výsledný tvar

$\left[\ n : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3e}{2}\ \right]$.

y=xlnx

normal line y=xlnx at e



Příklad 126.2. (2)

V bodě $t_0 = -1$ určete rovnici normály ke grafu funkce $g(t) = -\frac{3t-2}{t+1}$.

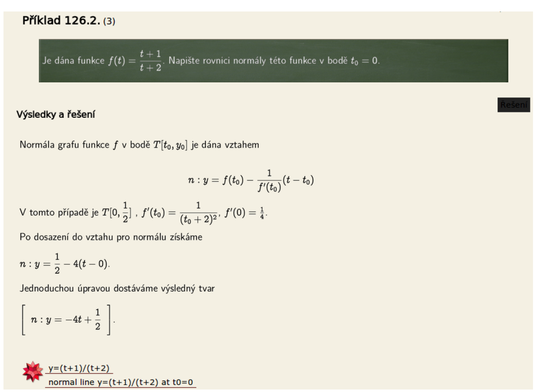
Řešení

Výsledky a řešení

$\left[\ \textit{úloha nemá řešení}\ \right]$

„...bod t_0 nenáleží definičnímu oboru funkce g."

y=-(3t-2)/(t+1)



Příklad 126.2. (3)

Je dána funkce $f(t) = \frac{t+1}{t+2}$. Napište rovnici normály této funkce v bodě $t_0 = 0$.

Řešení

Výsledky a řešení

Normála grafu funkce f v bodě $T[t_0, y_0]$ je dána vztahem

$$n : y = f(t_0) - \frac{1}{f'(t_0)}(t - t_0)$$

V tomto případě je $T[0, \frac{1}{2}]$, $f'(t_0) = \frac{1}{(t_0+2)^2},\ f'(0) = \frac{1}{4}$.

Po dosazení do vztahu pro normálu získáme

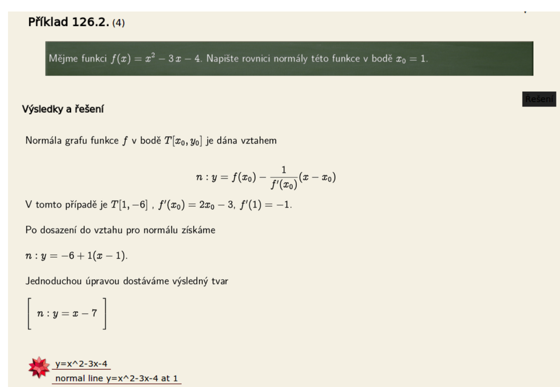
$n : y = \frac{1}{2} - 4(t - 0)$.

Jednoduchou úpravou dostáváme výsledný tvar

$\left[\ n : y = -4t + \frac{1}{2}\ \right]$.

y=(t+1)/(t+2)

normal line y=(t+1)/(t+2) at t0=0



Příklad 126.2. (4)

Mějme funkci $f(x) = x^2 - 3x - 4$. Napište rovnici normály této funkce v bodě $x_0 = 1$.

Řešení

Výsledky a řešení

Normála grafu funkce f v bodě $T[x_0, y_0]$ je dána vztahem

$$n : y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

V tomto případě je $T[1, -6]$, $f'(x_0) = 2x_0 - 3,\ f'(1) = -1$.

Po dosazení do vztahu pro normálu získáme

$n : y = -6 + 1(x - 1)$.

Jednoduchou úpravou dostáváme výsledný tvar

$\left[\ n : y = x - 7\ \right]$

y=x^2-3x-4

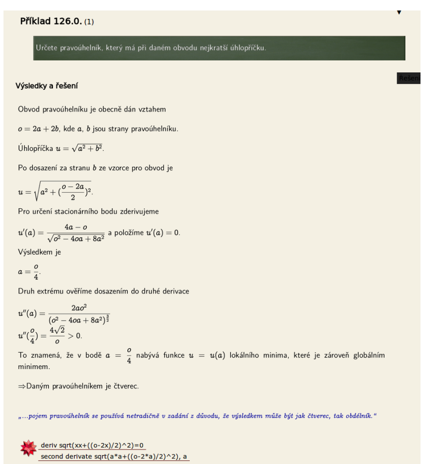
normal line y=x^2-3x-4 at 1

Extremální úlohy

Extremální (optimalizační) úlohy představují nejtěžší příklady, které se v souvislosti s diferenciálním počtem na střední škole probírají. Studenti si při jejich řešení mohou ověřit, jak si osvojili látku diferenciálního počtu. S těmito typy úloh mívají problém i studenti vysokých škol a jejich zvládnutí na střední škole studentům usnadní přestup mezi střední a vysokou školou.

Příklad 5 Zjistěte rozměry otevřeného bazénu se čtvercovým dnem o objemu $32m^3$ tak, aby na vyzdění jeho stěn a dna bylo třeba nejmenší množství materiálu.

Příklad 6 Dva hmotné body jsou umístěny v soustavě souřadnic v bodech $A[0,8]$, $B[7,0]$, souřadnice jsou uvedeny v metrech. V témže okamžiku se oba hmotné body dají do pohybu po osách soustavy souřadnic k jejímu počátku. Hmotný bod umístěný v bodě A se pohybuje rychlostí $v_1 = 1ms^{-1}$, hmotný bod umístěný v bodě B se pohybuje rychlostí $v_1 = 2ms^{-1}$. Po kolika sekundách bude vzdálenost hmotných bodů nejmenší?



Příklad 126.0. (1)

Určete pravoúhelník, který má při daném obvodu nejkratší úhlopříčku.

Řešení

Výsledky a řešení

Obvod pravoúhelníku je obecně dán vztahem

$o = 2a + 2b$, kde a, b jsou strany pravoúhelníku.

Úhlopříčka $u = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Po dosazení za stranu b ze vzorce pro obvod je

$u = \sqrt{a^2 + (\frac{o-2a}{2})^2}$.

Pro určení stacionárního bodu zderivujeme

$u'(a) = \frac{4a - o}{\sqrt{o^2 - 4oa + 8a^2}}$ a položíme $u'(a) = 0$.

Výsledkem je

$a = \frac{o}{4}$.

Druh extrému ověříme dosazením do druhé derivace

$u''(a) = \frac{2ao^2}{(o^2 - 4oa + 8a^2)^{\frac{3}{2}}}$

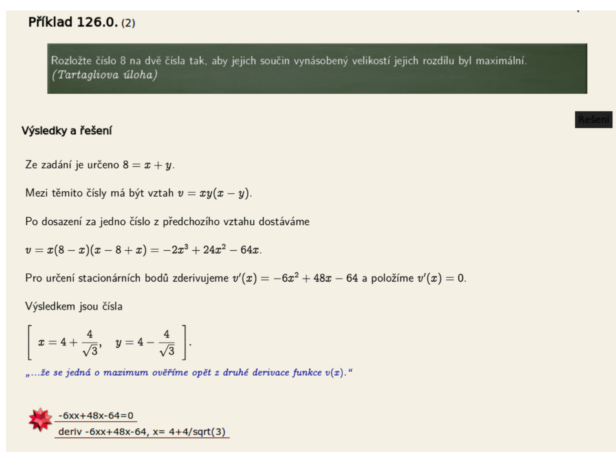
$u''(\frac{o}{4}) = \frac{4\sqrt{2}}{o} > 0$.

To znamená, že v bodě $a = \frac{o}{4}$ nabývá funkce $u = u(a)$ lokálního minima, které je zároveň globálním minimem.

$\Rightarrow$Daným pravoúhelníkem je čtverec.

„...pojem pravoúhelník se používá netradičně v zadání z důvodu, že výsledkem může být jak čtverec, tak obdélník.“

deriv sqrt(xx+((o-2x)/2)^2)=0
second derivate sqrt(a*a+((o-2*a)/2)^2), a



Příklad 126.0. (2)

Rozložte číslo 8 na dvě čísla tak, aby jejich součin vynásobený velikostí jejich rozdílu byl maximální. *(Tartagliova úloha)*

Řešení

Výsledky a řešení

Ze zadání je určeno $8 = x + y$.

Mezi těmito čísly má být vztah $v = xy(x - y)$.

Po dosazení za jedno číslo z předchozího vztahu dostáváme

$v = x(8 - x)(x - 8 + x) = -2x^3 + 24x^2 - 64x$.

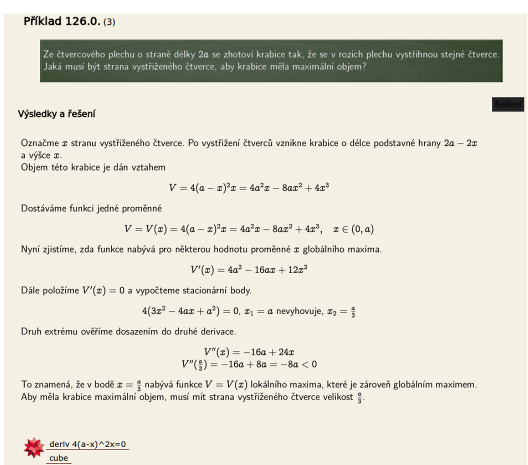
Pro určení stacionárních bodů zderivujeme $v'(x) = -6x^2 + 48x - 64$ a položíme $v'(x) = 0$.

Výsledkem jsou čísla

$\left[\ x = 4 + \frac{4}{\sqrt{3}},\quad y = 4 - \frac{4}{\sqrt{3}}\ \right]$.

„...že se jedná o maximum ověříme opět z druhé derivace funkce $v(x)$.“

-6xx+48x-64=0
deriv -6xx+48x-64, x= 4+4/sqrt(3)



Příklad 126.0. (3)

Ze čtvercového plechu o straně délky $2a$ se zhotoví krabice tak, že se v rozích plechu vystřihnou stejné čtverce. Jaká musí být strana vystřiženého čtverce, aby krabice měla maximální objem?

Řešení

Výsledky a řešení

Označme x stranu vystřiženého čtverce. Po vystřižení čtverců vznikne krabice o délce podstavné hrany $2a - 2x$ a výšce x.
Objem této krabice je dán vztahem

$$V = 4(a - x)^2 x = 4a^2 x - 8ax^2 + 4x^3$$

Dostáváme funkci jedné proměnné

$$V = V(x) = 4(a - x)^2 x = 4a^2 x - 8ax^2 + 4x^3, \quad x \in (0, a)$$

Nyní zjistíme, zda funkce nabývá pro některou hodnotu proměnné x globálního maxima.

$$V'(x) = 4a^2 - 16ax + 12x^2$$

Dále položíme $V'(x) = 0$ a vypočteme stacionární body.

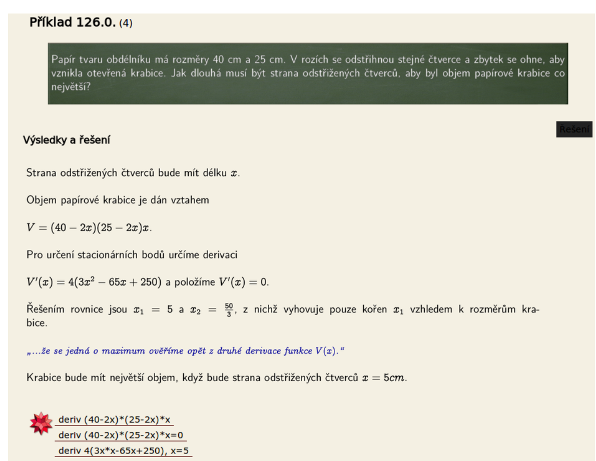
$$4(3x^2 - 4ax + a^2) = 0,\ x_1 = a \text{ nevyhovuje},\ x_2 = \tfrac{a}{3}$$

Druh extrému ověříme dosazením do druhé derivace.

$$V''(x) = -16a + 24x$$
$$V''(\tfrac{a}{3}) = -16a + 8a = -8a < 0$$

To znamená, že v bodě $x = \frac{a}{3}$ nabývá funkce $V = V(x)$ lokálního maxima, které je zároveň globálním maximem.
Aby měla krabice maximální objem, musí mít strana vystřiženého čtverce velikost $\frac{a}{3}$.

deriv 4(a-x)^2x=0
cube



Příklad 126.0. (4)

Papír tvaru obdélníku má rozměry 40 cm a 25 cm. V rozích se odstřihnou stejné čtverce a zbytek se ohne, aby vznikla otevřená krabice. Jak dlouhá musí být strana odstřižených čtverců, aby byl objem papírové krabice co největší?

Řešení

Výsledky a řešení

Strana odstřižených čtverců bude mít délku x.

Objem papírové krabice je dán vztahem

$V = (40 - 2x)(25 - 2x)x$.

Pro určení stacionárních bodů určíme derivaci

$V'(x) = 4(3x^2 - 65x + 250)$ a položíme $V'(x) = 0$.

Řešením rovnice jsou $x_1 = 5$ a $x_2 = \frac{50}{3}$, z nichž vyhovuje pouze kořen x_1 vzhledem k rozměrům krabice.

„...že se jedná o maximum ověříme opět z druhé derivace funkce $V(x)$.“

Krabice bude mít největší objem, když bude strana odstřižených čtverců $x = 5cm$.

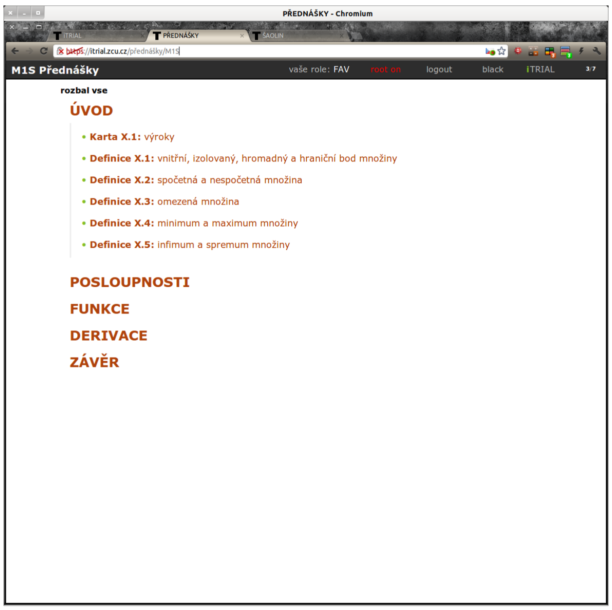
deriv (40-2x)*(25-2x)*x
deriv (40-2x)*(25-2x)*x=0
deriv 4(3x*x-65x+250), x=5

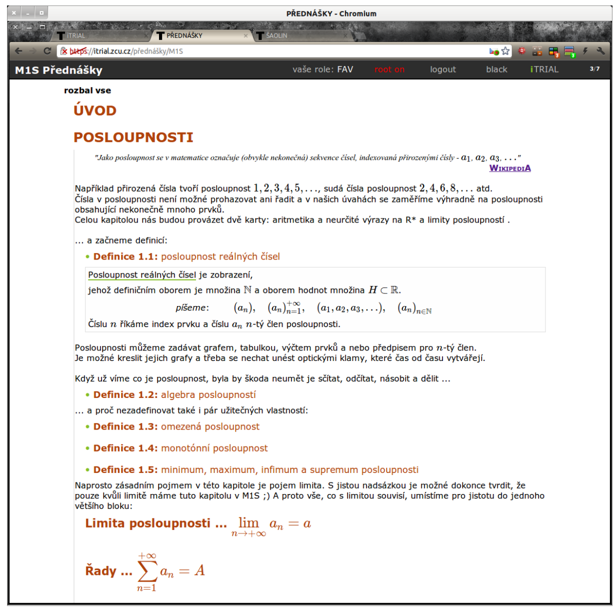
4.2 Teorie

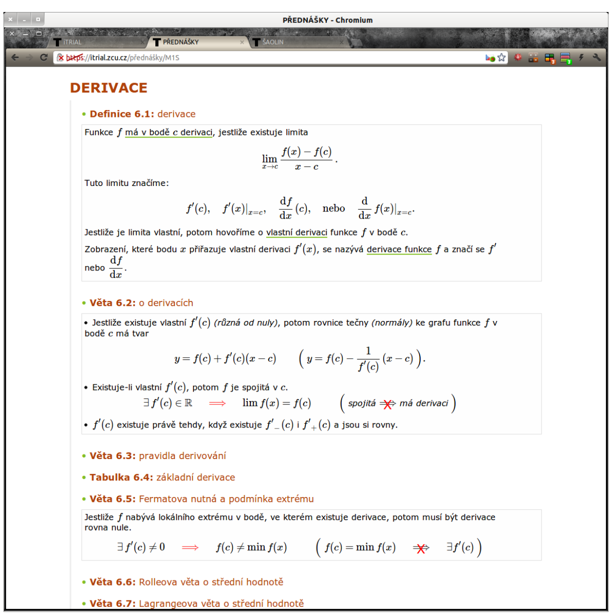
Jako příklad použitelnosti knihovny MathJAX jsme připravili kompletní teorii pro předmět M1S, který nově vznikl na FST a v rámci iniciativy KONEC STŘEDOVĚKU bude v prvním ročníku vyučován s aktivní podporou symbolických operací.

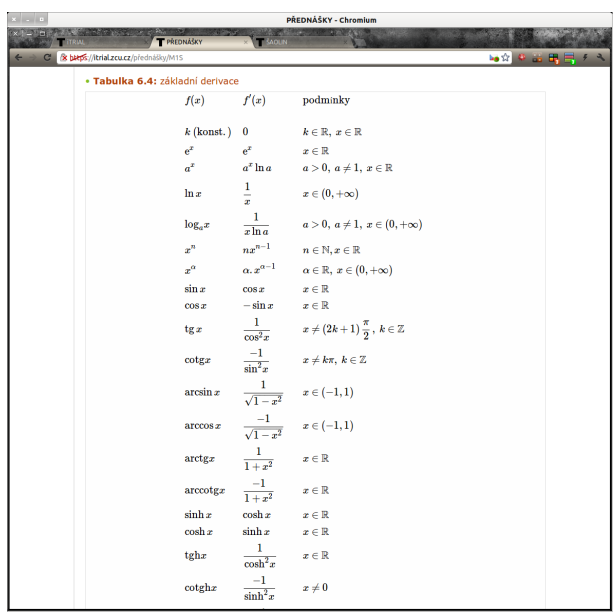
Tyto materiály jsou k dispozici studentům ZČU a v plném rozsahu jsou vystaveny na

`https://iTRIAL.zcu.cz/PREDNASKY/M1S`





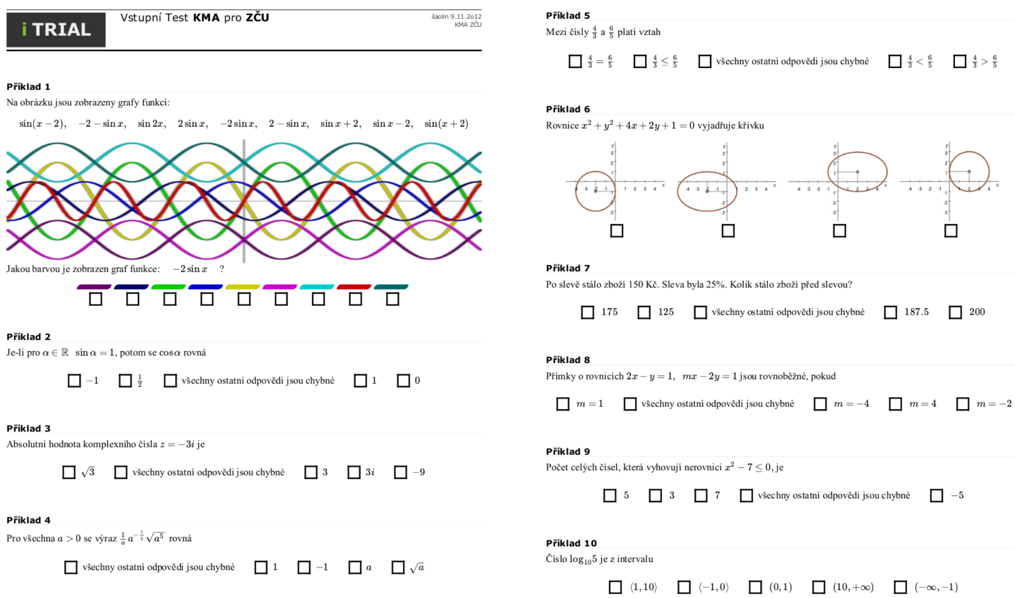




4.3 Vstupní test

Jako ukázku využití nového prostředí jsme připravili iTRIAL verzi vstupního testu, který je zadáván studentům všech fakult ZČU v prvním týdnu zimního semestru. Test má tištěnou a plně funkční elektronickou online verzi a naším cílem bude nabídnout tento formát RNDr. Petru Tomiczkovi, dr. Michalu Frieslovi a RNDr. Blance Šedivé, kteří se organizací a zpracováním výsledků tohoto testu na ZČU dlouhodobě zabývají. [2]

`http://iTRIAL.zcu.cz/SAOLIN/VstupniTest`



i TRIAL — Vstupní Test **KMA** pro **ZČU** — šaolin 9.11.2o12, KMA ZČU

Příklad 1

Na obrázku jsou zobrazeny grafy funkcí:

$\sin(x-2)$, $-2-\sin x$, $\sin 2x$, $2\sin x$, $-2\sin x$, $2-\sin x$, $\sin x+2$, $\sin x-2$, $\sin(x+2)$

Jakou barvou je zobrazen graf funkce: $-2\sin x$?

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Příklad 2

Je-li pro $\alpha \in \mathbb{R}$ $\sin\alpha = 1$, potom se $\cos\alpha$ rovná

☐ -1 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ 1 ☐ 0

Příklad 3

Absolutní hodnota komplexního čísla $z = -3i$ je

☐ $\sqrt{3}$ ☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ 3 ☐ $3i$ ☐ -9

Příklad 4

Pro všechna $a > 0$ se výraz $\frac{1}{a}a^{-\frac{1}{2}}\sqrt{a^5}$ rovná

☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ 1 ☐ -1 ☐ a ☐ $\sqrt{a}$

Příklad 5

Mezi čísly $\frac{4}{3}$ a $\frac{6}{5}$ platí vztah

☐ $\frac{4}{3} = \frac{6}{5}$ ☐ $\frac{4}{3} \leq \frac{6}{5}$ ☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ $\frac{4}{3} < \frac{6}{5}$ ☐ $\frac{4}{3} > \frac{6}{5}$

Příklad 6

Rovnice $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ vyjadřuje křivku

☐ ☐ ☐ ☐

Příklad 7

Po slevě stálo zboží 150 Kč. Sleva byla 25%. Kolik stálo zboží před slevou?

☐ 175 ☐ 125 ☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ 187.5 ☐ 200

Příklad 8

Přímky o rovnicích $2x - y = 1$, $mx - 2y = 1$ jsou rovnoběžné, pokud

☐ $m = 1$ ☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ $m = -4$ ☐ $m = 4$ ☐ $m = -2$

Příklad 9

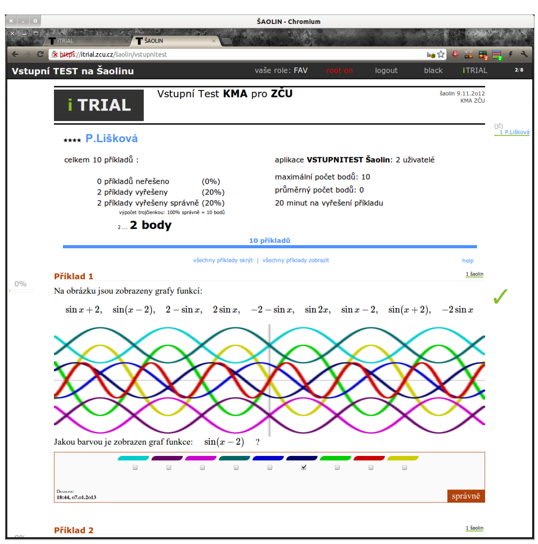
Počet celých čísel, která vyhovují nerovnici $x^2 - 7 \leq 0$, je

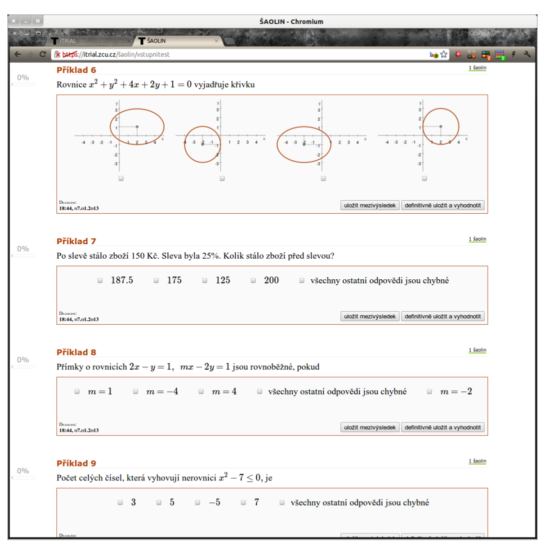
☐ 5 ☐ 3 ☐ 7 ☐ všechny ostatní odpovědi jsou chybné ☐ -5

Příklad 10

Číslo $\log_{10}5$ je z intervalu

☐ $\langle 1, 10\rangle$ ☐ $\langle -1, 0\rangle$ ☐ $(0, 1)$ ☐ $(10, +\infty)$ ☐ $(-\infty, -1)$



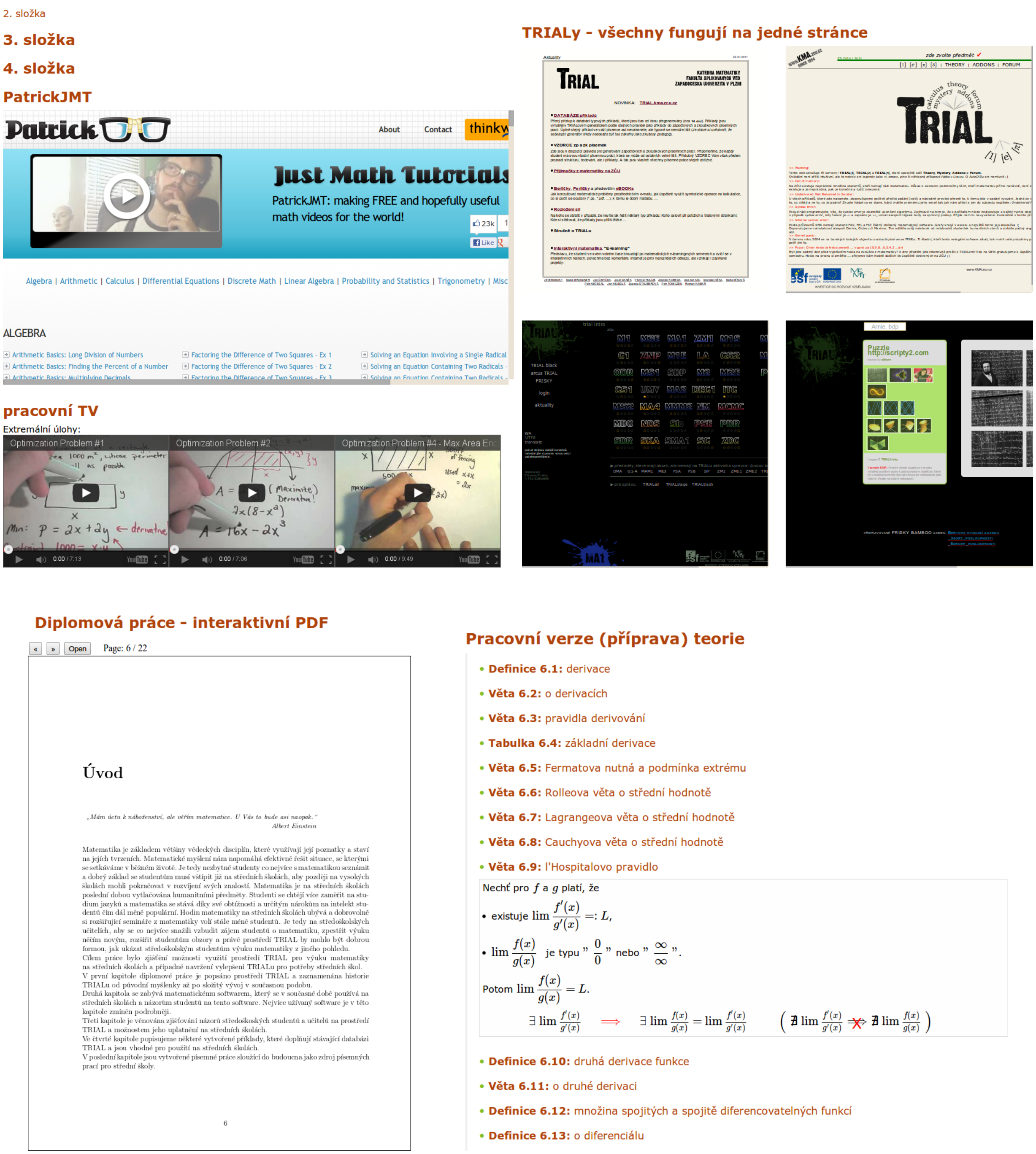


[2] Aby nedošlo k případnému znehodnocení dosud získaných statistických dat, je test dostupný pouze pro členy KMA a o jeho zveřejnění mohou rozhodout výše zmínění organizátoři tohoto projektu.

4.4 Úložiště

Jako ukázku využití aplikace pro přípravu a sdílení elektronických studijních materiálů iTRIAL/Úložiště jsme členům projektu MMM zpřístupnili uživatele

http://iTRIAL.zcu.cz/ULOZISTE/Petra.Liskova



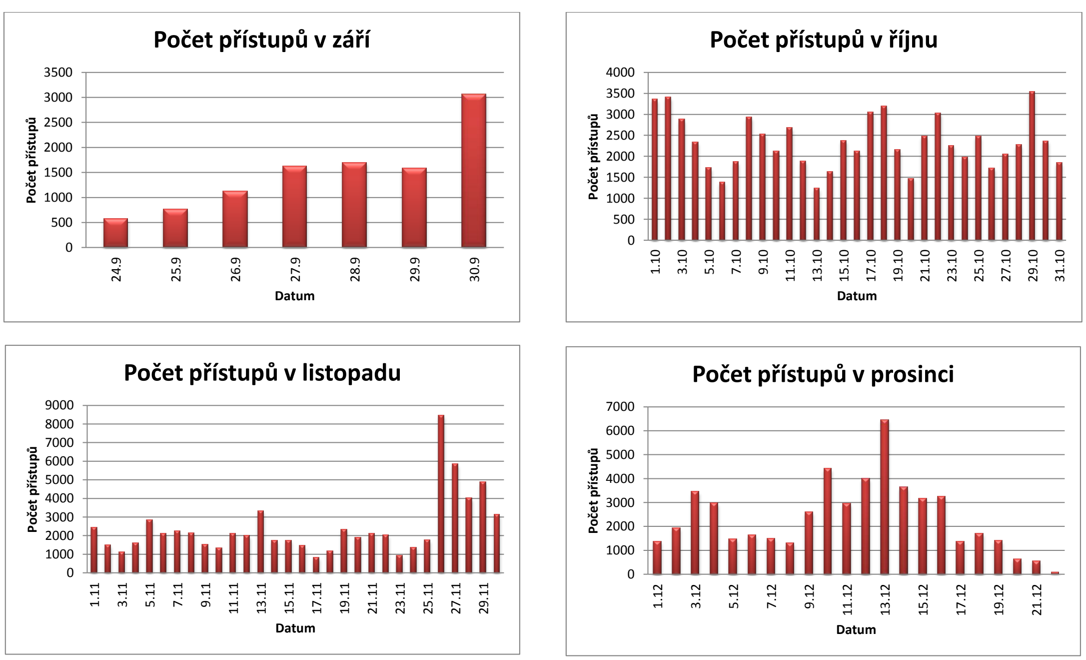
4.5 Šaolin

Aplikace Šaolin na iTRIAL byla oficiálně spuštěna a zpřístupněna studentům v zimním semestru školního roku 2012/2013, přesněji 24.9.2012. Úkolem bylo pokusit se vytvořit dva typově zajímavé příklady z oblasti extremálních úloh, zařadit je do této aplikace a pokusit se alespoň naznačit možnou analýzu získaných dat. Aplikace je k dispozici na

`http://iTRIAL.zcu.cz/SAOLIN`

Cílem této aplikace, která každý den zveřejní studentům právě jeden příklad, bylo posílit průběžné studium a zapojit studenty do probírané látky dříve, než před zápočtovými testy nebo až ve zkouškovém období. Jako pilotní předmět byl s požehnáním vedení FST vybrán nově vzniklý předmět M1S, určený studentům prvního ročníku. A předmět SDP, který je jako seminář zařazen do výuky na FAV a FST.

M1S Šaolin eviduje 594 uživatelů. Uživatel nemusí být studentem daného předmětu, ale regulerně zapsaní studenti mají určité výhody (uvidí například správná řešení). SDP Šaolin eviduje 406 uživatelů.
Na obrázku 4.1 je znázorněna návštěvnost Šaolinu v průběhu semestru.



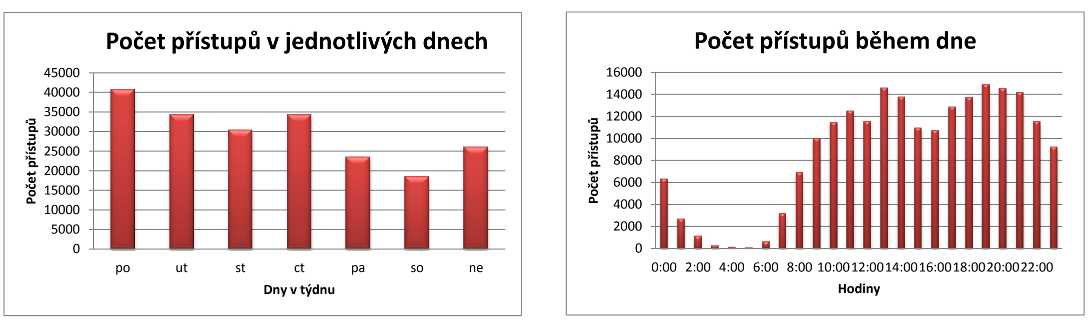
Obrázek 4.1: Návštěvnost Šaolinu v průběhu semestru

Na přístupech v září je zajímavé, že aplikace byla spuštěna 24.9. a zřejmě si ji studenti našli sami. O její existenci byli totiž informováni až ve čtvrtek 27.9., čímž se paradoxně nárůst návštěvnosti zastavil a výrazně se opět zvýšil až v neděli 30.9. K tomuto chování nemáme vysvětlení, ale přednášející dr. Jan Čepička a doc. Gabriela Holubová byli reakcí studentů na podstatné informace z přednášky v dobrém smyslu zaskočeni. První týden v semestru žijí studenti vlastním životem a teprve v průběhu semestru se získaná data přibližují očekáváním vyučujících.

Ve všech měsících lze pozorovat nárůst návštěvnosti vždy začátkem týdne, naopak nejnižší návštěvnost pravidelně každou sobotu. Tento týdenní cyklus je zřejmě přirozenou součástí studentského života, kdy o víkendu odjíždí domů a teprve v neděli se začnou připravovat na další týden.

V listopadu je patrná výrazně zvýšená návštěvnost 26.11., zároveň je to nejvyšší denní návštěvnost Šaolinu v průběhu semestru. Důvodem je systémová změna, kdy s ohledem na organizační problémy spojené se začátkem semestru, byla studentům nabídnuta možnost resetovat neřešené nebo špatně vyřešené příklady.

V prosinci je největší návštěvnost 13.12., což je možné vysvětlit 2. zápočtovu prací, která se konala o den později. Tento jev není tak výrazný u první zápočtové práce 9.11., což je možné přičíst skutečnosti, že studenti v prvním semestru podcení první zápočtovou práci, kterou pak velmi často opravují v náhradních termínech.
Koncem prosince pak návštěvnost podstatně klesá a poslední den semestru je návštěvnost nejnižší. Studenti již získali zápočty a nemají motivaci k procházení Šaolinu.
Na obrázku 4.2 je ilustrována návštěvnost Šaolinu v průběhu týdne a v průběhu dne.[3]



Obrázek 4.2: Návštěvnost Šaolinu

Nejvíce přístupů do Šaolinu od 24.9.2012 do 2.1.2013 bylo začátkem pracovního týdne, naopak nejméně v sobotu. Odpovídá to běžnému pracovnímu stylu.
Během dne bylo nejvytíženější časové období kolem jedné hodiny odpolední, kdy studenti byli ve škole na přednáškách a následně kolem osmé hodiny večerní. Přístup k materiálům během dne nebyl na TRIALu nikdy tak výrazný. Je možné jej vysvětlit například tak, že iTRIAL, kde je Šaolin k dispozici, podporuje přístup přes mobilní zařízení a je tedy studentům neustále k dispozici.

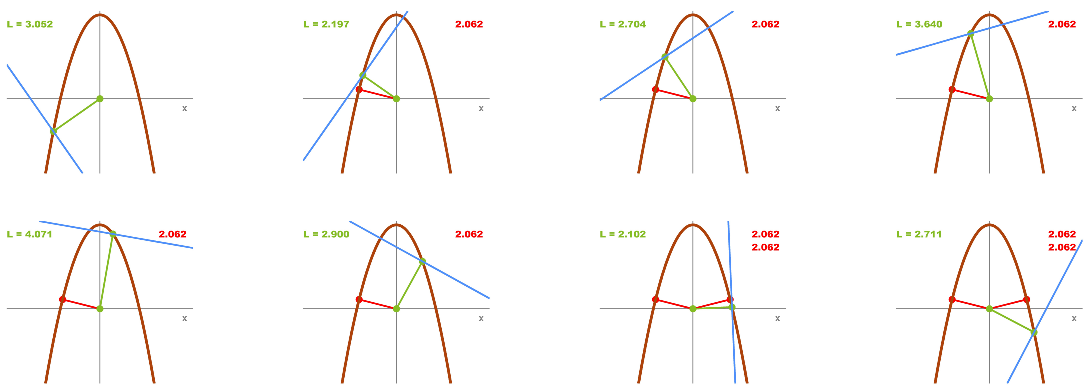
[3]Data aktuální ke dni 2.1.2013 přístupná v sekci statistiky Šaolinu, tzn. 102 dní provozu.

4.5.1 Příklad 7.12.2012

Jaká je nejkratší vzdálenost L mezi počátkem $[0,0]$ a bodem na grafu funkce:

$$f(x) = -x^2 + c.$$

Tento příklad byl použit v šaolinu pro studenty předmětu M1S. V zadání funkce se studentům automaticky generovala konstanta z hodnot 1, 2, 3, 4 a 5. U příkladu byla přidána animace 4.3 jako ilustrace daného jevu.



Obrázek 4.3: Animace-parabola

Dále bylo dovysvětleno, že řešení se má zaokrouhlit na tři desetinná místa a při zapisování výsledku je nutno použít desetinnou tečku místo čárky kvůli správnému vyhodnocení. Studentům také byla poskytnuta nápověda ve tvaru:

Jistě existuje celá řada možností, jak postupovat při řešení tohoto příkladu, ale na základě přednášek a seminářů, se nabízejí dvě:

- minimalizace vzdálenosti ...
  Stačí si uvědomit, že vzdálenost bodu od počátku je
  $$L = \sqrt{x^2 + y^2}.$$
  A vzhledem k tomu, že pro body na parabole je vztah mezi x a y dán předpisem naší kvadratické funkce, je možné vyjádřit vzdálenost libovolného bodu na parabole od počátku jako funkci jedné proměnné $L = L(x)$, která jistě bude mít nějaké lokální extrémy

- normála procházející počátkem ...
  Nejkratší cesta z paraboly do počátku je po přímce. A pokud by tato přímka byla zároveň normálou (tedy kolmá na tečnu) k této parabole, pak by bylo velmi obtížné najít kratší cestu.
  $$n : y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

Řešení příkladu

1. způsob

Grafem funkce f s předpisem $f: y = -x^2 + c$ je parabola.
Vzdálenost libovolného bodu od počátku je $L = \sqrt{x^2 + y^2}$.
Po dosazení za člen x^2 z předpisu paraboly dostáváme $L = \sqrt{c - y + y^2}$.
Získáme funkci jedné proměnné $L = L(y) = \sqrt{c - y + y^2}$.
Dále zjistíme, zda funkce nabývá pro některou hodnotu proměnné y globálního minima.

$$L'(y) = \frac{2y - 1}{2\sqrt{y^2 - y + c}}$$

Pro určení stacionárních bodů položíme $L'(y) = 0$. Řešením je $y = \frac{1}{2}$.
Druh extrému ověříme dosazením do druhé derivace funkce.

$$L''(y) = \frac{4c - 1}{4(y^2 - y + c)^{\frac{3}{2}}}$$

$$L''(\frac{1}{2}) = \frac{4c - 1}{4(c - \frac{1}{2})^{\frac{3}{2}}} > 0 \text{ pro dané hodnoty } c.$$

To znamená, že v bodě $y = \frac{1}{2}$ nabývá funkce $L = L(y)$ lokálního minima, které je zároveň globálním minimem.

Minimální vzdálenost bodů je $L = \sqrt{c - \frac{1}{4}}$.

2. způsob

Určíme normálu ke grafu funkce f : $y = -x^2 + c$, která prochází počátkem soustavy souřadnic.

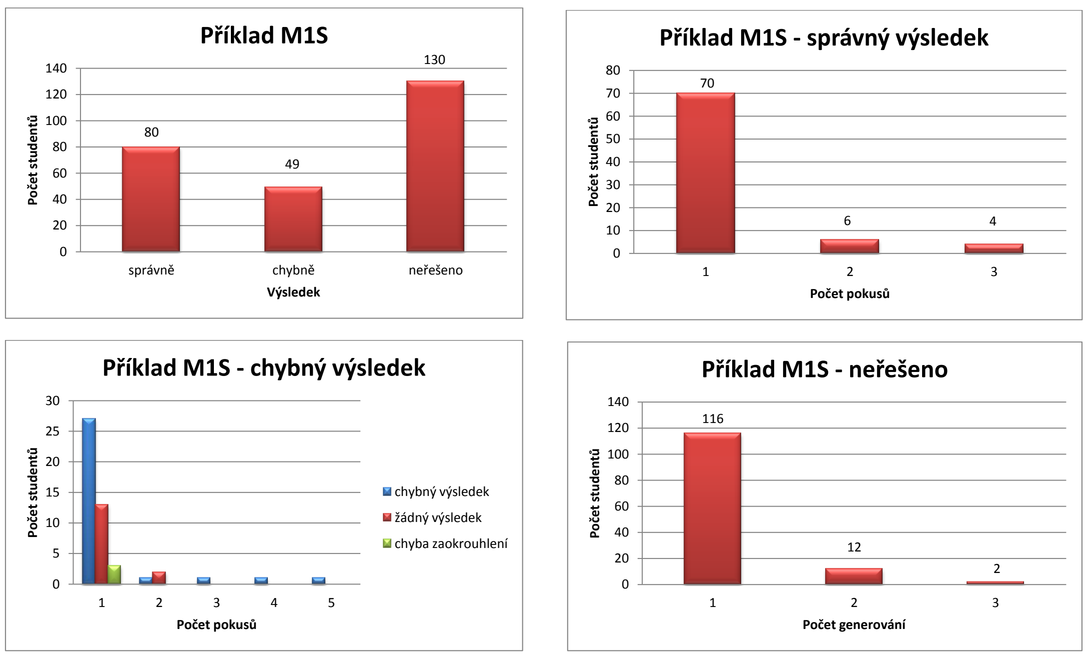
$$n : y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$
$$n : y = c - x_0^2 + \frac{1}{2x_0}(x - x_0)$$

Dosadíme bod o souřadnicích $x = 0, y = 0$ a výsledkem je $x_0 = \pm\sqrt{c - \frac{1}{2}}$, $y_0 = \pm\frac{1}{2}$.
Řešením je opět

$$L = \sqrt{c - \frac{1}{4}}.$$

Výsledky studentů

Příklad byl zveřejněn 7.12.2012 , vygeneroval se 259 studentům.[4]
Následující grafy ilustrují výsledky studentů. Viz. obrázek 4.4



Obrázek 4.4: Výsledky studentů M1S

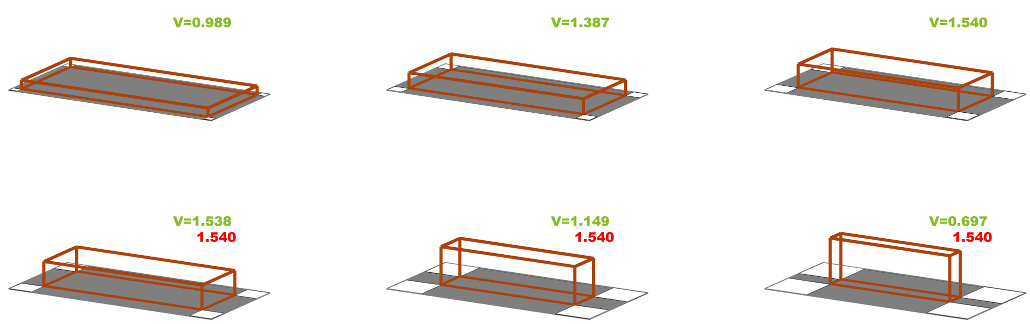
Příklad řešila téměř polovina studentů, kterým se vygeneroval. Většina studentů, kteří měli příklad správně, ho vyřešila správně napoprvé bez nutnosti resetu. Z grafu M1S-chybný výsledek, je patrné, co je bráno za chybně. Chybný výsledek znamená, že studenti vyplnili špatnou číselnou hodnotu. Žádný výsledek znamená uložené nevyplněné pole pro výsledek. Chyba zaokrouhlení znamená správný výpočet, ale chybně zaokrouhlený výsledek. Studenti téměř nevyužili možnost resetu, i když věděli, že příklad mají špatně.
Většina studentů, kteří příklad neřešili, neresetovala zadání. Větší počet studentů, kteří příklad neřešili, může být dán obtížností příkladu a tím, že byl příklad zadáván ke konci semestru.

[4] Studenti, kteří se přihlásili po zveřejnění příkladu do Šaolinu.

4.5.2 Příklad 10.12.2012

Z obdélníkového plechu o rozměrech a, b vytvoříme krabici tak, že v rozích vystřihneme stejné čtverce. Takto vytvořené krabice budou mít různé objemy.
Jaký bude největší objem V?

Tento příklad byl použit v šaolinu pro studenty předmětu SDP. V zadání funkce se studentům automaticky generoval rozměr a z hodnot 2, 3, 4, 5 a 6. Rozměr b měl nastavenou dvojnásobnou velikost.
U příkladu byla přidána animace 4.5 jako ilustrace daného jevu.



Obrázek 4.5: Objem krabice-animace

Dále bylo dovysvětleno, že řešení se má zaokrouhlit na tři desetinná místa a při zapisování výsledku je nutno použít desetinnou tečku místo čárky kvůli správnému vyhodnocení.

Řešení příkladu

Označme x stranu vystřiženého čtverce.
Po vystřižení čtverců vznikne krabice o délce podstavných hran $a-2x$, $b-2x$ a výšce x.
Objem této krabice je dán vztahem

$$V = (a-2x)(b-2x)x = abx - 2ax^2 - 2bx^2 + 4x^3$$

Dostáváme funkci jedné proměnné

$$V = V(x) = abx - 2ax^2 - 2bx^2 + 4x^3$$

Nyní zjistíme, zda funkce nabývá pro některou hodnotu proměnné x globálního maxima.

$$V'(x) = ab - 4ax - 4bx + 12x^2$$

Dále položíme $V'(x) = 0$ a vypočteme stacionární body.
Vzhledem k rozměrům krabice vyhovuje pouze kořen

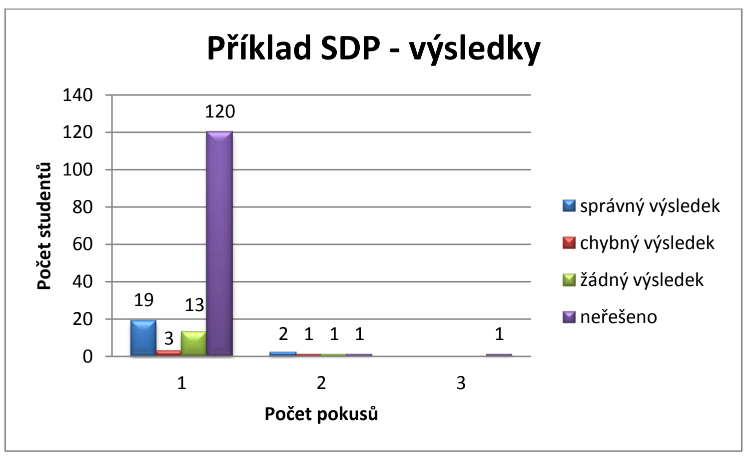
$$x = \frac{1}{6}(a + b - \sqrt{a^2 - ab + b^2}).$$

Dosazením do druhé derivace se ověří, že se jedná o maximum.
Maximální objem tedy dostáváme, pokud má strana vystřiženého čtverce velikost

$$x = \frac{1}{6}(a + b - \sqrt{a^2 - ab + b^2}).$$

Výsledky studentů

Tento příklad byl vzorově vyřešen na přednášce před zveřejněním v Šaolinu, byly použity pouze jiné rozměry krabice. Přesto někteří studenti tento příklad vyřešili chybně. Zveřejněn byl 10.12.2012, příklad se vygeneroval 161 studentům. V grafu 4.6 jsou znázorněné výsledky studentů.

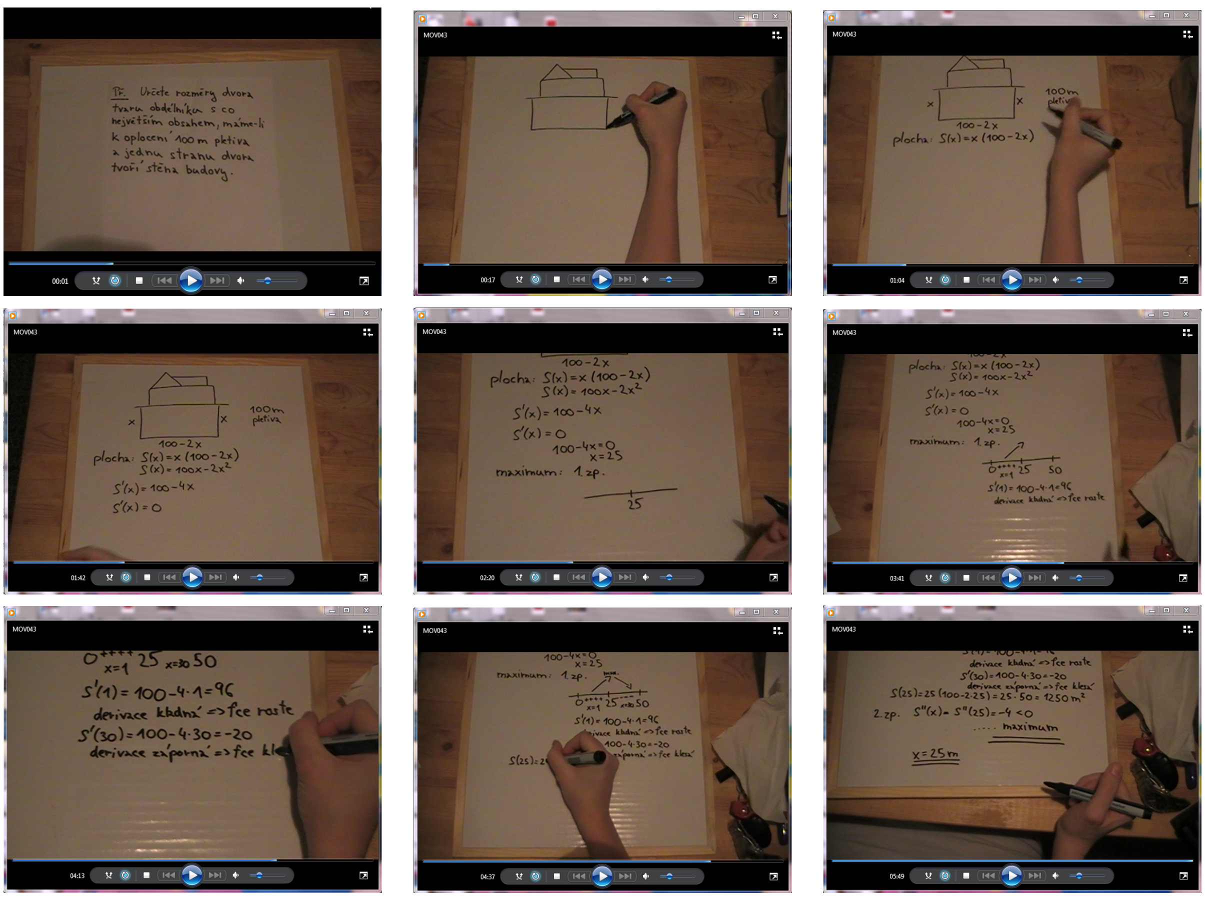


Obrázek 4.6: Výsledky studentů SDP

Z důvodu blížícího se konce semestru větší počet studentů příklad neřešil. Více než polovina studentů, kteří příklad řešili, měla správný výsledek. Většina z nich bez nutnosti resetu.

4.6 Video příklad

Součástí práce bylo i nalezení formátu, který by vyhovoval středoškolským studentům. Častokrát se během učení lze setkat s tím, že si žáci na diktafon nahrávají projev učitele. Některým studentům nestačí pouze vidět učební látku napsanou. Lépe se jim učí a je pro ně srozumitelnější, když k tomu mají i výklad.
Proto je jednou z možností poskytnout studentům k příkladu "videořešení". Ve světě se používá běžně [5] a video lze nahrát například na server youtube.com, kde si ho mohou zdarma pustit studenti a může jim pomoct při pochopení probírané látky.



Obrázek 4.7: Pomůcka-videořešení

Na obrázku 4.7 je znázorněná jedna z možností, jak dané video[6] natočit. Tento styl jsme použili, protože působí méně rušivě, než kdyby na videu například byla celá osoba, která vysvětluje příklad.

[5] http://patrickjmt.com/
[6] Video je dostupné na http://iTRIAL.zcu.cz/ULOZISTE/Petra.Liskova

Závěr

Cílem práce bylo zjištění využitelnosti prostředí TRIAL na středních školách. Ke splnění tohoto cíle bylo zapotřebí zjistit názory studentů středních škol a středoškolských učitelů na prostředí TRIAL, vyvodit z nich závěry a navrhnout možné uzpůsobení TRIALu a jeho možnosti využití na středních školách.

Studenti jsou myšlence zavedení TRIALu na střední školy nakloněni. V dnešní době jsou již studenti zvyklí pracovat s materiály v elektronické formě a tuto formu upřednostňují před tištěnou.

Při analýze dotazníků na podporu studia matematiky, které studenti vyplnili, se ukázalo, že práce s matematickým softwarem a obecně s počítači studentům nečiní problémy a jsou otevřeni novým věcem a přístupům. Většina dotazovaných studentů souhlasila se zavedením prostředí TRIAL na střední školy.

Středoškolským učitelům by bylo možné nabídnout jako vhodnou formu podpory výuky iTRIAL. Aplikace Šaolin by studenty středních škol nenásilnou formou motivovala k průběžnému studiu, výhodou by bylo použití pro chytré telefony, které studenti vyšších ročníků běžně vlastní. Měli by tedy snadný přístup k iTRIALu.

Jak se ukázalo při zpracovávání historie TRIALu, je to prostředí, které je možné neustále rozvíjet a je pravděpodobné, že za pár let bude jeho podoba vzdálená té dnešní.

Závěrem lze říci, že pro středoškolské studenty, kteří pomalu ztrácejí zájem o matematiku, podle čehož také vypadají jejich výsledky na vysoké škole, by iTRIAL mohl být zajímavým nástrojem, jak se učit matematiku. Mohla by to pro ně být vítaná obměna stereotypního způsobu učení. Zároveň by si studenti nenásilně zvykali na vysokoškolskou formu studia.

Literatura

[1] Hrubý, D., Kubát, J.: Matematika pro gymnázia, Diferenciální a integrální počet. Prometheus, Praha 2005. ISBN 80-7196-210-4.

[2] Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky. Prometheus, Praha 2008. ISBN 978-80-7196-356-1.

[3] Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I. Prometheus, Praha 2006. ISBN 80-7196-337-2.

[4] Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách II. Prometheus, Praha 1999. ISBN 80-7196-166-3.

[5] Rektorys, K. a spol.: Přehled užité matematiky I. Prometheus, Praha 2009. ISBN 978-80-7196-180-2.

[6] Rektorys, K. a spol.: Přehled užité matematiky II. Prometheus, Praha 1995. ISBN 80-85849-72-0.

[7] Čepička, J., Míková, M.: Nové pojetí matematiky na technických fakultách ZČU. Sborník 27. Konference VŠTEZ, Hejnice. JČMF Praha, 2002, s. 149-151.

[8] Čepička, J., Míková, M., Tesková, L.: Výuka matematiky na technických fakultách ZČU. Sborník 3. Konference o matematice a fyzice na vysokých školách s mezinárodní účastí, Brno. Vojenská akademie v Brně, 2003, s. 43-47.

[9] Čepička, J., Nečesal, P.: TRIAL – systém pro podporu výuky matematiky. Kvaternion 1 (2012), s. 37–43, ISSN 1805-1324.

[10] Hanzík, L.: Framework pro vývoj matematických webových her. Diplomová práce ZČU, Plzeň 2012.

[11] Lišková, P.: Prostředky pro podporu studia matematiky v prvních ročnících na ZČU. Bakalářská práce ZČU, Plzeň 2008.

[12] Ryšavý, J.: Databáze řešených příkladů a její využití na trial.kma.zcu.cz. Diplomová práce ZČU, Plzeň 2006.

[13] Tlustý, T.: Tvorba databáze příkladů z pravděpodobnosti a statistiky. Diplomová práce ZČU, Plzeň 2010.

[14] Derive 6 [online]. [cit. 2011-07-17].
http://www.derive.cz/html/index.htm

[15] Český výukový portál, Cabri Geometrie [online]. [cit. 2011-07-17].
http://www.pf.jcu.cz/cabri/cabri.htm

[16] Cabrilog [online]. [cit. 2013-01-06].
http://gallery.cabri.com/en/

[17] GeoGebra [online]. [cit. 2011-07-17].
http://www.geogebra.org/cms/cs/info

[18] Gnuplot [online]. [cit. 2013-01-06].
http://www.gnuplot.info/

[19] Qalculate! - the ultimate desktop calculator [online]. [cit. 2013-01-06].
http://qalculate.sourceforge.net/

[20] MathStudio [online]. [cit. 2013-01-06].
http://www.mathstudio.net/

[21] Maxima, a Computer Algebra System [online]. [cit. 2013-01-06].
http://maxima.sourceforge.net/

[22] TRIAL [online]. [cit. 2011-07-24].
http://TRIAL.kma.zcu.cz

[23] AMathNet [online]. [cit. 2011-08-02].
http://www.amathnet.cz/Pavlov2011

[24] Patrick Just Math Tutorials [online]. [cit. 2013-12-04].
http://patrickjmt.com/

Přílohy

Dotazník – podpora studia matematiky na středních školách

Tento dotazník je součástí diplomové práce a byl vytvořen pro zjištění názoru studentů na užívání matematického softwaru. Dotazník je anonymní a výsledky budou použity pouze pro potřeby diplomové práce. Za vyplnění dotazníku předem děkuji! Bc. Petra Bláhová

Typ školy:

Ročník:

1) Používáte při výuce matematiky matematický software? ANO/NE*
2) Pokud ANO, uveďte prosím konkrétní příklad/y softwaru. Pokud NE, přejděte na otázku 5.
3) Jaké jsou podle Vás výhody/nevýhody tohoto softwaru?
4) Je tento software volně dostupný?
5) Používáte ještě jiný matematický software mimo školní výuku? Z jakého důvodu?
6) Používáte „odpovídací stroj“ Wolfram Alpha? Pokud ano, uveďte prosím pro jaké účely.
7) Dáváte přednost matematickému softwaru nebo „ručnímu počítání“?

Děkuji Vám za trpělivost při vyplnění dotazníku!

*Nehodící se škrtněte.

Dotazník – TRIAL

Tento dotazník je součástí diplomové práce a byl vytvořen pro zjištění názoru studentů na prostředí TRIAL. Dotazník je anonymní a výsledky budou použity pouze pro potřeby diplomové práce. Za vyplnění dotazníku předem děkuji! Bc. Petra Bláhová

Typ školy:

Ročník:

1) Setkali jste se již s prostředím TRIAL? ANO/NE*

2) Pokud ANO, uveďte prosím, při jaké příležitosti jste se s prostředím seznámili.

3) Pro jaké účely jste prostředí TRIAL používali?

4) Je pro Vás prostředí TRIAL přehledné?

5) Jaké jsou pro Vás výhody/nevýhody prostředí TRIAL?

6) Myslíte si, že by bylo užitečné zavést tento systém podpory studia na střední škole?

Děkuji Vám za trpělivost při vyplnění dotazníku!

*Nehodící se škrtněte.

calculus TRIAL

písemná práce z GyMik, Plzeň

1.o7. 2o11

JMÉNO a PŘÍJMENÍ:

PŘEDNÁŠEJÍCÍ / CVIČÍCÍ:

$\sum_{k}^{\text{„1“}} \textbf{body}_k =$

1108021062

Příklad 1.1.
Určete rovnici tečny grafu dané funkce v bodě $T[x_0, y_0]$:

$$y = cosx,\ x_0 = \tfrac{1}{6}\pi.$$

[1 bod]

Příklad 1.2.
V kterém bodě má graf dané funkce tečnu se směrnicí 1?
Určete rovnici tečny v tomto bodě.

$$y = \sqrt{1 - x^2}.$$

[1 bod]

Příklad 1.3.
Určete rovnici normály grafu dané funkce v bodě $T[x_0, y_0]$:

$$y = xlnx,\ x_0 = e.$$

[1 bod]

Příklad 1.4.
Určete rovnici normály grafu k dané kružnici v bodě $T[1, -1]$:

$$x^2 + y^2 = 2.$$

[1 bod]

Příklad 1.5.
Zjistěte rozměry otevřeného bazénu se čtvercovým dnem o objemu $32m^3$ tak, aby na vyzdění jeho stěn a dna bylo třeba nejmenší množství materiálu. [2 body]

Příklad 1.6.
Dva hmotné body jsou umístěny v soustavě souřadnic v bodech $A[0, 8]$, $B[7, 0]$, souřadnice jsou uvedeny v metrech. V témže okamžiku se oba hmotné body dají do pohybu po osách soustavy souřadnic k jejímu počátku. Hmotný bod umístěný v bodě A se pohybuje rychlostí $v_1 = 1ms^{-1}$, hmotný bod umístěný v bodě B se pohybuje rychlostí $v_1 = 2ms^{-1}$. Po kolika sekundách bude vzdálenost hmotných bodů nejmenší? [2 body]