Posudek oponenta diplomové práce

Autor/Autorka	Bc. Jonáš Volek
Název práce	Parciální diferenciální rovnice na semidiskrétních oblastech
Studijní obor	Matematika
Oponent práce	RNDr. Antonín Slavík, Ph.D. (Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha)

Splnění cílů práce:

☐ nadstandardně	☑ velmi dobře	☐ splněny	☐ s výhradami	☐ nebyly splněny

Odborný přínos práce:

☑ nové výsledky	☐ netradiční postupy	☐ zpracování výsledků z různých zdrojů	☐ shrnutí výsledků z různých zdrojů	☐ bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

☐ vynikající	☑ velmi dobrá	☐ průměrná	☐ podprůměrná	☐ nevyhovující

Věcné chyby:

☑ téměř žádné	☐ vzhledem k rozsahu přiměřený počet	☐ méně podstatné, větší množství	☐ podstatnější, větší množství	☐ závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

☐ vynikající	☑ velmi dobrá	☐ průměrná	☐ podprůměrná	☐ nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Autor nejprve připomíná vlastnosti klasické transportní rovnice se spojitým časem a prostorem, např. existenci a jednoznačnost řešení, zachování znaménka, zachování integrálu apod. Poté studuje, které z těchto vlastností zůstanou zachovány při přechodu k diskrétnímu prostoru, resp. času. V závěru práce je studována nelineární verze transportní rovnice.

Rovnice na semidiskrétních oblastech představují dosud málo probádané téma a z tohoto pohledu je práce jistě přínosná. Text je sepsán kultivovaně, dobře se čte a je doplněn vhodnými ilustracemi. Na některých místech jsem měl dojem, že by výklad mohl být stručnější (např. je zřejmé, že věta 3.8 okamžitě plyne z věty 3.1 – není nutné vše tak podrobně zdůvodňovat).

Pokud jde o odbornou úroveň, objevil jsem pouze jeden nedostatek: Věta 3.9 neplatí, alespoň ne s uvedenými předpoklady. Jako protipříklad může posloužit např. funkce $\phi(x) = \frac{\sin(x^2+1)}{x^2+1}$. V důkazu se autor dopustil chyby, když z $\lim_{x\to\infty} \phi(x) = 0$ vyvodil, že také všechny derivace funkce ϕ mají nulovou limitu.

Připojuji ještě několik dalších méně závažných připomínek:

- Pro rovnice s diskrétním časem je jednoznačnost řešení zřejmá a není třeba ji dokazovat. Přímo z rovnice totiž plyne, že hodnoty řešení v čase t jednoznačně určují hodnoty v čase $t + \mu_t$. Důkazy vět 3.2 a 4.9 jsou tedy zbytečné.
- Důkaz lemmatu 3.10 je zbytečně komplikovaný: Spojením rovností $u(x_0, t+1) = u(x_0, t) - k\, u_x(x_0, t)$ a $u_x(x_0, t) = 0$ ze strany 27 ihned dostaneme požadované tvrzení.

- Na straně 11 by bylo vhodné napsat, že ∇_x značí zpětnou diferenci (je to zmíněno až na straně 21).
- Na straně 41 je poznámka o teorii pravděpodobnosti. V tomto kontextu by bylo vhodné zmínit, že transportní rovnice (4.6) vlastně odpovídá jednorozměrné náhodné procházce, kde s pravděpodobností L jdeme kupředu a s pravděpodobností $1 - L$ zůstáváme na místě; vzorec (4.11) je pak triviální (i když tuto argumentaci lze použít jen pro L z intervalu [0,1]).
- Věty 5.9 a 5.10 mají velmi silné předpoklady, které nejsou splněny ani pro lineární funkci F. Nelze je oslabit? Z důkazu věty 5.9 je zřejmé, že věta 5.7 není využita v plné obecnosti (za funkci h je volena konstanta, i když by stačila např. lineární funkce) .
  V této souvislosti nerozumím důkazu věty 5.29, kde autor píše, že stačí dokázat jednoznačnost řešení lineární rovnice. Ze kterého tvrzení plyne existence?
- V důsledku 5.31 by místo bodové konvergence ϕ_n měla být požadována stejnoměrná konvergence.

Domnívám se, že zmíněné nedostatky nijak nesnižují kvalitu práce. Doporučuji práci uznat jako diplomovou a navrhuji hodnocení výborně.

Datum, jméno a podpis:

7. 6. 2013